CURSO ELEMENTAR

DE

PHYSICA E DE CHYMICA.

CURSO ELEMENTAR
DE
PHYSICA E DE CHYMICA
OFFERECIDO
AOS ALUMNOS DESTAS SCIENCIAS
NO
REAL LABORATORIO CHYMICO
DA
MOEDA:
POR
L. S. M. DE ALBUQUERQUE.

TOMO I.

LISBOA:
NA TYPOGRAFIA DE ANTONIO RODRIGUES GALHARDO,
Impressor do Tribunal do Conselho de Guerra.
Com Licença de Sua Magestade.

1824.

COPIA DO AVISO

Dirigido ao A. notificando-lhe a Licença Regia para a Impressaõ.

Remetto a Vm.ce o incluso Aviso, dirigido á Meza do Desembargo do Paço, pelo qual Sua Magestade Houve por bem conceder a Vm.ce licença para poder, sem dependencia de censura, imprimir o seu Tratado de *Physica e Chymica.*

Deos Guarde a Vm.ce Secretaria de Estado dos Negocios Estrangeiros, em 16 de Setembro de 1824.

Marquez de Palmella.

Sr. Luiz da Silva Mousinho de Albuquerque.

INTRODUCÇÃO.

Alem das verdades reveladas, e daquellas que dizem respeito ao homem, considerado como ente moral, os conhecimentos humanos podem dizer-se de duas especies, a saber: conhecimentos racionaes, e conhecimentos physicos, ou de observação.

As sciencias racionaes tem por objecto fixar as regras, segundo as quaes o entendimento deve caminhar na indagação da verdade, ou ampliar pelo uso, e combinação de signaes adequados as forças, e a extenção do entendimento, conduzindo-o a reter, e ligar entre si, de huma maneira methodica, e deduzida, huma serie prolongada de raciocinios, que sem elles não poderia attingir, nem representar. O primeiro destes ramos de sciencia recebeo o nome de Logica, ou arte de raciocinar; o segundo constitue o fecundo thesouro das mathematicas puras.

As sciencias de observação, denominadas tambem sciencias naturaes, tem por objecto a investigação da natureza; já descrevendo a apparencia exterior dos objectos que ella nos apresenta; já observando attentamente os phenomenos que resultão da acção reciproca dos entes naturaes; já finalmente comparando entre si os phenomenos observados, remontando quanto possivel ás causas que os produzem, e ás leis que os regem, e os encadeão, procurando pelo conhecimento de huns explicar, ou predizer outros analogos.

Sujeito a hum sem numero de precisões, exposto a huma quantidade immensa de incommodos, e perigos; convidado, por outra parte, a huma abundancia de gôzos variados, ou seja para evitar a dôr, ou para gozar das commodidades, e dos prazeres, o homem tem de recorrer a cada passo aos entes que o cercão, aos entes cuja somma constitue, o que chamamos natureza: que estudo póde pois offerecer-lhe maior interesse, ou maiores encantos, que o estudo dos entes naturaes?

A' medida que os prestigios das primeiras apparencias se desvanecem perante a meditação do sabio, as causas, e as leis dos phenomenos se patentêão; a natureza apparece aos olhos do observador revestida de huma sabedoria inconcebivel: nada he obra do acaso; o leve athomo que o vento agita, assim como o orbe gravitante que alumia o espaço, tudo he regido por leis constantes, tudo obedece á ordem imprescriptivel de huma sabedoria muito alem de quanto póde conceber a sabedoria humana.

Longe de enojar-se com a repetição das mesmas indagações, o homem amante das sciencias naturaes a cada passo descobre novos objectos, que suscitem a sua curiosidade. Huma vez iniciado nesta carreira, jámais lhe falta emprego para o tempo; porém tempo para as experiencias, e para a meditação. A variedade immensa dos entes naturaes, os aspectos diversos debaixo dos quaes cada ente póde ser considerado, abrem outras tantas veredas á marcha da sua applicação.

Quando o naturalista se occupa das propriedades exteriores, e apparentes dos córpos, quando procura por meio destas propriedades descrever de tal maneira cada hum delles, que possa a todo o tempo ser reconhecido identico em qualquer lugar, e em quaesquer circunstancias em que se apresente, conforme os córpos de que se occupa, pertencem a huma das tres grandes claces dos *animaes vegetaes* ou *mineraes*, a sciencia que professa chama-se *Zoologia*, *Botanica*, ou *Mineralogia.*

A consideração da contextura dos animaes dá lugar á sciencia denominada *Anatomia*; e o estudo das funcções dos diversos orgãos á *Physiologia*; Physiologia animal, quando os entes de que se occupa são animaes; Physiologia vegetal, quando pertencem á classe das plantas.

Se nos aplicamos a determinar, a descrever, a prever, ou a remediar as affecções morbosas dos diversos orgãos dos animaes, os varios ramos das sciencias medicas se offerecem ao nosso trabalho. Se a nossa investigação tem por objecto a acção da athmosfera, das aguas, e do solo sobre as plantas uteis, os meios mais faceis, mais promptos, e mais economicos de augmentar o seu numero, de melhorar as suas qualidades, a *Agronomia* he o objecto do nosso estudo.

A contextura dos mineraes, a disposição das faces regulares que os terminão, da fórma, e arranjamento das molleculas que os compõe constitue a *Cristalografia*; em quanto a contextura geral do globo, a disposição dos valles, e das montanhas, a superposição, a formação das terras, e das rochas são o objecto da *Geologia*.

O estudo das propriedades geraes, e permanentes dos córpos, e dos phenomenos que elles apresentão sob a acção de causas passageiras susceptiveis de estender a sua acção a distancias apreciaveis, que desapparecem com a cessação das causas que os produzírão; e o exame das leis que ligão semelhantes phenomenos, das circunstancias que os precedem se lhes seguem ou os acompanhão, são o objecto da sciencia denominada Physica.

Aquellas mudanças porém que provém de causas, cuja acção he nulla em distancias apreciaveis, cuja acção se exerce entre as molleculas componentes dos córpos, e cujos effeitos permanecem depois da cessação das causas que os produzírão, adquirindo os corpos pela acção destas causas nóvos caracteres, e nóvas propriedades; taes mudanças, digo, as causas que as produzem, as leis que as regem, e os phenomenos que as acompanhão são do dominio dos conhecimentos chymicos.

Do que acabamos de expôr, na rapida revista dos conhecimentos humanos, he necessaria conclusão: a difficuldade, ou, por melhor dizer, a impossibilidade de fixar de huma maneira precisa, e rigorosa os limites de cada sciencia. Todas ellas tem hum objecto commum, que he a indagação da verdade; todas se prestão hum mutuo auxilio; e assim como huma não he mais excellente que outra, nenhuma tão pouco tem huma existencia isolada, e independente. Não sómente os differentes ramos das sciencias de observação são ligados entre si por esta reciproca dependencia; mas o naturalista para adiantar no conhecimento das leis da natureza tem de recorrer a cada instante ao soccorro das sciencias racionaes, e da analyse: he por meio della que, de hum pequeno numero de condições tiradas da observação lhe he possivel deduzir as circunstancias, e os phenomenos.

Apezar desta connecção mutua entre a universalidade dos conhecimentos, he comtudo necessario, vista a curta extensão da intelligencia humana, trabalhar cada hum em hum ramo especial de conhecimentos, recolhendo dos outros aquella parte que lhe he indispensavel. Os conhecimentos profundos em hum pequeno numero de ramos podem ser a partilha de hum individuo, em quanto a universalidade dos conhecimentos he a dotação da especie, e a herança de toda a humanidade.

Neste tratado elementar comprehenderemos os dois importantes ramos Physica, e Chymica; não profundando, nem desenvolvendo extensamente estas sciencias; mas expondo, com a precisão e clareza que nos forem possiveis, os seus principios geraes, e as suas bases; indicando a marcha que convem seguir no seu estudo; expondo o espirito dos seus methodos; esboçando, por assim dizer, o quadro extenso e variado, que já offerecem no estado de adiantamento a que tem sido levadas.

Dedicando esta obra aos nossos alumnos, e desejando pô-la ao alcance da universalidade delles, afastaremos della, como das nossas lições oraes afastámos, quanto exige o conhecimento das mathematicas transcendentes; tendo o cuidado de indicar as melhores fontes onde mais profundamente possão estudar aquellas doutrinas os leitores, que possuirem mais avantajados conhecimentos.

Nas sciencias de observação a experiencia he a base de todo o conhecimento; e aquelle, que não experimenta, ou ignora, ou substitue a crença ao convencimento. Daqui nasce a summa importancia da arte de observar; arte que tanto se tem adiantado em nossos dias, e cujo adiantamento tem, por assim dizer, mudado inteiramente a face das sciencias naturaes. A arte de observar envolve duas partes distinctas, que são: o conhecimento dos instrumentos, e o dos methodos.

Os instrumentos servem para ampliar ou regularizar o dominio dos sentidos. Os methodos para preparar, ou modificar as circunstancias que determinão, ou acompanhão os phenomenos, para eliminar todas as causas estrenhas áquella cuja acção se investiga, ou, quando a sua influencia he inevitavel, para determinar com rigor o effeito que pertence a cada huma dellas; em huma palavra, para ler na observação o que ella tem de caracteristico, de positivo, e de fecundo em resultados.

Taes são os conhecimentos necessarios para bem observar; e posto que não seja difficil formar huma idéa exacta dos instrumentos, e do espirito dos methodos; sómente huma pratica seguida e continuada dá ao observador a pericia necessaria para contar solidamente com os resultados de huma observação. Estas as razões, pelas quaes, assim como nas lições oraes acompanhamos sempre a explicação da experiencia, neste tratado os methodos experimentaes, e os instrumentos mais usados serão por nós descriptos com toda a exactidão.

Não se limita sómente á observação a tarefa do naturalista; a observação, e a experiencia são as bases, mas a theoria completa e coroa o edificio. Se os antigos philosophos fizerão poucos progressos nas sciencias de observação, comparativamente aos que os illustrárão nas sciencias moraes, e nas letras, he por que jámais seguírão a verdadeira estrada, que conduz a semelhantes conhecimentos; e em vez de caminhar da observação para a theoria, procurárão, por assim dizer, tiranisar a natureza, e submetter a observação a idéas theoreticas, parto unicamente de combinações abstractas, e de huma imaginação mais poetica que philosophica.

Huma theoria philosophica digna deste nome, não he outra cousa mais que a representação fiel e exacta de huma serie de phenomenos relativos huns aos outros; não deve conter mais que o que lhe foi fornecido pela observação, ou della deduzido por hum calculo rigoroso, e deve ao mesmo passo conter quanto he necessario para encerrar em si a razão sufficiente de todos os phenomenos que abraça.

Huma theoria tal, póde por novas descubertas ser achada insufficiente, ser forçoso amplialla, ou desenvolvella, accrescentar-lhe nóvas condições que deem razão de nóvos phenomenos; mas nunca póde ser accusada de falsa dentro dos limites a que se estende. Assim, quando o immortal Newton dotou os córpos celestes de huma attracção proporcional ás massas, e reciproca áos quadrados das distancias; quando animou os planetas de huma força de progecção dirigida por fóra dos seus centros de gravidade; não inventou cousa alguma, traduzio as observações, interpretou a natureza, e reunio em huma theoria tão simples quanto fecunda hum sem numero de consequencias, que o mathematico todos os dias deduz com o auxilio da analyse, achando-as invariavelmente confirmadas pela observação.

Insistimos sobre a idéa rigorosa de theoria para que não fique lugar de confundir huma theoria com huma hypothese: huma theoria he a representação de verdades demonstradas, sempre verdadeira dentro dos limites a que se estende: huma hypothese he huma supposição mais ou menos plausivel imaginada para facilitar o estudo, ou ligar commodamente huma serie de observações; e tanto a theoria differe da hypothese, que se excluem reciprocamente, e ônde a sciencia possue huma theoria, nem carece, nem admitte hypotheses.

O caminho necessario para chegar ao conhecimento de huma theoria consiste: 1.° em dar aos phenomenos toda a evidencia e clareza que comportão; em eliminar todas as causas de erro ou de inexactidão, que podem affectar a observação: 2.° em patentear o que os phenomenos tem de commum, e a lei rigorosa, ou aproximada a que são sujeitos. Isto feito, pertence ao genio do geometra estabelecer as condições fundamentaes, que constituem a theoria, e que, expressas e desenvolvidas pelos auxilios da analyse, convertem a lei empirica em huma verdadeira formula mathematica, e reproduzem os phenomenos taes quaes a observação os apresentou. No decurso desta obra teremos repetidas vezes occasião de observar exemplos deste duplo trabalho.

Porém as sciencias, que fazem o objecto dos nossos estudos, estão huma e outra mui longe ainda do adiantamento a que podem ser levadas. Muitos phenomenos carecem até agora de huma verdadeira theoria, e só se explicão por hypotheses mais ou menos plausiveis; muitos outros não só carecem de theoria, mas até falta ainda determinar a lei empirica, que lhes serve de nexo. Este estado das sciencias, se por huma parte não satisfaz completamente a curiosidade, estimula por outra o ardor dos jovens talentos, aos quaes patentea hum vasto campo de descubertas uteis, e gloriosas.

O presente tratado elementar, bem como o curso publico de que somos encarregados, e a cujos alumnos he dedicada esta obra, será dividido em duas partes, a saber: Elementos de Physica, e de Chymica.

Nos Elementos de Physica começaremos por dar huma idéa das propriedades geraes da materia, dos modos de avaliar rigorosamente o volume, e o peso dos córpos em quaesquer estados, e debaixo de qualquer fórma que se apresentem. Passaremos depois, comparando os volumes com os pesos, a tratar das gravidades especificas, e da sua determinação.

O peso demonstrado em todos os gazes nos conduzirá a avaliar o da athmosfera, que não he outra cousa mais, que huma massa de fluidos aeriformes; e por esta occasião trataremos do barometro, das machinas pneumatica, e de compressão; dos principaes effeitos do peso da athmosfera; como v. gr. a theoria das bombas, do (sifão); dos apparelhos de Woulff, e tubos de Welter.

Reconheceremos nos córpos aeriformes a propriedade de serem indifinidamente compressiveis, e completamente elasticos; e depois de haver mostrado a relação que existe entre os volumes, as forças elasticas, e as pressões, faremos destes principios a applicação a alguns phenomenos mais apparentes; como v. gr. ao repuxo no vacuo, á fonte de compressão, á fonte intermittente, etc.

Ao estudo das propriedades geraes da materia seguir-se-ha o dos agentes, que em determinadas circunstancias obrão sobre a mesma materia, e lhe communicão temporariamente certas propriedades. Esta parte da physica comprehenderá o estudo do calorico, do som, da electricidade, tanto ordinaria como voltaica, huma revista succinta dos phenomenos magneticos, e finalmente a parte da optica, que não sahe pelos conhecimentos que exige, fóra dos limites deste tratado. E a fim de passar sem salto do estudo da physica para o da chymica, trataremos resumidamente dos phenomenos que os córpos manifestão na proximidade do contacto, phenomenos a que vulgarmente se dá o nome de capilares.

No estudo do calorico começaremos por fixar de huma maneira clara e precisa o que se deve entender pela palavra calorico. Mostraremos immediatamente depois, que huma das propriedades caracteristicas deste agente he a de dilatar todos os córpos, qualquer que seja o seu estado; e nesta propriedade acharemos o meio o mais seguro, e commodo de comparar entre si as diversas intensidades do calorico, o que nos conduzirá a tratar da theoria, da construcção, e do uso dos instrumentos denominados thermometros.

Depois que no thermometro possuirmos hum instrumento proprio para medir com exactidão as intensidades do calorico, e as variações de temperatura, ser-nos-hão por elle patenteadas as absorpções do calorico, que tem lugar na liquefacção, e gazeificação dos córpos; e pelo contrario as evoluções do mesmo agente, que se manifestão na solidificação dos liquidos, e liquefacção dos vapores. Esta observação nos dará a conhecer o que seja o calorico latente, e em que consistem os tres estados dos córpos, a saber: o estado solido, liquido, e aeriforme. Experiencias convincentes serão citadas em apoio desta verdade, e suas consequencias; e deduziremos dellas a idéa, que no systema atomistico se deve formar de todo o corpo de massa sensivel.

Continuando a servir-nos das indicações thermometricas, ser-nos-ha facil conhecer, que os differentes córpos para experimentarem variações iguaes de temperatura não absorvem todos quantidades iguaes de calorico. As quantidades de calorico, que os diversos córpos exigem para experimentar variações iguaes de temperatura, serão por nós medidas, ou, por melhor dizer, comparadas, tanto por meio do calorimetro, como pelo methodo das misturas.

Depois de tratar do calorico latente, e do calorico especifico, passaremos a investigar a lei do resfriamento dos corpos, e o modo por que o calorico se transmitte; seja atravessando o ar em fórma de raios; seja communicando-se de mollecula a travéz da massa solida, ou liquida dos corpos; e finalmente a maneira, pela qual em hum systema qualquer de córpos, elevados a temperaturas diversas, se estabelece no fim de certo tempo a igualdade de temperatura.

Depois de haver patenteado, e demonstrado as principaes propriedades do calorico, occupar-nos-hemos mais particularmente do estudo de alguns phenomenos dependentes deste agente. Começaremos por determinar a dilatação dos solidos, dos liquidos, e dos fluidos aeriformes. Ao estudo dos phenomenos de dilatação seguir-se-ha o dos vapores; no qual mostraremos qual he a propriedade caracteristica que os distingue dos gazes propriamente ditos; procuraremos achar a força elastica dos vapores nas diversas temperaturas, mostrando com evidencia, que a quantidade absoluta de vapor formada por hum liquido he huma funcção da temperatura, e do espaço, onde o vapor se fórma. Estes phenomenos huma vez demonstrados no vacuo, acharemos que o vapor goza das mesmas propriedades quando se fórma em hum espaço cheio de hum gaz seco, com tanto que entre o gaz e o vapor não haja acção chymica, que perturbe os phenomenos.

Tendo feito ver que os phenomenos da ebulição nos liquidos tem lugar todas as vezes que a força elastica do vapor he igual á pressão athmospherica, faremos a applicação desta doutrina á ebullição dos liquidos em diversas temperaturas sob o recipiente da machina pneumatica, nas marmitas de Papin, e mais aparelhos de pressão artificial; notando ao mesmo tempo quam rápido he o incremento da força elastica nas temperaturas muito elevadas.

Applicações da theoria exposta a hum certo numero de phenomenos naturaes terminaráõ o que temos a dizer sobre o calorico.

Da exposição das propriedades do calorico, e das variações, que este agente faz experimentar aos corpos, passaremos a considerar o ar como vehiculo dos sons; expondo por que maneira por meio deste fluido as vibrações dos corpos sonoros são transmittidas ao orgão auditivo; que relação tem a acuidade ou gravidade dos tons com a velocidade das vibrações; finalmente por que maneira vibrão as cordas tendidas, o ar comprehendido nos tubos dos instrumentos de vento, e as superficies solidas, e inflexiveis; acabando o estudo da acustica por mostrar o modo pelo qual as vibrações excitadas em hum corpo se communicão ás molleculas dos corpos, que o tocão, ou o avizinhão.

Tratando da electricidade, começaremos por mostrar os phenomenos mais apparentes a que este agente dá lugar; faremos ver que, sempre que dois corpos se electrisão por fricção, tomão quantidades de electricidade taes, e de tal natureza, que reunidas reproduzem o estado natural. Distinguiremos de huma maneira positiva dois principios electricos dotados de certas propriedades oppostas, a que daremos, para os distinguir, os nomes de principio *vitreo*, e principio *resinoso;* denominações deduzidas da maneira por que os dois principios são commummente produzidos.

Passaremos depois a expor por que maneira o sagaz observador Coulomb determinou a lei das acções electricas em relação á carga electrica, e á distancia; a distribuição da electricidade nos corpos conductores de differentes figuras, e em hum systema de corpos submettidos á acção de hum corpo electrizado; e partindo desta luminosa serie de experimentos, elevar-nos-hemos á theoria mathematica da electricidade, devida ao sublime trabalho do illustre geometra Poisson. Faremos por ultimo a applicação desta theoria aos diversos instrumentos empregados nas observações electricas, e aos phenomenos mais importantes, seja da electricidade produzida pelos nossos aparelhos, seja da electricidade incomparavelmente mais forte da athmosphera.

As descubertas de Galvani, e os trabalhos seguidos do celebre Volta nos apresentaráõ os principios electricos separados pelo simples contacto, e nos conduziráõ ao exame de hum dos mais preciosos instrumentos de physica, e chymica, denominado *pilha*, ou *columna voltaica*.

Fazendo seguir ao estudo dos principios electricos o dos principios magneticos, faremos ver os pontos de analogia que existem entre o magnetismo, e a electricidade; e do mesmo modo aquelles em que estes agentes parecem afastar-se inteiramente. Trataremos tambem da influencia reciproca, que exercem entre si o magnetismo, e a electricidade; novo campo, que, a pezar de ter sido ha tão pouco tempo descuberto, conta já hum numero de trabalhos de summo interesse e importancia.

Huma das partes mais bellas, e mais interessantes da physica, hum agente de que a natureza especialmente se serve para patentear as variadas bellezas, que por toda a parte a enriquecem e a adornão, a luz, será, depois da electricidade e do magnetismo, o objecto dos nossos trabalhos. Esta parte da sciencia, que, apesar dos passos gigantescos que dêo manejada por hum Descartes, e hum Newton, e por todos os phylosophos que se lhes seguírão, se está ainda hoje enriquecendo com novas e importantes descubertas, offereceria só por si materia para hum tratado extensissimo: obrigados a tratalla resumidamente elliminando os calculos, e theorias transcendentes, não omittiremos com tudo as bases fundamentaes, nem o apresentar, e explicar de hum modo claro e intelligivel os diversos phenomenos.

Começando pela lei fundamental da propagação da luz em hum meio homogenio, tratraremos successivamente da lei da reflexão, de refracção simples e ordinaria, da dupla refracção, que tem lugar atravez dos corpos cristalizados. Passaremos depois a estudar no spectro solar a dispersão dos raios luminosos devida ás suas diversas refrangibilidades; seguir-se-hão os phenomenos dos anneis córados, e em fim os da polarisação. Terminando o que tivermos a dizer na optica pela descripção do orgão da visão, e dos principaes instrumentos destinados a estender, ou rectificar as suas funcções. Concluiremos finalmente o tratado elementar de Physica, expondo, como acima dissemos, os phenomenos capilares.

Pondo de parte as acções exercidas a distancia, deixando os aggregados de particulas, que constituem as massas, contemplemos, e sigamos a natureza na parte a mais intima, e a mais delicada das suas obras; vamos buscar os athomos imperceptiveis á vista, e ao tacto; procuremos crear meios, que nos indiquem a sua natureza; caracteres que nos afiancem a sua identidade; surpreendamos estes athomos na sua acção reciproca; assistamos, por assim dizer, ao nascimento, e formação dos córpos; e para pôr em evidencia a sua composição intima, fixemos a especie, o numero, e a natureza dos elementos, que os constituem. Tal he a tarefa, que impõe o estudo da chymica.

Confundida por muito tempo, já com a arte de preparar os medicamentos, já com a de extrahir os metaes do seio da terra; desviada do seu verdadeiro trilho, e lançada no absurdo da superstição, e do maravilhoso pelas pertenções insensatas dos adeptos, e dos alchymistas, a chymica apenas ha hum seculo póde contar-se no numero das sciencias. Porém, desde a época do seu nascimento como sciencia, a luz mais brilhante partio dos seus trabalhos; o véo, que cobria hum sem numero de phenomenos naturaes, foi desde os seus primeiros passos ou completamente rasgado, ou pelo menos levantado em parte; a luz brilhou nas officinas, e esclareceo os processos das artes; fez florecer a industria, e patenteou ao homem hum numero considerabilissimo de fontes de riqueza, e de gôzo.

Reflectindo os seus raios sobre as suas origens primitivas, a pharmacia vio por ella explicados, e reduzidos a regras simplices os seus processos empiricos, e complicados; a metalurgia, e a docimastica recebêrão della nóvos meios, que simplificárão, reduzírão, e facilitárão os seus trabalhos.

O tratado elementar de chymica começará pela exposição do engenhoso systema de nomenclatura regular, e phylosophica, proposto em França por Lavoisier, Guiton, Fourcroy, e Bertholet, e em breve adoptado pela universalidade dos sabios da Europa com as modificações, que nelle tem introduzido as descubertas posteriores á sua creação.

Seguir-se-ha a esta exposição o estudo dos córpos simplices não metalicos, começando pelo oxygenio, ou ar vital, de todos o mais essencial de conhecer, tanto pelo numero das suas combinações, como pelo importante papel, que representa nas diversas operações da arte, e da natureza.

O estudo de cada corpo simples será immediatamente acompanhado da sua acção sobre os córpos antecedentemente estudados, e do exame das principaes propriedades dos compostos, que desta acção resultão.

Nesta serie de córpos encontraremos os oxydos, os acidos pelo oxygenio, e os acidos pelo hydrogenio; finalmente os córpos neutros, que resultão da combinação de dois, ou mais elementos não metalicos.

Depois de tratar desta primeira classe de córpos, percorreremos a extensa serie dos metaes, e seus compostos; e finalmente estudaremos os saes, quero dizer, as substancias resultantes da união dos acidos com os metaes oxydados. As propriedades das substancias, que examinarmos, serão descriptas com toda a attenção, e cuidado; fixando aquellas que podem servir de caracteres distinctivos para reconhecer sempre huma mesma substancia; e não omittiremos o seu uso na medicina, na economia domestica, ou nas artes, nem tão pouco os differentes estados em que as apresenta a natureza.

Logo que pela successão das observações houvermos recolhido hum numero consideravel de factos, a nossa occupação será comparar entre si os phenomenos observados, reunindo os que nos parecerem depender de huma mesma causa, e separando aquelles a que assignarmos causas diversas. Finalmente procuraremos deduzir, e provar as leis geraes a que nos for possivel elevar-nos no estado actual da sciencia.

Nesta parte exporemos, porque maneira a força de cohesão nos solidos, a elasticidade nos gazes, a differença das densidades, as influencias do calorico, da luz, e da electricidade concorrem com as forças chymicas para a producção dos phenomenos. Investigaremos o importante principio das combinações definidas, e elevar-nos-hemos com Dalton, e Berzelius á avaliação do peso dos athomos, mostrando quanto esta avaliação, posto que rigorosamente hypothetica, póde ser util tanto na theoria, como na pratica.

Até este ponto os entes submettidos ao nosso estudo serão da classe daquelles, cuja existencia, e conservação he unicamente devida ás acções chymicas, e physicas, propriamente ditas; porém huma nova serie de córpos, nos quaes huma força tão difficil de seguir na sua marcha, como de conceber em si mesma, obra conjunctamente com as acções chymicas, physicas, e mechanicas, os córpos organisados, em huma palavra, se apresentaráõ para assumpto dos nossos ultimos trabalhos.

Assim como os entes dotados de vida se distinguem em vegetaes, e animaes; assim os nossos estudos chymicos da natureza organica serão divididos em duas partes, a saber: *Chymica vegetal*, e *Chymica animal*.

A difficuldade muito maior, que se encontra no estudo chymico dos entes organisados, comparativamente á que apresenta a chymica mineral, não permittirá seguir no exame delles huma ordem tão regular, e tão methodica, como a que adoptámos na chymica inorganica. Pela mesma razão, e pela data recente dos primeiros trabalhos regulares sobre a chymica vegetal, e animal, esta parte da sciencia nos offerecerá ainda maior numero de lacunas, e de incertezas, que a chymica inorganica; mas por outra parte o seu estudo será acompanhado de hum interesse, pelo menos igual; e provarnos-ha que, o campo das descubertas para fazer; factos, e observações para verificar he tão extenso, que para produzir huma colheita ampla, e copiosa, não pede senão industria, aplicação, e vontade.

CURSO ELEMENTAR
DE
PHYSICA E CHYMICA.

PRIMEIRA PARTE.

ELEMENTOS DE PHYSICA.

1. Tudo aquillo, que affecta todos, ou alguns dos nossos sentidos, diz-se corpo, ou materia.

2. A faculdade de affectar desta, ou daquella maneira os sentidos; de produzir taes ou taes phenomenos, he o que em geral chamamos propriedades dos córpos.

3. As propriedades dos córpos são geraes, e communs, ou particulares, e caracteristicas, ou occasionaes. As primeiras são, as que acompanhão sempre a materia em todos, e quaesquer estados, e circunstancias: taes como a extensão, a impenetrabilidade, etc. As particulares são, as que pertencem especialmente a certos córpos, e que podem servir para os distinguir, e caracterizar: taes são as côres, a densidade, o cheiro, o sabôr, etc. As propriedades occasionaes são, aquellas que a materia manifesta sómente em circunstancias determinadas, e sob a acção de certos agentes: taes como o estado electrico, a temperatura, etc.

SECÇÃO I.

PROPRIEDADES GERAES.

4. As propriedades geraes pódem reduzir-se ás quatro seguintes: *Extensão*, *Impenetrabilidade*, *Divisibilidade*, e *Inercia*.

Extensão.

5. A idéa de extensão he tão simples, e tão conhecida, que nada adiantariamos em pertender definila. Todo o homem sabe que, ônde existe hum corpo ha necessariamente extensão.

6. Todos os córpos extensos são compridos, largos, e profundos. A natureza nunca separa estas dimensões; porém o espirito humano considéra por abstracção cada huma dellas separadamente. Huma das dimensões isolada he, o que os geometras chamão linha; duas dellas combinadas constituem a superficie: e finalmente as tres completão a extensão, a solidez, ou o volume dos córpos.

7. Hum dos primeiros deveres do physico he avaliar perfeita, e rigorosamente o volume dos córpos, para o que lhe he necessario saber medir com exactidão as suas dimensões.

8. As nossas faculdades são tão limitadas, que nos não he possivel elevar-nos a conhecimento algum absoluto; mas unicamente podemos adquirir conhecimentos comparativos. Assim quando pertendemos avaliar huma grandeza qualquer, o que fazemos, he comparala com outra, que nos seja mais familiar, e adquirir o conhecimento da relação existente entre estas duas grandezas. A grandeza, com que se compara aquella, que se pertende avaliar, he o que os mathematicos, assim como os physicos, chamão *unidade*.

9. Para avaliar o volume dos córpos, e cada huma das suas dimensões, os diversos póvos, e o mesmo povo em differentes épocas tem adoptado medidas diversas, as mais das vezes inteiramente arbitrarias, e subdivididas de huma maneira complicada, e irregular. Hoje porêm existe hum systema de medidas, de todos o mais apropriado para os usos scientificos; tanto por não ser nelle a unidade tomada arbitrariamente, mas invariavelmente determinada na natureza; como por serem as suas subdivisões combinadas na razão decupla, o que faz desapparecer dos calculos as fracções ordinarias, substituindo-lhes as decimaes, sobre as quaes as operações, como todos sabem, se effectuão da mesma maneira que sobre os numeros inteiros. Este systema metrico foi creado pela nação franceza, e se acha hoje adoptado pela universalidade dos sabios da Europa. Neste tratado adoptalo-hemos exclusivamente.

10. A unidade de comprimento neste systema, unidade que recebeo o nome de *metro*, he igual á decima millionesima parte do arco do meridiano terrestre, comprehendido entre o equador, e o pólo: sendo por conseguinte hum meridiano inteiro igual a quarenta milhões de metros. 10 metros fórmão o *decametro:* 10 decametros, ou 100 metros o *hecthometro:* e 10 hectometros, ou 1000 metros o *kilometro:* em fim 1000000 de metros o *myriametro.* Da mesma maneira 0,1 de metro fórma o *decimetro:* o 0, 01 do metro o *centimetro:* finalmente o 0, 001 do metro o *millimetro.*

A multiplicação das medidas lineares, por si mesmas, dá as medidas superficiaes, que nos usos scientificos exprimimos em metros quadrados, decimetros quadrados, etc.

A multiplicação das medidas superficiaes, pelas lineares dá finalmente as medidas de volume: ou, como vulgarmente se diz, medidas de capacidade, as quaes commummente designamos por metros cubicos, decimetros cubicos, etc. He porêm util conhecer os nomes particulares destas medidas de superficie, e capacidade, por se acharem por elles designadas em alguns tratados. Nas medidas agrarias a unidade he o *are*, igual a hum quadrado de 10 metros de lado, ou a 100 metros quadrados: 100 destas unidades fórmão o *hectare.*

Nas medidas de capacidade, ou volume a unidade usual he o *litre*, igual ao cubo de hum *decimetro:* hum centimetro cubico constitue o *centilitre*, capacidade 100 vezes menor que o litre: 10 litres formão o *decalitre:* 100 o *hectolitre:* finalmente 1000 o *kilolitre.*

11. Estabelecido o systema de medidas mais conveniente para os usos scientificos, e aquelle, de que constantemente nos serviremos no decurso deste tratado, passemos a estudar o modo de comparar exactamente, com as grandezas, que nos servem de termo de comparação, quaesquer outras grandezas dadas, ou, o que vem a ser o mesmo, aprendamos a medir com precisão, e rigor.

12. Nada ha mais simples, que a avaliação do volume de hum corpo de figura regular: com effeito, esta indagação limita-se a medir as suas dimensões, e substituilas nas diversas formulas, que a geometria nos dá para calcular a solidez. Se nos fôr dado, por exemplo, o prisma triangular $ABCDEF$, mediremos a base
Fig. 1.ª
AB do triangulo ABC, tomaremos metade da altura Ca do mesmo triangulo, a altura vertical do prisma, e o producto destas tres quantidades exprimirá a solidez, ou o volume procurado. A difficuldade, neste caso, consiste toda em avaliar rigorosamente cada huma das dimensões, quero dizer, em medir com exactidão extensões lineares.

13. Todos sabemos, que para medir huma linha, com a exactidão necessaria para os usos ordinarios, basta a superposição de huma escala graduada, ou o uso igualmente familiar de hum compaço de pontas finas. Porém estes processos estão longe de ser sufficientes, para a precisão necessaria na maior parte das investigações scientificas. Os arteficios, que para conseguir a maior exactidão se empregão, pódem reduzir-se a trez, que são: o *nonio*, a *agulha* ou *alavanca*, e o *parafuso mycrometrico.*

Fig. 2.ª
14. *Nonio.* Seja dada huma escala AB dividida em partes, cada huma dellas igual a P, e em contacto com ella outra escala movel ao longo da primeira ab, a que

chamamos *nonio*, dividida tambem em partes iguaes, a que chamaremos p, e seja $p = \frac{P}{r}$: he evidente, que a differença entre hum intervalo do nonio, e o intervalo da escala será $P - \frac{P}{r}$. Se pois as escalas se acharem applicadas, de maneira que a primeira linha, ou linha de fé do nonio coincida com huma divisão da escala, o intervallo AC, contado da origem da escala até á linha de fé do nonio, será hum numero inteiro de divisões da escala. Se as escalas se acharem collocadas de maneira, que a segunda divisão do nonio coincida com huma divisão da escala, então o intervalo entre a origem da escala, e a linha de fé do nonio será igual a hum numero inteiro de divisões da escala, mais hum pequeno intervalo igual á differença $P - \frac{P}{r}$ entre hum intervalo da escala, e hum intervalo do nonio. Quando fôr a segunda divisão do nonio aquella, em que se dér coincidencia, o intervalo additivo, de que fallámos, será igual a duas vezes a differença $P - \frac{P}{r}$ entre o intervalo da escala, e o do nonio. Em geral, quando a coincidencia tiver lugar na divisão m do nonio, $m\left(P - \frac{P}{r}\right)$ será o valor do intervalo additivo. Fig. 3.ª

A differença $P - \frac{P}{r}$ chama-se natureza do nonio, ou tambem simplesmente nonio do instrumento: e dizemos que, o intervalo dêsde a origem de huma escala até á linha de fé do seu nonio, se mede juntando ao numero inteiro de divisões da escala, comprehendidas neste intervalo, o producto do numero de divisões do nonio dêsde a linha de fé até a aquella, em que tem lugar a coincidencia, pela natureza do nonio. Se pois tivermos huma escala dividida em millimetros, e fizermos o cursor, ou nonio igual a 9 divisões desta escala, e o dividirmos em 10 partes iguaes, cada huma dellas será igual a 0,9 de millimetro, e a natureza do nonio $P - \frac{P}{r}$ será $0,\overset{m}{0}01 - 0,\overset{m}{0}009 = 0,\overset{m}{0}001$, e poderemos, por meio deste instrumento, avaliar as dimensões lineares com a exactidão até 0,1 de millimetro, sem com tudo termos no instrumento divisão alguma menor que 0,9 de millimetro, divisão muito facil de distinguir com a vista simplece. Esta engenhosa invenção he originariamente devida ao nosso compatriota Pedro Nunes, do qual ainda conserva o nome.

15. *Agulha.* O arteficio da agulha, ou alavanca he em si mesmo simplecissimo, e funda-se na seguinte proposição:

Todas as vezes que dois arcos são mui pequenos confundem-se com as suas córdas, e são proporcionaes aos raios dos circulos, a que pertencem.

Fig. 4.ª Se pois no corpo de huma escala AB dividida em partes, cada huma igual a P, se achar fixada huma agulha movel no eixo a, e cujos braços aC, e ac sejão entre si como $m:n$, he evidennte, que estando a extremidade C do braço aC em coincidencia com a divisão C da escala, se a esta applicarmos hum corpo desde a sua origem, e este desviar a agulha de hum pequeno intervalo CC', o braço opposto aC descreverá em sintido contrario o intervalo $CC' = \frac{nCC'}{m}$.

Se pois a escala principal fôr dividida em millimetros, e os braços da agulha estiverem entre si, como 1: 10: por cada millimetro, que descrever a extremidade do braço maior, saberemos, que o braço menor avançou na escala 0,1 de millimetro, e poderemos por este meio avaliar com a maior facilidade comprimentos com a exactidão de 0,1 de millimetro. E se á escala, que mede a marcha do braço maior da agulha, adaptarmos hum nonio, cuja natureza seja de 0,1 de millimetro, as indicações deste nonio transferidas á escala AB nos darão evidentemente huma medida exacta até 0,01 de millimetro. Esta especie de instrumentos varião na fórma, e na combinação das suas partes, conforme os usos particulares, a que o physico, ou o artista os destinão.

16. *Parafuso mycrometrico.* Se unido a huma escala,

AB imaginarmos hum cursor movel, em cuja espessura haja huma cavidade spiral, ou rosca, na qual entre hum parafuso fixado á escala pelas suas extremidades, quando volvermos convenientemente o parafuso o cursor avançará ao longo da escala: e se suppozermos a distancia entre as spiras de hum millimetro, he evidente que o cursor avançará hum milimetro por cada volta, que dér o parafuso. Se pois na cabeça deste houver hum ponteiro, que girando sobre hum mostrador circular dividido em cem partes por exemplo, nos permitta apreciar centesimas partes da volta do parafuso, por este meio apreciaremos centesimos de millimetro na marcha do cursor: e como he facillimo adaptar á divisão do mostrador hum nonio, cuja natureza seja de 0,1 destas divisões, seguir-se-ha, que por este modo preparada a escala, poderá servir para avaliar dimensões até 0,001 de millimetro.

Este instrumento conhecido pelo nome de parafuso mycrometrico, e combinado por diversas maneiras, tem hum uso continuo na physica, na astronomia, e nas diversas sciencias, e artes, em que he necessario medir com precisão, e rigor.

17. Por meio dos arteficios expóstos, adaptados da maneira que o exigem os casos particulares, que se tem em vista, he facil medir com a precisa exactidão as dimensões dos córpos, e a geometria nos dá, como acima dissemos, meios seguros de passar deste conhecimento ao dos volumes, quando o corpo tem huma figura comprehendida na esféra das suas formulas. Em quanto porêm aos córpos, que pela sua irregularidade sahem do dominio das expressões geometricas, adiante daremos hum meio tão rigoroso, como facil, de determinar o seu volume. (Veja-se § 120)

18. Os liquidos, como susceptiveis de tomar exactamente a fórma dos vasos, em que se lanção, estão no caso de serem sempre medidos directamente, para o que se usa de ordinario de vasos cylindricos de capacidade determinada: e a fim de limitar perfeita, e igualmente o vaso, e de evitar as figuras curvilineas, que em virtude de causas, que para o diante examinaremos, toma

a superficie supperior do liquido, corre-se na abertura do vaso hum obturador perfeitamente plano de vidro despolido. Taes são em summa os methodos, que empregaremos para a determinação rigorosa do volume dos córpos.

19. A extensão, ou volume dos córpos he sempre terminada por hum numero maior, ou menor de faces: planas humas vezes, outras vezes curvas, e formando entre si angulos diversos. A disposição das faces, que terminão hum corpo, constitue, o que chamamos a sua figura: e hum grande numero de physicos distinguem a propriedade, que a materia tem de affectar huma figura pelo nome de figurabilidade; como porêm a figura he huma consequencia necessaria da extensão limitada, parece-nos, que esta propriedade póde comprehender-se naquella, que chamámos extensão.

20. A figura dos córpos não he inteiramente occasional; porêm sim intimamente ligada com a natureza do corpo, que a affecta. Não sómente na natureza organisada os córpos da mesma especie tem figuras análogas; porêm o mesmo se observa na natureza inorganica. Com effeito, a cada especie de substancias pertence huma figura particular, como o attestão os descubrimentos na cristalografia; e nas substancias compostas basta a mais leve alteração nas proporções dos componentes para fazer immediatamente variar a figura, como veremos no estudo da chymica.

21. Não sómente se observa a regularidade de figura nos cristaes lentamente formados na natureza, ou pela arte em circunstancias opportunas; mas ainda nas particulas provindas da pulverisação de massas amorfas: nestas particulas, cuja disposição de faces pela tenuidade dellas escapa ao ôlho desarmado, descobre a vista, auxiliada pelo mycroscopio, a regularidade de figura.

Os trabalhos dos cristalografos, em frente dos quaes devemos collocar os do celebre professor Haüy, nos apresentão as differentes leis, a que são submettidas as variações das fórmas cristalinas. O caracter elementar deste tratado não nos permitte profundar esta materia, aliàs assás connexa com a physica; remetteremos porém os nossos leitores á preciosa obra daquelle professor, na qual encontrarãõ o trabalho o mais completo neste objecto, ornado com a amenidade de estilo, e o correcto de expressão, que caracteriza todas as obras do defunto Abbade Haüy.

Impenetrabilidade.

22. A impenetrabilidade he a propriedade, em virtude da qual dois córpos não pódem occupar simultaneamente hum mesmo espaço.

23. Da simples exposição desta propriedade se vê ser ella huma daquellas sem as quaes nos he impossivel conceber a materia: com effeito, para que dois córpos pudessem occupar simultaneamente hum mesmo espaço, seria preciso que, ao menos, hum delles deixasse de ser extenso, quero dizer, que a sua existencia material se aniquilasse.

24. Porêm de não poder hum corpo, sem deslocar-se, ceder todo o espaço, que antes occupava, não se segue, que não possa ceder huma parte desse espaço. Se em hum vaso com agua se mergulha, com a abertura para baixo, outro vaso cheio de ar, a agua entrará até certa altura dentro no segundo vaso, logo o ar cedeo á agua huma parte do espaço, que antes occupava. A razão deste, e de todos os phenomenos da mesma especie he o não haver corpo algum, em que a materia seja rigorosamente continuada. Entre as particulas constituentes de todos os córpos ha intersticios, visto que todos elles, como adiante veremos, pódem diminuir de volume, dadas certas causas. Por conseguinte, quando hum corpo cede a outro huma parte do espaço, que occupava, não ha penetração de materia; mas simplesmente aproximação reciproca das molleculas. Quando se misturão dois volumes iguaes de agua, e alcohol rectificado, obtem-se hum volume total menor que a somma dos volumes primitivos. Este caso explica-se como o precedente, sem ser preciso admittir a penetrabilidade da materia.

25. Os intersticios, que entre si deixão as particulas

dos côrpos, chamão-se *póros:* e a propriedade, que os côrpos possuem de ter póros diz-se *porosidade.*

Divisibilidade.

26. A propriedade, pela qual os côrpos pódem ser partidos em partes, cada huma dellas menor que o todo, de que provêm, chama-se *divisibilidade.*

27. A materia he extremamente divisivel, sendo ainda as partes, que resultão da divisão, perceptiveis aos nossos sentidos. Observa-se, por exemplo, que os côrpos aromaticos perfumão por espaço de annos huma atmosphera assás extensa, varias vezes renovada; sem comtudo perderem huma parte sensivel do seu peso: que tenuidade deve pois ser a das molleculas, que emanando do corpo se dispersão em hum tão grande espaço, para que a sua somma tenha hum peso inferior, ao que pódem apreciar os mais delicados instrumentos? Na arte do tirador de fio de ouro se encontra hum exemplo desta grande divisilidade, exemplo citado em quasi todas as obras de physica: com effeito, naquella arte, hum peso de ouro igual a 30,59 gramas cobre huma superficie de pouco mais ou menos 0^m,0005 de largura, e de 860:000 metros de comprimento, isto he, huma superficie de 430 metros quadrados. Poderiamos acumular muitos outros exemplos, que nos darião igualmente huma idéa do ponto de tenuidade, a que pódem chegar as molleculas materiaes, ainda pelos meios grosseiros, de que podemos servir-nos para separalas.

28. Foi por muito tempo agitada entre os physicos a questão « Se a divisibilidade da materia era illimita- » da, ou se por derradeiro termo da divisão se chega- » vão a obter atomos materiaes indivisiveis, e inseca- » veis. » Esgotárão-se as subtilêzas metaphisicas para sustentar tanto huma como outra oppinião; porém, como a experiencia nada podia pronunciar sobre a questão, ficou esta completamente indecisa; mas por isso mesmo em nada a sua solução póde interessar o physico, visto ficar ella inteiramente fóra dos limites dos phenomenos observaveis: campo unico dos conhecimentos nas sciencias de observação: campo alem do qual só se encon-

trão hypotheses, imaginações, e conjecturas apoiadas, ou combatidas com subtilezas incapazes de fixar a attenção do homem sensato, que cioso de adiantar seus conhecimentos, sabe comtudo parar nas barreiras, que a natureza pôz ao espirito humano.

29. Reconheça-se ou não na divisibilidade da materia hum lemite absoluto, he certo, e tanto nos basta saber, que esta divisibilidade vai muito alem, da que pudemos produzir pelos meios mechanicos. Consideraremos pois todo o corpo, por menor que seja a sua massa, como hum aggregado de molleculas, ou atomos tenuissimos, imperceptiveis á vista, e ao tacto; mas comtudo figurados, e impenetraveis: atomos entre os quaes, como completamente o veremos na segunda parte deste tratado, se exerce a acção das attracções chymicas. A cada huma destas particulas, de cuja aggregação resultão as massas, daremos o nome de *mollecula integrante*, ou simplesmente *mollecula*, ou *atomo* de hum corpo.

30. A força, que determina, e que mantem a aggregação dos atomos dos córpos de massa sensivel, diz-se força de aggregação, ou de cohesão. Esta força, mui consideravel em quanto as molleculas se achão em contacto apparente, he insensivel, logo que a distancia entre as molleculas se torna apreciavel. Tomem-se, para o provar, dois discos de vidro roçados hum sobre o outro, e correndo huma pela outra as suas superficies, torne-se o contacto dos dois discos quanto possivel exacto: neste estado os discos offereceráõ huma grande resistencia á separação; pelo contrario esta resistencia será quasi nulla, quando entre os dois discos houver hum intervalo sensivel, por mais pequeno que este seja. He em virtude desta mesma força, que o ferreiro a golpes de martelo incorpora huns com outros diversos fragmentos de ferro para formar huma unica peça: e se a elevação de temperatura do ferro auxilia esta operação, he só para que os fragmentos metalicos, tornados pelo calor mais flexiveis, se prestem mais facil, e perfeitamente á justa posição, da qual depende a adherencia. As soldas, e em geral todos os meios de que nos servimos para unir su-

perficies por justa posição, reconhecem por causa, quando as superficies são homogenias, a força de cohesão.

31. Quando a força de cohesão obra sobre as molleculas previamente separadas, de huma maneira gradual, lenta, e sem o concurso de causas estranhas, que perturbem a sua acção, as molleculas aggregão-se symetrica, e regularmente, e o corpo resultante da sua aggregação he, o que os cristalografos chamão hum cristal perfeito. A fórma do cristal depende da figura da mollecula primitiva, e da lei, segundo a qual se faz a aggregação. A cristalografia nos ensina a achar esta lei, e por meio della a fórma primittiva, sendo determinada pela observação a do cristal. Quando porêm a cohesão he perturbada, ou precipitada na sua acção, as molleculas aggregão-se confusamente, e o corpo apparece no estado amorpho.

De terem as diversas substancias molleculas integrantes diversamente figuradas, não devemos concluir, que da figura destas molleculas dependão essencialmente as propriedades das substancias: por quanto os trabalhos dos cristalografos nos ensinão, que muitos córpos, cujas fórmas primittivas são identicas, tem com tudo propriedades inteiramente diversas.

Inercia.

32. Hum corpo diz-se estar em movimento no acto, em que varía de posição no espaço.

33. A inercia he a propriedade, em virtude da qual a materia he completamente indifferente ao repouso, ou ao movimento, quer dizer, a propriedade que tem a materia de não encerrar em si causa, que a tire da quietação; nem que destrua o movimento, que por huma causa externa lhe foi huma vez communicado.

Quando pois vemos hum corpo, a que se imprimio hum movimento, parar no fim de hum certo tempo, podemos estar certos, que huma causa opposta ao seu movimento; porêm estranha á materia do movel, destruio o impulso por elle recebido. Não nos he possivel mostrar por experiencia esta continuação uniforme, e indefinida do movimento; porque não está em nosso poder elliminar todas as causas estranhas, que tendem a destruilo; porêm he facil mostrar, que tanto mais se enfraquecem as resistencias, tanto mais duradouro, e uniforme he o movimento recebido: e huma legitima analogia nos conduz a concluir, que, se as resistencias pudessem aniquillar-se inteiramente, o movimento tocaria as condições de huma uniformidade completa, e huma duração illimitada.

Se com hum esforço igual lançamos no mesmo instante duas esferas iguaes, e da mesma materia, ao longo de dois planos, hum escabroso, e outro polido, aquella, que se mover sobre este ultimo plano, o fará por muito mais tempo, do que a outra, que tendo de chocar a cada instante as asperidades do plano escabroso, perde nestes choques o impulso, que recebêra, muito mais promptamente que a primeira. Do mesmo modo, se tres esferas iguaes, e da mesma materia, suspensas todas de hum modo identico, se fazem oscilar huma no ar, outra na agua, e a terceira no mercurio, a que oscilar no mercurio parará muito antes das outras, e finalmente a que oscilar no ar o fará por muito mais tempo do que, aquella que oscilar na agua: sendo evidentemente a razão destas differenças as resistencias progressivamente menores, que o mercurio, a agua, e o ar oppõe ao movimento das esferas.

34. Desta propriedade são necessarias consequencias os dois principios seguintes, ou leis fundamentaes da Inercia.

1.° *Hum corpo permanece em quietação, até que huma causa externa lhe dê movimento.*

2.° *Hum corpo permanece em hum movimento sempre igual, e similhante, até que huma causa externa lho perturbe, ou aniquile.*

Considerações sobre o movimento.

35. Dissémos no § 32 que hum corpo se acha em movimento no acto, em que varía de posição no espaço: ora he evidente, que sendo para nós o espaço indeter-

minado, e uniforme, só poderiamos julgar da variação de posição de hum corpo no espaço, se nesse espaço tivessemos tres pontos fixos, que, pelas suas distancias ao movel, nos determinassem a sua posição. Como porêm cousa alguma nos póde segurar a existencia de similhantes pontos, segue-se que não podemos conhecer variações absolutas de posição nos córpos, ou, o que he o mesmo, que não podemos saber, se hum corpo se acha em movimento, ou em quietação absoluta.

Mas se em vez de referir a posição do corpo ao espaço em geral, a referimos a hum determinado numero de córpos, então a variação da distancia do movel aos pontos, a que o referimos, nos dará a sua variação de posição, relativamente a aquelles pontos, ou, o que he o mesmo, o seu movimento relativo.

36. Desta distincção nos modos de considerar o movimento se vê, que hum corpo póde achar-se ao mesmo tempo em hum estado de movimento absoluto, e de quietação relativa: para o que basta, que todo o systema, a que se refere o movimento, seja animado de hum movimento commum. Desta especie he a quietação dos córpos na superficie da terra, que huns relativamente aos outros conservão huma posição constante; mas são todos transportados no espaço em virtude dos movimentos diurno, e annual deste planeta.

37. Não tendo a materia em si causa alguma que lhe possa imprimir movimento, nem tão pouco destruir aquelle, que lhe foi communicado, segue-se: para que hum movel se ponha em movimento, he necessario que huma causa externa o tire da quietação, e que huma vez tirado daquelle estado, só póde voltar a elle em virtude de huma nova causa igual, e opposta á primeira. As causas, que produzem, ou aniquillão o movimento, tem na Physica o nome de *forças*.

38. O movimento, que hum corpo recebe em virtude de huma força unica, a qual céssa de obrar sobre elle, logo que produzio o seu effeito, he forçosamente o mesmo em cada instante, visto que a materia não tem em si nada, que altere o effeito das forças. Se pois na primeira unidade de tempo o movel percorreo o espa-

ço v, no fim de duas unidades de tempo o espaço percorrido será $2v$, e em geral será Tv no fim de T unidades de tempo. O espaço, que hum movel percorre na unidade de tempo, chama-se a *velocidade* do movel: se pois designarmos por V a velocidade de hum movel, por T o tempo, que dura o movimento, e por E o espaço percorrido pelo movel, teremos $1 : T :: V : E$, da qual tiraremos $E = TV$,, $T = \frac{E}{V}$,, $V = \frac{E}{T}$, expressões, as quaes rigorosamente signifição, que nesta especie de movimento os espaços percorridos seguem a razão composta dos tempos, e das velocidades: os tempos a razão directa dos espaços, e reciproca das velocidades: e finalmente as velocidades a razão directa dos espaços, e reciproca dos tempos. Taes são as condições, que se verificão no movimento de hum movel sollicitado por hum esforço unico, e instantaneo: movimento a que se dá o nome de *uniforme*.

39. Quando porêm o movel no decurso do seu movimento recebe nóvos impulsos no mesmo, ou em diverso sentido do movimento primitivo, as condições acima céssão de ter lugar, e o movimento do corpo torna-se movimento *variado*. He claro, que não limitando cousa alguma o numero, a direcção, nem a intencidade dos impulsos, que podemos imaginar obrarem sobre hum movel, o movimento deste póde ser variado de huma infinidade de modos diversos; porêm entre elles só consideraremos aquelle, a que se dá o nome de movimento *uniformemente variado*.

40. Diz-se o movimento uniformemente variado, quando o movel em tempos iguaes recebe augmentos, ou diminuições tambem iguaes de velocidade. Suppostas as velocidades crescentes, he evidente, que em hum similhante movimento ellas cresceráõ como os tempos: assim, se representarmos por $A1$, $1...2$, $2....3$, $3B$ as unidades successivas do tempo, as perpendiculares a estas $1a$, Fig. 5.ª
$2b$, $3b'$, BC, comprehendidas no triangulo rectangulo ABC, e proporcionaes ás linhas $A1$, $A2$, $A3$ etc. em consequencia da similhança dos triangulos de que estas linhas são lados homologos, poderáõ representar as velo-

cidades successivas do movel, e se os tempos $A1$, $A2$ etc. forem infinitamente pequenos, poderá o movimento sem erro sensivel suppor-se uniforme em cada hum destes intervalos, e nesta hypothese, os espaços percorridos em cada hum dos instantes consecutivos serão representados pelos rectangulos $1..2..a'$, $2..3..b$, etc. productos das velocidades pelos tempos; mas estes rectangulos, quando os intervalos $A1$, $1..2$ etc. são infinitamente pequenos, confundem-se com a área do triangulo ABC: logo os espaços percorridos com o movimento accelerado uniformemente nos tempos $A2$ e AB vg, estarão entre si como as áreas dos triangulos $A2b$ e ABC, ou como os quadrados dos seus lados homologos, quer dizer como $\overline{A2}^2 : \overline{AB}^2$, o que nos mostra, que no movimento uniformemente accelerado, os espaços percorridos são entre si como os quadrados dos tempos.

Para achar o espaço absoluto percorrido por hum movel no tempo T, quando se conhece a velocidade final v do movel, lembrar-nos-hemos, que no triangulo ABC, AB representa o tempo, e BC a velocidade final, e que a área do triangulo, que representa o espaço percorrido, he igual a $\frac{AB \cdot BC}{2}$: logo chamando E o espaço percorrido no tempo T, quando v fôr a velocidade final, teremos $E = \frac{Tv}{2}$, isto he, á metade do producto da velocidade final pelo tempo. Mas hum movel que tivesse a velocidade v, e com movimento uniforme se movesse pelo tempo T, percorreria hum espaço $E' = Tv = 2E$, logo o espaço percorrido por hum movel com hum movimento uniformemente accelerado he metade do espaço, que o movel percorreria no mesmo tempo com hum movimento uniforme, e a velocidade adquirida no fim da acceleração.

41. Se o movimento, em vez de ser uniformemente accelerado, fôsse uniformemente retardado, he evidente: que as velocidades serião reciprocas aos tempos: que o espaço percorrido seria igual á velocidade inicial multiplicada por metade do tempo: que finalmente dois mó-

veis, que se movessem com movimentos uniformemente retardados da mesma maneira, com as velocidades iniciaes v e v', percorrerião no mesmo tempo espaços entre si como $v^2 : v'^2$. Huma breve reflexão sobre a mesma construcção, que empregámos para patentear a lei do movimento uniformemente accelerado, fará evidentemente ver a verdade destas proposições.

Considerações sobre as forças.

42. Se para dar a cada particula material huma mesma velocidade, he necessario empregar huma certa força f, para dar a m particulas materiaes a mesma velocidade, será necessario m vezes o mesmo esforço, quer dizer, huma força mf: logo a força necessaria para mover hum corpo com huma dada velocidade, he proporcional ao numero de particulas materiaes, nelle contidas, ou como vulgarmente dizemos, á sua massa.

43. Do mesmo modo, se para dar a huma particula material huma velocidade como 1, he necessaria huma força f, para lhe dar huma velocidade v, será necessaria a força vf: se pois para mover hum corpo da massa m com a velocidade 1 he necessaria a força f, para mover o mesmo com a velocidade v, será precisa huma força $F = mv$, equação de que se tirão $m = \frac{F}{v}$, e $v = \frac{F}{m}$, as quaes expressões significão, que as forças estão na rázão composta das massas, e das velocidades: que as massas estão na razão directa das forças e recíproca das velocidades: e finalmente, que as velocidades são proporcionaes ás forças, e reciprocas ás massas. O producto da massa de hum movel pela sua velocidade diz-se tambem quantidade de movimento do corpo.

44. Se hum ponto material for sollicitado por duas forças obrando segundo a mesma linha recta, e se designarmos por signaes contrarios as forças, que obrarem em sintidos oppostos, o corpo mover-se-ha, como se fôra sollicitado por huma unica força igual á somma das duas, e dirigida no sintido, que indicar o signal da maior.

Seja o movel A sollicitado por duas forças, a primeira capaz de lhe communicar huma velocidade V do sul para o norte, a segunda huma velocidade V' do norte para o sul, a velocidade effectiva do corpo será $V - V'$: se V fôr maior que V', o corpo mover-se-ha do sul para o norte: se V' fôr maior que V, a expressão $V - V'$ será negativa, quer dizer, que o corpo mover-se-ha do norte para o sul: se V fôr igual a V', será $V - V' = 0$, quer dizer, que o corpo não se moverá. O que acabamos de dizer de duas, póde dizer-se de hum numero qualquer de forças, obrando segundo a mesma linha recta.

45. Visto que, pelo que acabamos de observar, a ausência do movimento póde provir da acção de forças iguaes, e oppostas, bem como da ausencia de toda a força, para distinguir estes dois estados, dá-se ao repouso resultante da primeira causa o nome de equilibrio, e ao que provém da segunda rigorosamente o nome de quietação.

Choque directo dos córpos.

46. Supponhamos agora, que hum corpo A, cuja massa he m, se move com a velocidade v, a sua quantidade de movimento será mv. Encontre este corpo na sua marcha outro corpo B, da massa m', e que se ache em quietação. Como a materia não tem em si cousa alguma, que destrua as forças, ou, o que he o mesmo, as quantidades de movimento, e que estas só pódem ser aniquiladas pela acção de huma causa igual, e opposta, o corpo B não poderá destruir; mas sómente repartir o movimento do corpo A: os dois córpos mover-se-hão pois ambos depois do choque, e como a massa se tornará $m + m'$, se representarmos por V' a velocidade depois do choque, a quantidade de movimento nestas circunstancias será $V' (m + m')$; mas a quantidade de movimento depois do choque deve ser a mesma, que antes delle, logo teremos $mv = (m + m') V'$, ou

$$V' = \frac{mv}{m + m'}.$$

Esta formula nos ensina, que para ter a velocidade dos córpos depois do choque, quando hum delles estava em quietação, dividiremos a quantidade de movimento do corpo chocante pela somma das massas dos dois córpos.

Se imaginarmos cada vez maior a massa do corpo chocado relativamente á do corpo chocante, chegará hum momento, no qual puderemos suppor m insensivel relativamente a m', e dêsde esse momento o denominador $m+m'$ da fracção valor de V' será incomparavelmente maior, que o seu numerador mv, quer dizer, que neste limite, V' será sensivelmente igual a zero. Isto he o que todos os dias observamos, quando hum corpo mui leve choca outro incomparavelmente mais pesado, no qual caso he sensivelmente nulla a velocidade depois do choque.

47. Temos até aqui considerado o corpo B como estando em quietação, o que só he hum caso particular do choque dos córpos; mas se este corpo tiver hum movimento, o que resolve o problema geral, e affectármos de signaes contrarios ás forças, ou quantidades de movimento oppostas: he evidente, que a quantidade de movimento dos dois córpos depois do choque deve ser igual á somma das suas quantidades de movimento antes delle. Conseguintemente seja mv a quantidade de movimento do corpo A, e $m'v'$ a quantidade de movimento do corpo B, se V'' representar a velocidade dos córpos depois do choque, será $(m+m')\ V''$ a sua quantidade de movimento depois do choque, e teremos $(m+m')\ V''=mv+m'v'$, a qual nos dá . . . .

$$V''=\frac{mv+m'v'}{m+m'} \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(a)}$$

Se o movimento de B fosse de direcção opposta ao de A, a formula (a) mudar-se-hia em $V''=\dfrac{mv-m'v'}{m+m'}$ (b)

Desta formula (b) se vê que: se mv for maior, que $m'v'$, V'' será positivo, quer dizer, que os córpos depois do choque mover-se-hão no sintido inicial de A; se porém $m'v'$ for maior, que mv', V'' será negativo, e os córpos depois do choque mover-se-hão no sintido inicial de B, finalmente, se mv for igual a $m'v'$, o valor de V'' será nullo, quer dizer, que todo o movimento se aniquilará no choque. Se na formula geral (a) suppozermos $V' = 0$, virá $V'' = \frac{m\ v}{m + m'}$, formula, que já acima achámos no § 46, e que resolve o caso particular, que então considerámos.

Fig. 6. 48. Duas esferas de huma materia destituida da propriedade, que adiante conheceremos pelo nome de ellasticidade, propriedade, que introduz no choque novas condições, suspensas por fios diante de hum arco dividido em partes iguaes, e de que o ponto de suspensão das esferas he o centro, são propriissimas para mostrar experimentalmente a verdade desta lei. Suppostas, por exemplo, as duas esferas da mesma massa, eleve-se huma á divisão 10, e deixe-se cahir: no seu descenso encontrará a outra esfera, e juntas elevar-se-hão á divisão 5 do lado opposto. Sendo ainda iguaes as massas das duas esferas, elevem-se, para segundo exemplo, cada huma á divisão 5 do seu lado, deixando-as descer, chocar-se-hão, e ficaráõ em quietação. Estas, e outras experiencias, que se podem facilmente executar no mencionado apparelho, confirmão experimentalmente todas as condições da lei, achada pela theoria no § 47.

Resultante das forças angulares applicadas a hum mesmo ponto do movel.

Fig. 7. 49. Imaginemos hum ponto material A, impelido no mesmo instante pelas forças P, e Q, cujas direcções sejão entre si perpendiculares, e as intensidades taes, que o movel animado pela força P, percorra o espaço AB na unidade de tempo, e animado pela força Q, percorra na mesma unidade de tempo o espaço AC. He evidente, que sendo a direcção da força Q perpendicular á direcção da força P, a força Q não poderá augmentar, nem diminuir o effeito da outra força ao longo da recta AB, pois se acha na posição exactamente média entre as forças, que se somão, e as, que se destroem. Se pois supusermos, que a linha AB, movendo-se parallelamente

a si mesma, acompanha o movel A no seu movimento devido á força Q, o movel na unidade de tempo deverá percorrer AB em virtude da força P; mas em virtude da força Q o movel, e conseguintemente á linha AB, que o acompanha, achar-se-hão em a posição CD: logo tomando sobre CD a porção CD', igual a AB, o ponto D' será a situação do movel no fim da unidade de tempo; mas sendo AB parallela a CD', e igual a ella, será tambem BD' parallela a AC, logo o ponto D' será o extremo da diagonal do parallelogramo, descripto sobre as linhas, que representão a intensidade, e a direcção das forças, e a diagonal AD' deste parallelogramo será o caminho percorrido pelo movel na unidade de tempo, em virtude da acção das duas forças perpendiculares P, e Q.

Se pois tivermos hum movel animado por duas forças perpendiculares, poderemos sempre consideralo como animado por huma força unica, e igual em direcção, e intensidade á diagonal do rectangulo de que as forças primitivas são os lados: e reciprocamente, a huma força unica poderemos sempre substituir duas outras forças perpendiculares entre si, iguaes aos lados de hum rectangulo, de que a força primitiva seja a diagonal.

50. Seja agora o movel A animado por duas forças, cujas direcções, e intensidades sejão representadas pelas rectas AB, e AC, formando entre si hum angulo qualquer BAC: o caminho do movel será ainda neste caso, como no precedente, a diagonal AD do parallelogramo, descripto sobre as linhas, que representão a intensidade, e direcção das forças primitivas.

A' força AC podemos substituir as duas forças perpendiculares AF, e AH, huma no sentido da diagonal AD, a outra perpendicular a ella. Da mesma maneira, á força AB substituiremos as duas AG, e AE, huma no sentido de AD, e a outra perpendicular a esta direcção, e o movel poderá considerar-se como animado pelas quatro forças AF, e AG, nò sentido de AD, e AH, e AE, perpendiculares a AD, e oppostas entre si. Nos dois triangulos BDG, e ACF, rectangulos em G, e em F, temos $BD = AC$, por serem parallelas entre parallelas, e o angulo $BDG = CAF$, por serem BD, e AC parallelas, cortadas pela terceira AD: logo os triangulos, e todos os seus lados, e angulos homologos serão iguaes, será pois $BG = CF$; mas $BG = AE$ e $CF = AH$: logo $AH = AE$, e como estas duas forças são alem disto oppostas, o seu effeito sobre o movel será nullo; mas os dous triangulos dão tambem $DG = AF$, logo a somma $AG + AF$ das forças, que obrão sobre o movel no sentido da diagonal AD, será igual a $AG + DG = AD$, igual á diagonal inteira do parallelogramo, como pretendiamos demonstrar.

51. Sabemos pois reduzir a huma só duas forças, que entre si formão hum angulo qualquer, e do mesmo modo, substituir a huma força unica duas equivalentes, e cujas direcções nos sejão determinadas. Ora he evidente, que se ao mesmo ponto de hum movel se achar applicado hum numero qualquer de forças de direcções diversas, podemos reduzillas todas a huma resultante unica, equivalente a todas ellas, para o que, bastará achar a resultante de cada duas, reunir duas a duas estas resultantes, até parar em huma resultante unica. Similhantemente podemos a huma força unica substituir hum numero qualquer de equivalentes, dirigidas da maneira, que nos for necessaria.

52. O movel A sollicitado pelas forças, cujas direcções, e velocidades são AB, e AC descreve, como acabamos de ver, a diagonal AD do parallelogramo $ABDC$: se nos lembrarmos, que em todo o triangulo os lados estão entre si como os senos dos angulos oppostos, teremos no triangulo ABD, $BD : AB :: \text{Sen. } BAD : \text{Sen. } BDA$; mas $BD = AC$, e $BDA = DAC$: logo $AC : AB :: \text{Sen. } BAD : \text{Sen. } DAC$, quer dizer, que as forças componentes estão entre si na razão inversa dos senos dos angulos, que formão com a resultante.

Resultante das forças applicadas a pontos diversos do movel, e especialmente das forças parallelas.

53. Até aqui temos procurado determinar a resultante de hum systema de forças applicadas a hum mes-

mo ponto do movel: buscaremos agora determinar a resultante das forças applicadas em pontos diversos.

Seja a recta AB tirada nas suas extremidades por duas forças, de que AC, e BD representem as direcções, e as intensidades. Estas forças produzirão sobre a recta AB o mesmo effeito, quando as suppozermos tirando a dita recta nos sintidos AC, e BD, ou quando as concebermos impellindo-a nos mesmos sintidos, por meio de varas inflexiveis. Produzindo pois AC, e BD até se encontrarem em F, e tomando FG, e FH iguaes a AC, e BD, a recta estará nas mesmas circunstancias tirada por AC, e BD, ou impellida por FG, e FH, obrando por meio das varas inflexiveis GA, e HB: completando pois o parallelogramo das duas ultimas forças, a sua resultante será FI, que obrando sobre o corpo por meio da vara inflexivel IO, produzirá sobre elle o mesmo effeito, que a força $OP = FI$, que o tirasse no sintido OP. Esta força OP será pois a resultante das forças iniciaes AC, e BD. Fig. 9.ª

Do ponto O, ónde a direcção da resultante corta a recta AB, abaixemos sobre as direcções das forças componentes as perpendiculares OE, e OE'. Nos triangulos FOE, e FOE', rectangulos em E, e E', temos $OE' = FO.\ \text{Sen.}\ OFE'$: e $OE = FO : \text{Sen.}\ OFE$; das quaes se tira $OE : OE' :: \text{Sen.}\ OFE : \text{Sen.}\ OFE'$; mas por serem os angulos OFE, e OFE' formados pelas forças componentes FH, e FG com a resultante FI, temos $\text{Sen.}\ OFE : \text{Sen.}\ OFE' :: FG : FH$, logo será $OE :: OE' :: FG : FH$, ou, por ser $FG = AC$, e $FH = BD$, $OE : OE' :: AC : BD$, quer dizer, que as forças componentes estarão entre si na razão inversa das perpendiculares abaixadas do ponto por ónde passa a resultante sobre as suas direcções.

54. O producto de huma força pela perpendicular abaixada de hum ponto qualquer sobre a sua direcção chama-se o *momento statico*, ou simplesmente o *momento* daquella força, referida ao ponto, de que se trata. O ponto por ónde passa a resultante de duas forças, nos será pois dado pela igualdade dos momentos das forças componentes referidas áquelle ponto.

55. As considerações, que acabamos de expor, sendo independentes do valor do angulo, que entre si formão as forças componentes, serão ainda verdadeiras, quando este angulo for infinitamente pequeno, ou o que he o mesmo, quando as componentes forem parallelas. Neste caso a resultante será parallela ás componentes: passará por hum ponto tal, que as perpendiculares, que deste ponto se abaixarem sobre as componentes, serão reciprocas ás intensidades dellas: e o valor da resultante será a somma, ou a differença das componentes, conforme estas forem do mesmo, ou de signaes contrarios, quero dizer, obrarem no mesmo, ou em diversos sentidos.

Fig. 11. Supponhamos, por exemplo, a recta AB tirada pelas forças parallelas AC, e BD, taes que BD seja igual a $2AC$: a resultante passará pelo ponto E, tal que teremos, abaixando as perpendiculares EF, e EG, $AC \times EF = BD \times EG$, ou $AC \times EF = 2AC \times EG$, que dá $EF = \frac{2AC \times EG}{AC} = 2EG$.

Podemos pois não só a duas, mas a hum numero qualquer de forças parallelas, substituir huma força unica resultante de todas ellas, para o que bastará combinar duas a duas as forças primitivas, e depois duas a duas as resultantes parciaes, até parar em huma unica força, que será a resultante de todas ellas.

Movimento curvilineo.

56. Tendo demonstrado nos §§ 50, e 51, que o movel A sollicitado ao mesmo tempo por duas forças P, e Q, cujas direcções formão entre si hum angulo qualquer, descreve no seu movimento a diagonal do parallelogramo descripto sobre as linhas, que representão a direcção, e a intensidade das duas forças, ficará evidente o seguinte.

Se o movel A for impellido no sentido AB por huma força capaz de lhe fazer percorrer AB em hum tempo T, e se ao mesmo tempo o sollicitar no sentido AA' da vertical huma outra força capaz de lhe fazer percorrer AA' no tempo T: no fim daquelle tempo o movel achar-se-ha em C, tendo descripto a diagonal AC do parallelogramo das forças. Chegado o movel a C, se nenhuma nova força obrasse sobre elle, o seu movimento continuaria uniforme, e no sentido de $C\Phi$ continuação de AC, e no fim do tempo $2T$ o movel achar-se-hia em E, tendo percorrido $CE = AC$; mas se concebemos, que chegado o movel ao ponto C, sobre elle obra a força vertical, de maneira, que se fosse só fizesse percorrer ao movel no tempo T o espaço CD, o movel no fim do tempo $2T$ achar-se-ha em F, tendo percorrido CF diagonal do parallelogramo das forças CE, e CD, que simultaneamente o animárão. Chegado a F, se nenhuma nova força obrasse sobre o movel, este em virtude da velocidade adquirida continuaria com hum movimento uniforme a descrever $F\Phi'$ continuação de CF, e no fim do tempo $3T$ achar-se-hia em G, tendo descripto $FG = CF$; mas se suppomos, que no móvel chegado a F, a força vertical obra de maneira a fazer-lhe só por si descrever FH n'hum tempo T, o movel no fim do tempo $3T$ achar-se-ha em I, tendo descripto a diagonal FI do parallelogramo das forças, que simultaneamente o animavão em F. Continuando a discorrer da mesma maneira, he facil ver: que o movel, sollicitado por duas similhantes forças, descreverá huma serie de pontos, os quaes formarão huma parabola, quando suppozermos os intervallos T do tempo infinitamente proximos. Fig. 10.

Como vimos, que cessando em qualquer dos intervallos T, $2T$, $3T$, etc. a força vertical, o corpo tenderia a escapar-se na direcção do lado do perymetro, que descrevia, e que este lado no limite he o ponto da curva, em que o movel se acha, e a sua direcção a tangente á curva nesse ponto, segue-se: que cessando subitamente a força vertical, o movel continuaria a sua marcha uniformemente, e com a velocidade adquirida, ao longo da tangente ao ponto da curva, em que se achasse no momento da cessação daquella força.

