BIBLIOTECA
DE INSTRUÇÃO PROFISSIONAL

Topografia Prática

LIVRARIA
BERTRAND
LISBOA

TOPOGRAFIA PRÁTICA

E

AGRIMENSURA

CORRIGENDA

PÁGINA:	LINHA:	ONDE SE LÊ:	DEVE LER-SE:
6	15	correspendente	correspondente
6	24	indefenida	indefinida
9	11	Zambert	Lambert
10	30	*(fig. 6)*	*(fig. 5)*
129	2	*(fig. 71)*	*(fig. 76)*
239	4	passa	que passa
243	7	os catetos e a hipotenusa	a hipotenusa e os catetos
356	32	Sejam *(fig. 249)*	Sejam A e B *(fig. 249)*
363	15	extremo.	extremo E'.
367	1	extenção	extensão
385	17	otico	optico

N. B. — Haverá, possivelmente, outros pequenos êrros que o leitor atento fàcilmente corrigirá.

Biblioteca de Instrução Profissional

FUNDADA POR

THOMAZ BORDALLO PINHEIRO

Topografia prática e Agrimensura

POR

CORONEL GUEDES VAZ
antigo professor de Topografia

E

TENENTE-CORONEL MOUSINHO DE ALBUQUERQUE

3.ª EDIÇÃO

LIVRARIA BERTRAND
73, Rua Garrett, 75
LISBOA

LIVRARIA FRANCISCO ALVES
RIO DE JANEIRO — S. PAULO
BELO HORISONTE

Composto e impresso na IMPRENSA PORTUGAL-BRASIL
Rua da Alegria, 30 — LISBOA

Topografia prática e Agrimensura

Livro de grande utilidade para os oficiais encarregados de levantamentos topográficos e reconhecimentos, engenheiros, engenheiros agrónomos, agentes técnicos, encarregados de trabalhos cadastrais, agrimensores, regentes agrícolas, alunos das escolas militares, de engenharia, de agronomia, superior colonial e agrícolas, arbitradores judiciais, avaliadores de terrenos, etc.

TOPOGRAFIA PRÁTICA

Preliminares

I — Topografia: definição e divisão

1 — **A Geografia** — (do grego *gêo*, terra: *grapho*, descrevo) tem por fim a representação e descrição duma grande extensão da superfície da Terra.

2 — **A Corografia** (do grego *chorã*, país) tem por objecto a representação e a descrição, mais detalhada do que a geográfica, dum país ou de qualquer das suas grandes divisões.

3 — **A Topografia** (do grego *topos*, logar) é a sciência que tem por fim a representação e a descrição detalhada duma limitada zona de terreno, por forma a bem poder avaliar-se a sua configuração e os recursos que apresenta.

A representação faz-se por meio dum desenho denominado *planta* ou *carta topográfica*.

A descrição é feita numa *memória* e dá-nos todas as indicações úteis que a planta não pode representar, tais como: velocidade dos cursos de água, estado das edificações e vias de comunicação, estatísticas, etc.

4 — Na execução duma planta topográfica, ha a considerar duas partes: *planimetria* e *nivelamento* ou *altimetria*.

A *planimetria* ensina a traçar as linhas naturais e artificiais da superfície do terreno, considerando-as projectadas num plano horizontal.

O *nivelamento* ou *altimetria* ensina a determinar e a representar o relêvo do terreno de modo a podermos fàcilmente apreciar a forma dos diferentes acidentes, a inclinação das encostas, etc.

II — Escalas

5 — **Escalas numéricas.** — À relação constante que existe, em cada planta, entre as linhas naturais e as suas homólogas gráficas, dá-se o nome de *escala numérica.*

As escalas numéricas representam-se por um quebrado, no qual o denominador indica as dimensões naturais e o numerador as que lhe correspondem na planta. Assim $\frac{1}{100}$ quere dizer que 100 metros do terreno são representados por um metro na planta.

É sempre possível dar ás escalas a unidade por numerador.

Quando o numerador fôr inferior à unidade multiplicam-se os dois termos do quebrado por 10 ou pela potência de 10 que fôr necessária para o tornar inteiro.

Assim, se a escala fôr de $0^m,05$ por 100^m, teremos:

$$\frac{0,05}{100} = \frac{5}{10.000} = \frac{1}{2.000}$$

Representando por L uma linha do terreno e por l a sua homóloga na planta, sendo M o denominador da escala, teremos a relação:

$$\frac{1}{M} = \frac{l}{L}, \text{ donde } L = l\,M, \text{ e } l = \frac{L}{M}$$

expressões que se traduzem da seguinte maneira:

1.º Uma distância natural é igual ao produto da sua homóloga gráfica pelo denominador da escala.

2.º Uma distância gráfica é igual ao quociente que resulta da divisão da sua homóloga natural pelo denominador da escala.

Aplicação — Na relação numerica $\frac{1}{5.000}$ se $L=75^m$, o valor de l, sua homóloga gráfica, será:

$$l=\frac{75^m}{5.000}=0,^m015$$

Inversamente, $l=0^m,015$ dá:

$$L=0^m,015\times 5.000=75^m$$

6 — **Escalas adoptadas em Portugal.** — Em Portugal adoptaram-se 18 escalas para serem empregadas nos serviços públicos. Uma comissão nomeada pelo govêrno, em 1843, para determinar as escalas adoptadas nos levantamentos das plantas e projectos, escolheu, em analogia com o que se praticava em França, as escalas *decimais* e as suas *duplas* e *sub-duplas* constituindo três séries deduzidas, respectivamente, das fracções:

$$\frac{1}{10^n};\frac{2}{10^n};\frac{1}{2\times 10^n}$$

Dando a n diferentes valores desde zero, vem:

1.ª Série: — Escalas decimais

$$\frac{1}{1};\frac{1}{10};\frac{1}{100};\frac{1}{1.000};\frac{1}{10.000};\frac{1}{100.000};\frac{1}{1.000.000};\text{ etc.}$$

2.ª Série: — Escalas duplas

$$2; \frac{1}{5}; \frac{1}{50}; \frac{1}{500}; \frac{1}{5.000}; \frac{1}{50.000}; \frac{1}{500.000}; \text{ etc.}$$

3.ª Série — Escalas sub-duplas

$$\frac{1}{2}; \frac{1}{20}; \frac{1}{200}; \frac{1}{2.000}; \frac{1}{20.000}; \frac{1}{200.000}; \frac{1}{2.000.000}; \text{ etc.}$$

Na primeira e terceira séries adoptaram-se as seis primeiras escalas; na segunda série desprezou-se a primeira escala e aproveitaram-se as restantes.

Ficaram assim dezoito escalas desde $\frac{1}{1}$ — *escala ao par* — até $\frac{1}{500.000}$, que foram julgadas suficientes para o nosso país.

As dezoito escalas adoptadas em Portugal para os diferentes trabalhos são distribuidas da seguinte forma:

Na projecção das plantas e máquinas, instrumentos, modêlos e construções civis e militares de que se torne necessário conhecer muitos pormenores e particularidades, as escalas:

$$\frac{1}{1}; \frac{1}{2}; \frac{1}{5}; \frac{1}{10}; \frac{1}{20}; \frac{1}{50}; \frac{1}{100}; \frac{1}{200}; \frac{1}{500}$$

Nos levantamentos de canais, caminhos de ferro, plantas de localidades, barras de portos de mar, fortificações e no levantamento e detalhes de posições militares, as escalas:

$$\frac{1}{1.000}; \frac{1}{2.000}; \frac{1}{5.000}$$

Nos levantamentos topográficos de mediocre extensão (3 a 5 quilómetros), a escala:

$$\frac{1}{10.000}$$

Nos levantamentos de superfícies de dez quilómetros quadrados, nos reconhecimentos militarés, itinerários e nas cartas de campo de batalha, a escala:

$$\frac{1}{20.000}$$

Nos levantamentos das cartas corográficas, as escalas:

$$\frac{1}{50.000};\frac{1}{100.000}$$

Nos levantamentos das cartas geográficas, as escalas:

$$\frac{1}{200.000};\frac{1}{500.000}$$

Pelo que acabamos de expor não se conclua que nos levantamentos indicados devem unicamente ser empregadas as escalas que apresentamos; podem variar segundo a maior ou menor importância do que se tem a representar e segundo o maior número de detalhes que se desejar definir.

7 — **Escala gráfica decimal simples.** — Para se apreciarem as distâncias gráficas por meio do compasso, empregam-se as escalas gráficas.

A construção da escala gráfica decimal simples é a seguinte:

Traça-se a recta *A B (fig. 1)*, que se divide em 10 partes iguais *A M*, *M N*.... *P' B*, cada uma das quais é subdividida em 10 partes iguais. Já se vê que, se uma das partes *A M, M N,* etc., valer

10 metros, cada uma das suas sub-divisões valerá 1 metro.

Querendo representar, numa planta na escala $\frac{1}{1000}$, uma distância correspondente a 38 metros me-

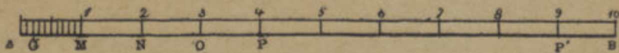


Fig. 1

didos no terreno, não temos mais do que, com o compasso ou duplo decímetro, marcar uma grandeza igual a *P G*.

Com efeito:

$$P\,G = 3A\,M + M\,G$$
$$\text{correspondendo a } 3 \times 10^m + 8^m = 38^m$$

8 — **Escala gráfica decimal composta ou de dízima.** — Qualquer que seja a escala a construir, devemos, em primeiro lugar, determinar o comprimento gráfico correspendente a 100 metros do terreno.

Suponhamos que a relação numérica é de $\frac{1}{5.000}$, assim:

1 metro	na	planta representa	5.000	no	terreno
$0^m,1$	»	»	»	500	»	»
$0^m,01$	»	»	»	50	»	»
$0^m.02$	»	»	representam	100	»	»

A construção da escala é a seguinte:

Sôbre uma recta indefenida *A B*, *(fig. 2)*, marca-se, com o compasso ou duplo decímetro, tantas vezes $0^m,02$ quantas as centenas que a escala deve conter.

Depois traçam-se 10 rectas equidistantes e paralelas a *A B*. Pelos pontos de divisão *A*, *A'*..... *A''*, *B*, levantam-se perpendiculares a *A B* até encontrarem a última paralela. Feito isto, divide-se $A\ A'$ em 10 partes iguais, cada uma das quais representará 10 metros.

Igualmente se subdivide $C\ K$ no mesmo número de partes iguais. Por fim une-se a primeira divisão da linha $A\ A'$ com o ponto C, a segunda de $A\ A'$ com C', e assim sucessivamente.

Pela comparação dos triângulos rectângulos semelhantes $A'\ H\ K$ e $A'\ h\ 9$, etc., se conhece que, valendo $H\ K$ dez metros, $h\ 9$ valerá nove, e assim sucessivamente.

Querendo, com a escala assim construída, marcar na planta uma distância correspondente a 343 metros do terreno, aplicaremos uma das pontas do com-

Fig. 2

passo no ponto em que as rectas $L\ L'$, terceira centena, e a terceira paralela a $A\ B$, se cruzam; isto é, no ponto Q. Aplicando depois a outra ponta do compasso no ponto p a distância $Q\ p$ será a procurada.

Com efeito

$$Q\ p \text{ corresponde}$$
$$\text{a } 3 \times 100^{m} + 3^{m} + 4 \times 10^{m} = 343^{m}$$

O conjunto das projecções desta e doutras linhas fórma a *planimetria* dum levantamento.

III — Limite das plantas topográficas

9 — Pouco importa, sob o ponto de vista topográfico, que a figura da Terra seja uma esféra achatada para os pólos e a sua superfície cortada por

grandes elevações e depressões, constituindo verdadeiras desigualdades que em alguns pontos chegam a ter mais de 2 léguas de altura acima do nível do mar, porque podemos imaginar a superfície real do globo, substituída por uma superfície média como a que resultaria se, por assim dizer, abatêssemos as montanhas e elevássemos os vales quanto bastasse para que desaparecessem todas as desigualdades. Esta hipótese está perfeitamente conforme com o que se pratica em geodesia, onde tôdas as operações e cálculos são referidos à superfície média das águas do oceano considerada como equivalente à da terra.