57. Supponhamos agora, que o movel se move em virtude de huma força de projécção da direcção, e Fig. 12.

intensidade AB, e sollicitado por huma tendencia, ou força attractiva para hum ponto fixo, segundo a linha AC: se a velocidade, que esta attracção póde communicar no primeiro intervallo de tempo, fôr AE, o movel no tempo T descreverá AD, no fim deste tempo tenderá com a força adquirida a descrever DF igual, e continuação de AD; mas como a attracção para o ponto fixo o attrahe communicando-lhe huma velocidade DE', o movel no tempo $2T$ descreverá DF', e assim por diante. Descreverá pois o movel em torno do ponto E hum polygono, cuja relação de angulos, e lados dependerá da relação das forças central, e da projécção em cada caso particular. No limite este polygono, como o do caso antecedente, poderá ser considerado como huma curva, de que a relação das forças determinará a equação: e prova-se em mechanica, que, sendo a força attractiva proporcional á massa, e reciproca ao quadrado das distancias, a curva será sempre huma daquellas, a que os geometras dão o nome de secções cónicas, por poderem ser produzidas pela secção da pyramide conica por hum plano. Alem disto o movel neste caso, como no precedente, escapar-se-hia pela tangente á curva no ponto, em que viesse a cessar a acção attractiva, que o obriga a girar em torno do ponto C. Esta força, a que chamamos tangencial, em virtude da qual o corpo tende a escapar-se pela tangente, he evidentemente susceptivel de decompor-se em huma perpendicular, e outra parallela, mas opposta á força attractiva para o ponto C, força a que damos o nome de centripeta, e por conseguinte áquella, que lhe he opposta, chamamos força centrifuga.

Hum grande numero de phenomenos naturaes devem a sua existencia á força centrifuga, produzida pelo movimento curvilineo. Citaremos sómente algumas experiencias, em que esta força se manifesta com toda a evidencia.

Suspenda-se em hum cordão hum vaso cheio de agua, e faça-se voltar o vaso no plano vertical: a agua não cahirá do vaso; ainda quando este descreve a parte superior da curva, na qual o orificio do vaso se acha voltado para baixo. He evidentemente a força centrifuga gerada pelo movimento curvilineo, quem neste caso impede a quéda natural á agua, como a todos os córpos pesados.

Se se faz voltear huma pedra em huma funda, e subitamente se larga hum dos cordões da funda, a pedra escapa-se zunindo, e a sua direcção he a tangente ao ponto da curva descripta pela funda, no qual o cordão foi largado, e extincta por conseguinte para a pedra a força centripeta.

Gravidade.

58 Huma propriedade quasi tão geral da materia, como as que precedentemente temos estudado, he a attracção reciproca das particulas materiaes, da qual sómente carecem certos agentes physicos, que, por isso mesmo, não ousaremos asseverar serem córpos particulares, e que talvez sejão sómente modificações accidentaes da materia. Tirados estes agentes, todos os demais córpos da natureza manifestão igualmente esta propriedade.

59. A attracção reciproca, por outro modo gravitação, he huma propriedade, em virtude da qual as particulas materiaes tendem a pôr-se em contacto, e a elle chegarião effectivamente, se outras causas a isso se não oppozessem.

Supponha-se huma hastea inflexivel, e horisontal Fig. 13. AB, suspensa no seu meio por hum fio sem torção, e nas extremidades desta hastea as duas esferas A, e B, destas esferas aproximem-se as duas A', e B'. A hastea horisontal, visto estar suspensa por hum fio sem torção, tende á permanecer na posição AB; mas em virtude da acção das esferas A', e B' toma huma nova posição A'' B'': logo as esferas A', e B' attrahírão as esferas A, e B, e as obrigárão a aproximar-se dellas, sendo, o que as impedio de chegar ao contacto a resistencia procedida da torção, que toma o fio na posição A'' B''. Tanto maior fôr a massa dos córpos, tanto maior será a força total de attracção, e fazendo variar a distancia entre os córpos, que se attrahem, acha-se, que a força de attracção he reciproca ao quadrado das distancias. Nos phenomenos astronomicos, dependentes da attracção dos diversos astros, he que esta lei melhor se observa, e se verifica.

60. Em virtude da attracção da massa da terra para a dos córpos existentes na sua superficie he que estes tendem continuamente a precipitar-se na direcção, a que chamamos vertical. Esta attracção dos graves para a terra chama-se particularmente *gravidade*.

61. A gravidade, sendo huma propriedade inherente as particulas materiaes, e independente do arranjo, e disposição destas particulas, deve ser a mesma para todos os aggregados de molleculas materiaes, quero dizer, para todos os córpos, qualquer que seja a sua natureza particular, todos elles devem, sendo abandonados a si mesmos, precipitar-se da mesma maneira, e com a mesma velocidade, cahindo de alturas iguaes em tempos iguaes.

Para melhor conceber esta verdade consideremos, que dois córpos sejão abandonados da mesma altura no mesmo instante, e que a massa de hum delles seja m, quer dizer, contenha m particulas materiaes, e a massa do outro seja m': se representarmos por f a força, que tende a fazer cahir huma mollecula material, a somma das forças, que tendem a fazer cahir o primeiro corpo será mf, e a somma das que tendem a fazer cahir o segundo será $m'f$; mas a velocidade, que tem hum corpo em movimento he igual á força dividida pela massa do corpo, logo designando por v a velocidade do primeiro corpo, por v' a velecidade do segundo, teremos $v = \frac{mf}{m} = f$, e $v' = \frac{m'f}{m'} = f$: logo $v = v'$, e por tanto os córpos chegarão no mesmo instante á susuperficie da terra.

A experiencia parece porém contradizer esta verdade: por quanto, se de huma altura qualquer se deixão cahir simultaneamente huma bola de chumbo, huma penna, ou hum flóculo de lã, ou ainda hum bocado de papel, o chumbo chegará muito primeiro ao sólo, e cada hum dos outros córpos descerá depois com velocidades desiguaes. Esta anomalia he porém somente apparente, e devida a huma causa externa, que he a resistencia do ar, que os córpos são obrigados a atravessar na sua quéda, a qual resistencia he tanto maior, quanto he maior o volume dos córpos relativamente ás suas massas: e por conseguinte, tanto menos massa tem hum corpo relativamente ao seu volume, tanto mais lento deve ser o seu descenso no ar, e em geral em todos os meios resistentes. Existe hum meio, que para o diante conheceremos, de tirar quasi totalmente o ar de hum espaço, e se em hum tubo de vidro, privado do ar por aquelle meio, se fazem cahir juntamente os córpos, que indicámos, velos-hemos chegar no mesmo instante ao baixo do tubo vasio, e acompanhar-se na sua quéda.

62. Quando a causa qualquer, que sustenta hum corpo suspenso, vem a cessar, o corpo começa immediatamente a descer; mas, por estar em movimento, não perde em nada a faculdade de ser attrahido: logo a gravidade obra sobre elle a cada instante, e lhe communica gráos iguaes de velocidade. O movimento de hum corpo cahindo livremente deve pois ser hum movimento uniformemente accelerado, e nelle devem achar-se verificadas as condições, que mostramos (§ 40) pertencerem a esta especie de movimento.

Seria mui difficil, ou quasi impossivel verificar as leis do movimento accelerado no descenso de hum grave abandonado a si mesmo, por causa da rapidez extrema da sua quéda; he pois forçoso usar de hum artificio, que, sem alterar a lei do movimento, o torne assaz lento para ser medido, e observado. A machina, de que para este fim faremos uso, he conhecida pelo nome de machina de Athoud, physico inglez, a quem he devida a sua invenção. Esta machina funda-se no principio seguinte, cuja verdade he de si evidente: « Se hum » corpo, que se move segundo huma lei qualquer, he » obrigado a communicar em todos os instantes a sua » quantidade de movimento a hum outro corpo, que del» le carece, a sua velocidade será diminuida na razão

» da massa do dito corpo; sem que a lei do movimento » seja alterada. » Com effeito supponhamos, que o corpo só se move de tal maneira, que as velocidades nos instantes successivos sejão M, N, O, P, &c., quando o fizermos repartir o seu movimento com a massa inerte x, sendo a sua propria massa x', as velocidades successivas serão $\frac{M}{x+x'}$, $\frac{N}{x+x'}$, $\frac{O}{x+x'}$, $\frac{P}{x+x'}$, &c.: ora he claro, que $M : N : O : P :$ &c. $:: \frac{M}{x+x'} : \frac{N}{x+x'} : \frac{O}{x+x'} : \frac{P}{x+x'} :$ &c. isto he, que a lei he a mesma em hum, e outro caso.

Fig. 18. A machina de Athoud, despojada de quanto diz respeito á perfeição de construcção, tendente a diminuir o effeito das fricções, reduz-se a huma roldana A, e a huma escala vertical BC dividida em partes iguaes, e na qual corre hum descanço, ou pouso D, que se fixa n'huma divisão qualquer, e huma argola E, similhantemente movel, e susceptivel do mesmo modo de fixar-se em qualquer divisão da escala. De hum, e outro lado da roldana se achão suspensos no mesmo fio os pesos iguaes P, e P', e a este ultimo póde adaptar-se hum pequeno peso addicional G, o qual quando está collocado sobre o peso P', e este vem a passar por dentro da argola E, fica nella suspenso. Isto entendido, eis-aqui como se verificão as leis do movimento uniformemente accelerado na quéda dos graves.

Fixe-se v. gr. o pouso D na divisão 4, e tendo na mão hum relogio, que marque segundos, deixe-se cahir o peso G, arrastando com sigo os pesos P e P', a que está ligado, e que reciprocamente se equilibrão: contem-se os segundos, que emprega em chegar a D, e supporemos serem 4: ora segundo a lei, *os espaços percorridos são entre si como os quadrados dos tempos*: logo o espaço, que o movel percorrerá em 8″ será 16 divisões: por conseguinte fixando o pouso D na divisão 16, e contando os segundos, o corpo deverá empregar 8″ em descer as 16 divisões, e vir tocar o pouso.

Sabemos (§ 40), que se hum corpo se move com movimento uniformemente accelerado pelo tempo T, percorrendo hum espaço E, se a causa acceleratriz vem a cessar no fim daquelle tempo, e o movel continua a mover-se com a velocidade adquirida por hum novo tempo igual ao primeiro, o espaço, que nelle percorrerá, será $2E$. No nosso systema de córpos a gravidade obra com fructo sómente sobre o peso addicional G; pois que os outros dois se fazem reciprocamente equilibrio: se pois n'hum momento qualquer supprimirmos o peso addicional G, a causa acceleratriz cessará de obrar, e o systema continuará a mover-se sómente em virtude da velocidade adquirida. Fixe-se pois a argola E na divisão 4, e o pouso D na divisão 12, e deixe-se partir o peso G, contando os segundos: o systema no fim de quatro segundos, chegará á argola, ônde largará o peso G, e continuando a mover-se com a velocidade adquirida, no fim de outros $4''$ achar-se-ha no pouso D: quer dizer, 8 divisões alem daquella, em que cessou a acceleração, conforme o determina a lei.

63. Fica pois completamente demonstrado, que a força de gravidade he huma força acceleratriz constante, e que os graves cahem com hum movimento uniformemente accelerado, modificado unicamente pela resistencia do meio, que atravessão.

Centros de Gravidade.

64. Prova-se em mechanica, que todas as vezes, que as molleculas de huma esfera exercem huma acção proporcional á massa, e reciproca ao quadrado das distancias, a acção da esfera he tal sobre qualquer ponto situado dentro, ou fóra della, como se toda a massa da esfera se achasse reunida em hum ponto unico, que fosse o centro da esfera. Assim a acção attractiva da esfera terrestre sobre hum corpo qualquer he a mesma, que se toda a massa da terra se achasse reunida no seu centro: conseguintemente a direcção da gravidade em cada ponto he o raio da terra naquelle mesmo ponto.

Deste principio se segue: que as direcções da gravidade nos diversos pontos são rectas convergentes; mas como o raio da terra he incomparavelmente maior, que a distancia entre os córpos, que de ordinario submettemos ás nossas experiencias, podemos sem erro sensivel suppor parallelas as direcções da gravidade, em quanto nos conservarmos dentro destes limites de distancia.

65. He evidente, que sabendo nós calcular por onde passa a resultante de hum numero qualquer de forças parallelas, ser-nos-ha possivel achar pelos meios, que nos fornecem a geometria, ou a analyse, o ponto de hum corpo qualquer de figura regular, pelo qual passa a resultante das acções da gravidade, e neste ponto residirá propriamente a força gravitante do corpo: pois que sustentado elle contra a acção da gravidade, todo o corpo ficará em equilibrio, qualquer que seja aliàs a posição das suas partes relativamente a este ponto. O ponto, em que pelo modo exposto reside propriamente a acção gravitante de hum corpo, he o que chamamos o seu *centro de gravidade*. A mechanica nos dá as formulas analyticas, por meio das quaes podemos achar o centro de gravidade dos diversos solidos regulares; porêm podemos resolver experimentalmente este problema, qualquer que seja a figura do corpo, e seja, ou não homogenea a materia, que o constitue.

Fig. 15. Seja dado o corpo A, cujo centro de gravidade, que procuramos, existe em C. Suspendamos este corpo por hum ponto qualquer B, que não seja o centro de gravidade: como a acção da gravidade sobre o corpo obra do mesmo modo, que se toda a materia delle estivesse concentrada em C, o ponto C, que não está suspenso cahirá, e não o podendo fazer verticalmente, por causa da suspensão em B, descreverá o arco CC', até que venha collocar-se na vertical da suspensão. Se tirarmos pois a vertical BD, estaremos certos, que nella existe o centro de gravidade. Suspendamos agora o corpo por outro ponto B', o centro de gravidade virá necessariamente collocar-se na nova vertical $B'D'$ da suspensão: logo se o centro de gravidade está forçosamente em BD, e em $B'D'$, estará no ponto C ônde estas

rectas se cruzão, unico ponto commum a ambas ellas.

66. Da importante propriedade, que tem o centro de gravidade de reunir em si a resultante das acções attractivas da terra, resulta: que he necessario para hum corpo poder permanecer em equilibrio, que a vertical, que passa pelo seu centro de gravidade, cáia sobre a base do corpo. Daqui se segue tambem, que hum corpo terá hum equilibrio tanto mais estavel, quanto a sua base fôr maior relativamente á altura, e quanto a sua massa estiver mais reunida para a proximidade da base: circunstancias todas tendentes a descer a posição do centro de gravidade, e a estender por conseguinte as posições de equilibrio.

O habito dá ao homem, assim como aos outros animaes, os mais promptos, e exactos conhecimentos a este respeito: delles dimanão as diversas posições, que repentinamente tomão os animaes para manter-se em equilibrio, quando huma causa qualquer desarranja a posição ordinaria do seu centro de gravidade. Estes movimentos, que o vulgo attribue ao instincto, só pódem ser devidos ao habito insensivelmente adquirido á força de reiteradas experiencias.

67. Se a hum corpo se applicar huma força, cuja direcção seja tal, que nella se ache o centro de gravidade do corpo, todas as molleculas tomarão hum movimento de translação parallelamente humas ás outras, sem que se manifeste outro algum movimento. Se porêm a direcção da força passar por fóra do centro de gravidade, o corpo poderá tomar hum movimento de translação, acompanhado sempre de hum movimento de rotação em tôrno de hum eixo, que passará pelo centro de gravidade, e cuja direcção a mechanica nos ensina a achar, dadas as condições, e a relação das forças nas diversas partes do movel.

Peso dos Córpos, e Balança.

68. Sendo a acção da gravidade a mesma sôbre todas as particulas da materia: quanto maior fôr o numero

das particulas materiaes, que compõe hum corpo, tanto maior será nelle a resultante das acções da gravidade: isto he, quanto maior fôr a massa de hum corpo, tanto maior esforço será necessario empregar para obstar á sua quéda.

O esforço, que hum corpo faz para precipitar-se, ou, o que he o mesmo, aquelle, que he preciso empregar para resistir á sua quéda, he, o que chamamos *peso* de hum corpo, e do que dissémos, se segue: que os pesos dos córpos são proporcionaes ás suas massas.

69. Se as nossas faculdades nos permittissem isolar, e conhecer os atomos dos córpos, teriamos nelles as unidades naturaes tanto de peso, como de massa; mas na impossibilidade, a que nos reduzem as nossas faculdades, de chegar a isolar estas unidades naturaes, vemos-nos na necessidade de fixar para termo de comparação em peso, assim como o fizemos em volume, huma grandeza invariavel, que nos sirva de unidade. No systema metrico, que adoptámos, a unidade de peso he o grama, que vem a ser o peso de hum centimetro cubico de agua distilada na temperatura do seu maximo de condensação: isto he, entre 3°,43 e 4°,44 do thermometro centigrado. Destas unidades 10 fórmão o decagrama: 100 o hectograma: 1000 o kylograma: finalmente 1000000 de gramas constitue o myriagrama. Da mesma maneira 0,1 de grama constitue o decigrama: 0,01 o centigrama: e 0,001 o miligrama.

70. Para comparar entre si os pesos dos córpos, faz-se uso de hum instrumento, a que se dá o nome de *balança*.

Fig. 16. Supponhamos huma hastea inflexivel AB, nas suas extremidades suspensas as duas massas iguaes C, e D, e a hastea horisontal apoiada em F sôbre hum ponto fixo, como v. gr. o gume de hum cutelo, ou cunha f. Para que a hastea se sustente em equilibro, he necessario, que a resultante das acções da gravidade sôbre $CABD$ passe por F, o que terá lugar, supposta sem peso a hastea, quando os momentos das forças parallelas referidos a F forem iguaes: quer dizer, quando o peso de C multiplicado por AF, fôr igual ao peso de D multiplicado

por FB: e se suppozermos $AF = BF$, será o peso de C igual ao peso de D: conseguintemente a massa de C igual á massa de D; pois que as massas são proporcionaes ao peso (§ 68).

71. Sôbre este principio simplicissimo he que se funda a construcção, e o uso das balanças; porêm para obter deste instrumento toda a precisão, e commodidade, que exigem as observações, são necessarias diversas attenções miudas de construcção. A balança de Fortin, constructor de instrumentos de physica em París, sendo a mais perfeita, de que temos conhecimento, a sua descripção fará ver as attenções, de que pertendemos fallar, e que são essenciaes a toda a balança rigorosa.

72. A balança de Fortin compõe-se em primeiro lugar de huma barra de aço assás forte para ser inflexivel, e cujas duas partes CA, e CA' são o mais iguaes possivel, tanto em massa, como em comprimento. Esta barra he atravessada no ponto C por hum prisma triangular, ou cutello, o qual deve situar-se alguma cousa por cima do centro de gravidade da barra AA'; pois de outra maneira não seria possivel obter da balança hum equilibrio estavel; visto que com a menor alteração de posição, o centro de gravidade cahindo fóra da vertical da suspensão, a balança virar-se-hia. Se porêm cahissemos no extremo opposto: quer dizer, se se puzesse o cutello muito por cima do centro de gravidade, a balança tornar-se-hia muito pouco sensivel, e incapaz de apreciar leves differenças no peso dos córpos. Fig. 17.

O cutello de suspensão he feito de hum aço mui duro, e muito aguçado, e pousa no alto da columna SG em dois planos de cristal de rocha, de agatha, ou de aço muito rijo, e perfeitamente polidos.

Os pratos P, e P' da balança são unidos á hastea horisontal, ou braço AA', de huma maneira tal, que o seu movimento he livre em todos os sintidos, a fim de conservarem sempre a posição vertical. Huma agulha comprida DS, fixada no braço a angulos rectos, desce ao longo do pé GS do instrumento, a fim de indicar n'hum arco dividido em partes iguaes, e cujo zero corresponde á vertical de suspensão, o equilibrio completo, e estacionario, ou a igualdade de amplitude das oscilações, que tem lugar quando as massas, que carregão a balança, são sensivelmente iguaes.

Finalmente duas columnas móveis por hum mechanismo, que existe na base do instrumento, sóbem, ou descem por meio de huma manivela, para aliviar o cutelo do peso do braço, quando se não usa da balança: para fixar o braço, quando se mudão os pesos, ou para deixar livre, quando se retirão, o movimento da balança. Huma caixa de vidraças construida convenientemente preserva o instrumento da acção das agitações do ar: e hum nivel de ar permitte dar á base da balança huma posição perfeitamente horisontal, condição essencial para a certeza das suas indicações. As balanças de Fortin são assás bem construidas, para serem sensiveis a hum myligrama, carregadas com hum kylograma em cada prato.

73. A pesar de todo o cuidado, que se possa pôr em tornar iguaes os braços AC, e $A'C$ da balança, não he possïvel attingir na pratica huma igualdade rigorosa. He por outra parte evidente, que todas as indicações da balança no modo ordinario de pesar se fundão nesta igualdade. Possuimos porêm felizmente hum méthodo, pelo qual no uso da balança nos tornamos completamente independentes do comprimento dos seus braços. Este méthodo, chamado de Borda, por ser elle o primeiro, que o empregou, consiste em collocar o corpo no prato P, por exemplo: equilibralo perfeitamente com grãos de chumbo, ou arêa, collocada no prato P': tirar depois o corpo, e fazer equilibrio á massa de chumbo, ou arêa, com hum peso conhecido, que evidentemente será o peso do corpo, quaesquer que sejão os comprimentos dos braços da balança. Este methodo, dependendo de duas operações de pesar, exige para ser rigoroso, o maior cuidado em não dar sacudidelas á balança no mudar dos pesos, a fim de que o cutelo pouse rigorosamente do mesmo modo em huma, e outra operação: o que se consegue na balança de Fortin, apoiando o braço com as columnas móveis, quando se fazem as ditas mudanças.

Descenso dos graves pelos planos inclinados.

74. Seja o plano inclinado AC, e sôbre elle o movel M: representemos por ME a acção da gravidade, a qual tende a fazer descer o movel verticalmente; porêm a resistencia do plano AC oppõe-se á quéda vertical; mas não póde destruir inteiramente o effeito da gravidade por não ser perpendicular á sua acção. Decomponhamos a força ME nas duas MF, e MD, a primeira perpendicular, e a segunda parallela ao plano AC: a força MF será inteiramente destruida pela resistencia do plano AC: a força MD pelo contrario será toda effectiva, e fará descer o movel ao longo do plano. Fig. 18.

Por ser o triangulo MFE similhante ao triangulo ABC: teremos FE, ou $MD : ME :: AB : AC$, donde se tira $MD = \frac{AB}{AC} ME$; mas o coefficiente $\frac{AB}{AC}$ he constante: logo MD variará segundo a mesma lei que ME; e por conseguinte a quéda ao longo de hum plano inclinado far-se-ha da mesma maneira: quero dizer, segundo a mesma lei, que a quéda vertical dos graves. As velocidades absolutas só serão diversas nos dois casos. Sendo em geral: *as velocidades da quéda por diversos planos inclinados proporcionaes ás suas alturas, e reciprocas aos seus comprimentos.*

75. Se dois móveis m, e m' partirem ao mesmo tempo do ponto A, o primeiro seguindo a vertical AB, o segundo o plano inclinado AC: a velocidade do primeiro estará para a do segundo, assim como $AC : AB$. Por conseguinte, se representarmos por E, e por E' os espaços percorridos pelos dois móveis em hum mesmo tempo T, teremos $E : E' :: AC : AB$. Se pois AB for o espaço percorrido por m no tempo T, abaixando de B sôbre AC a perpendicular BD, AD será o espaço percorrido pelo movel m' no mesmo tempo, pois pela similhança dos triangulos ABC, e ABD, temos $AB : AD :: AC : AB$: logo $E : E' :: AB : AD$, e por tanto $E' = AD \frac{E}{AB}$; mas $E = AB$, conseguintemente $\frac{E}{AB} = 1$: logo $E' = AD$. Fig. 19.

Fig. 20. 76. Se do ponto A da circumferencia de hum circulo partirem ao mesmo tempo dois móveis, hum ao longo do diametro vertical AC, outro da corda qualquer AB, os tempos do descenso de ambos até tornar a encontrar a circumferencia serão iguaes. Ao ponto C tiremos a tangente CD, que vá encontrar em D a corda AB produzida, e do ponto C tire-se BC. DC tangente do circulo em C, será perpendicular ao diametro AC: o angulo ABC, que tem por medida metade do arco comprehendido entre os seus lados, isto he, metade da semicircumferencia será recto: logo o triangulo ABC he similhante ao triangulo ADC, e teremos $AC : AB :: AD : AC$. Mas vimos (§ 74) que os espaços percorridos no mesmo tempo ao longo da vertical, e do plano inclinado são entre si como o comprimento do plano para a sua altura: logo o espaço percorrido pelo movel, que cahe pelo diametro, estará para o espaço percorrido pelo movel, que desce pela corda, assim como $AD : AC :: AC : AB$. E como a corda AB he huma qualquer: segue-se que, *se hum numero qualquer de móveis partirem no mesmo tempo de hum ponto da circumferencia, cada hum por huma recta diversa, todos no mesmo tempo se acharão nos pontos, em que as rectas, que percorrerem, cortão a circumferencia.*

Fig. 19. 77. Vimos que o tempo empregado em correr AD ao longo do plano inclinado AC he o mesmo, que o movel gastaria em percorrer AB, cahindo verticalmente: sabemos além disto, que no movimento accelerado os espaços percorridos estão entre si como os quadrados dos tempos: se pois designarmos por T o tempo, que o movel emprega em percorrer AB, e por T' o que emprega em percorrer AD, ou, o que he o mesmo, em cahir por AB, teremos $T^2 : T'^2 :: AC : AD$; mas por causa da similhança dos triangulos ABC, e ABD temos $AC : AB :: AB : AD = \frac{AB^2}{AC}$: logo $T^2 : T'^2 :: AC : \frac{AB^2}{AC} :: AC^2 : AB^2$, ou, tirando a raiz quadrada de todos os termos, $T : T' :: AC : AB$, isto he: *o tempo, que o movel gasta em descer por qualquer plano inclinado, está*

para o tempo, que empregaria em cahir perpendicularmente da mesma altura, como o comprimento para a altura do plano.

78. Sejão os dois planos diversamente inclinados AC, e AB, cuja altura commum seja AD: designemos por c, e c' os comprimentos dos dois planos, e por a a sua altura: chamemos do mesmo modo T, T', e t os tempos empregados em correr AC, AB, e AD. Pela proposição acima teremos $T : t :: c : a$, que dá $T = \frac{ct}{a}$, Fig. 21.

e do mesmo modo $T' : t :: c' : a$, que dá $T' = \frac{c't}{a}$,

logo $T : T' :: \frac{t}{a} c : \frac{t}{a} c' :: c : c'$, isto he: *que os tempos gastos em descer da mesma altura nos planos diversamente inclinados estão entre si, como os comprimentos dos planos.*

79. Representemos por c o comprimento de hum plano inclinado, e por a a sua altura: seja v a velocidade do movel, que desce ao longo do plano, e v' a do movel, que se precipita pela vertical. Em o primeiro instante do movimento dos móveis provámos (§ 74), que

$v : v' :: a : c$, que dá $v' = \frac{vc}{a}$: ambas estas velocidades

crescem segundo a lei do movimento uniformemente accelerado, sendo conseguintemente proporcionaes aos tempos: logo a velocidade do corpo, que se precipita pela

vertical, será no fim do tempo T igual a $Tv' = T\frac{vc}{a}$.

Do mesmo modo a velocidade do corpo, que desce ao longo do plano inclinado, será no fim do tempo T' igual a $T'v$. Por consequencia, quando o corpo descendo pelo plano, e o corpo cahindo pela vertical tiverem a mesma velocidade, será $\frac{Tvc}{a} = T'v$, ou $Tvc =$

$T'va$, ou $Tc = T'a$, que nos dá $T : T' :: a : c$; o que significa, que as velocidades serão as mesmas para ambos os móveis, quando o tempo do descenso pela vertical estiver para o do descenso pelo plano, como a altura para o comprimento do plano; mas mostrámos no § 77, que o tempo que o movel gasta em cahir pela vertical, està para o que emprega em descer por hum plano inclinado da mesma altura como a altura para o comprimento do plano: logo a condição da igualdade de velocidade tem lugar entre os dois móveis, quando ambos se achão na mesma linha horisontal: e como esta demonstração he independente da maior, ou menor inclinação do plano: segue-se, *que a velocidade de hum movel he sempre a mesma, quando cahe de huma mesma altura, qualquer que seja a inclinação da linha de descenso.*

80. Pois que as diversas inclinações dos planos não tem influencia sobre a velocidade final, que hum corpo adquire, quando por elles desce de huma dada altura: segue-se, que esta velocidade final será ainda a mesma se o movel descer por huma curva qualquer; pois que toda a curva póde ser considerada como hum ajuntamento de planos infinitamente pequenos, e diversamente inclinados. Vistoque no ascenso dos córpos a huma altura dada ha hum consumo de força igual á adquirida pela quéda de huma igual altura: seguir-se-ha tambem, que por qualquer caminho, que descer hum movel da altura a, poderá com a velocidade adquirida subir á mesma altura a por hum caminho qualquer: e que, se o caminho por que se faz o descenso, fòr similhante á aquelle por ònde a ascenção deve ter lugar, os tempos gastos em descer, e subir serão iguaes.

81. Para terminar, o que temos a dizer sôbre o descenço dos graves por caminhos diversos, resta-nos provar: que os tempos, que hum movel emprega em descer por figuras similhantes, e similhantemente inclinanadas são proporcionaes ás raizes quadradas das dimensões homologas das figuras.

Fig. 22. Para o provar, sejão as duas figuras similhantes, e similhantemente inclinadas $ABCD$, e $abcd$. Os lados destas figuras serão percorridos com movimento uniformemente accelerado, no qual os espaços percorridos são proporcionaes aos quadrados dos tempos: seja pois o espaço AB percorrido no tempo T, o espaço BC no

tempo T', do mesmo modo o espaço ab no tempo t, o espaço bc no tempo t', teremos $T^2 : T'^2 :: AB : BC$, e similhantemente $t^2 : t'^2 :: ab : bc$; mas, por serem as duas figuras similhantes, temos $AB : BC :: ab : bc$; logo será $T^2 : T'^2 :: t^2 : t'^2$. Se nestas duas ultimas proporções invertermos os meios, e as reunirmos, teremos $T^2 : t^2 :: T'^2 : t'^2 :: AB : ab :: BC : bc$, ou $T^2 : t^2 :: AB : ab$, ou finalmente, tirando as raizes quadradas de todos os termos, $T : t :: \sqrt{AB} : \sqrt{ab}$, que he o principio, que pertendiamos demonstrar.

Do movimento de oscilação dos pendulos.

82. Dá-se em mechanica o nome de pendulo, ou mais propriamente de pendulo simples, á hum ponto material pesado, suspenso em hum ponto fixo por hum fio inextensivel, inflexivel, e sem peso. Postoque hum similhante instrumento não possa realisar-se na natureza, applicaremos a esta hypothese simples o que temos a dizer sôbre o movimento oscilatorio; reservando-nos indicar depois por que maneira se póde passar do conhecimento das leis do movimento deste pendulo ideal ao daquelles, que effectivamente podemos construir com os meios, que nos offerecem a arte, e a natureza. Fazendo alem disto abstracção da resistencia do ar, e das fricções, que nos usos physicos saberemos attenuar, à ponto de não perturbarem a exactidão das experiencias. Fig. 21.

83. Imaginemos o pendulo CA, desviado da posição vertical para huma nova posição CB, e ali abandonado a si mesmo. Se representarmos por BG a acção vertical da gravidade he evidente, que esta acção será em parte destruida pela resistencia do fio CB, cuja direcção he obliqua á vertical. Decomponhamos a força BG em BE directamente opposta á resistencia do fio, e por conseguinte destruida por ella, e BD perpendicular a esta direcção, e conseguintemente inteiramente effectiva. Em virtude desta ultima força o movel tenderá a mover-se para A, descrevendo o arco BA: e como em cada instante recebe da gravidade o mesmo

impulso, o seu movimento será accelerado; mas não uniformemente, pois que diminuindo o angulo *GBE* á medida que o pendulo desce, a força effectiva diminuirá com elle até ser nulla em *A*, de maneira que o movel, chegado a este ponto, só continua a mover-se em virtude da velocidade adquirida, a qual o fará subir ao ponto *B′* igualmente elevado a respeito de *A* para o lado opposto. Chegado ali, o movel descerá de novo, e tornará a subir a *B*, de donde cahira para subir novamente a *B′*, e assim por diante. Huma hida de *B* a *B′*, ou de *B′* a *B* he, o que chamaremos huma vibração, ou oscilação do pendulo, e chamaremos isochronas as vibrações, que se fazem no mesmo tempo: taes são evidentemente as que devem ter lugar no caso, que até agora temos ponderado.

84. Se a amplitude *BB′* das oscilações do pendulo *CA* for muito pequena, os arcos *BA* e *AB′* devem confundir-se com as suas cordas; mas hum corpo gasta em descer pela corda *BA* de hum circulo o mesmo tempo, que em cahir verticalmente pelo diametro, e o pendulo gasta em hir de *A* a *B′* o mesmo tempo que em vir de *B* a *A*: logo o tempo de huma oscilação será duplo do tempo do descenso de *B* até *A*, o qual sendo igual ao tempo, que o movel empregaria em cahir pelo diametro, ou pelo duplo do comprimento do pendulo, que he igual ao raio, segue-se: *que a vibração de hum pendulo se faz no mesmo tempo em que hum movel descreveria, cahindo livremente, quatro vezes o comprimento do pendulo.*

85. Quando dois pendulos de comprimentos diversos descrevem arcos de hum mesmo numero de gráos, as curvas do seu descenso são figuras similhantes, e similhantemente inclinadas. Continuando pois a assimilhar o movimento de hum pendulo, cujas oscilações são de mui pequena amplitude, ao do descenso de hum grave por hum plano ou curva inclinada, fica demonstrado (§ 81), que os tempos empregados no descenso são entre si como as raizes quadradas das dimensões homologas das figuras: logo se for *C* o comprimento de hum dos pendulos, ou o raio da curva do seu descenso, *C′* o

comprimento do outro pendulo, T o tempo da oscilação do primeiro, e T' o tempo da oscilação do segundo: teremos $T : T' :: \sqrt{C} : \sqrt{C'}$, donde se tirão $T' = \frac{T\sqrt{C'}}{\sqrt{C}}$, e $\sqrt{C'} = \frac{T'\sqrt{C}}{T}$. A primeira destas equações serve para, sendo dado em hum lugar qualquer o comprimento do pendulo cujas oscilações se fazem em hum segundo, determinar o tempo das oscilações de outro pendulo, conhecido o seu comprimento. A segunda serve para determinar o comprimento, conhecido o tempo das oscilações.

86. Se dois pendulos oscilarem em virtude de forças atractivas de intensidades diversas, e os seus comprimentos forem proporcionaes ás forças, que os animão, as oscilações destes pendulos serão isochronas. Com effeito, sejão CB, e cb os comprimentos dos dois pendulos, que estão desviados igualmente da vertical, de maneira que o angulo $ACB = acb$, sejão BG, e bg as intensidades da gravidade nos dois pendulos, e tenhamos $BG : bg :: CB : cb$. Decompondo as forças da gravidade em ambos os pendulos, em huma aniquilada pela resistencia do fio, outra perpendicular á sua direcção: esta ultima representará a acção effectiva da gravidade, ou a velocidade, que ella imprime ao pendulo no momento que consideramos: e suppondo que as amplitudes das oscilações são taes, que os arcos AB, e ab se confundão com as cordas: teremos o triangulo DBG similhante a BCA, e do mesmo modo o triangulo dbg similhante a bca, e estes similhantes áquelles, o que nos dará $BG : bg :: DG : dg$; mas $BG : bg :: CB : cb$. Logo $DG : dg :: CB : cb$. Sendo isto verdade para todos os pontos entre B, e A comparados aos seus correspondentes entre b, e a: segue-se, que as forças effectivas nos dois pendulos, ou as velocidades, que dellas dependem, são entre si como os comprimentos dos pendulos: logo os espaços percorridos no mesmo tempo serão entre si na mesma razão; mas o arco $BA : ba :: CA : ca$. Logo os arcos BA, e ba serão percorridos em tempos Fig. 24.

F 2

iguaes, e conseguintemente as oscilações, que durão o dòbro destes tempos, serão feitas em tempos iguaes, quero dizer, serão isochronas. Se representarmos pois por G a gravidade, que obra sôbre o pendulo do comprimento C, por g, a que obra sôbre o pendulo do comprimento c, e se os dois pendulos fizerem oscilações isochronas, será $G : g :: C : c$, que dá $g = \frac{Gc}{C}$, e $c = \frac{gC}{G}$. A primeira destas equações nos ensina a conhecer a intensidade da gravidade em hum lugar qualquer, sendo dada a dita intensidade em outro lugar, e os comprimentos dos pendulos, que nos dois lugares fazem oscilações isochronas. A segunda equação nos dá o comprimento do pendulo em hum lugar, sendo dado o comprimento do pendulo em outro, e a intensidade da gravidade em ambos os lugares.

Fig. 25. 87. Se os dois pendulos CA, e ca do mesmo comprimento, fizerem oscilações em tempos entre si como $T : mT$, como ambos percorrem nestes tempos espaços iguaes, será necessario, que as raizes quadradas das velocidades sejão na razão inversa destes tempos. Se pois o pendulo AB oscila no tempo T, e ab no tempo mT: sendo TV a velocidade do primeiro pendulo em huma posição B, V' a do segundo em huma similhante posição b: teremos $\sqrt{V} : \sqrt{V'} :: mT : T$; mas as velocidades são representadas por BE, e be: logo $\sqrt{BE} : \sqrt{be} :: mT : T$; porêm os triangulos similhantes BGE, e bge, dão $\sqrt{BE} : \sqrt{be} :: \sqrt{BG} : \sqrt{bg}$. Logo $\sqrt{BG} : \sqrt{bg} :: mT : T$. Quer dizer, que, se dois pendulos do mesmo comprimento fazem oscilações em tempos desiguaes, as raizes quadradas das acções attractivas, que os animão, são reciprocas aos tempos, que durão as oscilações.

88. Ficão pois demonstrados ácerca do movimento dos pendulos os seguintes principios:

1.° *O tempo da oscilação de hum pendulo he proporcional á raiz quadrada do seu comprimento.*

2.° *Sendo constante o tempo das oscilações, a gravidade, que obra sobre hum pendulo, he proporcional ao seu comprimento.*

3.° *Sendo constante o comprimento de hum pendulo, o tempo da duração das suas oscilações será reciproco á raiz quadrada da intensidade da gravidade.*

Isto tudo na hypothese de ser mui pequena a amplitude das oscilações.

89. Dissémos, que não he possivel obter hum pendulo simples qual, o que imaginámos para descubrir theoricamente as leis do movimento de oscilação; porêm antes de passar ao modo de reduzir pelo calculo hum pendulo qualquer a hum pendulo simples, convem notar, que nas experiencias de physica nos aproximamos sufficientemente do pendulo ideal, construindo-o com huma bola bastante pesada de platina, sustentada por hum fio de cobre, sómente assás grosso para sustentar a bolla sem estender-se, e ligado na outra extremidade a hum cutelo de aço bem polido, que repousa sobre dois planos de aço mui duro, de quartzo, ou agatha, a fim de que a fricção seja a menor possivel.

90. Imaginemos agora os dois pesos P, e P' suspensos em huma mesma vara inflexivel CP'. Estes pesos oscilando em torno do ponto C, e sendo sobre elles a mesma acção da gravidade, deverião ter em cada momento velocidades iguaes, se a circunstancia de estarem ambos ligados a huma mesma vara não obrigasse o peso P a mover-se mais lentamente que P': haverá pois hum ponto C' collocado entre P, e P', o qual se moverá mais rapidamente que P, e menos que P', e do mesmo modo, que se moveria o pendulo simples, cujo comprimento fosse CC'. Fig. 26.

Pelas linhas iguaes, e parallelas PA, $C'B$, e $P'D$ representemos o caminho, que cada hum dos tres pontos P, C', e P' farião na unidade de tempo, se se movessem livremente. He evidente: que estando estes pêsos prezos á mesma barra, os caminhos descriptos serão PA', $C'B$, e $P'D'$; logo o movimento de P he retardado pelo systema, e o movimento de P' accelerado. A força, que retarda P, he igual a $P \times AA'$: a força, que accelera P' he igual a $P' \times DD'$; mas estas forças obrão nas extremidades das alavancas CP, e CP': logo os seus effeitos serão proporcionaes a estas distancias: quer dizer, serão entre si como $P \times AA' \times CP : P' \times DD' \times CP'$; mas como a acceleração de P' he unicamente produzida pela retardação, que a inflexibilidade do systema produz em P, as expressões da acceleração de P', e da retardação de P devem ser iguaes: por conseguinte será $P \times AA' \times CP = P' \times DD' \times CP'$; mas nos triangulos similhantes BDD', e BAA' temos $AA' : DD' :: AB : BD$, ou como as suas iguaes $PC' : P'C'$. Logo $P \times PC' \times CP = P' \times P'C' \times CP'$. O ponto C', a que chamamos centro de oscilação, he pois tal, que multiplicando os pesos, que estão acima delle pelas distancias ao centro de suspensão, e oscilação: e do mesmo modo os que estão por baixo deste ponto, os productos de huns, e outros darão sommas iguaes.

Fig. 27. Isto posto, seja o pendulo formado por huma hastea inflexivel, á qual se achem ligados os quatro pesos P, P', P'', P''', e sejão as suas distancias ao centro de suspensão D, D', D'', D''': supponhamos que os pesos P, e P' estejão por cima, e os pesos P'', e P''' por baixo do centro de oscilação: chamemos x a distancia desconhecida do centro de suspensão ao de oscilação. As distancias dos pesos P, e P' ao centro de oscilação serão $x - D$, e $x - D'$: as distancias dos pesos P'', e P''' ao dito centro de oscilação serão $D'' - x$, e $D''' - x$. Formando pois a equação atraz indicada, teremos . . .

$$P.D(x-D)+P'.D'(x-D')=P''.D''(D''-x)+P'''.D'''(D'''-x)$$

effectuando os productos vem

$$PDx-PD^2+P'D'x-P'D'^2=P''D''^2-P''D''x+P'''D'''^2-P'''D'''x$$

ou

$$(PD+P'D'+P''D''+P'''D''')x=P''D''^2+P'''D'''^2+P'D'^2+PD^2$$

da qual se tira

$$x=\frac{PD^2+P'D'^2+P''D''^2+P'''D'''^2}{PD+P'D'+P''D''+P'''D'''}$$

Esta expressão nos ensina, que em geral para obter o comprimento do pendulo simples equivalente a hum pendulo composto dado, sommar-se-hão os productos de todos os pesos, que compõe o pendulo, pelos quadrados das suas distancias ao centro da suspensão: sommar-se-hão do mesmo modo todos os productos dos referidos pesos pelas suas distancias ao centro de suspensão, e dividir-se-ha a primeira somma pela segunda.

Equilibrio dos liquidos sensivelmente incompressiveis sob a acção da gravidade.

91. Chamamos *liquidos* a todos os córpos, cujas molleculas tem entre si tão pouca adherencia, que o impulso, que se applica em hum ponto qualquer da massa liquida se communica a toda ella em todas as direcções.

Seja o vaso A, e nelle as aberturas, e tubos que a fig. 16 nos representa. O tubo superior B tenha no seu interior hum embolo: imprimindo por meio deste embolo huma pressão na camada liquida superior do vaso ver-se-ha a dita pressão transmittir-se em todos os sintidos, e manifestar-se pelo ascenso do liquido em todos os tubos. Ver-se-ha mais nesta experiencia, que não só a pressão se communica pelos tubos em todas as direcções; mas que se communica em todas igualmente: visto que os ascensos de todas as columnas são rigorosamente iguaes. Fig. 28.

92. Desta transmissão igual das pressões em todos os sintidos, e da independencia, com que se movem as molleculas dos liquidos, he consequencia necessaria, que a superficie de hum liquido contido em hum vaso qualquer, e submettido á acção da gravidade, deve ser horisontal: isto he, perpendicular á acção da gravidade, direcção, a que se dá o nome de vertical.

Se he possivel, tenha a superficie de hum liquido contido no vaso AB, a posição obliqua AB relativamente á vertical. Consideremos nesta superficie huma mollecula qualquer m: representando por mo a acção da gravidade sôbre a mollecula m: esta acção poderá decompor-se nas duas mo' perpendicular, e mp parallela á superficie AB: a força mo' perpendicular á superficie Fig. 29.

AB he destruida pela resistencia das molleculas inferiores amparadas pelas paredes do vaso; porém a força *mp* fará correr a mollecula *m* no sintido de *A* para *B*, até que a componente parallela á superficie, força representada por *mp*, seja nulla, o que só póde ter lugar, quando a superficie *AB* fôr perpendicular a *mo*: quer dizer, for horisontal.

93. Sendo, como acabámos de demonstrar, a superficie de hum liquido em equilibrio sob a simples acção da gravidade sempre perpendicular á direcção daquella acção no ponto, que se considera: seguir-se-ha, que todas as vezes, que o vaso fôr assás extenso para que nelle as direcções da gravidade se não possão suppôr parallelas, a superficie do liquido será curva de tal maneira, que as direcções da gravidade, quer dizer proximamente os raios de huma esfera, sejão perpendiculares ás tangentes á dita curva nos seus diversos pontos: propriedade, que caracteriza huma superficie proximamente esferica. Tal seria rigorosamente a superficie dos mares, se causas externas á gravidade terrestre não complicassem as leis do seu equilibrio.

94. O impulso qualquer communicado a huma massa liquida transmittindo-se, como acima mostrámos, em todos os sintidos, os liquidos devem transmittir em todos os sintidos a acção da gravidade, e conseguintemente exercer huma certa pressão no fundo, e paredes dos vasos, que os contêm: procuremos determinar quaes serão estas pressões no fundo, e nas paredes dos vasos de diversas fórmas.

Fig. 30. 95. Seja *AB* a superficie de hum liquido contido no vaso cylindrico, cujo fundo he *CD*. Podemos considerar a massa liquida como a somma de hum numero infinito de columnas molleculares da altura *CB*; mas cada huma destas columnas exercerá no fundo, sôbre que se apoia, huma pressão igual ao peso de huma mollecula multiplicado pelo numero das molleculas, que existem na altura *CB*: logo a pressão de cada columna será proporcional á altura *CB*; porém alem disto a pressão sôbre o fundo será proporcional ao numero de columnas molleculares, que sôbre elle repousão, e este

numero he proporcional á grandeza da superficie do fundo: logo a pressão do liquido sôbre o fundo será igual a *CB* multiplicado pela superficie do fundo.

96. Tomemos agora na parede *BC* do vaso hum ponto qualquer *G*. A camada horisontal de molleculas fluidas *HG* póde ser considerada como fundo de hum vaso, cuja altura de liquido seria *GB*: logo a pressão sôbre cada elemento desta camada seria igual á superficie do elemento multiplicada pela altura *BG*. E por que as molleculas liquidas transmittem as pressões em todos os sintidos, a pressão horisontal de dentro para fóra em *G* será igual á superficie do ponto physico *G* multiplicada pela altura *BG* do liquido acima daquelle ponto.

Se suppozermos a parede do vaso dividida desde o fundo até á superficie em elementos iguaes, a pressão sôbre cada hum delles será *G* multiplicada pela altura correspondente; mas cada altura differe, da que a precede da mesma quantidade: logo estas alturas estarão em progressão arithmetica, e por conseguinte a pressão total sôbre a parede será *G* multiplicado pela somma dos termos de huma progressão arithmetica, que represente as alturas. Chamando pois a a altura sôbre o fundo, a altura sôbre o ultimo elemento sendo evidentemente zero, a somma dos termos será $\frac{a+o}{2}n$, sendo n o numero dos termos da progressão: quer dizer, o numero de elementos da superficie da parede: logo a pressão total sôbre a parede será $\frac{a}{2}nG$; mas nG he o numero dos elementos da parede multiplicado pela superficie de cada hum delles: isto he, a mesma superficie da parede, $\frac{a}{2}$ he metade da altura: logo a pressão, que hum liquido exerce na parede de hum vaso cylindrico, he igual á superficie da parede multiplicada por metade da altura total do liquido.

Se esta pressão, que o liquido exerce contra a parede *BC* de hum vaso livremente suspenso, não communica ao vaso hum movimento de translação, he porque o seu effeito he destruido pela pressão igual, e opposta, que o liquido exerce na parede fronteira do vaso: e com effeito se abrindo hum orificio naquella parede anullamos parte dessa pressão opposta, o vaso toma immediatamente hum movimento para o lado de BC, ônde existe hum excesso de pressão.

Fig. 31. 97. Seja agora o vaso conico inverso $ABCD$, examinemos qual he a pressão, que supporta o seu fundo. Para a achar supponhamos este vaso contendo outro cylindrico da mesma base, e altura, e de paredes infinitamente delgadas $A'B'CD$: neste caso o fundo supporta huma pressão igual a $CD \times A'C$; mas as paredes $A'C'$ e $B'D$ supportão de dentro para fóra as pressões $A'C \times \frac{1}{2} A'C$, e $B'D \times \frac{1}{2} A'C$: e de fóra para dentro em virtude do liquido contido nos vasos ACA', e BDB' as pressões iguaes $A'C \times \frac{1}{2} A'C$, e $B'D \times \frac{1}{2} A'C$: logo estas paredes são inuteis para o equilibrio, e conseguintemente se as tirarmos o liquido ficará no mesmo estado, que antes, e a pressão sôbre o fundo será sempre igual a $CD \times A'C$. O que nos mostra, que neste caso a pressão sôbre o fundo he menor, que o peso absoluto do liquido contido no vaso.

Fig. 32. 98. Seja agora o vaso conico $ABCD$, a pressão sôbre o fundo será ainda neste caso igual á superficie do fundo multiplicada pela altura do liquido. Para o provar supporemos este vaso cercado pelo vaso cylindrico $A'B'CD$ da mesma base: neste vaso o fundo supporta a pressão $CD \times CA'$; mas as paredes AC, e BD do vaso interior supportão em virtude do liquido contido no vaso $ACDB$ huma pressão normal á sua superficie igual a $AC \times \frac{1}{2} CA'$, e $BD \times \frac{1}{2} CA'$: e em virtude do liquido contido nos vasos externos ACA', e BDB' huma pressão opposta á primeira igual a $AC \times \frac{1}{2} AC'$, e $BD \times \frac{1}{2} AC'$: logo estas paredes estando entre pressões iguaes, e oppossas são inuteis ao equilibrio: e conseguintemente, existão, ou não existão, a pressão sôbre

o fundo será sempre a mesma, e igual a $CD \times CA'$. Quando o vaso he conico a resistencia das paredes equivale á pressão do liquido contido nos vasos complementares $A'CA$, e $B'BD$: logo em hum vaso conico a pressão sôbre o fundo póde ser muito maior, que o peso absoluto do liquido contido no vaso.

99. A proposição, que acabamos de demonstrar, de poder ser a pressão de hum liquido sôbre o fundo de hum vaso, muito superior ao peso absoluto do liquido nelle contido, parece necessariamente paradoxal ao principiante; mas lembrando-nos, que o peso do liquido depende unicamente, não da pressão absoluta, que elle exerce no fundo de cima para baixo; mas da differença entre as pressões, que as paredes do vaso experimentão de cima para baixo, e de baixo para cima o paradoxo desapparece immediatamente. Seja o vaso Fig. 33. $QAEFBDHC$, a pressão de cima para baixo sôbre o fundo, será $CD \times QH$ altura do liquido acima do fundo: a pressão contra a cuberta do vaso, ou face opposta ao fundo será de baixo para cima

$$(AB - EF)\, QF,$$

ou

$$(AB - EF)\,(QH - FH) = AB \times QH - EF \times QH - AB \times FH + EF \times FH:$$

logo a differença das pressões será

$$CD \times QH - AB \times QH + EF \times QH + AB \times FH - EF \times FH = CD \times QH - AB \times QF + EF \times QF$$

mas $AB = CD$:

logo a differença das pressões será

$$CD \times FH + EF \times QF:$$

quer dizer, igual ao peso absoluto do liquido.

100. De ser em geral a pressão de hum liquido sôbre huma superficie qualquer igual ao producto dessa superficie multiplicada pela altura do liquido acima della: segue-se, que em quaesquer tubos recurvados, a que damos o nome de sifões, o liquido em hum, e outro ramo subirá á mesma altura, o que a experiencia confirma todos os dias.

101. Se porêm dois liquidos forem taes, que o numero de molleculas materiaes contido na unidade de volume de hum seja x, e o numero de molleculas contido na unidade de volume do outro seja x': as co-

lumnas liquidas, que em hum sifão se fazem equilibrio, sendo cada huma de hum destes liquidos, deverão ter alturas reciprocas ao numero de molleculas contido na unidade de volume do seu liquido. Com effeito cada elemento da columna do primeiro liquido, tendo x molleculas, exerce huma pressão x, em quanto o elemento da columna do segundo liquido exerce huma pressão x', por ter x' molleculas: logo para produzir pressões iguaes serão necessarios numeros de elementos, que estejão entre si como $x' : x$; mas os numeros de elementos são dados pelas alturas das columnas: logo a altura da columna do primeiro para a altura da columna do segundo, como $x' : x$.

Equilibrio dos córpos mergulhados, e fluctuantes.

102. Se do liquido homogenio contido no vaso $ABCD$ isolamos pelo pensamento o volume $abcd$, este volume de liquido achar-se-ha em equilibrio: quer dizer, que no seu estado actual não tem sôbre elle acção effectiva a gravidade. Em qualquer profundidade do vaso, em que imaginemos collocado este volume em quanto estiver inteiramente mergulhado em hum liquido homogenio o seu peso será nullo; mas esta massa de liquido, que pelo pensamento isolamos, tem hum peso real igual ao seu volume multiplicado pelo peso da unidade do liquido, de que he formada: logo por isso, que quando está mergulhada o seu peso he zero: segue-se, que só pelo acto de estar mergulhada em hum fluido homogenio perde tanto do seu peso, quanto pésa o volume do fluido, que desloca.

Suppunhamos agora, que ao volume de liquido $abcd$ se substitue hum igual volume de outra substancia m vezes mais pesada: he evidente, que este corpo quando estiver mergulhado pesará menos, do que fóra do liquido, e a differença dos pesos será o peso de hum volume do liquido igual ao do corpo, ou o que he o mesmo, o peso do liquido deslocado.

Esta verdade he facil de deduzir dos conhecimentos, que já expuzemos sôbre as pressões, que os liquidos exercem nas varias partes de hum vaso. Com effeito seja o cubo *abcd*, e *ABCD* hum vaso de liquido, em que este cubo se ache mergulhado: as pressões exercidas pelo liquido sôbre as faces lateraes do cubo sendo iguaes, e oppostas destruir-se-hão: e conseguintemente o cubo não caminhará nem para a direita nem para a esquerda: a pressão de cima para baixo sôbre *ab* superficie superior he $ab \times aA'$: a pressão debaixo para cima he na superficie inferior *cd* igual a $cd \times cA'$: logo a differença das pressões he $ab \times aA' - cd \times cA' = cd \times ac$ de baixo para cima; mas $cd \times ac$ he o peso de hum volume de liquido igual ao do corpo: logo o esforço, que o liquido faz contra o peso do corpo mergulhado, ou a perda desse peso, he igual ao peso do liquido deslocado.

Para tornar esta importante verdade patente pela experiencia, tome-se huma balança, na qual se pezem o cylindro ôco *A*, e o cylindro macisso *B*, que enche perfeitamente a capacidade do primeiro: pese-se depois o mesmo systema; mas mergulhando na agua do vaso *C* o cylindro *B*. O equilibrio não será já o mesmo; mas o systema terá perdido do seu peso. Se porêm juntarmos, enchendo de agua a capacidade de *A*, hum volume de agua igual, ao que *B* desloca, o equilibrio primitivo restabelecer-se-ha de novo. Fig. 34.

103. De perder hum corpo mergulhado em hum liquido huma parte do seu peso igual ao peso do fluido, que desloca: segue-se evidentemente.

1.° Que se debaixo do mesmo volume o corpo, e o liquido tiverem o mesmo peso, o primeiro ficará em equilibrio em qualquer profundidade, em que no interior do liquido o colloquemos.

2.° Se o peso do corpo fôr superior ao do liquido debaixo do mesmo volume, o corpo descerá no liquido até encontrar huma resistencia estranha, que suspenda a sua queda.

3.° Se porêm o corpo pezar menos, que o liquido debaixo do mesmo volume, o corpo ascenderá no liquido, até que tenha somente mergulhada huma parte tal, que o volume do liquido por essa parte deslocado seja igual em peso ao peso total do corpo.

A hum corpo nestas circunstancias dá-se o nome de *corpo fluctuante.* Daqui resulta igualmente, que hum corpo póde precipitar-se em hum liquido, e fluctuar sôbre outro, que debaixo de hum mesmo volume tenha hum peso mais consideravel: assim v. gr. o azeite de oliveira fluctua sobre a agua, e mergulha no alcohol rectificado: o ferro mergulha na agua, e fluctua sôbre o mercurio.

Das gravidades especificas, e sua determinação.

104. Poucas observações sôbre a comparação dos pesos dos córpos com os seus volumes bastão para fazer ver, que a relação entre o peso, e o volume não he a mesma em todos elles; mas que pelo contrario differentes córpos debaixo do mesmo volume tem pesos mui diversos.

O peso de hum corpo resultando da acção da gravidade sôbre cada huma das suas molleculas he, como já dissemos, proporcional ao numero das molleculas contidas no corpo: logo se os diversos córpos debaixo do mesmo volume tem pesos diversos: segue-se, que debaixo do mesmo volume os differentes córpos encerrão quantidades diversas de materia ponderavel.

105. A quantidade de materia ponderavel, ou o que he o mesmo, o numero de molleculas materiaes contidas n'hum corpo de hum dado volume, he, o que se chama *densidade do corpo.*

106. O peso de hum corpo n'hum dado volume, he o que chamamos *gravidade especifica*, ou *peso especifico do corpo.*

107. Destas duas definições se collige, que a densidade, e a gravidade especifica são proporcionaes huma á outra. Que o numero, que exprimir huma exprimirá a outra, ou o que he o mesmo, que estas duas expressões são equivalentes: por isso empregaremos nos differentes casos huma, ou outra indistinctamente.

108. Não se podendo conhecer nem o numero de particulas materiaes contidas em hum corpo, por isso que estas particulas pela sua extrema tenuidade esca-

pão a todos os nossos meios de observação, nem tão pouco medir, ou avaliar pesos absolutos; mas só comparativos: he evidente, que não podemos conhecer absoluta; mas só comparativamente a densidade, ou o peso especifico dos córpos. Compararemos pois as densidades das varias substancias a huma densidade constante, e contentar-nos-hemos com apreciar, não as densidades absolutas; mas as suas relações. Reduz-se isto a crear huma unidade, que sendo commum a todas as expressões as torne homogenias, e comparaveis. A unidade adoptada para esta medição he a densidade, ou peso especifico da agua no maximo de condensação, isto he, entre 3°,43 e 4°,44 de temperatura: e exprimindo por hum numero a relação entre a densidade de qualquer corpo, e esta unidade: esse numero he, o que vulgarmente chamamos a densidade, ou a gravidade especifica do corpo. Isto posto, passemos a expôr os diversos methodos, por meio dos quaes se podem determinar as densidades dos liquidos.

109. O primeiro meio, que se apresenta como o mais obvio, seria o de formar com os diversos solidos, que se pertendem examinar, cubos de hum volume conhecido: pesalos, e concluir dos seus pesos a relação das suas densidades. Do mesmo modo, o mesmo vaso sendo pesado cheio de diversos liquidos nos daria por hum calculo simplecissimo a densidade delles; porêm este meio, o mais simples sem duvida na exposição, offerece na applicação trabalhos, difficuldades, e inconvenientes invenciveis, que tornão necessaria a adopção de outros processos; aindaque apparentemente mais complicados. Estes processos podem reduzir-se aos seguintes:

1.° Balança hydrostatica.
2.° Vaso de volume constante.
3.° Areometro de Farenheit.
4.° Balança de Nicolson.

1.° *Balança hydrostatica.*

110. A *Balança hydrostatica* he huma balança ordinaria, com a differença de ter 1.° na parte inferior de

huma das conchas hum gancho, em que póde suspender-se hum corpo com huma clina, ou hum fio extremamente delgado, 2.° em que o pé, ou columna, que sustenta a balança he susceptivel de incurtar-se ou estender-se de maneira, que o corpo suspenso por baixo da concha da balança póde á vontade do observador estar imergido na agua contida em hum vaso situado por baixo da referida concha, ou elevado acima da agua, e mergulhado simplesmente no ar.

Para determinar por meio deste aparelho o peso especifico de hum corpo, suspende-se o corpo com huma clina, ou fio mui fino ao gancho, de que fallámos, e toma-se o seu peso no ar: seja este peso P, encurta-se então o pé da balança, até que o corpo fique inteiramente imergido na agua, e pesa-se neste estado: e seja este peso p, $P-p$ será (§ 102) o peso de hum volume de agua igual ao do corpo: logo se chamarmos x o peso especifico do corpo, teremos, sendo o peso especifico da agua a unidade, como sempre o supporemos, $P-p : P :: 1 : x$, que dá $x = \frac{P}{P-p}$: isto he, *a gravidade especifica de hum corpo se achará dividindo o peso do corpo no ar pela differença entre os pesos no ar, e na agua.*

111. Pódem na practica offerece-se duas difficuldades; porêm ambas são faceis de resolver. A primeira tem lugar quando o corpo he mais leve, que a agua debaixo do mesmo volume, no qual caso a imersão, que o methodo suppõe não tem lugar. A segunda quando o corpo he permeavel á agua, e por conseguinte quando está mergulhado o seu peso se augmenta do peso de toda a agua que absorve.

Para remediar o primeiro inconveniente tome-se hum corpo tal, que ligado áquelle, de que se procura a densidade, dê hum todo especificamente mais pesado, que a agua: e seja o peso deste corpo no ar P', o seu peso na agua p': pesem-se os dois córpos juntos no ar, e seja o seu peso P: o peso do corpo cuja densidade se procura será $P - P'$: pesem-se os dois córpos na agua, e seja o seu peso p, $p - p'$ será o peso do corpo, cuja densidade se busca, quando está imergido na agua: logo $P - P' - (p - p')$ será o peso do volume de agua igual ao do corpo em questão, e teremos como acima

$$P-P'-(p-p') : P-P' :: 1 : x = \frac{P-P'}{P-P'-(p-p')} = \frac{P-P'}{P-P'-p+p'}.$$

Donde se segue, que a densidade neste caso se calculará *dividindo o peso do systema menos o do corpo addicional no ar, pela differença entre os pesos do systema menos o do corpo addicional no ar, e na agua.*

Para elliminar a segunda difficuldade, tome-se o peso do corpo no ar da maneira ordinaria, e seja este peso P, mergulhe-se o corpo na agua, e espere-se, que a imbibição seja completa: o que se conhece; porque tendo nesse momento o corpo adquirido todo o augmento de peso, que lhe póde provir da agua absorvida, o equilibrio torna-se estavel: pese-se então o corpo, seja o seu peso p. Representando por x' a densidade apparente do corpo em questão, calculando-a ao modo ordinario, será $x' = \frac{P}{P-p}$; mas nesta formula P he independente da imbibição: logo todo o erro de x' provêm de p, o qual se acha augmentado do peso de toda a agua absorvida: tire-se pois o corpo rapidamente da agua, e pese-se no ar com a celeridade possivel, e seja o seu peso P', se deste peso tirarmos o peso primittivo P, $P' - P$ será o peso da agua absorvida, e por conseguinte p será maior do que deve ser de toda esta quantidade: logo, se por x representarmos a gravidade especifica real do corpo, esta será, em vez de x' acima achado,

$$x = \frac{P}{P-\left(p-(P'-P)\right)} = \frac{P}{P'-p};$$

isto he

Para achar a densidade de hum corpo, que absorve agoa; *divida-se o peso do corpo seco no ar, pelo peso do* *corpo ensopado no ar, menos o peso do corpo ensopado na agoa.*

112. Este processo, assim como os que se seguem, suppõe, que a agua empregada nas experiencias he privada pela distilação de todas as substancias etherogeneas susceptiveis de alterar a sua densidade, e que se acha na temperatura acima indicada; ou o que he o mesmo, que se conhece o meio pelo qual se póde do peso de hum volume de agua na temperatura qualquer t, em que se faz a observação, concluir o seu peso na temperatura do maximo de condensação, methodo que para o diante exporemos com a necessaria clareza.

113. Para determinar por meio da balança hydrostatica a densidade de hum liquido, suspender-se-ha em huma das conchas hum corpo qualquer impermeavel aos liquidos, v. gr. huma esfera de vidro, e pesar-se-ha esta esfera no ar, supponhamos este peso igual a P: pesar-se-ha a esfera imergida na agua, e sendo p o seu peso, $P-p$ será o peso do volume de agoa igual ao da esfera. Enchuta perfeitamente a esfera, pese-se imergida no liquido de que se procura a densidade, e seja o seu peso p', $P-p'$ será o peso de hum volume do liquido igual ao da esfera: logo teremos, representando por x a densidade do liquido, - - - - - - - - - - -

$P-p : P-p' :: 1 : x = \frac{P-p'}{P-p}$, quer dizer, que *pesando a esfera no ar, na agua, e no liquido, a densidade deste liquido se achará dividindo a differença entre os pesos da esfera no ar, e no liquido, pela differença entre os pesos da esfera no ar, e na agua.* $P-p$ sendo constante qualquer que seja o liquido cuja densidade se procura, he evidente, que estes dois pesos, huma vez determinados, servem para todas as experiencias, em quanto fôr o mesmo o instrumento.

2.° *Vaso de volume constante.*

114. Quando se não póde dispôr de huma balança hydrostatica; mas se possue huma boa balança ordina-

ria, póde com hum simples frasco de rolha esmerilada, e bocca larga fazer-se com exactidão sufficiente á determinação das gravidades especificas. Para os liquidos he claro, que basta pesar o frasco vasio, e cheio de agua, e dos differentes liquidos, e dividir o peso dos liquidos assim achado pelo peso da agua, o quociente será a gravidade especifica do liquido, de que se tratar. Para os solidos practicar-se-ha da maneira seguinte.

115. Pese-se o frasco cheio exactamente de agua, e com elle o solido cuja densidade se procura, e seja o peso total P: introduza-se o solido no frasco, sahirá deste hum volume de agua igual ao do solido: enchuta bem a parte exterior do frasco, e tapado de novo, pese-se, e seja o seu peso p, $P-p$ será o peso do volume de agua igual ao do corpo. Isto feito, se, tendo pesado o solido só por si no ar, conhecermos o seu peso P', teremos - - - - - - - - - - - -

$$P-p : P' :: 1 : x = \frac{P'}{P-p}.$$

Para ter pois a densidade de hum solido por este processo, *dividir-se-ha o seu peso no ar pela differença entre o peso do solido, e do frasco cheio de agua, antes, e depois da imersão do solido.*

Neste processo não tem lugar as difficuldades ponderadas no § 111, com tanto que, no caso do corpo ser absorbente, se opere com bastante celeridade, para que a imbibição, que póde ter lugar antes de fechar o frasco com o corpo imergido, possa considerar-se nulla.

3.º *Areometro de Farenheit, ou balança de Nicolson.*

116. Mostrámos no § 103, que todas as vezes, que hum corpo fluctua sobre hum liquido, o peso total do corpo he igual ao peso de hum volume do liquido igual ao volume da parte mergulhada do corpo.

O areometro de Farenheit, e a balança de Nicolson, que he o mesmo instrumento applicado á determinação das densidades dos solidos, são fundados inteiramente neste principio. Este instrumento, que se póde construir de folha de flandres, de vidro, ou de hum

Fig. 35. metal qualquer, compõe-se de huma capacidade ôca A fechada completamente, de hum vaso inferior B contendo chumbo, ou hum lastro qualquer para dar ao instrumento fluctuante huma posição vertical, finalmente de huma hastea, ou fio vertical bastante delgado, marcada em C com hum traço indelevel, e sustentando huma bacia D, em que se podem pôr pesos.

117. Para determinar a densidade de hum liquido L por meio deste instrumento, suppoe-se conhecido o peso do instrumento, a que chamaremos P, colloca-se o instrumento na agua, e juntão-se na bacia D os pesos necessarios para imergir o instrumento até C: seja a somma destes pesos p, $P+p$ será o peso do volume de agua igual ao do instrumento imergido até C. Enchugue-se perfeitamente o instrumento, e collocando-o no liquido L, juntem-se na bacia D os pesos necessarios para o imergir até C: seja a somma destes pesos p', $P+p'$ será o peso de hum volume do liquido L igual ao do instrumento imergido até C: logo, representando por x a densidade do liquido L, teremos . . . .

$$P+p : P+p' :: 1 : x = \frac{P+p'}{P+p}.$$

Para ter pois a densidade do liquido L, *divida-se o peso do instrumento mais os pesos addicionaes necessarios para o imergir no liquido, pelo peso do instrumento mais os pesos addicionaes necessarios para o imergir na agua.* $P+p$ sendo constantes para todos os liquidos, a que se haja de applicar este methodo, huma vez determinados servirão para quaesquer experiencias, em quanto não houver alteração no instrumento.

118. Para determinar o peso especifico de hum solido por meio da balança de Nicolson operar-se-ha da maneira seguinte. Sejão P os pesos necessarios para imergir o instrumento na agua até C, tirem-se estes pesos, e em lugar delles ponha-se na bacia D o solido, cuja densidade se procura, e juntem-se os pesos necessarios para imergir o instrumento até C, se os pesos accrescentados forem P', o peso do corpo no ar será $P-P'$: ponha-se agora o corpo na bacia inferior B, e

juntem-se os pesos necessarios para imergir o instrumento até C: sejão estes pesos P'', então $P - P''$ será o peso do corpo mergulhado na agua: logo $P - P' - (P - P'')$ ou $P'' - P'$ será o peso do volume da agua igual ao do corpo, e conseguintemente, representando por x a densidade do corpo, teremos . . . .

$$P'' - P' : P - P' :: 1 : x = \frac{P - P'}{P'' - P'}.$$

Para termos a densidade de hum solido por meio da balança de Nicolson, *dos pesos addicionaes necessarios para imergir o instrumento sem o corpo, tirem-se os necessarios para o imergir estando o corpo na bacia superior, e divida-se esta differença, pelos pesos addicionaes necessarios para imergir o instrumento, estando o corpo na bacia inferior, diminuidos dos precisos para o imergir, estando o corpo na bacia superior.*

Se o corpo fôr especificamente mais leve, que a agua, ligar-se-ha á bacia inferior para ser obrigado a imergir-se, no qual caso o cordão, com que se liga, deve acompanhar sempre a bacia no decurso da experiencia. No caso de imbibição determinar-se-ha a agua imbibida como na balança hydrostatica.

Correcção dos methodos expostos.

119. Em todos os processos expostos, temos calculado o peso do volume de agua igual ao do corpo, subtrahindo do peso do corpo no ar o seu peso na agua: e temos empregado nas formulas o peso fóra da agua como sendo o peso verdadeiro do corpo; porêm como o ar, em que pesamos os córpos, he elle mesmo hum fluido pesado, o peso de hum corpo no ar não he o peso real do corpo; mas sim esse peso diminuido do peso de hum volume igual de ar. Nos casos ordinarios despresa-se a correcção, que provêm desta consideração; mas quando se faz huma experiencia rigorosa he necessario attender a ella.

120. Seja o peso do ar na unidade de volume: e seja V o volume do corpo, que pesado no ar tem o

peso P: o peso real do corpo será $P + V\pi$, e introduzindo este peso real em qualquer das formulas, v. gr. na de § 110, teremos $x = \frac{P + V\pi}{P + V\pi - p}$ . . . . (a)

O calculo da formula assim correcta exige o conhecimento do volume V do corpo, o qual se póde ter aproximado por hum meio mui simples. Com effeito, pesando o corpo no ar, e na agua, o valor $P - p$ he o peso do volume de agua igual ao do corpo, e como cada grama de agua tem hum centimetro cubico de volume, $P - p$ será proximamente o volume do corpo em centimetros: introduzindo pois na formula (a) este valor de V, vem

$$x = \frac{P + \pi(P - p)}{P + \pi(P - p) - p} \ldots \text{(b) (2.ª aproximação.)}$$

Este valor de x sendo mais proximo á verdade, que o primeiro $\frac{P}{P-p}$, não he ainda exacto; pois que o volume do corpo não he rigorosamente $P - p$; mas sim $V' = P + \pi V - p$; mas achámos assima $V = P - p$ proximamente, introduzindo-o pois na expressão de V', vem hum volume já mais exacto $V' = P + \pi(P - p) - p$, e introduzindo este valor na formula de § 110 em lugar da primeira aproximação $P - p$, vem

$$x = \frac{P + \pi V'}{P + \pi V' - p} = \frac{P + \pi(P + \pi(P - p) - p)}{P + \pi(P + \pi(P - p) - p) - p} =$$

$$\frac{P + \pi(P - p) + \pi^2(P - p)}{P + \pi(P - p) + \pi^2(P - p) - p} \quad \text{(c) 3.ª aproximação.}$$

Esta formula não he ainda rigorosa, mas sómente mais aproximada, que as precedentes; por quanto no valor de V' entra V, que não he o volume exacto: mas só aproximado do corpo; conseguintemente poderiamos por hum novo calculo chegar a huma formula mais aproximada, que esta (c); mas nunca a hum valor rigoroso da densidade. Felizmente a densidade do ar he tão pequena, que π he tal, que as suas segundas potencias, e com mais razão as superiores, se podem suppor sem erro apreciavel iguaes a zero, sobre tudo quando se tracta das densidades dos solidos, e dos liquidos, que deslocão huma mui tenue quantidade de ar relativamente ao seu peso. Fazendo pois $\pi^2 = 0$ na formula (c), esta se reduz a

$$x = \frac{P + \pi(P - p)}{P + \pi(P - p) - p}$$ quer dizer á formula (b).

E com effeito he escusado passar desta segunda aproximação em qualquer determinação de densidade de solidos, e de liquidos; pois a unidade de volume do ar, se se operar, ou pelo calculo se reduzirem as observações, ao que serião feitas na temperatura 0° he igual a 0,001299: logo $\pi^2 = 0{,}0000017$, quantidade sensivelmente fóra dos limites de exactidão, que comportão estas observações.

121. Para concluir, o que temos a dizer sôbre a determinação das gravidades especificas, dos solidos, e dos liquidos, resta-nos notar, que, se o corpo solido, de que se procura a densidade, fôr soluvel na agua, deverá determinar-se a sua densidade em relação a outro liquido, em que o solido seja insoluvel; e conhecida a densidade desse liquido, hum calculo simples dará a densidade do corpo expressa na da agua distilada reduzida ao maximo de condensação.

Do peso dos gazes, e especialmente do ar atmospherico.

122. Temos até agora reconhecido, e estudado a acção da gravidade em duas classes de córpos: a saber, solidos, e liquidos. Passaremos agora a considerar esta mesma acção em huma terceira classe de subsancias, que he a dos gazes, ou córpos aeriformes, ditos tambem pelas razões, que para o diante veremos, fluidos elasticos permanentes.

123. Os antigos reputavão o ar, unico fluido aeriforme por elles conhecido, hum corpo inteiramente destituido de peso. Encontrando este fluido em todos os

intersticios dos córpos, vendo-o penetrar os tecidos hum pouco porosos, em vez de recorrer ao seu peso, e á pressão em todos os sintidos resultante da mobilidade das molleculas, para explicar os phenomenos, a que estas causas dão lugar; suppozerão que o ar occupava todo, e qualquer espaço ônde não existia materia mais densa. Esquecidos bem depressa, que esta asserção não era mais que o enunciado de hum facto observado, attribuírão-na, e fizerão della huma propriedade particular, em virtude da qual a natureza repugnava ao vacuo, e transmittírão a seus discipulos aquelle chamado axioma fundamental: *Não se dá vacuo nas obras da natureza.* Corrêrão os annos, e apoz elles os seculos: succedêrão-se gerações, e este erro, revestido do nome de axioma, passando de boca em boca, e acreditado sem exame, foi hum dos grandes obstaculos ao progresso da physica, por hum considerabilissimo lapso de tempo.

O celebre phylosopho italiano Galileo, a quem hum talento transcendente, e idéas superiores ao seu seculo tinha ensinado a não queimar hum incenso servil perante as antigas doutrinas, mas a submette-las á prova rigorosa do calculo, e da experiencia; Galileo, que por muitos titulos merece a qualificação de creador da physica experimental, e phylosophica, descubrio no ar atmospherico a ponderabilidade. Toriceli discipulo deste grande phylosopho, por meio de huma experiencia tão simples quanto convincente, não só pôz em plena evidencia a ponderabilidade do ar; mas poude medir, e determinar rigorosamente a pressão da atmosphera. A verdade da ponderabilidade do ar, indicada por Galileo, e demonstrada por Toriceli, destruio hum numero tão consideravel de antigos prejuizos, fez ver com tal evidencia a necessidade de unir a huma observação continua huma razão despojada de prevenções no exame da natureza, que produzio huma differença total no modo de estudar os phenomenos naturaes, e conseguintemente nos meios, na marcha, e nas theorias da Physica.

Deixando porêm a marcha historica das descubertas, e cingindo-nos ao plano elementar da nossa obra, passaremos a estudar da maneira, que nos parece a mais ordenada, a acção da gravidade considerada nos fluidos aeriformes.

124. Se por meio de huma machina pneumatica, instrumento de que adiante explicaremos a construcção, se tira o ar do interior de hum ballão de vidro munido de huma torneira, e pelo gancho *A* se suspende o ballão ao braço de huma balança, tomando depois o seu peso p, e abrindo a torneira se deixar entrar novamente o ar no ballão, achar-se-ha, pesando-o de novo, que o seu peso he $P > p$: logo, como a unica differença de peso a peso he achar-se o ballão vasio, ou cheio de ar: $P - p$ será o peso do ar contido no ballão. Fig. 37.

Se em vez de pesar o ballão vasio, e cheio de ar, se pesa vasio, e cheio de outro qualquer gaz, achar-se-ha sempre hum augmento de peso, quando se introduz o gaz no ballão, e conseguintemente podemos concluir, que todos os gazes conhecidos são córpos ponderaveis; postoque cada hum delles debaixo do mesmo volume tenha hum peso diverso.

125. As molleculas dos gazes sendo livres, e independentes humas das outras no seu movimento, os fluidos aeriformes devem, como os liquidos, exercer no fundo, e paredes dos vasos, que os contêm, huma pressão proporcional á grandeza superficial do fundo multiplicada pela altura da columna de gaz, que sôbre elle repousa: e se nos dois ramos de hum sifão *ABCD* existirem duas columnas equilibradas *AB* de gaz, e *CD* de hum liquido m vezes mais denso, as alturas das columnas serão entre si reciprocas ás densidades: quer dizer, que chamando d a densidade do gaz, teremos . . Fig. 38.

$$AB : BD :: md : d.$$

126. Em tôrno do globo, que habitamos, existe huma camada de ar de huma certa altura, a que se dá o nome de atmosphera, e conseguintemente cada corpo, que existe na superficie da terra, supporta huma pressão igual á superficie do corpo multiplicada pela altura vertical da atmosphera, e pela densidade do ar, que a compõe.

Imaginemos hum vaso aberto *A*, cheio de mercu- Fig. 39.

rio por exemplo, e nelle mergulhado hum tubo *BC* aberto por ambas as extremidades: como a pressão sôbre a superficie *C* do mercurio no interior do tubo, e a pressão sôbre a superficie do mercurio no resto do vaso são as mesmas, o mercurio conservar-se-ha no mesmo nivel fóra, e dentro do tubo. Se porêm, por hum meio qualquer: v. gr. chupando pela extremidade *B*, pudermos extrahir todo o ar do tubo *BC*, e impedir, que a pressão atmospherica se exerça na superficie *C* do mercurio no interior do tubo, he de toda a evidencia, que o mercurio subirá no tubo, até que a columna do mercurio *CD* faça equilibrio á pressão atmospherica: desde então a columna mercurial tornar-se-ha estacionaria, e qualquer que seja a extensão do espaço vasio *BD*, a dita columna terá sempre a mesma altura *CD*, em quanto se conservar constante a pressão atmospherica.

127. Huma columna de mercurio assim sustentada pelo peso da atmosphera no interior de hum tubo vasio, e impenetravel ao ar, he, o que chamamos hum *barometro*; porêm a sua construcção ordinaria he muito mais commoda, e mais simples, que a precedentemente indicada, sómente para fazer melhor perceber a theoria deste importante instrumento.

Tome-se hum tubo de cristal, de hum metro pouco mais, ou menos de comprimento, aberto por huma das extremidades, e hermeticamente fechado pela outra: encha-se este tubo perfeitamente do mercurio, e tapando com o dedo a extremidade aberta volva-se sôbre hum banho do mesmo metal, e tire-se o dedo.

Não podendo a pressão atmospherica exercer-se sôbre a superficie interior do mercurio, por ser o cume do tubo hermeticamente fechado, só o peso do metal tenderá a fazelo descer; mas como a pressão atmospherica se exerce livremente sôbre a superficie do banho, o mercurio parará no interior do tubo em huma altura tal, que a columna mercurial nelle elevada faça pelo seu peso equilibrio á pressão atmospherica sôbre a superficie do banho, e teremos hum barometro no mesmo caso daquelle, que antecedentemente descrevemos. Este foi o meio pelo qual Toriceli determinou a pressão da atmosphera: dônde nasceo ser o barometro tambem conhecido debaixo do nome de *Tubo de Toriceli.*

128. A medida das columnas do mercurio sustentadas no interior dos tubos pela pressão atmospherica não tardou em mostrar, que esta pressão era variavel em diversas épochas no mesmo lugar, e que tomando huma meia proporcional entre hum grande numero de observações a altura média da columna barometrica he de 76 centimetros, ou 28 pollegadas proximamente: daqui provêm o dizer-se, que a pressão ordinaria da atmosphera he de 76 centimetros de mercurio: quer dizer, que hum corpo qualquer situado na superficie da terra supporta a mesma pressão, que se não havendo atmosphera, se achase no fundo de hum vaso cheio de mercurio, e cuja altura fosse de $0^m,76$.

129. Hum tubo preparado da maneira indicada he hum instrumento proprio para avaliar de hum modo grosseiro a pressão atmospherica; porêm para ter hum barometro, que possa determinar esta pressão com a exactidão necessaria para as experiencias physicas, são necessarias certas attenções, de que passaremos a occupar-nos.

Para que a columna barometrica tenha toda a altura necessaria para servir de medida ao peso da atmosphera, a condição essencial he, que a parte superior do barometro, á qual se dá o nome de *camara* ou *vaccuo barometrico*, seja inteiramente purgada tanto de ar como de qualquer substancia, que possa por qualquer meio contrabalançar o effeito da pressão atmospherica sôbre o mercurio do vaso exterior. Para privar o mercurio de todo o ar, que possa conter, ar que ficando no metal se juntaria pouco, e pouco na camara barometrica depois de formado o instrumento, e tornaria falsas as suas indicações, he necessario ferver o mercurio, e empregalo logoque esteja frio, ou conservalo em frascos fechados. Adiante veremos, que á superficie de todos os córpos adhere hum leve stracto de humidade ali deposto pela atmosphera em virtude da acção, a que chamamos hygrometrica, o qual stracto só deixa os córpos elevando-lhes a temperatura acima do calor da agua fervendo, ou submettendo-os ao vacuo. Para expelir este stracto aquoso do interior do tubo barometrico, o qual stracto, se nelle ficasse, produziria vapôres aquosos, que reunindo-se na camara do barometro deprimirião a columna mercurial, he necessario, depois de encher quasi completamente o tubo de mercurio, expolo gradualmente ao calor até fazer ferver o mercurio no seu interior: conseguido isto, acaba de encher-se o tubo com mercurio recem fervido, e volve-se sôbre o banho do mesmo metal. Por este modo consegue-se ter hum barometro, no qual a columna mercurial faz sómente pelo seu peso equilibrio á pressão atmospherica.

130. Se ao tubo assim preparado se unir huma escala vertical dividida em centimetros, e munida de hum cursor armado de hum nonio, fazendo com que o zero corresponda ao nivel do mercurio no banho, a divisão, a que corresponder a sumidade da columna mercurial, nos dará immediatamente a pressão atmospherica em centimetros de mercurio: e se acaso a sumidade da columna não coincidir com divisão alguma; mas ficar entre duas divisões, o cursor nos fará avaliar o intervalo entre a columna, e a divisão mais proxima com a exactidão, que comportar a natureza do nonio.

131. Mas para que huma escala adaptada por este modo a hum barometro indique a verdadeira altura da columna barometrica, he necessario, que o seu zero corresponda constantemente ao nivel do mercurio no banho. Se suppozermos fixa a posição da escala, he evidente, que devendo a cuba fornecer ao tubo huma certa quantidade de mercurio, quando a columna barometrica sóbe, o nivel do mercurio na cuba deve descer: conseguintemente o zero da escala achar-se-ha por cima do nivel do mercurio: e se esta distancia do zero da escala ao nivel do mercurio no banho for δ, he claro, que marcando a escala huma altura A, a verdadeira altura da columna será $A+\delta$. Pelo contrario, quando a columna barometrica fôr mais curta, do que aquella para a qual se acertou o zero da escala, huma porção do mercurio do tubo derramando-se na cuba fará

subir o nivel do mercurio do banho, e conseguintemente o zero da escala achar-se-ha por baixo daquelle nivel: e se a differença do nivel ao zero fôr δ, á altura A da columna marcada pela escala corresponderá huma altura verdadeira $A - \delta$.

Nos barometros destinados para sala atenua-se sufficientemente o inconveniente ponderado, fazendo a cuba mui larga relativamente ao tubo, no qual caso as variações do nivel do banho são assás pouco consideraveis, para se poderem despresar relativamente aos usos, a que similhantes instrumentos são destinados. Esta aproximação não he porêm sufficiente para as experiencias de physica, nas quaes só devemos deixar subsistir aquellas causas de erro já assás numerosas, que os recursos da arte não sabem remediar.

O Barometro de fundo movel tem a vantagem de illiminar inteiramente, e com a maior simplicidade esta causa de inexactidão nas observações, fornecendo ao mesmo tempo hum meio de transportar commodamente o instrumento sem risco de desarranjo, ou de fractura, o que he essencial sôbre tudo em hum aparelho, que deve necessariamente acompanhar todo o viajante observador. O barometro mais perfeito, que neste genero conhecemos he inventado por Fortin, constructor em París, instrumento que tem a disposição seguinte.

O tubo do vidro he envolto, e protegido com hum tubo de cobre fendido no seu comprimento, para deixar observar a columna mercurial. Este tubo de cobre tem a divisão: e para apreciar ônde termina a columna mercurial, ha hum cursor com hum nonio, que permitte avaliar até $0^m,0001$: este cursor tem dois planos de cobre perfeitamente perpendiculares ao comprimento da columna, e que deixão entre si hum plano de mira para razar perfeitamente a sumidade da columna. A cuba de cristal, em que mergulha o tubo, tem hum fundo de pelle repousando sôbre hum fundo solido; mas movel, que subindo-se, ou descendo-se por meio de hum parafuso, permitte elevar, ou abaixar o nivel do mercurio no banho: para saber quando este nivel coincide com o zero da escala ha huma ponta mui fina de marfim fixada no interior do aparelho em posição vertical, e em perfeita coincidencia com o plano horisontal do zero da escalla, he pois necessario levar o mercurio por meio do parafuso até ao contacto exacto com a ponta, o que se consegue perfeitamente observando a coincidencia da ponta com a da sua imagem formada na superficie do mercurio. A cuba he cuberta com outra pelle, que permittindo a acção da pressão atmospherica, não dá sahida ao mercurio da cuba, de maneira que para transportar o instrumento dá-se ao parafuso, até que o mercurio suba ao alto do tubo, e desde então não ha chocalhamento do mercurio, causa a mais ordinaria dos desarranjos dos barometros. Todo este systema he na parte superior suspenso de maneira, que a sua posição fica sempre vertical.

Fig. 40. 132. No barometro de Gay Lussac a cuba he supprida pelo ramo mais curto AB de hum sifão. He evidente, que em hum similhante barometro os ascensos da columna em C, são sempre acompanhados de hum descenso em B, e se o tubo fosse perfeitamente calibrado, sendo a variação em C representada por δ, seria tambem δ a variação em B, e a variação real da columna seria 2δ. Como porêm he por extremo difficil obter tubos perfeitamente calibrados, huma escala munida de hum cursor, indica as variações com toda a exactidão em cada hum dos ramos, e permitte avaliar com todo o rigor a pressão atmospherica. Em alguns destes instrumentos he possivel inclinando-os fazer passar a totalidade do mercurio para o ramo maior, que fica completamente cheio, e que se fecha com huma torneira de aço situada na união dos dois ramos. Neste estado o barometro he facil de transportar sem risco de fractura.

133. Se o fluido, de que a atmosphera he composta, fosse hum fluido incompressivel, conseguintemente da mesma densidade em quaesquer alturas, he evidente, que conhecendo o comprimento da columna mercurial, que faz equilibrio á pressão atmospherica, e podendo, como adiante veremos, determinar rigorosamente o peso especifico do ar, como conhecemos o do mercurio, poderiamos determinar por huma simples proporção a al-

tura da atmosphera. Com effeito sendo esta x, sendo D a densidade do mercurio, d a densidade do ar, A a altura da columna barometrica, teriamos (§ 125)

$$d : D :: A : x = \frac{DA}{d}.$$

Quer dizer, que a altura, supposto o ar incompressivel, he igual á altura da columna barometrica multiplicada pela densidade do mercurio, dividida pela densidade do ar.

Se a atmosphera fosse composta, como suppozemos, de hum fluido igualmente denso em todas as alturas, seguir-se-hia tambem, que sendo a pressão sôbre hum corpo mergulhado n'hum similhante fluido proporcional ao producto da densidade do ar pela altura acima do corpo, dois barometros nas alturas A', e A'', marcarião alturas iguaes a $(A—A')\ D$, e $(A—A'')\ D$, sendo A a altura da atmosphera acima do nivel do mar, e D a densidade do fluido, a mesma por hypothese em todas as alturas, e sendo conhecidas A, e D poderiamos pela observação achar A', ou A''. Com effeito representemos por P' a pressão indicada pelo barometro na altura A', será - - - - - - - - - - - - - - -

$$(A - A')\,D = P'$$

ou

$$AD - A'D = P'$$

ou

$$A'D = AD - P'$$

ou

$$A' = \frac{AD - P'}{D},$$

mas AD he a pressão, que o barometro marca ao nivel dos mares, chamando-lhe pois P, teremos - - - - -

$$A' = \frac{P - P'}{D},$$

Quer dizer que a altura se achará dividindo a differença das pressões ao nivel do mar, e na altura procurada, pela densidade do ar.

Como porêm o fluido, que compõe a atmosphera, e em geral todos os gazes possuem a propriedade denominada elasticidade, que faz diversa da supposta a lei do seu equilibrio, a conclusão precedente não póde ser aplicada á medição das alturas, e trataremos adiante por que maneira se póde conseguir esta determinação por meio das observações barometricas, attendidas as diversas condições do equilibrio, que o estudo subsequente nos mostrará deverem dar-se na atmosphera.

Ellasticidade.

134. A *ellasticidade* he a propriedade em virtude da qual as molleculas de hum corpo podem, sendo desviadas da sua posição relativa de equilibrio, voltar a este estado com huma força igual áquella, que delle as desviou.

Esta propriedade existe em gráos diversos em todos os córpos da natureza, qualquer que seja o seu estado. Começaremos por estudala nos gazes, nos quaes a ellasticidade he completa para todos os desvios conhecidos. Examinaremos a sua existencia nos córpos liquidos: e terminaremos por estudar a ellasticidade nos solidos.

Da compressibilidade, e elasticidade nos fluidos aeriformes.

135. Damos o nome de *gazes permanentes*, de *fluidos aeriformes permanentes*, ou de *fluidos ellasticos permanentes*, a todos aquelles, que conservão a fórma, e as apparencias do ar debaixo de todas as pressões, e nas mais baixas temperaturas, a que podemos submetelos.

No estudo das propriedades chymicas das substancias a experiencia nos ensinará a distinguir entre si os diversos gazes por certas propriedades, e caracteres distinctivos, que nos não permittiráõ confundilos. Considerados porêm em quanto á sua compressibilidade, e ellasticidade a experiencia mostra, que todos elles se comportão da mesma maneira: conseguintemente, o que dissermos da compressibilidade, e da ellasticidade do ar deve intender-se dito a respeito de todos, e quaesquer gazes permanentes.

136. Quando huma porção de ar se isola em hum vaso limitado por todos os lados, o gaz enche completamente a capacidade do vaso, em que se acha encerrado. Se se reduz a capacidade do vaso a $\frac{1}{2}$, a $\frac{1}{3}$, a $\frac{1}{4}$, em geral a $\frac{1}{m}$ do que antes era, sem permittir a sahida do ar nelle contido, o ar reduzir-se-ha a $\frac{1}{2}$, a $\frac{1}{3}$, a $\frac{1}{4}$, em geral a $\frac{1}{m}$ do volume, que antes occupava, e conseguintemente haverá no mesmo espaço *m* vezes mais particulas materiaes de gaz, ou o que he o mesmo, o gaz tornar-se-ha *m* vezes mais denso. Se se dilata novamente a capacidade do vaso até ao estado inicial, o gaz voltará a occupar o espaço primitivo, e conseguintemente recobrará a sua primitiva densidade: e como este phenomeno tem do mesmo modo lugar, qualquer que seja o valor de *m*, e a natureza do gaz sobre que se opéra, segue-se, que qualquer que seja o desvio, que ás molleculas dos gazes se imprima do seu estado habitual de equilibrio, estas molleculas voltão a elle: consequentemente os gazes são completamente elasticos.

Este phenomeno póde patentear-se experimentalmente por muitos modos, sendo de todos o mais simples immergir hum vaso *A* de vidro com a abertura para baixo em outro vaso mais largo cheio de agua: antes da immersão o ar occupa toda a capacidade do vaso *A*; á medida porêm que o vaso se immerge, a agua entre no vaso *A* até huma certa altura, e o ar se reduz a hum volume cada vez menor; tornando porêm a levantar o vaso *A*, o ar reganha volumes cada vez maiores, e acaba por occupar novamente a capacidade inteira do vaso. Fig. 41.

137. Nota-se na experiencia antecedente, que para immergir o vaso *A* he necessario empregar hum certo esforço tanto maior, quanto mais profundamente se faz a immersão, e observa-se ao mesmo passo, que quando o volume do ar se acha pela immersão reduzido a hum volume menor, o nivel da agua no interior do vaso *A*

he hum nivel ab, inferior ao nivel $a'b'$ da agua no vaso exterior: logo o ar reduzido a hum volume menor faz esforço por voltar ao volume primitivo, e equilibra huma pressão maior, que aquella, que supporta quando tem hum volume mais consideravel: pois com effeito quando o volume era A, a pressão sobre o gaz era somente a pressão atmospherica, e quando o gaz se reduzio a hum volume menor, a pressão sôbre o gaz era a pressão atmospherica, augmentada da columna de agua da altura $a'a$ differença dos niveis da agua fóra, e dentro do vaso A.

Esta força variavel com os volumes dos gazes, em virtude da qual elles luctão contra o esforço qualquer, que os comprime, he o que constitue propriamente a *força elastica* de hum gaz. Procuremos agora segundo que lei varião as pressões, os volumes, e as forças elasticas dos gazes, poisque já por experiencia temos conhecido serem estas grandezas funcções humas das outras.

138. Os physicos francezes Boyle, e Mariotte são os primeiros, que investigárão a lei, que entre si liga as forças elasticas, os volumes, e as pressões dos gazes: lei da maior importancia, e que ainda hoje conserva o nome dos auctores da sua descuberta.

Para conseguir esta determinação os citados physi-
Fig. 42. cos tomão hum sifão ACB, que sugeitão sobre huma taboa graduada em alturas iguaes, que aqui supporemos serem centimetros. O ramo AC mais curto he hermeticamente fechado em A. O ramo mais comprido BC tem o cumprimento bastante, para que nelle possa elevar-se huma columna mercurial consideravel, e he aberto em B. O instrumento colloca-se de maneira, que o tubo BC fique vertical. Isto feito, lança-se por B huma certa quantidade de mercurio, que possa interceptar a communicação entre o ar do ramo CA, e a atmosphera: e inclinando, para hum, e outro lado o apparelho, tira-se, ou introduz-se ar em CA, até que o mercurio introduzido no tubo fique em hum mesmo nivel em ambos os ramos, como se vê em $a'b'$, estando o instrumento vertical. Nestas circunstancias o volume de ar

Aa' se acha unicamente comprimido pelo peso P da atmosphera, ou o que he o mesmo, por huma columna de mercurio $0^m,76$; poisque as columnas mercuriaes Ca', e Cb' sendo iguaes, se fazem reciprocamente equilibrio. Junte-se agora pela abertura B mercurio até que o volume Aa' occupado pelo ar se torne em $Aa'' = \frac{1}{2} Aa'$: se então medirmos a columna $b'' b'''$, que comprime o ar do espaço Aa'', e que por conseguinte deve sommar-se com a pressão P da atmosphera para ter a pressão total, que comprime o ar neste caso acharemos $b'' b''' = 0^m,76$: logo o ar reduzido ao volume $Aa'' = Aa'$ supporta a pressão $P + 0^m,76$ de mercurio $= 2P$. Se variarmos as porções de mercurio lançadas por B, e compararmos da maneira exposta os volumes successivos, que toma o ar no ramo AC, com as pressões, que a estes volumes correspondem, acharemos, que em geral, quando o volume for $\frac{Aa'}{m}$, a pressão total sobre o gaz será mP: logo, quando se trata de pressões superiores á da atmosphera, *os volumes occupados pelos gazes são reciprocos ás pressões.* Por isso que o gaz reduzido ao volume $\frac{Aa'}{m}$ supporta a pressão mP, segue-se, que a força com que o gaz tende a voltar ao volume inicial: isto he, *que a força elastica do gaz he proporcional á pressão, e conseguintemente reciproca ao volume.*

Temos até agora achado a lei para as pressões superiores á da atmosphera, examinemos agora se a mesma lei se mantem nas pressões inferiores áquella. Para este fim tomaremos o tubo barometrico AB, e enchendo-o completamente de mercurio, o volveremos sôbre o vaso assaz profundo D, cheio do mesmo metal, e deixaremos penetrar no tubo hum volume AB de ar. Quando se mergulha o tubo barometrico de maneira, que os niveis do mercurio fóra, e dentro do tubo sejão os mesmos, as columnas do mercurio fóra, e dentro do tubo, fazendo-se pela sua igualdade reciproca- Fig. 44.

mente equilibrio, o ar do espaço AB supporta exactamente o peso P da atmosphera. Se porêm retirarmos o tubo AB até que o ar nelle encerrado occupe o volume $AB' = 2AB$, e medirmos a columna de mercurio BD, elevada acima do nivel do vaso exterior, acharemos esta columna igual a $0^m,38$; mas esta columna obra em sintido opposto á pressão atmospherica: logo o ar, que occupa o volume $AB' = 2AB$ supporta huma pressão igual a $P - 0^m,38$, de mercurio $= P - \frac{1}{2}P = \frac{1}{2}P$. Elevando variadamente o tubo achariamos, que em geral, quando o gaz se fizesse occupar o volume nAB, a pressão sôbre o gaz seria $\frac{P}{n}$: donde resulta, que a lei acima enunciada he verdadeira em toda a sua extensão, quer dizer, ou as pressões sejão superiores, ou inferiores a $0^m,76$ de mercurio. E que igualmente, quaesquer que sejão as pressões, as forças elasticas dos gazes lhes serão proporcionaes, e conseguintemente reciprocas aos volumes.

Se pois nos for dado o volume V de hum gaz, debaixo da pressão P, e se nos pedir o seu volume V', debaixo da pressão P', diremos

$$P' : P :: V : V'$$

donde vem

$$V' = \frac{VP}{P'}.$$

Se nos for dada a força elastica F de hum gaz, cujo volume seja V, e se nos perguntar qual será a sua força elastica F', quando occupar o volume V', diremos

$$V' : V :: F : F',$$

que dá

$$F' = \frac{VF}{V'}.$$

Bombas de gaz, machinas pneumatica, e de compressão.

139. Agora que conhecemos a ponderabilidade, e a

elasticidade do ar, podemos conceber os meios, de que em physica se faz uso para rarefazer, ou condensar o ar atmospherico em hum espaço limitado.

Imagine-se hum recipiente completamente fechado *A*, communicando por meio do canal *D* com a capacidade do cylindro *B*, na extremidade do canal haja huma valvula *V*, que abra do canal para o cylindro, e pelo contrario feixe perfeitamente o canal, quando for comprimida do cylindro para elle. No cylindro *B* mova-se hum embolo, que ajuste assás exactamente com as suas paredes para interceptar a communicação entre o ar nelle contido, e a atmosphera, e neste embolo haja hum orificio fechado com huma segunda valvula *V'*, que abra de dentro para fóra, e pelo contrario se feche logo, que a pressão exterior for superior á força elastica do ar contido no cylindro. Fig. 45.

Supposto o embolo em contacto com a base do cylindro, e fechada por conseguinte a valvula inferior *V*, he claro que, se subirmos o embolo, o ar contido em *A* em virtude da sua elasticidade forcejará por penetrar no espaço vazio *B*, que o embolo deixa após si, e para o fazer, levantará a valvula *V*, e derramar-se-ha no cylindro; mas ao mesmo tempo o ar exterior forcejará por penetrar neste mesmo espaço; mas não o poderá fazer, porque a sua pressão fecha a valvula *V'* do orificio do embolo. Se representarmos por *N* a relação entre a capacidade total do recipiente *A*, e do cylindro *B*, que o ar dilatado occupa, e a capacidade *A* do recipiente, que este mesmo ar occupava inicialmente, e chamarmos *D* a densidade inicial do ar contido em *A*, a sua densidade depois do primeiro golpe de embolo será igual a $\frac{D}{N}$. (§ 138)

Tornemos agora a descer o embolo: então o ar do espaço *B* será comprimido, e tenderia a penetrar novamente em *A*, se a valvula inferior *V* não fosse immediatamente fechada pelo esforço deste ar, e pelo seu proprio peso; mas fechando-se esta valvula, e continuando a descer-se o embolo, bem depressa o ar contido em *B* pela reducção do seu volume adquirirá huma força elastica superior á pressão atmospherica, e dêsde esse momento, abrindo a valvula superior *V'* do orificio do embolo, será expellido do interior do apparelho, e o embolo virá de novo pôr-se em contacto com o fundo do cylindro. Nóvos ascensos, e descensos do embolo produzirão evidentemente effeitos similhantes, aindaque sempre decrescentes relativamente ás quantidades absolutas de ar expellidas do aparelho a cada golpe de embolo, e huma leve reflexão basta para fazer ver, que os estados successivos da densidade do ar no recipiente nos movimentos successivos da bomba de gaz serão os seguintes:

Estado primitivo	D
1° Golpe de embolo	$\frac{D}{N}$
2° Dito	$\frac{D}{N^2}$
3° dito	$\frac{D}{N^3}$
etc.	etc.
n° dito	$\frac{D}{N^n}$

Donde se vê, que em hum similhante aparelho nunca se póde fazer hum vacuo absoluto; mas tanto mais aproximado, quanto he maior o numero de golpes de embolo, e quanto he mais perfeita a construcção da machina, e menores as resistencias das suas diversas partes aos movimentos, que na theoria suppozemos perfeitamente livres.

140. Hum recipiente debaixo do qual se faz o vacuo, ou mais rigorosamente se rarefaz o ar por meio de huma, ou duas bombas de gaz, he o que chamamos huma machina pneumatica (§ 124). As machinas pneumaticas ordinarias tem duas bombas movidas por huma só alavanca, de maneira que o embolo desce em huma

bomba, quando sóbe na outra, construcção que diminue o esforço necessario para fazer trabalhar a machina: pois he evidente, que as pressões sôbre os dois embolos obrão neste caso sempre em sintido inverso, e conseguintemente huma destroe parte do effeito da outra. No canal *D* ha huma torneira construida de maneira, que por meio della se póde interromper a communicação entre o recipiente, e os córpos de bomba, e tambem restituir o ar ao recipiente; o mencionado canal vem terminar no centro de hum plano de vidro despolido sôbre o qual se collocão as campanulas de cristal, que servem de recipientes: este plano de vidro chama-se a *platina* da pneumatica. Na extremidade do canal pódem tambem atarrachar-se tubos, ou balões, nos quaes se quer fazer o vacuo, e que são munidos de torneiras para prohibir nelles a entrada do ar depois de separados da machina.

141. Não basta porêm rarefazer o ar em hum dado espaço, he além disto necessario saber na maior parte dos casos de quanto he esta rarefacção. Vimos (§ 132) que a força elastica dos gazes depende da pressão, a que os referidos gazes estão sugeitos, e que a densidade de hum gaz, a sua força elastica, e a pressão, que sôbre elle obra, são entre si proporcionaes, assim o barometro, que mede a pressão, que exerce hum gaz, he tambem a medida da sua força elastica proporcional á sua densidade. He pois o barometro hum instrumento proprio para avaliar a rarefacção do ar no recipiente pneumatico, e como o ar neste aparelho se pertende sempre reduzir a huma força elastica mui frouxa, bastar-nos-ha hum barometro mui curto para a sua medição. Nas machinas pneumaticas ordinarias existe para este fim hum barometro de sifão mui curto applicado sôbre huma escala dividida em milimetros, e cuberto com hum recipiente pequeno, que communica com o canal *D*, e no qual por conseguinte o ar tem a mesma densidade, que no recipiente *A*. Este barometro, pelas differenças de nivel do mercurio nos seus dois ramos, nos indica em cada momento a quantos milimetros de mercurio faz equilibrio a força elastica do ar rarefeito: donde nasce

dizer-se vulgarmente, que se faz o vacuo com tantos milimetros de aproximação. Esta parte do aparelho tem o nome de *monometro da pneumatica*.

A construcção meuda dos embolos, e das valvulas, da qual depende pela maior parte a perfeição de huma machina pneumatica, varía nas de differentes construcções, e só póde comprehender-se bem desmanchando peça por peça, e analysando por este modo o aparelho.

Fig. 46. 142. Se na machina pneumatica invertermos a valvula inferior V, de maneira que abra do canal para o recipiente, e fizermos inteiramente solido o embolo, abrindo alem disto junto da base do cylindro B hum orificio fechado com huma valvula V' abrindo de fóra para dentro, e fechando-se pela acção da pressão interior, teremos hum aparelho inverso da machina pneumatica, e proprio para augmentar a densidade do ar sob o recipiente.

Com effeito subindo o embolo o ar do recipiente não poderá passar para o cylindro por lhe obstar a valvula V; mas o ar exterior abrindo a valvula V' penetrará no interior delle. Descendo de novo o embolo, a pressão interior do ar comprimido fechará a valvula V', e abrindo a valvula V penetrará no recipiente, donde a valvula V lhe vedará a sahida: de maneira que cada golpe de embolo comulará huma nova quantidade de ar debaixo do recipiente. Para que o recipiente na machina de compressão possa resistir á pressão interior, constroe-se ordinariamente com hum cylindro de cristal mui grosso com dois fundos de metal ligados hum ao outro com regoas da mesma materia, e cuberto com huma rede de arame, a fim de prevenir os accidentes em caso de ruptura do aparelho.

Fig. 47. 143. Para avaliar a condensação introduz-se no recipiente hum sifão ABC, cujo ramo BC he aberto, e o ramo AB fechado hermeticamente em A: huma porção de ar seco encerrada em AB, e separada do ar exterior pela columna recurvada de mercurio $A'C'$ mede pelas variações do seu volume ás variações das pressões reciprocas a elle. Quando o volume do ar no

manometro se acha reduzido a metade, a elasticidade do ar equivale ao peso de duas atmospheras, e assim por diante: donde nasce o dizermos vulgarmente, que o recipiente contêm huma, duas, em geral *m* atmospheras.

144. Hum vaso de metal *A* perfeitamente fechado, e atrevessado na parte superior por hum tubo tambem de metal, aberto pela parte inferior junto do fundo do vaso, e terminado na parte superior por huma torneira, e por huma rosca *r*, na qual se adapta huma bomba *B* similhante á da machina de compressão, fórma huma variedade desta machina, a que se dá o nome de *Fonte de compressão.* Este aparelho tem ordinariamente huma abertura lateral *r'* fechada com huma torneira, e ao orificio da bomba, destinado a receber o ar, póde adaptar-se huma bexiga contendo hum gaz qualquer, a fim de introduzir no vaso aquelle gaz, em vez do ar atmospherico. Fig. 48.

Bombas de liquido, Sifão, Gazometros, aparelhos de Woulf, e tubos de Welter.

145. Assimcomo por meio de hum instrumento munido de valvulas convenientemente dispostas conseguimos tirar o ar de hum recipiente, ou cumullar nelle huma grande quantidade deste fluido, podemos por meio de aparelhos analogos ellevar a agua acima do seu nivel ordinario, e servir-nos deste fluido em alturas superiores áquellas, ás quaes elle poderia ellevar-se sem o soccorro de machinas. Estes instrumentos chamão-se *Bombas*, e reduzem-se a duas especies principaes, que são a *Bomba aspirante*, e a *Bomba premente.*

A *bomba aspirante* compoe-se de hum tubo vertical mais delgado, que vai do nivel da agua até ao corpo de bomba *BC*: a sua abertura para o corpo de bomba he fechada com huma valvula, que se fecha, quando a pressão he maior dentro de bomba, e se abre Fig. 49.
pelo contrario, quando a pressão he menor neste espaço, que no canal. O corpo de bomba he hum cylindro de madeira, ou metal, no interior do qual se move hum

embolo similhante ao da machina pneumatica. Se estando inicialmente o embolo aplicado sôbre a base do corpo de bomba se começar a levantar, deixará hum vacuo apoz si, e o ar do canal de aspiração penetrará neste vacuo, abrindo a valvula inferior; mas como o ar do canal se espalha neste novo espaço, a sua força elastica diminue: conseguintemente a pressão do ar interior na superficie da agua do reservatorio será inferior á pressão atmospherica, que se exerce sôbre o resto daquella superficie, e portanto elevar-se-ha no canal huma columna *ab* de agua tal, que o seu peso, junto com a elasticidade do ar interior, faça equilibrio á pressão atmospherica. Quando se descer o embolo a valvula inferior fechar-se-ha, e o ar comprimido no corpo de bomba sahirá pela valvula superior. Hum novo ascenso do embolo determinará huma nova porção de ar a passar do canal para o corpo de bomba, e com isto huma ellevação maior de agua no interior do canal. No fim de hum certo numero de vai vens do embolo todo o ar tendo sido extrahido do canal, a valvula inferior se achará em contacto com a agua, e quando o embolo subir a agua impelida pela pressão atmospherica na superficie do reservatorio se lançará no corpo de bomba, e encherá a sua capacidade: quando o embolo descer fechar-se-ha a valvula inferior, e a agua comprimida pelo embolo abrirá a valvula superior, e sahirá pelo alto da bomba O: e a cada vai vem do embolo corresponderá a ellevação de huma nova porção de agua. Para que este effeito possa ter lugar he indispensavel, que o peso da columna de agua, que vai desde o nivel do reservatorio até á valvula inferior, columna unicamente sustentada pela pressão atmospherica, seja inferior a esta pressão, ou, o que he o mesmo, a huma columna de mercurio de $0^m,76$; mas huma similhante columna equivale a huma de agua de $10^m,4$: logo a altura de $10^m,4$ he o limite, alem do qual não póde estender-se o canal da bomba aspirante.

Fig. 50. A *bomba premente* compõe-se de hum cylindro *AB*, que está pela sua base mergulhado na agua do reser-

vatorio, e a dita base he guarnecida por hum fundo furado com diversos orificios de pequeno diametro. Este corpo de bomba communica com hum canal ascendente *CD*, munido na sua juncção com o corpo de bomba de huma valvula, que se abre para deixar passar os liquidos do corpo de bomba para o canal; mas que se fecha, logo que he impelida do canal para o corpo de bomba. O embolo desta bomba he inteiramente solido, e destituido de valvula. Quando o embolo inicialmente aplicado sôbre a base se levanta, a agua pelos orificios da base do corpo de bomba penetra na capacidade delle; e descendo depois rapidamente o embolo, os orificios não podendo dar assás prompta sahida ao liquido, huma parte delle em virtude da compressão, que recebe, reflue para o canal ascendente donde a valvula existente na juncção lhe não permitte voltar ao corpo de bomba. Cada golpe do embolo determinando por esta maneira a entrada de huma nova porção de agua no canal, he claro, que este a poderá conduzir em todas as direcções, em que o dispozermos.

Estas duas especies de bombas reunidas, e differentemente modificadas constituem todas as especies de bombas compostas, e aparelhos analogos, de que as diversas artes fazem uso para seus misteres.

146. Tome-se hum tubo recurvado *AB*, e cheio de agua mergulhe-se pelas extremidades nos vasos *A*, e *C* cheios tambem do mesmo liquido. Supponhamos, que o nivel da agua he o mesmo nos dois vasos, sendo iguaes as columnas de agua *AB*, e *BC* na sua altura acima do nivel do liquido nos vasos, estas duas columnas exercem pressões iguaes: por outra parte a pressão atmospherica obra do mesmo modo sôbre ambos os vasos: logo a pressão, que tende a fazer passar a agua de *A* para *C* he $P - AB$, e a pressão, que tende a fazer passar a agua de *C* para *A* he $P - BC$; mas estas pressões são oppostas: logo como são iguaes, a agua estará em equilibrio nos vasos, e no sifão. Seja porêm o nivel da agua no vaso *C* inferior ao nivel em *A* de huma altura CC', neste caso, a força, que comprime a superficie de *A*, e que tende a fazer passar o liquido de Fig. 51.

A para C he $P - AB$: o peso que comprime a superficie de C, e que por conseguinte se oppõe á passagem da agua de A para C he . . . .
$P - BC' = P - (BC + CC') = P - (BA + CC')$.
Logo a differença das pressões oppostas será . . . .

$$P - BA - P + BA + CC' = CC',$$

e conseguintemente o liquido mover-se-ha de A para C em consequencia da differença das pressões: isto he, do peso da columna de agua CC'. Se o sifão em vez de mergulhado no liquido em C', fôr alli aberto, poderá por meio delle esgotar-se o vaso A.

147. He em muitos casos necessario produzir huma corrente constante de ar, ou de hum gaz qualquer: isto he huma corrente tal, que em tempos iguaes forneça quantidades iguaes de gaz. Os aparelhos, de que para este fim se usa, tem o nome de *Gazometros*.

Fig. 52. Se imaginarmos hum frasco A de duas tubuladuras cheio de gaz, e communicando com elle pela tubuladura t hum frasco superior cheio de agua, á medida que a agua do frasco superior penetrar no inferior o gaz sahirá pela tubuladura t'. Se pois o vaso superior B lançar no inferior A huma corrente de agua constante, o gaz sahirá pela tubuladura t' tambem em corrente constante; teremos por tanto neste aparelho hum excellente gazometro todas as vezes, que fizermos, com que o vaso B lance huma corrente de agua constante pela abertura, ou canal C.

Se o vaso B fosse aberto na parte superior, á medida que o nivel ab da agua no vaso baixasse a corrente se enfraqueceria successivamente; pois que a rapidez da sahida he funcção da altura Cb. Supponhamos porêm, que em vez de aberto, o vaso he fechado na parte superior pela rolha r atravessada pelo tubo vertical op. No primeiro momento o nivel da agua neste tubo descerá até á sua base; mas desde então a corrente por C será constante, e independente da altura bC. Com effeito a pressão atmospherica, que se exerce por 0 tende a fazer sahir a agua por C; mas esta pressão he em parte destruida pelo peso da columna de agua da altura bp, a que a dita pressão faz equilibrio, quando deprime a agua até á base do tubo *op*. Representando pois por P a pressão atmospherica, $P - bp$ será a pressão, que tende a fazer correr a agua pelo orificio; mas a pressão atmospherica, que se exerce pela tubuladura t', se transmitte até C para se oppôr alli á sahida da agua; mas he em parte destruida pela pressão opposta da columna de agua $bC = bp + pC$: logo as pressões, que tendem a impedir a sahida da agua por C, são $P - bp - pC$: mas a agua deverá obedecer ás pressões oppostas no sintido da maior: logo a pressão, que determina o seu movimento, quero dizer, a corrente será . . . . . .

$$P - bp - P + bp + pC = pC.$$

Mas pC he constante para qualquer pressão da atmosphera, e para qualquer altura do liquido no vaso B: logo este lançará no vaso A huma corrente rigorosamente constante, e conseguintemente o vaso A fornecerá por t' huma corrente igualmente constante de gaz. Tanto mais a base p do tubo *op* se aproximar do nivel do orificio C, tanto menos rápida será a sahida da agua por C. Finalmente quando a base do tubo *op* estiver no nivel de C a agua cessará de correr pelo orificio C, com tanto porêm que este seja assás estreito, para que não haja divisão da columna liquida, e troca de ar com agua pelo dito orificio.

148. Seja A hum vaso, no qual se desenvolva por qualquer meio chymico huma subsancia gazosa, ou no Fig. 51.
qual o ar se dilate por huma causa qualquer. Seja este vaso A perfeitamente fechado, e communique com o tubo recurvado t, e com o tubo tambem curvo t', que mergulha na do frasco B. Seja o vaso B tambem fechado, e comunicando sómente com o tubo t'', que mergulha hum pouco no liquido do mesmo vaso, e com o segundo tubo recurvado t''', que vai mergulhar no liquido do vaso C. Supponha-se alêm disto no interior do tubo t huma columna dobrada de liquido aa' para fechar o aparelho.

Quando no espeço A se produzir o gaz, a pressão de dentro para fóra será neste vaso superior á pressão da atmosphera: conseguintemente o gaz interior, que carrega em a, elevará a columna aa', até que esta columna tenha huma altura tal, que o seu peso sommado com o da atmosphera seja igual á pressão interior. O mesmo ar interior carregando em *b* na superficie liquida do interior do tubo t' deprimirá o liquido neste tubo, até que o peso da columna deprimida, mais a pressão atmospherica sejão iguaes á pressão interior: logo as columnas erigida em *t*, e deprimida em t' serão iguaes em pressão, e em altura, se ambas forem do mesmo liquido. Continuando sempre o gaz a produzir-se em *A*, chegará hum momento, no qual a columna deprimida bb' será do comprimento do tubo. Desse instante em diante o gaz sahirá pela abertura do tubo, e atravessando o liquido contido em *B*, virá reunir-se na parte superior deste vaso. Acumulando-se alli, o gaz deprimirá a superficie do liquido, o qual conseguintemente se elevará no tubo t', até que a columna elevada nelle, junta com a pressão atmospherica, fação equilibrio á pressão interior exercida pelo gaz do vaso *B*; mas ao mesmo tempo esta pressão transmittindo-se por t''' ao liquido contido em *C*, deprimirá neste tubo huma columna equivalente, á que se eleva em t'': e transmittindo-se tambem por *t* fará crescer de huma igual quantidade a columna aa' do tubo *t*. Hum raciocinio igual se póde aplicar a huma serie composta de hum numero qualquer de frascos arranjados da mesma maneira, que o frasco *B*.

Imaginemos agora, que subitamente se faz hum vacuo em *A*: a pressão atmospherica tornar-se-ha superior á pressão interna no vaso *A*: o liquido do frasco *B* deprimido pela elasticidade do ar contido neste frasco tenderá a entrar no vaso *A* pelo tubo t'; mas ao mesmo tempo a columna liquida em a' pela pressão atmospherica tenderá a penetrar no vaso *A*, e o fará antes do liquido de *B*, se fôr o ramo *CO* do tubo *t* mais curto que o ramo bo' do tubo t'; mas apenas o ar houver penetrado em *A*, a pressão interna, e externa serão as mesmas; poisque o interior de *A* ficará em communicação com a atmosphera pelo tubo *t*.

Supponhamos agora, que o vacuo se fórma por cima do liquido em *B*: o liquido *C* tenderá a entrar em

B, e o ar de *A* tenderá tambem a penetrar em *B*; mas o ar atmospherico procurará tambem penetrar por t'', e o fará primeiro, que os precedentes todas as vezes, que a columna *Dd'* fôr menor que *co''*, e que *bb'*. Em hum similhante aparelho, ou a pressão interior seja maior, ou menor que a exterior, jámais os liquidos poderão ser absorvidos de hum para outro vaso. Estes aparelhos, de que se faz em chymica hum uso frequentissimo, tem o nome de *aparelhos de Woulf* seu inventor. Os tubos verticaes como t'' chamão-se tubos de segurança, e o mesmo nome se dá tambem ao tubo *t* adaptado ao vaso *A*.

Os tubos de Welter, que tem o mesmo objecto, que os de Woulf, fundão-se nos mesmos principios, e differem sómente dos primeiros pela sua fórma mais commoda em hum grande numero de operações. A simples inspecção do aparelho desenhado na fig. 15, em que estes tubos se achão representados, fará facilmente comprehender a identidade do seu modo de obrar com o dos tubos de Woulf precedentemente descriptos.

De alguns phenomenos dependentes da pressão atmospherica, e da elasticidade do ar.

149. Combatendo por meio da resistencia dos liquidos, e dos solidos ás forças, que os comprimem, e pela elasticidade dos fluidos aeriformes os effeitos do peso da atmosphera, a natureza nos apresenta, sôbre tudo na construcção delicada dos entes organicos, aquelle caracter de sabedoria inimitavel, que caracteriza as suas obras. Comprimidos em todos os sintidos pela pressão enorme da atmosphera, os animaes de huma superficie hum pouco consideravel deverião ser por ella esmagados, se a incompressibilidade quasi completa tanto da parte solida dos orgãos, como dos liquidos contidos nos vasos não offerecessem a este peso huma resistencia invencivel, e se por outra parte os gazes contidos nas cavidades internas não equilibrassem pela sua força elastica as pressões exteriores. Do mesmo mo-

do se a pressão atmospherica não apoiasse as paredes das cavidades internas dos animaes, a expanção dos gazes nellas contidos deslaceraria estas paredes, e os gazes se espalharião no espaço.

Com effeito todas as vezes que o equilibrio, de que fallámos, he perturbado por huma causa qualquer, a economia do animal recebe huma correspondente perturbação. He por meio da ruptura deste equilibrio, que os animaes, que mamão, fazendo o vacuo na extremidade da teta, a pressão atmospherica expreme aquella parte, e faz sahir o leite para o espaço vasio, onde a pressão he nulla, ou muito menor. He pela mesma causa, que aplicando sôbre huma parte carnosa hum vaso, de que o ar tem sido em parte expellido, ou rarefeito, se determina a entrada de huma parte da carne para o interior do vaso, e huma sucção particular naquelle lugar, aparelho a que se dá vulgarmente o nome de *ventosa.*

150. A falta de equilibrio entre a elasticidade do ar no interior de hum espaço fechado, e a pressão exterior he a causa dos phenomenos, que se patenteão em hum grande numero de experiencias, das quaes indicaremos algumas sómente. A simples exposição dellas fará ver com toda a clareza as causas, que as produzem.

1.ª *Experiencia.* Tome-se huma bexiga não cheia de ar; mas perfeitamente fechada, e introduzindo-a no recipiente da pneumatica faça-se o vacuo: o ar encherá completamente a bexiga, e acabará por despedaçala com huma especie de explosão.

2.ª *Experiencia.* Tome-se hum cylindro aberto por huma das extremidades, e fechado na outra com huma membrana impermeavel ao ar, hum pedaço de bexiga por exemplo, e aplicando-o pela parte aberta sôbre a platina da pneumatica, faça-se o vacuo: a membrana será despedaçada com explosão pelo peso da columna atmospherica.

ig. 54. 3.ª *Experiencia.* Debaixo do recipiente *A* da pneumatica colloque-se o vaso *B* completamente fechado, e cheio de agua até *b:* através da tampa do vaso passe o tubo vertical *cd* aberto na parte superior, e mergulhando pela inferior tambem aberta quasi até ao fundo do vaso *B*, faça-se o vacuo: a agua repuchará pelo orificio *C* do tubo, elevando-se a huma certa altura.

4.ª *Experiencia.* Lance-se agua no interior da fonte de compressão, e depois de introduzir, por meio da bomba premente desta machina, grande quantidade de ar no seu interior tire-se a bomba fechando a torneira da abertura superior. Quando se abrir de novo esta torneira a agua repuchará, e poderá elevar-se a huma grande altura.

5.ª *Experiencia.* Tomem-se dois hemisphecios occos, que se ajustem exactamente hum com o outro. Em quanto houver ar no seu interior, não offerecerão resistencia á separação; se porêm os atarracharmos na pneumatica, e fizermos o vacuo no seu interior, fechando depois a torneira *C*, não poderemos separalos sem hum grande esforço. Fig. 55.

6.ª *Experiencia.* Imaginemos hum balão *A* com hum pequeno orificio *B*. Neste balão entre o tubo vertical *cd* cortado na base obliquamente, e apoiado pela mesma no fundo do vaso *E*, no qual haja hum orificio *f* menor que *B*, imagine-se o balão superior cheio de agua. A atmosphera exercendo do mesmo modo a sua pressão por *B*, e por *d*, a agua em virtude do seu peso sahirá por *B*, e o ar entrará por *d*; mas como o vaso inferior receberá mais agua de *B*, do que lança por *f*, o nivel da agua subirá até obstruir a entrada *d*: então a fonte cessará de correr, por não ser contrabalançada a pressão em *B*. Parada a fonte, e a agua, continuando a sahir por *f*, porá no fim de algum tempo a descuberto a abertura *d*, e nesse instante a fonte tornará a correr; mas parará de novo no fim de algum tempo, e assim alternativamente: o que faz dar a esta fonte o nome de *Fonte intermittente.* Fig. 56.

Da compressibilidade, e elasticidade nos liquidos.

151. Os liquidos passárão muito tempo por completamente incompressiveis: com tudo alguns phenomenos, e entre outros a propagação do som a travéz da agua

exigião, como veremos na theoria da propagação do som, a existencia da elasticidade na agua para poderem ser explicados.

Hoje porêm a experiencia tem inteiramente decidido a questão, e a compressibilidade dos liquidos não padece duvida alguma. Fig. 57.

152. Tome-se o vaso de vidro A terminado por hum tubo capilar, e encha-se de agua até a. Eleve-se a agua no tubo á ebulição, para que o vapor aquoso expila todo o ar do interior do tubo, e feche-se então com o maçarico a extremidade deste hermeticamente. Deixando esfriar este aparelho, formar-se-ha por cima de a hum espaço vasio de ar: logo a agua contida no vaso não está sugeita á pressão atmospherica. Se se quebra o alto do tubo a pressão exercer-se-ha sôbre a agua, e ver-se-ha descer o nivel a de huma certa quantidade aa'. Esta experiencia, cujo resultado parece provar a compressibilidade da agua, he com tudo sugeita a objecções. Com effeito antes da ruptura do cume do tubo o vaso experimenta de fóra para dentro a pressão da atmosphera, quando de dentro para fóra só obra sôbre elle a pressão devida ao peso do liquido, que contêm, e á tenção do seu vapor, a qual, como veremos, he mui fraca em temperaturas baixas. Depois da ruptura do tubo a pressão atmospherica obra de dentro para fóra; assim como de fóra para dentro. Se as paredes do vaso forem susceptiveis de extensão he evidente, que este acrescimo de pressão interior fará augmentar a capacidade do vaso, e por conseguinte o nivel da agua póde em virtude desta causa descer da quantidade aa', sem que por isso a agua seja compressivel. Para tornar pois demonstrativa a experiencia he necessario illiminar a incerteza proveniente da extensibilidade do vaso, fazendo com que este esteja sempre sugeito a pressões internas, e externas, que se fação reciprocamente equilibrio.

153. Perkins, Canton, e outros trabalhárão com successo sôbre a elasticidade da agua, e provárão por meio de experiencias convincentes, que a agua he, contra a opinião antiga, hum fluido compressivel, e elastico. O

aparelho o mais commodo, que conhecemos para provar a elasticidade dos liquidos, he o imaginado pelo professor OErsted, e que lhe vimos pela primeira vez apresentar ao Instituto de França no anno de 1823.

Compõe-se este aparelho de huma bola de vidro fino *B*, terminada por hum tubo mui delgado dividido em partes de capacidade igual, e cada huma dellas huma fracção conhecida da capacidade da bola. Este vaso enche-se até huma certa altura de agua recemfervida afim de a privar do ar, que possa conter em dissolução. Em cima da agua introduz-se huma columna mui curta de mercurio para servir de index. A capilaridade do tubo não permitte ao mercurio atravessar a columna de agua, que o sustenta. Este tubo assim preparado introduz-se no vaso *A*, contendo tambem agua privada de ar pela ebulição. Este vaso he formado de cristal grosso, resistente, e fechado na parte superior com hum fundo de latão, atravessado por hum parafuso *D*, destinado a fazer descer hum embolo, que comprime a agua contida no vaso *A*. Para avaliar a força de pressão, que a agua experimenta, existe no vaso *A* huma campanula, ou tubo *C* graduado, contendo hum certo volume de ar, que pelas suas variações reciprocas ás pressões, nos dá o valor daquellas, expresso na pressão atmospherica. Fig. 58.

Quando, fazendo descer o embolo, se comprime a agua no vaso *A*, esta agua transmitte a pressão tanto á parte interior, como exterior do aporelho *B*: conseguintemente as variações de volume da agua contida em *B*, que indicar o index de mercurio, subindo, ou descendo no tubo serão unicamente devidas á compressibilidade da agua, e não á extensibilidade dos vasos.

Servindo-se deste aparelho OErsted, concluio que a compressibilidade da agua diminue mui rapidamente pelo augmento das pressões, e que a compressibilidade média, sob a pressão de 3 a 4 atmospheras, he de $\frac{45}{1000000}$ do seu volume inicial.

Na sessação das compressões a agua volta ao volume primittivo; mas parece, que depois de ter sido fortemente compremida reiteradas vezes não recobra rigorosamente; mas fica hum pouco a baixo daquelle volume. Os nossos conhecimentos sôbre a compressibilidade dos liquidos são, como acabamos de ver, ainda por extremo imperfeitos, e limitados. Esta parte da physica offerece materia a hum grande numero de investigações curiosas, importantes, e por extremo delicadas.

Da elasticidade nos solidos.

154. Nos córpos gazósos, e nos liquidos as mollecullas integrantes gozão de huma inteira liberdade nos seus movimentos reciprocos; sendo-lhes completamente indifferentes o olhar-se por estas, ou aquellas faces, o terem relativamente humas ás outras, esta, ou aquella posição. Toda a variação, que pela compressão podêmos fazer experimentar á posição destas mollecnlas, era huma variação de distancia: conseguintemente os phenómenos de elasticidade, e compressibidade naquelles córpos, limitão-se a restituições, e contracções de volume. A fórma, que se dá á massa gazosa, ou liquida he inteiramente indifferente, e as molleculas obedecem livremente aos impulsos, que lhes são communicados.

155. Nos córpos solidos os phenomenos da compressibilidade, e da elasticidade passão-se de huma maneira essencialmenie diversa; por quanto os solidos considerados relativante aos phenomenos, que agora investigamos, differem essencialmente dos liquidos, e dos gazes.

Hum corpo he solido todas as vezes, que as suas molleculas não são indifferentes á posição, que reciprocamente conservão: desde então as molleculas oppõe huma resistencia a qualquer mudança na posição relativa: desde então a figura da massa cessa de ser para ellas indifferente; e ainda conservando-se as mesmas distancias de mollecula a mollecula, isto he, a densidade absoluta do corpo, este resiste a huma mudança de fórma, ou, o que he o mesmo, as molleculas oppõe-se a huma variação na posição reciproca.

A força, com que as molleculas dos solidos resistem á variação de posição, dá origem á elasticidade. Se com hum esforço, muito superior ao desta força, lutamos contra o seu effeito, as molleculas sahem da posição primittiva, e ficão na nova posição, que lhes démos. Se v. gr. curvarmos consideravelmente huma vara de chumbo, a vara permanecerá curva depois de cessar o esforço, que empregámos para curvala. Se porêm lutamos gradualmente contra a força, que tende a manter as molleculas na posição primittiva, acharemos, que todas as vezes, que não excedermos hum certo limite de desvio, as molleculas novamente abandonadas a si mesmas voltaráõ á posição primittiva, por huma serie de oscilações iguaes para huma parte, e outra do ponto de equilibrio. E como esta volta ao estado inicial, se faz em virtude da reacção contra o esforço, que desviou as molleculas : segue-se, sempre que nos conservarmos no limite da elasticidade perfeita: isto he, imprimirmos ás molleculas hum desvio tal, que ellas possão ainda voltar rigorosamente á posição primitiva, o farão com huma força igual, á que empregámos para desvialas; porquanto toda a reacção he essencialmente igual, e opposta a acção, que a gera.

O limite da elasticidade perfeita varía nos diversos córpos, e até no mesmo corpo em diversas circunstancias. No chumbo, por exemplo, este limite he curtissimo: no ferro, e sôbre tudo no aço he assás consideravel: no marfim, nas madeiras, e no vidro, o referido limite he ainda bastante extenso, como he facil de verificar por experiencia.

Dizemos, que hum corpo he mais elastico, do que outro corpo, quando o limite, de que fallamos, he mais remoto; mas em geral todos os córpos da natureza são elasticos, sendo a unica differença a extensão de desvios, dentro de cujos limites póde exercer-se a acção, com a qual as molleculas tendem a voltar ao seu estado inicial de equilibrio. Isto entendido passemos a occupar-nos de hum certo numero de phenomenos, a que dá lugar a elasticidade dos solidos: phenomenos dos quaes huma grande parte tem, no estudo da physica, frequentes, e importantes aplicações.

Choque dos córpos elasticos.

156. A elasticidade introduz no phenomeno da communicação do movimento, pelo choque dos córpos, certas condições, que o modificão, sem com tudo destruirem as suas leis fundamentaes, que deduzimos no § 46, e seguintes. Assim, ou os córpos sejão, ou não elasticos, será sempre a quantidade de movimento, depois do choque, igual á quantidade de movimento antes do chóque, representando em hum como em outro caso os movimentos oppostos com signaes contrarios. Procuremos determinar os phenomenos dependentes da elasticidade nos córpos elasticos, começando pelo choque directo, e passando depois a considerar o choque obliquo.

Fig. 59. 157. Se huma esfera A perfeitamente elastica vier chocar hum plano fixo, e inflexivel BC em huma direcção perpendicular ao plano, as molleculas, que se achão no hemispherio chocante efg, serão desviadas da sua posição ordinaria, e recalcadas sôbre si mesmas, tomaráõ a fórma de hum semiellipsoide $e'fg'$; mas para que este hemiferio possa tomar a fórma indicada, he forçoso, que o hemisferio opposto tome huma fórma similhante: logo haverá na esfera duas compressões no acto do choque, e immediatamente duas restituições iguaes, e oppostas. Mas sendo a compressão do hemisferio chocante produzida pela força do choque, a restituição, que nos córpos elasticos perfeitos mostramos ser igual ao esforço, com que se fez o desvio, será tambem igual á força do choque. Haverá pois no corpo chocante duas forças de restituição, cada huma dellas igual á força do choque. Huma exercendo-se no sintido do movimento primitivo, outra opposta a este movimento. A' primeira chamaremos restituição directa, e á segunda restituição retrograda, por tender a fazer retrogradar o corpo. Isto posto, se representarmos por F a força, que produz o choque, quer dizer o producto da massa A pela sua velocidade, teremos duas restituições $+F$, e $-F$. A primeira sendo a restituição directa, a segunda a retrograda: logo o corpo A tenderá a des-

locar o plano fixo com a força $2F$, que será destruida pela resistencia do plano, e restará a força $-F$, que não tendo, quem a equilibre, dará ao corpo em sintido contrario huma força, igual á que possuia, quando foi ferir o plano. Esta verdade he todos os dias confirmada pela experiencia: se v. gr. sôbre hum plano horisontal se deixa cahir verticalmente huma esfera de marfim de huma altura qualquer, a esfera depois do choque elevar-se-ha verticalmente quasi á mesma altura, de que foi lançada: a resistencia do ar he a differença entre a experiencia, e a theória.

158. Se suppozermos agora, que o corpo chocado em vez de oppôr ao choque huma resistencia illimitada, oppõe sómente huma resistencia $\frac{F}{m}$: a força, que se emprega no choque, terá sómente por valor $\frac{F}{m}$: conseguintemente as restituições terão cada huma este mesmo valor: quer dizer, será a restituição directa igual a $\frac{F}{m}$, e a retrograda igual a $\frac{-F}{m}$; mas se os córpos fossem duros $\frac{F}{m}$, seria o movimento ganho pelo corpo chocado, igual ao movimento perdido pelo corpo chocante: logo as restituições são iguaes cada huma ao movimento perdido pelo corpo chocante, ou, o que he o mesmo, ao movimento ganho pelo corpo chocado.

159. As forças de restituição, que temos visto gerarem-se em huma esfera elastica, que vai chocar hum corpo, devem gerar-se da mesma maneira, quando a esfera he por elle chocada. Se pois duas esferas elasticas reciprocamente se chocarem, a consideração das restituições he aplicavel tanto á esfera chocante, como á esfera chocada. Isto entendido, estudemos, o que deve

passar-se no choque das esferas elasticas, suppondo que a linha, segundo a qual as esferas se chocão, passa pelo centro de gravidade de ambas ellas, no qual caso sómente se gera hum movimento de translação dirigido segundo a mesma linha, sem que se origine movimento algum de rotação, que complique os phenomenos.

160. Quando as esferas elasticas *A*, e *B*, caminhando com velocidades quaesquer, vem a chocar-se, temos a considerar na esfera chocante *A* o movimento proprio, que nella fica depois do choque, huma restituição directa, e outra retrograda, cada huma dellas igual ao movimento perdido pelo corpo chocante *A*: e no corpo chocado *B* temos a considerar o movimento depois do choque, e duas restituições huma directa, e outra retrograda, iguaes ás do corpo chocante. As restituições, retrograda do corpo chocado, e directa do chocante, sendo iguaes, e oppostas destruir-se-hão reciprocamente. Restará pois para mover o corpo chocado, o movimento proprio depois do choque, augmentado da restituição directa: e para mover o corpo chocante o movimento residuo menos a restituição retrograda. A elasticidade tende pois a augmentar a velocidade do corpo chocado; e a diminuir a do corpo chocante: os córpos elasticos mover-se-hão depois do choque, com velocidades desiguaes, ou contrarias.

Mas se dois córpos se chocão, não sendo elasticos, ambos depois do choque tem velocidades iguaes; se pois, quando são elasticos, estas velocidades são desiguaes, a differença das velocidades dependerá da força de restituição; mas esta força he igual, á que produz o choque, e esta á velocidade relativa antes do choque: logo a força de restituição, e conseguintemente a velocidade relativa depois do choque, será igual á velocidade relativa antes do choque: demais pela lei geral do § 46, a quantidade de movimento do systema deve ser a mesma antes, e depois do choque: logo teremos as condições necessarias para determinar em geral as velocidades, tanto do corpo chocante, como do corpo chocado depois do choque, sendo dadas as velocidades dos ditos córpos antes delle.

161. Representemos por v a velocidade do corpo chocante, cuja massa seja m: por v', e m' a velocidade, e a massa do corpo chocado: mv, e $m'v'$ serão as quantidades de movimento antes do choque: $v - v'$ a velocidade relativa nas mesmas circunstancias: representemos igualmente pelas indeterminadas x, e y as velocidades dos córpos chocante, e chocado depois do choque: mx, e $m'y$ serão as quantidades de movimento do systema depois do choque, e $y - x$ a velocidade relativa nas mesmas circunstancias; mas a quantidade de movimento, e a velocidade relativa são as mesmas antes e depois do choque, teremos pois as duas equações seguintes:

$$\left.\begin{array}{l} mv + m'v' = mx + m'y \\ v - v' = y - x \end{array}\right\} \text{das quaes se tirão}$$

$$(B) \;\text{- -}\; x = \frac{(m - m')\,v + 2m'v'}{m + m'}\,,\;\; y = \frac{2mv + (m' - m)\,v'}{m + m'}.$$

162. Se as velocidades das esferas antes do choque forem oppostas, designalas-hemos por signaes contrarios, conservando pois nas formulas (B) v positivo, faremos v' negativo, e teremos no caso das velocidades oppostas

$$(C) \;\text{- -}\; x = \frac{(m - m')\,v - 2m'v'}{m + m'}\,,\;\; y = \frac{2mv - (m' - m)\,v'}{m + m'}.$$

163. As formulas dos §§ antecedentes, sendo geraes, nos dão por simplices substituições, o que deve observar-se em cada caso particular do choque directo dos corpos elasticos. Se v. gr. suppozermos, que huma só das esferas se move, e vem chocar a outra em quietação, e que as massas das duas esferas são iguaes, faremos nas formulas (B) $m = m'$, e $v' = 0$, o que nos dará $x = 0$, e $y = v$: significando, que a esfera chocante ficará em quietação, e que a esfera chocada se moverá com a velocidade, que antes do choque possuia a esfera chocante.

Se a esfera chocada se achasse em contacto com outra igual, esta estaria para estoutra nas mesmas circunstancias, que a primeira chocante para a primeira chocada, e se houvesse ainda huma quarta esfera, a terceira estaria para a quarta como a primeira para a segunda, e assim por diante, e só a ultima esfera se destacaria com a velocidade da primeira chocante, ficando todas as mais em quietação.

Por segundo exemplo da aplicação das formulas geraes supporemos duas esferas A, e B iguaes em massa, e chocando-se com velocidades iguaes, e oppostas. Para resolver esta questão, faremos nas formulas (C) $m = m'$, e $v = v'$: teremos $x = -v$, e $y = v$, significando, que duas esferas elasticas iguaes, chocando-se com forças iguaes, e oppostas, separão-se depois do choque, caminhando cada huma no sintido inverso do movimento primitivo; porêm com velocidades oppostas, iguaes entre si, e iguaes ás primitivas velocidades.

164. Para concluir, o que nos he indispensavel conhecer ácerca do choque dos córpos elasticos, imaginemos a esfera A indo chocar o plano fixo BC, segundo a direcção, e com a velocidade IA: neste caso a esfera A separar-se-ha do plano percorrendo a recta AI' com a mesma velocidade, com que percorreo IA, e se no ponto A levantarmos a normal AO ao plano no ponto da incidencia, será o angulo $IAO = OAI'$.

Fig. 60.

A força IA, com que a esfera A vai chocar o plano fixo BC, póde decompor-se nas duas OA e CA, a primeira perpendicular, a segunda parallela ao plano. O effeito da força OA, que impelle a esfera perpendicularmente ao plano, lhe dará, visto ser ella elastica, huma velocidade igual, e opposta, em virtude da qual a esfera n'hum tempo, igual áquelle, em que percorreo IA, percorreria AO: a força CA parallela ao plano tende a fazer percorrer á esfera $AB = AC$ no mesmo tempo, em que percorreo IA: logo o corpo depois do choque, achando-se animado pelas forças AO e AB, deverá descrever a diagonal AI' do parallelogramo destas forças; mas nos triangulos IAO e $I'AO$ rectangulos em O temos hum lado AO commum, e o lado $OI = OI'$, pois em consequencia dos parallelogramos $OACI$ e $OABI'$ he $OI = AC$, e $I'O = AB$; mas $AC = AB$: logo $OI = OI'$: logo os dois triangulos serão iguaes, e conseguintemente iguaes as hypothenusas AI, e AI', e iguaes os angulos IAO, e $I'AO$. O angulo IAO, que a direcção do corpo chocante fórma com a normal ao plano chocado no ponto da incidencia, chama-se *angulo de incidencia*, e o seu igual $I'AO$ angulo de reflecção, e o facto que acabamos de demonstrar enuncia-se em geral dizendo, que se hum corpo ellastico choca outro corpo, o angulo de incidencia he igual ao angulo de reflecção, e a velocidade de reflecção igual á velocidade de incidencia. Quando a superficie chocada he curva, para determinar a reflecção he necessario lembrar-nos, que huma curva qualquer póde ser considerada como hum poligono de lados extremamente pequenos, cada hum delles dirigido segundo a tangente á curva no ponto, que se considera; e levantando a normal á tangente da curva neste ponto, o angulo da incidencia será ainda igual ao angulo de reflecção, referidos ambos a esta normal.

Os aparelhos, em que se póde experimentalmente verificar esta condição, pódem ser dispostos de maneiras tão diversas, e são tão faceis de imaginar, que mais nada diremos sôbre esta materia.

Da elasticidade considerada nos fios, ou laminas distendidos por pesos diversos.

165. Se hum fio, ou huma lamina he distendido por huma força qualquer, a elasticidade do fio permittirá hum certo gráo de distenção, antes que o fio quebre, e não só antes da ruptura; mas antes, que as molleculas, que o compõe, percão a faculdade de voltar ao seu estado inicial, e conseguintemente o fio ás dimensões primitivas. Consideremos agora, segundo que lei se fazem as distenções, e restituições dos fios ao seu comprimento primitivo, segundo as forças, que se empregão para distendelos.

O aparelho mais simples para esta observação consistiria em huma escala vertical, diante da qual se suspenderia o fio, ou lamina, tendo na sua extremidade inferior hum prato de balança: e fazendo variar os pesos contidos no prato da balança, e observando por outra parte os pontos da escala, aos quaes a extremidade do fio corresponderia sob a acção de pesos diversos, teriamos immediatamente a lei pela comparação das observações; por quanto a acção da gravidade sôbre os pesos, exercendo-se na direcção do fio, as tracções deste serião proporcionaes aos pesos.

Esta especie de aparelhos não he porêm, a que melhor se presta á observação exacta das distenções, a qual deve ser mui rigorosa, poisque os limites extremos das distenções sem destruir a elasticidade são mui curtos, e nesta especie de aparelho he difficil avaliar com extremo rigor, e precisão as pequenas variações no comprimento do fio.

166. Existe para fazer esta especie de observações hum aparelho mui engenhoso devido a Sgravesandre, do qual este fysico se servio para achar a lei, de que tratamos. Convem pois formar huma idéa exacta deste aparelho.

Fig. 62. O aparelho de Sgravesandre compõe-se de duas columnas, ou apoios verticaes, tendo nos seus cumes duas pinças, ou tórnos *A*, e *B*, em que se prendem as extremidades do fio ou lamina, que se observa, dando-lhe huma tenção inicial sufficiente, para que o fio se possa sensivelmente suppor confundido com a recta *AB*. O fio atravessa huma chapinha de cobre *C*, de cuja extremidade inferior pende hum prato de balança *D*, e da extremidade superior huma cadeia, ou cordão flexivel, que se enrola na roldana *F*: na mesma roldaua, e em sintido contrario se enrola o cordão do contrapeso *E*, tal que neste estado este contrapeso equilibra perfeitamente a chapinha *C*, e o prato *D*, de maneira que o fio só he distendido pelo seu proprio peso. Se porêm no prato *D* se põe hum peso addicional, este por meio da chapinha de cobre obrigará o fio a curvar-se, e o pon- to *C* meio entre *A*, e *B* descerá, fazendo para este fim girar a roldana, a qual moverá o ponteiro *FG*, que gira sôbre o mostrador graduado. He evidente a maneira de determinar, que descenso do ponto *C* corresponde a cada divisão percorrida pelo ponteiro *FG* no mostrador, e que se o ponteiro fôr muito comprido relativa-

mente ao raio da roldana hum pequeno descenso, ou ascensão de C poderá ser mui exactamente apreciado por este artefício, que he huma aplicação, do que explicámos no § 15.

167. Isto entendido supponhamos, que hum peso p, posto no prato D faz descer o ponto C meio do fio á posição C', e que avaliando pela agulha o descenso CC' o achamos igual a c: chamemos a a metade do comprimento do fio AB, quer dizer AC, ou BC: e do mesmo modo a' a metade do fio distendido AC', ou BC'.

Se o nosso aparelho estiver, como deve ser, disposto de maneira, que o fio AB seja horisontal, CC' será perpendicular a AB, e conseguintemente no triangulo rectangulo ACC', teremos - - - - - - - - - -

$$\overline{AC'}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CC'}^2,$$

ou

$$a'^2 = a^2 + c^2$$

logo

$$a' = \sqrt{a^2+c^2} = (a^2+c^2)^{\frac{1}{2}} = \left(a^2(1+\frac{c^2}{a^2})\right)^{\frac{1}{2}} = a(1+\frac{c^2}{a^2})^{\frac{1}{2}},$$

e reduzindo o radical em serie pela formula do binomio fica - - - - - - - - - - - - - - - - - - -

$$a' = a\,(1+\tfrac{1}{2}\,\frac{c^2}{a^2} - \tfrac{1}{8}\,\frac{c^4}{a^4}) = a + \frac{c^2}{2a} - \frac{c^4}{8a^3}.$$

Nas experiencias, que Sgravenandre fez com este aparelho, e em todas, as que com elle se podem fazer, tendo em vista a determinação da elasticidade, que nos occupa, o comprimento do descenso $CC' = c$ he sempre tão pequeno relativamente á metade do comprimento do fio a, que o termo negativo $-\frac{1}{8}\frac{c^4}{a^4}$ póde considerar-se nullo, e neste caso teremos - - - - - - - -

$$a' = a + \frac{c^2}{2a} = a\,(1 + \frac{c^2}{2a^2}); \quad \text{- - - - - - - - - -} \quad (a)$$

mas o fio no estado primitivo tem o comprimento $2a$: no estado distendido o comprimento $2a'$: logo chamando $\triangle$ a distenção do fio: será - - - - - - - - - -

$$\triangle = 2a' - 2a = 2a + \frac{c^2}{a} - 2a = \frac{c^2}{a} \quad \text{- - - - - (b)}$$

168. Para que o fio AB tome a posição $AC'B$, e nella permaneça em equilibrio, he necessario, que as tenções iguaes das duas metades do fio AC, e BC, decompostas no sintido vertical opposto á gravidade, fação equilibrio ás forças, que tendem a fazer descer o ponto C para C'. Ora a força, que tende a fazer descer o ponto C para C' não he sómente o peso p; mas tambem influe o peso do fio. Para avaliar esta influencia lembrar-nos-hemos, que estando o fio AB horisontal, se no seu meio O se imaginar hum apoio, este apoio sustentará metáde do peso da parte CB, e metade do peso da parte CA do fio, suportando os pontos A, e B a outra metade: logo no fio horisontal o ponto C tende a descer em virtude de huma força igual á metade do peso, e como já dissemos, que em todas as experiencias o descenso total CC' he mui pequeno relativamente a AC, poderemos despresar o effeito da inclinação das duas metades do fio, e suppôr este sempre horisontal relativamente á influencia do seu peso: se este for π, $\frac{1}{2}\pi$ será a quantidade, de que devemos augmentar p para ter o esforço, que deve ser equilibrado pelas tenções iguaes de AC', e BC' decompostas no sintido vertical. Façamos para abreviar $p + \frac{1}{2}\pi = P$, e representemos por T a tracção do fio AC', ou a tracção igual de BC'. Para ter a componente vertical da tracção T no sintido AC' deveremos multiplicar T pelo coseno do angulo $AC'C$, que esta direcção fórma com a vertical: será pois a componente vertical da tracção T do fio, AC' igual a $T. \text{Cos.}\ AC'C$; (*) mas no

---

(*) Seja a força obliqua AB decomposta nas duas AC horisontal e BC vertical. No triangulo ACB rectangulo em C teremos Fig. 64.
$1 : \text{Sen.}\ A :: AB . BC$ mas $\text{Sen.}\ A = \text{Cos.}\ B$ logo $1 : \text{Cos.}\ B :: AB : BC$ donde $BC = AB.\ \text{Cos.}\ B$, como dizemos no texto.

triangulo $AC'C$ rectangulo em C temos

$$AC' : CC' :: 1 : \text{Cos. } AC'C$$

logo

$$\text{Cos. } AC'C = \frac{CC'}{AC'} = \frac{c}{a'}$$

Conseguintemente a componente vertical da tracção T será igual a $\frac{cT}{a'}$, mas a tenção da metade $C'B$ do fio he igual á da metade $C'A$, logo a componente vertical de ambas as tracções do fio será $\frac{2cT}{a'}$; e para que o fio tenha huma posição de equilibrio deveremos ter $\frac{2cT}{a'} = P$. Se nesta expressão de P substituirmos o valor de a' dado na equação (a)

virá

$$\frac{2cT}{a(1+\frac{c^2}{2a})} = P,$$

da qual se tira

$$T = \frac{P\left(a(1+\frac{c^2}{a^2})\right)}{2c}$$

ou finalmente

$$T = \frac{Pa}{2c}(1+\frac{c^2}{a^2}) = \frac{Pa}{2c} + \frac{Pc}{2a}.$$

Ora nas experiencias de Sgravesandre c he tão pequeno relativamente a a, e P he hum peso tão fraco, que $\frac{Pc}{2a}$ he huma quantidade, que escapa á observação, poderemos pois despresar sem erro sensivel este termo, e fazer simplesmente $T = \frac{Pa}{2c}$ . . . . (c)

169. Por meio pois da formula (b) achada no § 167, e da que acabámos de achar (c) § 168, podemos saber, qual he a distenção de hum fio, e a tracção, que lhe corresponde, conhecendo unicamente a distancia *AB* entre os tórnos fixos do instrumento, o descenso do ponto *C* meio do fio, medido pela fórma explicada no § 166, o peso do fio, e os pesos addicionaes collocados na balança ou prato *D*.