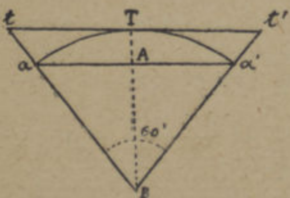


Fig. 3

Admitida esta fórma média como a verdadeira fórma do globo, podêmos ainda substituí-la por um poliedro inscrito ou circunscrito, de tão grande número de faces, que cada uma possa, sem êrro sensível, considerar-se completamente ajustada sôbre o elipsoide terrestre; e sôbre as mesmas faces podêmos projectar tôdas as linhas características das respectivas calotes, sem que a curvatura geral influa no resultado.

Com efeito, sabe-se que no arco dum grau, *(fig. 3)*, a diferença entre a soma das tangentes $T\,t$ e $T\,t'$, (no ponto médio T, dos dois arcos de 30′) e a corda $a\,a'$, é proximamente igual a $2^m,40$. Ora, como a tangente é maior que o arco, e êste maior que a corda, segue-se que a diferença entre o arco dum gráu e a sua corda é menor que $2^m,40$.

Como o arco dum grau do círculo máximo terrestre, tem a grandeza de 20 léguas médias ou 100 quilómetros, se sôbre a terra tomarmos uma calote, cuja base tenha de diâmetro 100 quilómetros, poderemos projectar esta calote sôbre o plano da sua base, ou sôbre o plano tangente ao seu ponto médio, na certeza de que a projecção virá apenas com um êrro inferior a $2^m,40$, que bem póde julgar-se nulo em presença dos êrros inevitaveis nas operações dos levantamentos dum terreno desta extensão.

Com efeito, o êrro de $2^m,40$ na escala $\frac{1}{10.000}$. é ainda inferior a $^1/_4$ de milímetro.

Até 100 quilómetros podêmos, pois, elaborar a carta de quaisquer porções da superfície terrestre, sem atender á sua curvatura.

IV — Projecções Bonne e Zambert

10 — Desde que a extensão do terreno a representar na carta seja superior ao limite citado, como a forma da terra é a dum elipsoide de revolução *(fig. 4)* (cujo semi-eixo maior x é igual a 6.378.249,2 metros e o semi-eixo menor y igual a 6.356.515 metros), torna-se necessário adoptar um sistema de projecção de maneira a podermos transformar numa figura plana a obtida sôbre o elipsoide terrestre, para o que será necessário sacrificar a proporcionalidade das dis-

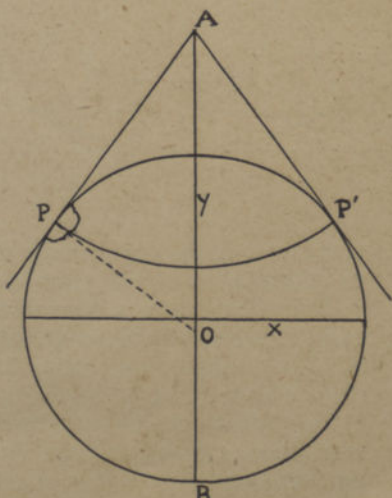


Fig. 4

tâncias ou alterar os ângulos. A projecção diz se *conforme* quando não altera o valor dos ângulos; e *equivalente* quando conserva a proporcionalidade das distâncias.

11 — **Projecção Bonne.** — Êste sistema de projecção, usado no desenho das cartas portuguêsas, sacrifica os ângulos, conservando a proporcionalidade das distâncias.

Convem notar que em Portugal o ponto médio é *o ponto central*, a Norte de Abrantes (Melriça) nas cartas modernas, ou o Castelo de S. Jorge nas cartas antigas.

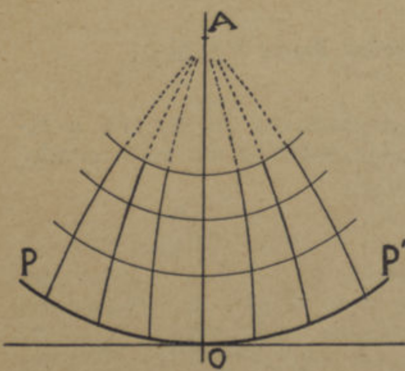


Fig. 5

Seja O o ponto médio da região que pretendemos reproduzir na carta *(fig. 5)*; por êste ponto tracemos uma tangente ao elipsoide, a qual irá cortar o eixo dos polos em A e determinará pela sua rotação em torno dêste eixo, um cone tangente ao mesmo elipsoide ao longo do paralelo médio, $P\,P'$.

Transformemos a superfície do elipsoide num cone desenvolvido pela geratriz $A\ O$ *(fig. 6)*. Será $A\ O$ o meridiano de origem e $P\,P'$ o paralelo de orígem descrito com centro em A.

Marcam-se para um e outro lado de O sôbre o meridiano médio, orígem, (o qual é transformado em verdadeira grandeza numa linha recta), distâncias iguais aos arcos rectificados do meridiano e por estes pontos traçam-se arcos de círculo concêntricos ao paralelo médio PP', com centro em A. Cada um destes paralelos será rectificado por fórmulas que aqui não estudaremos dado o carácter prático do nosso livro.

Marcamos seguidamente para Oeste e Este do meridiano médio, distâncias iguais correspondentes

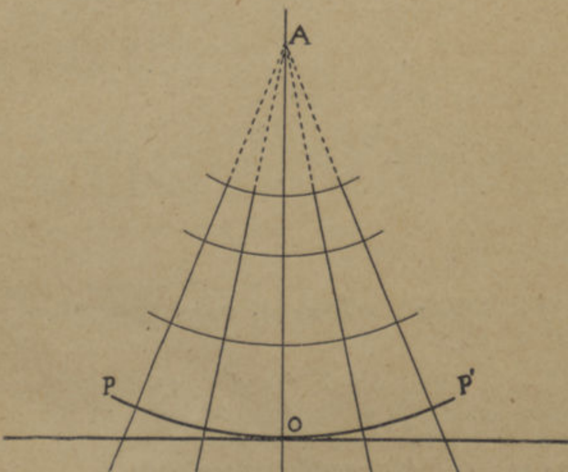


Fig. 6

aos comprimentos dos arcos de longitude e, unindo depois os pontos que tem a mesma longitude, obtemos os meridianos.

Neste sistema de projecção as deformações dos ângulos crescem muito rápidamente quando se caminha em longitude, para Oeste ou Este do meridiano médio, e não tem grande valor quando se caminha em latitude para um e outro lado do paralelo médio. Esta projecção é a que mais nos convém, dada a configuração de Portugal, mais extenso na direcção Norte-Sul, 12 — **Projecção Lambert.** — Na projecção *Lambert* todos os meridianos são representados por rectas, tomando o ponto *A (fig. 6)* como centro e regularmente distanciados dêste ponto.

O seu afastamento é proporcional á sua longitude.

Os paralelos são traçados por meio de arcos de círculo concêntricos no ponto *A*, de fórma que os segmentos de recta correspondentes a determinado arco do meridiano vão crescendo à medida que caminhamos para o Equador.

Nesta projecção conservam-se os ângulos. É a que mais convém no caso da região a levantar ser determinada por uma faixa de terreno na direcção Este-Oeste.

V — Utilidade militar das cartas topográficas

13 — Já vimos que o desenho resultante da projecção, em certa proporção, de todos os pontos e linhas de terreno, sôbre um plano horizontal, denomina-se *carta topográfica* ou *planta*.

As cartas topográficas são de utilidade geral incontestavel. Da mesma fórma que são indispensaveis aos oficiais generais e do serviço do Estado Maior, para a concepção e direcção das operações militares, são também muito úteis aos oficiais de tôdas as armas e serviços para a execução dessas operações.

Uma carta topográfica permite, com efeito, ao comandante dum piquete avaliar o conjunto do terreno que tem de vigiar e apreciar-lhe o valor militar, estudando em detalhe as estradas, caminhos, atalhos e ravinas por onde o inimigo pode apresentar-se e os bosques por onde se pode aproximar do posto principal do piquete; indica-lhe os pontos em que convirá colocar os pequenos postos e as vedetas, os pontos que convirá fortificar e os caminhos por onde comunicará com os postos principais laterais, para lhes prestar ou dêles receber auxílio em caso de ataque.

Se o oficial comandar tropas em combate, a carta ser-lhe-á útil para lhe indicar a natureza e fôrça da posição ocupada pelos atiradores inimigos, os pontos em que pode abrigar os apoios e reserva, as disposições que deverá tomar para o ataque, os pontos em que lhe convirá concentrar o fogo e as distâncias para poder regular o tiro.

Se o oficial é encarregado dum reconhecimento, a carta, indicando-lhe o nome das povoações e casas isoladas, as estradas ou caminhos que as ligam, as distâncias a que ficam e um sem número de detalhes de grande importância, prestar-lhe-á ainda um valioso auxílio.

Para o estabelecimento de bivaques e acantonamentos, as cartas, indicando as povoações, os bosques, os cursos de água, os chafarizes e fontes, as distâncias a que ficam as encostas que mais abrigarão dos ventos dominantes, etc., tornar-se-ão muitíssimo úteis.

Finalmente, não há operação de guerra, por menor importância que pareça ter, que não exija uma carta topográfica.

VI — Medição de distâncias na carta

14 — O conhecimento da distância horizontal é essencial para se saber se um ponto está, por exemplo, ao alcance das armas de fogo; mas é igualmente importante saber calcular as distâncias, seguindo as sinuosidades do terreno, para se determinar o tempo que leva a executar uma certa marcha.

Quando dois pontos estão ligados por uma linha recta, determina-se com o compasso a distância entre as projecções dos dois pontos, e transportando-a à escala, ter-se-á conhecimento da distância real entre os pontos considerados.

Quando os dois pontos estão ligados por uma curva, toma-se uma abertura do compasso igual a uma fracção da escala do desenho, tão pequena quanto possível, e assentando uma das pontas do compassso sôbre um dos extremos da curva e a outra sôbre um ponto dela, faz-se mover o compasso sucessivamente, até chegar ao outro extremo; multiplicando o número de vezes que a abertura do compasso percorreu a distância, pelo número de metros que a mesma abertura representa na escala, obtem-se o desenvolvimento da distância representada pela curva.

Como o conhecimento das distâncias é a parte mais importante da *leitura das cartas*, construiram-se instrumentos de algibeira, que dão, sem cálculo e com suficiente rigor, a medida das distâncias sôbre a carta.

Entre vários instrumentos dêsse género, temos os seguintes: o *campilómetro de Gaumet*, a *bússola roleta de Peigné*, o *curvímetro de mostrador*, o *curvímetro de Laplaiche*, etc.

15 — **Campilómetro de Gaumet.** — É um pequeno instrumento de algibeira, que dá, por uma simples operação e uma leitura, o *comprimento natural* correspondente a uma distância gráfica, nas cartas de $\frac{1}{80.000}$, por ser a carta oficial de França, levantada nesta escala; na de $\frac{1}{100.000}$, e em tôdas as escalas multíplas, e sub-múltiplas destas; e bem assim o comprimento duma linha da carta.

Consta êste instrumento, *(fig. 7)*, dum disco circular com serrilha, para não resvalar no papel, e cuja circunferência é igual a $0^m,05$, sendo uma das faces do disco dividida em 40 partes e a outra em 50.

A primeira serve para a escala $\frac{1}{80.000}$, e a segunda para a de $\frac{1}{100.000}$.

Cada divisão corresponde a 100^m porque a circunferência, tendo $0^m,05$ de desenvolvimento, representa 4 quilómetros na escala $\frac{1}{80.000}$, e 5 quilómetros na escala $\frac{1}{100.000}$.

Fig. 7

O disco circular move-se em torno dum parafuso micrométrico, cujo passo, de $0^m,0015$, corresponde a uma volta completa do disco; o número de voltas dadas pelo disco é lido numa régua graduada, cujas divisões são, por conseguinte, iguais ao passo do parafuso, e representam os seguintes comprimentos:

1 divisão da régua corresponde	a	$0^m,05$
2 divisões da régua correspondem	»	$0^m,10$
3 » » » »	»	$0^m,15$
....		....
10 » » » »	»	$0^m,50$

Para a escala $\frac{1}{100.000}$ teremos que:

1 divisão da régua corresponde	a	5	km.
2 divisões da régua correspondem	»	10	»
3 » » » »	»	15	»
....		....	
10 » » » »	»	50	»

Para a escala $\frac{1}{80.000}$ teremos que:

1 divisão da régua corresponde				a	4	km.
2 divisões da régua correspondem				»	8	»
3	»	»	»	»	12	»
......						
10	»	»	»	»	40	»

Estas duas graduações em quilómetros estão marcadas na régua, servindo a graduação superior para a escala $\frac{1}{100.000}$ e a inferior para a escala $\frac{1}{80.000}$.

Os extremos do parafuso micrométrico estão apoiados em duas placas fixas à régua, uma das quais é aguçada e serve de indicador.

16 — **Emprêgo do campilómetro de Gaumet.** — Para empregar o campilómetro, leva-se o zero do disco a coïncidir com o zero da régua e, pegando no cabo por forma que fique perpendicular ao desenho, faz-se percorrer o disco a distância a medir.

Lendo então a graduação da régua por onde o disco passou e juntando-lhe o número da graduação do disco que fica em frente da régua, obtém-se a grandeza da medida.

Supondo que se media uma distância numa carta levantada na escala $\frac{1}{100.000}$, que a graduação superior da régua era 20 e que a do disco, que está dividido em 50 partes, era 35, teremos:

Distância natural $= 20$ km. $+ (35 \times 100^{m}) = 23.500^{m}$.
» *gráfica* $= 0^{m},20 + 0^{m},035 = 0^{m},235$.

Supondo a carta levantada na escala $\frac{1}{80.000}$ faremos uso da graduação inferior da régua.

Imaginemos que a 7.ª divisão do disco, que está dividido em 40 partes, parou em frente da 12.ª graduação inferior da régua, teremos:

Distância natural $= 12$ km. $+ (7 \times 100^{m}) = 12.700^{m}$.
» *gráfica* $= 0^{m},15 + 0^{m},008 = 0^{m},158$.

A-pesar-do campilómetro ser construído para as escalas $\frac{1}{80.000}$ e $\frac{1}{100.000}$, serve, contudo, para a medição de linhas traçadas em cartas levantadas em escalas multiplas e sub-multiplas destas.

Assim, suponhamos que a graduação da régua era 20 e que a do disco, que está dividido em 50, era 35; o comprimento será $0^{m},20$ mais $0^{m},035$ ou $0^{m},235$.

Multiplicando esta grandeza pelo denominador da escala teremos:

2.350^{m} na escala $\frac{1}{10.000}$	9.400^{m} na escala $\frac{1}{40.000}$
4.700^{m} » » $\frac{1}{20.000}$	18.800^{m} » » $\frac{1}{80\,000}$

O *campilómetro* não exige que a escala gráfica esteja traçada, mas ùnicamente que se conheça a relação númérica.

Se fôr conhecida a escala gráfica, fàcilmente se pode avaliar a distância percorrida pelo campilómetro, fazendo-o percorrer a escala em sentido contrário, até que o zero do disco se ajuste com o da régua; a distância percorrida pelo instrumento sôbre a escala faz conhecer qual a distância entre os pontos da carta.

17 — **Bússola roleta de Peigné.** — Êste instrumento consiste em uma bússola contida numa caixa cilíndrica de fundo duplo, no qual se podem montar

duas rodas de latão endurecido, que actuam uma sôbre a outra.

A face posterior da caixa apresenta uma grande roda dentada *A*, *(fig. 8)*, que excede ligeiramente o contôrno da caixa, e tem uma circunferência de $0^m,10$ dividida em 100 milímetros, cujos números, quando a roda gira, aparecem na abertura *E*, permitindo aí a leitura.

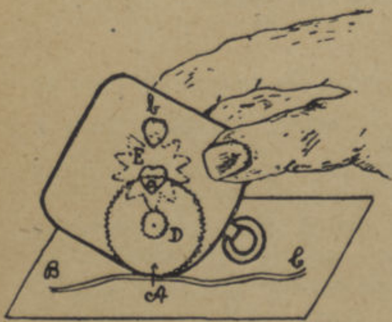


Fig. 8

Nesta grande roda está montada concêntricamente uma rodinha *D*, munida dum dente; por cada volta da roda *A*, êste dente actua sôbre uma roda dentada *E*, colocada superiormente, a qnal tem dez dentes e faz uma revolução completa, por cada dez revoluções ou voltas da roda inferior; os números *0, 1, 2 . . . 9*, marcados nesta roda, indicam, pela sua passagem na abertura *b*, o número de voltas completas que tem dado a roda *A*.

18 — **Emprêgo da bússola roleta de Peigné.** — Para apreciar com êste instrumento uma distância *C B*, na escala $\frac{1}{1.000}$, começaremos por fazer girar a roda *A*, até que os zeros das rodas maiores correspondam aos traços superiores das aberturas *a* e *b*; depois, colocando a bússola em um dos extremos *B* ou *C*, faz-se girar até ao outro extremo, onde se lêem as graduações.

Suponhâmos que a abertura *a* marca 37 e a abertura *b* marca 4; como *a* indica milímetros e *b* decímetros, a distância será 437 milímetros, isto é 437^m, na escala $\frac{1}{1.000}$.

Para obter a distância real em qualquer outra escala, basta multiplicar pelo denominador dela a distância gráfica lida com o instrumento.

Assim, a leitura $0^m,437$ corresponde a:

437^m	na escala	....	$\frac{1}{1.000}$
874^m	» »	....	$\frac{1}{2000}$
2.185^m	» »	....	$\frac{1}{5.000}$
4.370^m	» »	....	$\frac{1}{10.000}$
8.740^m	» »	....	$\frac{1}{20.000}$
21.850^m	» »	....	$\frac{1}{50.000}$

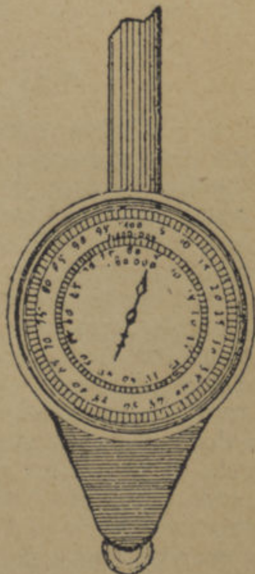


Fig. 9

19 — **Curvímetro de mostrador.** — Consta duma pequena roda dentada, *(fig. 9)*, destinada a girar sôbre a linha a medir, roda que transmite o seu movimento a um ponteiro que indica num mostrador circular a grandeza medida na escala para que o instrumento foi construído; serve também para uma escala dupla, tripla, etc., dividindo a leitura feita, por 2, por 3, etc.

Alguns curvímetros comportam duas ou mais graduações, correspondentes a outras tantas escalas.

20 — **Curvímetro de Laplaiche.** — Êste curvímetro (também denominado *curvímetro auto-reductor)*, pertence ao tipo dos curvímetros de mostrador e comporta 9 escalas diferentes:

$$\frac{1}{1.000}, \frac{1}{20.000}, \frac{1}{25.000}, \frac{1}{40.000}, \frac{1}{50\,000}, \frac{1}{80\,000}$$
$$\frac{1}{86.400}, \frac{1}{100.000} \text{ e } \frac{1}{320.000}$$

21 — Muitas vezes não dispomos dos instrumentos que acabamos de descrever. Nessas circunstâncias teremos de recorrer ao duplo-decímetro, instrumento extremamente portátil, ou mesmo a uma tira de papel, ou cartão delgado, prèviamente graduada em centímetros e milímetros.

Para medirmos uma distância na carta, conhecida a escala desta, não temos mais do que proceder de modo análogo ao do n.° 14, aplicando directamente o duplo-decímetro ou a tira graduada, partindo do *zero* da sua graduação, a um dos extremos da linha a medir, tomando nota da graduação que coincide com o outro extremo, se a linha fôr recta; sendo quebrada, mediremos da mesma forma e sucessivamente os diferentes segmentos rectilíneos, somando depois as medidas obtidas; sendo curva, decompô-la-emos em pequenos segmentos que, sem grande êrro, possamos considerar rectos, e procederemos como para a linha quebrada.

Obtida a grandeza gráfica da linha, multiplicaremos o número que a representa pelo denominador da escala, e assim teremos a grandeza natural, (n.° 5).

Figurado do terreno

VII — Planos cotados

22 — Por êste processo de representação do relêvo do terreno, um ponto fica determinado quando se obtem a sua projecção sôbre um plano horizontal de referência.

Sôbre êsse plano se projectam outros pontos, o que permite a comparação das respectivas *cotas*, isto é, a elevação dêsses pontos acima do plano de referência.

Para evitar as cotas negativas, o plano de referência deve ter cota inferior à do ponto mais baixo do terreno que se pretende levantar.

Ao lado da projecção de cada ponto escreve-se a cota correspondente.

23 — **Projecção horizontal ou ortogonal dum ponto.** — Chama-se projecção horizontal dum ponto *A*, *(fig. 10)*, o ponto onde a vertical daquele ponto encontra o plano horizontal, *MN*, tomado como plano de referência ou de comparação.

Fig. 10

Em topografia toma-se como plano de referência um plano tangente ao nível do mar, *MN*, *(fig. 11)*, por exemplo.

Se quizermos levantar a carta topográfica duma pequena porção de terreno, *ABC*, cuja maior extensão não passe de 100 quilómetros, supor-se-á que o nível do mar está prolongado por debaixo das terras e admitir-se-á que a porção da superfície curva, *ABC*, é plana.

O cálculo demonstra, com efeito, que o êrro produzido, desprezando a curvatura da Terra, é inferior ao que provêm da imperfeição dos instrumentos e dos processos empregados.

Fig. 11

A projecção horizontal dum ponto *B* será, pois, o ponto *b*, onde a vertical *Bb* encontra o nível do mar, que nós supomos prolongado por debaixo do terreno.

24 — **Projecção horizontal duma linha.** — É o conjunto de projecções de todos os pontos dessa linha.

A projecção horizontal da recta *AB*, *(fig. 12)*, é uma recta *ab*. Dois pontos bastam para a determinar.

A projecção duma linha curva *CDE*, quando não esteja num plano vertical, é uma linha *cde*. É preciso maior número de pontos para a determinar.

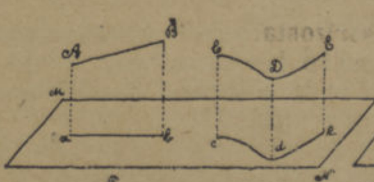


Fig. 12

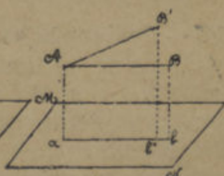


Fig. 13

Tôda a linha, recta ou curva, situada num plano horizontal, projecta-se em verdadeira grandeza. Se a linha recta ou curva se encontra num plano que não é horizontal, projectar-se-á segundo uma linha de grandeza menor.

Assim, a linha *AB*, *(fig. 13)*, que está situada num plano horizontal, projecta-se em grandeza natural, segundo *a b*, no plano horizontal *MN*. A linha *AB'*, que não está situada num plano horizontal mas que está no mesmo plano vertical que *A B*, projecta-se também, segundo *a b*, sôbre o plano horizontal *M N*. A sua projecção é *a b'*, menor que *ab*.