170. Pelo calculo de similhantes observações Sgravesandre descubrio, que em quanto as tracções se conservão no limite da elasticidade perfeita, quer dizer, quando o fio, ou lamina, tirados os pesos, volta rigorosamente á direcção primittiva, a cada augmento *t* na tracção corresponde huma distenção *C* no comprimento, sempre a mesma, qualquer que seja a tracção primittiva: logo as distenções dos fios, cordas, ou laminas são proporcionaes aos pesos, que as tirão.

Das vibrações das cordas elasticas fixas pelas suas extremidades.

171. Se huma corda elastica *AB* fixada pelas suas extremidades a dois pontos invariaveis *A*, e *B*, e tendo huma certa tracção, he desviada huma quantidade extremamente pequena da direcção rectilinea, a corda volta á direcção inicial por huma serie de oscilações para hum e outro lado desta direcção, oscilações, que vão diminuindo successivamente de amplitude, até cessarem inteiramente no fim de hum certo tempo. Estas
Fig. 63. oscilações tem o nome de vibrações da corda, a duração de cada huma dellas depende do comprimento da corda, do seu peso, e da força, que a distende.

172. Seja huma corda, ou fio elastico *ABP* fixado em *A* n'hum ponto invariavel, como v. gr. huma pinça, ou hum tôrno, e passe sôbre a roldana *B*, tendo na sua extremidade suspenso o peso *P*, he claro que o peso *P* representa a força, que distende o fio, ou, o que he o mesmo, a sua tracção. Desvie-se o ponto *C* meio do fio extremamente pouco para a posição *C'*, e abandone-se: o fio distendido será pela tracção chama-

do de novo á posição C, em que equilibra a força P: o ponto C mover-se-ha de C' para C com hum movimento accelerado; mas não uniformemente; porque a força acceleratriz em vez de ser constante diminue desde C' até C ônde he nulla, porêm chegado a este lugar, o ponto C em virtude da velocidade adquirida descreverá o espaço CC'' igual, e opposto a $C'C$, e isto sempre da mesma maneira, e por hum tempo illimitado, se a resistencia do ar, ás fricções nos apoios, e a imperfeição da elasticidade da corda não limitarem a duração deste movimento.

Desta simples exposição, do que se passa no movimento vibratorio das cordas, se vê, que o movimento de hum fio vibrante he inteiramente similhante ao de hum pendulo, a tracção do fio fazendo as funcções da gravidade: e conseguintemente poderemos aplicar a este movimento o que dissemos do movimento dos pendulos sob a acção da gravidade.

173. Se designarmos por C o comprimento da corda, por P o peso que produz a tracção: para que o peso ou tracção P possa dar á corda AC o movimento vibratorio, he necessario, que o receba tambem a outra metade da corda CB, P deve pois repartir a sua influencia motriz por toda a massa da corda AB, cada ponto della oscilará não debaixo da acção de P; mas de $\frac{P}{P'}$, se fôr P' o peso, ou massa da corda AB. Ora a força de gravidade, que consideramos no pendulo, he a força sôbre cada mollecula: logo he verdadeiramente neste caso não P; mas $\frac{P}{P'}$, que representa a gravidade no pendulo.

174. Isto entendido, e lembrando-nos, que o tempo da oscilação de hum pendulo he proporcional á raiz quadrada do seu comprimento, e reciproco á raiz quadrada da força de gravidade, teremos, no caso que consideramos, representando por t o tempo de huma vibração . . . .

$$t = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}C}{\frac{P}{P'}}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}CP'}{P}}:$$

O

Para ter t expresso em segundos multiplicar P pelo espaço, que os graves descrevem no primeiro segundo da sua quéda, ou pela acção da gravidade, chamando pois este espaço g teremos . . . .

$$t = \sqrt{\frac{\frac{1}{2} CP'}{gP}} \quad \ldots\ldots\ldots$$

175. Se suppozermos a corda cylindrica, e designarmos por r o raio da sua secção transversal, por p o peso da unidade de volume da materia, que a compõe, e por π a semicircumferencia, cujo raio he a unidade, teremos o volume da corda $= \pi r^2 CC$: o seu peso P' $= \pi r^2 Cp$, substituindo este valor na formula (a) vem

$$t = \sqrt{\frac{\frac{1}{2} C (\pi r^2 Cp)}{gP}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{2} r^2 C^2 \pi p}{gP}} = rC \sqrt{\frac{2gP}{\pi P}} \quad \text{(b)}$$

mas $2g = 0^m,8088$: logo $t = rC \sqrt{\frac{\pi p}{0^m,8088 . P}}$.

Esta formula nos faz immediatamente ver

1.° Que fazendo variar os comprimentos das cordas similhantes, e similhantemente puchadas, os tempos das oscilações, ou vibrações dellas serão proporcionaes aos comprimentos.

2.° Que conservando os mesmos os comprimentos, e as tracções, e fazendo unicamente variar as grossuras, os tempos das oscilações, ou vibrações serão proporcionaes aos raios das mesmas grossuras.

3.° Que conservando tudo o mais constannte, e fazendo variar a tracção os tempos das oscilações serão reciprocos ás raizes quadradas dos pesos tendentes. Finalmente a mesma equação (b) nos servirá para calcular a duração de huma oscilação expressa em segundos sexagenimaes, todas as vezes, que conhecermos o raio da grossura da corda, o comprimento della, a densidade da materia, que a compõe, e o valor da tracção, a que está sugeita, ou, o que he o mesmo, o peso que a distende.

Balança de torção, ou de Coulomb.

176. Antes de terminar, o que temos a dizer sôbre a elasticidade, daremos huma idéa de hum instrumento precioso, cuja invenção he devida a Coulomb, e que tem o nome de *balança de torsão*, por ser fundada na torsão dos fios elasticos.

Quando torcemos hum fio AB fixo por huma das suas extremidades, tanto as molleculas da superficie, como as do interior do fio são desviadas da sua posição natural de equilibrio: e se a torção fôr assás pequena, para que o desvio das molleculas não exceda o limite, ônde termina a elasticidade perfeita, as molleculas por huma serie de oscilações, isochronas para huma, e outra parte do ponto do equilibrio, virão finalmente fixar-se nelle.

Imaginemos hum fio vertical AB suspenso por A Fig. 66. de huma maneira invariavel, e na outra extremidade a agulha horisontal CD. Tomemos ao longo do fio, e na mesma vertical as molleculas m, m', m'', m''' etc. se fizermos girar a agulha de maneira, que a mollecula m''' se desvie da vertical, a que corresponde de huma distancia d''', a mollecula m'' se desviará de huma distancia d'', a mollecula m' de huma distancia d' etc. e o mesmo acontecerá a todas as outras filas de molleculas, que compõe o fio. Mas a força, com que as molleculas de hum corpo elastico tendem a voltar ao estado inicial, he proporcional ao desvio, que recebem: logo se D representar a somma dos desvios, e F a força da torção correspondente, será $D = F$. Se agora torcermos o fio de angulo duplo, quer dizer, se o desvio de m''' se tornar $2d'''$: os desvios de m'', m', etc. e em geral os de todas as molleculas do fio, tornar-se-hão $2d''$, $2d'$, etc. e conseguintemente D tornar-se-ha em $2D$, e a nova força F' será $= 2D = 2F$. Em geral se o angulo de torção, sempre comprehendido no limite da elasticidade perfeita, variar na razão de $1 : n$, o desvio total das molleculas tornar-se-ha nD, e conseguintemente a força de torção nF. Logo, para hum mesmo

O 2

fio similhantemente suspenso, as forças de torção são proporcionaes aos angulos, que medem a torção do fio.

177. Se aplicarmos huma força F perpendicularmeute ao raio do fio para fazer equilibrio á torção t na extremidade do mesmo raio r, he claro, que aplicando esta mesma força na extremidade de huma agulha horisontal, cujo comprimento fôr R, designando esta nova força por F' teremos . . . .

$$R : r :: F : F' \text{ logo } F' = \frac{Fr}{R},$$

o que nos servirá para comparar a força de torção de hum fio na extremidade de agulhas diversas.

178. Coulomb, ajudado de formulas analyticas superiores aos conhecimentos suppostos neste tratado, e da experiencia, conseguio determinar, segundo que lei varía a força de torção com o comprimento, e a grossura dos fios, e provou que esta força he reciproca ao comprimento dos fios, e proporcional ás quartas potencias das suas espessuras.

Fig. 65. Tendo reconhecido estas leis, Coulomb creou o instrumento o mais proprio para a medida, e comparação de forças pouco consideraveis. Na face superior de huma caixa cubica formada de seis vidros eleva-se hum cylindro ôcco de metal AB, no interior do qual desce verticalmente o fio elastico, que constitue o instrumento, e que por meio da caixa, e do cylindro se acha abrigado dos effeitos da agitação do ar. O fio he sustentado em A por huma pinça de metal, a qual póde fazer-se voltar, e indicar por meio de hum ponteiro sôbre hum mostrador horisontal existente no alto do cylindro de quantos gráos, ou partes de gráo se fez girar. No baixo do fio está suspensa huma agulha horisontal ab, na extremidade da qual obrão as forças, que se ensaião, e que se equilibrão com a torção por meio da pinça girante, que sustenta o fio em A. Na altura da agulha horisontal, e traçada nas paredes da caixa ha huma escala, que permitte observar, e medir os desvios, que a agulha toma da sua direcção ordinaria

de equilibrio, ônde abandonada a si mesma a vem fixar o zero da torção. Teremos para o diante, e muito especialmente no estudo da electricidade, e do magnetismo, occasião de notar quão precioso foi para a sciencia este instrumento, entre as mãos do seu habil inventor.

SECÇAÕ II.

CALORICO.

Idéa do Calorico, e da dilataçaõ dos córpos pela acçaõ deste agente.

1. Temos até agora estudado hum certo numero de phenomenos dependentes de propriedades, que parecem de certo modo inherentes, e essenciaes ás particulas materiaes, que saõ taes pelo menos, que a materia os apresenta sempre em todos os seus agregados; passaremos porém agora a considerar huma nova ordem de phenomenos, que sómente em certas, e determinadas circunstancias, e debaixo da influencia de certos agentes, a materia he susceptivel de manifestar. O primeiro destes agentes na ordem das nossas indagações he o calorico, que fará o objecto desta secçaõ.

2. Pela palavra calorico, nada mais pertendemos designar, do que, a causa, qualquer que seja, que em nós he capaz de produzir a sensaçaõ do calor, quando livre de circunstancias, que, como veremos, encadeaõ a sua acçaõ, e dissimulaõ a sua presença, póde livremente obrar sobre os nossos orgãos.

Sendo no estado actual da Physica impossivel fixar cousa alguma positiva a respeito da natureza intima desta causa, nem asseverar ser ella hum fluido, ou corpo particular, ou hum estado accidental, huma simples modificaçaõ da materia mesma dos córpos, ou de qualquer substancia para nós ainda desconhecida, naõ querendo avançar asserções sem prova, nem passar os limites, em que nos circunscreve o estado da sciencia, naõ daremos a esta causa o nome de corpo, ou de fluido, como antes de nós o tem feito muitos Authores; mas conservar-lhe-hemos simplesmente os nomes de principio, causa, ou agente, que nada indicaõ a respeito da sua natureza intima, e particular.

3. O calorico naõ manifesta unicamente a sua presença pela sensaçaõ de calor, que produz nos entes organizados; porém tambem pela alteraçaõ, que occasiona no volume de todos, e quaesquer córpos submetidos á sua acçaõ. Com effeito, todo o corpo, qualquer que seja o seu estado, dilata-se quando se aquece, e pelo contrario diminue de volume pelo pelo resfriamento. O calorico combate pois a força de cohesaõ, e diminue sensivelmente o seu effeito.

Esta propriedade caracteristica do calorico he facil de demonstrar por experiencia. Seja a piramide conica truncada
Fig. 1.ª *A*, enchendo perfeitamente a capacidade interna do anel similhante *B*, em quanto ambos tem a mesma temperatura; desviando o anel, e deixando pender a piramide sobre a alampada aceza *C*, se applicarmos depois de certo tempo a piramide ao anel, este ultimo naõ a poderá conter perfeitamente: logo a piramide foi dilatada pela acçaõ do calorico. Se estando o anel, e a piramide em huma mesma temperatura sensivelmente elevada acima da da neve, se desvia o anel, e se mergulha na neve a piramide, applicando-a depois ao anel naõ será o seu volume sufficiente para o encher completamente: logo a piramide contrahio-se pelo resfriamento. Qualquer que seja a materia da piramide, com tanto que a elevaçaõ de temperatura a naõ altere, ou naõ separe algum principio volatil nella contido, a experiencia passar-se-ha sempre da maneira indicada.

Para pôr em evidencia a dilataçaõ dos liquidos, enche-
Fig. 2.ª se de hum liquido o vaso de vidro *AB* terminado por hum tubo capilar, até que o liquido chegue a *C*; se aquecermos este aparelho, veremos o liquido elevar-se até huma certa altura *D*; se pelo contrario resfriarmos o aparelho, veremos o liquido descer até D' *v. g.*: logo o volume do liquido augmenta com a elevaçaõ da temperatura, e contrahe-se com o resfriamento; e como o vaso experimentando as mesmas variações de temperatura, que o liquido, que contém, se dilata, e se contrahe com elle: esta experiencia nos prova, que o liquido naõ só he dilatável pelo calor; mas que o he mais, que a materia do vaso.

Quando se faz esta experiencia nota-se, que no primeiro momento da applicaçaõ do calor ao aparelho, o liquido desce abaixo de *C*, e depois deste descenço começa a elevar-se até *D*: a razaõ deste phenomeno, he, que o calorico antes de penetrar até ao liquido, obra primeiro sobre a materia do vaso, e o dilata antes de alterar o volume de liquido, que por conseguinte desce no primeiro momento abaixo de *C*.

Hum aparelho simillhante ao antecedente, no qual em vez de liquido, se introduz hum gaz qualquer, deixando no tubo hum index, ou pequena columna de mercurio, basta para provar experimentalmente a dilatabilidade dos gazes pela acçaõ do calorico. Fig. 3.ª

4. Se se peza hum corpo qualquer no ar, em diversas temperaturas, e se corrige o seu pezo do pezo do ar deslocado, acha-se o pezo do corpo constante em todas as temperaturas: logo os córpos augmentaõ de dimençóes sob a acçaõ do calorico, e absorvem este agente; sem que recebaõ quantidade sensivel de materia ponderavel, donde resultaõ duas verdades: 1.ª se o calorico he hum fluido particular, este fluido he imponderavel em relaçaõ aos nossos meios de observaçaõ, quer dizer, que o seu pezo, se acaso o possue, he incomparavelmente menor, que todos os pezos assignaveis. 2.ª que variando com a temperatura os volumes sem que variem os pezos dos córpos, as densidades destes saõ diversas nas diversas temperaturas, e por conseguinte para as comparar, he necessario, ou determina-las em huma temperatura constante, ou reduzi-las a essa temperatura pelo calculo fundado nas leis de dilatabilidade, que nos fornecerá o estudo subsequente das propriedades do calorico.

Do Thermometro.

5. Da mesma maneira que, estudando a extensaõ, procurámos crear meios, e instrumentos, que tornassem comparaveis as dimençóes dos diversos córpos, que analisando a força atractiva das molleculas, ou a gravidade, nos occupámos dos modos de comparar, e medir a sua intensidade; devemos agora procurar hum instrumento para medir a acçaõ do agente, que nos occupa, isto he, do calorico.

6. A sensaçaõ de calor, que o calorico occasiona nos nossos orgáos, naõ he de maneira alguma hum meio proprio para medir, e comparar as intensidades diversas deste agen-

te. Por quanto, ainda que possamos conhecer se huma sensaçaõ he mais, ou menos forte; com tudo naõ podemos assignar a razaõ entre duas sensações, ninguem com effeito póde dizer, que tal corpo aquece m vezes mais que tal corpo; mas unicamente, que tal corpo he mais, ou menos quente, que tal outro. Em segundo lugar, a sensaçaõ de calor naõ depende da temperatura absoluta do corpo tocado; mas da differença entre aquella temperatura, e a do orgaõ, que o toca. Quando a temperatura do orgaõ he inferior á do corpo, temos a sensaçaõ de calor, e chamamos-lhe corpo quente; quando porém a sua temperatura he superior, o corpo dá-nos huma sensaçaõ de frescura, e chamamos-lhe hum corpo frio. He pois claro, que hum corpo com huma temperatura rigorosamente constante, poderá parecer quente a hum individuo, frio a outro, e quente, ou frio ao mesmo individuo em diversas circunstancias. Taes saõ as covas profundas onde a temperatura he sensivelmente uniforme, e que parecem frescas na estaçaõ dos calores, e pelo contrario agasalhadas, e quentes no rigor do inverno.

7. He preciso pois buscar fóra de nós este meio de comparar as acções do calorico, isto he, de determinar as temperaturas. A dilataçaõ dos córpos he a propriedade, em que mais commodamente se encontra esta medida, e entre os córpos saõ os liquidos, os que melhor se prestaõ á construcçaõ do instrumento, que nos occupa; por quanto a pequena dilatabilidade dos solidos, e pelo contrario a nimia dilatabilidade dos gazes os tornaõ improprios para este objecto.

8. O instrumento descripto no § 3.º, transportado de hum lugar a outro, ou posto em contacto com diversos córpos, nos indicará immediatamente pela variaçaõ do volume do liquido, que contém, que tal lugar he mais, ou menos quente, que tal corpo he mais, ou menos frio, que tal outro. Este instrumento accusará por tanto variações de temperatura, será hum indicador do calorico, e merecerá o nome de thermoscopio; porém naõ o de thermometro, por quanto indica, sem determina-las, as variações de temperatura.

A invençaõ do thermometro, ou antes do thermoscopio, he por alguns physicos attribuida a Galileo, outros a attribuem a Sanctorius, e outros a hum camponez hollandez, por nome Drebel; porém a gloria da creaçaõ do thermometro, como instrumento exacto de medida, e comparaçaõ, parece ser devida ao genio immortal de Newton, áquelle genio, que a natureza destinou a naõ tratar huma materia sem profunda-la, a naõ trabalhar n'hum ramo qualquer de sciencia, sem fixar nelle huma épocha memoravel por algum invento, ou theoria capaz de mudar inteiramente o modo de estuda-lo.

9. Se tomamos huma esfera de vidro terminada por hum tubo capilar, e contendo huma quantidade de hum liquido qualquer, *vg.* de mercurio, que encha a esfera, e huma parte da capacidade do tubo, e mergulhamos o instrumento na neve fundindo, notaremos, que o volume do mercurio he constante em quanto a neve se funde, e que tantas vezes mergulharmos o instrumento n'hum similhante banho, tantas o volume se mostrará rigorosamente o mesmo, quero dizer, que a columna mercurial parará no mesmo ponto: marcando pois este ponto no tubo, teremos ali hum ponto constante, e invariavelmente o mesmo, do qual dataremos a escala thermometrica, e que chamaremos o zero daquella escala.

Mergulhando agora o mesmo instrumento em agoa exposta a hum focco de calor, observaremos, que a columna thermometrica hirá subindo progressivamente, até que se manifeste a ebulliçaõ da agoa; porém logo, que a ebulliçaõ principiar, a columna thermometrica tornar-se-ha estacionaria até á volatilisaçaõ total do liquido, e tantas vezes mergulharmos o instrumento na agoa fervendo, com tanto que esta seja purificada pela distilaçaõ, e que a pressaõ athmosferica seja a mesma em todos os casos (*), tantas vezes a columna thermometrica parará rigorosamente no mesmo ponto: conseguintemente a temperatura da agoa fervendo nos dá hum segundo ponto constante, e invariavel na escala thermometrica.

10. Se dividir-mos o intervallo entre as alturas da columa mercurial correspondente á neve fundindo, e a agoa fervendo em *m* partes iguaes, e chamarmos a cada huma destas partes hum gráo de temperatura, ou do thermometro, he claro que, quaesquer que sejaõ as capacidades da bolla, e do tubo do thermomethro, que empregarmos, as suas indicaçóes seraõ sempre as mesmas; ou o que he o mesmo, dois

(*) Ver se-ha a razaõ da necessidade da igualdade de pressaõ em lugar conveniente.

thermometros graduados pelo modo exposto, indicaráõ no mesmo banho o mesmo numero de gráos de temperatura, quaesquer que sejaõ as dimensões da bolla, e do tubo, de que saõ formados.

Para o demonstrar; supponhamos, que a dilataçaõ do mercurio, ou em geral do liquido, de que saõ formados os dois thermometros, he por cada gráo de temperatura $\frac{1}{d}$ do volume do liquido na temperatura zero, e que o volume do liquido de hum thermometro a zero he V: mergulhado na agoa fervendo, quer dizer m gráos acima de zero este volume será $V + \frac{mV}{d}$, e por tanto cada hum dos gráos deste thermometro terá hum volume igual a $\frac{V}{d}$: logo na temperatura T o volume do mercurio será $V + \frac{VT}{d}$ quer dizer, que occupará o volume a zero mais T gráos. Similhantemente se o volume a zero do mercurio contido no segundo thermometro for V', o volume do mercurio em m gráos será $V' + \frac{mV'}{d}$, e o volume de cada gráo deste thermometro será $\frac{V'}{d}$, conseguintemente na temperatura T o volume do mercurio será $V' + \frac{TV'}{d}$, isto he, occupará o volume a zero mais T gráos. Logo os dois thermometros, ambos formados do mesmo liquido, e graduados do mesmo modo, marcaraõ em hum mesmo banho a mesma temperatura, independente das suas dimensões.

11. O valor de m, isto he, o numero de gráos, em que se divide o intervallo entre a neve fundindo, e a agoa fervendo, he inteiramente arbitrario: e com effeito diversos Physicos, em diversas épochas, e paizes tem adoptado divisões, ou escalas diversas, sendo as mais conhecidas, a centigrada, que exclusivamente adoptaremos neste tratado, as de Reaumur, e Farenheit, ás quaes ajuntaremos as de Newton, e de Deslile.

Na escala Centigrada a neve fundindo he marcada zero, e o intervallo entre este ponto, e o da ebulliçaõ da agoa he dividido em 100 partes, ou gráos: logo chamando E o intervalo comprehendido entre a fusaõ da neve, e a ebulliçaõ da agoa; e C o gráo centigrado, será $C = \frac{E}{100}$.

Na escala de Reaumur os pontos extremos saõ os mesmos, que na Centigrada; porém o intervallo entre a fusaõ da neve, e a ebulliçaõ da agoa he dividido em 80 partes, ou gráos, donde resulta, que chamando R o gráo de Reaumur, e conservando as outras denominações acima, teremos

$$R = \frac{E}{80} = \frac{100}{80} C = \frac{5}{4} C:$$

conseguintemente huma temperatura t do thermometro de Reaumur será igual a $\frac{5t}{4}$ gráos centigrados, e reciprocamente huma temperatura t' centigrada, será igual a $\frac{4t'}{5}$ gráos de Reaumur.

Na escala de Newton saõ ainda os mesmos os pontos extremos; porém a escala inteira he dividida sómente em 34 partes, ou gráos; chamando pois N ao gráo de Newton, teremos -

$$N = \frac{E}{34} = \frac{100\,C}{34} = \frac{50}{17} C:$$

logo huma temperatura t do thermometro de Newton será igual a $\frac{t\,50}{17}$ gráos centigrados, e reciprocamente huma temperatura t' Centigrada será igual a $\frac{t'\,17}{50}$ gráos de Newton.

No thermometro de Farenheit o zero, ou origem da escala he determinado diversamente, do que nas escalas precedentes. Este ponto obtem-se mergulhando o instrumento em huma mistura de partes iguaes de neve, e de hydrochlorato de ammonia, o que produz hum frio constante muito maior, que o da neve fundindo, o intervallo entre este ponto, e o da ebulliçaõ da agoa he dividido em 212 partes, ou gráos, e a temperatura da neve fundindo corresponde a 32 gráos deste thermometro; se pois chamarmos E' o intervallo entre os extremos de Farenheit, ou o comprimento da escala do seu thermometro F, o gráo de Farenheit teremos - - - -

$$F = \frac{E'}{212} = \frac{E + 32\,F}{212} = \frac{100\,C + 32\,F}{212}:$$

logo

$$(212 - 32)\,F = 100\,C,$$

e

$$F = \frac{100}{180}\,C = \frac{5}{9}\,C:$$

logo huma temperatura t de Farenheit será igual a $\frac{5\,(t - 32)}{9}$ gráos centigrados. Com effeito huma temperatura de Farenheit he contada de 32 gráos abaixo da origem da escala Centigrada, e cada gráo de Farenheit he igual a $\frac{5}{9}$ do gráo centigrado. Vice versa, huma temperatura t' centigrada será igual a $\frac{9\,t'}{5} + 32$ gráos de Farenheit.

Nas escalas Centigrada, de Reaumur, e de Newton, e de Farenheit, ha dois pontos fixos, cujo intervallo dividido em hum numero m de partes iguaes, constitue o gráo de similhantes escalas: na escala de Deslile ha porém hum unico ponto fixo, que he o da agoa fervendo, e os gráos saõ partes do tubo iguaes a 0,0001 da capacidade da bolla do thermometro, e neste thermometro a temperatura da neve fundindo he igual a — 150 gráos: neste thermometro todas as temperaturas inferiores á ebulliçaõ da agoa, saõ affectas do signal menos. Se pois chamarmos D ao gráo de Deslile, e E o intervallo entre a neve fundindo, e a agoa fervendo; teremos -

$$-D = \frac{E}{150} = \frac{100\,C}{150} = \frac{10}{15}\,C = \frac{2}{3}\,C$$

Logo huma temperatura $-T$ de Deslile, será igual a $\frac{2T}{3}$ gráos centigrados, e pelo contrario huma temperatura T' centigrada, será igual a $-\frac{3T'}{2}$ gráos de Deslile.

Em todos os thermometros, os gráos acima, e abaixo dos pontos extremos da escala, saõ partes do tubo de capacidade igual a cada hum dos gráos da escala dentro dos limites, affectando-se do signal menos todas as temperaturas inferiores á origem da escala.

12. O systema de graduaçaõ, que temos exposto, torna os thermometros inteiramente comparaveis; mas para que as

indicações destes instrumentos sejaõ exactas, e rigorosas, he necessario haver na sua construcçaõ certas attenções, de que passaremos a dar huma idéa.

A primeira condiçaõ de hum bom thermometro, he a sensibilidade; para isto he necesserio, que o vidro, de que o envolucro do liquido he formado, seja pouco espesso, aliàs, quando com o instrumento se pertende medir huma variaçaõ de temperatura, o vidro absorve huma grande quantidade de calorico, antes que este possa affectar o liquido, e conseguintemente o thermometro he insensivel, ou perguiçoso.

A segunda condiçaõ, he, que as elevações do liquido, ou a differença das dilatações do liquido, e do vaso, sejaõ proporcionaes ás elevações de temperatura: para o diante veremos, que esta condiçaõ tem lugar no thermometro de mercurio.

A terceira, e ultima condiçaõ, he, que o mercurio seja completamente despojado de materias estranhas, que alterem a sua dilatabilidade, e o tubo privado inteiramente de ar, e de vapor aquoso, que interpondo-se entre a columna mercurial, quando se balança, por qualquer acaso, o instrumento, interromperiaõ a columna, e tornariaõ falsas as indicações do thermometro.

13. Para construir hum thermometro, que reuna as condições expostas, deve opperar-se da maneira seguinte.

Escolhido hum tubo capilar de vidro, o mais bem calibrado possivel, liga-se a huma das suas extremidades huma bexiga cheia de ar seco, e applicando a outra extremidade á chamma da alampada de maçarico, quando nella houver hum botaõ de vidro fundido, comprimir-se-ha a bexiga, e soprar-se-ha por este meio huma bolla de vidro na extremidade do tubo, a qual se deixará esfriar lentamente.

Isto feito, tomar-se-ha mercurio destilado privado de ar, e humidade por huma ebulliçaõ recente, e depois de aquecer a bolla a fim de dilatar, e expelir, por conseguinte, em parte, o ar nella contido, mergulhar-se-ha a extremidade do tubo no mercurio: o resfriamento determinará a entrada de huma certa quantidade de mercurio no interior da bolla: repetir-se-haõ os aquecimentos, inmersões, e resfriamentos, até que tenha entrado no aparelho a porçaõ sufficiente de mercurio. Conseguido isto, exponha-se o tubo gradualmente ao calor, até que o mercurio fervendo no seu interior, os seus vapores possaõ expelir todo o ar, e humidade do tubo; e neste estado dirija-se a chamma do maçarico sobre a sua extremidade, e fundindo ali o vidro, feiche-se hermeticamente o apparelho.

Isto feito, falta unicamente mergulhar o instrumento na neve fundindo, e na agoa fervendo, para determinar os extremos da escala, e effectuar a divisaõ, ou sobre o proprio tubo, ou em huma escala lateral, a que o tubo se acha unido invariavelmente. Ao graduar dos thermometros, he necessario, que naõ só o reservatorio ou bolla do instrumento; mas que toda a parte do tubo occupada pelo mercurio, mergulhe completamente no banho; a fim de que a totalidade do liquido se ache rigorosamente exposta á temperatura, que se observa, e se dilate, ou contraia em consequencia.

14. Os thermometros naõ só se constroem com mercurio; mas tambem com outros liquidos. Os thermometros de alcool córado, saõ mui frequentes no commercio, e nos gabinetes: estes thermometros servem com vantagem na mediçaõ das temperaturas vizinhas á congelaçaõ do mercurio. O thermometro de Newton era formado pelo oleo de linhaça rectificado; porém de todos os liquidos, o mercurio he, pela regularidade das suas dilatações, o liquido o mais proprio para construir o thermometro, que o Physico deve empregar na maior parte das observações.

Do calorico latente, e das mudanças de estado dos córpos pela acçaõ do calorico.

15. Agora que possuimos no thermometro hum meio proprio para medir, e comparar os effeitos do calorico, em quanto á temperatura dos córpos, podemos começar a estudar os phenomenos dependentes deste agente: e para o fazer com ordem principiaremos por examinar mais miudamente os dois phenomenos importantes, de que já nos servimos para a construcçaõ daquelle instrumento.

16. Vimos § 9, que, mergulhando o thermometro em hum banho de neve fundindo, o instrumento se conserva estacionario até á fusaõ completa da totalidade da neve, e isto se observa sem alteraçaõ alguma, qualquer que seja o fóco de calor, a que o banho se ache exposto. Esta experiencia nos faz immediatamente ver, que todo o calorico, que he

communicado á agoa no acto da sua liquefacçaõ, he por ella absorvido, sem que a sua temperatura varie, e como o unico phenomeno, que se opéra, he a liquefacçaõ, podemos concluir, que todo o calorico absorvido pela neve fundindo se emprega exclusivamente em effectuar a liquefacçaõ, ou mudança de estado. Se mergulharmos o thermometro em hum banho de enxofre, de cera, de rezina, &c. no acto da sua fusaõ, o thermometro conservar-se-ha do mesmo modo estacionario, até que a materia toda esteja fundida, sendo a unica differença de banho a banho, a temperatura, em que a fusaõ da materia tem lugar.

Podemos pois haver por demonstrado o principio importante, que hum corpo, que passa do estado solido ao estado liquido absorve, e dessimula huma certa quantidade de calorico, o qual exclusivamente se emprega em operar a mudança de estado, sem fazer variar a temperatura do corpo; nem poder por conseguinte ser accusado pelo thermometro.

17. Porém naõ só observámos § 9 a estaçaõ do thermometro na fusaõ dos solidos; mas tambem na passagem dos liquidos ao estado aeriforme, o que nos prova, que todas as vezes, que hum liquido passa ao estado de vapor, absorve, e dessimula huma certa quantidade de calorico, que empregando-se exclusivamente em operar a mudança de estado, ou a vaporizaçaõ do corpo, naõ altéra a temperatura, nem póde ser accusado pelo thermometro.

18. O calorico existente em hum corpo, sem influencia sobre a sua temperatura, chama-se calorico latente do corpo, por isso, que esta quantidade de calorico naõ póde ser patenteada pelo thermometro, o qual, como vimos, accusa a mesma temperatura no solido, que começa a fundir-se, no liquido resultante da fusaõ, e no liquido que começa a ferver, e no vapor resultante da ebulliçaõ, e isto apezar da grande quantidade de calorico absorvido pelo solido, e pelo liquido na mudança de estado.

19. Mas se o calorico tornado latente na fusaõ, e na volatilizaçaõ, se emprega em sustentar o corpo no estado liquido, ou aeriforme: quando hum vapor se liqueficar, e do mesmo modo quando se solidificar hum liquido, deverá haver restituiçaõ de todo o calorico latente absorvido na mudança opposta de estado, o qual, tornando-se livre, e sensivel, deve

elevar a temperatura do corpo, e manifestar a sua presença pelo ascenso da columna thermometrica.

A experiencia confirmando esta conclusaõ prova a verdade da theoria exposta, da qual ella he huma consequencia directa. Veremos adiante, que a temperatura da agoa póde descer muito abaixo de zero, sem congelaçaõ, quando o liquido se acha em huma quietaçaõ perfeita; mas se se imprime á agoa assim resfriada hum movimento vibratorio, a solidificaçaõ do liquido determina-se instantaneamente. Se pois em hum vaso, contendo agoa tranquilla, e nella imergido hum thermometro, fizermos descer a temperatura 5° *v. g.* abaixo de zero, e lhe imprimirmos entaõ hum movimento vibratorio, a agoa solidificar-se-ha, e no mesmo momento o thermometro subirá a zero, em virtude do calorico latente, posto em liberdade pelo acto da solidificaçaõ.

Fig. 4.ª Se se introduz em huma retorta *A* hum grama de agoa, e á retorta se une hum tubo *t*, que mergulha no vaso *B*, contendo hum kilograma de agoa a zero de temperatura, e se reduz rapidamente a vapor a agoa contida na retorta, dar-se-ha pela condensaçaõ dos vapores huma elevaçaõ consideravel de temperatura ao kilograma de agoa do vaso *B*. Ora he claro, que o calorico, que eleva a agoa a 100°, dividido por todo o liquido, daria a este $\frac{100}{1001}$ gráos de calor, e ainda para isto he necessario suppôr, contra a verdade, que naõ ha deperdiçaõ alguma de calorico; mas huma similhante elevaçaõ na temperatura, seria quasi insensivel: logo, a que se nota, he devida ao calorico abandonado pelo vapor no acto da liquifacçaõ.

20. A estabilidade da columna thermometrica no acto da liquifacçaõ, e da gazeificaçaõ dos córpos mostra-nos, que ha nestas circunstancias absorpçaõ, e dissimulaçaõ de huma certa quantidade de calorico; mas naõ nos indica, que effeito produziria esta quantidade de calorico, se em vez de ser empregado em effectuar a mudança de estado, e tornar-se por conseguinte latente, se empregasse em elevar a temperatura do corpo; ou o que he o mesmo, o thermometro mostra-nos que ha absorpçaõ de calorico na mudança do estado solido para liquido, e de liquido para vapor, e restituiçaõ, ou evoluçaõ de calorico nas mudanças inversas; mas naõ determi-

na; e naõ mede quaes sejaõ estas quantidades de calorico. Temos porém meios de conseguir esta determinaçaõ, e tomaremos para exemplificar estes processos, o liquido, a que elles tem sido especialmente applicados, isto he, a agoa.

21. A fim de determinar, que quantidade de calorico he absorvido pela agoa, quando do estado solido passa ao estado liquido, ou o que he a mesma cousa, para achar qual he o calorico latente da agoa liquida a zero: misturaremos rapidamente hum kilograma de neve a zero com hum kilograma de agoa a 75° de temperatura, e medindo a temperatura do misto, acha-la-hemos zero, e toda a neve estará derretida. Misturando porém hum kilograma de agoa liquida a zero com hum kilograma de agoa a 75°, obteriamos hum misto a 37°,5 de temperatura: logo o calorico necessario para opperar a fusaõ de hum kilograma de neve, sem lhe alterar a temperatura: isto he, o calorico latente de hum kilograma de agoa liquida a zero, he igual ao calorico necessario para elevar dois kilogramas de agoa a 37°,5, ou para elevar hum kilograma de agoa a 75° de temperatura; o que exprimimos em geral dizendo, que o calorico latente da agoa liquida he igual ao necessario para elevar de 75° a sua temperatura.

22. Devemos ao Conde Rumford hum engenhoso apparelho, e accuradas experiencias sobre o calorico latente da agoa no estado de vapor. Este Physico seguio para esta determinaçaõ hum methodo inverso, mas equivalente, ao que acabamos de empregar na determinaçaõ do calorico latente da agoa liquida. Neste methodo determinámos o calorico, absorvido no acto da fusaõ, e no methodo de Rumford determinaremos o calorico abandonado pelo vapor no acto da liquifacçaõ.

O aparelho de Rumford consiste em huma caixa, ou vaso de folha de cobre mui delgada, de 8 pollegadas de comprido, 4 ¼ de largo, 4¾ de altura: neste vaso existe huma serpentina, que dá quatro voltas horisontaes, formada por hum tubo achatado, e destinada a dar passagem ao vapor, que deve communicar o seu calorico á agoa contida no vaso. A entrada desta serpentina he hum tubo vertical de huma pollegada de diametro, e huma de altura, e que se eleva no interior do vaso até á altura de $\frac{1}{4}$ de pollegada acima do fundo: a outra extremidade, ou sahida da serpentina fica no lado opposto áquelle por onde entra o vapor. O aparelho he sustentado sobre pés delgados de páo seco, ou de qualquer materia reconhecida por máo conductor do calorico, como adiante veremos.

Na caixa se acha hum thermometro, cujo reservatorio he cylindrico, e da altura da caixa, e a sua hastea sahe atravez de huma rolha para fóra della, permittindo lêr a cada momento a temperatura da agoa, de que a caixa está cheia.

Como Rumford por meio deste aparelho pertendia determinar a quantidade de calorico, abandonada pelo vapor acquoso, que se condensava na serpentina, pelo aquécimento da agoa contida na caixa do calorimetro descripto, era forçoso determinar. 1.º o calorico absorvido pelas paredes do vaso, e da serpentina. 2.º o calorico perdido pela influencia do ar, e objectos circumvizinhos; perda de que para o diante aprenderemos a conhecer o effeito, e que, em pequenas elevações de temperatura, saberemos ser sensivelmente proporcional ao excesso de temperatura do aparelho sobre a do ar ambiente.

A' primeira condiçaõ satisfez Rumford determinando por experiencias previas, e pelo calculo, que as paredes do vaso, e serpentina juntas com a ágoa contida no vaso, equivaliaõ no seu effeito a 2781 gramas de agoa.

Em quanto á segunda difficuldade, Rumford a illuminou de hum modo muito engenhoso. Abaixou no começo da experiencia a temperatura do seu aparelho hum numero determinado de gráos abaixo da do ar ambiente, e neste estado começou a experiencia: em quanto a temperatura do aparelho se conservou inferior á da athmosfera, e córpos vizinhos, o aparelho recebeo por este meio huma quantidade de calorico superior á que por elle perdeo; mas desde que o aparelho começou a exceder em temperatura o ar ambiente, e córpos vizinhos, aconteceo inevitavelmente o contrario; se por tanto a temperatura no começo da experiencia foi tanto inferior, quanto no fim della foi superior á do ar, os dois effeitos ponderados, sendo neste caso iguaes, e oppostos, destruir-se-haõ, e escusar-se-ha corrigir o resultado da experiencia desta causa da perda. Tal foi o modo, por que Rumford preparou as suas experiencias.

Tomadas estas cautelas, adaptou Rumford á entrada da serpentina o collo curvo de hum balaõ contendo agoa privada de ar por huma ebulliçaõ recente, e por meio de hum forno, cujo effeito immediato sobre o calorimetro, sobe impedir convenientemente, reduzio a vapor a agoa contida no ballaõ, do qual, assim como da agoa nelle encerrada, tinha previamente determinado o pezo. Na épocha conveniente suspendeo a experiencia, e pezando de novo o balaõ, determinou o pezo da agoa condensada na serpentina no decurso da experiencia, e a temperatura, a que haviaõ subido os 2781 gramas de agoa, representados por todo o aparelho. Os resultados de duas experiencias as mais accuradas, foraõ os seguintes.

1.ª Experiencia	Temperatura no principio - -	12°,7778
	Temperatura no fim - - - -	19,7222
	Elevaçaõ da temp. do aparelho	6,9445
	Pezo do vapor condensado - -	29,61
2.ª Experiencia	Temperatura no principio - -	14,0277
	Temperatura no fim - - - -	19,7222
	Elevaçaõ da temp. do aparelho	5,8334
	Pezo do vapor condensado - -	24,40.

23. Tendo exposto o methodo, e os resultados experimentaes de Rumford, para passar destes resultados ao conhecimento do calorico, abandonado pela agoa, que se condensa, ou o que he o mesmo, para determinar, que elevaçaõ de temperatura o calorico latente de hum pezo de vapor aquoso póde communicar a hum pezo igual de agoa liquida, recorreremos ás seguintes consideraçóes.

O vapor aquoso, que atravessa a serpentina do calorimetro, e nella se condensa, contribue para a elevaçaõ de temperatura do aparelho por dois modos diversos. Primeiro em virtude do calorico latente que lhe abandona quando se liquifica. Segundo pelo calorico, que perde para passar da temperatura, que tem no momento, em que se condensa á da agoa contida no aparelho, por isso, que ao sair da serpentina o vapor condensado tem a mesma temperatura do vaso, como o mesmo Rumford o verificou nas suas experiencias.

A temperatura do vapor condensado no momento da condensaçaõ, e sob a pressaõ ordinaria da athmosfera he 100°, este vapor condensado deve em todo o decurso da experiencia descer á temperatura do aparelho, a qual varia de

t até t', se for t a temperatura inicial, e t' a temperatura final do aparelho; e como a variaçaõ de t a t' he sempre mui pequena nas experiencias, poderemos suppo-la uniforme, e entaõ o vapor condensado póde suppor-se descer constantemente á temperatura media do aparelho: isto he, á temperatura constante $\frac{1}{2}(t + t')$.

Se pois o pezo total do vapor condensado for P, e se c for o calorico desenvolvido pela unidade de pezo de agoa, quando desce de hum gráo em temperatura, o calorico abandonado pelo pezo P de agoa, descendo da temperaturu 100° á temperatura $\frac{1}{2}(t+t')$: será $Pc\left(100 - \frac{1}{2}(t + t')\right)$.

Se representarmos por c' o calorico latente abandonado pela unidade de pezo de vapor aquoso no acto da liquifacçaõ, o calorico abandonado pelo pezo P de vapor no acto da liquifacçaõ será Pc', e por conseguinte a somma total do calorico abandonado pelo vapor, que atravessa a serpentina do calorimetro no decurso da experiencia, será - - - - - - -

$$Pc' + Pc\left(100 - \frac{1}{2}(t+t')\right);$$

Mas lembrando-nos, que t he a temperatura inicial, e t' a temperatura final do aparelho; será $t' - t$ a elevaçaõ de temperatura do aparelho na mesma experiencia. Mas se cada unidade de pezo de agoa exige c de calorico para variar de hum gráo em temperatura, cada unidade de agoa contida no aparelho absorve $c(t' - t)$ para experimentar a variaçaõ, que teve lugar na experiencia, e se P' representar o pezo total de agoa, a que o aparelho equivale, a quantidade de calorico, que elle recebeo para variar de temperatura a quantidade $t' - t$ observada, será $P'c(t' - t)$; mas este calorico he só devido, ao que o vapor abandonou, logo as expressões de hum, e outro devem ser iguaes, e teremos a equaçaõ -

$$Pc' + Pc\left(100 - \frac{1}{2}(t + t')\right) = P'c(t'-t),$$

donde se tira

$$c' = \frac{c\left(P'(t'-t) - P\left(100 - \frac{1}{2}(t + t')\right)\right)}{P}$$

Para que esta fórmula nos dê, como pertendemos, o calorico latente da agoa em vapor, expresso na temperatura a que o referido calorico elevaria a agoa liquida, faremos C igual á unidade, e teremos - - - - - - - - - - - - -

$$C' = \frac{P'(t'-t) - P(100 - \frac{1}{2}(t+t')}{P}$$

24. Substituindo nesta formula os valores dados pelas experiencias de Rumford (§ 22), isto he, na primeira experiencia -

$$P' = 2781 \;,, P = 26{,}61 \;,, t = 12{,}7778 \;,, t' = 19{,}7222,$$

e por tanto

$$t - t' = 6{,}9445$$

teremos

$$C' = 568{,}484:$$

na segunda experiencia

$$P' = 2781 \;,, P = 24{,}40 \;,, t = 14{,}0277 \;,, t' = 19{,}7222,$$

e por tanto

$$t - t' = 5{,}8334,$$

teremos

$$C' = 565{,}906,$$

e tomando hum meio arithmetico entre estes dois resultados concluiremos $C' = 567{,}195$, expressaõ, que nos mostra ser o calorico latente de hum pezo P de vapor aquoso, capaz de elevar de hum gráo de temperatura 567,195 pezos iguaes a P de agoa liquida.

Gayslucac achou, que este calorico he sufficiente para elevar de hum gráo 550 pezos de agoa em vez de 567,195, e isto por experiencias posteriores, os dois resultados saõ assás proximos, attendida a delicadeza de taes determinaçóes.

Ora se hum pezo P de vapor aquoso, pela sua condensaçaõ, eleva de hum gráo èm temperatura 550 pezos iguaes de agoa, segue-se, que elevará de 100° em temperatura 5,5 pezos de agoa iguaes ao seu. Esta interessante determinaçaõ tem tido importantes applicaçóes nas artes, para o aquecimento dos liquidos por meio do vapor aquoso.

25. Pelo que fica exposto somos conduzidos necessariamente a considerar hum liquido, como sendo hum corpo solido mais huma certa quantidade de calorico latente, e da mesma maneira hum gaz, como hum liquido mais huma quantidade de calorico insensivel ao thermometro. E pois que os estados solido, liquido, e aeriforme, só differem entre si pela maior, ou menor energia da cohesaõ entre as mollecu-

las, sendo esta assás energica nos solidos para encadear as molleculas humas ás outras, assás fraca nos liquidos para permittir o movimento independente de cada mollecula, e finalmente nulla nos gazes, nos quaes as molleculas reciprocamente se repellem: segue-se, que a acçaõ do calorico he opposta á cohesaõ, e que as molleculas dos córpos saõ sujeitas á força attractiva da cohesaõ, e repulsiva do calorico, de tal maneira, que todas as vezes, que a primeira predomina consideravelmente, os córpos saõ solidos, quando apenas conserva hum certo gráo de preponderancia, os córpos saõ liquidos: e finalmente quando a força repulsiva do calorico vence completamente a cohesaõ, os corpos saõ fluidos acriformes, ou fluidos elasticos.

26. Mas se hum corpo exposto a acçaõ do calorico se dilata, isto he, augmentaõ-se as distancias entre os atomos, que o compõe, e se, para que estes espaços augmentem, he forçosamente necessario, que diminua o effeito da cohesaõ; segue-se, que o calorico, que hum corpo recebe de hum fóco qualquer de calor, a que se acha exposto, se deverá dividir em duas partes, huma empregada em combater o effeito da cohesaõ, e em dilatar o corpo, e que se torna latente, ou insensivel ao thermometro; outra que se emprega em elevar a temperatura.

Mas se esta conclusaõ he verdadeira, como tudo parece indicalo, deve na dilataçaõ dos corpos haver absorpçaõ de calorico, e pelo contrario restituiçaõ de calorico na sua contracçaõ. Com effeito as experiencias confirmaõ esta conclusaõ, e provaõ conseguintemente *a posteriori* a theoria exposta.

Ninguem ignora, que todas as vezes, que hum corpo solido recebe huma pancada forte, a sua temperatura se eleva: *v. g.* no cunhar das moedas a elevaçaõ de temperatura he ás vezes assás forte, para se naõ poder tocar, sem incommodo, a chapa, no momento em que acaba de receber a pancada.

Se em hum tubo hermeticamente fechado na extremidade *A*, e no qual entra hum embolo *B* de tal maneira justo, que naõ permitta a sahida do ar, se introduz huma pouca de isca, e se força o embolo a entrar rapidamente no tubo, o ar pela sua compressaõ evolve hum calor sufficiente para inflamar a isca, e observa-se até mesmo producçaõ de luz, quando a experiencia se faz na escuridade, e o tubo he formado de huma materia transparente.

Fig. 5.ª

Se na fonte de compressaõ se accumula huma grande quantidade de ar, este ar pela compressaõ abandonará huma grande quantidade de calorico, e se depois deste se haver dissipado se abre a torneira da fonte, o ar em virtude da sua elasticidade sahirá rapidamente por ella, e o thermometro exposto ao ar, que sahe, descerá mui sensivelmente. Se em vez de hum thermometro se expõe á corrente de ar huma pouca de agoa contida n'huma bolha de vidro mui delgada, póde obter-se a sua congelaçaõ: logo o ar no acto de dilatar-sa absorve huma quantidade consideravel de calorico, o qual se torna latente. Hum thermometro mui sensivel desce em virtude desta mesma causa no momento, em que se rarefaz o ar sob o recipiente da pneumatica.

27. A absorpçaõ de calorico, que acompanha as mudanças de estado dos córpos, tem lugar independentemente da temperatura, em que a referida mudança se opéra. Com effeito se misturarmos rapidamente partes iguaes de gelo pizado, e sal marinho, o sal em virtude de huma acçaõ chymica, que lhe he particular, determinará a fusaõ do gelo, e como naõ ha fóco algum estranho de calorico, que possa fornecer o calorico necessario para a absorpçaõ, que acompanha a mudança de estado, esta se fará á custa do calorico livre dos córpos, que por isso desceraõ a — 18° pouco mais, ou menos. Do mesmo modo, e pela mesma razaõ 4 partes de neve misturadas com 5 de acido sulfurico, fazem descer o thermometro hum numero considerabillissimo de gráos.

Veremos adiante, que todas as vezes, que se volatiliza rapidamente hum liquido sem lhe fornecer exteriormente novas quantidades de calorico, o liquido, que se volatiliza, o toma á parte naõ volatilizada, donde resulta descer esta mais, e mais em temperatura á medida, que se continua a volatilizaçaõ.

No mappa (A), inserido no fim desta Secçaõ, se achaõ diversas misturas proprias para abaixar consideravelmente a temperatura, e ás quaes por este motivo se dá o nome de misturas frigorificas, e se empregaõ nos casos, em que se pertende descer consideravelmente a temperatura dos córpos.

Do calorico especifico dos córpos.

28. Tendo visto, que o calorico, que he communicado a

hum corpo, se divide em duas partes, huma empregada em produzir a dilataçaõ, e insensivel ao thermometro, outra em elevar a temperatura do corpo; quando vemos dois córpos indicar pelo thermometro a mesma temperatura, nada nos assegura, que sejaõ as mesmas as quantidades de calorico nelles contidas, por quanto ignoramos sempre, qual he a quantidade de calorico latente contida em cada hum delles.

Naõ só he verdadeira esta causa de indeterminaçaõ; mas a experiencia mostra, que os diversos córpos da natureza naõ absorvem quantidades iguaes de calorico, para experimentarem variações iguaes de temperatura.

29. Naõ possuindo nós meio algum de avaliar quantidades absolutas de calorico, neste caso, como já fizemos em outros similhantes, adoptaremos huma quantidade para termo de comparaçaõ, e esta será a nossa unidade. A quantidade de calorico geralmente adoptada por unidade pelos physicos, he o calorico necessario para elevar de hum gráo a temperatura da agoa distilada, e quando hum corpo exigir m vezes esta quantidade de calorico para experimentar huma igual variaçaõ de temperatura, m exprimirá, o que chamamos *calorico especifico* daquelle corpo, ou o que he huma expressaõ equivalente a *capacidade* daquelle corpo para o calorico.

30. He por si mesmo evidente, que tanto maior fôr a capacidade de hum corpo para o calorico, tanto mais elevada fôr a sua temperatura, e tanto maior a sua massa, tanto maior será a quantidade absoluta de calorico nelle contida. Assim representando por c, t, e m a capacidade de hum corpo para o calorico a sua temperatura, e a sua massa; e por B a quantidade absoluta de calorico, que a massa m deste corpo contém na temperatura zero, teremos por expressaõ do calorico nelle contido $B + mtc$; e se do mesmo modo c', t', m', e B' representarem a capacidade para o calorico, a temperatura, a massa, e a quantidade absoluta de calorico contida na massa m' de outro corpo na temperatura zero, será a expressaõ do calorico nelle contido $B' + m't'c'$.

Misturem-se rapidamente estes dois corpos, e supponhamos, que naõ ha causa alguma externa de deperdiçaõ de calorico, e observando a temperatura do mixto, seja esta temperatura T. A quantidade de calorico do mixto será necessariamente igual a $B + B' + T\ (mc + m'c')$; mas esta quantidade de calorico he, na nossa hypothese, a mesma que existia nos córpos antes da mistura: logo teremos $B + B' +$ $(mc + m'c')\ T = B + mtc + B' + m't'c' \ldots$ ou $(mc + m'c')$ $T = mtc + m't'c'$, ou $mcT - mct = m'c't' - m'c'T$ donde se tira -

$$c' = \frac{mc\ (T - t)}{m'\ (t' - T)} \text{ - - - - - - - - } (a)$$

Daqui se vê, que misturando dois córpos, cujas massas; e temperaturas saõ conhecidas, assim como a capacidade para o calorico de hum delles, observando a temperatura do mixto, acharemos a capacidade do outro corpo para o calorico, pela substituiçaõ daquelles valores na formula geral - - (a).

31. Se os dois córpos se misturarem em massas iguaes, teremos na formula (a) $m = m'$, e se hum delles fôr a agoa distilada será $c = 1$, e a formula se tornará, neste caso particular em $c' = \frac{T - t}{t' - T}$ - - - - - - - - - - - (b)

Para mostrar o uso desta formula, supporemos, que se nos pede a capacidade do mercurio para o calorico. Tomaremos hum kilograma de agoa a 68°, e hum kilograma de mercurio a zero, e misturando-os rapidamente, e observando a temperatura do mixto acha-la-hemos ser de 66°; teremos pois na formula (b) $T = 66$ „ $t = 68$ „ $t' = 0$: logo substituindo virá $C' = \frac{66 - 68}{0 - 66} = \frac{1}{33}$: logo o calorico especifico do mercurio he 33 vezes menor, que o da agoa: e conseguintemente o calorico necessario para elevar de hum grão em temperatura a massa m de agoa, elevará de 33° a temperatura de huma similhante massa de mercurio.

32. O methodo, que acabamos de expôr, e que tem o nome de methodo das misturas, suppõe essencialmente, que a quantidade absoluta de calorico he rigorosamente a mesma antes, e depois da mistura; porém he claro, que os vasos, em que esta se faz, devem absorver calorico, e além disto ha, como para o diante mostraremos, huma outra causa de perda na irradiaçaõ. Os conhecimentos, que successivamente exporemos, fornecem meios de corrigir estas perdas pelo calculo, e reduzir os resultados da experiencia, ao que seriaõ na hypothese da igualdade absoluta de calorico antes, e depois da mistura; porém ha hum methodo pratico para obter immediatamente, e com summa facilidade este resultado. Este methodo he o seguinte.

Determine-se por huma primeira experiencia, qual he a temperatura, a que se eleva a mistura feita em vasos frios, e circunde-se o vaso com hum banho a esta temperatura: proceda-se entaõ a huma segunda experiencia, que dará hum novo resultado, já mais aproximado ao verdadeiro, modifique-se o banho em consequencia, e proceda-se a huma terceira experiencia, e assim por diante, até que se naõ note differença sensivel entre duas experiencias consecutivas, e o resultado destas poderá ser com segurança empregado no calculo de c' pela formula. A pratica mostra, que para ter a exactidaõ, a que se póde attingir nesta especie de experiencias basta parar no segundo banho; além de que, sendo as causas da deperdiçaõ de calorico tanto menos activas, quanto a temperatura se affasta menos da do ar ambiente, convem elevar o menos possivel a temperatura dos córpos, que se submetem á experiencia.

33. Quando hum dos córpos, que devem misturar-se, he solido, reduz-se a pó antes da mistura; e finalmente quando entre o corpo, e a agoa existe huma acçaõ chymica, que perturbe a uniformidade da temperatura, determina-se o seu calorico especifico empregando hum 3.º corpo, que naõ tenha acçaõ sobre o primeiro, e do qual se conhece por huma experiencia previa o calorico especifico, e faz-se uso da formula (a), pondo por c na dita formula o calorico especifico daquelle 3.º corpo empregado. Adiante veremos; porque maneira se póde determinar o calorico especifico dos gazes.

34. Além do methodo das misturas, que acabâmos do expôr, ha para determinar o calorico especifico dos córpos hum outro processo devido a Lavoisier, e Laplace, no qual se faz uso de hum aparelho, conhecido pelo nome de calorimetro de Lavoisier, e Laplace.

O calorimetro de Lavoisier, e Laplace compõe-se de huma capacidade interior A de rede de arame, folha de ferro, ou lata furada, cuberta com huma tampa a, esta primeira capacidade está metida em outra B da mesma materia; mas sem furos, cujo fundo em fórma de funil, determina em hum tubo t com huma torneira t'; o intervallo entre o primeiro e o segundo envolluero, enche-se de neve a zero, esta capacidade he envolvida por huma terceira C, cujo fundo tem outro tubo t'' com huma torneira t''', e o intervallo entre estes dois envollucros he tambem cheio de neve a zero.

Fig. 6.ª

Por esta disposiçaõ do aparelho a neve contida entre o primeiro, e o segundo envollucro: isto he, na capacidade B' conserva-se constantemente a zero, por estar isolada de toda a influencia exterior pela capacidade C' cheia de neve a zero. Se pois no interior do calorimetro se introduzir hum corpo quente, este corpo descerá em temperatura, e o calorico por elle abandonado se empregará em fundir huma certa quantidade de neve da capacidade interior B', a qual quantidade de neve fundida, recolhida pelo tubo t, e torneira t', dará huma quantidade de agoa, unicamente produzida pelo calorico abandonado pelo corpo no seu resfriamento.

35. Isto entendido, se chamarmos C' o calorico necessario para fundir hum kilograma de neve a zero, tendo introduzido no calorimetro hum corpo da massa m, e na temperatura t, se o calorico especifico deste corpo fôr c, e o deixarmos chegar a zero de temperatura, a quantidade de calorico por elle abandonada será mtc, e supp0ndo que a neve, que este calorico fundio sejaõ Q kilogramas, teremos $mtc = Qc'$, donde vem $c = \frac{Qc'}{mt}$, que he a expressaõ do calorico especifico do corpo, expresso no calorico necessario para fundir hum kilograma de neve.

Porém introduzindo no calorimetro hum kilograma de agoa a 75°, e deixando-a descer a zero, o calorimetro bem esgotado dá hum kilograma de neve fundida, logo substituindo por c' o seu valor 75° teremos $c = \frac{75\,Q}{mt}$. Operando do mesmo modo sobre outro corpo, cuja temperatura seja t', a massa m', o calorico especifico c'', e a quantidade de neve por elle fundida Q', teremos $c'' = \frac{75\,Q'}{m't'}$: logo $c : c'' :: \frac{75\,Q}{mt} : \frac{75\,Q'}{m't'} :: \frac{Q}{mt} : \frac{Q'}{m't'}$, e se suppozermos, que os dois córpos saõ introduzidos no calorimetro em massas, e temperaturas iguaes, será $m = m'$, e $t = t'$, e teremos neste caso $c : c'' :: Q : Q'$, quer dizer, que sendo as massas dos córpos, e as suas temperaturas iniciaes iguaes, os caloricos especificos destes córpos saõ proporcionaes ás quantidades de neve fundidas por cada hum delles.

36. Este aparelho parece á primeira vista offerecer huma

difficuldade pratica, a qual vem a ser a de encontrar neve a zero pizada, e bem escorrida de agoa, quando se introduz no calorimetro; pois aliàs toda a agoa liquida, que nelle se introduzir, augmentará a quantidade do producto, em que se funda a determinaçaõ. Porém este inconveniente desapparece, quando se reflecte, que esta agoa, que póde juntar-se demais ao resultado, he compensada pela parte da agoa formada, que fica adherente á superficie dos fragmentos de neve no fim da operaçaõ.

Hum inconveniente mais real he, que ao introduzir o corpo na capacidade interior do calorimetro, penetra necessariamente com elle naquella capacidade hum certo volume de ar, e se se opera em huma atmosfera, cuja temperatura naõ seja zero, o calorico provindo do ar deverá fundir huma certa porçaõ de neve. Posto que esta differença seja sempre pequena, por causa da pequena capacidade do ar para o calorico, evita-se inteirameute, ou para melhor dizer, corrige-se o seu effeito, tendo dois calorimetros iguaes, similhantes, e similhantemente preparados, abrindo-os, e fechando-os ambos no mesmo tempo, com a differença, que em hum se introduzem o ar: e o corpo, e no outro sómente o ar, e no fim da experiencia recolhe-se a neve fundida em hum, e outro, e subtrahindo da agoa formada, no que tinha o corpo, a que se formou, no que só continha o ar, o resto será rigorosamente a agoa fundida pelo calorico abandonado pelo corpo.

37. Quando o corpo, de que se pertende determinar o calorico especifico, he hum liquido, he necessario encerra-lo em hum vaso, para o suspender no calorimetro, e tendo determinado previamente o calorico especifico da materia do vaso, discorre-se do modo seguinte. Seja m a massa do vaso, m' a do liquido, c o calorico especifico conhecido da materia do vaso, e c'' o calorico especifico do liquido, que se pertende determinar, t a temperatura commum ao vaso, e ao liquido no principio da experiencia, Q a quantidade de kilogramas de neve fundida, recolhidos no fim della, e finalmente c' a quantidade de calorico necessaria para fundir hum kilograma de neve. A quantidade de calorico abandonado pelo vaso, e o liquido, no decurso da experiencia, será $(mc + m'c'')\,t$, a quantidade de calorico tomada por Q kilogramas de neve, para se fundirem, será Qc', mas estas

quantidades devem ser iguaes: logo teremos - - - - -

$$c'Q = (mc + m'c'')\, t$$

ou

$$c'Q = mct + m'c''t,$$

donde se tira

$$c'' = \frac{c'Q - mct}{m't}.$$

Taes saõ os meios, porque se podem determinar os caloricos especificos dos solidos, e dos liquidos. A taboa (B), inserida no fim desta secçaõ, dá os caloricos especificos de hum certo numero de substancias, segundo as mais exactas determinações.

38. A determinaçaõ do calorico especifico dos fluidos aeriformes offerece maiores difficuldades, em consequencia da pouca capacidade destes córpos para o calorico, o que faz, com que seja extremamente pequena a quantidade de calorico por elles abandonada, quando descem de temperatura, sendo preciso, para que este calorico se torne observavel, empregar hum volume considerabilissimo de gaz. Prescindindo de todos os processos, porque se tentou, e até com hum certo gráo de aproximaçaõ se conseguio esta determinaçaõ, exporemos unicamente de huma maneira resumida o processo empregado por Delaroche, e Berard, e por estes physicos exposto em huma memoria coroada pelo Instituto de França.

Delaroche, e Berard serviraõ-se de hum pequeno vaso de cobre, dentro do qual se acha huma serpentina, e que se enche de agoa distilada. Neste vaso mergulha hum thermometro cylindrico proprio para acusar a temperatura do apparelho. Os dois Physicos fazem circular na serpentina os diversos gazes em corrente constante, e elevados a huma temperatura tambem constante, e conhecida. Os gazes cedem á serpentina, e aparelho, que a rodeia, o seu calorico superior ao do aparelho, e sahem na temperatura deste, e por conseguinte o calorimetro vai sempre aquecendo. Veremos porém adiante, que hum corpo quente, mergulhado em hum meio mais frio, que elle, experimenta huma perda de calorico proporcional ao excesso da sua temperatura sobre a do meio ambiente: logo, como a passagem do gaz, no interior do apparelho, eleva a sua temperatura de hum modo cada vez mais lento; por quanto á medida, que o calorimetro aquece, a differença de temperaturas do gaz, e do calorimetro he cada vez mais pequena; e pelo contrario as perdas de calorico do apparelho formaõ huma serie crescente, chegará precisamente hum limite, no qual o calorico, fornecido pela corrente de gaz, e o calorico perdido pelo calorimetro, sendo iguaes, a temperatura deste tornar-se-ha estacionaria.

Se para hum gaz a estabilidade de temperatura se estabelece no gráo T, e para outro no gráo mT, he claro, que as perdas de calorico do calorimetro, seraõ tambem como $T : mT$, ou como $1 : m$, e por conseguinte seraõ tambem como $1 : m$ os caloricos abandonados pelos dois gazes no mesmo tempo: e como saõ iguaes as correntes dos dois gazes, os seus caloricos especificos seraõ tambem assim como $1 : m$, e em geral como $T : T'$, se forem T, e T' as temperaturas, em que para ambos se dá a estabilidade de temperatura.

Se pois tomarmos por unidade o calorico especifico de hum dos gazes, *v. g.*, do ar atmosferico, poderemos fazer para os caloricos especificos dos gazes, comparados ao do ar athmosferico, huma taboa similhante, á que formámos dos caloricos especificos dos solidos, e dos liquidos relativamente á agoa.

39. Tal he em summa o processo de Delaroche, e Berard. Engenhoso em si mesmo, este processo he sobre tudo admiravel pela maneira, porque estes Physicos souberaõ vencer as difficuldades praticas da sua execuçaõ. Empregáraõ para obter os gazes em corrente constante os gazometros, que descrevemos na Secçaõ 1.ª § 147. O tubo, que conduzia os gazes á serpentina, era envolto com outro tubo, onde circulavaõ vapores aquosos a 100°, provindos de huma pequena caldeira, em que se entretinha agoa em ebulliçaõ, os quaes vapores davaõ aos gazes a sua temperatura. Huma camara encerrava o calorimetro, e outra o resto do apparelho, e a parede intermedia, atravessada pelo tubo de gaz unicamente, impedia a acçaõ calorifica do resto do apparelho sobre o calorimetro. Como era forçoso, que o gaz atraveçasse huma certa porçaõ de tubo nú, desde o envollucro de vapor até á serpentina, hum thermometro situado na entrada della media rigorosamente a temperatura do gaz ao entrar no apparelho: outro similhante thermometro, situado á sahida, fazia ver qual era a temperatura do gaz, depois de ter sido submetido a acçaõ do calorimetro. A discripçaõ miuda das di-

versas peças, e das experiencias subsidiarias, que os Authores foraõ obrigados a fazer, para dar ao seu trabalho toda a exactidaõ possivel, devem procurar-se na memoria original dos Authores, e podem achar-se até certo ponto no tratado de Physica experimental, e mathematica de Biot, vol. 4.º pag. 718. A taboa (C) inserta no fim desta Secçaõ contém alguns resultados destas determinações.

40. Nesta taboa achaõ-se os caloricos especificos dos gazes tanto debaixo de volumes, como de pezos iguaes, expressos no calorico especifico do ar atmosferico, tomado por unidade. Para reduzir estes caloricos especificos, ao que seriaõ comparados ao da agoa, he necessario conhecer o calorico especifico do ar expresso no da agoa como unidade, e multiplicar cada hum dos numeros, que exprimem os caloricos especificos dos outros gazes na taboa (C) por esta relaçaõ. Ajudados do calculo, e da experiencia, os citados Delaroche, e Berard acháraõ ser o calorico especifico do ar expresso no da agoa como unidade, igual a 0,2669: multiplicando pois todos os numeros da taboa (C) por este factor commum, teremos a taboa (D), em que se achaõ os caloricos especificos dos gazes expressos no da agoa como unidade.

Do Calorico Radiante.

41. Se em hum meio gazeiforme, e transparente, como *v. g.*, o ar athmosferico, ou em hum espaço vazio, se suspende hum corpo, cuja temperatura he superior á do meio, este corpo faz em todas as direcções sentir o calorico, que delle dimana, e pouco, e pouco a sua temperatura desce; até se tornar igual á do meio, em que se acha mergulhado. Esta observaçaõ he diaria, e taõ familiar a todos, que naõ carece patenteada por experiencia especial.

A agitaçaõ do meio, ou quaesquer correntes nelle existentes, nenhuma influencia tem sobre a marcha do calorico, que parte do corpo. Com effeito, se em distancias iguaes de hum mesmo corpo quente, *v. g.*, de hum globo *A*, cheio de agoa fervendo, se suspendem os dois thermometros iguaes, e similhantes *B*, e *C*, a marcha dos dois thermometros será rigorosamente a mesma; ainda que, por meio, *v. g.*, de hum folle se estabeleça huma rapida corrente de ar por entre o vaso, e o thermometro B, com tanto, que a corrente naõ toque, nem o vaso, nem o thermomethro.

Daqui resulta, que hum corpo quente póde ser considerado como centro de huma esfera de raios calorificos, que delle dimanaõ em todos os sentidos, e que atravessaõ o ar, como se para elles naõ existisse, quer dizer, com plena independencia de qualquer movimento deste fluido.

Se em vez de hum, se imaginaõ no espaço dois, ou mais pontos quentes, os raios calorificos, que delles dimanaõ, mover-se-haõ com plena independencia huns dos outros: quer dizer, que poderaõ cruzar-se em todos os sentidos, sem reciprocamente se embaraçarem.

A força, qualquer que seja, em virtude da qual o calorico tende á sahir dos córpos, e a atravessar o espaço em fórma de raios, diz-se tençaõ do calorico nos córpos: e o calorico, que atravessa o espaço em fórma de raios, tem o nome de calorico radiante.

42. Seja A hum ponto quente, emittindo raios calorificos
Fig. 6.ª em todas as direcções. Isolemos pelo pensamento a pyramide conica de raios $CBDA$, e seja a distancia do plano da base ao vertice A, ou a altura AD da pyramide $= \triangle$. Tome-se na pyramide huma secçaõ cbd parallela á primeira, e seja Ad distancia deste plano ao ponto A igual a δ; chamemos finalmente S a surperficie da secçaõ CBD, e s a superficie da secçaõ cdb. O numero de raios calorificos, que incidem em cada huma destas secções, seraõ os mesmos, e consequintemente o numero de raios incidentes em elementos superficiaes tomados em cada huma dellas, ou o que he o mesmo, a intensidade do calorico em cada ponto destas secções, será reciproca á superficie da secçaõ: chamando pois I a intensidade do calorico provindo de A na secçaõ da superficie S, e i a intensidade delle na superficie s, teremos - - -

$$I : i :: s : S;$$

Mas por serem as secções ambas circulares, as superficies estaraõ entre si como os quadrados dos raios: logo

$$s : S :: cd^2 : CD^2;$$

mas os triangulos similhantes CAD e cAd, daõ - - - -

$$\overline{cd}^2 : \overline{CD}^2 :: \overline{Ad}^2 : \overline{AD}^2 :: \delta^2 : \triangle^2;$$

logo será

$$s : S :: \delta^2 : \triangle^2,$$

e por tanto

$$I : i :: \delta^2 \triangle^2.$$

As intensidades do calorico, que dimana de hum ponto, saõ reciprocas aos quadrados das distancias ao dito ponto.

43. Se o corpo, que emitte o calorico se acha cercado de hum espaço indefinido, o calorico decipar-se-ha em fórma de raios no espaço; se porém na direcçaõ de hum feiche destes raios se achar hum corpo qualquer, que naõ permitta a livre passagem do calorico atravez da sua massa, de tres cousas acontecerá huma, ou o calorico será absorvido, ou reflectido, ou em parte absorvido, e em parte reflectido pelo corpo.

44. Quando o calorico he absorvido, a temperatura do corpo eleva-se, e o seu volume dilata-se.

45. Quando o calorico he reflectido, a temperatura, e as dimençóes do corpo naõ experimentaõ variaçaõ alguma.

46. Quando o calorico he em parte absorvido, e reflectido em parte, a temperatura, e as dimençóes do corpo augmentaõ; porém esta variaçaõ he tanto menor, quanto he menor a quantidade de calorico absorvido, relativemente á quantidade, que se reflecte.

47. Diz-se *Poder emissivo de hum corpo*, a faculdade, que o corpo possue de emittir mais, ou menos calorico no mesmo tempo, relativamente aos outros córpos.

48. Chama se *Poder absorbente*, a faculdade, que tem hum corpo de absorver maior, ou menor quantidade de raios calorificos sobre elle incidentes, em relaçaõ á mesma faculdade nos outros córpos.

49. Dá-se finalmente o nome de poder reflectidor dos córpos, á faculdade de reflectir huma porçaõ maior, ou menor dos raios calorificos incidentes.

50. O poder emissivo, absorbente, e reflectidor dos córpos, depende da natureza, e do estado das suas superficies, como he facil provalo por experiencia. Se tomarmos dois vasos da mesma materia, de lataõ por exemplo, em tudo iguaes, e similhantes, e na mesma camara os suspendermos, enchendo-os ambos de agoa na mesma temperatura, e mergulharmos hum thermometro em cada hum delles, observaremos, que a marcha do resfriamento será sensivelmente a mesma em hum, e outro vaso.