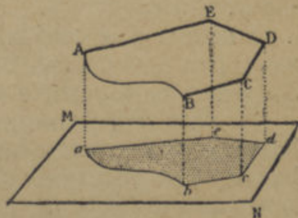


Fig. 14

25 — **A projecção horizontal duma superfície** é formada pelo conjunto de projecções dos pontos característicos desta superfície.

Para obter a carta topográfica do terreno *ABCDE*, *(fig. 14)*, determinar-se-ão as projecções horizontais *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, dos pontos principais *A*, *B*, *C*, *D* e *E*, do terreno.

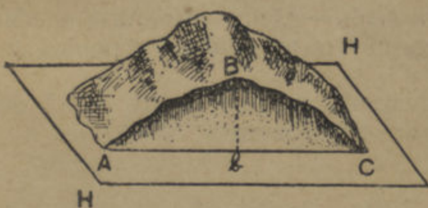


Fig. 15

Quando a superfície plana é vertical, a sua projecção ortogonal é uma linha recta.

Na *fig. 15* a projecção da superfície vertical *ABC* será a linha recta *AbC*, linha segundo a qual o plano *ABC* intercepta o plano horizontal *HH*.

O contôrno desta superfície, pelo que respeita ao seu relêvo, é indicado pelas cotas dos seus pontos característicos.

26 — **Planimetria e nivelamento.** — A *planimetria* dá-nos, como vimos, o conjunto das projec-

ções ortogonais de todos os pontos do solo sôbre a superfície de nível.

O *nivelamento* dá-nos a noção das alturas de todos os pontos do solo acima da superfície de nível de referência.

Assim, as alturas *Aa, Bb, Cc,* dos pontos *ABC, (fig. 14),* acima do nível do mar, chamam-se *altitudes.*

O *relêvo* é o conjunto dos movimentos do terreno, isto é, a configuração das partes concavas e convexas da superfície do solo.

Se, para representarmos o relêvo do terreno, nos limitássemos a inscrever as cotas ao lado das projecções dos principais pontos do terreno, resultaria uma carta coberta de números que nos daria uma idéia muito confusa do relêvo do terreno e ser-nos-ia bastante difícil abranger, à primeira vista, os diversos acidentes, tornando-se a leitura de tal carta tanto mais difícil quanto maior fôsse o número de pontos cotados, o que seria contraproducente.

27 — **Curvas de nível.** — Daqui resultou a necessidade de unir, por curvas irregulares os pontos da mesma cota.

Estas curvas denominam-se *curvas de nível,* de cujo traçado adiante trataremos.

VIII — Declives

28 — **Declive duma linha.** — Chama-se *declive duma linha, AC, (fig. 16),* à sua inclinação ou ao ângulo α que ela forma com a sua projecção *ac* no plano horizontal.

Este declive costuma exprimir-se pelo número de gráus e minutos do ângulo α, ou pela relação $\frac{h}{b}$ entre a diferença de nível $A\ B = h$ dos seus extremos A e C, e a sua projecção horizontal $ac = B\,C = b$.

Assim, o declive, supondo, por exemplo, que $a\,c$ é cinco vezes maior que $A\,B$, seria expresso pelo ângulo $\alpha = 12^\circ$ ou pela relação $\frac{1}{5}$, isto é, percorrendo essa linha, cuja projecção horizontal é igual a 5^m, sobe-se ou desce-se 1^m.

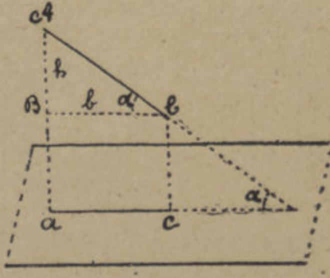


Fig. 16

Também se pode referir a projecção horizontal à grandeza 100, e dizer que o declive, no exemplo antecedente, é de 20 %, o que se obteria pela proporção:

$$\frac{1}{5} = \frac{x}{100}$$

$$\text{donde: } x = \frac{100}{5} = 20.$$

29 — **Declive dum plano.** — É a inclinação dêsse plano em relação ao plano horizontal. Essa inclinação é-nos dada pelo valor do ângulo diedro formado pelos dois planos.

Calcular a declive do plano $M\,N$, *(fig. 17)*.

Conduzamos do ponto P da aresta $M\,Q$ do diedro $N\,Q\,M\,R$, duas linhas $P\,Q'$ e $P\,S$, ambas perpendiculares à aresta e traçadas, respectivamente, nos planos $M\,N$ e $M'\,R$, sendo êste último horizontal.

Como a aresta é horizontal, as duas rectas estão no mesmo plano vertical; logo a porção Pq da recta PS é a projecção horizontal da recta PQ'.

Sabe-se que um ângulo diedro se mede pelo seu *rectilínio,* que é o ângulo formado pelas linhas de intersecção dum plano vertical com as faces do diedro, caso em que se encontram as duas linhas PQ' e Pq.

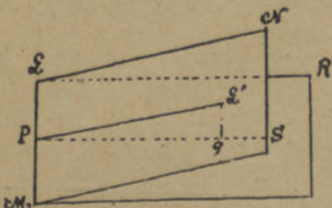


Fig. 17

Portanto, conhecido o declive da recta PQ', que nos é dado pelo ângulo que ela forma com a sua projecção Pq no plano horizontal, teremos conhecido o declive do plano MN.

Conclui-se destas considerações que o *declive dum plano* é medido pela inclinação duma recta traçada nesse plano e perpendicular á intersecção dêle com o plano horizontal.

30 — **Linha de maior declive.** — A linha PQ' *(fig. 17)* denomina-se *linha de maior declive,* por ser aquela que forma maior ângulo com o plano horizontal, como vamos demonstrar.

Dizemos nós que a recta AB, *(fig. 18)*, perpendicular à recta GH, é a linha de maior declive que é possível, partindo do ponto A, traçar no plano FG.

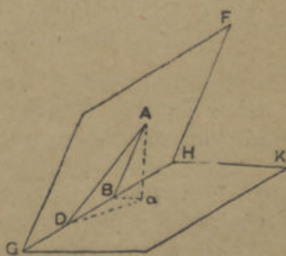


Fig. 18

Com efeito, tracemos no mesmo plano outra linha AD, partindo também do ponto A; baixemos dêste ponto a perpendicular Aa sôbre o plano horizontal; unindo o pé da perpendicular com os pontos B e D, teremos dois triângulos:

$$AaB \quad \text{e} \quad AaD$$

ambos com a mesma altura $A\ a$, mas a base $A\ B$ menor que a base $A\ D$, visto que, partindo do mesmo ponto a, a primeira é perpendicular e a segunda oblíqua á aresta $G\ H$.

Ora as expressões dos dois declives são, respectivamente:

$$\text{Decl. de } A\ B = \frac{A\ a}{a\ B}$$

$$\text{Decl. de } A\ D = \frac{A\ a}{a\ D}$$

Como êstes dois quebrados teem o mesmo numerador, é maior o que tiver menor denominador e, portanto, o ângulo formado pela recta $A\ B$ (perpendicular á aresta) com o plano horizontal é maior que o ângulo formado pela recta $A\ D$ com o mesmo plano, como pretendiamos demonstrar.

31 — A linha de maior declive representa, para cada elemento do seu trajecto, o caminho que seguiria, por exemplo, uma gota de água abandonada, do ponto mais elevado dêsse elemento, á acção da gravidade.

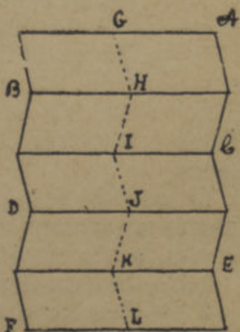


Fig. 19

32 — **Declive do terreno.** — Podêmos considerar o terreno como formado por um número infinito de facetas planas de declives diversos, em cada uma dessas facetas a linha de maior declive corta em ângulo recto todas as arestas resultantes da intersecção das facetas com as secções horizontais que considerâmos feitas no terreno.

Supondo o terreno A, B, C, D, E, F, (*fig. 19*), se ligarmos todas as linhas de maior declive das facetas sucessivas, teremos uma linha *G, H, I, J, K, L,* que poderemos, sem êrro, considerar curva e que será a linha de maior declive do terreno em hipótese.

Declive do terreno é, pois, a sua inclinação em relação ao plano horizontal; ou, o que é o mesmo, o ângulo que a respectiva linha de maior declive forma com a sua projecção naquele plano.

IX — Limite dos declives praticáveis

33 — O conhecimento do declive dum terreno tem sempre a máxima importância, porque nos mostra em que condicções se pode efectuar o movimento de tropas, viaturas, etc.

Podemos, sumàriamente, classificar os declives, sob o ponto de vista da sua acessibilidade, em três categorias.

1.ª — De 0° a 15°, permite às tropas de todas as armas as evoluções em órdem unida.

2.ª — De 15° a 30°, as tropas podem evolucionar em pequenas fracções:

3.ª — De 30° a 45° as evoluções são muito difíceis e o terreno apenas é acessível a homens isolados.

O quadro seguinte mostra-nos mais detalhadamente a acessibilidade dos declives às diferentes armas, sendo os ângulos limites expressos:

1.° — Em graus;

2.° — Pela relação entre a diferença de nível de dois pontos da linha de maior declive e a projecção horizontal do segmento compreendido entre êsses dois pontos.

3.° — Pela percentagem equivalente a essa relação.

Nomenclatura dos declives	Valores dos ângulos			Infantaria	Cavalaria	Artelharia
Suaves *(Inferiores a 9 graus)*	4º	$\frac{1}{14,6}$	7%	Evoluciona fácilmente.	Evoluciona fácilmente. As cargas na subida são eficazes.	Não trava nas descidas.
	6º	$\frac{1}{10}$	10%			
Fortes *(Entre 9 e 15 graas)*	9º	$\frac{1}{6,3}$	15%	As evoluções são mais difíceis.	Póde descer a galope, mas as carga são pouco eficazes.	Sobe com alguma dificuldade e trava nas descidas.
	12º	$\frac{1}{5}$	20%			
Rápidos *Entre 15 e 35 graus*	15º	$\frac{1}{3,7}$	27%	Ainda evoluciona em ordem unida.	Póde subir a passo ou trote e descer só a passo.	Só póde subir ou descer serpenteando e com as viaturas travadas.
	17º	$\frac{1}{3,3}$	30%			
	19º	$\frac{1}{2,6}$	35%	Só evoluciona em ordem dispersa.	Em forrageadores póde subir e descer a passo.	As viaturas ligeiras podem subir e descer em zig-zag.
	22º	$\frac{1}{2,5}$	40%			
	29º	$\frac{1}{1,8}$	55%	Só evoluciona em atiradores isolados.	Limite acessivel.	Limite praticável à artelharia de montanha.
	32º	$\frac{1}{1,6}$	62%			
Muito rápidos *(Entre 35 e 45 graus)*	35º	$\frac{1}{1,4}$	70%	Os atiradores podem subir de pé, mas com bastante dificuldade.	Inacessível.	Inacessível.
	37º	$\frac{1}{1,3}$	75%			
	38º	$\frac{1}{1,25}$	80%	Os atiradores só podem subir encontrando arbustos a que se agarrem.	Inacessível.	Inacessível.
	45º	$\frac{1}{1}$	100%			
Escarpados *(Superiores a 45 graus*	—	—	—	Inacessível.	Inacessível.	Inacessível.

X — Figurado do terreno por meio de curvas horizontais ou de nível

34 — **Cota, altitude e diferença de nível.** — Para medirmos as alturas relativas dos diversos pontos duma porção de terreno, sem ter a altura verdadeira dalgum dêles, marcâmos a distância vertical de todos os pontos situados acima ou abaixo dum plano de referência.

Os algarismos que exprimem estas distâncias são, como já vimos, as *cotas* dos diversos pontos do terreno. Estas são *positivas* ou *negativas*, conforme os pontos estão acima ou abaixo do referido plano.

Muitas vezes empregam-se indiferentemente as palavras *cota* e *altitude*, mas nem sempre teem a mesma significação, porque a *altitude* de um ponto é a altura dêsse ponto acima do nível médio do oceano, e a *cota* é a distância dêsse ponto, acima ou abaixo dum plano qualquer de referência.

Dois pontos da mesma altitude, isto é, dois pontos igualmente elevados acima da superfície do mar, dizem-se *de nível;* e, quando têm diferentes altitudes, chama-se *diferença de nível* ao número que exprime a diferença das altitudes dêsses pontos, diferença que representa o *comandamento* ou *relêvo* dum ponto sôbre o outro, isto é, a altura de que um domina o outro.

35 — **Curvas de nível.** — Unindo por uma linha contínua, sôbre uma carta cotada, todos os pontos da mesma cota, obtem-se uma *curva de nível,* isto é, uma curva que tem todos os seus pontos à mesma altura acima do plano horizontal de referência.

Suponhâmos que o terreno representado pelo relêvo *(fig. 20)* foi coberto de água e que, depois, esta, baixando gradualmente, se demora algum tempo a diversas alturas, *ab, cd, ef, gh, lm:* a água deixaria a essas alturas um vestígio seguindo perfeitamente as inflexões do terreno.

Se baixássemos perpendiculares de cada um dos pontos dessas linhas, teriamos o contôrno do terreno às diferentes alturas, representado, em projecção, pelas curvas horizontais *a'b', c'd', e'f', g'h', l'm',* pois que em cada curva todos os pontos têm a mesma altitude. O que dissemos do relêvo indicado na *fig. 20*, podemos dizer do terreno, considerando-o cortado por planos horizontais paralelos ao mar, cuja superfície se considera horizontal.

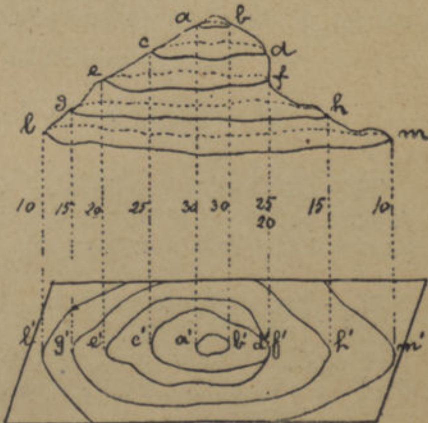


Fig. 20

Como todos os pontos duma curva de nível têm a mesma altitude, basta marcar a cota dum dêles para se conhecer a de todos; simplifica-se muito, dêste modo, a escrita do desenho, evitando a acumulação de números. Tendo o cuidado de manter os planos de intersecção equidistantes, obter-se-á, pela simples inspecção do desenho, não só a forma, como também o declive do terreno.

Sendo a diferença do nível entre duas curvas sempre a mesma, se duas curvas se aproximam, é porque o declive aumenta, pois que existe o mesmo desnível para uma distância horizontal mais pequena, (n.º 31).

Consiste, pois, o sistema de representação do terreno, por *secções horizontais ou curvas de nível,* em imaginarmos o mesmo terreno cortado por uma série de planos horizontais equidistantes, e em traçar sôbre uma planta a projecção da intersecção de cada um dêsses planos com o terreno.

XI — Equidistâncias das curvas

36 — **Equidistância natural.** — Chama-se *equidistância natural* a distância vertical que separa dois planos horizontais consecutivos.

37 — **Equidistância gráfica.** — É a *equidistância natural* reduzida à escala da carta.

A *equidistância gráfica* obtem-se, pois, dividindo a equidistância natural pelo denominador da escala. Assim:

Representando por $\frac{1}{m}$ a escala duma carta, por E a equidistância natural, e por e a equidistância gráfica, teremos

$$e = \frac{E}{m}$$

38 — Inversamente, conhecendo a equidistância gráfica, obtem-se a equidistância natural, multiplicando a equidistância gráfica pelo denominador da escala, isto é:

$$E = e \times m$$

Assim, sendo $\frac{1}{20.000}$ a escala duma carta, e 10^m a equidistância natural das secções horizontais, para determinar a equidistância gráfica, teremos:

$$e = \frac{10}{20\,000} = 0^m,0005.$$

Inversamente: sendo $e = 0^m,0005$ (equidistância gráfica das curvas de nível, na escala $\frac{1}{20.000}$), a equidistância natural das secções horizontais será:

$$E = 0^m,0005 \times 20\,000 = 10^m.$$

39 — Sendo impraticáveis os declives superiores a 45°, escusado é representá-los exactamente, por curvas de nível.

Nos terrenos cujo declive fôr de 45°, ou $\frac{1}{1}$, a distância entre as curvas é igual à equidistância gráfica; por isso, tomando para êsse afastamento um comprimento gráfico legível na carta, haverá a certeza de que serão lidos fàcilmente os diversos afastamentos, por serem maiores que aquele limite.

40 — **Variação da equidistância gráfica.** — Quando o terreno é pouco acidentado, alguns pontos escapariam ao nivelamento se a equidistância gráfica das curvas fôsse constante para todas as cartas.

Assim na escala $\frac{1}{20.000}$ a equidistância natural correspondente à equidistância gráfica de $0^m,0005$ é de 10^m.

Portanto, um movimento de terreno que tenha menos de 10^m de relêvo, não pode ser representado.

Nêste caso, diminui-se a equidistância de modo que o relêvo do terreno fique bem definido.

Na carta topográfica da Bélgica, levantada na escala $\frac{1}{20.000}$ e com as curvas de nível de 2 em 2 metros, a equidistância gráfica é:

$$e = \frac{2}{20.000} = 0^m{,}0001.$$

Ora se isto é possível ali por causa do pouco acidentado do terreno, seria impossível em Portugal.

Pelo contrário, quando o terreno é muito acidentado, ficando as curvas muito próximas, ficam confusos os pormenores da planimetria.

Neste caso faz-se a equidistância gráfica igual a $0^m{,}001$ ou $0^m{,}002$, segundo o grau do acidentado do terreno.

No mesmo país, as cartas, embora levantadas em diferentes escalas, deveriam obedecer ao princípio da *equidistância gráfica ser constante,* para que a sua comparação e leitura se tornasse mais fácil.

Na carta topográfica dos arredores de Lisboa, $\frac{1}{20.000}$, a equidistância gráfica é de $0^m{,}0005$, que corresponde à equidistância natural de 10^m.

Na carta corográfica de Portugal, desenhada na escala $\frac{1}{100.000}$, a equidistância gráfica é de $0^m{,}00025$, correspondendo a uma equidistância natural de 25^m.

Na carta geográfica de Portugal, levantada na escala $\frac{1}{500.000}$, tendo-se adoptado a mesma equidistância gráfica, é de 125^m a equidistância natural (1).

---

(1) Esta carta foi levantada em 1860-1865, sob a direcção do General Folque.

XII — Preceitos estabelecidos para o traçado das curvas de nível

41 — As curvas devem ser representadas por traços contínuos, mais finos que os empregados nos caminhos pouco importantes. O traço das secções horizontais interrompe-se no seu encontro com os edifícios, com as estradas, caminhos e cursos de água, quando estes detalhes são representados por mais dum traço; e as inflexões nunca se fazem em ângulo.

Para se apreciar melhor o relêvo do terreno, poderemos marcar por traços mais fortes as curvas distanciadas de 4 em 4, que se chamam curvas *mestras*.

Fig. 21

Quando entre duas curvas ha uma mudança de declive que convem apreciar, traça-se uma *curva intermédia*, com traço interrompido, *(fig. 21)*; e do mesmo modo se indicará a base e o cume dos cabeços, quando lhes não corresponda uma curva equidistante.

O emprêgo das curvas de nível, no figurado do terreno, apresenta as seguintes vantagens:

1.º — Grande clareza no desenho, resultante da supressão dum grande número de algarismos, pois que um simples número basta para cotar todos os pontos da mesma curva.

2.º — O afastamento das curvas de nível, indica o valor dos declives.

3.º — As curvas horizontais permitem determinar a cóta dum ponto qualquer.

42 — **Propriedades das curvas de nível.** — As curvas de nível apresentam as propriedades seguintes:

1.ª — As curvas de nível correspondem a planos horizontais equidistantes, sendo normalmente meio milímetro a sua equidistância gráfica.

2.ª — Quando cortam uma linha de água fazem-no sempre de maneira a formar uma convexidade para montante da linha de água.

3.ª — Duas curvas de nível nunca se cortam uma á outra.

4.ª — Uma curva de nível não corta nunca a mesma linha de água em dois pontos.

5.ª — Uma curva de nível não se deve interromper dentro da carta onde está desenhada a não ser que encontre o sinal de escarpado, sinal êste que se deve usar desde que o declive seja igual ou superior a 1/1.

XIII — Idéa geral dos outros processos para obter o figurado do terreno

43 — O terreno póde representar-se não só por *curvas horizontais,* mas ainda por meio de *normais* ou *hachures,* de *sombras esbatidas* e de *relêvos.*

44 — **Método das normais ou hachures.** — Êste método consiste em considerarmos o terreno iluminado pela luz zenital.

No levantamento topográfico, quando as curvas são muito afastadas, podemos empregar *normais* ou *hachures* para representar as fórmas do terreno. As normais são as projecções das linhas de maior declive.

Traçam-se as normais, a lá-is, entre as curvas horizontais aplicando a *lei do quarto*, que consiste em distanciarmos as normais de um quarto do seu comprimento.

Fig. 22

Devemos, álem disso, ter o cuidado de as engrossar, quanto mais curtas forem, de as intercalar, nas curvas imediatas, para que não fiquem no prolongamento das da curva anterior e de as colocar normalmente às curvas, fazendo-as, rectilíneas se as curvas são paralelas, e curvilíneas se o não forem, voltando a convexidade para o lado do maior afastamento, *(fig. 22)*.

Os colos ou portelas não se representam por normais e ficam, por isso, em branco.

Quando a separação das curvas é inferior a $0^m,002$ as normais não se distanciam dum quarto do seu comprimento, para evitar a desaparição dos detalhes do desenho que a forte sombra produziria; traçam-se, então, com a distância de $0^{m},0005$ e reforçam-se tanto mais, quanto o declive é mais áspero (*lei do engrossamento*).

O terreno cujo declive é igual ou inferior a $\frac{1}{54}$, ou 56′, considera-se horizontal e não se representa por normais.

45 — **Método das sombras esbatidas.** — Consiste êste método em substituir as normais por sombreado de tinta da China ou de lápis e esfuminho, tanto mais carregado, quanto maior é a inclinação do terreno.

Êste método é mais vantajoso que o das normais, por deixar ver melhor os detalhes da planimetria, mas demanda muita prática para ficar um desenho bem definido o configurado.

De todos os métodos de representação do terreno o mais empregado em Portugal, e que quási se tem tornado exclusivo, é o das curvas horizontais.

46 — **Método dos relêvos.** — Consiste na representação, em cartão, em gêsso, em cera ou em barro, dos movimentos do terreno, tais como se mostram na natureza, mas numa proporção reduzida. A carta em relêvo salta à vista e é muito útil a quem principia a aprender, porque, por comparação, permite perceber, melhor que por outro processo, a configuração do terreno: basta ter o desenho, em curvas ou hachures, do terreno representado pelo relêvo, para dar, por comparação, o hábito de compreender rapidamente aqueles dois métodos adoptados para representar as ondulações do solo.

Para se construir o relêvo duma porção de terreno, é preciso fazer primeiro a planimetria dêsse terreno e depois determinar a altura dos pontos principais acima dum plano determinado, cravando nas suas projecções arames que meçam, em escala, a cóta dêsses pontos.

Tomando então gêsso, cera ou barro, cobrem-se as diversas partes do desenho, contornando as extremidades dos arames. Chega-se a obter a forma do terreno, por tentativas, e tanto mais aproximada da realidade, quanto mais numerosos são os arames que representam as diversas cotas.