Se porém deixando liza, e brilhante a superficie de hum dos vasos, defumarmos, cubrirmos de hum verniz qualquer, ou despolirmos simplesmente a superficie do outro, acharemos, que o resfriamento he mais rapido no vaso, de que alterámos a superficie, e que a cada modificaçaõ particular da superficie pertence huma rapidez tambem particular de resfriamento: conseguintemente a superficie modificada facilita a sahida do calorico do vaso, quer dizer, augmenta o seu poder emissivo.

51. O thermoscopio de Rumford, he o instrumento o mais proprio para o estudo dos phenomenos, que ora nos occupaõ. Compõe-se este instrumento de hum tubo de vidro
Fig. 7.ª *ABCD*, curvado a angulos rectos em *B*, e *C*, e terminado por duas esferas de vidro *A*, e *D*. Todo o instrumento he cheio de ar, á excepçaõ do espaço occupado pelo index de liquido *E*. O instrumento he fixado sobre hum pé, e o tubo *BC* applicado sobre huma escala horisontal. Ao construir o instrumento, o Artista arranja-o de maneira, que o index *E* corresponde ao meio de *BC*, quando as duas esferas *A*, e *D* se achaõ na mesma temperatura. Mas se huma dellas se acha exposta a huma temperatura superior á da outra, he claro, que o ar contido nella dilatando-se, fará immediatamente caminhar o index para o lado da esfera exposta a huma temperatura menos elevada.

52. Se a distancias iguaes das esferas *A*, e *D* do thermoscopio se collocarem os dois cubos de metal iguaes, e cheios de agoa na mesma temperatura, o index conservar-se-ha estacionario; porque, ambos os vasos emittindo quantidades iguaes de calorico, elevaõ igualmente a temperatura das duas esferas. Mas se modificarmos, como acima a superficie de hum dos vasos, *v.g.*, do que fica do lado da esfera *A*, o index correrá para o lado *D*: logo o corpo, cuja superficie foi modificada, emite mais calorico, do que aquelle, cuja superficie se conservou de metal polido, como antecedentemente o deduzimos da marcha do resfriamento.

53. O Poder absorbente dos córpos, he, assim como o poder emissivo, dependente da natureza, e estado da superficie dos córpos; e as superficies, que possuem maior poder emissivo, saõ tambem, as que gozaõ de maior poder absorbente.

Para provar esta asserçaõ, modificaremos com hum envolucro qualquer, *v.g.*, por huma camada de oleo, e negro de fumo, a esfera *A* do thermoscopio, e a outra com huma folha de metal brilhante: neste estado collocaremos, de hum lado e outro, os dois vasos similhantes, e cheios de agoa na mesma temperatura, de que atraz nos servimos, § 51: notaremos, para que o index se fixe em *E*, quer dizer, no meio de *CB*, a distancia da esfera denegrida ao seu vaso correspondente, será maior, que a da esfera coberta de metal; mas por isso, que os vasos emittem quantidades iguaes de calorico, e que a acçaõ da emissaõ se enfraquece com a distancia, segue-se, que a bolla negra toma a mesma temperatura da outra, em virtude de hum numero menor de raios calorificos recebidos; o que só póde ter lugar, por serem estes raios absorvidos em maior numero, por esta, que pela outra esfera. Fazendo variar a natureza dos envollucros nesta experiencia, como na de § 51, achar-se-ha, que as superficies, que tem maior poder absorbente, saõ, as que entaõ achamos terem maior poder emissivo.

54. Os raios calorificos, que incidem em hum corpo, sendo absorbidos em parte, e os restantes sendo reflectidos, he evidente, que o poder reflectidor de hum corpo he reciproco ao seu poder absorbente.

55. Leslie nas suas variadas, e delicadas experiencias sobre o calorico radiante, achou ser o poder absorbente dos córpos proporcional ao seu poder emissivo: e conseguintemente este ultimo reciproco ao poder reflectidor. A taboa (E), inserta no fim da presente Secçaõ, contém as relações entre os poderes emissivo, absorbente, e reflectidor de diversos córpos, concluidos por Leslie das suas experiencias.

Da reflexaõ dos raios calorificos na superficie dos córpos.

56. A experiencia nos tem mostrado, que de todo o corpo quente partem em todas as direcções raios calorificos, os quaes, quando depois de atravessarem o meio transparente, em que o corpo se acha mergulhado, vem incidir na superficie de outros córpos, ou saõ por estes absorbidos, ou reflectidos em maior, ou menor quantidade: examinaremos agora a lei da reflexaõ: isto he, o caminho, que seguem os raios reflectidos.

57. Mostraõ as experiencias, que todas as vezes, que

hum raio incide sobre a superficie de hum corpo plano, formando com a normal ao plano no ponto da incidencia, hum angulo qualquer, o raio reflexo he comprehendido no plano do raio incidente, e da normal, e o angulo de reflexaõ he igual ao angulo de incidencia.

Escolheremos, para provar esta verdade, huma experiencia clara, e positiva: que vem a ser a seguinte. Se recebermos hum cylindro de raios calorificos parallelos sobre a superficie de hum espelho concavo de lataõ polido parabolico, ou esferico de hum pequeno numero de gráos, os raios calorificos reflectidos, reunir-se-haõ proximamente em hum ponto unico, situado por diante do espelho, e a que se chama o seu focco: prova-se em geometria, que os raios só podem tomar este caminho, sendo reflectidos por superficies da fórma indicada, quando cada hum dos raios reflexos fórma com a normal á tangente da curva no ponto da incidencia, hum angulo igual, ao que com a dita normal fórma o raio incidente; mas cada hum dos pontos da superficie curva, vista a tenuidade infinita dos raios, póde considerar-se como hum plano: logo a condiçaõ de reflexaõ, dimana necessariamente, e se conclue desta experiencia.

Para fazer a experiencia, receberemos sobre o espelho os raios calorificos, emanando de hum ponto assás distante, para que possaõ considerar-se como parallelos, taes saõ, os que nos vem do sol; e collocando hum thermometro no focco do espelho, velo-hemos subir ali rapida, e promptamente a huma temperatura incomparavelmente mais elevada, que a de outro thermometro exposto directamente aos raios do sol.

58. Mas se os raios, que parallelamente incidem na superficie do espelho parabolico, saõ pela reflexaõ obrigados a convergir no fóco: reciprocamente os raios, que partirem do focco, e vierem incidir sobre a superficie do mesmo espelho, reflectir-se-haõ parallelos.

59. Por meio pois de dois espelhos parabolicos de lataõ polido, podemos pôr em correspondencia córpos elevados a temperaturas diversas, e reunir n'hum ponto, apezar da distancia, o calorico radiante, que pouco, e pouco se enfraqueceria com ella.

Fig. 8.ª Tomem-se dois espelhos reflectidores, iguaes *ABC*, e *abc*, e colloquem-se em frente hum do outro, da maneira representada na figura 8.ª No foco *f* do espelho *abc*, colloque-se

hum thermometro, e no foco *F* do espelho *ABC*, hum corpo quente: *v.g.*, hum matraz contendo agoa fervendo: ver-se-ha immediatamente subir rapidamente o thermometro *f*, e muito mais, que outro thermometro situado fóra do foco, ainda que mais proximo do corpo *F*. Este phenomeno he huma consequencia necessaria da lei exposta da reflexaõ dos raios calorificos.

Para tornar esta experiencia mais salliente, substitue-se ordinariamente ao matraz huma rede cheia de carvões acezos, e ao thermometro do foco opposto, hum pedaço de huma materia inflamavel, como por exemplo, de isca, e vê-se, que ainda com huma distancia consideravel de espelho a espelho, a isca inflama-se no foco *f*; em quanto hum thermometro situado entre os espelhos; mas fóra do foco, experimenta huma elevaçaõ pouco consideravel de temperatura.

O poder reflectidor do lataõ polido, he assás perfeito, para que a temperatura dos espelhos se eleve mui pouco nesta experiencia; mas se fazemos variar a superficie de hum dos espelhos, cubrindo-a de fumo, ou despolindo-a, veremos immediatamente subir a temperatura do espelho alterado, e cessar, ou diminuir considerabilissimamente o effeito da reflexaõ.

60. Ponha-se em *f* hum thermometro, que acuse huma temperatura superior á da neve fundindo; mas inferior á do ar ambiente, e ao mesmo tempo colloque-se em *F* hum matraz contendo neve: observar-se-ha, que o thermometro desce, em quanto a neve se funde no foco opposto. Esta experiencia nos mostra, que naõ só os córpos, que estaõ em huma temperatura superior á do meio emitem calorico por irradiaçaõ; mas que esta irradiaçaõ tem lugar, qualquer que seja a temperatura dos córpos, differindo unicamente nas quantidades de calorico emitido no mesmo tempo. Com effeito, se o thermometro desce, he porque envia á neve, com que se acha em correspondencia por meio dos espelhos conjugados, huma quantidade de calorico maior, do que recebe della no mesmo tempo, por ser mais baixa a sua temperatura.

Lei do resfriamento dos córpos nos meios aeriformes, e no vacuo.

61. Quando se deixa esfriar hum corpo suspenso em hum

meio aeriforme, e transparente, he facil perceber com huma pouca de attençaõ, que o resfriamento naõ he uniforme; mas que he muito mais rapido, quando a temperatura do corpo he muito superior á do meio, e torna-se muito mais lento, quando estas temperaturas se aproximaõ da igualdade. Procuremos determinar a lei deste resfriamento.

62. O Processo o mais simples, que para esta determinaçaõ se apresenta, consiste em tomar hum vaso, enche-lo de hum liquido, *v. g.*, de agoa, em huma temperatura conhecida, mergulhando nelle hum thermometro, que acuse a cada instante a temperatura.

Suspende-se o vaso por tres cordões delgados, e máos conductores do calorico, ao tecto de huma camara assás vasta, e assás reparada, para conservar no decurso da operaçaõ huma temperatura sensivelmente constante, sem que hajaõ correntes de ar, agitações, ou outras quaesquer causas, que perturbem a regularidade da irradiaçaõ. O Observador, munido de hum relogio, que marca segundos, vai por meio de hum oculo observando as temperaturas, e escrevendo-as em frente dos tempos correspondentes, e organisa por este modo huma serie de observações, da qual pode deduzir a lei do resfriamento. Usa-se nesta experiencia lêr a temperatura de longe, e com hum oculo, para que o calorico proprio do observador naõ altere a marcha da experiencia, quando se chega ao vaso, como seria necessario para lêr de perto as temperaturas.

O Conde de Rumford, trabalhando em temperaturas comprehendidas entre zero, e 100°, achou verdadeira a lei enunciada por Newton, e verificada por Krafft, e Richeman; a qual lei he a seguinte.

(Lei)

A emissaõ de calorico, he proporcional ao excesso de temperatura do corpo sobre a do meio.

63. Conformemente a esta lei, sejaõ, T, T', T'', T''' ... &c. os excessos de temperatura do corpo sobre a do meio nas epochas equidistantes, e mui proximas... t, t', t'', t''' &c.; procuraremos, que relaçaõ deve existir entre hum excesso qualquer de temperatura, e a epocha, que lhe corresponde.

Entre a primeira temperatura T, e a segunda T', passou-se hum tempo extremamente pequeno $t' - t$, e o descenso da temperatura neste tempo foi $T - T'$; se pois suppozermos o descenço de temperatura uniforme neste pequeno intervalo de tempo, será a diminuiçaõ de temperatura na unidade de tempo igual a - - - - - - - - - - - - - - -

$$\frac{T - T'}{t' - t}.$$

E como em cada instante a lei nos diz, que os descenços em temperatura saõ proporcionaes ao excesso de temperatura do corpo sobre a temperatura do meio, neste pequenissimo intervalo de tempo $t' - t$, em que suppozemos uniforme o resfriamento, deverá este ser proporcional ao excesso medio de temperatura do corpo sobre a do meio, isto a $\frac{T + T'}{2}$,, e se representarmos por a a velocidade absoluta do resfriamento, dependente da natureza do corpo; teremos - - - -

$$\frac{T - T'}{t' - t} = \frac{(T + T')\,a}{2},$$

da qual se tira

$$T' = T\left(\frac{1 - \frac{1}{2}a(t' - t)}{1 + \frac{1}{2}a(t' - t)}\right)$$

Pela mesma razaõ teremos as equações seguintes:

$$T'' = T'\left(\frac{1 - \frac{1}{2}a(t'' - t')}{1 + \frac{1}{2}a(t'' - t')}\right),, T''' = T''\left(\frac{1 - \frac{1}{2}a(t''' - t'')}{1 + \frac{1}{2}a(t''' - t'')}\right),$$

e em geral

$$T_n = T_{n-1}\left(\frac{1 - \frac{1}{2}a(t_n - t_{n-1})}{1 + \frac{1}{2}a(t_n - t_{n-1})}\right)$$

Reflectindo porém, que as epochas t, t', t'', t''', &c. saõ equidistantes, teremos $t' - t = t'' - t' = t''' - t'' =$ - - - - - - - $t_n - t_{n-1}$, e fazendo esta differença igual a δ, as formulas antecedentes tornar-se-haõ em - - - - - -

$$\left\{\begin{array}{lll} & \text{B} & \text{A} \\ T' = \dfrac{1 - \frac{1}{2} a \delta}{1 + \frac{1}{2} a \delta} T & ,, & t' - t = \delta \\ T'' = \dfrac{1 - \frac{1}{2} a \delta}{1 + \frac{1}{2} a \delta} T' & ,, & t'' - t' = \delta \\ T''' = \dfrac{1 - \frac{1}{2} a \delta}{1 + \frac{1}{2} a \delta} T'' & ,, & t''' - t'' = \delta \\ T_n = \dfrac{1 - \frac{1}{2} a \delta}{1 + \frac{1}{2} a \delta} T_{n-1} & ,, & t_n - t_{n-1} = \delta \end{array}\right.$$

Sommando as equações da columna A vem - - - - - -

$$t_n - t = n\delta\text{, que dá } n = \frac{t_n - t}{\delta} \text{ - - - - - (a)}$$

multiplicando entre si as equações da columna B vem - -

$T_n = \left(\dfrac{1 - \frac{1}{2} a \delta}{1 + \frac{1}{2} a \delta}\right)^n T$, ou Log. $T_n = n\Big($Log. $(1 - \frac{1}{2} a \delta)$

$-$ Log. $(1 + \frac{1}{2} a \delta)\Big)$ + Log. T ,, donde se tira

$$n = \frac{\text{Log. } T_n - \text{Log. } T}{\text{Log. } (1 - \frac{1}{2} a \delta) - \text{Log. } (1 + \frac{1}{2} a \delta)} \text{ - - (b)}$$

Igualando os valores de n achados em (a), e (b) teremos

$$\frac{t_n - t}{\delta} = \frac{\text{Log. } T_n - \text{Log. } T}{\text{Log. } (1 - \frac{1}{2} a \delta) - \text{Log. } (1 + \frac{1}{2} a \delta)};$$

donde se tira, mudando os signaes em ambos os termos,

$$t_n - t = \frac{\delta}{\text{Log. } (1 + \frac{1}{2} a \delta) - \text{Log. } (1 - \frac{1}{2} a \delta)} (\text{Log.} T - \text{Log.} T_n).$$

$t_n - t$ he o tempo contado desde a origem do resfriamento até a epocha, cuja temperatura consideramos, chamemos a este tempo θ a formula mudar-se-ha em - - - - - - - -

$$\text{(c) - - } \theta = \frac{\delta}{\text{Log. } (1 + \frac{1}{2} a \delta) - \text{Log. } (1 - a \delta)} (\text{Log.} T - \text{Log.} T_n).$$

Mas desenvolvendo os logarithmos do denominador em serie, designando por m o modulo das taboas ordinarias, teremos

$$\text{Log.}(1+\tfrac{1}{2}a\delta)=\frac{1}{m}(\tfrac{1}{2}a\delta)-\frac{1}{2m}(\tfrac{1}{2}a\delta)^2+\frac{1}{3m}(\tfrac{1}{2}a\delta)^3-\&c.$$

$$-\text{Log.}(1-\tfrac{1}{2}a\delta)=\frac{1}{m}(\tfrac{1}{2}a\delta)+\frac{1}{2m}(\tfrac{1}{2}a\delta)^2+\frac{1}{3m}(\tfrac{1}{2}a\delta)^3+\&c.$$

e por tanto

$$\frac{\delta}{\text{Log.}(1+\frac{1}{2}a\delta)-\text{Log.}(1-\frac{1}{2}a\delta)}= - - - =$$

$$\frac{\delta}{\frac{1}{m}(\frac{1}{2}a\delta)-\frac{1}{2m}(\frac{1}{2}a\delta)^2+\frac{1}{3m}(\frac{1}{2}a\delta)^3-\&c.+\frac{1}{m}(\frac{1}{2}a\delta)+\frac{1}{2m}(\frac{1}{2}a\delta)^2+\frac{1}{3m}(\frac{1}{2}a\delta)^3+\&c.}$$

$$=\frac{m}{a+\frac{1}{12}a^3\delta^2+\&c.}$$

δ, que representa os intervalos entre duas epochas consecutivas, intervalos em que suppozemos o descenso da temperatura uniforme, deve, para que rigorosamente assim se possa suppôr, ser infinitamente pequeno, ou nullo; e entaõ teremos

$$\frac{\delta}{\text{Log.}(1+\frac{1}{2}a\delta)-\text{Log.}(1-\frac{1}{2}a\delta)}=\frac{m}{a}$$

e substituindo este valor na equaçaõ (c) virá - - - - - =

$$\theta=\frac{m}{a}(\text{Log. }T-\text{Log. }T_n);$$

e desta se deduz

$$\text{Log. }T_n=\text{Log. }T-\frac{a}{m}\theta \text{ - - - - - - - - - - } (d)$$

64. Para mostrarmos quanto a formula combina com as observações, traremos o exemplo citado no tratado de physica de Biot, pag. 622. do tom. 4.°

Serie de Experiencias sobre o resfriamento por Biot.

Epochas	*Temp.*	*Epochas*	*Temp.*	
$0.^{h}45'.45''$	55°	24. 30	40	A temperatura do ar da casa foi em todo o decurso da experiencia $12^{\circ},2$.
47. 42	54	31. 20	38	
49. 40	53	35. 50	37	
51. 40	52	38. 20	36	
53. 50	51	47. 0	34	
56. 00	50	51. 20	33	
58. 10	49	56. 30	32	
$1.^{h}$ 1. 10	48			
6. 15	46			
9. 0	45			
12. 0	44			
18. 10	42			

A fim de applicar as formulas (d) ao calculo das observações, contidas neste quadro, começaremos por determinar a: para o que nos bastará conhecer, dois excessos de temperatura, e o tempo, que mediou entre elles; por quanto a formula (d) nos dá - - - - - - - - - - - - - - -

$$\frac{a}{m} = \frac{\text{Log. } T - \text{Log. } T_n}{\theta}.$$

Tomemos pois por T, e T_n as observações 3.ª, e ultima; teremos - - - - - - - - - - - - - - - - -

$T = 53 - 12{,}2 = 40{,}8$, cujo Log. he - - 1,61066016.

$T_n = 32 - 12{,}2 = 19{,}8$, cujo Log. he - - 1,29666519.

Log. T — Log. T_n = - - - - - - - - - - - 0,31399497.

$$\theta = 1.^{h}\ 56.'\ 30'' - 0.^{h}\ 49.'\ 40'' = 66',83:$$

logo

$$\frac{a}{m} = 0{,}00469841:$$

assim determinado $\frac{a}{m}$, calculando pela formula os excessos de temperatura para tres epochas, *v. g.*, $1.^{h}\ 1.'\ 10''$,, $1.^{h}\ 12',00''$,, 1.h 38.' 20''; teremos os resultados, que se vêm no quadro junto, comparados, e conformes á observaçaõ.

Epochas	θ em minutos	T_n calculado	Temp do meio	Temp. pelo calculo	Temps. observ.
1.h 1.' 10''	11,'5	36,°03	12,2	48,23	48,0
12. 00	22,33	32,04	12,2	44,24	44,0
38. 20	48,67	24,10	12,2	36,30	36,0

65. A lei simples, que acabamos de expôr, de desenvolver, e applicar, naõ he rigorosa, e exacta, e só pode servir para calcular os phenomenos dentro de certos limites, que saõ os da ebulliçaõ, e da fuzaõ da agoa; quando porém se applica a mesma lei ao resfriamento dos córpos em temperaturas superiores, os resultados do calculo offerecem tanto maiores differenças dos resultados experimentaes, quanto estes mais se affastaõ daquelles limites de temperatura. Se pois Newton, e os Physicos, que experimentalmente verificáraõ a sua lei, a acháraõ verdadeira, he porque a applicáraõ sempre em casos, em que os erros eraõ comprehendidos nos limites da incerteza experimental, e todo o seu erro foi o de generalisar, sem sufficiente prova, a toda a escala das temperaturas hum resultado, só verificado em huma pequena parte della.

65. Delaroche, joven physico francez, das maiores esperanças, e cujos talentos foraõ mui cedo roubados á sciencia por huma morte prematura, mostrou evidentemente, que a lei de Newton deixava de ser applicavel fóra dos limites predictos, e propôz-se determinar, qual seria a expressaõ, que se lhe deveria substituir para comprehender a marcha geral do resfriamento; a morte porém o impedio de concluir os seus trabalhos.

67. A gloria de haver completamente resolvido esta questaõ, pertenceo a Dulong, e a Petit, que reunidos se occupáraõ da sua solluçaõ. Sentimos, que o caracter elementar deste tratado, e a esfera dos conhecimentos analiticos, em que nos propozemos circumscrever-nos, pelas razões expendidas na introducçaõ, nos naõ permittaõ dar hum extracto miudo do importante, e methodico trabalho destes dois Physicos, do

qual só podemos dar huma idéa, e os resultados; aconselhando aos Leitores possuidores de conhecimentos sufficientes, a leitura da memoria original dos Authores, inserta no Tomo 7.º dos *Annaes de Chymica, e Physica*, anno de 1817, pag. 113, 225, e 337.

Neste interessante trabalho, que tanta honra faz ao Professor Dulong, e á memoria de Petit, estes Physicos, depois de advertirem, que o resfriamento dos córpos he devido a duas causas distinctas, que vem a ser calorico roubado pelo contacto do fluido aeriforme, em que o corpo se acha mergulhado, e o calorico perdido pela irradiaçaõ; examináraõ separadamente o effeito de cada huma destas causas, e começáraõ por estudar o resfriamento no vacuo, passando depois a examina-lo em espaços cheios de gazes diversos, abrangendo em hum, e outro caso huma escala de temperaturas muito mais extensa, que aquella, que os Physicos seus antecessores haviaõ considerado.

68. Os córpos, que Dulong, e Petit empregáraõ para estudar as leis do resfriamento, eraõ thermometros de mercurio, de differentes volumes, e começáraõ por se convencer experimentalmente, que o volume, e figura destes naõ tinhaõ influencia sensivel sobre a marcha do resfriamento. Empregáraõ os Authores nas suas experiencias, todas as attençóes as mais miudas: vencêraõ da maneira a mais engenhosa as difficuldades praticas, como se póde ver na sua memoria, e deraõ ao mesmo passo á sciencia resultados de grande importancia, e hum modélo a seguir em investigaçóes de similhante natureza.

69. Os resultados, ou leis deduzidas deste trabalho, saõ as seguintes.

1.ª Hum corpo suspenso em hum espaço vazio, terminado por hum envolucro privado de calorico, esfriar-se-hia de maneira, que aos tempos, contados em progressaõ arithmetica, corresponderiaõ velocidades de resfriamento, que estariaõ em progressaõ geometrica.

2.ª Se o espaço vazio for terminado por hum envolucro em huma temperatura constante, a lei do resfriamento será tal, que aos excessos de temperatura do corpo sobre a do envolucro, contados em progressaõ arithmetica, corresponderaõ velocidades de resfriamento, que decresceráõ como os termos de huma progressaõ geometrica, diminuidos de huma quantidade constante. A razaõ desta progressaõ, he a mesma para todos os córpos, e igual a 1,007.

3.ª A velocidade do resfriamento, para hum mesmo excesso de temperatura no vacuo, cresce em progressaõ geometrica, crescendo a temperatura do envolucro em progressaõ arithmetica; sendo a razaõ da progressaõ geometrica, ainda neste caso, igual para todos os córpos, e 1,0077.

4.ª A velocidade de resfriamento, devido ao simples contacto de hum gaz, he inteiramente independente da natureza da superficie dos córpos.

5.ª A velocidade do resfriamento, devido ao contacto de hum gaz, varía em progressaõ geometrica, variando tambem em progressaõ geometrica a temperatura; e se a razaõ da segunda progressaõ for 2, a da primeira será 2,35, qualquer que seja a natureza do gaz, e a sua força elastica.

6.ª O poder refrigerante de hum gaz, diminue em progressaõ geometrica, quando a sua força elastica diminue tambem em progressaõ geometrica; e se a razaõ da segunda progressaõ for 2, a da primeira será 1,366 para o ar atmosferico, 1,301 para o hydrogenio, 1,431 para o acido carbonico, 1,415 para o hydrogenio percaboretado.

7.ª O poder refrigerante de hum gaz, varía com a sua temperatura de tal maneira, que se o gaz póde dilatar-se, e conserva sempre a mesma força elastica, o seu poder refrigerante diminuirá tanto pela rarefacçaõ, quanto augmentará pela elevaçaõ de temperatura, de maneira, que em diffinitivo, só dependerá da força elastica.

70. Do que fica dito, resulta, que a lei do resfriamento, considerada em toda a sua extensaõ, he taõ complicada, que naõ póde ser expressa com hum só enunciado em lingoagem ordinaria; porém na memoria de Delong, e Petit, acha-se huma formula analitica, da qual as 7 leis precedentes saõ a traducçaõ.

71. A lei de Newton he pois sómente applicavel ao intervalo de temperatura mui pouco consideravel, dentro do qual foi verificada; mas nesse limite póde fazer-se della uso, na certeza, que todos os erros, que dér a sua applicaçaõ, seráõ comprehendidos nos limites da inexactidaõ, sempre existente em similhantes observaçóes.

Da conductibilidade dos córpos para o calorico, e das sensações de frio, e calor, produzidas nos orgãos.

72. Naõ he sómente por via da irradiaçaõ, ou do contacto dos fluidos aeriformes, que hum corpo póde transmittir a outro o calorico, que o constitue superior a este outro em temperatura; he porém conhecimento geral, que o calorico se transmitte atravez da massa dos córpos, qualquer que seja o seu estado, e que esta transmissaõ facil, e prompta em huns, he difficil, e lenta em outros: donde nasce dividirem-se geralmente os córpos em bons, e máos conductores do calorico.

73. Os metaes saõ em geral os melhores conductores do calorico, a madeira, o carvaõ, a palha, a seda, o algodaõ; e a lá, saõ os córpos, que mais resistencia oppõe á transmissaõ deste agente. Porém entre estes córpos, que formaõ, por assim dizer, os extremos da escala de conductibilidade, ha huma infinidade de substancias, quer simples, quer compostas, que possuem em gráos diversos a condnctibilidade para o calorico: acontecendo nesta, como em quasi todas as propriedades naturaes, passar-se por huma escala insensivel dos bons aos máos conductores; sem que haja salto, ou demarcaçaõ rigorosa, que a este respeito separe os córpos.

Póde formar-se huma idéa grosseira da conductibilidade diversa das differentes substancias para o calorico, fixando junto do fundo de huma mesma caixa de lata, huma serie de tubos solidos, iguaes em diametro, de substancias diversas, os quaes penetraõ até ao interior da caixa, e se envolvem na parte externa com huma materia bastante fusivel, *v. g.*, com cêra: lançando entaõ na caixa agoa fervendo, nota-se a distancia, a que a cêra funde no mesmo tempo nos diversos tubos, achando-se ser mui diversa nos extremos oppostos da serie.

74. Os liquidos, posto que sejaõ susceptiveis de conduzir o calorico, saõ com tudo em geral máos conductores deste agente; e apezar disto, nota-se todos os dias, que grandes massas liquidas se aquecem com a maior promptidaõ, e facilidade; o que á primeira parece contradictorio.

Reflectindo porém, que o prompto aquecimento dos liquidos, só tem lugar quando o calorico se applica á parte inferior dos vasos, que os contém, a contradicçaõ apparente desapparece, e o phenomeno reconhece huma causa independente da conductibilidade.

Com effeito, o calorico transmittido ao fundo do vaso, he por elle communicado ao strato inferior do liquido, o qual elevando-se em temperatura, augmenta tambem em dimensões, e diminue conseguintemente de densidade; e em virtude desta diminuiçaõ de densidade, o strato eleva-se no liquido, e cede o seu lugar ao strato immediato, que experimentando pelo contacto do fundo do vaso os mesmos effeitos, ascende após o primeiro, e assim por diante: de maneira, que em toda a massa liquida, aquecida pela parte inferior, se estabelecem correntes ascendentes de liquido mais quente, e descendentes de liquido mais frio, as quaes com grande promptidaõ estabelecem o equilibrio de temperatura em toda a massa liquida.

Se porém, em vez de applicar o calor á parte inferior, se applicar á parte superior do vaso, observar-se-ha, que a uniformidade de temperatura, jámais se estabelece rigorosamente, e que o calorico se propaga mui lentamente atravez da massa fluida.

Se *v.g.* no fundo de hum vaso estreito, e alto se introduz agoa a zero, e mergulhando nella hum thermometro, se lança hum strato superior da agoa quente, de tal maneira, que o movimento naõ misture os liquidos, o que acabamos de dizer, será perfeitamente visivel por experiencia.

75. A maior, ou menor conductibilidade das diversas substancias para o calorico, e a sua densidade, tem a maior influencia sobre a sensaçaõ de frio, ou de calor, que podem produzir nos nossos orgãos. Com effeito, a sensaçaõ de calor, ou do frio, que experimentamos pelo contacto de hum corpo, depende da quantidade de calorico, que o corpo dá, ou toma ao orgaõ em cada instante: consequentemente diversos córpos, diversamente conductores, ainda que todos se achem na mesma temperatura, deveráõ produzir sensações de calor, ou frio diversamente energicas; por quanto a igualdade de temperatura entre o corpo melhor conductor, e o orgaõ, estabelecendo-se mais promptamente, este ultimo receberá, ou abandonará huma quantidade maior de calorico. Daqui resulta, *v. g.*, que se tocamos huma tea de linho, e huma de lá, ambas igualmente frias, a tea de linho produzi-

rá huma sensaçaõ de frio mais viva, que a tea de lá, por ser a conductibilidade da primeira, superior á da segunda. Todo o mundo sabe, que no campo, *v.g.*, os assentos de pedra, parecem muito mais frios, que os de madeira, o que he ainda devido á sua maior conductibilidade.

O contacto do orgaõ, com hum corpo mais denso, estabelece o orgaõ em relaçaõ com hum numero maior de particulas; conseguintemente para estabelecer a igualdade de temperatura entre o orgaõ, e este corpo, será necessario, que o orgaõ receba, ou perca mais calorico em cada instante, do que se o contacto tivesse lugar entre o orgaõ, e hum corpo menos denso. Daqui resulta, que se mergulhamos a maõ na agoa, e com mais razaõ no mercurio, sentimos huma sensaçaõ de frio superior, á que experimentamos, tendo a maõ mergulhada no ar atmosferico; e com tudo a temperatura destes liquidos, he, as mais das vezes, a mesma temperatura da atmosfera; porém a conductibilidade, e a densidade destes liquidos, superiores á do ar, saõ a verdadeira causa deste phenomeno.

Daqui resulta tambem ser hum orgaõ muito mais cruelmente offendido pela imersaõ no mercurio elevado a 100°, do que na agoa fervendo, e na agoa a 100°, que no vapor aquoso na mesma temperatura. A sensaçaõ de calor, e de frio, he pois hum phenomeno mui complicado, e por isso mesmo improprio para medir os effeitos do calorico, como já o dissemos no § 6, fundando-nos em outras razões.

76. A differença de conductibilidade dos córpos, tem nas artes, e nos usos ordinarios da vida, mui frequentes applicações. Todos os dias usamos nos vasos metalicos, destinados a conter liquidos quentes, de cabos de páo, ou enleados de palha, lá, &c., a fim de evitar, pela interposiçaõ de hum máo conductor, a acçaõ do calorico sobre os orgãos. No inverno, para evitar a acçaõ de huma atmosfera fria, interpomos entre ella, e o corpo, máos conductores do calorico; *v.g.*, estofos de lá, pelles, e outros, que retardaõ, e difficultaõ a dissipaçaõ do calorico natural dos orgãos. No veraõ, pelo contrario, os córpos melhores conductores, saõ aquelles, que constituem o vestido o mais fresco.

Lei da propagaçaõ do calorico por communicaçaõ.

77. Deve-se ao Professor Biot, o conhecimento da lei da propagaçaõ do calorico por communicaçaõ. Para darmos huma idéa do methodo empregado por aquelle Professor nesta determinaçaõ: imaginaremos huma barra metalica, mergulhando por huma das extremidades, em hum banho de huma temperatura constante, *v. g.*, em chumbo fundindo, e abrigada por meio de hum obstaculo polido da acçaõ radiante do fóco.

O fóco de calorico, transmittirá calorico á parte da barra, que mergulha no banho, e esta ao strato seguinte, e assim por diante, até á outra extremidade da barra. Se em huma fieira de molleculas, consideradas ao longo da barra, tomarmos huma mollecula qualquer, para examinar o que nella se passa, he claro, que esta mollecula receberá, da que a precede, huma quantidade de calorico em cada instante, igual á differença das suas temperaturas; este calorico recebido, será por ella em parte communicado á mollecula seguinte, e em parte dissipar-se-ha pela irradiaçaõ, e como á medida, que a sua temperatura se eleva, a mollecula precedente lhe communica cada vez menos calorico, e que por outra parte as perdas por irradiaçaõ, vaõ em continuo augmento com a temperatura, chegará hum momento, no qual as perdas de calorico, que a mollecula faz em cada instante, sendo iguaes ás aquisições no mesmo tempo, a temperatura da mollecula tornar-se-ha constante, e como isto he geral para todas as molleculas, que compõe a barra: segue-se, que esta no fim de hum certo tempo, tomará hum estado de equilibrio constante de temperatura.

Se entaõ se tomaõ na barra huma serie de pontos, cujas distancias ao fóco de calor formem huma progressaõ arithmetica crescente, as temperaturas destes pontos formaráõ huma progressaõ geometrica decrescente.

78. Esta lei verifica-se experimentalmente, cavando na barra em distancias entre si, em progressaõ arithmetica, cavidades, que se enchem de mercurio, no qual se mergulhaõ outros tantos thermometros, cujas temperaturas se conformaõ sensivelmente com a lei exposta.

Esta materia acha-se completamente desenvolvida no Tratado de Physica Experimental, e Mathematica do citado Professor Biot, vol. 4.° pag. 666 da 1.ª ediçaõ de 1816.

Do equilibrio de temperatura em hum systema de córpos separados por hum meio transparente, e aeriforme.

79. Sendo patente, por experiencia diaria, que se em hum espaço se collocaõ hum numero qualquer de córpos, da mesma, ou de differente natureza, e elevados a temperaturas diversas, estes córpos, passado hum certo tempo, se achaõ todos em huma temperatura commum: occupar-nos-hemos de indagar a maneira, pela qual se estabelece esta igualdade de temperatura.

O Professor Prevost de Genebra deo huma explicaçaõ, por extremo engenhosa, da maneira pela qual a igualdade de temperatura se estabelece entre hum systema qualquer de córpos. Esta explicaçaõ naõ só dá huma idéa clara do phenomeno; mas merece rigorosamente o nome de theoria, por quanto della se deduzem expressões analiticas, que desenvolvidas reproduzem, e determinaõ todas as circumstancias delle, como se póde vêr no interessante trabalho sobre este objecto, executado por Fourier, com o titulo de *Theorie de la Chaleur*, hum volume em 4.°, impresso em 1816. Esta theoria tem o nome de theoria do equilibrio movel do calorico.

80. A faculdade de emittir calorico por irradiaçaõ naõ pertence sómente aos córpos entre certos limites de temperatura; porém, qualquer que seja a temperatura, a que hum corpo se ache elevado, este corpo emittirá mais, ou menos calorico radiante. Esta conclusaõ, a que já fomos conduzidos, § 59, he tanto mais evidente, quanto se observa, que introduzindo hum corpo em huma temperatura inferior á da neve fundindo, n'hum espaço em huma temperatura inferior, os thermometros situados naquelle espaço, elevaõ-se em temperatura pela presença do corpo. Porém, sendo tudo o mais igual, as quantidades de calorico emittidas seraõ tanto maiores, quanto for mais elevada a temperatura do corpo.

81. Isto estabelecido: Prevost imagina, que todas as vezes, que dois, ou mais córpos se achaõ em huma mesma temperatura, nella se mantem, porque as quantidades de ca-

lorico, que recebem dos outros, saõ iguaes á quantidade de calorico, que lhes enviaõ: que todas as vezes, que hum corpo mais frio, situado entre córpos mais quentes, que elle, sóbe em temperatura até igualar a daquelles, he porque o calorico recebido he superior ao emittido, até que por via desta differença, sempre decrescente, se estabelece a igualdade de temperatura, e com ella a troca de quantidades iguaes do calorico entre os córpos.

82. Applicaremos, por fixar as idéas, a dois córpos unicamente, o que temos a dizer sobre o equilibrio movel do calorico; pois he evidente, que, o que dissermos relativamente a dois córpos, se póde applicar a hum numero qualquer delles.

Os córpos, entre os quaes consideramos estabelecendo-se, ou estabelecido o equilibrio da temperatura, podem achar-se em hum de quatro casos diversos; 1.° tendo ambos poderes emissivos iguaes; 2.° tendo poderes emissivos diversos; 3.° tendo a mesma capacidade para o calorico; 4.° tendo para o calorico capacidades diversas.

1.° *Caso.* Supponhamos o corpo A na temperatura T, e o corpo B na temperatura mT. Como a intensidade das emissões de calorico por irradiaçaõ, he proporcional aos excessos de temperatura, o corpo B no primeiro momento enviará ao corpo A m vezes mais calorico, do que A lhe restituirá, donde resulta, que a temperatura de A hirá subindo, e pelo contrario hirá descendo a temperatura de B; mas á medida, que a temperatura de A se eleva, e que a de B se abaixa, cresce a irradiaçaõ de A para B, e diminue a de B para A, conseguintemente no fim de mais, ou menos tempo as temperaturas de ambos os córpos se acharaõ reduzidas a huma temperatura commum T', e desse instante em diante, sendo iguaes as trocas de calorico, as temperaturas conservar-se-haõ iguaes.

2.° *Caso.* Imaginemos agora, que o poder emissivo de A seja m vezes maior, que o de B; neste caso visto serem os poderes emissivos proporcionaes aos poderes absorbentes, § 54, e reciprocos aos poderes reflectidores, será o poder reflectidor de B m vezes maior, que o de A: se pois A, e B se considerarem na mesma temperatura, e chamarmos C o calorico, que B envia a A na unidade de tempo, será mC o calorico, que A enviará a B no mesmo tempo. Mas se suppozermos o poder reflectidor de A tal, que dos raios, que sobre elle incidem só sejaõ absorvida huma parte $\frac{1}{n}$, sendo todos os outros reflectidor, o calorico, que A receberá de B na unidade de tempo, será $\frac{C}{n}$; e como o poder emissivo de B he m vezes menor, que o de A, o poder reflectidor de B será m vezes maior: logo B sómente absorverá $\frac{1}{mn}$ dos raios, que sobre elle incidirem, e por tanto na unidade de tempo o calorico, que B recebe de A, he - - - - - - -

$$\frac{mC}{mn} = \frac{C}{n}:$$

logo ainda neste caso ha trocas iguaes de calorico, quando ha igualdade de temperatura.

3.° *Caso.* Se os dois córpos tem a mesma capacidade para o calorico, he de si evidente, que tudo, o que temos dito lhes he inteiramente applicavel, e este caso naõ carece do auxilio de novas consideraçõcs.

4.° *Caso.* Seja porém C a capacidade do corpo A para o calorico, e mC a capacidade para o calorico do corpo B. Se os dois córpos estiverem na mesma temperatura, enviar-se-haõ quantidades iguaes de calorico: por quanto a irradiaçaõ naõ he funçaõ da quantidade absoluta de calorico contida nos córpos; mas sómente do calorico livre, quer dizer, da temperatura. Representando pois por Q a quantidade de calorico, que envia cada hum dos córpos, ao outro na unidade do tempo, e por T a temperatura inicial, a que se achaõ elevados: o corpo A em virtude da sua irradiaçaõ, desceria na unidade do tempo á temperatura $T - \frac{Q}{C}$, e B pela mesma causa desceria á temperatura $T - \frac{Q}{mC}$; mas em virtude da quantidade Q do calorico, recebida de B, o corpo A elevar-se-ha $\frac{Q}{C}$ em temperatura: logo a sua temperatura no fim da unidade do tempo, será - - - - - - - - - - - - - -

$$T - \frac{Q}{C} + \frac{Q}{C} = T.$$

Da mesma maneira B, em virtude da quantidade Q de calorico, que recebe de A, elevar-se-ha $\frac{Q}{mC}$ em temperatura, a sua temperatura no fim da unidade do tempo, será pois - - -

$$T - \frac{Q}{mC} + \frac{Q}{mC} = T.$$

O que nos mostra, que neste caso, como em todos os outros, tem lugar a igualdade das temperaturas pela tróca de porções iguaes de calorico.

Dilataçaõ dos córpos solidos.

83. Vimos § 3, que o calorico dilata todos os córpos, qualquer que seja o seu estado: examinaremos agora mais particularmente o phenomeno da dilataçaõ, começando pela dilataçaõ dos solidos, depois tratando da dilataçaõ dos liquidos, e finalmente tratando do augmento do volume, ou força elastica dos fluidos aeriformes.

84. A determinaçaõ da dilataçaõ dos córpos solidos, reduz-se a medir huma barra da materia, de que se trata, em differentes temperaturas. Este enunciado, por extremo simples na exposiçaõ; offerece porém na pratica mui grandes difficuldades; mas Lavoisier, e Laplace as vencêraõ completamente, e tratando da dilataçaõ dos córpos solidos, limitar-nos-hemos a dar huma idéa dos seus trabalhos sobre este objecto.

85. Como as dilatações dos solidos saõ mui pequenas, para as podermos avaliar com precisaõ directamente; he necessario multiplicar artificialmente o seu effeito, e o meio, que se offerece, izento das incertezas, e dos erros anexos a hum systema de rodas complicado, he o uso de huma allavanca de braços muito desiguaes, de maneira, que huma pequenissima variaçaõ de posiçaõ, occasionada na extremidade do braço mais curto da allavanca, pela dilataçaõ, ou contracçaõ da barra, produza huma variaçaõ consideravel na posiçaõ do braço opposto.

Quando a barra, que se observa, he applicada entre apoios ordinarios, ligados entre si por huma outra regoa, ou chapa qualquer, estes apoios, e a chapa, que os une, participando da temperatura da barra, se dilataráõ, ou contrahiráõ com ella, de maneira, que o movimento da allavanca em vez de indicar a variaçaõ absoluta do comprimento da barra, indicará sómente a differença entre esta variaçaõ, e a dos apoios, por que a barra he sustentada.

Para a exactidaõ da determinaçaõ, he tambem indispensavel, que todas as partes da barra se achem expostas á mesma temperatura, para o que, o unico meio consiste em mergulhar a barra n'hum banho, cuja temperatura se eleva, ou abaixa á vontade. Porém como os diversos stratos horizontaes de hum liquido quente, naõ tem rigorosamente a mesma temperatura, he necessario, que a barra esteja deitada horisontalmente no banho, a fim de mergulhar em hum strato unico, e ter por conseguinte huma temperatura uniforme. Do mesmo modo os thermometros, destinados a indicar a temperatura da barra, devem ter toda a sua columna mergulhada no strato liquido, que ella occupa, o que se consegue, estantando tambem os thermometros deitados horisontalmente no banho.

86. Póstos estes principios: passemos á descripçaõ do apparelho, empregado por Laplace, e Lavoisier, para a determinaçaõ da dilataçaõ dos solidos. Esta descripçaõ nos fará ver, que neste apparelho se achaõ, quanto possivel, reunidas as condiçóes expostas.

Fig. 9.ª *M*, *M'*, *N*, *N'* saõ quatro pilares, ou parallelipipedos de pedra de cantaria, fixados invariavelmente em hum massame, ou alicerce solido, construido no chaõ firme de hum jardim, e destinados a sustentar todo o apparelho. Cada hum destes pilares tinha dois pés de face no sentido do comprimento, e hum no da largura, e deixavaõ entre si hum intervalo de tres pés, occupado por huma caldeira comprida, colocada sobre hum massame de tijolo, e destinada a conter o banho, em que se mergulhavaõ as barras.

fg saõ quatro barras de vidro de Saint-Gobin, fixadas invariavelmente pela parte superior nas trevessas de ferro *ab*, chumbadas nos pilares de pedra: estas regoas de vidro sustentaõ na parte inferior dois rolos da mesma materia, sobre os quaes repousaõ as barras, ficando por este modo desembaraçado todo o movimento longitudinal, que possa provirlhes da dilataçaõ. *bi* he outra regoa do mesmo vidro, fixada verticalmente por meio das travessas de ferro *a'b'*, chumbadas nos pilares *M*, e *M'*. Contra esta regoa, he que se apoia como ponto invariavel a extremidade da barra *BB'*, que se submete á experiencia.

A outra extremidade B' da barra, que se observa, apoia contra a extremidade l de outra regoa de vidro ll', a qual em vez de ser ligada a huma travessa de ferro fixa, he invariavelmente unida a hum eixo oo', que gira em dois anneis oo', chumbados nos pilares N, e N'. A este eixo está do mesmo modo invariavelmente ligada a allavanca recurvada pp', cuja extremidade p', pelo seu movimento, faz girar o oculo de seis pés LL' em torno do eixo e. Este oculo tem hum fio horisontal, que se dirige sobre huma regoa vertical, dividida em partes iguaes, e situada a 100 toezas de distancia do eixo e do oculo.

Desta disposiçaõ se segue, que se a barra BB', que se acha em contacto com as duas regoas de vidro hi, e ll', augmentar, ou diminuir em comprimento, a extremidade l da regoa ll' avançará, ou recuará da mesma quantidade; mas a regoa ll' naõ póde variar de posiçaõ, sem que a allavanca pp', unida ao mesmo eixo, varie tambem, e esta dá ao oculo LL' huma igual variaçaõ angular: conseguintemente o raio visual, que raza o fio do oculo, marcará sobre a escala vertical E hum movimento angular, igual ao movimento angular da barra ll'; e reflectindo, que as dilataçôes, e contracçôes da barra BB' saõ sempre mui pequenas, os movimentos angulares, por ellas produzidos, o seraõ tambem, e poderemos neste caso suppôr, sem erro apreciavel, os arcos iguaes ás suas cordas, e estas entre si como os raios dos circulos, a que pertencem: logo o espaço percorrido pelo raio visual sobre a regoa vertical estará para a dilataçaõ da barra BB', assim como o comprimento do raio visual está para o comprimento da barra ll'. No apparelho de Lavoisier, e Laplace o raio visual, e ll' eraõ taes, que a cada linha de variaçaõ no comprimento da barra BB', correspondiaõ 744 linhas na escala, e como esta era dividida em linhas, podiaõ facilmente com este apparelho ter-se as dilataçôes das barras, exactas até $\frac{1}{744}$ de linha.

87. A maneira, porque Lavoisier, e Laplace opperavaõ com este apparelho, era a seguinte.

Collocada a barra, que se pertendia observar, sobre os rolos de cristal destinados a sustenta-la, e pósta em rigoroso contacto com as extremidades das regoas extremas hi, e ll', lançavaõ agoa fria na caldeira, e nesta agoa hum excesso de neve, e quando os thermometros, mergulhados no banho, e deitados horisontalmente no strato liquido, occupado pela barra, se fixavaõ a zero de temperatura, observavaõ, a que divisaõ da escala E correspondia o fio do oculo: esgotando entaõ a caldeira por huma torneira, e fazendo succederem-se banhos em temperaturas cada vez mais elevadas, hiaõ notando sobre a escala as variações correspondentes de comprimento: voltando depois a banhos successivamente mais frios, até chegar ao banho a zero, vinhaõ novamente percorrendo sobre a escala a marcha das contracções, correspondentes aos resfriamentos.

Por esta maneira obtiveraõ os citados Physicos os resultados consignados no mappa (F), os quaes offerecem as seguintes leis geraes.

1.ª As dilatações dos solidos entre as temperaturas 0°, e 100°, saõ proporcionaes ás do mercurio entre os mesmos limites de temperatura.

2.ª A serie, que representa os comprimentos, que hum corpo toma subindo de 0° a 100°, tomada inversamente, representará os comprimentos, que o corpo toma descendo de 100° a zero.

3.ª As dilatações dos córpos solidos entre 0°, e 100°, saõ fracções taõ pequenas do comprimento a zero, que as suas segundas potencias, e com mais razaõ ainda as superiores, podem sem erro apreciavel desprezar-se no calculo de todas, e quaesquer observações.

88. Deste ultimo principio se deduz huma expressaõ mui simples para corrigir a superficie de hum solido do effeito da temperatura, e huma igualmente simples para a correcçaõ do volume.

Com effeito, toda a superficie póde ser expressa na fórma xy. Se a temperatura da superficie xy for T, e se δ representar a dilataçaõ da unidade de comprimento da materia da superficie para cada gráo de temperatura, as dimensões x, e y na temperatura T', seraõ - - - - - - - - - - -

$$x + \delta x (T' - T), \text{ e } y + \delta y (T' - T),$$

e a superficie xy na temperatura T', será igual a - - - -

$$\left(x + \delta x (T' - T)\right) \left(y + \delta y (T' - T)\right) = - - -$$

$$xy + 2\delta xy (T' - T) + \delta^2 xy (T' - T);$$

mas o ultimo termo sendo desprezado, por ser affecto de δ^2, vem -

$$(a)\left\{\begin{array}{lll} \text{Superficie na temp.}^a\ T & = - - & xy \\ \text{Superficie na temp.}^a\ T' & = - - & xy + 2\delta\, xy\,(T'-T) \\ \hline \text{Dilataçaõ da superficia pela} & & \\ \quad\text{variaçaõ de temp. } (T'-T) & - - & 2\delta\, xy\,(T'-T) \end{array}\right.$$

Do mesmo modo, todo o volume póde ser expresso na fórma xyz, e se este for o volume na temperatura T, o volume na temperatura T', conservando as denominações acima, será -

$$\left[x+\delta x(T'-T)\right]\left[y+\delta y(T'-T)\right]\left[z+\delta z(T'-T)\right]$$

$$= xyz + 3\delta\, xyz\,(T'-T) + 3\delta^2 xyz\,(T'-T)^2 + zxy\,(T'-T)^3\delta^3$$

e desprezando os termos affectos de δ^2, e δ^3, vem - - -

$$(b)\left\{\begin{array}{lll} \text{Volume na temp.}^a\ T & - - - & xyz \\ \text{Volume na temp.}^a\ T' & - - - & xyz + 3\,xyz\,(T'-T)\delta \\ \hline \text{Dilataçaõ do volume no in-} & & \\ \quad\text{tervalo } T'-T \text{ de temp.}^a\ - & & +\,3\,xyz\,(T'-T)\delta \end{array}\right.$$

89. O conhecimento da dilataçaõ dos córpos solidos, tem nas artes frequentissimas applicações. Para darmos hum exemplo dellas, applica-las-hemos aos compensadores dos pendulos, e escolheremos entre os diversos compensadores, o simples, e elegante apparelho, cuja invençaõ he devida a Graham, relojoeiro de Londres, e membro da Sociedade Real daquella Cidade. Fig. 10.

Para que hum pendulo faça oscilações de huma duraçaõ constante, he necessario, como vimos no § 85., que o comprimento do pendulo simples, que lhe corresponde, isto he, que a distancia do centro de oscilaçaõ ao de suspensaõ, seja tambem constante: e se suppozermos o pendulo construido de maneira, que se aproxime de hum pendulo simples, por ser o pezo da lentilha mui consideravel, relativamente ao seu volume, e ao pezo da regoa, que a sustenta, o centro de oscilaçaõ poderá sem erro suppôr-se confundido com o centro de gravidade da lentilha; reduzindo-se entaõ a condiçaõ essencial para a igualdade de duraçaõ das oscilações, a tornar constante a distancia, entre o centro de gravidade da lentilha, e o ponto de suspensaõ do pendulo.

Se o pendulo for construido de huma materia homogenia qualquer, a constancia, de que tratamos, naõ terá lugar: por quanto o calor dilatará a regoa, e tornando mais comprido o pendulo, tornará mais lentas as oscilações, e o relogio, que este pendulo reger, atrazar-se-ha. Acontecendo o contrario, por hum abaixamento de temperatura.

Para evitar este inconveniente, formar-se-ha a hastea do pendulo de vidro, por exemplo, e em vez de lentilha, fixar-se-ha na extremidade inferior da barra, hum cylindro de vidro, contendo mercurio. Por esta disposiçaõ, he claro, que todas as vezes, que a barra se dilatar, o vaso de mercurio descerá; e como o mercurio se dilatará tambem, e mais, que o vidro, o mercurio subirá no vaso; de tal modo, que se a dilataçaõ do vidro desce o centro de gravidade do vaso, e estende o pendulo, o ascenso do mercurio no vaso sóbe o centro de gravidade, e encurta o pendulo: he pois claro, que se poderaõ obter dimensões taes no cylindro de mercurio, que serve de lentilha, que a dilataçaõ da vara de vidro, e a do mercurio, se compensem reciprocamente, e desde entaõ a distancia entre o ponto de suspensaõ, e o centro de gravidade da lentilha, de que depende a igualdade das oscillações, será constante para quaesquer temperaturas. Ensaiemos, para exemplo da applicaçaõ das dilatações, o calculo deste engenhoso compensador.

Fig. 10.ª Seja o apparelho de Graham, representado fig. (10); sendo AB a regoa de suspensaõ, e BD o vaso cylindrico, que contém o mercurio, e serve de lentilha. Chamemos C o comprimento total do apparelho a zero de temperatura, e x a altura, que deve ter o cylindro de mercurio $C'CDD'$ nesta temperatura. Como este cylindro he formado por huma materia homogenia, o seu centro de gravidade, estará na altura $\frac{1}{2}x$, acima do fundo DD', e conseguintemente a distancia do centro de suspensaõ A, ao centro de gravidade da lentilha, distancia, que representaremos por $\triangle$, será - - - -

$$\triangle = C - \tfrac{1}{2}x \qquad (a)$$

Este valor de $\triangle$, he que deve ser constante em todas as temperaturas, em virtude das dilatabilidades diversas do vidro, e do mercurio, que compõe o pendulo.

Representemos por d a dilataçaõ linear do vidro, de que he formado o apparelho: o comprimento deste na temperatura t, será -

$$C + Cdt = C(1 + dt).$$

O volume V do mercurio contido no vaso $C'CDD'$ na temperatura zero, he, chamando π a razaõ do diametro para a circumferencia, cujo raio he a unidade, e r o raio da base do cylindro - - - - - - - - - - - - - - - - -

$$V = \pi r^2 x \text{ - - - - - - - - - - - - - - (b)}$$

visto ser x a altura do cylindro de mercurio naquella temperatura.

Na temperatura t, o raio da base do cylindro de vidro, que contém o mercurio, será - - - - - - - - - - - - - -

$$r + rdt, \text{ ou } r(1 + dt),$$

e a altura do mercurio, variará por conseguinte, tornar-se-ha x' por exemplo. Porém representando por d' a dilataçaõ cubica do mercurio, o volume V' deste metal, será na temperatura t igual a - - - - - - - - - - - - - - - - - - -

$$V + Vd't = V(1 + d't);$$

de maneira, que teremos

$$V(1 + d't) = \pi r^2 (1 + dt)^2 x'.$$

Divindindo esta equaçaõ, pela equaçaõ acima (b), vem - -

$$\frac{V(1 + d't)}{V} = \frac{\pi r^2 (1 + dt)^2 x'}{\pi r^2 x}$$

ou

$$x(1 + d't) = (1 + dt)^2 x';$$

da qual se tira

$$x' = x \frac{1 + d't}{(1 + dt)^2} = x \frac{1 + d't}{1 + 2dt + d^2t^2};$$

mas por serem as dilatações dos solidos extremamente pequenas d^2t^2 he sensivelmente nullo; fica pois - - - - - - -

$$x' = x \frac{1 + d't}{1 + 2dt} = x(1 + d't)\frac{1}{1 + 2dt} = x(1 + d't)(1 - 2dt)$$

$$= x(1 + d't - 2dt - 2dd't^2),$$

e desprezando o ultimo termo do factor, encerrado no parenthese, por conter $d'd$, será - - - - - - - - - - - - - -

$$x' = x(1 + d't + 2dt) = x + x(d' - 2d)t;$$

tal será pois a altura do cylindro de mercurio na temperatura t.

Mas a distancia do centro de suspensaõ ao centro de gravidade, he sempre igual ao comprimento do apparelho, menos metade da altura do cylindro de mercurio, chamando pois $\triangle'$ a esta distancia na temperatura t, será - - - - -

$$\triangle' = C(1+dt) - \frac{x}{2} - \frac{x(d'-2d)t}{2} = - - - -$$

$$- - - - C - \frac{x}{2} + \left(Cd - \frac{x(d'-2d)}{2}\right)t - - - - (c)$$

Porém queremos, que a distancia do centro de suspensaõ ao centro de gravidade, seja a mesma em todas as temperaturas: logo deveremos ter $\triangle = \triangle'$, e igualando os seus valores achados nas equações (a), e (c); teremos - - -

$$C - \tfrac{1}{2}x = C - \tfrac{1}{2}x + \left(Cd - \frac{x(d'-2d)}{2}\right)t,$$

da qual se tira

$$\left(Cd - \frac{x(d'-2d)}{2}\right)t = 0;$$

ou

$$\left(2Cd - x(d'-2d)\right)t = 0; \text{ ou } 2Cdt = x(d'-2d)t$$

equaçaõ da qual se deduz finalmente

$$x = \frac{2Cdt}{(d'-2d)t} = \frac{2Cd}{d'-2d},$$

ou

$$\text{Log. } x = \text{Log. } 2 + \text{Log. } C + \text{Log. } d - \text{Log. } (d'-2d).$$

Formula, que nos dá a altura, que se deve dar ao cylindro de mercurio a zero, sendo conhecida a dilataçaõ linear da materia do apparelho, o comprimento deste a zero, e a dilataçaõ cubica do mercurio.

Esta especie de compensadores, foraõ abandonados por outros inteiramente solidos, cujo calculo naõ emprehenderemos: naõ sendo o nosso objecto a applicaçaõ da physica ás artes; mas tendo dado o calculo do compensador de Graham, sómente como exemplo das applicações das dilatações diversas dos córpos.

90. Em quanto á força, com que se effectua a dilataçaõ dos solidos, assim como a dos liquidos, sabemos ser superior a todas as resistencias, que podemos empregar para resistir-lhe: sendo por tanto impossivel obstar, por qualquer meio,

que seja ao augmento do volume dos córpos, pela acçaõ da temperatura.

Da dilataçaõ dos liquidos pelo calor.

91. Podem empregar-se, para determinar a dilataçaõ dos liquidos pelo calôr, quatro procéssos, de que vamos successivamente dar idéa.

1.° *Procésso.*

92. Introduza-se o liquido, que se pertende observar, em huma bolla de vidro, terminada por hum tubo capilar, dividido em partes de capacidade igual, e fracções conhecidas da capacidade da bolla: expila se pela ebuliçaõ todo o ar contido no liquido, e feiche-se hermeticamente ao maçarico a extremidade do tubo.

Construido assim o thermometro do liquido, que se quer submetter á experiencia, tem-se huma caixa parallelipipeda de lata, ou folha de cobre, na qual ha duas aberturas, ou gargalos *A*, e *B*, situados no mesmo plano horisontal, e hum terceiro gargalo *C*, situado na face superior da caixa. Introduzem-se no interior da caixa, pelas aberturas *A*, e *B*, o thermometro do liquido, que se observa, e hum excellente thermometro de mercurio, hindo cada hum dos thermometros munido de huma rolha de cortiça, enfiada na sua hastea, e destinada a fechar as aberturas *A*, e *B*, de maneira, que os tubos dos thermometros possaõ ser tirados mais fóra, ou mais dentro, roçando no buraco das rolhas, sem que se derrame o liquido contido na caixa: no orificio superior ha hum terceiro thermometro, destinado a indicar aproximadamente a temperatura, que toma a agoa contida na caixa, a qual caixa está applicada sobre hum forno. Fig. 11.ª

93. Começa-se por encher a caixa de agoa a zero, e tirando com rapidez os thermometros horisontaes, até descobrir o limite das suas columnas, nota-se o volume do liquido, e a temperatura indicada pelo thermometro de mercurio, situado no mesmo strato horisontal, e recolhem-se de novo os thermometros. Eleva-se, pondo carvões acesos no fôrno, a temperatura do banho; e á medida, que o thermometro superior vai indicando as temperaturas, em que se destinou

observar os volumes dos liquidos, de 3° em 3°, de 5° em 5°, por exemplo, repete-se a observação, que fizemos a zero, e tem-se por conseguinte os volumes apparentes do liquido em diversas temperaturas.

94. Os volumes observados do liquido saõ, como dissemos, sómente apparentes, e naõ podem dar immediatamente a dilataçaõ do liquido; por quanto as variações destes volumes, naõ saõ as verdadeiras variações de volume do liquido; mas as differenças entre estas variações, e as do vidro, que fórma o vaso, em que o liquido se acha encerrado. Porém huma formula simples nos ensinará a passar das variações de volume observadas, ao conhecimento da dilataçaõ verdadeira do liquido.

Seja V o volume do liquido a zero, expresso em divisões do vaso naquella mesma temperatura, este volume na temperatura t, será $V + Vx$, representando por x a dilataçaõ cubica da unidade de volume do liquido, no intervalo de temperatura de 0° a t°.

Seja V' o volume do liquido no gráo t de temperatura, expresso em divisões do vaso na temperatura t; como o vaso he dilatavel, cada divisaõ na temperatura t será maior, que na temperatura 0°, e o numero V' de divisões em t° será igual, representando por d a dilataçaõ cubica da materia do vaso para cada gráo, a $V' + V'dt$: e teremos por conseguinte - - - - - - - - - - - - - - - - -

$$V + Vx = V' + V'dt,$$

ou

$$V(1 + x) = V'(1 + dt),$$

da qual se tira

$$x = \frac{V' - V}{V} + \frac{V'dt}{V}.$$

No segundo membro desta formula tudo he dado pela observaçaõ: por quanto V he volume do liquido a zero, expresso em divisões do tubo naquella temperatura: V' o volume apparente no gráo t, e d he a dilataçaõ cubica do vidro, conhecida pelo quadro (F): teremos pois o valor de x, quer dizer, a dilataçaõ verdadeira do liquido de 0° a t°. E comparando as dilatações em diverções intervalos de temperatura, poderemos investigar a sua lei.

2.º *Processo.*

95. Tome-se huma esfera *A* de vidro, terminada por hum tubo naõ capilar, recurvado em *B*, terminado em ponta, e dividido em toda a sua extensaõ em partes iguaes, e fracções conhecidas da capacidade da esfera. Fig. 12.ª

Encha-se este apparelho completamente de liquido na temperatura zero, e introduza-se em hum banho exposto ao calor, no qual banho mergulha ao mesmo tempo hum thermometro, cujo reservatorio deve ter toda a altura do banho, a fim de indicar a sua temperatura media. A esfera de vidro deve mergulhar-se de maneira, que o orificio *C* do tubo fique hum pouco por cima do nivel do banho.

Se, disposto assim o apparelho, se elevar a t^o a temperatura do banho, o liquido dilatado pelo calor sahirá em parte do vaso, e se entaõ se tirar do banho o apparelho, e se deixar voltar á temperatura zero, ficará no tubo hum certo numero de divisões vazias, o qual exprimirá a dilataçaõ apparente do liquido desde 0^o a t^o.

Para passar do conhecimento desta dilataçaõ apparente ao da dilataçaõ verdadeira, que lhe corresponde, he necessario, como no processo antecedente, attender á dilataçaõ do vaso; o que se fará da maneira seguinte.

Seja V a capacidade do vaso a zero, e seja d a dilataçaõ cubica da materia do vaso, a capacidade do vaso na temperatura t, será $V + Vdt$.

Seja V' o volume, que o liquido occupa no vaso, quando depois de tirado do banho, na temperatura t^o, se restitue á temperatura primitiva: se x representar a dilataçaõ cubica do liquido, para o intervalo de 0^o a t^o, o volume do liquido V' em t^o de temperatura, será $V' + V'xt$; mas na temperatura t^o, este volume de liquido enchia exactamente a capacidade do vaso na mesma temperatura: logo teremos . .

$$V' + V'xt = V + Vdt;$$

donde se tira

$$x = \frac{V - V'}{V'} + \frac{Vdt}{V'};$$

No segundo membro desta equaçaõ tudo he conhecido: logo por este processo, como pelo precedente, se poderá concluir a lei da dilataçaõ dos liquidos.

3.º *Procésso.*

96. Tome-se hum vaso de vidro de collo estreito, e cujas bordas sejaõ perfeitamente planas, e esmeriladas, e hum obturador, que o feiche perfeitamente, pese-se exactamente todo o apparelho.

Fig. 13.ª

Encha-se o vaso do liquido, cuja dilataçaõ se procura; e introduza-se em hum banho a zero, e logo, que se julgue, que tanto o aparelho, como o liquido, tem tomado a temperatura do banho, acabe de encher-se perfeitamente o vaso de liquido a zero: ponha-se o obturador: enchugue-se, e pese-se. Introduza-se depois em hum outro banho na temperatura t, e logo, que houver tomado a temperatura do banho, o que expulsará huma certa porçaõ de liquido, tape-se, enchugue-se, e pese-se de novo.

Para passar desta observaçaõ ao conhecimento da dilataçaõ verdadeira do liquido no intervalo de temperatura de 0º a t^o, discorreremos da maneira seguinte.

Seja o peso do apparelho vazio A, e o peso do apparelho cheio de liquido a zero B: $B - A$, será o pezo do liquido contido no vaso, a zero de temperatura, peso, que por simplificar, representaremos por P.

Seja B' o peso do vaso cheio de liquido na temperatura t^o: $B' - A$, será o peso do liquído contido no vaso em t^o de temperatura, chamemos-lhe por simplificar P'.

Se V representar o volume do liquido, cujo peso he P, quer dizer, o volume de liquido, que o vaso contém na temperatura 0º, e V' o volume do liquido, cujo peso he P', isto he, o volume do liquido contido no vaso na temperatura t^o, teremos - - - - - - - - - - - - - - - - - - -

$$P : P' :: V : V';$$

logo

$$V' = \frac{P' V}{P},$$

e se x representar a dilataçaõ cubica do liquido no intervalo de 0º a t^o, este volume V' de liquido, será na temperatura t^o igual a - - - - - - - - - - - - - - - - -

$$V' + V'x = \frac{VP'}{P} + \frac{VP'x}{P} \quad - - - \text{(a)},$$

Como V he o volume do liquido, que enche o vaso a zero, será tambem a capacidade do vaso naquella temperatura; e se representarmos por d a dilataçaõ cubica da materia do vaso para cada gráo de temperatura, será a capacidade do vaso na temperatura t° igual a $V + Vdt$: e por isso, que o volume $V' + V'x$ do liquido em t° enchia exactamente esta capacidade, será - - - - - - - - - - - - - - - -

$$V' + V'x = V + Vdt;$$

ou pela equaçaõ (a)

$$\frac{VP'}{P} + \frac{VP'x}{P} = V + Vdt;$$

ou dividindo ambos os membros por V - - - - - - - -

$$\frac{P' + P'x}{P} = 1 + dt,$$

da qual se tira

$$x = \frac{P - P' + Pdt}{P'}.$$

O segundo membro desta equaçaõ, sendo independente de V; nas observações atraz indicadas, existem os dados suffiientes para calcular x, para qualquer intervalo t de temperatura.

- - - - - - - - 4.° *Procésso.*

97. Tome-se hum parallelipipedo de metal, *v. g.*, de platina, cujo peso seja conhecido, e suspenso por hum fio mui fino, pese-se mergulhado no liquido, cuja dilataçaõ se procura, na temperatura zero, e seja P o peso, que o parallelipipedo perde pela imersaõ. Pese-se do mesmo modo o parallelipipedo imergido no liquido na temperatura t°, e seja P' o pezo perdido pelo parallelipipedo nesta segunda imersaõ.

Sopponhamos, que V represente o volume do parallelipipedo a zero, e d a dilataçaõ cubica da materia, que o fórma, para cada gráo de temperatura: o volume do parallelipipedo na temperatura t, será $V + Vdt$.

Mas reflectindo, que a perda de peso de hum corpo mergulhado em hum liquido, he o peso de hum volume de liquido igual ao do corpo: P será o peso do volume V do liquido a zero, e $\frac{P}{V}$ será o pezo da unidade de volume do liquido a zero, ou a sua densidade naquella temperatura.

Pela mesma razaõ $\frac{P'}{V + Vdt}$ será a densidade do liquido na temperatura t^o.

Mas sabemos, que as densidades dos córpos saõ reciprocas aos volumes: se pois chamarmos V' o volume do liquido a t^o, teremos - - - - - - - - - - - - - - - - -

$$V : V' :: \frac{P'}{V + Vdt} : \frac{P}{V},$$

ou

$$V : V' :: \frac{P'}{1 + dt} : P;$$

donde se tira

$$V' = \frac{VP + VPdt}{P'}.$$

Representando por x a dilataçaõ cubica do liquido no intervalo de 0^o t^o, teremos o volume do liquido a t^o, ou -

$$V' = V + Vx.$$

Igualando pois os dois valores de V', vem - - - -

$$V + Vx = \frac{VP + VPdt}{P'},$$

e dividindo por V, vem - - - - - - - - - - - - - -

$$1 + x = \frac{P + Pdt}{P'};$$

donde se tira

$$x = \frac{P - P' + Pdt}{P'};$$

formula identica com a do 3.º processo; como se vê deve ser, quando se reflecte, que estes dois processos só na apparencia differem, sendo no fundo hum, e mesmo methodo.

98. Das observações sobre a dilataçaõ dos liquidos, se conhece, que as dilatações saõ diversas nos diversos liquidos, e no mesmo liquido em diversas temperaturas, e que apenas se aproximaõ da proporcionalidade ás do mercurio em distancia dos seus pontos de congelaçaõ, e de ebulliçaõ, junto dos quaes a referida proporcionalidade desapparece inteiramente.

A agoa tem sido de todos os liquidos, aquelle, de que melhor se tem estudado a dilataçaõ. O mappa (G), inserto no fim desta secçaõ, contém a marcha comparativa do thermometro de agoa, e de mercurio, e as dilatações verdadeiras da agoa em diversas temperaturas.

Deste mappa se vê, que a agoa occupa o menor volume possivel, ou o que he o mesmo, toca o seu maximo de densidade, entre 3°,43, e 4°,44 do thermometro centigrado. Abaixo desta temperatura dilata-se de novo, até que solidificada occupa hum volume muito maior, do que occupava liquida: phenomeno este, que parece depender do novo arranjo, que as molleculas tomaõ na congelaçaõ, o qual começa a manifestar-se antes della.

A dilataçaõ filha da congelaçaõ faz-se, assim como a dilataçaõ pelo calor, com huma força naõ só sufficiente para estalar os vasos, em que a agoa he contida; mas para rebentar os rochedos, quando vem a congelar-se nas suas fendas. Ha córpos, que assim como a agoa, augmentaõ de volume pela solidificaçaõ, como saõ entre outros o ferro, o bismuth, o enxofre; outros porém, e tal he o mercurio, tem huma diminuiçaõ mui rapida de volume, nas visinhanças da passagem ao estado solido.

Dilataçaõ dos gazes pelo calor.

99. A physica he devedora aos trabalhos de Gay-Lussac, e de Dalton, do conhecimento da lei da dilataçaõ dos gazes. Faremos conhecer os engenhosos processos adoptados pelo primeiro destes Physicos nesta determinaçaõ, assim como os resultados della, que as experiencias de Dalton confirmaõ, com differenças assás pequenas para poderem ser desprezadas: e isto com tanta maior razaõ, quanto o rigor, e cautelas, que prezidiraõ ás determinações de Gay-Lussac, e a conformidade dos calculos com as experiencias, quando se empregaõ como elementos os resultados deduzidos por aquelle Professor, mostraõ serem elles dignos de toda a confiança.

100. O Processo de Gay-Lussac para a determinaçaõ da dilataçaõ dos gazes pelo calor, reduz-se a formar hum thermometro de gaz seco, limitando o volume do gaz com huma pequena columna, ou index de mercurio, e opperar com este thermometro, da mesma maneira, que indicámos no § 91, tratando da dilataçaõ dos liquidos.

101. Porém para obter hum thermometro de gaz, susceptivel de servir para a determinaçaõ, que nos occupa, saõ

necessarias diversas condições, ás quaes a sagacidade do observador Gay-Lussac, satisfez da maneira a mais engenhosa.

Depois de preparar huma bolla de vidro, terminada por hum tubo capilar, dividido em partes de capacidade igual, e fracções conhecidas da capacidade da bolla, enche-se este apparelho de mercurio, e expõe-se ao calor, até que o mercurio entre em ebulliçaõ. Esta opperaçaõ tem por objecto a expulsaõ de toda a humidade adherente ás paredes do tubo, a qual formaria vapôres, cuja dilatabilidade perturbaria a marcha da dilataçaõ do gaz sêco, e embaraçaria o estudo della. Isto feito, acaba de encher-se o tubo de mercurio. Tem-se de antemaõ, lutado na extremidade do tubo capilar, hum cylindro, ou tubo mais grosso de vidro, no qual entaõ se introduzem fragmentos de chloruretο de calcio, sal ávido de humidade, a ponto de privar do vapor aquoso os gazes, que sobre elle passaõ.

Se o gaz, que se pertende observar, he o ar athmosférico, deixa-se aberto o cylindro, que contém o chlorureto; se porém he outro gaz, faz-se o vacuo neste recipiente, e introduz-se depois nelle o gaz, que se pertende observar, o qual he privado de humidade pelo chlorureto. Introduzido o gaz, qualquer que seja, fecha-se o cylindro.

Resta agora fazer passar o gaz do cylindro para o interior do thermometro, para o que, he necessario, que o mercurio saia do thermometro para o cylindro. A capilaridade do tubo jámais permittiria esta sahida, se se naõ houvesse previamente introduzido, ao longo do tubo capilar, hum fio de ferro mui fino, o qual, auxiliando a divisaõ da columna mercurial, permitte, que sacudindo pouco, e pouco o thermometro inclinado, todo o mercurio possa sahir do thermometro, e ser substituido pelo gaz, contido no recipiente. Inclina-se pois, e sacode-se o apparelho, até que fique sómente no tubo capilar hum index de mercurio, cujo peso, por isso, que a observaçaõ, § 91, he feita com o thermometro deitado horisontalmente, he supportado em totalidade pela parêde do tubo, e naõ tende a contrahir, nem a dilatar o gaz do interior. Isto conseguido, naõ ha mais a fazer, do que continuar a observaçaõ, como no 1.º processo relativo aos liquidos.

102. Para concluir dos dados das observações, a dilataçaõ do gaz, correcta da dilataçaõ do envolucro, usaremos da mesma

formula de § 93: isto he, que representando V o volume do gaz a zero, V' o volume do gaz na temperatura t^o, expressos em divisões do tubo naquellas temperaturas, d a dilatação cubica do vidro para cada gráo de temperatura, e x a dilatação cubica do gaz no intervalo de temperatura de 0^o a t^o, teremos - - - - - - - - - - - - - - - - - -

$$x = \frac{V' - V + V'dt}{V} \quad \text{- - - - - - - (a)}$$

103. Mas para que esta formula (a) possa satisfazer a todas as circunstancias da experiencia, he necessario envolver nella a seguinte consideração.

O thermometro he aberto na sua extremidade, a pressão da athmosfera obra pois livremente sobre o index de mercurio, e por meio delle, sobre o gaz contido no thermometro; para tornar pois, comparaveis as observações de volume, e calcular o effeito devido á simples acção do calor, he necessario, que sejaõ todas feitas debaixo da mesma pressão, ou que os volumes observados, que sabemos serem reciprocos ás pressões, se reduzaõ pelo calculo a huma pressaõ constante.

Supponhamos pois, que a pressaõ athmosferica no comêço da observação, e quando se medío o volume V do gaz, era P, o volume do gaz sob a pressaõ média de $0^m,76$, será $\frac{VP}{0^m,76}$. Suppondo igualmente ser P' a pressaõ athmosferica no momento, em que se observa o volume V' do gaz na temperatura t^o, este volume, debaixo da pressaõ $0^m,76$, será $\frac{V'P'}{0^m,76}$; substituindo pois estes valores de V, e V' na expressaõ (a), vem - - - - - - - - - - - - - - - - - -

$$x = \frac{\frac{P'V'}{0^m,76} - \frac{PV}{0^m,76} + \frac{P'V'}{0^m,76}dt}{\frac{PV}{0^m,76}} = \frac{P'V' - PV + P'V'dt}{PV}$$

formula, que abrange as circunstancias da observação em toda a sua plenitude.

104. Determinando, pelos meios expostos, as dilatações cubicas dos diversos gazes, para differentes intervalos de tem-

peratura, comparando entre si os resultados das experiencias, huma, e muitas vezes repetidas, sempre com o maior desvelo, e attençaõ, Gay-Lussac foi conduzido ao conhecimento dos tres principios seguintes.

1.º Todos os gazes permanentes simplices, ou compostos, e todas as misturas de gazes permanentes, entre os quaes naõ ha acçaõ chymica, que altere os resultados, se contrahem pelo resfriamento, e se dilataõ pela elevaçaõ de temperatura, exactamente da mesma maneira.

2.º Desde 0° até 100° centigrados, as dilatações dos gazes permanentes saõ exactamente proporcionaes ás do mercurio.

3.º A quantidade absoluta da dilataçaõ de hum gaz, que passa de 0° a 100° de temperatura, he igual a 0,375 do volume do gaz a 0°, e conseguintemente o augmento de volume de hum gaz para cada gráo de temperatura, he igual a 0,00375 do volume do gaz a 0°.

105. Estes principios nos põe em circunstancias de resolver o problema seguinte, o qual tem hum uso contínuo em toda a especie de observações sobre os gazes.

Problema.

Sendo conhecido o volume V de hum gaz na temperatura $t°$, achar o seu volume V' na temperatura $t'°$?

Solluçaõ.

Representemos por V'' o volume do gaz a 0.°, e por d a dilataçaõ de volume do gaz para cada gráo de temperatura: será, pelo principio 3.°, $d = V''\ 0{,}00375$, e por conseguinte, $V'' = \frac{d}{0{,}00375}$; mas o volume do gaz na temperatura $t°$, he igual ao volume a 0°, mais a dilataçaõ para cada gráo, multiplicada pelo n.° de gráos de zero a $t°$; logo $V = V'' + dt$, ou pondo por V'' o seu valor

$$V = \frac{d}{0{,}00375} + dt = d\left(\frac{1 + 0{,}00375\,t}{0{,}00375}\right);$$

donde se tira

$$d = \frac{0{,}00375.V}{1 + 0{,}00375\,t}$$

O volume V' do gaz na temperatura t'^{o}, he igual ao volume no gráo t, mais a dilataçaõ multiplicada pelo numero de gráos, que vaõ de t^{o} a t'^{o}: logo - - - - - - - -

$$V' = V + d\,(t' - t),$$

e pondo por d o seu valor

$$V' = V + \frac{0{,}00375\,(t'-t)\,V}{1 + 0{,}00375\,t};$$

á qual se póde dar tambem a fórma

$$V' = V + \frac{V\,(t'-t)}{\frac{1}{0{,}00375} + t} = V + \frac{V\,(t'-t)}{266\tfrac{2}{3} + t}.$$

106. Se desta expressaõ deduzirmos - - - - - - - -

$$t' = \frac{(V'-V)\,(266\tfrac{2}{3} + t)}{V} + t,$$

esta equaçaõ resolverá o problema seguinte.

Problema.

Conhecido o volume V de hum gaz na temperatura t^{o}, achar a sua temperatura t', quando o volume fôr V'.

Da formaçaõ dos vapores, e da sua força elastica.

107. As substancias aeriformes dividem-se em duas especies, que saõ, *os gazes, ou fluidos elasticos permanentes*, e *os vapôres*.

108. Chamaõ-se gazes, ou fluidos elasticos permanentes, aquellas substancias, que conservaõ o estado aeriforme em todas as temperaturas, e debaixo de todas as pressões conhecidas.

109. Chamaõ-se vapôres, aquelles fluidos elasticos, que hum augmento conveniente de pressaõ, ou certo gráo de resfriamento podem reduzir ao estado liquido, ou solido.

110. Quando hum liquido se acha elevado á temperatura da ebulliçaõ, he de observaçaõ diaria, que o liquido diminue pouco e pouco, e acaba por desapparecer inteiramente, redûzindo-se a hum fluido aeriforme, que se espalha na athmosfera. Se em vez de deixar perder este fluido elastico, o re-

cebemos em hum recipiente qualquer, continuamente refrigerado, o fluido elastico condensa-se novamente, e reproduz o liquido, que o formára.

Naõ he porém sómente na temperatura da ebulliçaõ, que os liquidos produzem vapôres, este phenomeno tem lugar em todas as temperaturas; sendo a differença destas sómente capaz de augmentar, ou diminuir a força elastica dos vapôres.

Fig. 14.ª Seja hum vaso composto de huma capacidade *A*, communicando com o tubo recurvado *b*: na parte superior do vaso haja huma virola com huma rôsca, que permitta unir ali duas torneiras successivas *a*, e *a'*. Introduz-se no interior deste apparelho huma columna qualquer de mercurio, o mercurio sustentar-se-ha no mesmo nivel *n n'* no interior do vaso *A*, e no tubo *b*, e fechando as torneiras *a*, e *a'*, a elasticidade do ar contido em *A*, fará equilibrio á pressaõ da athmosfera, que carrega em *n'*. Abra-se agora a torneira superior *a*, e deixando fechada *a'*, encha-se de hum liquido qualquer, o espaço comprehendido entre as duas torneiras, e fechando de novo *a*, abra-se *a'*, o liquido cahirá no espaço fechado *A*, e veremos o mercurio em *b* subir a huma altura *b'* superior á altura primitiva *n'*.

Desta experiencia se conclue, que o liquido introduzido no espaço *A*, formou hum vapôr, cuja força elastica, unindo-se á força elastica do gaz, sustenta a pressaõ athmosferica, mais a columna de mercurio *n'b'*. Se fizermos variar a temperatura do apparelho, notaremos, que as dilatações produzidas no volume de ar, pelas elevações de temperatura, seraõ muito maiores, do que, as que nos indica a lei conhecida da dilataçaõ dos gazes sêcos: donde se segue, que esta alteraçaõ na lei, he devida á maneira, porque o vapôr se dilata sob a influencia do calorico.

111. Para estudar methodicamente o que diz respeito aos vapôres, convém separar estes, dos gazes seccos, e opperar sobre huma athmosfera unicamente formada de vapôr. Este trabalho foi executado pelo illustre Physico de Manchester Dalton, e o seu trabalho nos guiará, no que temos a dizer sobre este assumpto; assim como as indagações, que sobre o mesmo objecto se devem ao Professor Gay-Lussac.

A fim de produzir, e estudar as propriedades do vapôr no vácuo, toma-se hum tubo barometrico, que se enche de mercurio, e faz-se ferver o mercurio no tubo para expelir completamente o ar: depois de frio o apparelho, acaba de encher-se o tubo com o liquido, cujo vapôr se pertende estudar, e tapando com o dêdo, volve-se o tubo por varias vezes, para molhar com o liquido as suas paredes; pondo entaõ outra vez a abertura do tubo para cima, enche-se de mercurio, e volve-se em hum banho do mesmo metal. O liquido adherente ás paredes, volatilisar-se-ha, e o vapôr virá reunir se na camara barometrica, isto he, em hum espaço totalmente privado de ar.

Se se comparar a columna de mercurio, elevada no interior de hum similhante barometro, com a columna elevada no barometro ordinario, achar-se-ha menor: logo o vapôr accumulado na camara barometrica, faz equilibrio a huma parte da pressaõ athmosferica, igual á differença das duas columnas mercuriaes: a differença pois destas columnas, he a medida exacta da tensaõ, ou força elastica do vapôr, na temperatura em que se oppéra.

112. No estudo das propriedades dos gazes permanentes, começámos por determinar qual era sobre estes córpos, o effeito da pressaõ, e depois determinámos, que variaçóes de volume, ou de força elastica, lhes faziaõ experimentar as variaçóes de temperatura: seguiremos a mesma ordem no estudo das propriedades dos vapôres.

Na experiencia antecedente, se representarmos por P a pressaõ athmosferica, ou o que he o mesmo, a columna de mercurio elevada no barometro ordinario, e por p a columna elevada no tubo, que contém o vapôr, $P - p$ será a medida da força elastica do vapôr debaixo da pressaõ $P - p$.

Supponhamos agora o tubo voltado sobre o mercurio contido no vaso assás profundo A, se mergulharmos cada Fig. 15.ª vez mais o tubo A' no mercurio, verêmos hir diminuindo o espaço $A'B$ occupado pelo vapôr, de tal maneira, que a columna de mercurio NB elevada no tubo, será sempre constante, e igual a p, e chegaremos assim a fazer desapparecer todo o vapôr, e a reduzi-lo a hum strato liquido, quando a parte do tubo elevada acima de N fôr igual, ou menor, que p. Se em vez de mergulhar mais, e mais o tubo no mercurio, o tirassemos cada vez mais para fóra, o espaço $A'B$ occupado pela vapór, augmentar-se-hia de maneira, que a columna de mercurio NB seria ainda constante, e sempre igual a p. Logo, qualquer que fosse a dilataçaõ, ou contracçaõ, que fizessemos experimentar ao espaço occupado pelo vapôr, a sua força elastica naõ variaria, e sería sempre huma força $P - p$, fazendo equilibrio á pressaõ $P - p$. Quando se contrahe o espaço, huma parte do vapôr liquifica-se; quando o espaço se dilata, fórma-se huma quantidade proporcional de vapôr. He porém necessario, para que seja tal o modo, porque o vapôr se comporta em quanto ás variações do espaço, que neste espaço haja huma quantidade de liquido, que possa fornecer toda a quantidade, que o espaço comporta na temperatura, em que se oppera; o que commumente designamos, dizendo, que o espaço se acha saturado de vapôr. Quando isto naõ acontece, o vapôr he hum vapôr dilatado, que até tocar o estado de saturaçaõ, se comporta sob as pressões, da mesma maneira, que os gazes permanentes.

113. Tendo por esta maneira reconhecido qual he sobre hum vapôr o effeito da pressaõ, e achado, que a força elastica do vapôr naõ depende, de modo algum, do valor della; Dalton passou a procurar, qual será sobre os vapôres a acçaõ da temperatura.

Para este fim, Dalton envolveo o tubo da experiencia precedente, com outro tubo, ou manga de vidro mais larga, que mergulhava com elle no mercurio, e que se podia encher de agoa em diversas temperaturas, as quaes saõ medidas por hum thermometro, que mergulha na referida manga, de huma maneira propria para indicar a temperatura média do liquido, que nella se contém. O vapôr reparte necessariamente no fim de certo tempo a temperatura da agoa, que o rodeia, e medindo para cada temperatura, a columna de mercurio elevada no tubo, a differença entre ella, e a columna do barometro ordinario, naquelle instante, dará a força elastica do vapôr na temperatura indicada.

Da comparaçaõ das forças elasticas dos vapôres, em diversas temperaturas, e conseguintemente dos volumes por elles occupados, se conclue, que existe huma grande differença entre as dilatações dos gazes, e as dos vapôres. Com effeito achámos, tratando daquelles: 1.º, que todos os gazes se dilataõ da mesma maneira; os vapôres porém dilataõ-se cada hum de hum modo diverso; 2.º, que os gazes na extensaõ da escala thermometrica de 0° a 100° se dilataõ em tal razaõ, que os volumes a 0°, e a 100° estaõ entre si, como 1:1,375; e os volumes do vapôr aquoso, por exemplo, entre os mesmos limites variaõ na razaõ de 1 : 150.

114. Quando, pela elevaçaõ de temperatura, a força elastica do vapôr se torna igual á pressaõ athmosferica, a columna de mercurio he completamente depremída até ao nivel exterior do banho, e sería impossivel continuar a medir, por meio do apparelho descripto, os augmentos da força elastica, porque o vapôr se derramaria na athmosfera, sahindo atravez do mercurio pela base do tubo. Se porém nos servirmos do ramo mais curto de hum apparelho, similhante, ao que Boile, e Mariote empregáraõ para medir os effeitos da pressaõ sobre os gazes, e que descrevemos na primeira Secçaõ, e se envolver esta parte do tubo com hum vaso, em que se possaõ introduzir banhos successivamente mais quentes, terse-haõ, pelas elevações da columna de mercurio no outro ramo, sommadas com a pressaõ da athmosfera, as forças elasticas dos vapôres em temperaturas superiores á sua ebulliçaõ, quer dizer, em temperaturas superiores áquella, em que a força elastica equilibra o peso da athmosfera. Dalton, usando de todos estes meios, achou para o vapôr aquoso as forças elasticas, contidas no mappa (H), inserto no fim desta Secçaõ, correspondentes ás temperaturas no mesmo mappa indicadas, em frente das elasticidades, que lhes correspondem.

115. Do que temos dito se segue, que o vapôr, que hum liquido póde formar, he funcçaõ da temperatura, a que o liquido se acha exposto, e do espaço, em que se fórma o vapôr, e que a força elastica do vapôr depende sómente da natureza do liquido, e da temperatura, e he completamente independente da pressaõ, a que se acha submettido.

116. A força elastica do vapôr, que hum liquido póde produzir em huma dada temperatura, varía quando no liquido se dissolve huma substancia, dotada para elle de huma afinidade chymica consideravel. Se por exemplo, em vez de introduzir na camara barometrica agoa pura, introduzimos agoa contendo sal marinho, ou potassa em dissoluçaõ, acharemos, que a depressaõ da columna mercurial será menor no segundo, que no primeiro caso, e com tudo, tanto em hum como em outro, os vapôres seráõ inteira, e unicamente formados de agoa pura, sem nenhuma combinaçaõ, ou mistura da materia dissolvida.

Este phenomeno singular, só se póde explicar, suppondo que os stratos de vapôr se apoiaõ huns contra os outros, de tal maneira, que a quantidade total delles, que póde existir em hum dado espaço, e a força elastica, que nos diversos sentidos podem exercer, depende da força, com que o primeiro strato, que se evolve do liquido, tende a separar-se delle: esta força, he que chamamos a tensaõ do liquido. Ora, a affinidade das substancias dissolvidas, sendo huma acçaõ attractiva, exercida sobre as molleculas do dissolvente, e reciprocamente, he facil conceber, como esta affinidade póde diminuir a tendencia das molleculas do strato superior para a separaçaõ, isto he, a tensaõ do liquido, e conseguintemente a força elastica do vapôr.

117. Mas se os diversos stratos de vapôr, que enchem hum espaço, se apoiaõ assim reciprocamente huns contra os outros, he preciso, para que se conservem sem precipitaçaõ, que as forças elasticas sejaõ as mesmas em todo o espaço. Por quanto, se se imaginasse hum strato qualquer, reduzido subitamente a huma elasticidade menor, que a dos outros stratos, este strato, carregado por huma pressaõ superior á sua força elastica, liquificar-se-hia, e só restaria no espaço hum vapôr de huma força elastica uniforme. Se pois imaginarmos hum espaço contendo vapôr, e cujas partes estejaõ expostas a temperaturas diversas, a força elastica do vapôr naquelle espaço, será a mesma, que em hum espaço exposto em totalidade, á temperatura mais baixa, que existe no outro: e com effeito, o vapôr existente na parte a mais fria do espaço, tendo huma força elastica inferior á do resto do vapôr, deveria ser liquificado por elle; mas o novo vapôr, que o substituisse, achar-se-hia nas mesmas circunstancias, e isto evidentemente continuaria, até naõ haver no espaço strato algum, cuja força elastica excedesse a do strato exposto ao minimo de calôr.

118. O Professor Gay-Lussac, com aquella perspicacia, e destreza, que lhe tem justamente merecido huma taõ solida, como brilhante reputaçaõ, servio-se do conhecimento, que acabámos de expender, para determinar a tensaõ do vapôr aquoso em temperaturas inferiores, á da fusaõ da neve.

Consiste o apparelho, para este fim empregado pelo Professor Gay-Lussac, em hum tubo barometrico, fechado em
Fig. 16.ª *A*, aberto em *C*, e recurvado em *B*, de tal maneira, que

estando vertical a parte *CB*, a parte *BA* forme hum pequeno angulo por baixo da horisontal do ponto *B*. Enche-se este tubo de mercurio, e purga-se de ar á maneira ordinaria. Antes de o volver sobre o banho, introduz-se nelle huma gota de agoa, e volvendo-o depois, tendo o cuidado de fazer passar o mercurio para o ramo vertical, o vapôr aquoso, reunido na camara barometrica, deprimirá a columna mercurial elevada em *BC*. Isto feito, introduz-se a parte *B'A* da camara barometrica, em huma caixa de lata *F*, contendo huma mistura frigorifica, cuja temperatura inferior a zero, he medida pelo thermometro *T* imergido na caixa.

A gota de agoa, vaporisar-se-ha em *B*, e virá pelo resfriamento condensar-se em *A*, até que o vapôr contido na camara barometrica, tenha unicamente a tensaõ, que comporta a temperatura da parte a mais fria do espaço, isto he, a temperatura da mistura frigorifica, indicada pelo thermometro *T*. Comparando entaõ a columna mercurial, elevada no apparelho, com a do barometro ordinario, acha-se o valor desta tensaõ, ou força elastica, sempre igual, como vimos, á differença das duas columnas.

Para medir a differença das alturas das duas columnas, Gay-Lussac, depois de collocar a origem dellas no mesmo nivel, emprega hum oculo, no interior do qual ha hum fio, horisontal, que se torna tangente 1.° á sumidade de huma, e depois á da outra columna; e o descenso do oculo, he medido sobre o pé, que o sustenta, por huma escala delicadissima.

Por este processo, o citado Professor achou, que na temperatura de $-19°,56$, a força elastica do vapôr aquoso, faz ainda equilibrio a 1,358 milimêtros de mercurio; e observou, que a passagem da agoa do estado liquido, ao estado solido, e reciprocamente, nenhuma influencia tem sobre a força elastica do seu vapôr.

119. O Physico de Manchester, tendo observado as forças elasticas dos diversos vapôres em temperaturas similhantes, foi pelas observações conduzido a suppôr, que em distancias iguaes do seu ponto de ebulliçaõ, no qual as forças elasticas dos vapôres de todos os liquidos saõ iguaes á pressaõ athmosferica, todos elles possuiaõ a mesma força elastica. Assim, por exemplo, o vapôr da agoa, que ferve a 100°, terá na temperatura de 70°, a mesma força elastica, que o va-

pôr de ether a 9°, por ferver este ultimo liquido a 39°, e serem por consequencia as temperaturas 70°, e 9° igualmente distantes, a primeira de 100°, e a segunda de 39°, em que tem lugar a ebulliçaõ dos seus correspondentes liquidos. Esta lei, cuja simplicidade, e elegancia, induzio talvez Dalton a toma-la por verdadeira, sem sufficientes provas, naõ he com tudo rigorosamente exacta; mas só se deve considerar como huma aproximaçaõ entre curtos limites, como o tem provado experiencias posteriores.

Apezar de sabermos hoje, que a indicaçaõ de Dalton naõ tem o rigor, que o seu illustre Author lhe suppôz; he com tudo verdade, que os liquidos, que fervem em temperaturas mais elevadas, tem nas temperaturas inferiores, vapôres dotados de menores forças elasticas; assim, por exemplo, a força elastica do vapôr do mercurio, que só ferve a 350°, he insensivel na temperatura ordinaria. Com mais razaõ ainda, os córpos solidos, que só hum calor intenso póde fundir, e que só entraõ em ebulliçaõ, em huma temperatura enormemente elevada, naõ produzem vapores sensiveis, ainda em temperaturas mui supperiores á da athmosféra.

120. O que até aqui temos dito da acçaõ da pressaõ sobre os vapores, assim como da sua dilatabilidade pelo calorico, tem sómente lugar no caso, em que o espaço contém todo o vapôr, que comporta na temperatura, em que se oppera. Se porém o espaço naõ está saturado de vapôr, o vapôr até ao ponto da saturaçaõ, comportar-se-ha exactamente como hum gaz permanente.

Esta verdade prova-se, introduzindo em hum tubo barometrico, ou no apparelho de Mariote, ar humido; porém naõ saturado de humidade: este ar, com tanto que esteja sempre em temperatura tal, que naõ deixe liquificar o vapor aquoso, comportar-se-ha como hum gaz seco sob as diversas pressões.

Do mesmo modo, se na experiencia de §§ 99, e 100, sobre a dilatabilidade dos gazes, empregarmos hum gaz humido, em vez do gaz sêco, que entaõ empregámos, observaremos, que tudo se passará, como se o gaz fosse sêco, em quanto naõ chegarmos a temperaturas assás baixas, para que o espaço esteja saturado de vapôr, e comece a precipitaçaõ deste. Donde se conclue, que em quanto naõ saturaõ o espaço, os vapores comportaõ-se como os gazes permanentes, e que só deste ponto em diante lhes saõ applicaves as considerações, que ficaõ expostas, e provadas por experiencia.

Das misturas dos gazes, e vapôres.

121. Quando hum vapôr, em vez de se desenvolver no vaccuo, se desenvolve em hum espaço cheio de hum gaz seco, a força elastica propria do gaz na temperatura, em que se oppera, junta-se á força elastica do vapôr, e a pressaõ, que sustenta o mixto, he igual á somma das pressões, que sustentariaõ o gaz seco, e o vapôr no vacuo.

122. Para demonstrar esta importante verdade, usaremos do apparelho seguinte, inventado por Gay-Lussac, para a explicaçaõ no seu curso de physica.

Este apparelho compõe-se de hum cylindo de vidro *A*, Fig. 17.ª dividido em partes de capacidade igual, com huma torneira de ferro em cada huma das extremidades, e communicando lateralmente com o tubo delgado *ab*. Depois de secar perfeitamente este apparelho, enche-se o tubo *A* de mercurio recemfervido: o mercurio subirá ao mesmo nivel do alto do tubo *A*, no outro tubo *ab*. Se entaõ se atarracha na abertura superior de *A* hum balaõ cheio de hum gaz seco, e se abre a torneira supperior, o balaõ communicará com a capacidade *A*; mas como as pressões saõ iguaes nos dois ramos do cifaõ, que contém o mercurio, naõ haverá razaõ, para que o gaz do balaõ penetre em *A*. Abrindo porém a torneira inferior *t*, o mercurio sahirá pelo seu peso, e o gaz penetrará no cylindro, e quando houver entrado nelle huma quantidade sufficiente, fechar-se-haõ todas as torneiras, e retirar-se-ha o balaõ.

O gaz contido no cylindro *A*, he necessariamente hum gaz dilatado, conseguintemente a sua elasticidade só poderá equilibrar em parte a pressaõ atmosferica: donde resulta, que o nivel de mercurio em *ab*, será inferior ao nivel do mercurio em *A*; porém lançando mercurio por *b*, contrahiremos o espaço, que o gaz occupa no outro tubo, e diminuindo por este modo o seu volume, reduzi-lo-hemos a ter huma força elastica, igual á pressaõ athmosferica, e desde entaõ seraõ os mesmos os niveis do mercurio, em *A*, e em *ab*.

Atarrache-se no alto do apparelho hum funil de metal *f*, cujo fundo tem huma torneira, que em vez de ser perforada á maneira ordinaria, tem sómente huma cavidade propria para receber huma gota do liquido, e introduzi-lo, quando se volta, no interior do espaço A; sem nunca permittir a communicaçaõ deste espaço com a athmosfera.

Lançando neste funil o liquido, que se submette á experiencia, gira-se com a torneira, introduzindo por este meio gotas do liquido no interior de A, sem abrir communicaçaõ com a athmosfera, e isto se continua, até que no interior do cylindrico A, haja huma quantidade de liquido, superior á que se póde vaporisar neste espaço, na temperatura em que se oppera.

Observando entaõ o instrumento, acha-se, que o nivel do mercurio em ab, se acha de novo superior ao nivel do mercurio em A: logo o vapôr, que o liquido formou, unindo-se á força elastica do gaz, produzem huma tensaõ total, superior ao peso da athmosfera.

Para determinar a parte da tensaõ interior, que pertence ao gaz, e a que pertence ao vapor, abre-se a torneira inferior do apparelho: o mercurio nelle contido, correrá por esta torneira, e o espaço occupado pela mistura do gaz, e do vapor, tornar-se-ha mais consideravel. Porém sabemos, que o gaz espalhando-se em hum espaço maior, perde da sua elasticidade, que pelo contrario a do vapôr, que satura o espaço, he constante, havendo excesso do liquido: segue-se pois, que chegaremos a hum termo, no qual a força elastica do gaz, enfraquecida pela dilataçaõ, junta á força elastica do vapôr, será de novo igual á pressaõ athmosferica, e as columnas de mercurio em A, e em ab, seraõ iguaes; entaõ fecharemos a torneira, e notaremos o novo volume occupado pelo mixto.

Representemos por V o volume occupado pelo gaz seco, quando o nivel do mercurio he o mesmo em hum, e outro tubo: neste estado a sua força elastica, he igual a P, se P representar a pressaõ athmosferica, accusada pelo barometro, no momento da experiencia. Representemos da mesma maneira por V', o espaço occupado pela mistura de gaz, e vapôr, quando temos restituido os niveis do mercurio, a serem os mesmos em A, e em ab: he evidente, que se entaõ representarmos a força elastica do gaz por P', e a força elastica do vapor por f, teremos neste caso - - - - - - - -

$$P' + f = P \text{ - - - - - - } (a)$$

Porém, se quando o gaz occupava o volume V, a sua força elastica era P, e se quando occupa o volume V', a sua força elastica he P', teremos, pela lei de Boile, e Mariote - - - - - - - - - - - - - - - - - -

$$V' : V :: P : P',$$

que dá

$$P' = \frac{PV}{V'},$$

substituindo este valor de P' na equaçaõ (a), virá - - -

$$\frac{PV}{V'} + f = P;$$

da qual se tira

$$f = P - \frac{VP}{V'}.$$

Ora o segundo membro encerra só quantidades, dadas pela observaçaõ: logo por esta formula calcularemos a força elastica do vapôr, misturado com hum gaz.

Se se calculaõ assim as forças elasticas dos vapôres, formados em meios cheios de gazes sêcos, achaõ-se rigorosamente iguaes, às que o vapôr mostraria em iguaes circunstancias, sendo formado no vacuo, e daqui resulta a lei seguinte, que he da maior importancia pelas suas applicações.

A força elastica dos vapôres depende taõ sómente da natureza dos liquidos, de que elles provêm, e da temperatura do espaço, em que se formaõ, e he a mesma, ou o espaço seja vazio, ou cheio de hum gaz; com tanto, qne eutre este gaz, e o vapôr naõ haja acçaõ chymica, que perturbe os resultados.

123. Este principio nos põe em circunstancias de resolver o problema seguinte, problema, que se apresenta continuamente no estudo, tanto physico, como chymico, nas substancias gazozas.

Problema.

Sendo dado hum volume V de hum gaz saturado de humidade sob a pressaõ P, e na temperatura t, achar o volume V', que o gaz occuparia, debaixo da mesma pressaõ, e na mesma temperatura, se se acha-se privado de humidade?

Seja $f(t)$ a força elastica do vapor aquoso na temperatura t (*): he claro, que a pressaõ sobre o gaz, sendo a que comprime o mixto, menos a que he sustentada pelo vapôr, será no nosso caso $P - f(t)$; mas a pressaõ sobre o gaz, se naõ houvesse vapôr, seria P: logo teremos, pela lei de Mariote, -

$$P : P - f(t) :: V : V',$$

donde se tira

$$V' = \frac{V(P - f(t))}{P} = V - \frac{f(t)V}{P};$$

equaçaõ, que resolve o problema.

124. Se nesta ultima equaçaõ suppozermos $f(t) = P$, teremos -

$$V' = V - \frac{VP}{P} = 0,$$

isto he: que se a força elastica do vapor for igual á pressaõ atmosferica, o gaz se achará reduzido ao volume zero, ou naõ haverá gaz no espaço; ora esta igualdade tem lugar no ponto de ebulliçaõ do liquido: logo este resultado nos dá a razaõ, pela qual para expellir o ar dos tubos thermometricos, fizémos ferver o liquido no seu interior, e fechámos neste estado hermeticamente o tubo.

Do peso dos vapores.

125. Temos até aqui determinado, por que maneira se formaõ, e por que modo saõ modificados pelas variações de pressaõ, e de temperatura, os vapores das diversas substancias: resta-nos agora determinar, qual será o peso de hum dado volume de vapôr em huma temperatura, e sob huma pressaõ conhecidas.

Devemos ao Professor Gay-Lussac, a solluçaõ deste problêma, que este Physico inverteo para resolve-lo; procurando, naõ o peso de hum volume dado de vapôr; mas sim o

---

(*) Designamos por $f(t)$ a força elastica do vapôr aquoso, por fazer lembrar ser ella com effeito funçaõ unicamente da temperatura.

espaço occupado pelo vapôr de hum peso conhecido de liquido, em huma dada temperatura.

Para a solluçaõ deste problêma, he necessario: 1.º conhecer com a maior exactidaõ o peso de liquido, que se deve vaporisar: 2.º reduzi-lo completamente a vapôr em hum recipiente, que recolha todo o vapôr formado: 3.º elevar este recipiente á temperatura, em que se quer medir o volume do vapôr: 4.º, e finalmente, determinar exactamente o volume do vapôr formado pelo liquido. Eis-aqui por que maneira Gay-Lussac satisfez, na observaçaõ, todas as condições expostas.

Soprou pequenas bolhas de vidro *a*, terminadas por hum pequeno tubo, ou cauda capilar mui curta, e pesou-as exactamente: encheo-as depois do liquido, que queria submetter á experiencia, do mesmo modo, que se enche hum thermometro, e fez ferver o liquido no seu interior, para expelir todo o ar, e dirigindo entaõ a chamma do maçarico sobre a pequena cauda, fechou-as hermeticamente, e pesando-as, e subtrahindo deste peso, o da bolha de vidro, obteve com todo o rigor, o peso do liquido nella contido. Fig. 18.ª

Tomou huma campanula comprida, e estreita *AB*, fechada em *A*, e dividida em partes de capacidades iguaes, e conhecidas, e enchendo-a de mercurio recemfervido, e que para expelir o ar, e humidade, elevou á ebulliçaõ na campanula, volveo esta em hum banho de mercurio, contido n'huma caldeira de ferro, e introduzio por baixo do mercurio na campanula, a bolha de vidro *a*, cheia do liquido, a qual pela sua densidade, menor que a do mercurio, ganhou o alto da campanula. Fig. 18.ª

Envolveo entaõ a campanula *AB*, com hum cylindro, ou manga de vidro *CD*, mergulhando no mercurio, e esta manga encheo de agoa até por cima de *A*. Nivelou, com hum nivel de ar, os bordos perfeitamente lisos da caldeira de ferro, e sobre elles collocou huma regoa de cobre *OO*, atravessada por huma hastea vertical *O'P*, dividida em partes iguaes, e munida de hum cursor *n*.

Isto disposto, applicou o calor á caldeira: a bolha de vidro, e o liquido nella contido, quando aquecem, augmentaõ de volume; mas o liquido, mais dilatavel, que o vidro, rebenta a bolha, e espalha-se no espaço *A*, aonde se vaporiza: elevou a temperatura, até que a agoa contida na manga *CD* entrasse em ebulliçaõ, e observou entaõ o volume occupado pelo vapôr.

Para medir qual he a pressaõ, a que o vapôr se acha sujeito, he necessario observar a altura da columna de mercurio elevada na campanula. Para o que, faz-se descer a hastea *OP*, até que a sua ponta raze a superficie do mercurio na caldeira, e elevando o cursor, até que corresponda ao alto da columna mercurial, a escala marcada em *OP*, desde a sua origem O', até ao cursor *n*, nos dá a altura desta columna, que subtrahida da pressaõ athmosférica, accusada pelo barometro no momento da experiencia, nos indica a pressaõ, a que o vapôr se acha submettido.

126. Tal foi em summa o methodo pratico, do qual Gay-Lussac se servio, para a determinaçaõ do peso dos vapôres; mas para passar desta observaçaõ ao resultado rigorôso, he necessario recorrer a hum calculo simples, fundado nas seguintes considerações, que applicaremos aqui, especialmente ao vapôr aquoso, a fim de fixar melhor as idéas.

O vapor formado no espaço *A*, sendo hum vapôr de agoa a 100°, tem huma força elastica igual á da athmosféra; e como a pressaõ sobre elle he menor de toda a columna de mercurio elevada na campanula, este vapôr he hum vapôr dilatado á maneira dos gazes: deve pois reduzir-se o seu volume, ao que seria sob a pressaõ ordinaria de $0^m,76$. O volume do vapôr, he medido pelas divisões da campanula de vidro; mas esta materia he dilatavel: he pois preciso reduzir as divisões, ao que seriaõ, correctas da dilataçaõ. Para obter estes resultados, ha a formula simples, que vamos deduzir, e por meio da qual se podem calcular as experiencias.

Seja *p* o peso do liquido vaporisado, *n* o numero de divisões da campanula, que o vapôr occupa na temperatura 100°, e *V* o volume de cada huma destas divisões a zero de temperatura. Se representarmos por *d* a dilataçaõ cubica do vidro para cada gráo de temperatura, cada divisaõ no gráo 100, terá o volume $V + 100\,Vd$, e o volume do vapor, será -

$$n\,(V + 100\,Vd) - - - - - - - (a)$$

Seja a altura observada do mercurio na campanula *a*, e *P* a pressaõ atmosferica, accusada pelo barometro no momento da observaçaõ; $P - a$ será a pressaõ sobre o vapôr.

Para reduzir pois o volume acima achado (a), ao que seria sob a pressaõ de $0^m,76$, diremos, chamando *V* este no:

vo volume -

$$0^m,76 : P - a : : n(V + 100\,Vd) : V,$$

que dá

$$V = \frac{(P-a)(V+100\,Vd)\,n}{0^m,76} = \frac{(P-a)(1+100\,d)\,nV}{0^m,76};$$

da qual vem, para maior commodidade do calculo,

$$\text{Log.}V = \text{Log.}(P-a) + \text{Log.}(1+100d) + \text{Log.}n + \text{Log.}V - \text{Log.}0,^m76.$$

Para que esta formula dê hum resultado perfeitamente rigorôso, convém lembrar-nos, que as columnas de mercurio P, e a, saõ observadas em temperaturas diversas, e que devem ser reduzidas á temperatura zero, á qual se referem os $0^m,76$ da columna ordinaria do barometro; para esta reducçaõ, empregar-se-ha a dilatabilidade do mercurio.

Calculando, *v. g.*, a primeira experiencia do mappa (I) pela formula acima, achar-se-ha, que hum grama de agoa, quer dizer, hum centimetro cubico deste liquido, produz 1696,4 centimetros cubicos de vapôr a 100° de temperatura, e sob a pressaõ de $0^m,76$, augmento de volume, que nos explica a energia das explosões produzidas pelas menores quantidades de agoa, vaporisadas em espaços fechados, e resistentes.

Da ebulliçaõ, e da evaporaçaõ lenta dos liquidos.

127. Quando hum corpo exposto ao ar se dissipa pouco e pouco, e acaba por desapparecer completamente, convertendo-se em vapôr, dizemos, que este corpo se evapora: e chamamos *evaporaçaõ*, essa opperaçaõ, na qual hum corpo passa do estado solido, ou liquido, ao de fluido aeriforme.

128. A evaporaçaõ he humas vezes rapida, e acompanhada de hum movimento tumultuoso, provindo da formaçaõ de bolhas de vapôr no interior da massa liquida, as quaes bolhas ascendem na massa, e vem rebentar na superficie della; outras vezes porém, a evaporaçaõ he lenta, sem que haja movimento algum na massa liquida, formando-se o vapôr unicamente no strato superficial do liquido. A primeira especie de evaporaçaõ, diz-se ebulliçaõ, a segunda, evaporaçaõ lenta, ou simplesmente evaporaçaõ, ou vaporisaçaõ.

129. Na ebulliçaõ, o vapôr, como dissemos, fórma-se

nos stratos inferiores da massa liquida, e para que este vapôr assim se fórme, he necessario, que tenha huma força elastica, igual á pressaõ da athmosfera, accrescentada do peso de huma columna de liquido, igual em altura, á altura do liquido, por cima do strato, em que se fórma o vapôr. Logo, para que qualquer liquido entre em ebulliçaõ, submettido á pressaõ da athmosfera, he necessario, que a força elastica do seu vapôr, seja igual áquella pressaõ, considerando, como assás pequeno para desprezar-se, o pêso da columna liquida, na maior parte dos vasos pouco profundos.

130. Resulta deste principio, que sob pressões diversas, hum liquido entrará em ebulliçaõ, quando o seu vapôr tiver forças elasticas diversas; e como as forças elasticas dos vapores, saõ funções da temperatura, seguir-se-ha, que variando as pressões sobre hum liquido, variaráõ as temperaturas, em que se manifesta a sua ebulliçaõ. Esta he a razaõ, porque na graduaçaõ dos thermometros, he necessario empregar agoa fervendo sob a pressaõ rigorosa de $0^{m},76$, ou attender pelo calculo á diversidade de pressões.

Se sob o recipiente da machina pneumatica introduzirmos hum vaso com agoa na temperatura ordinaria, e fizermos sobre elle o vácuo, logo que a pressaõ interior se achar assás diminuida, a agoa entrará em ebulliçaõ no vaso.

Se pelo contrario, encerrarmos a agoa em hum vaso perfeitamente fechado, poderemos elevar mui consideravelmente a sua temperatura, sem que haja ebulliçaõ; e o limite, a que poderá subir a temperatura, será unicamente determinado pela resistencia das paredes do vaso. Taes saõ os apparelhos diversos, conhecidos pelos nomes de *Digestores*, *Marmitas de Papin*, e *Auctoclaves*. Estes apparelhos devem ser formados de paredes mui resistentes, e munidos de valvulas de segurança, as quaes abrindo-se, logo que a pressaõ interna chega a hum certo grão, evitaõ a ruptura do apparelho.

131. Vimos, que os vapôres se formavaõ nos espaços cheios de gazes, como em hum espaço vazio, até que a força elastica do vapôr tenha o valôr, que lhe assigna a temperatura do espaço: a unica differença, que se nota entre huma formaçaõ, e a outra, he ser a formaçaõ do vapôr n'hum espaço cheio de gaz lenta, e successiva, em quanto he instantanea no espaço vazio.

Quando hum liquido se acha em hum vaso aberto, deve pois emittir indifinidamente vapôres, pois que se acha em contacto com hum espaço infinito, relativamente á quantidade de vapôr que póde formar: e se este espaço fosse vazio, o liquido, apenas aberto o vaso, que o encerrava, volatilisar-se-hia em totalidade n'hum só instante; porém como o espaço he cheio de ar, a evaporaçaõ he lenta, e successiva, e cada strato de ar faz, por assim dizer, as vezes de hum espaço limitado, de cuja saturaçaõ depende o progresso da evaporaçaõ.

Daqui resultaõ os principios seguintes, principios confirmados todos os dias nas differentes opperações da natureza, e das artes. 1.º Tanto maior fôr a superficie descuberta do liquido, relativamente á sua massa, tanto mais rapida será a evaporaçaõ; pois que tanto maior he o primeiro strato de ar, immediatamente em contacto com o liquido. 2.º Tanto mais elevada fôr a temperatura, tanto mais prompta será tambem a evaporaçaõ; por quanto, a elevaçaõ de temperatura torna o espaço habil para conter huma quantidade maior de vapôr. 3.º Tanto mais privada do vapôr, de que se trata, estiver a athmosfera, em que se faz a evaporaçaõ, tanto mais rapidamente esta progredirá; por quanto o espaço admitte tanto mais vapôr, quanto mais dista do estado de saturaçaõ. 4.º Tanto mais rapida fôr a corrente de ar sobre o liquido, tanto mais depressa este, será convertido em vapôr; por quanto a corrente de ar, variando continuamente, o strato aerio, que toca o liquido, e que faz até certo ponto, como dissemos, as vezes de hum espaço circunscripto, renova a cada instante, ou o que he o mesmo, dilata este espaço, e auxilia por conseguinte a marcha da evaporaçaõ.

132. Quando hum liquido isolado se evapora, a sua temperatura desce successivamente. Este facto de observaçaõ diaria, he huma consequencia necessaria da formaçaõ mesma do vapôr. Com effeito, hum vapôr naõ he outra cousa mais, que o liquido, mais huma certa quantidade de calorico latente; conseguintemente achando-se o liquido isolado de quaesquer corpos, que lhe possaõ administrar calorico, he forçoso, que todo o calorico latente, necessario para a formaçaõ do vapôr, seja fornecido pela massa liquida, e que esta por conseguinte, desça em temperatura. Tanto mais rapida fôr a evaporaçaõ, tanto mais rapido será tambem o resfriamento do liquido.

133. Estes resultados da theoría, saõ, como já dissemos, provados por huma infinidade de experiencias, das quaes só citaremos algumas.

1.ª *Experiencia.*

Lance-se sôbre a maõ huma gota de ether, sentir-se-ha a impressaõ de hum frio considerabilissimo, e a evaporaçaõ do ether será quasi instantanea.

2.ª *Experiencia.*

Envolva-se com algodaõ o reservatorio de hum thermometro, molhe-se em ether, e agite-se no ar, o ether volatilisar-se-ha promptamente, e o thermometro descerá hum numero considerabilissimo de gráos.

3.ª *Experiencia.*

N'hum dia de calor tome-se agoa, e introduza-se em hum vaso de barro porôzo, e suspenda-se em o meio de huma corrente de ar, a agoa estará mui fresca no fim de certo tempo; sendo a causa, a continua evaporaçaõ da agoa, que por infiltraçaõ humedêce de continuo a superficie exterior do vaso. Este modo de refrescar a agoa, he praticado nos paizes quentes.

4.ª *Experiencia.*

Sob o recipiente da machina pneumatica colloque-se huma capsula de acido sulfurico concentrado, e sôbre ella huma bandeginha contendo agoa, faça-se o vácuo, a agoa entrará em ebulliçaõ, e vaporisar-se-ha rapidamente, e sem interrupçaõ; porque o acido sulfurico absorverá o vapôr aquoso, apenas este se formar: esta evaporaçaõ rapida, e continua produzirá no liquido restante, hum resfriamento, sufficiente para determinar a sua congelaçaõ. Por este processo se póde fabricar artificialmente a neve nos paizes, em que a natureza a naõ produz.

ADDITAMENTO A' II. SECÇAÕ.

Postoque a Hygrometría, e a determinaçaõ da densidade dos gazes, naõ pertençaõ rigorosamente á theoría do calórico, que faz o objecto da 2.ª Secçaõ deste nosso tratado; com tudo, estas materias tem tanta connexaõ com as doutrinas, que nesta Secçaõ temos expendido, que em nenhuma parte nos pareceraõ ficar mais bem classificadas, do que servindo de additamento, ou como de complemento a esta mesma Secçaõ, e por esta razaõ nos deliberamos a trata-las neste lugar.

HYGROMETRIA.

134. Sendo a superficie do globo, que habitamos, em grande parte cuberta de agoas, a athmosfera, que circunda o globo, deve necessariamente conter, e contém sempre effectivamente huma certa quantidade de vapôr. Esta quantidade, longe de ser constante em cada lugar, he pelo contrario mui variavel, em virtude das mudanças de temperatura, das direcções, e velocidade dos ventos, e de hum grande numero de causas accidentaes, humas conhecidas, outras talvez ainda completamente ignoradas.

Em muitos casos, he necessario poder determinar a quandade de vapôr aquoso, contido em hum espaço; isto he, em huma certa parte da athmosfera. Esta determinaçaõ, e os phenomenos, que a ella se referem constituem o ramo da physica, a que chamámos hygrometría.

135. Se a athmosfera, que se considera, estivesse saturada de humidade, a determinaçaõ da quantidade de vapôr aquoso, nella contido, seria mui simples. Com effeito, determinando a temperatura do espaço, procurariamos a força elastica do vapôr aquoso naquella temperatura, e deste conhecimento passariamos, pelos meios conhecidos, ao calculo do peso do vapôr contido no espaço.

Porém como a athmosfera, raras vezes se acha saturada de vapôr, o problema, que nos occupa, torna-se mais difficil; mas; temos no estado actual da sciencia, meios de o resolver. Os instrumentos destinados á determinaçaõ do vapôr aquoso, contido na athmosfera, tem o nome de hygrómetros, neste trabalho só trataremos do hygrómetro de Saussure, o mais sensivel, e exacto de todos; porém daremos primeiro huma idéa do engenhoso methodo, pelo qual Dalton determinou em algumas experiencias, que fez sôbre a evaporaçaõ, a quantidade de vapôr aquoso, contido na athmosfera.

136. Dependendo a força elastica, e conseguintemente a quantidade absoluta do vapôr, contida em hum espaço, da temperatura, a que elle se acha elevado, he claro: que se hum espaço em huma temperatura T, contiver huma quantidade de vapôr menor, do que aquella, que a temperatura exige, para que se dê a saturaçaõ, poderemos, abaixando successivamente a temperatura, obter outra T', em que o espaço se ache saturado com o vapôr, que continha na temperatura T. Chegados a este ponto, o menor descenso de temperatura, determinará hum começo de precipitaçaõ do vapôr nas paredes do espaço. Conseguintemente, quando houvermos conduzido o espaço á temperatura T' da saturaçaõ, se calcularmos por meio da força elastica, correspondente a esta temperatura, a quantidade de vapôr, que satura o espaço, esta quantidade será a mesma, que existia no espaço naõ saturado, para a temperatura T.

A fim de executar practicamente este methodo, Dalton tomava hum vaso de vidro alto, e delgado, no qual introduzia hum thermometro, e no interior deste vaso hia lançando hum banho mais, e mais frio, até perceber o principio de precipitaçaõ de vapôr na parede exterior do vaso, e o thermometro lhe dava a temperatura T' da saturaçaõ, para a empregar no calculo. Com effeito, neste processo, á medida; que desce a temperatura do vaso, desce a do ar, que o rodeia immediatamente, e conseguintemente a superficie exterior do vaso, representa perfeitamente a parede do espaço, na qual se deve manifestar a precipitaçaõ do vapôr.

137. Este phenomeno, do qual Dalton sôbe tirar partido, he de huma observaçaõ trivial. Ninguem ha, que naõ tenha observado, que os cópos, em que no veraõ se servem

os gelados, a agoa nevada, e até aquelles, em que se lança a agoa dos póços profundos, muito mais fria, que a athmosféra, se cobrem exteriormente de hum strato aquoso, ás vezes sufficiente para correr ao longo das paredes destes vasos.

138. Hum phenomeno similhante ao precedente, se observa nas casas habitadas, onde o ar aquecendo-se durante o dia, o espaço comporta huma quantidade consideravel de vapôr: quando á noite a athmosféra exterior desce em temperatura, as vidraças esfriaõ-se, e com ellas o ar interior, que as toca immediatamente, e o vapôr nelle contido precipita-se em liquido no interior das vidraças, e chega a tomar a fórma solida, nos paizes onde a athmosféra desce bastante abaixo de zero, no decurso das noites.

139. O strato humido, que em certas circunstancias, se precipita no decurso da noite sôbre o solo, e sôbre as hervas dos campos, strato, que no veraõ conserva a fórma liquida, e no inverno frequentes vezes se congela, e ao qual o vulgo dá os nomes de sereno, ou orvalho, no primeiro caso, e de geada, no segundo; he hum phenomeno tambem inteiramente análogo aos precedentes. Para bem conceber a causa da formaçaõ do orvalho, ou da geada, he necessario reflectir, em que circunstancias se produz este metheóro.

O orvalho, e a geada, só se fórmaõ em noites serenas, claras, e sem nuvens, e depois de hum dia sereno, e claro. O metheóro só se produz em lugares descubertos, bastando o menor abrigo, até mesmo o dos muros, e dos valados, para impedir a sua formaçaõ junto da base delles.

Isto posto, eis-aqui em que consiste a formaçaõ do orvalho, a da geada, sendo a mesma, com a differença unica de ser formada em huma temperatura capaz de congelar o vapôr condensado. A superficie da terra, ou em geral do objecto, que consideramos, adquire de dia, pela influencia dos raios solares, hum certo augmento de temperatura, o qual communicando-se ao espaço, que sôbre elle repousa, este espaço, se naõ ha grande vento, que o renove, no qual caso naõ tem lugar a formaçaõ do orvalho, satura-se da humidade do terreno, e em quanto a sua temperatura se conserva quasi constante naõ precipita essa humidade. Mas quando sobrevem huma noite clara, e sem nuvens, os objectos, aos quaes o sol céssa de enviar raios calorificos, começaõ a descer em temperatura, em consequencia da sua propria irradiaçaõ, que fazendo-se para hum espaço indefinido, e transparente, naõ he compensada pela de nenhum outro objecto fronteiro. Este resfriamento successivo, communicando-se ao espaço carregado de vapor, contigu-o ao corpo, determina sôbre o mesmo corpo a precipitaçaõ de toda a quantidade de humidade excedente, á que comporta a nova temperatura, e o corpo, que considerâmos, amanhece orvalhado.

He pois errado o suppôr, como se faz commumente, que o orvalho cahe, como as chuvas, da parte superior da athmosfera. O orvalho fórma-se sobre a propria superficie dos córpos, e á custa da humidade existente nas camadas da athmosfera, que mais os avizinhaõ.

A razaõ, pela qual as nuvens, ou quaesquer abrigos impedem a formaçaõ do orvalho, he devida á tróca, que neste caso se faz de raios calorificos por irradiaçaõ reciproca entre a nuvem, ou o abrigo, e o objecto, que consideramos, o que se oppõe á promptidaõ, e energia do resfriamento.

140. Terminada esta digressaõ, a que fômos conduzidos pelo processo de Dalton, passemos ao exame do hygrómetro de Saussure, assim chamado, do nome do seu illustre inventor.

Hum grande numero de substancias tem a propriedade de attrahir os vapôres aquosos da athmosfera, que as rodeia, de os reduzir a liquido, com o qual se unem intimamente. Esta acçaõ, da classe daquellas, a que na segunda parte do nosso tratado daremos o nome de affinidades, sómente se exerce em distancias inapreciaveis, e he menor á medida, que a materia, que a exerce, se aproxima do estado de saturaçaõ, quer dizer, do estado, em que a affinidade se acha plenamente satisfeita.

As materias organicas gozaõ particularmeute desta propriedade, e em virtude da absorpsaõ de agoa, augmentaõ de dimensões, especialmente no sentido perpendicular ás fibras, que as compõe. Os cabellos, e as barbas de baleia, cortadas em fitas delgadas, perpendicularmente ás suas fibras, attrahem fortemente a humidade, e experimentaõ por este meio huma distençaõ consideravel.

Como porém os cabellos, no estado natural, saõ cobertos de huma especie de verniz oleoso, que se oppõe á absorpçaõ da humidade, he necessario despoja-los delle para construir os hygrómetros, o que se consegue fervendo-os em huma lixivia alcalina.

Preparado assim o cabello pela lixiviaçaõ, fixa-se por huma das extremidades em huma pinça fixa *A*, e envolve-se a outra extremidade em huma pequena roldana *R*, extremamente móvel sôbre o seu eixo, e da qual pende hum pequeno pêso *P*, obrando em sentido oppôsto ao da tracçaõ do cabello, conservando este sempre têzo. A' roldana está unida huma agulha mui leve, mas comprida, destinada a tornar visiveis, sobre huma escala circular *ab*, os movimentos da roldana, ou as variações do comprimento do cabello. Fig. 19.ª

Para obter os extremos da escala hygrometrica, começa Saussure por isolar huma porçaõ de ár debaixo de hum recipiente, cuja superficie molha com agoa distilada, e collocar o hygrómetro debaixo deste recipiente. A agoa espalhada na superficie do recipiente vaporisa-se, e satura o espaço por elle circunscripto, e o cabello, cuja affinidade para a agoa póde neste caso saturar-se completamente, por isso que hum espaço saturado de vapôr, naõ oppõe resistencia sensivel á precipitaçaõ da pequena quantidade de vapôr, que aquella saturaçaõ exige, visto ser o volume do cabello insensivel, relativamente á capacidade do espaço, toma toda a humidade, de que he susceptivel, e toda a distensaõ, que por esta causa póde tomar, e a agulha fixa-se em hum ponto, a que Saussure chama, extremo de humidade, ou 100° de hygrómetro.

Collocando depois o hygrómetro, debaixo de hum recipiente, no interiôr do qual se tem introduzido materias capazes de privar o ar de todo o vapôr aquoso, pela affinidade energica, que sobre elle exercem, taes como saõ a cal viva, a potassa caustica, o chlorureto de calcio fundido, &c., observa-se, que o cabello abandona ao espaço a humidade, que havia absorvido, e no fim de hum certo tempo, o cabello tem perdido toda a humidade, que a força elastica do vapôr pode roubar á acçaõ da affinidade, que une o cabello com a agoa, e perdendo esta humidade, contrahe-se o mais possivel, fixando se a agulha em hum ponto, a que Saussure chama, extrema secura, ou 0° do hygrometro. O arco comprehendido entre os pontos extremos assim determinados, divide-se em 100 partes iguaes, cada huma das quaes fórma, o que chamâmos hum gráo do hygrómetro.

Quando o hygrómetro se introduz em huma athmosféra naõ saturada de humidade, a agoa, que o cabello toma, e conseguintemente a distençaõ do cabello, depende evidentemente da relaçaõ, que existe entre a força, com que o vapôr resiste á condensaçaõ, e a affinidade do cabello para a humidade. A primeira destas causas, he, como sabemos, tanto maior, quanto o espaço dista mais consideravelmente da saturaçaõ; a segunda he tanto menor, quanto o cabello contém mais quantidade de humidade.

Daqui resulta, que a agoa tomada, ou abandonada pelo cabello, naõ depende da quantidade absoluta de vapôr existente no espaço, mas sim da maior, ou menor proximidade do espaço á saturaçaõ; circunstancia, que sabemos depender da temperatura. E como além disto ignorâmos, segundo que lei varia a affinidade do cabello para a agoa, com a sua maior, ou menor proximidade á saturaçaõ, naõ podemos conhecer a priori, se variações iguaes do hygrómetro, indicaõ variações iguaes, ou desiguaes no estado de saturaçaõ do espaço.

Era pois necessario, para dar ao hygrómetro o verdadeiro caracter de exactidaõ, que pertence a hum instrumento de physica aperfeiçoado, comparar a sua marcha, á da elasticidade dos vapôres, para podêr passar das indicações hygrométricas, ao conhecimento da tensaõ do vapôr, e por meio della, e da temperatura, ao calculo da quantidade de vapôr, contido no espaço.

O trabalho de comparar a marcha do hygrómetro de Saussure, com as forças elasticas do vapôr aquoso na temperatura de 10°, foi executado por Gay-Lussac. Para o conseguir, este habil Pphysico suspendia o hygrómetro successivamente sob recipientes, humedecidos com dissoluções salinas, de cujos vapôres tinha préviamente determinado a força elastica. No mappa (K), se achaõ estes resultados, interpolados por Biot, e quaes este Physico os apresentou no seu tratado de physica, vol. 4.°

141. Sería aqui o lugar de applicar a theoría do calorico, e a dos vapôres, e os principios da hygrometría, á explicaçaõ dos diversos phenomenos metheorologicos, de que estes principios nos daõ razaõ. Porém a metheorología sendo propriamente huma applicaçaõ da physica, e hum ramo inteiramente particular da sciencia, naõ julgámos dever tratalo com extensaõ em huma obra elementar, destinada a con-

ter quanto possivel resumidos, os principios, e naõ as applicações, e desenvolvimentos da sciencia.

Determinaçaõ da densidade dos gazes.

142. A determinaçaõ da densidade dos gazes, envolvendo o conhecimento completo da sua elasticidade, e dilatabilidade, da dilatabilidade dos córpos solidos, que fórmaõ os vasos, que contêm os mesmos gazes nas experiencias; e finalmente o da theoría completa dos vapôres, que as mais das vezes he difficil separar delles inteiramente, naõ nos era possivel occupar-nos da solluçaõ deste problêma, quando em seu competente lugar tratámos da densidade dos solidos, e dos liquidos. Agora porem, que temos exposto os conhecimentos subsidiarios, para isso indispensaveis, occupar-nos-hemos desta determinaçaõ.

143. O nosso primeiro trabalho, será o de expôr o methodo, pelo qual se póde achar a densidade dos diversos gazes, expréssa na de hum delles, *v. g.*, na do ar athmosférico, tomada por unidade; e depois determinaremos a densidade do ar athmosférico, expressa na da agoa distilada, sendo mui facil, depois disto, reduzir a densidade dos outros gazes, a esta mesma unidade commum.

144. Para achar a densidade de qualquer gaz, expréssa na do ar athmosférico, he necessario conhecer o pêso de volumes iguaes de ar, e de gaz, sob huma mesma pressaõ, e n'huma mesma temperatura, e entaõ se fôrem π, e π' estes pêsos, representando por D a densidade procurada do gaz, teremos -

$$D = \frac{\pi'}{\pi} \quad \text{- - - - - - - - -} \quad (a)$$

Toda a delicadeza da determinaçaõ, que nos occupa, consiste em concluir das experiencias, os valores rigorosos do π', e de π, quaes os exige a determinaçaõ exacta de D. Os valores de π', e de π, podem determinar-se por dois modos diversos; o primeiro trabalhando sobre os gazes sêcos; o segundo trabalhando sobre os gazes humidos, trataremos separadamente estes dois methodos.

1.° *Methodo: pelos gazes sêcos.*

145. Tome-se hum ballaõ de vidro A, munido de huma
Fig. 20.ª torneira t, e de hum gancho g, por onde possa suspender-se em huma excellente balança, e façaõ-se as opperações seguintes.

1.ª Seque-se perfeitamente este ballaõ, faça-se o vácuo no interiôr delle, e peze-se neste estado.

2.ª Atarrache-se no alto do ballaõ hum reservatorio cylindrico, contendo cal viva, potassa caustica, ou chlorurêto de calcio fundido, para que o ar passando sobre estas substancias, abandone toda a humidade, e abrindo pouco e pouco a torneira, deixe-se penetrar o ar no ballaõ, e passado hum momento, feiche-se a torneira, e tire-se o cylindro.

3.ª Pése-se o ballaõ cheio de ar sêco, como fica exposto.

4.ª Faça-se novamente o vácuo no ballaõ, e vazio, atar-
Fig. 21.ª rache-se no alto da campanula C, contendo o gaz sêco sôbre o mercurio, e abrindo gradualmente a torneira, deixe-se penetrar o gaz da campanula no ballaõ, e mergulhe-se a campanula no mercurio, até que o nivel do mercurio dentro, e fóra della, sendo os mesmos, o gaz da campanula, e do ballaõ, se achem submettidos exactamente á pressaõ athmosférica: feiche-se neste estado a torneira do ballaõ, e separe-se este da campanula.

5.ª Pese-se o ballaõ cheio de gaz sêco, pelo methodo exposto.

Observem-se com toda a exactidaõ, a temperatura, e a pressaõ nas épochas de cada huma das 5 observações acima. Taes saõ os dados experimentaes, dos quaes se deduzem os valores de π', e π, para serem empregados na equaçaõ (a): passemos ao modo de fazer uso destes dados.

146. Representando por π o pêso absoluto do volume de ar sêco, que o nosso ballaõ póde conter na temperatura zero, e sob a pressaõ de $0^m,76$, seja V o volume interno do ballaõ naquella temperatura, e P o seu pêso absoluto.

Na temperatura t, o volume do ballaõ, se representarmos por d a dilataçaõ cubica do vidro, que o fórma, para cada gráo de temperatura, será - - - - - - - - - - -

$$V(1 + dt),$$

e por conseguinte, tal será tambem o volume de ar, que o ballaõ poderá conter naquella temperatura.

O volume V de ar, cujo pêso he π, será na temperatura de t° (§ 104) - - - - - - - - - - - - - - - - - -

$$V\,(1 + t.\,0{,}00375),$$

e se a pressaõ sôbre este volume, em vez de ser $0^{m},76$, fôr p, o mencionado volume será - - - - - - - - - - - - -

$$V\,(1 + t.\,0{,}00375)\,\frac{0^{m},76}{p}.$$

Mas a temperatura, e a pressaõ, naõ mudando em nada o pêso absoluto da quantidade de ar, cujo volume altéraõ; o pêso do volume de ar ultimamente achado, será ainda o mesmo π primitivo; e por conseguinte a unidade de volume de ar na temperatura t, e sob a pressaõ p, pesará - - - -

$$\frac{\pi\, p}{V\,(1 + t.\,0{,}00375)\,0^{m},76} \text{ - - - - - } (1)$$

e por conseguinte hum volume de ar a t°, e sob a pressaõ p, igual ao volume interiôr do ballaõ na temperatura t, será

$$\frac{\pi\, pV\,(1 + dt)}{V(1 + t,\,0{,}00375)\,0^{m},76} = \frac{\pi\, p\,(1 + dt)}{(1 + t.\,0{,}00375)\,0^{m}76} \text{ - } (2)$$

Suppondo agora, que t, e p saõ a temperatura, e a pressaõ athmosferica, observadas no momento, em que se pesou o ballaõ vazio (1.ª opperaçaõ), este ballaõ perderá, por ser pesado no ar, huma parte do seu pêso absoluto, igual ao pêso do volume de ar, que deslóca, quer dizer, que esta perda será -

$$\frac{\pi p\,(1 + dt)}{(1 + t.\,0{,}00375)\,0^{m},76} + \varphi, \text{ - - - - } (3)$$

se φ representar o pêso do ar deslocado pela torneira, virola, e gancho, e pela espeçura do vidro, que fórma o ballaõ, quantidade sempre mui pequena, e que por isso mesmo supporêmos sempre constante daqui em diante, quaesquer que sejaõ as variações de pressaõ, e temperatura.

Se pois a 1.ª opperaçaõ nos dér por pêso do ballaõ no ar P', o seu pêso absoluto P, será - - - - - - - - -

$$P = P' + \frac{\pi p\,(1 + dt)}{(1 + t.\,0{,}00375)\,0^m{,}76} + \varphi \;\;\text{- - -}\;\; (4)$$

Supponhamos agora serem t', e p' a temperatura, e a pressaõ observadas, quando se enche o ballaõ de ar sêco (2.ª opperaçaõ); o pêso do ar nelle contido será - - - - - -

$$\frac{\pi p'\,(1 + dt)}{(1 + t'.\,0{,}00375)\,0^m{,}76};$$

pois naõ teremos para obter este pêso, mais do que mudar t, e p em t', e p' na expressaõ (2).

Se t'', e p'' representarem a temperatura, e a pressaõ no momento, em que pesamos o ballaõ cheio de ar sêco (3.ª opperaçaõ), a perda do seu pêso absoluto, por causa do ar, será -

$$\frac{\pi p''\,(1 + dt'')}{(1 + t''.\,0{,}00375)\,0^m{,}76} + \varphi;$$

expressaõ esta, que se obtem mudando t, e p em t'', e p'' na expressaõ (3).

Suppondo pois, que a 3.ª opperaçaõ nos dá por pêso do ballaõ cheio de ar sêco, e pesado no ar, P'', o pêso absoluto do ballaõ deverá ser igual, a este pêso P'' accrescentado, do que perde, por ser pesado no ar, e diminuido do pêso do ar, que contém; e teremos por tanto - - - - - - - -

$$P = P'' + \frac{\pi p''\,(1 + dt'')}{(1 + t''.\,0{,}00375)\,0^m{,}76} + \varphi - \frac{\pi p'\,(1 + dt')}{(1 + t'.\,0{,}00375)\,0^m{,}76} \;\;\text{-}\;\; (5)$$

Se desta equaçaõ (5) subtrahirmos membro a membro, a equaçaõ (4) virá - - - - - - - - - - - - - - - - -

$$P'' + \frac{\pi p''\,(1 + dt'')}{(1 + t''.\,0{,}00375)\,0^m{,}76} + \varphi - \frac{\pi p'\,(1 + dt')}{(1 + t'.\,0{,}00375)\,0^m{,}76} - P' -$$

$$\frac{\pi p\,(1 + dt)}{(1 + t.\,0{,}00375)\,0^m{,}76} - \varphi = 0,$$

ou reduzindo

$$P'' - P' + \frac{\pi p''\,(1 + dt'')}{(1 + t''.\,0{,}00375)\,0^m{,}76} - \frac{\pi p'\,(1 + t')}{(1 + t'.\,0{,}00375)\,0^m{,}76} - \frac{\pi p\,(1 + dt)}{(1 + t.\,0{,}00375)\,0^m{,}76} = 0,$$

ou finalmente

$$P''-P'=\frac{\pi}{0^m,76}\left(\frac{p(1+dt)}{1+t.0,00375}+\frac{p'(1+dt')}{1+t'.0,00375}-\frac{p''(1+dt'')}{1+t''.0,00375}\right)$$

da qual se tira

$$(A)\text{--}\ \pi=\frac{(P''-P')\,0^m,76}{\frac{p(1+dt)}{1+t.0,00375}+\frac{p'(1+dt')}{1+t'.0,00375}-\frac{p''(1+dt'')}{1+t''.0,00375}}$$

Passemos agora á 4.ª opperaçaõ, na qual o ballaõ se encheo de gaz sêco, e sejaõ t''', e p''' a temperatura, e a pressaõ no momento, em que se fechou o ballaõ. O volume interior do ballaõ nesta temperatura, será - - - - - - - -

$$V\,(1+dt''');$$

e por conseguinte tal será tambem o volume do gaz sêco, contido no ballaõ naquella circunstancia.

O volume V do gaz sêco, a zero, debaixo da pressaõ $0^m,76$, cujo pêso he π', será, na temperatura t''', e debaixo da pressaõ p''', igual a - - - - - - - - - - - - -

$$V+(1+t'''.\ 0,00375)\,\frac{0^m,76}{p'''};$$

e por conseguinte o pêso da unidade de volume do gaz nestas circunstancias, será - - - - - - - - - - - - - -

$$\frac{\pi'\,p'''}{V\,(1+t'''.\ 0,00375)\,0^m,76},$$

donde resulta, que o peso do gaz, contido no ballaõ, será -

$$\frac{\pi'\,p'''\,(1+dt''')}{(1+t'''.\ 0,00375)\,0^m,76}.$$

Sejaõ agora, passando á 5.ª, e ultima opperaçaõ, t'''', e p'''' a temperatura, e a pressaõ no momento, em que se pésa o ballaõ cheio do gaz sêco, o pêso, que o ballaõ perderá por ser pesado no ar, será - - - - - - - - - - - -

$$\frac{\pi\,p''''\,(1+dt'''')}{(1+t''''.\ 0,00375)\,0^m,76}+\varphi,$$

bastando, como he claro, para obter esta expressaõ mudar t, e p em t'''', e p'''' na expressaõ (3).

Se pois a 5.ª opperaçaõ nos dér por pêso do ballaõ cheio -

de gaz sêco, e pesado no ar P''', o pêso absoluto P do ballaõ, será -

$$P = P''' + \frac{\pi p''''(1+dt'''')}{(1+t''''0{,}00375)0^m{,}76} + \varphi - \frac{\pi' p'''(1+dt''')}{(1+t'''.0{,}00375)0^m{,}76} \quad \text{- - } (6)$$

Se desta equaçaõ (6.ª) subtrahirmos membro a membro a equaçaõ (4.ª), virá - - - - - - - - - - - - - - -

$$P''-P' + \frac{\pi p''''(1+dt'''')}{(1+t''''.0{,}00375)0^m{,}76} - \frac{\pi' p'''(1+dt''')}{(1+t'''.0{,}00375)0^m{,}76} - \frac{\pi p(1+dt)}{(1+t.0{,}00375)0^m{,}76} = 0;$$

da qual se tira

$$(B) \text{ - - } \pi' = \frac{(P''-P')0^m{,}76 + \dfrac{\pi p''''(1+dt'''')}{1+t''''.0{,}00375} - \dfrac{\pi p(1+dt)}{1+t.0{,}00375}}{\dfrac{p'''(1+dt''')}{1+t'''.0{,}00375}}$$

As equações (A), e (B) nos daõ os valôres de π, e de π', expréssos nos dados da observaçaõ, e substituindo estes valôres na equaçaõ primitiva (a) acharemos o valor de D.

O valor de π, huma vez achado, servirá para todas, e quaesquer determinações, em que haja de empregar-se o mesmo ballaõ.

2.º *Methodo: pelos gazes humidos.*

147. Se he possivel sêcar perfeitamente os gazes, que se empregaõ nas experiencias acima indicadas, para a determinaçaõ de π, e π'; he difficil sêcar perfeitamente o ballaõ A da experiencia, e impossivel absolutamente opperar em huma athmosféra completamente privada de vapôr aquoso, como o suppõe o primeiro methodo. Daremos agora por conseguinte o methodo de obter os valôres de π, e π' em huma athmosféra humida, e empregando gazes saturados de humidade; depois veremos, que ainda, que a athmosféra naõ esteja com effeito saturada de vapôr aquoso, as nossas fórmulas, deduzidas nessa hypothese, seraõ applicaveis com huma mui pequena, e facil correcçaõ.

O processo practico será o mesmo, que no methodo antecedente, com a unica differença de fazer desapparecer delle, tudo o que saõ meios de excicaçaõ, e substituir-lhes pelo contrario os meios de saturaçaõ de humidade, consistindo em ter os gazes em contacto com a agoa, ou vasos humidos, pelo tempo necessario para a evolluçaõ de todo o vapôr aquoso, que comporta a temperatura.

O conhecimento dos dois processos dará, com huma pequena reflecçaõ, o que se deve fazer em qualquer caso, que se apresentar na practica.

148. Isto posto; passemos a deduzir as formulas, correspondentes a este methodo de determinaçaõ.

O Professor Gay-Lussac tendo achado, pelo methodo, que fica exposto §§ 123, e 124, o pêso do vapôr aquoso, e comparando-o com o do ar athmosferico; achou, que debaixo da mesma pressaõ, e na mesma temperatura, o pêso do vapôr aquoso he os $\frac{5}{8}$ do pêso do ar athmosferico sêco. Este elemento nos he indispensavel para a determinaçaõ, que nos occupa.

149. Chamando (como no methodo antecedeute) π o pêso do volume de ar sêco na temperatura zero, e sob a pressaõ de $0^m,76$, igual ao volume V do nosso ballaõ a zero de temperatura; o pêso de ar sêco igual ao volume do ballaõ na temperatura t, será, sob a preessaõ p, o mesmo, que determinámos no 1.º methodo (expressaõ 2.ª), isto he . . .

$$\frac{\pi p\,(1+dt)}{(1+t.\,0{,}00375)\,0^m{,}76} \quad \text{- - - - - - -} \quad (1)$$

Se agora suppôzermos este volume de ar saturado de humidade, este pêso será differente. Procuremos determinar qual elle será neste caso.

Sob a mesma pressaõ, e na mesma temperatura hum volume de vapôr aquoso, igual ao precedente, pesaria os $\frac{5}{8}$ delle, isto he - - - - - - - - - - - - - - - - -

$$\frac{5\pi\, p\,(1+dt)}{8\,(1+t.\,0{,}00375)\,0^m{,}76} \quad \text{- - - - -} \quad (2)$$

mas a pressaõ sobre o vapôr aquoso na nossa experiencia, ou, o que he o mesmo, a força elastica deste vapôr (*) naõ he p, pois que esta força elastica só póde ter lugar na temperatura da ebulliçaõ, será pois F, cujo valor poderemos achar na taboa (H). E reflectindo, que os pêsos dos vapôres saõ proporcionaes ás suas forças elasticas, o pêso do vapôr, cuja força elastica he F, será igual ao pêso do vapôr, cuja força elastica he p, multiplicado por $\frac{F}{p}$, isto he, no nosso caso (2) -

$$\frac{5\pi p(1+dt)F}{8(1+t.0{,}00375)0^m{,}76\,p} = \frac{5\pi(1+dt)F}{8(1+t.0{,}00375)0^m{,}76} \quad (3)$$

Tal será pois o pêso do vapôr de agoa, contido no volume de ar, igual ao do ballaõ na temperatura t, e sob a pressaõ p.

Mas este vapôr occupa huma parte do volume, que, se elle naõ existisse, sería cheio de gaz sêco, o qual pesando os $\frac{8}{5}$ do pêso do vapôr, o seu pêso sería - - - - - - - -

$$\frac{5\pi(1+dt)F}{8(1+t.0{,}00375)0^m{,}76}\cdot\frac{8}{5} = \frac{\pi(1+dt)F}{(1+t.0{,}00375)0^m{,}76} \quad (4)$$

Ora o pêso do volume de ar saturado de humidade, igual ao volume interior do ballaõ na temperatura t, e sob a pressaõ p, deve ser igual ao pêso de hum igual volume de ar sêco, diminuido do pêso do volume de ar sêco, que o vapôr substitue, e accrescentado do pêso do mesmo vapôr, isto he, igual á expressaõ (1), menos a expressaõ (4), mais a expressaõ (3), ou

$$\frac{\pi p(1+dt)}{(1+t.0{,}00375)0^m{,}76} - \frac{\pi(1+dt)F}{(1+t.0{,}00375)0^m{,}76} + \frac{5\pi(1+dt)F}{8(1+t.0{,}00375)0^m{,}76}$$

$$= \frac{\pi(1+dt)(p-F+\frac{5}{8}F)}{(1+t.0{,}00375)0^m{,}76} = \frac{\pi(1+dt)(p-\frac{3}{8}F)}{(1+t.0{,}00375)0^m{,}76} \quad (5)$$

(*) Por quanto mostrámos, que se a pressaõ sôbre huma mistura de gaz, e vapôr he P, o vapôr só supporta huma parte de P igual á sua força elastica, e o resto he sustentado pela elasticidade do gaz, § 119, e seguintes.

Tal será a perda do pêso do ballaõ devida ao ar humido, que desloca a sua capacidade interna, quando o pêsamos vazio (opperaçaõ 1.ª), e se esta experiencia dér o seu pêso apparente igual a P', o pêso absoluto do ballaõ será - - -

$$P = P' + \frac{\pi\,(1 + dt)\,(p - \frac{3}{8}F)}{(1 + t.\,0{,}00375)\,0^m{,}76} + \varphi, \quad - - - (6)$$

tendo φ neste methodo a mesma significaçaõ, que no antecedente, e sendo-lhe applicaveis as mesmas considerações.