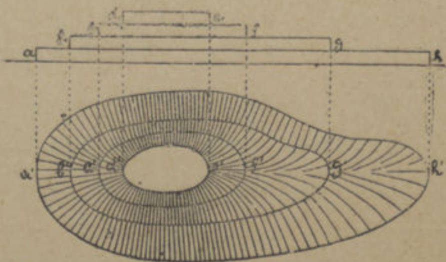


Fig. 23

Relêvo em cartão. Para se obter um relêvo em cartão, desenham-se num papel transparente as curvas de nível e passam-se, por decalque, para cartões que tenham por grossura a equidistância gráfica, de modo que em cada cartão fique, além do desenho da respectiva curva, o da curva imediatamente superior; recortando cada cartão segundo o contorno da curva inferior e colando sucessivamente todos os cartões nos seus logares, obter-se-à o relêvo em degraus, *(fig. 23)*, que se completará com cera, barro ou gêsso, por forma a dar ao relêvo a continuidade que o terreno apresenta.

XIV — Determinar o afastamento das curvas de nível correspondente a certos declives

47 — Como é constante a equidistância gráfica, é fácil obter o afastamento das curvas de nível correspondente a certos declives.

Designando por a o afastamento de duas curvas, por d o declive do terreno entre elas e por e a equidistância gráfica, o declive será expresso por:

$$d = \frac{e}{a} \quad \text{donde} \quad a = \frac{e}{d}$$

Por conseqüência, para obter o afastamento de duas curvas correspondente a um dado declive, bastará dividir a equidistância gráfica por êsse declive.

Assim, sendo a equidistância gráfica igual a $\frac{1}{2}$ milímetro, para os declives $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$, teremos, respectivamente, os afastamentos: $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{1}} = \frac{1}{2}$ milímetro; $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1$ milímetro; $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{2}$ milímetros; $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} = 2$ milímetros; donde concluimos que o afastamento das curvas aumenta à maneira que o declive diminue.

XV — Determinar a cota dum ponto qualquer do terreno figurado a curvas de nível

48 — Suponhamos uma porção de terreno figurado, na escala $\frac{1}{20\,000}$, pelas curvas 10, 20, 30, *(fig. 24)*.

Estas curvas estão suficientemente aproximadas para que se possa considerar a superfície inclinada, compreendida entre duas delas, como tendo um declive uniforme.

Será, pois, possível calcular a cota dum ponto qualquer, *a*, da superfície do solo, compreendida entre duas curvas consecutivas.

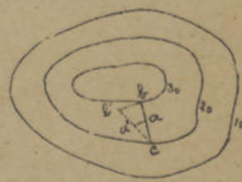


Fig. 24

Conduz-se pelo ponto *a*, a normal *b c*, comum às duas curvas 20 e 30.

Esta linha é a mais curta que se pode traçar entre as duas curvas, passando pelo ponto *a*.

Seguindo a linha do terreno projectada, segundo *c b*, sobe-se da curva 20 para a curva 30.

Sendo o declive uniforme, subir-se-á a mesma altura por igual percurso.

Portanto, se o ponto *a* estiver situado a igual distância das curvas 20 e 30, o ponto de que êle é a projecção, terá a cota 25.

Designando por x a diferença de nível do ponto *a* e do ponto *c*, ponto de encontro da normal, comum às duas curvas, com a curva cotada 20, ter-se-á a igualdade das duas razões:

$$\frac{x}{a\,c} = \frac{10}{b\,c} \text{ donde } x = \frac{10 \times a\,c}{b\,c}$$

Se $b\,c = 240$ metros e $a\,c = 80$ metros:
Será:

$$x = \frac{10 \times 80}{240} = \frac{10}{3} = 3^m,33$$

Logo: a cota *a* será $20^m + 3^m,33 = 23^m,33$.

XVI — Medir o declive duma estrada

49 — Imaginemos uma estrada projectada segundo *a b c*, cuja inclinação se pretende determinar, *(fig. 25)*.

Teremos que referir-nos parcialmente a cada porção de estrada com declive uniforme.

Fig 25

Referindo-nos à parte *b c* da estrada, teremos:

$$\text{Declive da estrada } b\,c = \frac{10^{m}}{b\,c}$$

Medindo na carta com o duplo decímetro a parte *b c* da estrada, que supomos ser igual a 84 metros, teremos, como a equidistância natural é de 10^{m}:

$$\text{Declive de } b\,c = \frac{10}{84} = \frac{1}{8{,}4}$$

ou seja 11 % aproximadamente.

XVII — Perfis

50 — *Perfil* é a intersecção do terreno por um plano vertical.

Construção do perfil. — Suponhamos que se pretende determinar o perfil dum movimento de terreno representado numa carta desenhada a curvas de nível, segundo a direcção *M N*, *(fig. 26)*.

Levantando pelo ponto *C* uma perpendicular a

C B e dividindo-a em partes iguais ou proporcionais à equidistância gráfica dos planos das curvas, e traçando, pelos pontos de divisão, paralelas ao plano de referência *C B*, obteremos as projecções ou vestígios, sôbre o plano de perfil, dos planos secantes, cotados, respectivamente: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, etc..

Levantando, pelos pontos de intersecção da linha *M N* com as curvas, linhas perpendiculares, até

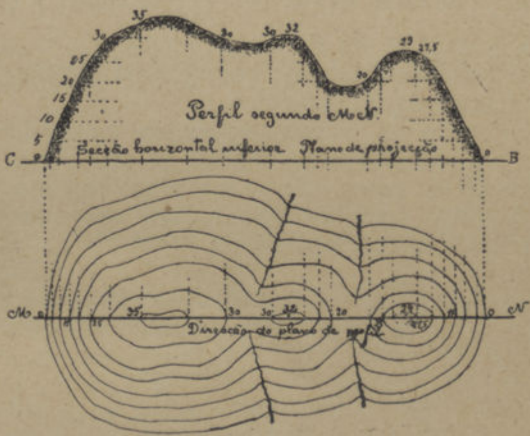


Fig. 26

encontrarem as horizontais da mesma cota e ligando por uma curva os pontos de intersecção das horizontais 0, 5, 10, 15, 20..... etc. com as verticais da mesma cota, teremos desenhado o perfil.

51 — O *perfil* duma estrada determina-se transportando, sôbre uma linha recta, comprimentos desenvolvidos iguais às porções de estrada compreendidas entre duas curvas de nível consecutivas, e levantando perpendículares dêsses pontos, iguais

ou proporcionais às cotas de cada uma das curvas. Unindo por uma linha os extremos dessas perpendiculares, ter-se-á o perfil da estrada.

52 — **Perfil natural, elevado e rebaixado.** — **Perfil natural.** Na construção dum perfil natural a equidistância dos planos secantes é igual à equidistância gráfica.

Assim, na carta topográfica dos arredores de Lisboa, levantada na escala $\frac{1}{20.000}$, sendo a equidistância gráfica de $0^m,0005$, vemos que o perfil natural seria determinado com planos horizontais, equidistantes de $^1/_2$ milímetro.

Neste caso os planos horizontais confundir-se-iam e o perfil não poderia obter-se com rigor.

Além disso, como não se apreciam as variações dos declives nem as ondulações dum terreno pouco acidentado, ter-se-á de construir um perfil *elevado*.

Perfil elevado. — A construção dêste perfil é idêntica à do perfil natural, diferindo sòmente no valor da equidistância dos planos secantes, que pode ser *dupla*, *tripla*, *quádrupla*, etc., da equidistância gráfica, isto é, a escala empregada nas dimensões verticais é duas, três, quatro, etc. vezes maior que a escala horizontal.

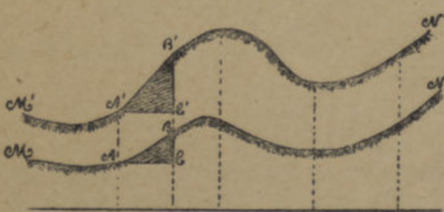


Fig. 27

Construindo o perfil elevado, vemos que os declives aumentam *proporcionalmente à variação da equidistância gráfica*, isto é, em um perfil elevado duas vezes, vemos que os declives são duas vezes mais ásperos que no *perfil natural*.

Seja $M\ N$ um *perfil natural*, e $M'\ N'$ um *perfil elevado duas vezes, (fig. 27)*.

Teremos evidentemente:

$$\text{declive de } A\ B = \frac{B\ C}{A\ C}$$

$$\text{declive de } A'\ B' = \frac{B'\ C'}{A'\ C'}$$

Como $A\ C = A'\ C'$ e $B'\ C' = 2\ B\ C$ temos,

$$\text{declive de } A'\ B' = \frac{2\ B\ C}{A\ C}$$

Logo: o declive do segmento $A'\ B'$ é duas vezes mais áspero que o declive do segmento $A\ B$.

Perfil rebaixado. — Na construção do perfil das elevações abruptas, como as distâncias verticais são relativamente grandes, comparadas com as projecções horizontais, escolhe-se, para as ordenadas, uma escala duas ou três vezes menor que a empregada nas dimensões horizontais.

Teremos, portanto, um perfil rebaixado duas ou três vezes, segundo a escala adoptada.

Os declives diminuem na mesma relação que existe entre as escalas vertical e horizontal, isto é, no *perfil rebaixado* duas ou três vezes, os declives são duas ou três vezes menos ásperos.

A *fig. 27* mostra também o caso dum *perfil rebaixado* duas vezes.

Basta considerar $M\ N$ como perfil rebaixado do perfil $M'\ N'$.

Na prática os perfis *elevados* e *rebaixados* são sempre acompanhados por perfis *naturais*.

XVIII — Estudo dos movimentos elementares do solo — Formas diversas do terreno — Diedros convexos e diedros côncavos

53 — O terreno apresenta uma infinidade de formas que se podem agrupar em três grandes categorias: *planícies, elevações* e *depressões.*

Para maior facilidade do nosso estudo, podemos considerar a superfície do terreno como composta de faces planas que se cortam, formando ângulos diedros côncavos, quando a abertura se apresenta para o exterior, e convexos no caso contrário.

Sabemos, pela geometria, que um ângulo diedro côncavo ou convexo fica determinado quando se conhecem as posições de quatro pontos, pertencendo dois à aresta e um a cada um dos planos, pois que por um ponto é sempre possível fazer passar um plano em qualquer sentido.

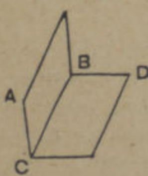


Fig. 28

Assim, no ângulo diedro *A B C D, (fig. 28)*, formado pelos planos *A B* e *C D,* vemos que o plano *A B* é determinado pela linha *B C,* intersecção dos dois planos, e por um terceiro ponto *A;* e que o plano *C D* é determinado pela mesma linha *B C* e pelo ponto *D.*

Logo: dois pontos da aresta *B C* e mais um ponto em cada um dos planos, são necessários e suficientes, para se determinar um ângulo diedro.

Todavia a projecção dos quatro pontos que nos definem um diedro, não nos indica, à primeira vista, se o diedro é côncavo ou convexo.

54 — **Modo de distinguir um ângulo diedro convexo, ou côncavo. — 1.º caso: Diedro convexo:** Seja *A B C D, (fig. 29)*, um ângulo diedro repre-

sentado na carta por *a b*, e pelas horizontais cotadas, respectivamente: 5, 10, 15, 20, 25 e 30.

Convem notar que na natureza nunca se encontram duas superfícies planas intersectando-se por meio duma aresta viva, mas sim concordando uma com a outra por meio duma estreita superfície curva irregular.

Para conhecermos se o diedro considerado é convexo ou côncavo, tomaremos na projecção das suas faces, e sôbre a horizontal da mesma cota, dois pontos *c* e *d*.

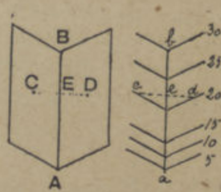


Fig. 29

A horizontal *c d* corta a projecção *a b*, da aresta do ângulo diedro, no ponto *e*, o qual poderá ser a projecção dum ponto *E* da aresta *A B*, ou a projecção dum ponto da horizontal imaginária *C D*. Se o ponto *E* tiver cota superior à da horizontal *C D*, o ângulo diedro será convexo; se tiver cota inferior, será côncavo.