Sejaõ agora t', e p' a temperatura, e a pressaõ no momento, em que o ballaõ se enche de ar saturado de humidade (2.ª opperaçaõ); representando por F' a força elastica do vapôr de agoa na temperatura t', o pêso do ar humido contido no ballaõ, será - - - - - - - - - - - - - - -

$$\frac{\pi\,(1 + dt')\,(p' - \frac{3}{8}F')}{(1 + t'.\,0{,}00375)\,0^m{,}76}$$

expressaõ, que se obtem, mudando t, p, e F em t', p', e F' na expressaõ (5).

Se fôrem similhantemente t'', e p'' a temperatura, e a pressaõ, quando se pêsa o ballaõ cheio de ar humido (opperaçaõ 3.ª), representando por F'' a força elastica do vapôr de agoa na temperatura t''; a perda de pêso do ballaõ no ar será -

$$\frac{\pi\,(1 + dt'')\,(p'' - \frac{3}{8}F'')}{(1 + t''\,0{,}00375)\,0^m{,}76} + \varphi$$

Por tanto, se esta 3.ª opperaçaõ dér por pêso apparente do ballaõ cheio de ar humido P'', o seu pêso real será - -

$$P = P'' + \frac{\pi(1 + dt'')(p'' - \frac{3}{8}F'')}{(1 + t''\,0{,}00375)\,0^m{,}76} + \varphi - \frac{\pi(1 + dt')(p' - \frac{3}{8}F')}{(1 + t'\,0{,}00375)\,0^m{,}76};$$

e subtrahindo desta equaçaõ a equaçaõ (6), vem - - - -

$$0 = P'' - P' + \frac{\pi(1 + dt'')\,(p'' - \frac{3}{8}F'')}{(1 + t''.\,0{,}00375)\,0^m{,}76} + \varphi - \frac{\pi(1 + dt')\,(p' - \frac{3}{8}F')}{(1 + t'.0{,}00375)\,0^m{,}76} - \frac{\pi\,(1 + dt)\,(p - \frac{3}{8}F)}{(1 + t.0{,}00375)\,0^m{,}76} - \varphi$$

ou

$$0^m{,}76\,(P'' - P') = \pi\left(\frac{(1 + dt)\,(p - \frac{3}{8}F)}{1 + t.\,0{,}00375} + \frac{(1 + dt')\,(p' - \frac{3}{8}F')}{1 + t'.\,0{,}00375} - \frac{(1 + dt'')\,(p'' - \frac{3}{8}F'')}{1 + t''.\,0{,}00375}\right)$$

da qual se tira

$$(A) \cdot \pi = \frac{(P'' - P')\ 0^m,76}{\frac{(1+dt)(p-\frac{3}{8}F)}{1+t.\ 0,00375} + \frac{(1+dt')(p'-\frac{3}{8}F')}{1+t'.\ 0,00375} - \frac{(1+dt'')(p''-\frac{3}{8}F'')}{1+t''.\ 0,00375}}$$

Se nesta expressaõ fizessemos F, F', F'' iguaes a zero, isto he, se suppozessemos a tensaõ do vapôr nulla, ou o que he o mesmo os gazes sêcos, a fórmula se tornaria, como deve ser, na fórmula (A) do methodo antecedente.

Passando á determinaçaõ de π': sejaõ t''', e p''' a temperatura, e pressaõ, no momento, em que se introduz no ballaõ o gaz saturado de humidade (opperaçaõ 4.ª). Lembrando-nos, que π' representa o pêso do volume de ar sêco, sob a pressaõ de $0^m,76$, e na temperatura, 0^o, igual ao volume do ballaõ naquella temperatura; o pêso do volume de gaz sêco, que o ballaõ conteria na temperatura t''', e sob a pressaõ p''', sería - - - - - - - - - - - - - - - - - - -

$$\frac{\pi'(1 + dt''')\ p'''}{(1 + t'''.\ 0,00375)\ 0^m,76}.$$

Mas como o gaz, que introduzimos no ballaõ está saturado de humidade, se representarmos por F''' a força elastica do vapôr aquoso na temperatura t''', este gaz conterá hum pêso de vapôr igual a - - - - - - - - - - - - - - - - - - -

$$\frac{5\ \pi(1 + dt''')\ F'''}{8\ (1 + t'''.\ 0,00375)\ 0^m,76},$$

expressaõ, que evidentemente se deve achar, mudando t, p, e F em t''', p''', e F''' na expressaõ (3), acima achada.

Este vapôr substitue no ballaõ huma quantidade de gaz, que se elle naõ existisse, supportaria huma pressaõ, igual á que elle sustenta, isto he, á força elastica F''', o pêso pois desta quantidade de gaz sería - - - - - - - - - - - - -

$$\frac{\pi'\ (1 + dt''')\ F'''}{(1 + t'''.\ 0,00375)\ 0^m,76}.$$

Por tanto o pêso do gaz saturado de humidade, que o ballaõ contém na temperatura t''', e sob a pressaõ p''', he -

$$\frac{\pi'(1+dt''')p'''}{(1+t'''.0{,}00375)0^m{,}76}-\frac{\pi'(1+dt''')F'''}{(1+t'''.0{,}00375)0^m{,}76}+\frac{5\,\pi(1+dt''')F'''}{8(1+t'''.0{,}00375)0^m{,}76}=$$
$$\frac{\pi'(1+dt''')(p'''-F''')}{(1+t'''.0{,}00375)0^m{,}76}+\frac{5\,\pi(1+dt''')F'''}{8(1+t'''.0{,}00375)0^m{,}76}$$

Sejaõ agora t'''', e p'''' a temperatura, e a pressaõ no momento, em que se pésa o ballaõ cheio de gaz saturado de humidade (5.ª e ultima opperaçaõ), e representemos por F'''' a força elastica do vapôr aquoso nesta temperatura; a perda de pêso, que o ballaõ experimentará, por ser pêsado no ar humido, será - - - - - - - - - - - - - - - - - -

$$\frac{\pi(1+dt'''')(p''''-\frac{3}{8}F'''')}{(1+t''''.0{,}00375)0^m{,}76}+\varphi;$$

expressaõ, que se deve evidentemente obter, mudando t, p, e F em t'''', p'''', e F'''' na expressaõ (5), e accrescentando φ.

Se por tanto, o pêso apparente do ballaõ nesta ultima experiencia fôr P''', o seu pêso absoluto, será - - - - - -

$$P=P'''+\frac{\pi(1+dt'''')(p''''-\frac{3}{8}F'''')}{(1+t''''0{,}00375)0^m{,}76}+\varphi-\frac{\pi'(1+dt''')(p'''-F''')}{(1+t'''.0{,}00375)0^m{,}76}$$
$$-\frac{5\,\pi(1+dt''')F'''}{8(1+t'''.0{,}00375)0^m{,}76}$$

Se desta equaçaõ subtrahirmos membro a membro, a equaçaõ (6) virá - - - - - - - - - - - - - - - - -

$$0=P'''-P'+\frac{\pi(1+dt'''')(p''''-\frac{3}{8}F'''')}{(1+t''''.0{,}00375)0^m{,}76}-\frac{\pi(1+dt)(p-\frac{3}{8}F)}{(1+t.0{,}00375)0^m{,}76}$$
$$-\frac{5\,\pi(1+dt''')F'''}{8(1+t'''.0{,}00375)0^m{,}76}-\frac{\pi'(1+dt''')(p'''-F''')}{(1+t'''.0{,}00375)0^m{,}76},$$

ou

$$\pi'\frac{(1+dt''')(p'''-F''')}{1+t'''.0{,}00375}=(P'''-P')0^m{,}76+\frac{\pi(1+dt'''')(p''''-\frac{3}{8}F'''')}{1+t''''.0{,}00375}$$
$$-\frac{\pi(1+dt)(p-\frac{3}{8}F)}{1+t.0{,}00375}-\frac{5\,\pi(1+dt''')F'''}{8(1+t'''.0{,}00375)};$$

da qual se tira finalmente

$$(B) \cdot \pi' = \frac{1 + t'''.\,0{,}00375}{(1+dt''')(p'''-F''')}\left\{\begin{array}{l}(P'''-P')\,0^m{,}76 + \frac{\pi(1+dt'''')(p''''-\frac{3}{8}F'''')}{1+t''''.\,0{,}00375} \\ -\frac{\pi(1+dt)(p-\frac{3}{8}F)}{1+t.\,0{,}00375} - \frac{5\pi(1+dt''')F'''}{8(1+t'''.\,0{,}00375)}\end{array}\right\}$$

Se nesta equaçaõ fizermos F, F''', e F'''' iguaes a zero, isto he, se suppozermos os gazes sêcos; virá, como dev ser, a formula correspondente (B) do primeiro methodo.

150. Neste segundo methodo temos supposto a athmosfér exterior, na qual se tomaõ os diversos pêsos, saturada de humidade; porém poucas, ou nenhumas vezes ha occasiaõ d assim a encontrar na practica; mas as formulas seraõ evidentemente verdadeiras, apezar disto, dando a F, e F'''', qu saõ as forças elasticas do vapôr relativas á athmosféra, na os valores, que corresponderiaõ a saturaçaõ; mas sim os correspondentes ao estado hygrometrico da mesma athmosféra.

151. Existe porém meio de nos tornarmos, sem erro apreciavel, independentes dos valôres de F, e de F'''', todas as vezes, que as variações do estado da athmosféra naõ saõ extraordinariamente irregulares. Appliquemos este meio á expressaõ de π' na fórmula (B) ultimamente achada.

Depois de fazer o pêso do ballaõ cheio de gaz saturad de vapôr (opperaçaõ 5.ª) faça-se outra vez o vácuo no ballaõ, e pése-se o ballaõ vazio, seja o seu pêso apparente P'''' e sejaõ t^v, p^v, e F^v a temperatura, a pressaõ, e a forç elastica do vapôr da athmosféra, nesta temperatura.

Se combinarmos este novo pêso do ballaõ vazio, com o pêso do ballaõ cheio de gaz da (5.ª opperaçaõ), do mesmo modo, que com elle combinámos o outro pêso P' do ballaõ vazio, observado na temperatura t, sob a pressaõ p, e sendo a tensaõ do vapôr da athmosféra F; virá huma expressaõ de π' similhante á expressaõ (B), na qual P', t, p, e F seraõ substituidos por P'''', t^v, p^v, F^v, sendo por tanto esta expressaõ - - - - - - - - - - - - - - - - - -

$$\pi' = \frac{1 + t'''.\,0{,}00375}{(1+dt''')(p'''-F''')}\left\{\begin{array}{l}(P'''-P'''')\,0{,}^m76 + \frac{\pi(1+dt'''')(p''''-\frac{3}{8}F'''')}{1+t''''.\,0{,}00375} \\ -\frac{\pi(1+dt^v)(p^v-\frac{3}{8}F^v)}{1+t^v.\,0{,}00375} - \frac{5\pi(1+dt''')F'''}{8(1+t'''.\,0{,}00375)}\end{array}\right\}$$

Sommando membro a membro esta equaçaõ com a equaçaõ (B), vem - - - - - - - - - - - - - - - - - -

$$(C)\ 2\pi' = \frac{1+t'''.\ 0{,}00375}{(1+dt''')\ (p'''-F''')} \left\{ \begin{array}{l} (2P'''-P'-P'''')\ 0^m{,}76 + \dfrac{2\pi\,(1+dt'''')\,(p''''-\frac{3}{8}F'''')}{1+t''''\ 0{,}00375} \\ -\ \dfrac{10\,\pi\,(1+dt''')\ F'''}{8\,(1+t'''.\ 0{,}00375)} - \dfrac{\pi\,(1+dt)\,(p-\frac{3}{8}F)}{1+t.\ 0{,}00375} \\ -\ \dfrac{\pi\,(1+dt^{v})\,(p^{v}-\frac{3}{8}F^{v})}{1+t^{v}.\ 0{,}00375} \end{array} \right.$$

Reflectindo agora, que o pêso do ballaõ cheio de gaz he tomado em huma épocha intermedia entre os dois pêsos do ballaõ vazio, e que suppôzemos as variaçóes da athmosféra entre hum, e outro pêso do ballaõ, uniformes: se forem tambem os pêsos do ballaõ vazio, feitos em épochas sensivelmente equidistantes do pêsar do ballaõ cheio, o valor - - -

$$\frac{\pi\,(1+dt'''')\,(p''''-\frac{3}{8}F'''')}{1+t''''.\ 0{,}00375}$$

relativo ao pêsar do ballaõ cheio, será meia proporcional arithmetica entre os valores similhantes - - - - - - - - -

$$\frac{\pi\,(1+dt)\,(p-\frac{3}{8}F)}{1+t.\ 0{,}00375},\ \text{e}\ \frac{\pi\,(1+dt^{v})\,(p^{v}-\frac{3}{8}F^{v})}{1+t^{v}.\ 0{,}00375}$$

relativos aos dois pêsos do ballaõ vazio, e por consequencia será -

$$\frac{2\pi\,(1+dt'''')\,(p''''-\frac{3}{8}F'''')}{1+t''''.\ 0{,}00375} = \frac{\pi\,(1+dt)\,(p-\frac{3}{8}F)}{1+t.\ 0{,}00375} + \frac{\pi\,(1+dt^{v})\,(p^{v}-\frac{3}{8}F^{v})}{1+t^{v}.\ 0{,}00375}$$

e substituindo este valor na equaçaõ (C), teremos - - -

$$2\pi' = \frac{1+t'''.\ 0{,}00375}{(1+dt''')\,(p'''-F''')}\left((2P'''-P'-P'''')\,0^m{,}76 - \frac{10\,\pi\,(1+dt''')\,F'''}{8\,(1+t'''.\ 0{,}00375}\right)$$

e dividindo ambos os membros por 2 - - - - - - - - - -

$$(D)\ \pi' = \frac{1+t'''.\ 0{,}00375}{(1+dt''')\,(p'''-F''')}\left[\left[P'''-\frac{(P'+P'''')}{2}\right]0^m{,}76 - \frac{5\,\pi\,(1+dt''')\,F'''}{8\,(1+t'''.\ 0{,}00375}\right.$$

Equaçaõ, que contendo sómente F''', quer dizer, a força elastica do vapôr, contido no gaz saturado, que enche o ballaõ, he independente do estado hygrometrico da athmosféra.

Se nesta expressaõ suppôzermos F''' igual a zero, vem

$$\pi' = \frac{\left(p''' - \frac{(P' + P'''')}{2}\right)(1 + t'''.0{,}00375)\,0^m{,}76}{(1 + dt''')\,p'''} \quad \text{- - (D')}$$

Fórmula esta, que nos ensina a achar π', empregando o gaz sêco, e independentemente do estado da athmosféra, e que he a unica, que se póde empregar para a determinaçaõ da densidade dos gazes soluveis na agoa, os quaes, naõ podendo estar em contacto com ella sem se dissolverem, já mais se pódem saturar de vapôr aquoso. Estas fórmulas (D), e (D') só pódem porém ser empregadas, quando os pêsos consecutivos saõ feitos em épochas proximas, e que naõ saõ rápidas, e por extremo irregulares as variações da athmosféra; sem as quaes condições, seriaõ erroneas, e conducentes para a inexactidaõ dos resultados, as hypotheses, que fizemos na sua deducçaõ.

Taes saõ os methodos, pelos quaes se obtem a densidade dos diversos gazes, expressa na do ar athmosférico, considerada como unidade. O mappa (L), contém as densidades de hum certo numero de gazes simplices, e compostos, expressa na do ar athmosférico, segundo as melhores observações.

Se D exprimir a densidade de hum gaz qualquer, expressa na do ar athmosférico, e D' a densidade do ar athmosférico, expressa na da agoa distilada no maximo de condensaçaõ, a que chamâmos 1, teremos, chamando D'', a densidade do gaz, expressa tambem na da agoa - - - -

$$1 : D' : : D : D'' = DD',$$

he pois necessario, para ter a dansidade de qualquer gaz expressa na da agoa, conhecer a densidade D' do ar expressa naquella unidade.

Para obter este conhecimento he necessario pêsar o mesmo ballaõ vazio, cheio de ar sêco, e cheio de agoa no maximo de condensaçaõ. Como porém he impossivel na practica obter rigorosamente estas circunstancias. O calculo reduzirá todos os pêsos a serem comparaveis. O calculo para isto necessario fica exposto nos §§ antecedentes, em quanto ao pêsar do ballaõ vazio, e cheio de gaz sêco; e em quanto á agoa, he só preciso attender á sua dilataçaõ, e á do vaso, objectos, que tambem já desenvolvemos.

Por este methodo, e por experiencias huma, e muitas vezes repetidas, e comparadas, sabemos hoje, que a densidade do ar, he $\frac{1}{769{,}44}$ da densidade da agoa distilada no maximo de condensaçaõ. O conhecimento desta densidade nos serve. tanto para calcular a de qualquer outro gaz, como para ter o pêso absoluto de hum volume dado de hum gaz qualquer, em huma temperatura, e debaixo de huma pressaõ conhecidas.

A

Misturas	*Propor-ções*	*Descenso do thermometro*	*Frio produzido*
Hydrochlorato de ammonia Nitrato de Patassa . . . . Agoa	5 5 16	de + 10° a — 12°	22°
Hydrochlorato de ammonia Nitrato de Potassa . . . Sulfato de soda . . . . . Agoa	5 5 8 16	de + 10° a — 16°	26
Sulfato de soda . . . . . Nitrato de ammonia . . . Acido nitrico fraco . . .	6 5 4	de + 10° a — 26°	36
Phosphato de soda . . . Nitrato de ammonia . . . Acido nitrico fraco . . .	9 6 4	de + 10° a — 29°	39
Neve . . . . Hydrochlorato de soda . .	2 1	de 0° a — 20°	20°
Neve . . . . Hydrochlorato de soda . . Hydrochlorato de ammonia	5 2 1	de 0° a — 24°	24°
Neve . . . . Acido sulfurico fraco . .	3 2	de 0° a — 30°	30°
Neve . . . . Nydrochlorato de cal . .	4 5	de 0° a — 40°	40°
Neve . . . . Potassa	3 4	de 0° a — 46°	46°

B

Nomes das Substancias	*Caloricos especificos*
Agoa	1,00000
Folha de ferro	0,11051
Vidro sem chumbo	0,19290
Mercurio	0,02900
Deutoxido de mercurio	0,05011
Chumbo	0,02819
Deutoxido de chumbo	0,06227
Estanho	0,04754
Enxôfre	0,20850
Azeite oliveira	0,30961
Cal viva do Commercio	0,21689
Mistura de 9 partes de cal, e 16 de agoa .	0,43912
Acido sulfurico de 1,87058 de densidade . .	0,33460
Acido nitrico de 1,29895 de densidade . . .	0,66139

C

Nomes dos Gazes	*Caloricos especificos*	
	Em volumes iguaes	*Em pesos iguaes*
Ar athmosferico	1,0000	1,0000
Hydrogenio	0,9033	12,3401
Acido carbonico	1,2583	0,8280
Oxigenio	0,9765	0,8848
Azote	1,0000	1,0318
Oxido de azote	1,3503	0,8878
Hydrogenio percarboretado	1,5530	1,5763
Oxido de carbone	1,0340	1,0805
Vapôr de agoa	1,9600	3,1360

D

Nomes das Substancia	*Caloricos especificos*
Agoa	1,0000
Ar athmosferico	0,2669
Hydrogenio	3,2936
Acido carbonico	0,2210
Oxigenio	0,2361
Azote	0,2754
Oxido de Azote	0,2369
Hydrogenio percarboretado	0,4207
Oxido de Carbone	0,2884
Vapôr de agoa	0,8470

E

Podêr emissivo		Podêr reflectidôr	
Carvaõ de fumo	100	Lataõ	100
Agoa	100	Prata	90
Papel de escrever	98	Folha de estanho	80
Crown-glass	90	Aço	70
Tinta da China	88	Chumbo	60
Gelo	85	Amálgama de estanho . . .	10
Mercurio	20	Vidro	10
Chumbo limpo	19	Vidro oleado	5
Ferro polido	15		
Estanho, prata, cobre, e ouro	12		

F

Nomes das Substancias	*Dilataçaõ das barras, cujo comprimento a zero se toma por unidade.*	
	De 0° a 100°.	*Por cada grdo.*
Aço naõ temperado	. 0,00107915 . .	$\frac{1}{92664}$
Aço temperado	. 0,00123956 . .	$\frac{1}{80674}$
Prata de copélla	. 0,00190974 . .	$\frac{1}{52363}$
Prata com $\frac{1}{10}$ de liga	. 0,00190868 . .	$\frac{1}{52392}$
Cobre	. 0,00171735 . .	$\frac{1}{58231}$
Lataõ	. 0,00187821 . .	$\frac{1}{53215}$
Estanho da India	. 0,00193765 . .	$\frac{1}{51609}$
Estanho de Falmouth	. 0,00217298 . .	$\frac{1}{46161}$
Ferro forjado	. 0,00122045 . .	$\frac{1}{84937}$
Ferro tirado á fieira	. 0,00123504 . .	$\frac{1}{81157}$
Flint-glass	. 0,00081166 . .	$\frac{1}{124834}$
Mercurio	. 0,00615915 . .	$\frac{1}{16236}$
Ouro puro	. 0,00146606 . .	$\frac{1}{68202}$
Ouro naõ recozido $\frac{1}{10}$ de liga	. 0,00155155 . .	$\frac{1}{64432}$
Ouro identico recozido	. 0,00151361 . .	$\frac{1}{66067}$
Platina	. 0,00085655 . .	$\frac{1}{116748}$
Chumbo	. 0,00284836 . .	$\frac{1}{35108}$
Vidro de França com chumbo	. 0,00087199 . .	$\frac{1}{114680}$
Vidro sem chumbo (em tubo)	. 0,00087572 . .	$\frac{1}{114191}$
Vidro de Saint-Gobain	. 0,00089089 . .	$\frac{1}{112247}$

G

Thermometro de mercurio	Thermometro de agoa		Temperaturas R.	Volumes da agoa	Dilatação
80	80,0		0,00	1,00000	0,00000
70	62,0		3,56	0,99988	— 0,00012
60	55,8		8,00	1,00014	+ 0,00014
50	52,0		16,89	1,00181	+ 0,00188
40	20,5		28,00	1,00583	+ 0,00583
30	11,2		30,22	1,00684	+ 0,00684
20	4,1				
10	0,2				
0	0,0				

H

Temperatura	Tensaõ do vapôr	Temperatura	Tensaõ do vapôr	Temperatura	Tensaõ do vapôr	Temperatura	Tensaõ do vapôr
— 20	1,333	18	15,353	56	119,39	94	611,18
— 19	1,429	19	16,288	57	125,31	95	634,27
— 18	1,531	20	17,314	58	131,50	96	658,05
— 17	1,638	21	18,317	59	137,94	97	682,59
— 16	1,755	22	19,417	60	144,66	98	707,63
— 15	1,879	23	20,577	61	151,70	99	733,46
— 14	2,011	24	21,805	62	158,96	100	760,00
— 13	2,152	25	23,090	63	166,56	101	787,27
— 12	2,302	26	24,452	64	174,47	102	815,26
— 11	2,461	27	25,881	65	182,71	103	843,98
— 10	2,631	28	27,390	66	191,27	104	873,44
— 9	2,812	29	29,045	67	200,18	105	903,64
— 8	3,005	30	30,643	68	209,44	106	934,81
— 7	3,210	31	32,410	69	219,06	107	966,31
— 6	3,428	32	34,261	70	229,07	108	994,79
— 5	3,660	33	36,188	71	239,45	109	1032,04
— 4	3,907	34	38,254	72	250,23	110	1066,06
— 3	4,170	35	40,404	73	261,43	111	1100,87
— 2	4,448	36	42,743	74	273,03	112	1136,43
— 1	4,745	37	45,038	75	285,07	113	1172,78
0	5,059	38	47,579	76	297,57	114	1209,90
+ 1	5,393	39	50,147	77	310,49	115	1247,81
2	5,748	40	52,998	78	323,89	116	1286,51
3	6,123	41	55,772	79	337,76	117	1325,98
4	6,523	42	58,792	80	352,08	118	1366,22
5	6,947	43	61,958	81	367,00	119	1407,24
6	7,396	44	65,627	82	382,38	120	1448,83
7	7,871	45	68,751	83	398,28	121	1491,58
8	8,375	46	72,393	84	414,73	122	1534,89
9	8,909	47	76,205	85	431,71	123	1578,96
10	9,475	48	80,195	86	449,26	124	1623,67
11	10,074	49	84,370	87	467,38	125	1669,31
12	10,707	50	88,742	88	486,09	126	1715,58
13	11,378	51	93,301	89	505,38	127	1762,56
14	12,087	52	98,075	90	525,28	128	1810,25
15	12,837	53	103,06	91	545,80	129	1858,63
16	13,630	54	108,27	92	566,95	130	1907,67
17	14,468	55	113,71	93	588,74		

As tensões saõ medidas em millimetros de mercurio a zero.

I

Experiencia sobre o vapor aquôso. Cada divisaõ da campanula he igual a 0,00499316 litres.	Pêso da bôlha de vidro vazia . . 0^{g},791 Pêso da bôlha cheia . . . . . . 1,391 Volume do vapôr a 100° . . 220 divisões Columna de mercurio na campanula 0^{m},52 Columna do barometro . . . . 0^{m},7555 Temperatura exteriôr . . . . 15°
Vapor do Ether sulfurico. Cada divisaõ da campanula he como acima 0,00499316 litres.	Pêso da bôlha vazia . . . . . . 1^{g},498 Pêso da bôlha cheia . . . . . . 3,491 Volume do vapôr a 100° . . 194 divisões Columna de mercurio na campanula 0,^{m}076 Columna do barometro . . . . 0^{m},7662 Temperatura exteriôr . . . . . . + 10°

K

Tensaõ do vapôr	Gráos do hygrómetro	Tensaõ do vapôr	Gráos do hygrómetro	Gráos do hygrómetro	Tensaõ do vapôr	Gráos do hygrómetro	Tensaõ do vapôr
0	0,00	51	72,94	0	0,00	51	28,58
1	2,19	52	73,68	1	0,45	52	29,38
2	4,37	53	74,41	2	0,90	53	30,17
3	6,56	54	75,14	3	1,35	54	30,97
4	8,57	55	75,87	4	1,80	55	31 76
5	10,94	56	76,54	5	2,25	56	32,66
6	12,93	57	77,21	6	2,71	57	33,57
7	14,92	58	77,88	7	3,18	58	34,47
8	16,92	59	78,55	8	3,64	59	35,37
9	18,91	60	79,22	9	4,10	60	36,28
10	20,91	61	79,84	10	4,57	61	37,31
11	22,81	62	80,46	11	5,05	62	38,34
12	24,71	63	81,08	12	5,52	63	39,36
13	26,61	64	81,70	13	6,00	64	40,39
14	28,51	65	82,32	14	6,48	65	41,42
15	30,41	66	82,90	15	6,96	66	42,58
16	32,08	67	83,48	16	7,46	67	43,73
17	33,76	68	84,06	17	7,95	68	44,89
18	35,43	69	84,64	18	8,45	69	46,04
19	37,11	70	85,22	19	8,95	70	47,19
20	38,78	71	85,77	20	9,45	71	48,51
21	40,27	72	86,31	21	9,97	72	49,82
22	41,76	73	86,86	22	10,49	73	51,14
23	43,26	74	87,41	23	11,01	74	52,45
24	44,75	75	87,95	24	11,53	75	53,76
25	46,24	76	88,47	25	12,05	76	55,25
26	47,55	77	88,99	26	12,59	77	56,74
27	48,86	78	89,51	27	13,14	78	58,24
28	50,18	79	90,03	28	13,69	79	59,73
29	51,49	80	90,55	29	14,23	80	61,22
30	52,81	81	91,05	30	14,78	81	62,89
31	53,96	82	91,55	31	15,36	82	64,57
32	55,11	83	92,05	32	15,94	83	66,24
33	56,27	84	92,54	33	16,52	84	67,92
34	57,42	85	93,04	34	17,10	85	69,59
35	58,58	86	93,52	35	17,68	86	71,49
36	59,61	87	94,00	36	18,30	87	73,39
37	60,64	88	94,48	37	18,92	88	75,29
38	61,66	89	94,95	38	19,54	89	77,19
39	62,69	90	95,43	39	20,16	90	79,09
40	63,72	91	95,90	40	20,78	91	81,09
41	64,63	92	96,36	41	21,45	92	83,08
42	65,53	93	96,82	42	22,12	93	85,08
43	66,43	94	97,29	43	22,79	94	87,07
44	67,34	95	97,75	44	23,46	95	89,06
45	68,24	96	98,20	45	24,13	96	91,25
46	69,03	97	98,69	46	24,86	97	93,44
47	69,83	98	99,10	47	25,59	98	95,63
48	70,62	99	99,55	48	26,32	99	97,81
49	71,42	100	100,00	49	27,06	100	100,00
50	72,21		(a)	50	27,79		(b)

Nomes dos gazes	*Densidades expressas na do ar*	*Authôres das determinações*
Ar athmosférico	1,00000	Biot, e Arago
Oxigenio	1,10359	Idem
Azote.	0,96913	Idem
Hydrogenio	0,07321	Idem
Acido carbonico	1,51961	Idem
Ammonia	0,59669	Idem
Acido hydrochlorico	1,24740	Idem
Chlore	2,47000	Gay, e Thenard
Oxido de carbone	0,95690	Cruikshanks
Protoxido de azote	1,52040	Colin
Deutoxido de azote	1,03880	Berard
Acido hydrosulfurico	1,19120	Gay, e Thenard
Acido sulfurôso	2,12040	Idem
Hydrogenio percarboretado . .	0,97804	Theodoro de Saussure
Acido fluo-borico	2,37090	John Davy
Acido fluo-silicico.	3,57370	Idem
Gaz chlor-oxi-carbonico . . .	3,38880	Idem pelo calculo
Protoxido de chlore	2,37820	Idem pelo calculo
Acido hydriodico	4,44300	Gay-Lussac

SECÇAÕ III.

ACUSTICA.

Do som em geral, e das condições essenciaes para a sua existencia.

1. A *Acustica* he a parte da Physica, que tem por objecto o som, considerado, tanto em respeito á sua producçaõ, como á sua transmissaõ, como finalmente ás variações, que póde experimentar por diversas causas.

Esta parte da Physica, apezar de se achar, já hoje, bastantemente adiantada, carêce ainda de longas indagações, e aturados trabalhos, para abranger em suas explicações todas as modificações, de que o som he susceptivel. Podêmos saber, de que depende a agudêza, ou gravidade dos tons; sabemos calcular a velocidade da sua transmissaõ, nos diversos meios; porém naõ podêmos assignar causa alguma, ás modificações de suavidade, de doçura, ou de asperêza, que hum tom (sempre o mesmo, em quanto á agudêza) póde tomar, seja na corda, seja no instrumento de sôpro, seja no inimitavel apparelho da voz humana.

Estas modificações, que taõ diversamente affectaõ a imaginaçaõ, que por maneiras taõ diversas, excitaõ a sensibilidade, escapaõ inteiramente aos esforços da analyse, e naõ podêmos representa-las no calculo, nem assignar, em que ellas consistem. Naõ podêmos taõ pouco remontar ás causas, pelas quaes, tal successaõ, e combinaçaõ de tons nos encanta, e nos arrebata; em quanto tal outra, nos desagrada, e até nos incommóda.

Estas considerações nos fazem vêr, que o estudo da musica, e o da acustica, saõ totalmente diversos, apezar de versarem ambos sôbre os sons. O musico estuda a arte de deleitar a alma, de movêr as paixões, lisongeando o ouvido com a mais agradavel, ou expressiva successaõ de tons; pouco, ou nada lhe importa, porque maneira o ar, em que o som se propága, he agitádo; porque mecanismo as vibrações da voz, ou do instrumento, que maneja, se transmittem ao orgaõ auditívo; agrada, move, exprime, e dá-se por satisfeito. O physico, pelo contrario, póe de parte todo o encanto, toda a belleza da harmonía musica, e ajudado da observaçaõ, e do calculo, procura porque maneira se produzem, se propágaõ, ou finalmente, porque condições se distinguem os sons diversos.

2. Paraque exista hum som, saõ necessarias as seguintes circunstancias. 1.ª *Hum corpo vibrante.* 2.ª *Hum meio elastico, no qual se propaguem as ondulações sonóras.* 3.ª *Hum orgaõ proprio para receber a acçaõ das ondulações, e perceber a sensaçaõ do som.*

3. Todas as vezes, que hum côrpo produz hum som, as mollécculas deste corpo achaõ-se em hum estado de vibraçaõ, isto he, de hum movimento rápido de vai-vem, ou de oscillaçaõ.

Para nos convencermos desta verdade, basta applicar levemente a maõ sôbre a parêde de hum sino, na superficie de huma corda soante, &c.: em todos estes casos distinguiremos no côrpo, huma especie de tremôr, ou movimento vibratorio, muito sensivel. Nas cordas têzas, ferídas pelo arco de rebéca, as vibrações saõ assás fortes, para lançar da córda hum cavallête de papel, que sobre ella se colloque.

4. Quando o movimento vibratorio naõ póde ter lugar, naõ ha producçaõ de som; assim todos sabemos, que a percussaõ dos córpos dotados de huma certa elasticidade, he acompanhada de som, em quanto a percuçaõ dos córpos molles, e naõ elasticos, como *v. g.* a de huma pouca de manteiga, ou banha naõ calcáda, naõ produz som, ou sómente hum som quasi insensivel. Se suspendêmos por hum meio qualquer, as vibrações executadas pelo côrpo soante, o som pára immediatamente com ellas: ferindo, por exemplo, hum cópo de vidro, o cópo entra em vibraçaõ, e produz hum som; mas logo que applicando-lhe a maõ, suspendemos as vibrações do cópo, todo o som se suspende immediatamente. Teremos pois por demonstrado, o principio seguinte.

Para que exista hum som, he necessario, que haja hum corpo, cujas mollèculas estejaõ em movimento vibratorio.

5. Quando hum côrpo vibra de maneira a produzir hum som, o ouvido situado a distancia, tem o conhecimento daquellas vibrações pela sensaçaõ, que experimenta, e que chamâmos som: he pois necessario, que nestas circunstancias exista hum modo de communicaçaõ entre o côrpo vibrante, e o orgaõ auditivo.

6. Nos casos ordinarios, o ar he o vehiculo, quer dizer, o ar he o meio de communicaçaõ entre o côrpo soante, e o ouvido, que percebe o som.

Naõ pertence porém ao ar exclusivamente, a propriedade de transmittir os sons; todos os córpos elasticos possuem esta mesma propriedade: os solidos, os liquidos, assim como os vapôres, transmittem effectivamente o som ao ouvido. He porém essencial, para que o ouvido percêba hum som, que entre este orgaõ, e o côrpo vibrante, exista huma successaõ continuada de materia elastica; e todas as vezes, que esta cadeia he interrompida pelo vácuo, ou por hum côrpo distituido de elasticidade, apezar de existir hum côrpo sonóro em vibraçaõ, o ouvido naõ percebe o som.

7. Esta verdade, he facil de provar pelas experiencias seguintes.

No interior de hum ballaõ de vidro, fechado por huma viróla, e huma torneira, e tal, que no seu interior se possa fazer o vácuo, atarrachando-o na machina pneumatica, esteja suspensa por hum fio de seda frouxa, de linho, ou de algodaõ, naõ torcidos, huma campaínha de metal. Feito o vácuo no ballaõ, com a maior exactidaõ possivel, separe-se este da machina, e sacuda-se no ar: ver-se-ha o badálo ferir as parêdes da campaínha, sem que o ouvido percêba o menor som. He claro, que nestas circunstancias, a communicaçaõ elastica entre o ouvido, e a campaínha, he interrompida pelo vácuo, que medêa entre ella, e e parêde do ballaõ, e pelo fio, naõ elastico, que a sustenta. Esta falta de continuaçaõ de materia elastica, he quem prohibe a transmissaõ do som. Para o provar, deixemos penetrar o ar, no ballaõ, e no mesmo momento, obteremos hum som sensivel; porquanto, neste casó, tornar-se-ha continuada a successaõ de materia elastica, do côrpo vibrante, até ao ouvido.

Se conservando o ballaõ vazío, a suspensaõ da campainha, em vez de ser formada das materias indicadas, fôr feita de huma materia elastica; se fór, *v.g.*, huma hastea metalica, a communicaçaõ elastica entre o ouvido, e o corpo vibrante, subsistindo por aquella parte, o som, bem que frouxo, será preceptivel.

Retomemos a suspensaõ, naõ elastica, e façamos o vácuo no ballaõ, unindo á torneira ordinaria, outra torneira propria para introduzir hum liquido, no interior do apparerelho, sem deixar penetrar o ar (Secçaõ II., § 122), introduzâmos no ballaõ, gôtas de qualquer liquido, o liquido entrando no vácuo, vaporisar-se-ha, e no mesmo momento a athmosfera de vapôres, restabelecendo a cadeia elastica, o som tornar-se-ha preceptivel.

8. Estas experiencias, que poderiamos ainda variar de muitos módos, provaõ incontestavelmente o principio seguinte:

Paraque haja hum som, he necessario, que entre o corpo vibrante, e o ouvido, exista huma successaõ naõ interrompida de materia elastica.

9. A idéa do som, he-nos unicamente dada pelo apparelho auditívo; he pois este apparelho indispensavel, para que tenhamos a percépçaõ dos sons, e conseguintemente fica fóra de toda a dúvida, que todas as vezes, que ouvimos hum som, existem necessariamente as condições expendidas no § 2.

Producçaõ, e propagaçaõ do som.

10. Para considerarmos a maneira, pela qual o som se produz, e se propága, naõ tomaremos hum som continuado, e duradouro; mas começando pela investigaçaõ do phenomeno em toda a sua simplicidade, fixaremos a nossa attençaõ sobre hum som instantaneo, *v. g.*, huma explosaõ subita, hum tiro de canhaõ, que supporemos ter lugar no centro de huma massa de ar espherica, e indiffinida.

No momento da explosaõ, as molleculas, que rodeiaõ o ponto da mesma, seraõ reppellidas, em todos os sentidos; mas encontrando as molleculas do segundo strato de ar, que as envolve, comprimir-se-haõ ao mesmo passo, em que se dislócaõ. As particulas deste segundo strato aêreo, em virtude da acçaõ das do primeiro strato, deslocar-se-haõ, e comprimir-se-haõ ao mesmo passo, pela resistencia das particulas do terceiro strato de ar, que as rodeia; porém a sua agitaçaõ será já menor, que a das particulas do primeiro strato. O mesmo que dissemos das particulas do primeiro, e segundo strato, diremos das do terceiro, do quarto, &c., até huma certa distancia do centro da explosaõ, na qual esta primeira agitaçaõ será sensivelmente nulla.

A causa explosiva, (que suppozemos instantanea) cessando immediatamente, logo que produzio o seu effeito, as molleculas elasticas, comprimidas no primeiro instante, dilatar-se-haõ, reppelindo por toda a parte os obstaculos, que se lhes oppôzerem, e isto com huma força igual áquella, com que foraõ comprimidas; impellindo, e recalcando, por conseguinte, as particulas aêreas, que naõ tinhaõ sido ainda abaladas pela explosaõ primitiva, e produzido este effeito, ficaráõ em equilibrio. As particulas porém, postas por aquellas em movimento, obraráõ sobre as do strato, que as envolve, e estas sobre as do seguinte, e assim por diante, até huma certa distancia do strato primitivo, do mesmo modo, que fica dito para a explosaõ inicial, &c.: e assim, por meio desta successaõ de condensações, e rarefações alternativas, propagar-se-ha o som em toda a massa fluida.

11. Sendo, como suppôzemos, espherica a massa aêrea, em que o som se propaga, he claro, que o movimento inicial se communica a hum numero cada vez maior de particulas materiaes, á medida, que o som se affasta do centro da explosaõ, e por conseguinte, a agitaçaõ de cada huma das particulas será cada vez menor, e o som menos intenso. Este enfraquecimento do som, devendo seguir a lei geral das emanações esphericas, que partem de hum ponto, isto he, a lei da reciprocidade ao quadrado das distancias do centro de emanaçaõ.

A experiencia de accôrdo com a theoria, diariamente nos mostra, que o som produzido em hum espaço aberto, se enfraquece com a distancia, tornando-se completamente insensivel, além de hum certo limite.

Se porém a massa aêrea, na qual o som se propága, fôr huma columna cylindrica, em vez de huma esfera, a diminuiçaõ ponderada na intensidade do som, naõ deverá ter lugar, e esta intensidade deveria conservar-se rigorosamente a mesma em todas as distancias, se as fricções das molleculas aêrias; especialmente contra as parêdes, que determinaõ o cylindro, naõ produzissem inevitavelmente nella hum enfraquecimento. Em apoio desta verdade, temos ainda a experiencia.

O Professor Biot observou nos canos de hum acqueducto, vizinho a París, que as palavras pronunciadas em voz baixa, em huma das extremidades de hum canal cylindrico, de 951 métros de comprimento, se ouviaõ, quasi taõ perfeitamente na outra extremidade, como se houveraõ sido pronunciadas ao ouvido.

12. No mesmo acqueducto, teve o referido Professor occasiaõ de observar a deslocaçaõ das molleculas aêreas, no chegar da onda sonóra ao orificio do canal.

Com effeito, disparando huma pistola na entrada do cano, ao chegar da onda sonóra á outra extremidade, o abalo do ar era sufficiente para projectar a distancia os córpos leves, apagar as vélas accêsas, e outros effeitos análogos.

13. Vê-se pois, que o som se propaga no ar, e em geral em qualquer meio elastico, pelas condensaçóes, e rarefaçóes alternativas das molleculas do meio. Para dar huma imagem grosseira, mas sensivel, desta propagaçaõ, recordaremos o que fica dito á cêrca do choque dos córpos elasticos. Quando huma fieira de bollas elasticas, em contacto, he percutida em huma das extremidades, as contracçóes, e restituiçóes elasticas das diversas bollas, que fórmaõ a fieira, transmittem á ultima, sem diminuiçaõ, o impulso communicado á primeira.

14. A propagaçaõ do som, fazendo-se, como acabâmos de vêr, por huma successaõ de movimentos, exigirá necessariamente huma successaõ de instantes; isto he, o som em propagar-se a huma certa distancia, empregará necessariamente hum certo tempo.

Todos os dias temos provas experimentaes desta verdade, *v. g.*, se considerâmos de longe a explosaõ de hum canhaõ, só ouvimos o som muito depois de ter visto a luz produzida pela detonnaçaõ; do mesmo modo, o estampido dos trovóes só se escuta, muito tempo depois da appariçaõ do relampago, quando estamos distantes do lugar, em que se faz a explosaõ do raio. (*)

(*) Veremos na optica, que a velocidade de transmissaõ

15. Naõ sómente o intervalo sensivel, que se observa entre a inspécçaõ do claraõ de hum tiro, e a audiçaõ do som do mesmo tiro, nos serve de provar, que o som pôem hum certo tempo em propagar-se da boca da peça, até ao nosso ouvido; mas poderá servir-nos para medir a velocidade de propagaçaõ do som. Para este fim bastará conhecer a distancia, que nos separa da peça, e o tempo, que decorre desde a inspecçaõ do claraõ até á chegada da onda sonóra.

16. Os membros da Academia de París, no anno de 1738, determináraõ, por este meio, a velocidade de transmissaõ do som, no ar athmosferico, fazendo para este fim disparar tiros de artilheria, na dístancia de 29000 metros, do lugar da observaçaõ, e depois em distancias successivamente menores; medindo com a mais escrupulosa exactidaõ o intervalo de tempo, entre a inspecçaõ do claraõ, e a audiçaõ do som. Destas experiencias varias vezes repetidas, tiráraõ aquelles observadores, as conclusóes seguintes, as quaes tem sido confirmadas por todas as observaçóes posteriôrmente feitas, em diversos tempos, e lugares.

1.ª *A intensidade do som, naõ tem influencia sôbre a sua velocidade de transmissaõ.*

2.ª *A distancia enfraquêce a intensidade do som, mas em nada influe sobre a sua velocidade: assim o movimento de transmissaõ do som he uniforme, e nelle por conseguinte, os espaços percorridos, saõ proporcionaes aos tempos.*

3.ª *A velocidade de transmissaõ do som, he de* $337^{m},18$ *por hum segundo de tempo.*

4.ª *O estado claro, ou nebulôso da athmosféra, naõ tem influencia alguma sôbre a velocidade da transmissaõ do som.*

5.ª *Se a direcçaõ do vento he perpendicular áquella, em que se propaga o som, a sua influencia he nulla, sôbre a velocidade da transmissaõ: Se porém a direcçaõ do vento he obliqua á direcçaõ do som, a velocidade do vento decomposta segundo esta direcçaõ, e a perpendicular a ella, influirá sôbre a velocidade do som, juntando-lhe, ou diminuindo lhe todo o valôr da componente, dirigida na linha de transmissaõ, conforme a corrente do vento fôr dirigida no mesmo, ou em sentido contrario, ao da propagaçaõ do som.*

---

da luz, he tal, que perante ella saõ como nullos as maiores distancias, que podemos tomar na superficie da terra.

17. Vimos que o som podia propagar-se através dos córpos elasticos, assim como através do ar. A propagaçaõ dos sons nos córpos solidos, he mais rapida, que nos fluidos elasticos; porém o enfraquecimento de intensidade do som, he muito menos rapido nos segundos, que nos primeiros.

Hassenfratz tendo descido aos subterranêos existentes debaixo da cidade de París, e fazendo percutir a parêde de pedra de huma galería praticada nestas cavidades, e collocando-se em distancia do ponto percutido, observou, que o som transmittido ao seu ouvido, pela pedra, lhe chegava muito mais cêdo, do que aquelle, a que o ar servia de vehiculo, enviando-lhe cada percussaõ, duas sensações distinctas, huma mais prompta, porém menos intensa, por via da pedra; outra mais intensa, mas menos prompta, por meio do ar. O enfraquecimento do som transmittido pela pedra, era tanto mais rápido, que o do som transmittido pelo ar, que o primeiro se tornava inappreciavel na distancia de 134 passos; em quanto o segundo, só na distancia de 400 passos, deixava de ser sensivel.

Observou tambem o referido Physico, que o enfraquecimento dos sons, transmittido pelos solidos, varía com a natureza destes, sendo, *v. g.*, muito menor na madeira, que na pedra. Hassenfratz assegura igualmente, que a transmissaõ dos sons nos sólidos he taõ rapida, que parêce sensivelmente instantanea, na distancia de 210 passos, a maior a que o observadôr pôde estender as suas experiencias.

18. Do mesmo modo, que a intensidade do som, naõ tem influencia alguma sôbre a sua velocidade de transmissaõ, a maior, ou menor agudêza dos tons, naõ altéra de maneira alguma a dita velocidade. A prova desta verdade he completa na simples reflexaõ, do que se passa, quando de longe ouvimos executar qualquer peça de musica.

Na execuçaõ de qualquer peça de musica, os tons saõ produzidos em intervalos de tempo, marcados pela cadencia; ora, qualquer que seja a distancia, a que escutemos a musica, sempre acharemos nella o mesmo intervalo entre os diversos tons, ou a mesma cadencia; o que sería impossivel, se os tons agúdos, e gráves, que na peça de musica alternaõ huns com outros, vencessem a distancia ao ouvido, com velocidades diversas.

Discordancia entre o calculo, e a experiencia, na propagaçaõ do som: explicaçaõ desta difficuldade.

19. Sendo todos os phenomenos relativos á propagaçaõ do som, movimentos das particulas materiaes do meio, em que o som se propága, e gerados pela elasticidade delle, como acabâmos de demonstrar, estes phenomenos saõ do numero daquelles, que dependem das leis do movimento, e da elasticidade. Similhantes phenomenos, e as circunstancias, que os acompanhaõ, podem pois ser submettidas ao calculo, e com effeito o tem sido por diversos Geometras, entre os quaes citaremos Newton, como o primeiro, que trilhou esta carreira; Euller, Lagrange, e Poisson, como tendo adiantado consideravelmente esta parte da Physica-Mathematica.

A theoria do som, envolve porém expressões analyticas taõ complicadas, e transcendentes, que se nos torna impossivel inseri-la, em huma obra essencialmente elementar, como a presente; e por isso nos vêmos obrigados a remetter, nesta parte, aos Tratados especiaes de acustica, e ás Memorias, e trabalhos dos Geometras, sobre esta materia, aquelles leitôres, que desejarem profunda-la.

Naõ omittirêmos porém alguns resultados da analyse, a fim de os compararmos com os da experiencia, e demonstrarmos quaõ delicadamente o célebre Laplace investigou a verdadeira causa da divergencia apparente, que entre elles se descobre.

20. Acha-se pelo calculo, que representando por g a intensidade da gravidade na superficie da terra, por p o peso da columna de mercurio no barometro, e por d a densidade do meio, em que o som se propága: a velocidade de transmissaõ do som, terá por expressaõ - - - - - - - - - - -

$$\sqrt{\frac{gp}{d}}. \quad \text{- - - - - - - - -} \quad (a)$$

Em París, aonde foraõ feitas as experiencias sôbre a transmissaõ do som, atrás citadas, a densidade do ar na temperatura zero, e sob a pressaõ de $0,^{m}76$, he $\frac{1}{10463}$ da densidade do mercurio. Quando pois a pressaõ athmosferica fôr p, e a temperatura t°, teremos por expressaõ desta densidade, (Secçaõ II., § 104) - - - - - - - - - - - - - -

$$d = \frac{p}{10463\,(1 + t.\ 0{,}00375)\ 0{,}^{m}76}.$$

Substituindo este valôr na expressaõ (a) da velocidade do som, esta se tornará em - - - - - - - - - - - - -

$$\sqrt{\frac{gp}{\dfrac{p.}{10463\,(1 + t.\ 0{,}00375)\ 0{,}^{m}76}}}$$

ou

$$\sqrt{10463\,(1 + t.\ 0{,}00375)\ 0{,}^{m}76.\ g} \quad - - (b)$$

O valôr de g, isto he, a intensidade da gravidade, ou o caminho, que os graves descrevem, no primeiro segundo da sua quéda he, na latitude de París, de $9{,}^{m}8088$; a temperatura t, em que os membros da Academía fizeraõ as suas observações, era $6.^{\circ}$; substituindo pois estes valôres na fórmula (b), teremos a velocidade do som igual a - - - -

$$\sqrt{10463\,(1 + 6.\ 0{,}00375)\,0{,}^{m}76.\ 9{,}^{m}\,8088} = 282{,}^{m}42$$

Comparando esta velocidade, dada pelo calculo, com a velocidade de $337{,}^{m}18$, achada pela experiencia, § 16, vê-se, que a differença entre ellas, he de $54{,}^{m}76$. Huma differença tal, naõ podendo ser attribuida ás incertezas inseparaveis da experiencia, parecia indicar, que no calculo se havia omittido alguma condiçaõ essencial. Esta discordancia entre os resultados de huma analyse rigorosa, e as conclusões de experiencias, muitas vezes repetidas com toda a attençaõ, e disvélo, occupou por muito tempo a sagacidade dos Physicos, até que a perspicacia de Laplace, assignalando a condiçaõ omittida, fixou as idéas a este respeito.

21. Este profundo Geometra, lembrando-se, que todas as vezes, que hum gaz experimenta huma compressaõ, evolve huma certa quantidade de calorico, e que a elevaçaõ de temperatura augmenta a força elastica do gaz, attribuio a esta circunstancia, desprezada no calculo, a differença encontrada entre os seus resultados, e os da experiencia. Esta explicaçaõ parece poder satisfazer completamente; porém como naõ

sabemos medir as quantidades de calorico abandonadas pelos gazes na compressaõ, naõ podemos introduzi-las no calculo, e verificar por este modo directamente, a hypotese de Laplace.

22. Esta idéa, he porém fortemente corroborada pela propagaçaõ do som nos vapôres; tanto assim, que sem a admittirmos, naõ nos he possivel explicar aquella propagaçaõ. Com effeito sabemos (Secçaõ II., §§ 112), que contrahindo hum espaço saturado de vapôr, a densidade do vapôr, e a sua elasticidade naõ augmentaõ; porém, que huma certa porçaõ de vapôr, passa ao estado liquido; e por conseguinte sendo a temperatura constante, naõ poderiaõ existir nesta especie de meios, as condensações, e rarefacções alternativas; em que mostrámos consistir a propagaçaõ do som. Admittindo porém, que as condensações rapidas produzidas no meio, pelas vibrações do corpo soante, daõ lugar á evoluçaõ de calorico; a elevaçaõ de temperatura, por ellas produzida, augmentando a elasticidade do vapôr, o pôem nas circunstancias de hum fluido elastico permanente, no qual o som póde, como vimos, propagar-se.

Dos sons reflectidos, ou dos échos.

23. Quando o espaço, em que o som se progága he limitado por huma parêde, ou obstaculo qualquer, molle, e distituido de elasticidade, o movimento, que as molléculas tomaõ na onda sonóra, amortêce-se contra o obstaculo, quando a onda tem chegado a elle.

Se porém o obstaculo, que termina o espaço, tem huma superficie dura, e elastica, as molléculas comprimidas contra ella, na direcçaõ da onda sonóra, reflectem-se segundo a lei da elasticidade, quer dizer, com hum esforço, igual ao que as comprimíra, e fazendo o angulo de reflexaõ, igual ao angulo de incidencia. Pondo em movimento as molléculas adjacentes, as particulas reflectidas, geraráõ pois huma onda sonóra reflexa, igual á primeira, e dirigida da maneira, que indicámos.

Se por tanto, hum som partindo do ponto A, incidir em I, na superficie plana BC, reflectir-se-ha segundo ID; e se sobre DI produzida, tomarmos $IO = IA$, o ouvido situado em D, será affectado da mesma maneira, pelo som, Fig. 1.ª que partindo de A, se reflectio em I, que por hum igual som, que lhe fosse inviado directamente do ponto O.

A propriedade da elypse, pela qual os raios tirados dos fócos, a hum ponto qualquer da curva, fazem angulos iguaes com a normal á curva naquelle ponto, permitte construir échos artificiaes, singulares no seu effeito. Se em huma sala, cuja abóbeda tem a fórma elypsoidal, hum observador situado em hum dos fócos, profere palavras em voz baixa, hum observador situado no outro fóco, as ouvirá distinctamente pela reflexaõ na abóbeda, em quanto os espectadores espalhados no resto da sala, naõ poderáõ ouvi-las.

Dos sons continuados, ou tons.

24. Para estabelecer mais facilmente, e com maior clareza, a theoría da producçaõ, e propagaçaõ dos sons, considerámos até agora, o estrondo, ou som instantaneo, produzido por huma explosaõ súbita: passaremos porém agora, a considerar a producçaõ dos sons sustentados, ou *tons*, quaes os produzem os córpos sonóros.

Para concebermos, porque maneira se transmittem ao ouvido os tons, produzidos pelas vibrações dos córpos soantes,
Fig. 2.ª imaginaremos huma columna cylindrica de ar AB, e na entrada della huma superficie plana aa, vibrando perpendicularmente á columna, e sejaõ aa, e $a'a'$ os limites das suas excursões. Se concebermos no intervalo aa', huma infinidade de laminas de ar, cada huma dellas será successivamente chocada pela superficie vibrante, vindo de aa para $a'a'$, e cada huma dellas communicará ás seguintes a agitaçaõ recebida, de tal modo, que cada huma das laminas chocadas pela superficie vibrante, enviará ao longo da columna huma ondulaçaõ, que nella se propagará com a velocidade do som.

25. Consideremos agora na columna huma lamina, ou strato aerio LL', situado a huma distancia x da entrada da columna: este strato começará a ser agitado, quando a elle chegar a ondulaçaõ produzida pelo choque da primeira lamina de ar aa, e continuará a ser agitado, até que a elle chegue a ondulaçaõ da ultima lamina $a'a'$, extremo das excursões da superficie vibrante. Se por tanto t, representar o tempo, que a superficie vibrante gasta em vir de aa, até $a'a'$:

como a amplitude aa' das excursões sonóras, he sempre extremamente pequena, a lamina LL' será tambem agitada por hum intervalo t de tempo: e podendo dizer-se de qualquer strato aerio, tomado na columna, o mesmo, que do strato LL', t será o tempo, que dura a agitaçaõ de cada strato da columna de ar, por huma excursaõ da superficie vibrante.

26. Conhecendo a duraçaõ da agitaçaõ de cada strato aerio, e a velocidade de propagaçaõ de som, he facil achar o número de stratos, que seraõ agitados ao mesmo tempo, ou o que he o mesmo, o comprimento da onda sonóra.

Com effeito, seja t o tempo, que dura cada excursaõ da superficie vibrante, t será tambem o tempo, que dura a agitaçaõ do strato LL' (§ 25). No começo deste tempo, o strato começará a ser abalado pela primeira ondulaçaõ sonóra, provinda de aa; e no fim do dito tempo t, quando o strato céssa de ser abalado pela ultima ondulaçaõ, provinda de $a'a'$, a primeira ondulaçaõ achar-se-ha a huma distancia vt, se v representar a velocidade do som. Será pois vt, a expressaõ do comprimento da onda sonóra.

Assim se huma superficie vibrante fizer 32 excursões por segundo, teremos $t = \frac{1}{32}$; e como achámos (§ 16) a velocidade do som, igual a $337,^{m}18$ por cada segundo de tempo, teremos por comprimento da onda sonóra - - - - -

$$vt = \frac{337,^{m}18}{32} = 10,^{m}53,\ \text{proximamente 32 pés.}$$

Do mesmo modo, se a superficie vibrante fizer 8192 vibrações por segundo, o comprimento da onda sonóra, será $0,^{m}041$, ou 18 linhas proximamente.

27. Quando concebermos a superficie vibrante, hindo de $a'a'$ para aa, as agitações na columna de ar, propagar-se-haõ da mesma maneira indicada; com a unica differença, de que em vez de condensaçoes, haverá rarefacções dos stratos aêrios. Por este modo as excursões do corpo vibrante para hum, e outro lado, produziráõ ao longo da columna de ar, huma successaõ de ondas, alternativamente condensantes, e rareficantes, as quaes se propagaráõ nella com velocidades iguaes, e comprimentos constantes, em quanto naõ variar a velocidade das vibrações.

28. A successaõ destas ondas, he quem produz no ouvi-

do, que as recebe, a sensaçaõ de som, o qual será contínuo, e sustentado; isto he, será hum tom, quando as ondas se succederem assás rapidamente, para que a sensaçaõ produzida por huma dellas, dure ainda, quando a seguinte chegar ao orgaõ: este som será porém huma serie de pulsações, ou batidas, se as ondas se succederem mais lentamente (*).

29. A velocidade, com que as ondas alternativas se succedem, e por conseguinte o comprimento destas ondas, he quem determina a maior, ou menor agudêza dos tons: sendo estes tanto mais agúdos, quanto as ondas saõ mais curtas; e pelo contrario, tanto mais graves, quanto ellas tem maior comprimento.

Todos os tons appreciaveis ao commum dos ouvidos, saõ comprehendidos entre os comprimentos de ondas, acima calculadas; de 32 pés, e 18 linhas.

Dos tons produzidos pelas cordas vibrantes.

30. O ar athmosférico, he o meio geralmente empregado para transmittir ao ouvido, os tons musicos. As cordas têzas, vibrando transversalmente, e o ar agitado no interior de tubos, de fórmas, e dimenções diversas, saõ os meios, de que ordinariamente nos servimos, para communicar ao ar as vibrações sonóras. Passaremos a tratar destes diversos meios, começando pelas cordas.

31. Para provar, experimentalmente, o que temos a dizer sôbre as vibrações sonóras das cordas elasticas, servir-nos-hemos de hum instrumento mui simples, a que se dá o nome de *monocordio*, ou *sonometro*. Consiste este instrumento
Fig. 3.ª em huma caixa, horisontal, de madeira *AB*, sustentada sôbre dois pés da mesma materia. Sôbre esta caixa estende-se huma corda *ab*, prêsa pela extremidade *a*, á hastea de ferro *h*, e passando sôbre os cavalêtes *c*, e *c'*, e sôbre a roldana

(*) As nossas sensações duraõ sempre hum certo tempo, depois de haver cessado a causa, que as produzio, assim, por exemplo, hum corpo, que se move mui rapidamente na circumferencia de hum circulo, parece presente em todos os seus pontos, pela duraçaõ da impressaõ, resultante da sua passagem por cada hum delles.

metalica r; finalmente tirada na extremidade b, pelo pêso p; que póde variar-se commodamente, por se compôr de cylindros metalicos, enfiados n'huma hastea commum. Pôem-se, e tiraõ-se á vontade, no instrumento, diversos prismas triangulares, ou cavalêtes móveis, que acertando-se nas divisões de huma escala longitudinal EE', situada no tampo supperior do instrumento, dividem a corda em partes de razaõ conhecida. Conjuntamente com o sonometro, deve o observadôr ter hum pianno, ou melhor, hum orgaõ perfeitamente afinado, a fim de comparar os tons dados pela corda do sonometro, com os tons musicos do instrumento.

32. Vimos na primeira secçaõ deste tractado, fallando das vibrações das cordas elasticas, tiradas pelas suas extremidades, que o número de vibrações, executado em hum segundo de tempo, por similhantes cordas, he funçaõ do seu diamêtro, pêso, e comprimento, e da força, que as distende: conseguintemente, poderemos obter das cordas, hum determinado número de vibrações por segundo, combinando de huma maneira conveniente, as raizes indicadas desta funçaõ.

Como, sendo todas as mais circunstancias constantes, a velocidade das vibrações de huma corda, he reciproca ao seu comprimento, o comprimento das cordas será a variavel, que, por simplificar, introduziremos nas nossas experiencias.

33. Isto posto, estenda-se no sonometro, huma corda elastica, e fazendo variar convenientemente a tracçaõ por meio de pêso p, afinemos a corda de maneira, que dê o mesmo tom, que o *Dó* fundamental do pianno, que por simplificar, designaremos pelo signal Do_1. Chamemos 1, a velocidade das vibrações da corda, e tomemos do mesmo modo por unidade o seu comprimento, contado entre os dois cavalêtes fixos do instrumento; teremos *Tom* $=$ Do_1. Velocidade de vibrações $=$ 1. Comprimento da corda $=$ 1.

34. Tomemos hum cavalête movel, e situemo-lo de maneira, que divída a corda em duas partes iguaes. Fazendo vibrar cada huma das metades da corda, obteremos hum novo tom, o mesmo em ambas, e correspondendo no pianno á oitava acima do tom primitivo, designaremos este novo tom pelo signal Do_2. He claro, que sendo a velocidade das vibrações das cordas, reciproca ao comprimento dellas, a meia corda executará duas vibrações, em quanto a corda inteira, executa huma só vibraçaõ. Teremos por conseguinte:

Tom = *Do_2*. Velocidade das vibrações = 2. Comprimento da corda = $\frac{1}{2}$.

Se com novos cavalêtes dividirmos ainda a corda em $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{16}$, &c., obteremos as oitavas successivas do tom fundamental, tendo por conseguinte:

Tons	*Do_1*	*Do_2*	*Do_3*	*Do_4*	*Do_5*	&c.
Velocidade de vibração	1	2	4	8	16	&c.
Comprimentos das cordas	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	&c.

35. Se assim como afinámos a corda inteira pelo tom *Do_1*, a afinassemos por qualquer outro tom, *Sol_1*, por exemplo, tomando $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$, &c. da corda, obteriamos *Sol_2*, *Sol_3*, *Sol_4*, &c., donde concluiremos o seguinte principio:

Aos tons, cujo intervalo chamámos em musica huma oitava, correspondem velocidades de vibrações entre si, como 1 : 2, *ou* 2 : 1, *confórme o intervalo se toma de grave para agúdo, ou de agúdo para grave; o que se exprime, vulgarmente dizendo, confórme o tom sóbe, ou désce.*

36. Em vez de fixar o cavalête ao meio da corda inteira, cujo tom he *Do_1*, fixemo-lo a $\frac{1}{3}$ da corda. Ferindo a $\frac{1}{3}$ parte della, obteremos hum tom muito mais agúdo, que *Do_1*; e ferindo os $\frac{2}{3}$ restantes, obteremos a oitava abaixo do tom, dado pelo $\frac{1}{3}$ da corda. Comparando este tom, com os do pianno, ou orgaõ, acharemos, que corresponde á quinta acima de *Do_1*, isto he, a *Sol_1*, e teremos por conseguinte:

Tom = *Sol_1*, velocidade de vibrações $\frac{3}{2}$, comprimento da corda $\frac{2}{3}$; o que significa, que a corda, que dá o tom *Sol_1*, executa 1 $\frac{1}{2}$ vibrações, no tempo em que a corda, cujo tom he *Do_1*, executa huma só vibraçaõ. Continuando similhantemente as nossas observações, acharemos a correspondencia seguinte, entre os tons da escala diatonica, as velocidades de vibrações, e os comprimentos das cordas, que os produzem.

Tons.	*Velocidades de vibrações.*	*Comprimento das cordas.*
Do_1	1	1
Re	$\frac{9}{8}$	$\frac{8}{9}$
Mi	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{5}$
Fa	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{4}$
Sol	$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$
La	$\frac{5}{3}$	$\frac{3}{5}$
Si	$\frac{15}{8}$	$\frac{8}{15}$
Do_2	2	$\frac{1}{2}$

37. Taes saõ as relações do número de vibrações, executadas no mesmo tempo pelas cordas, que daõ os tons successivos da escala diatonica, e dos comprimentos das cordas, que iguaes em materia, diamêtro, e tracçaõ, produzem os referidos tons. Para ter a velocidade de vibraçaõ correspondente aos tons das oitavas superiores, multiplicaremos a expressaõ desta velocidade na oitava fundamental por 2, elevado á huma potencia, cujo expoente será o indicio da oitava, diminuido de huma unidade.

Se por exemplo, se nos pedir a velocidade de vibrações correspondentes ao tom Sol_2, Sol_3, em geral Sol_m, multiplicaremos a expressaõ $\frac{3}{2}$ desta velocidade na escala fundamental por $2.^1$ $2.^2$ em geral por $2.^{m-1}$, e teremos o seguinte:

Tons	Sol_2	Sol_3, &c.	Sol_m
Velocidades de vibrações	3	6	3.2^{m-1}

Do mesmo modo, para ter a velocidade de vibrações dos tons comprehendidos nas oitavas abaixo da fundamental, dividiremos a expressaõ desta velocidade na dita oitava, por 2, elevado á potencia $m - 1$, sendo m, o indicio da oitava. Se por exemplo, se nos pedir a velocidade de vibrações de

Re_{-2}, Re_{-3}, em geral Re_{-m}, dividiremos a expressaõ $\frac{9}{8}$, correspondente a *Re* na oitava fundamental, por 2, 4, 2^{m-1}, e teremos:

Tons . . .	Re_{-2}	. Re_{-3}	. &c.		Re_{-m}.
Velocidade de vibrações .	$\frac{9}{16}$	. . $\frac{9}{32}$	. . &c.		$\frac{9}{8.\ 2^{m-1}}$.

38. Para resolver o problema opposto, isto he: *Sendo conhecida a velocidade de vibrações da corda, achar o tom por ella produzido*? Discorreremos da maneira seguinte.

Se a expressaõ da velocidade de vibrações fôr maior, que 2, o tom achar-se ha necessariamente em huma das oitavas supperiores, á fundamental: neste caso dividiremos successivamente a expressaõ por 2, até que o seu valor se comprehenda na oitava fundamental; e comparando esta nóva expressaõ, com as dos tons da referida oitava, teremos a denominaçaõ do tom procurado, e o seu indicio será igual ao número de divisões por 2, que nos foi preciso praticar, para trazer a expressaõ primitiva á oitava fundamental.

Se *v. g.* se nos perguntar o tom dado pela corda, cuja velocidade de vibrações tem por expressaõ 18; vendo que 18, he maior que 2, dividiremos successivamente por 2, até acharmos hum quociente comprehendido na oitava fundamental, como segue:

Expressaõ $=$ a 18 ,, 1.° quociente $\frac{18}{2} = 9$,, 2.° quociente $\frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$,, 3.° quociente $\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$,, 4.° quociente $\frac{9}{8}$,, este quociente sendo já menor, que 2, procura-lo-hemos na oitava fundamental, e acharemos, que corresponde ao tom *Re*: logo o tom procurado, será Re_4; por isso que dividimos quatro vezes, por 2, a expressaõ primitiva, para a trazer á oitava fundamental. Quando a expressaõ dada, fôr menor que 1, o tom pertencerá necessariamente a huma das oitavas mais graves, que a fundamental; reduzi-la-hemos a comprehender-se nesta oitava, multiplicando as vezes necessarias por 2; entraremos na oitava fundamental, com a expressaõ reduzida, e acharemos a denominaçaõ do tom, cujo indicio nos será dado pelo número das multiplicações feitas.

Para ter, *v. g.*, o tom correspondente á velocidade de vibrações $\frac{3}{8}$, multiplicaremos successivamente por 2, como segue:

Expressaõ primitiva $= \frac{3}{8}$,, 1.º producto $\frac{3}{8} . 2 = \frac{3}{4}$,, 2.º producto $\frac{3}{4} . 2 = \frac{3}{2}$,, valor maior, que 1, e que corresponde a *Sol*, da oitava fundamental; o tom procurado, será pois Sol_{-3}.

Dos Sustenídos, e Bemoes.

Quando, sendo-nos dado o número de vibrações, executado por huma corda no tempo, em que a corda do tom Do_1 faz huma vibraçaõ, se nos pergunta o tom daquella corda, e feitas as multiplicações, ou divisões por 2, necessarias para trazer a velocidade dada, á oitava fundamental, isto he, a hum valor > 1, e < 2, póde acontecer, que aquelle valor naõ coincída com nenhuma das expressões dos 7 tons da escala diatonica; mas que fique comprehendido entre dois delles: neste caso naõ teremos designaçaõ propria para hum similhante tom; e do mesmo modo, quando hum musico quizer designa-lo, naõ terá na escala exposta, notaçaõ sufficiente.

Para remover este inconveniente, e podêr notar com a aproximaçaõ sufficiente, reccorreo-se á invençaõ dos sustenídos, e dos bemoes, de que passaremos a dar huma idéa.

40. Os tons mencionados da escala diatonica, tem vulgarmente o nome de *tons naturaes*, chamando-se os sustenídos, e os bemoes, ordinariamente, *meios tons*, denominaçaõ impropria, como brevemente o mostraremos.

41. Os sustenídos, e os bemoes, saõ novos tons, introduzidos entre os tons naturaes, para darem termos de comparaçaõ, (assás aproximados para os usos ordinarios) com todos os tons possiveis.

Se a expressaõ da velocidade de vibrações de qualquer tom natural *A*, se multiplíca por $\frac{25}{24}$, teremos huma velocidade de vibrações, hum pouco maior, que *A*, e conseguintemente obteremos a expressaõ de hum novo tom, hum pouco mais agúdo, que o tom natural, cuja expressaõ he *A*. Este novo tom será o sustenído do primeiro. Hum tom sustenído exprime-se affectando do signal ※, posto em lugar de expoente, o tom natural, a que pertence: assim, por exemplo, $La_{1}^{※}$, lê-se, *La* sustenído da oitava fundamental, e corresponde á velocidade de vibrações $\frac{5}{3} \cdot \frac{25}{24} = \frac{125}{72}$.

Se pelo contrario, a expressaõ da velocidade de vibrações de qualquer tom natural, se divide por $\frac{25}{24}$, ou o que he o mesmo, se multiplica por $\frac{24}{25}$, teremos a expressaõ da velocidade de vibrações, correspondente ao bemol do dito tom. Qualquer tom bemol, exprime-se affectando o sinal do tom natural, a que se refere, do signal $\flat$, collocado á maneira de expoente: assim, por exemplo, $La_{1}^{\flat}$, lê se, *La*, bemol da oitava fundamental, e tem por expressaõ da velocidade de vibrações, $\frac{5}{3} \cdot \frac{24}{25} = \frac{8}{5}$.

42. A escala diatonica, inseridos os bémoes, e sustenídos, dará a serie seguinte, na qual poderêmos classificar qualquer tom, com a aproximaçaõ sufficiente para os usos practicos.

Tons.	*Velocidade de vibrações.*		*Comprimento das cordas.*	
Do$_1$	1	= 1,00000	1	= 1,00000
Do※	$\frac{25}{24}$	= 1,04166	$\frac{24}{25}$	0,96000
Re^b	$\frac{27}{25}$	= 1,08000	$\frac{25}{27}$	0,92592
Re	$\frac{9}{8}$	= 1,12500	$\frac{8}{9}$	0,88889
Re※	$\frac{75}{64}$	= 1,17187	$\frac{64}{75}$	0,85333
Mi^b	$\frac{6}{5}$	= 1,20000	$\frac{5}{6}$	0,83333
Mi	$\frac{5}{4}$	= 1,25000	$\frac{4}{5}$	0,80000
Mi※	$\frac{125}{96}$	= 1,30208	$\frac{96}{125}$	0,76800
Fa^b	$\frac{32}{25}$	= 1,28000	$\frac{25}{32}$	0,78125
Fa	$\frac{4}{3}$	= 1,33333	$\frac{3}{4}$	0,75000
Fa※	$\frac{25}{18}$	= 1,38889	$\frac{18}{25}$	0,72000
Sol^b	$\frac{36}{25}$	= 1,44000	$\frac{25}{36}$	0,69444
Sol	$\frac{3}{2}$	= 1,50000	$\frac{2}{3}$	0,66667
Sol※	$\frac{25}{16}$	= 1,56250	$\frac{16}{25}$	0,64000
La^b	$\frac{8}{5}$	= 1,60000	$\frac{5}{8}$	0,62500
La	$\frac{5}{3}$	= 1,66667	$\frac{3}{5}$	0,60000
La※	$\frac{125}{72}$	= 1,73611	$\frac{72}{125}$	0,57600
Si^b	$\frac{9}{5}$	= 1,80000	$\frac{5}{9}$	0,55555
Si	$\frac{15}{8}$	= 1,87500	$\frac{8}{15}$	0,53333
Si※	$\frac{125}{64}$	= 1,95313	$\frac{64}{125}$	0,51200
Do$_2^b$	$\frac{48}{25}$	= 1,92000	$\frac{25}{48}$	0,52083
Do$_2$	2	= 2,00000	$\frac{1}{2}$	0,50000

43. Nesta escala póde, como dissemos, classificar-se qualquer tom a aproximaçaõ sufficiente, para os usos musicos ordinarios; como porém nas indagações acusticas, se encontraõ tons, que reduzidos á oitava fundamental, ficaõ ainda comprehendidos entre dois dos referidos tons, fazemos uso para os designar aproximativamente dos signaes + e — empregados, como se vê no exemplo seguinte. Se quizermos, *v. g.*, designar hum tom mais grave, que $La^{\sharp}_{1}$; porém mais agúdo, que La_1, escreveremos La_1 +, se o tom fôr mais proximo a La_1, do que a $La^{\sharp}_{1}$, e escreveremos $La^{\sharp}_{1}$ —, se o tom fôr mais proximo a $La^{\sharp}_{1}$, que a La_1.

Dos intervalos musicos, e do temperamento.

40. Chamâmos, em acustica, *intervalo*, a relaçaõ entre as velocidades de vibrações de dois tons diversos: assim 2 he o intervalo entre *Do*, e Do_2, entre Sol_3, e Sol_4, &c.