Considerando, na *fig. 29*, o ponto *e* como projecção dum ponto da horizontal *C D*, terá a cota 15^m; e se o considerarmos projecção dum ponto da aresta *A B*, a sua cota ficará compreendida entre 20^m e 25^m.

Concluimos, pois, que a horizontal *C D* ficará inferior á aresta *A B* e por isso o ângulo diedro será convexo.

Aplicando o 1.º caso ao terreno, se quizermos obter uma passagem de *C* para *D* em linha recta e *de nível*, teriamos que abrir uma trincheira ou um túnel, conforme o desnível.

2.º caso. Diedro côncavo.—Se o ponto *e*, *(fig. 30)*, fôr considerado projecção dum ponto da horizontal *C D*, terá a cota 15^m; e se o considerarmos projecção dum ponto da aresta *A B*, a sua cota ficará, compreendida entre 15^m e 10^m.

Concluímos, pois, que a horizontal $C\ D$ ficará superior à aresta $A\ B$ e por isso o ângulo diedro será côncavo.

Aplicando o 2.º caso ao terreno, se quizessemos obter uma passagem de C para D em linha recta e de nível, teríamos que construir um aterro, um viaducto, etc., conforme o desnível.

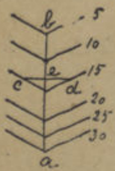


Fig. 30

Pelo exposto ficamos sabendo que nas encostas convexas as curvas envolventes têm cota inferior às curvas envolvidas; e nas encostas côncavas sucede o contrário.

XIX — Processo para reconhecer na carta um tergo ou um vale

55 — O processo é idêntico ao seguido para distinguir um diedro convexo dum diedro côncavo.

Tergo. — *Linha de separação das águas.* — As encostas convexas formam um *tergo* ou *dorso;* a sua aresta denomina-se *linha de separação das águas, de fêsto, ou cumieira,* porque as águas pluviais, caindo sôbre o tergo, separam-se para um e outro lados, correndo sôbre as faces laterais (vertentes ou encostas) e seguindo as linhas de maior declive, *(fig. 31),* como indicam as flechas da figura, isto é, afastando-se cada vez mais umas das outras.

Fig. 31

A *linha de cumiada* num sistema de montanhas é sempre linha de *separação das águas,* mas as linhas de separação das águas nem sempre pertencem à cumiada.

Estas linhas têm grande importância nas operações militares, porque são as linhas naturais de desenfiamento da vista do inimigo.

56 — **Vale.** *Thalweg.* — As encostas côncavas formam um vale.

A sua aresta denomina-se *thalweg* (caminho do vale), *linha de córrego*, ou linha de *reunião das águas*.

As águas que cáem nas suas *faces laterais*, ou *flancos*, correm para o *thalweg*, onde se reünem, formando uma linha, ou curso, de água, *(fig. 32)*.

Os *thalwegs* são ordinàriamente assinalados, no terreno, por linhas de água, ravinas ou regueiras.

Fig. 32

Pelo que fica exposto concluímos:

1.° — Que os movimentos elementares dum terreno que não seja plano, podem sempre reduzir-se a duas fórmas simples, *tergo* e *vale*, ainda mesmo que as vertentes e flancos, ou as linhas de separação das águas e de *thalweg*, apresentem fórmas variadas.

2.° — Que a projecção horizontal dum *tergo* ou *vale*, é análoga à projecção dum ângulo diedro — *convexo para o tergo, côncavo para o vale* — com a diferença das horizontais se encontrarem em curva, em lugar de aresta.

57 — **Configurar um tergo, conhecida a projecção de quatro pontos, pertencendo dois à linha de cumiada.** — Sejam *a, b, c, d,* os pontos dados, *(fig. 33)*, *a b* a linha de cumiada, e

cota de $a = 5$
cota de $b = 50$
cota de $c = 6$
cota de $d = 10$

Unindo o ponto b (de maior cota) com os pontos a, c, d, determinam-se fàcilmente os pontos de passagem das curvas de nível, sabendo-se que a equidistância é, por exemplo, de 10 metros, e o declive uniforme; e traçam-se as curvas como mostra a figura.

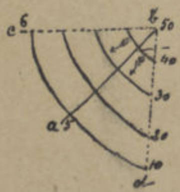


Fig. 33

No caso da linha $b\ d$, que une dois pontos cujas cotas indicam que por eles deverão passar duas curvas de nível, limitar-nos-emos a determinar o número de partes em que devemos dividir a linha referida, para obtermos os pontos de passagem das curvas intermédias.

O número de partes em que teremos de dividir essa linha, é nos dado pela fórmula:

$$\frac{C-c}{E}=x$$

em que C representa a cota maior, c a cota menor e E a equidistância natural.

Nos restantes casos, como sucede com $a\ b$ e $c\ b$, teremos necessidade de determinar o afastamento das curvas partindo de b para a e c pela formula:

$$\frac{C-c}{D}=\frac{E}{x}$$

em que D representa a grandeza natural de qualquer das rectas $a\ b$ ou $c\ b$.

Partindo de a ou c, teremos que substituir o valor de E pela diferença entre a cota do ponto de partida e a da curva imediata para determinarmos o ponto de passagem desta, e em seguida aplicar o processo indicado para $b\ d$.

58 — **Configurar um vale, conhecida a projecção de quatro pontos, pertencendo dois á linha de thalweg.** — Sejam os pontos *A*, *B*, *C*, *D*, (*fig. 34*), *A B* a linha de *thalweg* e

cota de $A = 46^m$
cota de $B = 5^m$
cota de $C = 45^m$
cota de $D = 42^m$

Fig. 34

Unindo o ponto *B* (de menor cota) com os pontos *A*, *C*, e *D*, determinar-se-ão os pontos de passagem das curvas de nível, aplicando as regras empregadas para a configuração do tergo.

XX — Meios de reconhecer uma linha de cumiada, ou de córrego, no terreno e na carta

59 — Nas encostas convexas a linha que une os pontos em que as curvas mudam bruscamente de direcção, ou *linha de separação das águas*, é a *linha de maior declive*, partindo dum ponto dessa linha para cima; e *linha de menor declive*, partindo dum ponto dessa linha para baixo.

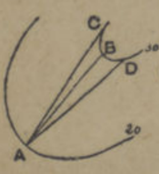


Fig. 35

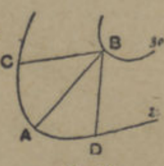


Fig. 36

Imaginemos um tergo, (*fig. 35*), e seja *A B* a sua linha de cumiada.

Suponhâmos um observador no ponto inferior *A*, e comparemos os declives das diferentes linhas que ele pode seguir para alcançar a curva superior, cotada 30.

O observador pode seguir qualquer das linhas *A C*, *A B*, *A D*, ou qualquer outra que tenha origem no ponto A e termine na curva 30. Como sabemos que o valor do declive do terreno, entre dois pontos cotados, se obtem dividindo a diferença de nível dos dois pontos pela sua distância horizontal, teremos:

$$\text{declive de } A\,C = \frac{E}{A\,C}$$

$$\text{declive de } A\,B = \frac{E}{A\,B}$$

$$\text{declive de } A\,D = \frac{E}{A\,D}$$

representando por E a equidistância natural.

A figura mostra claramente que:

$$A\,B < A\,C$$
$$A\,B < A\,D$$

Como é maior o quebrado que tiver menor denominador, o declive expresso por

$$\frac{E}{A\,B}$$

será o maior.

Logo: a linha de cumiada, $A\,B$, sendo a mais curta, será a *linha de maior declive*, partindo dum ponto dessa linha para cima.

Supondo um observador colocado em B, *(fig. 36)*, poderá seguir os caminhos $B\,C$, $B\,A$, $B\,D$, etc., para alcançar a curva inferior, cotada 20.

$$B\,A > B\,C$$
$$B\,A > B\,D$$

Pela mesma razão: a linha de cumiada, $A\,B$, sendo a que tem o declive mais suave, será a *linha de menor declive*, partindo dum ponto dessa linha para baixo.

60 — Nas encostas côncavas, a linha que une os pontos em que as curvas mudam bruscamente de direcção, *linha de córrego*, ou *thalweg*, é a *linha de maior declive*, partindo dum ponto dessa linha para baixo.

Assim, a *thalweg A B, (fig. 37)*, é o caminho mais curto, ou o que tem o declive mais áspero, para descer de *A* ao fundo do vale.

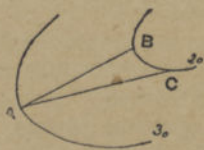


Fig. 37

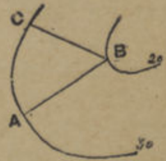


Fig. 38

Semelhantemente, o caminho *B A, (fig. 38)*, será o mais suave para alcançar a curva 30; do que se conclui que a linha de *thalweg* é a *linha de menor declive*, partindo dum ponto dessa linha para cima.

XXI — Representação duma altura isolada ou duma depressão

61 — **Altura isolada. Sua formação pela juxtaposição de duas encostas convexas.** — Imaginemos duas encostas convexas, cujas linhas de fêsto, *A B* e *A D*, se encontram no ponto *A*, cotado 60 metros, *(fig. 39)*.

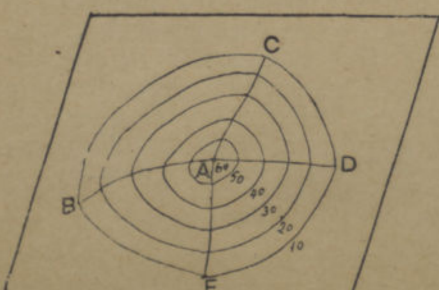


Fig. 39

As intersecções destas duas encostas

convexas dão origem a duas novas linhas de fêsto *A C* e *A E*.

Teremos evidentemente um movimento de terreno de forma convexa, cujas linhas de fêsto nascem no ponto comum *A*.

Vê-se, pois, que da juxtaposição de duas encostas convexas resulta uma altura isolada.

Assim, o configurado duma altura isolada, *(fig. 39)*, pode obter-se sendo conhecida a projecção da sua linha de fêsto, *B A D*, e a situação dos pontos *C* e *E*, tomadas em vertentes opostas.

62 — **Depressão do terreno. Sua formação pela juxtaposição de duas encostas côncavas.** — Imaginemos duas encostas côncavas, *(fig. 40)*; e sejam *S A* e *T A* os *thalwegs*. Os flancos destas encostas encontram-se segundo as linhas *B A* e *P A*, e dão origem a mais dois *thalwegs*.

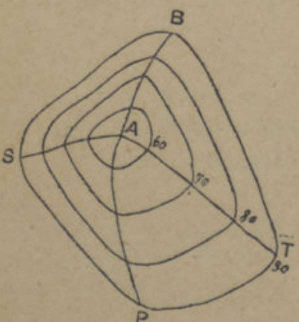


Fig. 40

No ponto *A*, onde convergem os quatro *thalwegs*, existe uma bacia para reunião das águas.

Como uma depressão do terreno pode ser formada pela juxtaposição de duas encostas côncavas, conclui-se que poderemos representar o configurado dêste movimento do terreno, conhecidas que sejam as projecções de dois *thalwegs* opostos e dum ponto situado em cada uma das encostas côncavas.

63 — Freqüentes vezes dois ou mais *thalwegs* reünem-se para darem origem a uma linha de água de maior importância, como mostra a *fig. 41*.

64 — Em geral as elevações são formadas pela juxtaposição de três ou mais tergos, que, combinados entre si, originam vários *thalwegs*.