45. O intervalo entre dois tons, he independente da agudêza, ou gravidade absoluta dos mesmos tons, isto he, da velocidade absoluta de vibrações correspondente a cada hum delles. Entre La_1, e Sol_1, haverá o mesmo intervalo, que entre La_4, e Sol_4, que entre La_{-2}, e Sol_{-2}, em geral, que entre La_m, e Sol_m: com effeito quando dois tons sobem, ou descem, o mesmo numero de oitavas, as suas expressões saõ multiplicadas, ou divididas por huma mesma quantidade, o que naõ póde fazer variar a razaõ entre ellas.

46. Os intervalos entre os diversos tons da escala diatonica, tem na musica, nomes particulares, que os dois mappas seguintes, nos faraõ conhecer.

1.º

Nomes dos intervalos entre Do_1, e cada hum dos tons da escala diatónica.

Do_1 a Do_1	unisono.
Do a *Do*※	semitom menor.
Do a Re^b	semitom maior.
Do a *Re*	segunda maior.
Do a *Re*※	segunda augmentada.
Do a Mi^b	terceira menor.
Do a *Mi*	terceira maior.
Do a *Mi*※	terceira augmentada.
Do a Fa^b	quarta diminuta.
Do a *Fa*	quarta.
Do a *Fa*※	quarta augmentada.
Do a Sol^b	quinta diminuta.
Do a *Sol*	quinta.
Do a *Sol*※	quinta augmentada.
Do a La^b	sexta menor.
Do a *La*	sexta maior.
Do a *La*※	sexta augmentada.
Do a Si^b	sétima menor.
Do a *Si*	sétima maior.
Do a *Si*※	sétima augmentada.
Do_1 a Do_2^b	oitava diminuta.
Do_1 a Do_2	oitava.

2.º

Nomes, e valôres dos intervalos entre os tons successivos da escala diatonica.

De *Re* a *Do* . . .	tono maior . . .	valôr	$\frac{9}{8}$
„ *Mi* a *Re* . . .	tono menor . . .	„	$\frac{10}{9}$
„ *Fa* a *Mi* . . .	semitono maior . .	„	$\frac{16}{15}$
„ *Sol* a *Fa* . . .	tono maior . . .	„	$\frac{9}{8}$
„ *La* a *Sol* . . .	tono menor . . .	„	$\frac{10}{9}$
„ *Si* a *La* . . .	tono maior . . .	„	$\frac{9}{8}$
„ *Do* a *Si* . . .	semitono maior . .	„	$\frac{16}{15}$

47. A simples inspecçaõ dos intervalos comprehendidos no 2.º mappa, nos faz ver, que naõ saõ iguaes entre si os intervalos, entre os diversos tons da escala diatonica.

Introduzindo hum tom entre cada dois, cujo intervalo he, de hum tono inteiro, quer dizer, entre *Re* e *Do*; *Mi* e *Re*; *Sol* e *Fa*; *La* e *Sol*; *Si* e *La*; o intervalo total da oitava, isto he, o intervalo entre Do_1, e Do_2, ficará composto de 12 semitonos, os quaes seraõ desiguaes, e huns *maiores*, outros *menores*.

48. Se a estes semitonos, huns maiores, outros menores, substituissemos hum semitono unico, e igual em toda a escala, esta se tornaria completamente regular, e nella os intervalos entre todos os tons, seriaõ iguaes.

Para obter a expressaõ de qualquer tom desta escala média, naõ teremos mais, que multiplicar o semitono medio, por si mesmo tantas vezes, quantas o tom procurado tem semitonos acima de Do_1; assim por exemplo, se chamarmos S o valor do semitono medio, o tom *La*, da escala media, terá por expressaõ $S.^9$

49. Para acharmos o valor de S, isto he, a expressaõ do semitono medio, reflectiremos, que estando Do_2, doze semitonos acima de Do_1, a expressaõ de Do_2 será S^{12}; mas sabemos, que a expressaõ de Do_2, he 2; logo teremos

$$S^{12} = 2, \text{ ou } S = \sqrt[12]{2} \text{ ou Log. } S = \frac{\text{Log } 2}{12},$$

e por tanto

$$S = 1{,}059463 = 1 + \frac{59463}{1000000}.$$

50. Se agora, por meio das potencias successivas deste semitono medio, construirmos a nossa escala media; he evidente, que todos os seus intervalos seraõ iguaes, e que o sustinído de qualquer tom, será o bémol do tom immediatamente mais agúdo, como se vê no mappa seguinte.

Tons médios.		*Velocidade de vibrações.*	*Comprimento das cordas.*
Do_1	=	1,000000	 1,000000
Do※ ou *Re*♭	=	1,059463	 0,943874
Re	=	1,122462	 0,890899
Re※ ou *Mi*♭	=	1,189207	 0,840896
Mi	=	1,125992	 0,793701
Fa	=	1,334840	 0,749154
Fa※ ou *Sol*♭	=	1,414213	 0,707107
Sol	=	1,498306	 0,667420
Sol※ ou *La*♭	=	1,587400	 0,629961
La	=	1,681793	 0,594604
La※ ou *Si*♭	=	1,781796	 0,561230
Si	=	1,887745	 0,529730
Do	=	2,000000	 0,500000

51. Esta oitava regular, he a que daõ todos os instrumentos de tons fixos, como, o pianno, o psalterio, &c.;

por quanto nelles, a oitava inteira, com todos os sustinídos; e bemoes, ha dada por doze cordas unicamente, as quaes tem hum comprimento, e huma tensaõ invariaveis.

Estes instrumentos jámais podem dar as peças de musica com exactidaõ, por isso que nelles, os intervalos da escala diatonica só saõ aproximados. O contrario acontece nos instrumentos de tom variavel, como *v. g.*, a rebéca, na qual o artista, fazendo variar á vontade o comprimento da corda, póde dar com rigor os bemoes, e os sustinídos da escala de §.º 42.º

Quando porém os instrumentos de som variavel, tocaõ simultaneamente com os de som fixo, he necessario usar de aproximaçaõ, a fim de evitar a dissonancia. O modo aproximativo de distribuir a afinaçaõ nos instrumentos de som fixo, chama-se *afinaçaõ por temperamento*, e do habito, necessario para distribuir o temperamento, nasce a difficuldade maior de affinar os instrumentos de som fixo, comparativamente, á que se encontra na affinaçaõ dos outros.

52. Para mostrarmos com evidencia, a differença dos intervalos, dados pelos instrumentos de som fixo, e os intervalos rigorosos da escala de §.º 42.º, procuremos no pianno a terceira *quinta acima* de Do_1, esta quinta será dada pela corda de La_2, cuja velocidade de vibraçóes, para que seja a oitava acima de La_1, deverá ser $\frac{10}{3}$; porém a quinta acima de Do_1, he Sol_1, cuja velocidade de vibraçóes he $\frac{3}{2}$: logo a segunda quinta acima de Do_1, ou o que he o mesmo, a quinta acima de Sol_1, deverá ser $\frac{3}{2}$ de $\frac{3}{2} = \frac{9}{4}$, isto he, Re_2, e a terceira quinta acima de Do_1; ou a quinta acima de Re_2, será $\frac{3}{2}$ de $\frac{9}{4} = \frac{27}{8} = \frac{10}{3}.\ \frac{81}{80}$. Logo a corda, que dá La_2 no pianno, e que pela natureza do instrumento, deve dar a terceira quinta acima de Do_1, naõ dá rigorosamente esta quinta; mas hum tom, hum pouco mais baixo, e que para ser a quinta rigorosa, deveria ser multiplicado por $\frac{81}{80}$, factor, na verdade, mui pouco differente da unidade; mas com tudo sensivel, e que tem em musica, o nome de huma *comma maior*.

Dos tons harmónicos.

53. Quando escutâmos com pouca attençaõ o tom, produzido por huma corda vibrante, naõ distinguimos mais, que hum som simples, e unico. Se porém escolhemos huma corda assás comprida, como *v. g.*, os baixos do pianno, ou do rebecaõ, e escutâmos attentamente o som, produzido por huma similhante corda, distinguiremos, com clareza, dois tons mais fracos, e mais agúdos, que o tom principal, e estes tons seráõ taes, que se 1 representar a velocidade de vibrações do primeiro tom, 3, e 5 seráõ as expressões dos segundos. Assim, se o tom principal da corda fôr Do_1, os dois tons concomitantes seráõ Sol_2, e Mi_3, isto he, a oitava da quinta acima, e a dupla oitava da terceira acima, do tom fundamental.

Naõ saõ estes ainda os unicos tons, que simultaneamente se produzem, quando fazemos vibrar huma corda; mas hum ouvido, exercitado nesta especie de observações, consegue distinguir a oitava acima do som primitivo, e a oitava desta oitava, tons, cuja expressaõ he 2, e 4; estes tons hindo porém em intensidade decrescente, he provavel, ou por melhor dizer, he de inducçaõ rigorosa, que os demais tons, segundo a mesma lei, devem produzir-se simultaneamente, ainda, que por fracos, escapem ao nosso ouvido.

Quando pois huma corda vibra, jámais produz hum tom simples, e unico; porém huma serie indifinida de tons de intensidades decrescentes, e taes, que se representarmos por 1 a velocidade de vibrações do tom fundamental da corda, os seguintes teráõ por expressaõ a serie dos numeros 2, 3, 4, 5, 6, 7, &c.

Dâmos ao tom 1, o nome de *tom geradôr*, e aos seus concomitantes a denominaçaõ de *harmónicos* daquelle tom.

54. Alguns Physicos suppõem, que a producçaõ simultanea dos tons indicados, he devida á subdivisaõ da corda, a qual ao mesmo tempo, que vibra inteira, se subdivide em partes entre si, como, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, &c. cada huma das quaes vibra separadamente, formando-se assim, hum ventre geral no meio da corda inteira, e nódos nas suas extremidades, e do mesmo modo, ventres parciaes, em cada huma das divisões, com os nódos correspondentes nas suas extremidades,

Cada ordem de vibrações produzindo no ar as ondulações, que lhe correspondem, estas se propagaráõ simultaneamente naquelle meio, e viráõ gerar no ouvido os tons concomitantes.

Este modo de conceber o phenomeno, naõ involve contradicçaõ alguma; por quanto provasse em mechanica, a possibilidade da coexistencia de pequenas agitações diversas nas mollécnlas de hum mesmo corpo, e a propagaçaõ destas agitações sem confusaõ reciproca.

55. Outros Physicos, e com elles o Abbade Haüy, admittem na corda vibrante a faculdade de gerar no ar, ondulações diversas, segundo a lei dos harmónicos. Posto que o primeiro modo de considerar o phenomeno, nos pareça mais provavel, confessar-nos-hemos ingenuamente sem os dados necessarios para decidirmos definitivamente a questaõ; e por tanto, guiados pela experiencia, tomaremos como hum facto provado, o principio seguinte.

Toda a corda vibrante, além das ondas sonóras pertencentes ao som geradôr, produz no ar huma serie de ondulações concomitantes, correspondentes aos tons harmónicos.

56. Quando estas ondulações encontraõ córpos capazes de vibrar com ellas ao unisono, estes córpos entraõ effectivamente em vibraçaõ, e reforçaõ o tom primitivo. Se, por exemplo, ao lado humas das outras, estendermos cordas do mesmo diametro, e tracçaõ, cujos comprimentos sejaõ entre si como, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, &c. no momento, em que fizermos vibrar a corda 1, as outras cordas entraráõ em vibraçaõ, podendo o seu movimento patentear-se á vista, por meio de cavallêtes de papel, collocados no meio das cordas. O unisono he o som, que por este meio se transmitte com mais energía; havendo exemplos de homens, de voz assas forte, e sustentada, para quebrar hum cópo de vidro, entoando o unisono do cópo, na sua abertura.

57. Se com hum cavallête de papelaõ dividirmos huma corda em partes commensuraveis entre si, e neste estado a fizermos vibrar, a corda produzirá o mesmo tom, que se toda se achasse dividida em partes, cada huma dellas igual ao maior divisôr commum, entre as duas partes da corda separadas pelo cavallête. Esta divisaõ da corda, tornar-se-ha visivel, pondo cavallêtes de papel nos ventres, e nos nódos; estes permanecem, quando fazemos vibrar a corda, em quanto os outros saõ projectados.

Dos tons resultantes, de tons diversos.

58. Para formarmos huma idéa exacta, da maneira pela qual hum tom póde resultar do concurso de dois tons diversos, he necessario lembrarmo-nos, que se huma serie assás rápida de pulsações, vem ferir o orgaõ auditivo, este percebe hum som continuado, ou tom, cujo gráo de agudêza dependerá da velocidade das mesmas pulsações. Isto estabelecido; se dois tons forem taes, que as velocidades de vibrações correspondentes, estejaõ entre si como 2 : 3, taes saõ, por exemplo, Do_2, e Sol_2, he claro, que as vibrações das cordas, que os produzirem, ora coincidiráõ no mesmo instante, ora teraõ lugar em instantes diversos, e as coincidencias voltaráõ periodicamente, com intervalos sempre iguaes.

Para bem concebermos isto, representemos por AB hum intervalo de tempo tal, que nelle, a corda cujo tom he Do_2, faça quatro vibrações, por exemplo, e marquemos estas pelos pontos equidistantes $A.\ b.\ c.\ B.$ Em hum intervalo $A'B'$ de tempo, igual a AB, a corda cujo tom he Sol_2, fará seis vibrações; marquemo-las tambem pelos pontos equidistantes $a'.\ b'.\ c'.\ d'.$, &c. A simples inspecçaõ da figura, nos fará ver, que as coincidencias teráõ lugar entre as vibrações $b.\ c'$, B, e B', &c. Ora estas coincidencias produziráõ no ouvido outras tantas pulsações, as quaes, se forem assás rápidas, produziráõ hum som continuado, e haverá 2 pulsações no tempo AB: logo os dois tons Do_2, e Sol_2 affectaráõ o ouvido da mesma maneira, que o tom de huma só corda, que fizesse duas vibrações no tempo AB, isto he, no tempo, em que a corda Do_2, faz 4 vibrações, o qual tom sería Do_1. Quando pois produzimos simultaneamente os dois tons Do_2, e Sol_2, o ouvido tem a sensaçaõ de Do_1. Fig. 4.

59. Hum tom produzido pela resonancia de dois tons diversos, chama-se *tom resultante*, e generalisando o que fica exposto no exemplo antecedente, ser-nos-ha facil achar a expressaõ geral do tom resultante de dois tons quaesquer, susceptiveis de produzi-lo.

Designemos por 1 o tom Do_1, e por $\frac{n}{N}$, e $\frac{n'}{N}$ dois quaesquer tons reduzidos ao mesmo denominador: se $\frac{1}{N}$ fôr a expressaõ de outro qualquer tom; os dois tons antecedentes faraõ, o primeiro n, o segundo n' vibraçóes, em quanto este tom $\frac{1}{N}$ faz huma unica vibraçaõ. Começando pois a vibrar ao mesmo tempo, os dois tons $\frac{n}{N}$, e $\frac{n'}{N}$; haverá coincidencia entre as suas vibrações, no fim do tempo gasto em fazer huma vibraçaõ, pelo tom $\frac{1}{N}$. Para que haja neste intervalo de tempo huma coincidencia unica, será necessarío, que os numeros n, e n' sejaõ primos entre si; se porém fôrem numeros quaesquer, tendo hum factor commum a, haverá naquelle intervalo de tempo, a coincidencias: e conseguintemente, a expressaõ do tom por ellas produzido, isto he, do tom resultante dos dois $\frac{n}{N}$, e $\frac{n'}{N}$, será $\frac{a}{N}$, sendo a o maior divisor entre os numeros n, e n'.

Para achar pois a expressaõ do tom resultante de dois tons quaesquer, praticaremos da maneira seguinte.

Reduzidas as expressões dos dois tons, á mesma denominaçaõ, busque-se o maior divisor commum, entre os dois numeradôres, e divida-se este numero pelo denominadôr.

Sendo dados, por exemplo, os dois tons *Mi*, e *Fa*, cujas expressões saõ $\frac{5}{4}$, e $\frac{4}{3}$, reduzi-las-hemos á mesma denominaçaõ, o que nos dará $\frac{15}{12}$, e $\frac{16}{12}$, procurando o maior divisôr commum, entre 15, e 16, acharemos ser a unidade, e por tanto a expressaõ do tom resultante será $\frac{1}{12}$, isto he, *Fa*..

60. Para que dois tons concomitantes, possaõ assim produzir hum tom resultante, he indispensavel, que as coincidencias sejaõ assás rápidas, para produzirem no ouvido hum som sustentado, isto he, que haja mais de 32 coincidencias por segundo. Quando esta condiçaõ naõ tem lugar, a resonancia simultanea dos dois tons, produz no ouvido, huma serie de pulsações distinctas, ou batidas. He o que acontece quando tomâmos os dois tons componentes, em oitavas muito graves, como *v. g.*, quando no orgaõ se pertendem imitar rufos do tambôr.

Formação do som, nos Instrumentos de vento.

61. Depois de havermos dado huma idéa resumida dos principaes phenomenos acústicos, que acompanhaõ as vibraçóes transversaes das cordas elasticas, passaremos a expôr, os que apresenta o ar, quando além de servir de vehiculo aos sons, faz ao mesmo tempo as funcções de côrpo vibrante, isto he, passaremos a estudar os instrumentos de vento.

Os instrumentos de vento saõ de duas especies. Nos da primeira, o mesmo ar agitado he quem determina os sons, e nos da segunda, vulgarmente chamados *palhetas*, huma linguêta agitada pela corrente de ar, he quem effectua as vibraçóes: da primeira especie saõ, a Flauta, a Trompa, o Clarim, &c.: da segunda o Oboé, a Clarineta, o Fagote, &c. O Orgaõ reúne em si huma, e outra especie.

62. Todo o instrumento de vento, da primeira especie, se compôem de duas partes distinctas; a primeira, a que chamarêmos *embocadura*, tem por objecto, introduzir no instrumento huma lamina delgada de ar, a qual, quebrando-se em huma cunha, mais ou menos aguda, pôem em agitaçaõ a columna de ar, encerrada no instrumento. A maneira de introduzir a lamina de ar, e a fórma dos labios da fenda, em que ella se divide, variaõ nos diversos instrumentos: na Flauta, por exemplo, esta primeira parte he fórmada pelos labios do tocador, e as parêdes do orificio da Flauta. A theoría nada nos ensina de positivo sobre a configuraçaõ desta primeira parte dos instrumentos de vento; sendo a experiencia, quem dirige os artistas na sua construcçaõ.

A segunda parte dos instrumentos de vento, he hum tubo, ordinariamente cylindrico, unido por huma das extremidades á embocadura, e fechado, ou aberto na extremidade opposta. Em alguns instrumentos, o cylindro tem diversos orificios lateraes, que pódem fechar-se, ou abrir-se para obter do instrumento diversos tons. A columna de ar, encerrada nesta parte do instrumento, faz as funcções de côrpo vibrante, e do seu comprimento, e modo de vibraçaõ depende a agudeza, ou gravidade dos tons, dados pelo instrumento.

63. A materia, de que he formado o tubo dos instrumentos de vento, naõ inflúe sobre a agudeza dos seus tons: como he facil vêr, unindo á mesma embocadura, e fazendo pe-

netrar o ar com a mesma força em tubos, formados de materias diversas, *v. g.*, de páo, de vidro, de chumbo, de papelaõ, e até de papel; porém o timbre particular do som, depende da natureza da materia, de que o tubo he formado.

64. As agitações da columna aéria, na parte em que a lamina de ar se quebra contra a cunha, devem ser, por extremo, irregulares, e como taes, tem até agora escapado aos esforços da analyse: mostra porém a experiencia, que em huma pequenissima distancia daquella parte, o movimento vibratorio da columna se regularisa perfeitamente. Se deste ponto datarmos a origem do tubo, poderemos conceber, na entrada delle, hum strato aério, dotado de hum movimento de vai-vem, ou de oscillaçaõ, perpendicularmente á secçaõ transversal do tubo, e perfeitamente regular, e isochrono, em quanto a corrente de ar, e mais circunstancias da embocadura se conservaõ constantes.

65. Postas estas considerações preliminares; imaginêmos
Fig. 5.ª hum canudo cylindrico *AABB* aberto em *AA*, e fechado em *BB*. Na sua entrada *AA* concebamos hum strato de ar sahindo, e entrando alternativamente no canudo, a huma profundidade mui pequena, e procurêmos determinar, que agitações devem, nesta hypotese, produzir-se na columna de ar *AABB*.

Na excursaõ para o intetior do canudo, o strato aerio *AA* gerará huma onde sonóra condensante, que se propagará ao longo da columna cylindrica com a velocidade do som: na excursaõ opposta, o strato gerará huma onda rareficante, a qual correrá após a primeira com a mesma velocidade, e assim por diante. Cada huma destas ondas terá hum comprimento *C*, dependente da velocidade das vibrações do strato *AA*, a qual he ella mesmo dependente da velocidade da corrente de ar na embocadura do instrumento.

Consideremos agora hum strato de ar *mm*, situado a huma distancia do fundo do canudo, igual a metade do comprimento da onda, isto he, a $\frac{1}{2}$ *C*. A primeira onda condensante, chegando ao fundo do canudo, será reflectida sem alteraçaõ nos seus movimentos (§ 23), e como, por outra parte, as agitações molléculares das ondas sonóras podem propagar-se no ar sem confundir-se, a onda reflexa naõ se confundirá com a onda directa.

Isto posto, tomêmos a primeira onda condensante, no momento, em que o seu fim chega a *mm*; entaõ o meio da onda estará no fundo *BB* do canudo, e a reflexaõ terá conduzido a *mm*, o commêço da onda. Entre o strato *mm*, e o fundo, tamando os stratos *m'm'*, *m''m''*, &c. he claro, que a onda directa comprime as mollèculas destes stratos; e isto com tanto mais força, quanto elles mais se aproximaõ do meio da onda, onde existe a maxima acçaõ: igualmente a parte reflexa da onda, comprime do mesmo modo estes stratos, donde resulta, que no momento, que considerâmos, as compressões dos ditos stratos, seraõ duplas, das que nelles produziria huma só onda directa; porém o strato *mm*, onde coincidem as extremidades da ouda, quer dizer, os dois pontos della, em que a acçaõ compremente he nulla, naõ será comprimido, nem rareficado. A metade directa da onda, tende a fazer caminhar cada strato para o fundo do canudo; mas a metade reflexa tende a traze-los para a abertura, com huma força igual, donde resulta, que os stratos aerios desde *mm*, até ao fundo *BB*, naõ teraõ movimento algum de translaçaõ.

66. Este estado de equilibrio, he puramente instantaneo; por quanto, continuando a onda condensante a correr, a onda rareficante attinge o strato *mm*; mas ao mesmo tempo, o dito strato he attingido por huma parte da onda condensante reflexa, taõ distante do meio della, quanto a primeira dista, do meio da onda rareficante. Daqui resulta, que o strato *mm* será taõ rarefeito pela acçaõ da onda rareficante directa, quanto comprimido pela acçaõ igual, e opposta, da onda condensante reflexa, e por conseguinte a sua densidade será constante.

Como porém a onda condensante reflexa, tende a impellir este strato para a abertura do canudo, e do mesmo modo a onda rareficante directa tende a movê-lo no mesmo sentido, o strato *mm*, mover-se-ha com effeito para o fundo do canudo, quando a onda directa fôr condensante; e para a abertura, quando a onda directa, fôr rareficante. O strato *mm* terá por tanto hum movimento vibratorio ao longo do canudo, e a duraçaõ de cada huma das suas vibrações, será igual ao tempo da propagaçaõ completa de huma onda sonóra do comprimento *C*.

O raciocinio, que acabâmos de fazer, sendo evidentemente applicavel a todos, e quaesquer stratos, cujas distancias ao fundo do canudo fôrem $\frac{1}{2}$ *C*, $\frac{3}{2}$ *C*, $\frac{5}{2}$ *C*, em geral $\frac{2m+1}{2}$ *C*, teremos por demonstrado o seguinte principio.

Todos os stratos aerios de hum canudo soante, cujas distancias ao fundo, sendo C *o comprimento da onda sonóra, fôrem da fórma* $\frac{2m+1}{2}$ C, *teraõ huma densidade constante, e hum movimento vibratorio ao longo do canudo, durando cada vibraçaõ, o tempo necessario á propagaçaõ da onda do comprimento* C.

Tomemos agora no canudo hum strato *nn*, cuja distancia ao fundo *BB*, seja igual ao comprimento *C*, da onda sonóra. Concebâmos o momento, em que a extremidade da onda condensante directa, chega ao fundo do canudo, entaõ o strato *nn*, será agitado pelas extremidades de duas ondas, a condensante directa, e a rareficante reflexa, e por tanto naõ soffrerá variaçaõ de densidade, nem translaçaõ. Este estado será só momentaneo; por quanto, no instante seguinte, o strato será abalado pelo commêço da onda rareficante directa, e ao mesmo tempo pelo commêço de huma igual onda reflexa, e por isso, que os movimentos de translaçaõ, que estas ondas tendem a imprimir-lhe, saõ iguaes, e oppostos, o strato *nn*, ficará estacionario. Como porém as ondas saõ da mesma natureza, o strato experimentará alternativamente a somma das rareficações, e condensações trazidas pelas ondas.

Sendo este raciocinio identico para todos os stratos, cujas distancias ao fundo do canudo, saõ da fórma *mC*, sendo *m* hum número inteiro, segue-se o principio seguinte.

Todos os stratos aerios de hum canudo soante, cujas distancias ao fundo do canudo fôrem da fórma mC, *sendo* m, *hum número inteiro, experimentaráõ huma alternativa de rarefacções, e condensações, que se succederáõ em espaços, iguaes ao tempo da propagaçaõ, de huma onda sonóra do comprimento* C, *e naõ teráõ movimento algum de translaçaõ.*

68. Estes dois principios nos fazem ver, qual deve ser o estado da columna de ar do tubo, quando se acha em plena vibraçaõ. Dividindo pelo pensamento a coluna aeria por stratos *nn*, cujas distancias ao fundo sejaõ de 1, 2, &c.... *M* ondas sonóras inteiras, e por stratos *mm*, cujas distancias ao fundo sejaõ iguaes a $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$, &c.... $\frac{2m+1}{2}$ ondas sonóras, os primeiros stratos, seráõ fixos de posiçaõ; mas nelles teráõ

lugar as maximas condensações, e rareficações alternativas; os segundos porém seráõ constantes em densidade; mas nelles terá lugar o maximo movimento de translaçaõ.

Os stratos aerios, situados entre hum strato *mm*, e hum *nn*, experimentaráõ variações de densidade, tanto mais consideraveis, quanto mais proximos estiverem de *nn*; pelo contrario, o seu movimento de translaçaõ será tanto mais consideravel, quanto mais proximos estiverem de *mm*, onde o movimento oscillatorio tem o seu maximo.

49. Vimos (§ 64), que em todo o canudo soante, a lamina de ar da sua entrada, entra, e sahe alternativamente do canudo; esta lamína deverá por tanto, ter sempre a mesma densidade, que o ar exteriôr, sendo por tanto necessariamente hum strato *mm*, quer dizer, tal, que a sua distancia ao fundo do canudo, seja da fôrma $\frac{2m+1}{2}$ ondas sonóras. Por outra parte, a lamina de ar, que está applicada contra o fundo, deverá ser sempre hum nódo de vibraçaõ, isto he, soffrerá variações de densidade sem movimento de translaçaõ, o qual sería impossivel, pela resistencia do fundo solido do canudo.

O canudo naõ poderá admittir modo algum de vibraçaõ, em que estas condições se naõ achem satisfeitas; e vê-se claramente, que existindo ellas, a lamina, ou strato aerio da entrada do canudo, naõ faz mais, que repercutir contra o ar exteriôr, as ondulações excitadas no interiôr delle, gerando no mesmo ar, ondas sonóras de igual comprimento, e conseguintemente tons, cuja agudêza, ou gravidade, dependeráõ necessariamente do comprimento do canudo, e do modo de vibraçaõ do ar nelle contido. Tal he a maneira, pela qual o som he gerado nos canudos fechados por hum tôpo.

70. Nos canudos abertos por ambas as extremidades; mostraõ, tanto a theoria, como a experiencia, que a columna aeria nelles contida, se divide em duas partes iguaes, cada huma das quaes vibra, como hum igual canudo, fechado por hum tôpo. As condições fundamentaes do modo de vibraçaõ admittido por similhantes canudos, saõ pois, que os stratos das aberturas distem meia onda dos nós extrêmos de vibraçaõ, e que as subdivisões das duas metades da columna aeria sejaõ symetricas para hum, e outro lado do meio do canudo.

Dos tons, que póde dar qualquer canudo, sem variar de dimenções.

71. Hum canudo fechado, naõ póde dar senaõ hum determinado número de tons, que passaremos a determinar, pelas condições essenciaes do seu modo de vibraçaõ (§ 69).

A condiçaõ fundamental sendo, que o strato do fundo seja hum nó de vibraçaõ, e a distancia do fundo á bôca, igual a $\frac{2m+1}{2}$ C, sendo C, o comprimento da onda sonóra: se chamarmos C' ao comprimento do canudo, o caso mais simples terá lugar, quando fôr $C = 2\,C'$.

Para ter o tom dado pelo canudo nestas circunstancias, tom, que por ser o mais grave, que o canudo póde dar, se chama o seu tom fundamental, lembrar-nos-hemos, que se v representar a velocidade da transmissaõ do som, t o tempo de cada excursaõ da lamina vibrante, que géra as ondulações, teremos (§ 26) - - - - - - - - - - - - - -

$$C = tv = 2\,C',$$

donde se tira

$$t = \frac{2\,C'}{v},$$

e por tanto

$$\frac{1''}{t} = \frac{v}{2\,C'}$$

será o número de oscilações por segundo, da lamina de ar do arificio, isto he, a expressaõ do tom fundamental do canudo.

O segundo modo de vibraçaõ de hum similhante canudo será, quando houverem nelle dois nós de vibraçaõ, hum no fundo, e outro a huma distancia deste, igual a C, e a distancia do arificio ao fundo fôr $\frac{3}{2}$ C. O comprimeuto C da onda, será pois, neste caso, igual a $\frac{2}{3}$ C', e teremos por tanto -

$$C = Tv = \tfrac{2}{3}\,C', \text{ logo } T = \frac{2C'}{3\,v}, \text{ e } \frac{1''}{T} = \frac{3\,v}{2C'}.$$

O terceiro caso tem lugar, quando houverem tres nós de vibraçaõ, hum no fundo, outro a huma distancia C do mesmo fundo, e o outro á distancia $2\ C$: a distancia do fundo ao orificio, deverá ser pela condiçaõ fundamental $\frac{5}{2}C$: logo teremos -

$$C' = \frac{5}{2}\ C, \text{ ou } C = \frac{2}{5}\ C',$$

donde se tira

$$T = \frac{2\,C'}{5\,v}, \text{ e } \frac{1''}{T} = \frac{5\,v}{2\,C'}.$$

Em geral, se houverem n nós de vibraçaõ, naõ contando o do fundo, a distancia do nó n ao fundo, será nC, e por tanto a distancia do fundo ao orificio do canudo, será

$$(2\,n + 1)\tfrac{1}{2}\,C = C':$$

logo teremos

$$C = \frac{2\,C'}{(2\,n + 1)}, \text{ e } T = \frac{2\,C'}{(2\,n + 1)v},$$

e por tanto

$$\frac{1''}{T} = \frac{(2\,n + 1)\,v}{2\,C'}.$$

Fica pois provado, que a serie dos tons, que póde dar hum canudo fechado, saõ os seguintes, a começar do mais grave.

A onda igual a $2\ C'$ . . . . tom . . . $\frac{v}{2\,C'}$

A onda igual a $\frac{2}{3}\ C'$ . . . . tom . . . $\frac{3\,v}{2\,C'}$

A onda igual a $\frac{2}{5}\ C'$ . . . . tom . . . $\frac{5\,v}{5\,C'}$

A onda igual a $\frac{2}{(2\,n + 1)}\ C'$. . . . . tom . . $\frac{(2\,n + 1)\,v}{2\,C'}$

. . . .

Estes tons estaráõ pois entre si, como os números impares $1 : 3 : 5$, &c. . . . . . $2\,n + 1$. Se pois o primeiro tom fôr Do_1, os seguintes seraõ Sol_2, Mi_3, &c.

73. No canudo aberto pelas duas extremidades, a condiçaõ fundamental he, que haja symetría nas duas metades do canudo, e que a distancia de cada hum dos orificios, ao nó

mais proximo, seja em geral igual $\frac{1}{2}$ C. O caso mais simples será pois, o de $C = C'$, e entaõ teremos - - - - -

$$T = \frac{C'}{v}, \text{ e } \frac{1''}{T} = \frac{v}{C'}.$$

Esta será a expressaõ do tom o mais grave, que o canudo póde dar.

O segundo caso possivel, dar-se-ha, quando houverem dois nós de vibraçaõ, situados a distancias iguaes do meio do canudo: entaõ os dois nós distaráõ entre si, o comprimento de huma onda, e como cada hum delles deve distar meia onda da extremidade correspondente do canudo, e teremos

$$C = \tfrac{1}{2} C',$$

e por tanto

$$T = \frac{C'}{2v} \text{ e } \frac{1''}{T} = \frac{2v}{C'}.$$

Se houverem, em geral, no canudo n nós de vibraçaõ, a distancia entre cada dois nós, sendo necessariamente C, a distancia entre os dois nós extremos será $(n - 1)\,C$; mas cada nó do extremo distará $\frac{1}{2}\,C$, da abertura correspondente do canudo, logo o comprimento total do canudo, será - -

$$C' = (n - 1)\,C + \tfrac{1}{2}\,C + \tfrac{1}{2}\,C = nC,$$

e por tanto

$$T = \frac{C'}{nv} \text{ e } \frac{1''}{T} = \frac{nv}{C'}.$$

Tal será a expressaõ de todo o tom dado por hum canudo aberto do comprimento C'.

Os tons, que hum similhante canudo póde dar, fórmaõ pois a serie seguinte.

Onda $= C'$ . . . . tom . . . $\frac{v}{C'}$

Onda $= \frac{1}{2} C'$ . . . . tom . . . $\frac{2v}{C'}$

Onda $= \frac{1}{n} C'$ . . . . tom . . . $\frac{nv}{C'}$

Tons, que estaõ entre si, como os numeros 1, 2, 3, &c. . . . . . n.

74. O tom mais baixo, que póde dar hum canudo fechado, do comprimento C', tem por expressaõ $\frac{v}{2}C'$. O tom mais baixo, que póde dar hum canudo aberto do mesmo comprimento, tem por expressaõ $\frac{v}{C'}$; logo hum canudo aberto dá a oitava acima do canudo fechado, do mesmo comprimento.

Se tomarmos por unidede o tom fundamental do canudo fechado, do comprimento C', isto he, se fizermos $\frac{v}{2C'} = 1$, a serie dos tons, dados por hum canudo aberto do mesmo comprimento, teráõ por expressaõ os números pares

2, 4, 6, 8, 10, &c...... $2n$, sendo n hum número inteiro.

75. Do que temos dito sobre os tons, que póde dar hum canudo de comprimento constante, se vê a razaõ, pela qual nos instrumentos deste genero, como *v. g.*, a Trompa, o Serpentaõ, e outros, sómente póde o Musico tirar certos tons, modificando a embocadura, ou velocidade de entrada do ar, pela pressaõ, e posiçaõ dos labios; sendo-lhe impossivel, por este meio, tirar do instrumento tom algum, que se naõ comprehenda na serie indicada.

Se porém o Musico modifica a fórma do canudo, introduzindo nelle hum corpo qualquer, esta modificaçaõ, tirando o instrumento da classe dos canudos abertos por ambos os lados, póde obriga'lo a dar tons, naõ comprehendidos na lei predicta. Assim, por exemplo, os tocadores de Trompa, para dar tons fóra da progressaõ citada, introduzem a maõ no pavilhaõ do instrumento, alterando por este artificio, a sua configuraçaõ.

76. Poderiamos estender a theoría exposta, aos canudos de fórmas mais complicadas, como por exemplo, aos canudos de diametros diversos, nas suas diversas partes, como o fizeraõ, Bernoulli, para os canudos conicos, e Euller mais geralmente, para os canudos de huma fórma hyperboloide qualquer; poderiamos applica-la aos canudos compostos de dois cylindros de diametros diversos, &c.; porém similhantes applicações, levar-nos-hiaõ mui longe do nosso objecto, limitado simplesmente á demonstrçaõ dos principios geraes da Acustica: concebidos os quaes, a reflexaõ, ajudada da

leitura das obras especiaes neste ramo, porá facilmente qualquer leitôr ao alcance das particularidades.

Confirmação experimental da theoría exposta.

77. Estabelecido pela theoría, o modo pelo qual o ar vibra nos canudos, e géra pelo seu modo particular de vibração, os diversos tons, que os mesmos canudos podem dar: resta-nos mostrar pór experiencia, que tal he com effeito, a maneira pela qual a columna de ar, contida nos canudos, se agita, se subdivide, e envia ao orgaõ auditivo, os sons diversos. Para fazer estas experiencias, he necessario huma caixa de vento de pequenas dimençóes, construida como a dos orgáos, e na qual se adáptaõ os diversos canudos de que se pertendem obter os tons.

1.ª *Experiencia.* Fixem-se na caixa, e com embocaduras similhantes, tubos de dimençóes iguaes; porém de materias diversas, sóprando igualmente estes diversos canudos, todos elles produziráõ tons identicos, em quanto á agudêza; porém diversos no timbre.

2.ª *Experiencia.* Fixemos na caixa hum canudo fechado de quatro pés de comprido, e modificando a corrente de ar de maneira, que o canudo dê o seu tom fundamental, acharemos ser Do_1. Tomemos depois canudos fechados dos comprimentos 2, 1, $\frac{1}{2}$, &c. pés, os tons fundamentaes delles, achar-se-haõ ser Do_2, Do_3, Do_4, &c. Logo, ***nos canudos, bem como nas cordas, a comprimentos entre si**, como* 1 : $\frac{1}{2}$: $\frac{1}{4}$: *&c. correspondem tons, cujos intervalos saõ de oitava.*

O canudo fechado de 16 pés, tem por tom fundamental Do_{-1}; a onda sonóra correspondente, tem por expressaõ do seu comprimento (§ 72),

$$C = 2\,C' = 32 \text{ pés.}$$

Este tom he o mais baixo, que o ouvido póde appreciar.

3.ª *Experiencia.* Tome-se hum canudo aberto, de quatro pés de comprido, por exemplo, acharemos, que o seu tom fundamental he Do_2; introduza-se no interior do canudo, hum emblo solido, que se faça descer até metade do seu comprimento: tirando entaõ o tom fundamental do canudo, neste estado, acharemos ser ainda Do_2: donde se vê, que hum canudo fechado, dá o mesmo tom fundamental, que hum canudo aberto de igual comprimento.

4.ª *Experiencia.* Fixando na caixa de vento, o canudo fechado, cujo tom he Do_1, e fazendo variar convenientemente a força do vento, obter-se-haõ os tons successivos Do_1, Sol_2, Mi_3, La_3※, &c. entre si como os números 1, 3, 5, 7, &c., e naõ se poderáõ obter outros tons; o que confirma o resultado theoretico a (§ 72). Opperando da mesma maneira sobre o canudo aberto, cujo tom he Do_2, a serie dos tons obtidos, será Do_2, Do_3, Sol_3, Do_4, Mi_4, &c. entre si, como os numeros 2, 4, 6, 8, 10, &c. confórme a theoría de (§ 73).

78. Achámos theoricamente (§ 68), que em todo o tubo soante, a columna interior de ar, se acha dividida em hum certo numero de stratos, que tem huma densidade constante, e hum movimento de translaçaõ ao longo do canudo, e em outro numero de stratos, que soffrendo condensações, e rarefações alternativas, naõ possuem movimento algum de translaçaõ.

Sendo assim, se no lugar occupado por hum strato de densidade constante, abrirmos hum orificio na parêde do canudo, esta modificaçaõ naõ tendo influencia alguma, sôbre o movimento longitudinal do strato, naõ deve modificar o tom. Se porém rompermos a parêde do canudo, no lugar de hum strato estacionario, mas de densidade variavel, he claro, que parte do ar sahirá pelo orificio, na presença das compressões, e pelo contrario, o ar athmosferico penetrará no canudo, na presença das rarefações; hum similhante orificio terá pois huma influencia decidida sobre o estado da columna, e deverá por conseguinte alterar o tom.

5.ª *Experiencia.* Tome-se hum canudo aberto, furado lateralmente no seu meio, faça-se-lhe produzir a oitava acima do tom fundamental, a fim de que haja no meio do canudo, hum strato de densidade constante, o tom do canudo, naõ variará, ou se abra, ou se fêche o orificio lateral.

Tire-se o som fundamental do mesmo canudo, haverá no meio delle hum strato de densidade variavel, e neste caso, o tom será inteiramenta mudado pela abertura do orificio lateral, sendo a alteraçaõ tanto mais consideravel, quanto fôr maior o orificio.

79. Neste principio se funda a construcçaõ dos instrumentos, nos quaes, como na flauta, o tom he determinado pela abertura, ou reclusaõ de orificios dispostos, ao longo da pa-

rêde do canudo. A posiçaõ destes orificios, he determinada pela experiencia.

Da influencia da abertura das embocaduras, e da bôca supperior dos canudos, sôbre os tons por elles produzidos, e dos módos de affinar os canudos do Orgaõ.

80. No que até agora temos dito a respeito das vibrações da columna de ar contida nos canudos soantes, temos supposto estas vibrações, produzidas pela oscilaçaõ de huma lamina de ar perpendicular ao eixo do canudo, e entrando, e sahindo alternativamente na abertura delle, supposta completamente aberta; e temos mostrado quaes devem ser, nesta hypotese, rigorosamente as subdivisões da columna.

He facil ver, que nos canudos de embocadura ordinaria, qual succintamente a descrevêmos, este modo regular de vibraçaõ, só póde começar a huma certa distancia da embocadura, distancia dependente da maior, ou menor abertura desta. Conseguintemente a abertura da embocadura, deve ter huma certa influencia no tom do canudo. As experiencias acima indicadas, nos mostraõ porém, que esta influencia he quasi insensivel, sôbre tudo, quando nos limitâmos a tirar os tons mais graves.

A embocadura só póde influir no tom, pela extensaõ das vibrações irregulares, a que dá origem, na entrada do canudo, devendo por conseguinte o canudo, para que o seu tom corresponda ao calculo, datar-se, naõ da sua origem apparente, mas do limite das vibrações irregulares. A experiencia tendo, como acabámos de dizer, mostrado, que o espaço occupado pelas vibrações irregulares, he sempre extremamente pequeno, fica evidente, que tanto mais comprido fôr o canudo, tanto menor o número das suas subdivisões, ou, o que he o mesmo, tanto mais grave o seu tom, aproximar-se-ha tanto mais da nullidade, relativamente a cada subdivisaõ, o pequeno espaço occupado pelas vibrações irregulares. A embocadura terá pois tanto menos influencia sôbre o tom de hum canudo, quanto este fôr mais comprido, e mais grave o tom, que delle tirarmos.

Daniel Bernoulli, por huma serie de experiencias feitas com o maior cuidado achou, que em todo o canudo vibrante, a subdivisaõ mais proxima da embocadura, he sempre hum pouco mais curta, que as outras; mas que esta differença se torna insensivel nos canudos compridos, quando delles tirâmos tons, que naõ obrigaõ a columna a subdividir-se n'hum grande numero de partes. A descripçaõ destas experiencias com a lei, que dellas se deduz, póde consultar-se na *Physica Experimental, e Mathematica de Biot*, 2.º *vol. pag.* 131, *e seguintes.*

80. Fica provado, tanto theorica, como experimentalmente, que o tom fundamental de hum canudo aberto, he a oitava acima do tom fundamental do canudo fechado do mesmo comprimento. Se por tanto, no alto de hum canudo aberto, collocarmos huma lamina flexivel, e dobrarmos esta lamina sôbre a abertura do canudo, até o fecharmos perfeitamente, o tom do canudo descerá huma oiteva; porém esta passagem de huma oitava á outra, naõ será repentina, mas o abaixamento do tom hirá crescendo successivamente, á medida, que a lamina vem da posiçaõ, em que deixa livre a abertura, até áquella, em que a fecha completamente; poderemos pois, por meio de huma similhante lamina, fazer variar á vontade, o tom do canudo entre os limites de huma oitava.

Este processo he empregado pelos affinadôres de Orgaõ, na affinaçaõ dos canudos abertos, e quando estes saõ de chumbo, supprem a lamina addicional, abrindo, ou fechando mais, ou menos, a abertura supperior do canudo, com huma fórma cónica de metal, a isso destinada; pois he claro, que sería por extremo difficil, o sahirem os canudos immediatamente com as dimençóes rigorosas, para o tom, que devem produzir, e que varía pela influencia dos canudos vizinhos.

82. Para affinar os canudos fechados, ou bordões do Orgaõ, põem-se-lhes, quando saõ de madeira, hum fundo móvel, á maneira de emblo, revestido de pélle, o qual introduzindo-se mais, ou menos no interior do canudo, faz variar o seu tom. Quando os canudos saõ metállicos, e tem por conseguinte os fundos soldados, recorre-se a outro meio descuberto pela práctica, e do qual a theoría antevê a razaõ, sem podêr calcular o effeito.

Consiste este meio em adaptar nos dois lados da fenda da embocadura, de huma parte, e outra da cunha, em que vem quebrar-se a lamina de ar, duas tiras de chumbo, a que se chama orelhas. Quando ellas estaõ completamente abertas, o tom do canudo, he o que rigorosamente corresponde ao seu comprimento; quando porém as aproximamos huma da outra, o tom do canudo torna-se mais grave.

O effeito das orelhas, he evidentemente devído á modificaçaõ da embocadura; porém no estado actual da acustica; naõ he possivel determinar a lei da sua influencia.

Das Palhetas.

83. A especie de instrumentos de vento, a que dâmos o nome de Palhetas, tem hum mechanismo inteiramente diverso do dos instrumentos de vento da primeira especie, cuja theoria acabâmos de expôr. Esta especie de instrumentos offerece menos emprêgo ao calculo, por isso, que a sua theoría se acha muito menos adiantada.

A experiencia tem mostrado a maneira de dar hum timbre mais agradavel, e mais suave pela figura da lingoêta, a materia, que a constitue, e pela fórma, e materia do canal, em que ella vibra. Estas circunstancias pertencendo propriamente á construcçaõ dos instrumentos, e naõ á theoría acustica delles, naõ entraremos aqui no seu exame, limitarnos-hemos porém a dar huma idêa, da maneira pela qual se fórma o som nas Palhêtas, e das condições, que determinaõ os diversos gráos de agudêza do mesmo.

84. Compõe-se huma Palhêta, do tubo *i g e f h*, em parte cylindrico, e cónico em parte, tendo em *i*, hum orificio por onde se sopra, ou com a bôca, ou com huma caixa de vento. O canudo *i g e f h*, he fechado na extremidade cylindrica, com a rôlha sólida *e f*, a qual tem hum orificio semicircular, em que passa a meia canna, ou canal *c d*; applicada sôbre esta meia canna, e fixada em *a*, existe huma lingoêta de metal, delgada *e*, elastica, a qual, na sua posiçaõ ordinaria, deixa huma pequena abertura entre ella, e a entrada do canal.

Fig. 6.ª

Imaginemos agora, que se sópre vigorosamente pelo orificio *i*, o ar comprimido no espaço cónico *i e f*, tenderá a sahir pelo canal *d c*; mas naõ o podendo fazer com sufficiente velocidade, por ser a capacidade da abertura deixada pela lingoêta, muito pequena, condensar-se-ha consideravelmen e naquelle espaço, e impellirá, por conseguinte, a lingoêta contra o canal, fechando a entrada deste. Apenas porém bater contra o canal, a lingoêta, pela sua elasticidade, levantar-se-ha de novo, e huma porçaõ de ar escapará pelo canal; mas como o ar continúa sempre a entrar por *i*, a lingoêta tornará a descer, a levantar-se depois, em virtude da elasticidade, e assim por diante. A lingoêta vibrará pois, tocando, e deixando alternativamente as parêdes do canal, e todas as vezes, que a entrada do ar fôr assás rapida, e a lingoêta, de taes dimensões, que execute 32, ou mais vibrações, por segundo, o ouvido terá por este mechanismo a sensaçaõ de hum tom.

85. A agudeza, ou gravidade do tom produzido por huma Palheta, dependerá necessariamente: 1.º, do comprimento da lingoêta, que fará variar a amplitude, e com ella a velocidade das excursões, sendo o tom mais agudo, quando fôr mais curta a lingoêta, e reciprocamente: 2.º, da maior, ou menor elasticidade da lingoêta, por quanto, tanto esta fôr mais flexivel, com tanto, que conserve a rigêza necessaria para naõ tomar inflexões irregulares, tanto mais faceis, e mais rapidos seraõ os seus movimentos, e conseguintemente tanto mais agudo o tom da Palheta: 3.º, do pêso da mesma lingoêta, cujo augmento deve diminuir a velocidade das vibrações, e descêr, por conseguinte, o tom do instrumento: 4.º, e finalmente, a fórma plana, ou mais, ou menos curva, da lamina, que fórma a lingoêta, he a ultima circunstancia, que póde fazer variar o tom das Palhetas, supposta, sempre constante, a intensidade do sôpro.

Para fazer variar á vontade o comprimento das lingoêtas, ha em algumas huma hastea de ferro recurvada *o p*, que passa atravez da rôlha *e f*, e apôia em *p*, sôbre a lingoêta, unindo-a ao canal, e fixando-a por conseguinte naquelle ponto. Esta hastea introduzindo-se, ou retirando-se, faz variar o comprimento da lingoêta, e subir, ou descer o tom do instrumento.

86. O som das Palhetas, tocadas a nú, he hum som rouco, desagradavel, e pouco forte. Para reforçar, e suavisar o timbre destes apparêlhos, fazem-se vibrar em canudos *r r r' r'*, Fig. 7.ª
que a experiencia tem mostrado, deverem ser de fórma có-

nica, abertos na maior largura, taes saõ proximamente os canudos da Clarinêta, e do Oboé.

Para que o tom das Palhêtas tenha toda a energia, e agrado, de que he susceptivel, he indispensavel, que seja o unisono de hum dos tons proprios do canudo, em que a Palhêta se acha encerrada, circunstancia, em que os Artistas tem o maior cuidado.

A velocidade do sôpro faz variar o tom da Palhêta, augmentando, ou diminuindo a velocidade das vibrações, e quando o canudo unido á Palhêta, he constante em comprimento, para que haja a concordancia, que apontámos, entre o tom do canudo, e o da Palhêta, abrem-se no canudo orificios lateraes, que abrindo-se, ou fechando-se convenientemente, como na flauta, modificaõ o tom do canudo. Assim saõ construidos, *v. g.*, a Clarinêta, e o Oboé, do qual o Musico tira os diversos tons, modificando o sôpro, e fazendo variar o numero, e situaçaõ das aberturas lateraes, por meio dos dedos, e das chaves, que os multiplicaõ.

Vibrações das laminas elasticas.

87. Os córpos sólidos e rigidos, reduzidos a huma espessura sufficiente, saõ, como mostra a experiencia diaria, susceptiveis de entrar em vibraçaõ, e de produzir diversos tons, segundo a maneira porque as vibrações saõ excitadas. Entre as vibrações de córpos sólidos e rigidos, as das laminas elasticas, tem sido as mais completamente estudadas. Euller submettêo ao calculo esta especie de vibrações, e varios Physicos especialmente Chladni, as estudáraõ experimentalmente: os resultados, que Euller deduzio da theoria, saõ rigorosamente confirmados pela experiencia.

Para fazer as experiencias sôbre as laminas elasticas, tomaõ-se laminas de vidro, ou de metal, de huma espessura constante em todo o comprimento, e fixaõ-se por huma das extremidades, apertando-as em hum tôrno, passa-se entaõ no bôrdo da lamina, hum arco de rebeca, que determina a vibraçaõ.

88. A mesma lamina elastica póde dar diversos tons, confórme vibra toda, ou se subdivide em partes. Para ter o tom fundamental da lamina, prende-se esta no tôrno, por huma das extremidades: quando se quer determinar huma subdivi-

saõ, e hum tom mais agudo, comprime-se entre os dedos, hum dos pontos da lamina, em que se quer obter hum nó de vibraçaõ.

89. Naõ insistiremos particularmente, sobre as vibrações das laminas elasticas, e resumiremos unicamente as proposições, ou principios seguintes, deduzidos da theoría, e confirmados pela experiencia.

Em laminas da mesma materia, e postas em vibraçaõ da mesma maneira; as velocidades de vibrações, saõ proporcionaes á espessura das laminas, e reciprocas aos quadrados dos comprimentos.

Se representarmos por c o comprimento, por e a espessura, e por v a velocidade de vibrações de huma lamina, por c', e', e v' o comprimento, a espessura, e a velocidade de vibrações de outra lamina, ferida do mesmo modo, teremos -

$$v' = \frac{e'\, c^2}{e\, c'^2}\, v$$

A largura da lamina naõ influe sôbre o tom.

As laminas elasticas podem, bem como as cordas, vibrar longitudinalmente; neste caso, os stratos transversaes da corda, vibraõ, como os stratos das columnas de ar, dos instrumentos de vento. O tom das cordas, que vibraõ longitudinalmente, he muito mais agúdo, que o das cordas do mesmo comprimento, vibrando transversalmente; porém as velocidades de vibraçaõ em hum, e outro modo de vibrar, saõ reciprocas aos comprimentos das cordas.

90. As laminas, e hasteas elasticas recurvadas, vibrando, produzem tambem tons; a fórma da curvatura, influe consideravelmente sôbre a velocidade das suas vibrações; deste genero saõ os *diapazons*, que servem para dar o tom fixo, para a affinaçaõ dos instrumentos.

Entre as vibrações dos córpos rigidos, as unicas até agora submettidas ao calculo, tem sido as das laminas rectas: o que sabemos sôbre as outras, saõ resultados da experiencia.

Vibrações das superficies inflexiveis.

91. Quando ferimos com o arco da rebéca, as bordas de huma lamina quadrada, triangular, ou circular de huma materia rija, e elastica, *v. g.*, de huma placa de vidro, de la-

taõ, ou de páo, segundo tocâmos a lamina por hum, ou mais pontos, segundo estes pontos saõ situados deste, ou daquelle modo, segundo finalmente, passâmos o arco com mais, ou menos força, e rapidez, o tom produzido pela lamina varía, a lamina subdivide-se em hum certo número de partes, que vibrando separadamente, e a unisono, produzem o tom dado pela totalidade.

92. As linhas nodaes, que separaõ as divisões da lamina, podem ser patenteadas, collocando esta horisontalmente, e cubrindo-a de hum pó fino, e léve, *v. g.*, de arêa mui fina; o pó agita-se no momento, em que a lamina entra em vibraçaõ, e vem refugiar-se nas linhas nodaes, aonde o movimento das mollèculas da lamina he nullo; formando-se por esta maneira, hum desenho particular sôbre a lamina, ás vezes da maior regularidade.

No estado actual da acustica, naõ nos he possivel achar pelo calculo, a figura, que deve produzir-se, em cada modo particular de excitar a vibraçaõ das laminas; mas a experiencia nos permitte realisar, á vontade, hum certo número de desenhos com laminas de figuras diversas.

As figuras de 8 até 18, representaõ hum certo número de experiencias; nellas, a letra *a*, representa o ponto principal de apôio da lamina, que he, ou os dois dêdos do observadôr, ou hum tôrno representado (fig. 20); *a''* representa o lugar aonde se passa o arco de rebéca. A força com que este se carréga, póde fazer variar os desenhos, ainda que os pontos de apôio se conservem os mesmos; mas a experiencia ensina facilmente a achar a pressaõ conveniente, para produzir cada desenho.

Em geral, a multiplicidade dos pontos de apôio, determina grande número de linhas nodaes; por quanto, hum ponto de apôio, está sempre situado em huma linha nodal, ou no seu prolongamento; pelo contrario, o lugar onde passa o arco, corresponde sempre a hum ventre de vibraçaõ.

Resonancia dos córpos.

93. Quando fazemos, directamente, vibrar hum côrpo sonóro, as suas vibrações naõ se limitaõ a este côrpo, e ao ar, que o rodêa; mas transmittem-se aos córpos elasticos, que com elle communicaõ, e até podem ser communicadas a

outros córpos, faceis em vibrar, pelo meio das ondulações sonóras. Quando hum côrpo vibra pela communicaçaõ das vibrações de outro côrpo, dizemos, que o côrpo resôa, e chamâmos resonancia, a propriedade, que os córpos elasticos tem, de receberem a communicaçaõ do movimento vibratorio. Nem todos os córpos gozaõ do mesmo gráo de resonancia: em geral os córpos molles, e pouco elasticos, saõ quasi distituidos della; as pranchas de madeira, léves, e bem sêcas, saõ as que possuem esta propriedade no mais alto gráo.

94. Se estendendo huma corda isoladamente no ar, entre dois pontos fixos, e imoveis, fazemos vibrar esta corda, o som por ella produzido, será mui fraco; se fazemos vibrar a corda estendida sôbre huma prancha de madeira, ou melhor, sôbre huma caixa formada de pranchas delgadas desta materia, o som será incomparavelmente mais forte: sendo a razaõ, a resonancia das parêdes da caixa, que sob a influencia da corda, se subdividem em partes, que vibrando a unisono com a corda, reforçaõ o som por ella produzido. O diapason ordinario, sustentado na maõ, produz hum som, por extremo fraco; mas este som torna-se por extremo sensivel, quando applicâmos o pé do instrumento sôbre a caixa do pianno, ou de qualquer outro instrumento.

Quando fazemos soar huma corda qualquer de hum pianno, naõ sómente as parêdes solidas do instrumento entraõ em vibraçaõ; mas as cordas susceptiveis de vibrar a unisono com a corda soante, inteiras, ou subdivididas, entraráõ em vibraçaõ com ella.

95. Para mostrar á vista, que os tampos das caixas dos instrumentos de cordas, se subdividem em partes, que vibraõ a unisono, com as diversas cordas soantes do instrumento, tomêmos o apparelho (fig. 19), no qual *AA*, he huma prancha de madeira, servindo de base ao apparelho *BB*, e *B'B'* dois apôios sustentando huma lamina, ou folha delgada de madeira sêca *FF*, e *cc'* diversas cordas, produzindo tons differentes. Se derramarmos sôbre a chapa arêa fina, e ferirmos com o arco de rebéca qualquer das cordas, a arêa produzirá hum desenho, juntando-se nas linhas nodaes da prancha de madeira; ferindo outra corda, obteremos hum tom diverso, e huma nova disposiçaõ nas linhas nodaes. Fig. 19.ª

96. Da resonancia, cuja existencia, e effeitos acabamos

de mostrar, nasce o uso de adaptar a todos os instrumentos de cordas, huma caixa vazía, de madeira, que vibrando a unisono com as cordas, reforce os seus tons, e dê a estes tons o cheio, e a doçura, que a theoría naõ póde deffinir; mas que o orgaõ auditivo sabe distinguir taõ positiva, como facilmente.

Para que huma caixa de som preencha completamente o seu fim, he evidentemente necessario, que as fibras da madeira tenhaõ o arranjamento, e disposiçaõ conveniente, para que possaõ vibrar a unisono com todos os tons, que se hajaõ de tirar do instrumento, e que a superficie tenha a flexibilidade precisa para passar rapidamente, de huma subdivisaõ a outra, para promptamente tomar o unisono dos diversos tons das cordas, que se succedem na execuçaõ musica. Todas as vezes, que a caixa naõ tem estas condições no gráo, o mais eminente, os sons do instrumento saõ asperos, desagradaveis, e o ouvido naõ he lisongeado pela sua successaõ.

A rebéca he hum dos instrumentos, em que melhor se verificaõ estas considerações; e todos os rebequistas sabem, qual he a differença entre huma rebéca de author, e huma rebéca vulgar, ainda que identicas na apparencia, e nas dimenções. A fórma curva de todas as partes da rebéca ordinaria, torna mais difficil, e incerta a sua construcçaõ.

Savart, Physico Francez, melhorou muito a construcçaõ deste instrumento, fazendo desapparecer da rebeca, as fórmas curvas, e irregulares, e substituindo-lhe fórmas geometricas determinadas. Naõ entraremos aqui no detalhe da construcçaõ, e fórma da rebeca de *Savart*; mas naõ omittiremos huma observaçaõ deste Physico, sôbre o effeito de hum apôio de madeira, que une o tampo supperiôr ao inferiôr nas rebécas, e rebecões, e a que vulgarmente se dá o nome de alma.

Savart provou por huma experiencia taõ simples, como engenhosa, que o fim principal da alma, he transmittir as vibrações sonóras de hum tampo ao outro. Se tomarmos dois discos delgados de madeira bem sêca, unidos pelos seus centros por huma hastea de madeira, e cubrirmos hum, e outro com arêa fina; fazendo com o arco de rebéca, soar o disco supperiôr, produzimos nelle hum desenho, o qual se manifestará immediatamente no disco inferiôr com huma fórma identica. A alma da rebéca faz naquelle instrumento as funcções da hastea, que reune os dois discos na experiencia, que acabamos de citar. Donde se vê, que os dois tampos da rebéca devem ser o mais iguaes possivel, tanto em dimensões, comô em espessura, para poderem com a maior regularidade, e promptidaõ, obedecer a hum tempo ao módo de vibraçaõ, reqnerido pelo tom, que o Artista tira do instrumento; esta condiçaõ existe na rebéca de Savart, e naõ he hum dos menores aperfeiçoamentos deste instrumento.

Nada mais accrescentaremos sobre a resonancia dos córpos, por naõ estender demasiadamente a acustica, da qual temos apenas traçado hum resumido quadro, devendo, para estudar completamente esta parte da Physica, consultar-se as diversas memorias, a ella relativas, consignadas nas principaes collecções de memorias de Physica das diversas Sociedades scientificas da Europa, e bem assim os Tratados especiaes desta Sciencia, publicados em separado, por seus Authores.

FIM DO TOMO I.

INDEX

Das Materias contidas no 1.º Volume.

INTRODUCÇAÕ.

SECÇAÕ I.

PROPRIEDADES GERAES.

SECÇAÕ II.

CALÓRICO.

Additamento á 2.ª Secçaõ.

SECÇAÕ III.

ACUSTICA.

Fim do Index.

N. B. As erratas deste 1.º volume seraõ impressas no 2.

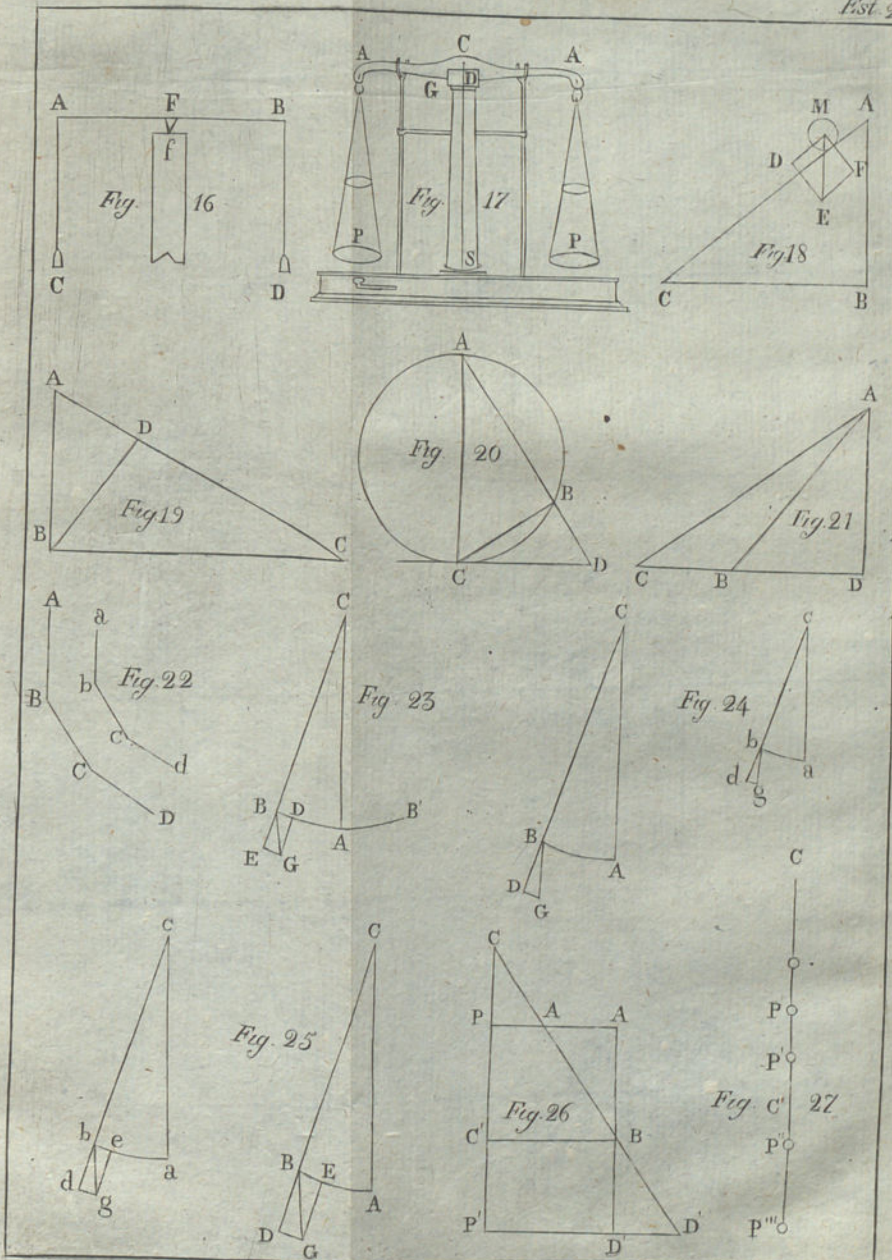


Fig. 16
Fig. 17
Fig. 18
Fig. 19
Fig. 20
Fig. 21
Fig. 22
Fig. 23
Fig. 24
Fig. 25
Fig. 26
Fig. 27

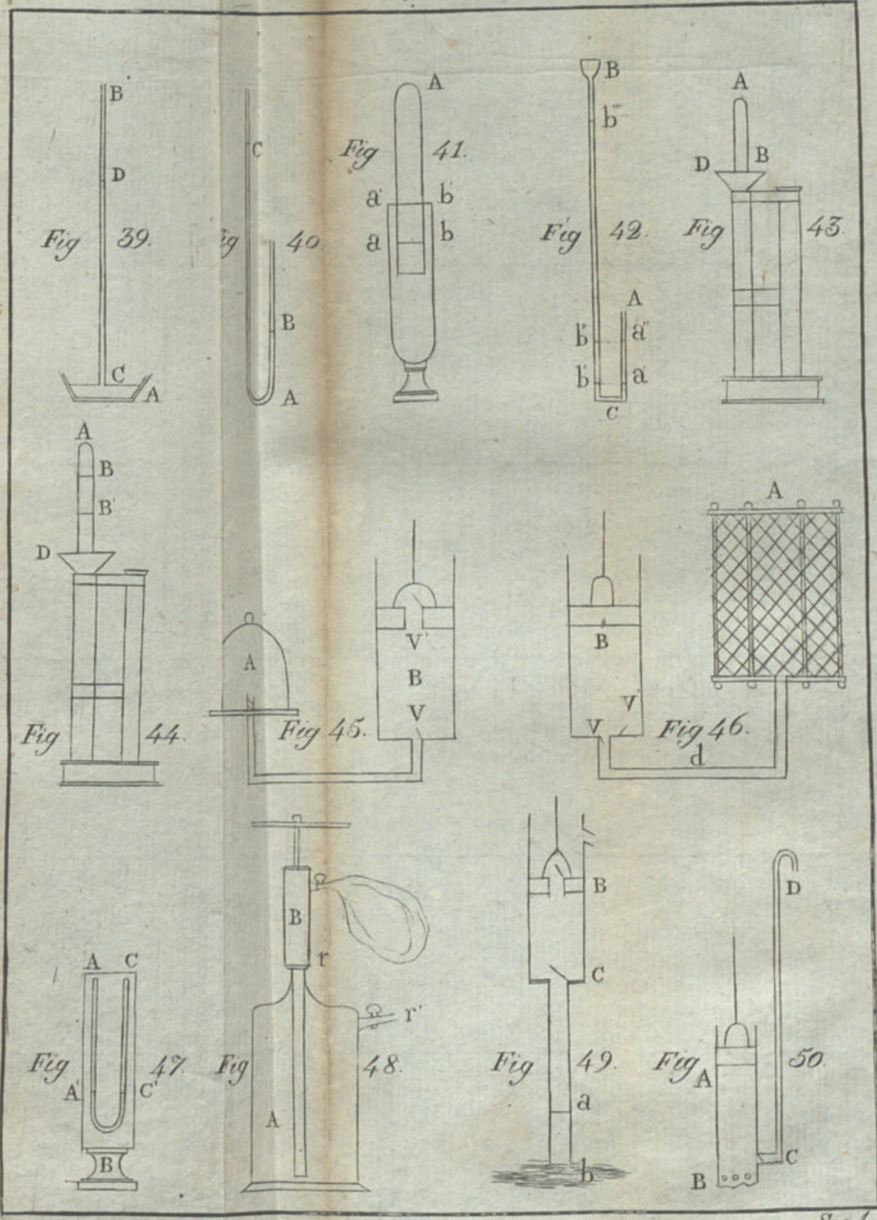


Fig 39.
B
D
C
A
Fig 40.
C
B
A
Fig 41.
A
a'
b'
a
b
Fig 42.
B
b'''
A
b''
a''
b'
a'
c
Fig 43.
A
D
B
A
B
B'
D
Fig 44.
A
Fig 45.
V'
B
V
B
V'
V
Fig 46.
d
A
Fig 47.
A C
A'
C'
B
B
r
r'
Fig 48.
A
B
C
Fig 49.
a
b
D
Fig A
50.
C
B

Fig. 58.

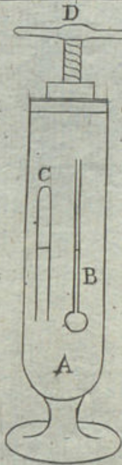


Fig. 59.

Fig. 60.

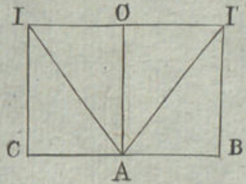


Fig. 61.

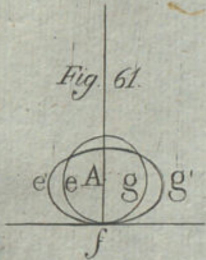


Fig. 62.

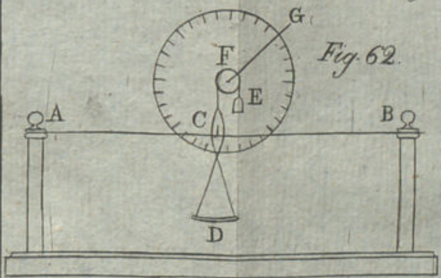
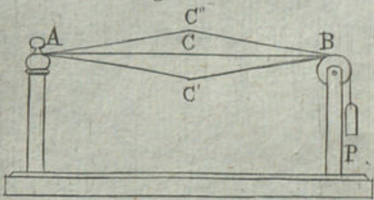


Fig. 63.



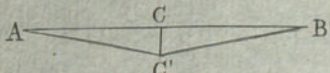


Fig. 65.

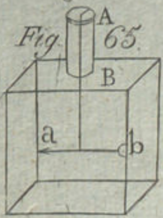


Fig. 64.

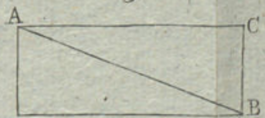
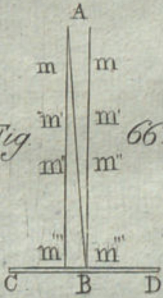


Fig. 66.



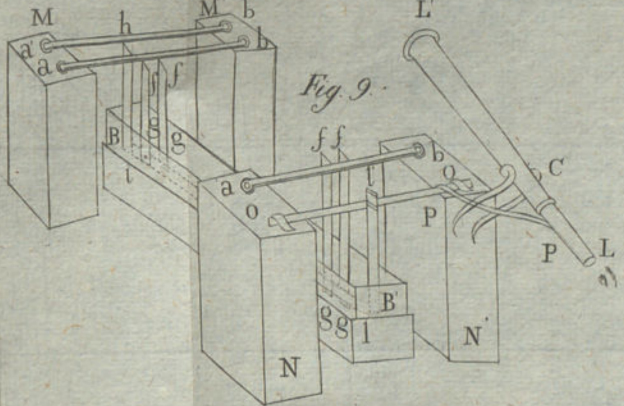


Fig. 9.

Fig. 10.

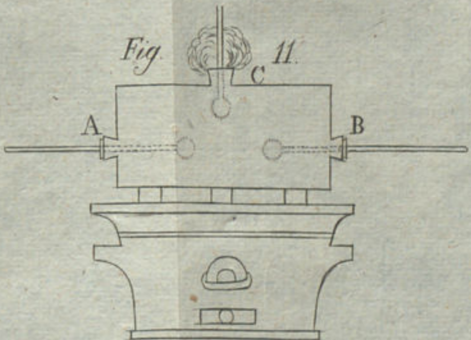


Fig. 11.

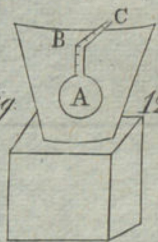


Fig. 12.

Fig. 13.

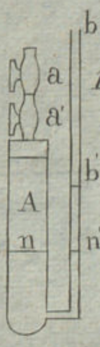


Fig. 14.

Fig. 15.

Fig. 1.ª

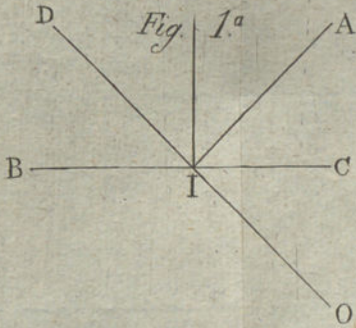


Fig. 2.ª

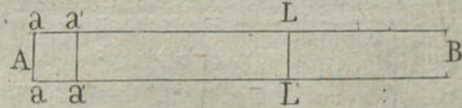


Fig. 3.ª

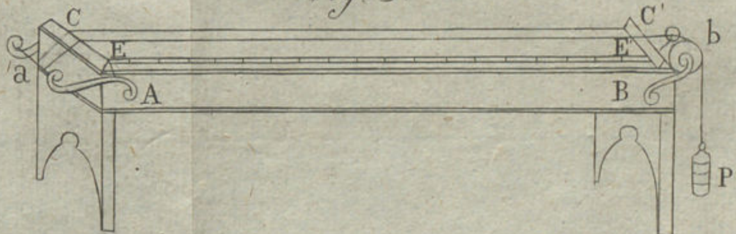


Fig. 4.ª

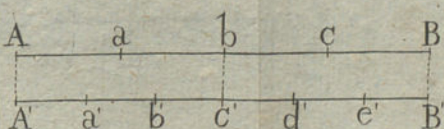


Fig. 5.ª

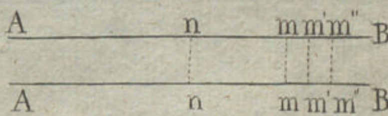


Fig. 6.ª

Fig. 7.ª