A representação dum movimento de terreno desta natureza exige a determinação das linhas de

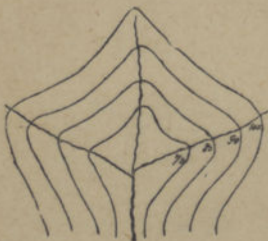


Fig. 41

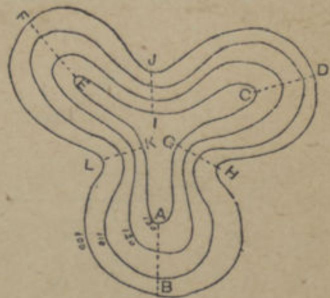


Fig. 42

festo e de *thalweg*, assim como a dos pontos de inflexão mais importantes do terreno.

A *fig. 42* representa uma elevação formada por três tergos em que as linhas *A B*, *C D* e *E F* são linhas de festo, e as *G H*, *I J* e *K L* são linhas de *thalweg*.

XXII — Colo: Sua formação pela intersecção de dois tergos ou de dois vales

65 — Já sabemos que nas encostas convexas, ou tergos, as curvas envolventes teem cota inferior à das curvas envolvidas, e nas encostas côncavas são, pelo contrário, as curvas envolvidas as que teem menor cota.

Quando duas encostas convexas, ou tergos, se encontram, *(fig. 43)*, formam um *colo C*, que é o ponto mais elevado dos *thalwegs*, *C R* e *C S* e o mais baixo da linha da cumiada *A C B*.

Os flancos dos vales laterais são formados pelas vertentes dos tergos.

As curvas de nível que se encontram, tais como as curvas cotadas: 20, 30, etc., cortam-se, respec-

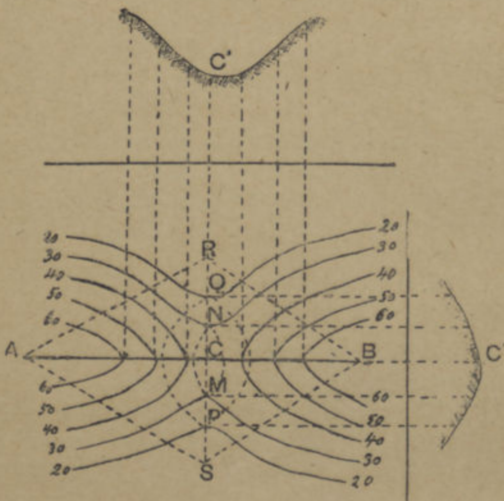


Fig. 43

tivamente, nos pontos de encontro: *Q*, *N* e *P*, *M* e unem-se em forma de curva.

Nas plantas não se traçam as porções das curvas que estão interrompidas na figura.

O *colo C* é em geral, o centro duma pequena superfície horizontal que pode ser representada por meio de linhas ponteadas, prolongamento das curvas de nível interrompidas. Uma cota indica a altura exacta do *colo*.

Nos países de altas montanhas, sendo os colos os pontos menos elevados das cordilheiras, servem ordinàriamente de passagem às estradas que, em lacetes, sobem às alturas, e teem grande importância tanto no serviço de obras públicas como no militar.

66 — **Configurar um colo, conhecidas as projecções de cinco pontos.** — Sendo o colo formado pela intersecção de duas encostas convexas, o flanco direito será definido pela parte da linha de cumiada *B C, (fig. 43)*, e por dois pontos, *R* e *S*, das suas vertentes; a parte da linha de cumiada *A C* e os referidos pontos definem o flanco esquerdo.

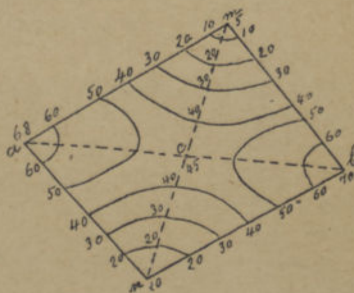


Fig. 44

Cinco pontos bastam, pois, para se poder configurar um colo; a saber:

1.° — O ponto *C*, colo;

2.° — Os pontos *A* e *B* que, com o ponto *C*, formam as linhas de cumiada dos flancos;

3.° — Os pontos *R* e *S* que, com o ponto *C*, formam as linhas de *thalweg*.

Posto isso, seja *(fig. 44)*:

Cota de $a = 68$
Cota de $b = 70$
Cota de $m = 5$
Cota de $n = 10$
Cota de $c = 45$

Traçando as linhas *a m*, *a n*, *n b*, e *m b*, e ainda as linhas *c a*, *c b*, *c m* e *c n*, determinar-se-ão sôbre elas os pontos de passagem das curvas de nível, as quais serão traçadas como mostra a *fig. 44*, para o caso da equidistância natural ser de 10 metros.

XXIII — Correlação entre a planimetria e o nivelamento

67 — Não obstante a planimetria e o nivelamento constituirem dois elementos distintos para o levantamento de uma carta, reconhece-se, examinando as formas do terreno, que existe uma íntima correlação entre os dados que êsses dois elementos nos fornecem.

Essa correlação deu origem às leis coligidas por *Brisson*.

68 — **Leis de Brisson.** — *1.ª Qualquer linha de água está compreendida entre duas linhas de fêsto que, desde a origem até à foz, se vão afas-*

Fig. 45

Fig. 46

tando à medida que descem, e o seu declive vai diminuindo, (fig. 45).

2.ª Quando duas linhas de água se encontram, a linha de fêsto do tergo que as separa está sen-

sivelmente no prolongamento do curso de água resultante, (fig. 46).

3.ª Quando duas linhas de água, descendo paralelamente do cume duma montanha, inflectem em direcções opostas, a linha que junta os

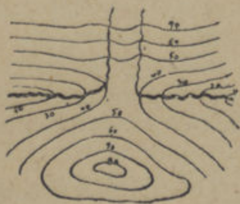


Fig. 47

Fig. 48

cotovelos indica a depressão mais profunda entre as duas vertentes e, portanto, a existência provável dum colo, (fig. 47).

4.ª Quando muitas linhas de água, partindo dum ponto central, seguem direcções diversas, ha, ordinàriamente, na sua origem comum, um ponto culminante. (fig. 48).

5.ª Quando duas linhas de água, depois de caminharem paralelamente e em sentido inverso,

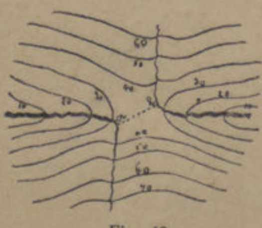


Fig. 49

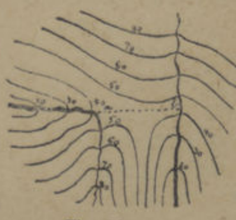


Fig. 50

mudam de direcção, o ponto mais baixo da linha de fêsto que as separa acha-se sôbre a linha que une os dois cotovelos, (fig. 49).

6.ª Se uma só dessas linhas de água muda de direcção, a parte mais baixa do fêsto acha-se sôbre a perpendicular tirada do cotovelo sôbre a direcção da outra linha de água, (fig. 50).

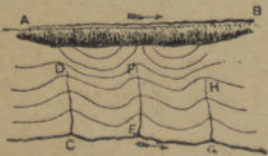


Fig. 51

7.ª quando duas linhas de água, correndo paralelamente, mostram: uma um vale longitudinal, A B, e a outra uma sucessão de afluentes perpendiculares, C D, E F, G H, pode concluir-se desta disposição, que a linha de água A B corre ao longo de um escarpado. O respectivo vale indicará freqüentemente um caminho praticável e, provavelmente, um outro mais acima na parte superior á escarpa, (fig. 51).

Fig. 52

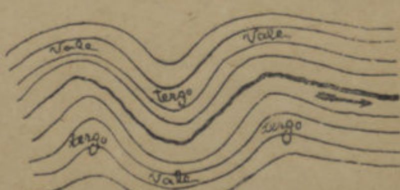


Fig. 53

São estas as principais leis estabelecidas por *Brisson*, às quais podemos ainda acrescentar outras, a saber:

a) *Quando uma linha de água apresenta sinuosidades, a margem situada do lado da convexidade tem comandamento sôbre* *a outra, (fig. 52), e à sinuosidade duma linha de água corresponde numa nargem — um tergo, e na oposta — um vale, (fig. 53).*

b) *Quando uma linha de água fórma um cotovelo, (fig. 54), a margem situada do lado da convexidade é mais escarpada do que a outra. A parte horizontal do fundo do vale é mais estreita junto da margem escarpada que junto da outra.*

Fig. 54

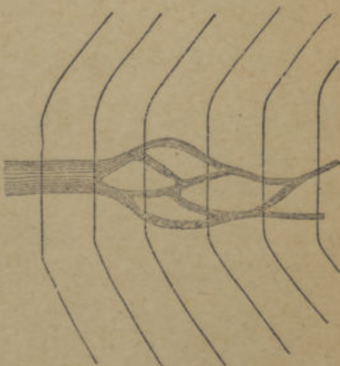


Fig. 55

Pela figura se vê que as águas, chegando ao cotovelo *M N,* vão chocar na margem *N,* gastando-a, e em *M* a corrente é muito mais fraca.

c) *Quando uma linha de água se divide em muitos ramos sinuosos, formando ilhas irregulares, pode concluir-se que o vale é largo e o thalweg pouco acidentado ou sensivelmente horizontal, (fig. 55).*

Fig. 56

d) *Havendo um único braço, e quasi rectilínio, o vale é estreito e o thalweg muito pronunciado e de grande inclinação longitudinal, (fig. 56).*

Cartas corográficas e topográficas

XXIV — Descrição das cartas adoptadas em Portugal

69 — As cartas portuguesas constituem dois grupos, conforme o Ponto Médio adoptado para o seu levantamento:

1.º Grupo — Cartas em que o Ponto Médio é o Castelo de S. Jorge, em Lisboa:

Escala $\frac{1}{20.000}$ Dos Serviços Cartográficos do Exército.
» $\frac{1}{100\,000}$ Dos Serviços Geodésicos.
» $\frac{1}{250\,000}$ (Itinerária) — Dos mesmos Serviços.

2.º Grupo — Cartas em que o Ponto Médio é o Ponto Central cujas coordenadas geográficas são: latitude 30° 40′ N. e longitude 1° E., do Castelo de S. Jorge.

Escala $\frac{1}{25.000}$ Dos Serviços Cartográficos do Exército.
» $\frac{1}{50\,000}$ Dos Serviços Geodésicos.
» $\frac{1}{250\,000}$ Dos Serviços Cartográficos do Exército.

Para a organização destas cartas foi adoptada em Portugal a projecção «*Bonne*», visto a deformação dos ângulos que ocasiona poder desprezar-se, dada a configuração de Portugal, que é mais extenso na direcção N. S.

Algumas das deformações angulares produzidas: Em Trás-os-Montes, perto de Miranda do Douro, 2′ e 33″; no Alentejo, junto a Campo Maior, 38″; no Algarve, junto a Vila Real de S.to António, 1′ e 40″; e na região de Colares a O. de Lisboa, 1′ e 8″. São deformações que, como já dissemos, podemos desprezar.

Adopta-se, como Ponto Médio, o Ponto Central, situado próximo do ponto trigonométrico — «Melriça» — ao Norte de Abrantes.

Carta 1/20.000

70 — Esta carta topográfica dos arredores de Lisboa, levantada pelo serviço do Estado Maior, está desenhada na escala $\frac{1}{20.000}$ e consta de várias fôlhas, *(fig. 57)*, em rectângulos de $0^{m},4$ na direcção Leste-Oeste, e de $0^{m},3$ na direcção Norte-Sul, dimensões que representam 8.000 e 6.000 metros, respectivamente.

O terreno levantado é o compreendido entre o Tejo e o mar (penínsulas de Tôrres Vedras e de Setúbal), e as cartas estão dispostas numèricamente de Leste para Oeste e do Sul para Norte, ao Norte do Tejo; e do Norte para Sul, ao Sul do mesmo rio.

Cada fôlha tem, no alto e à direita, um rectângulo dividido em nove, tendo o pequeno rectângulo do centro impresso um número que designa o número da carta; um outro rectângulo, colocado à esquerda e dividido de igual fórma, tém, além daquele número, os números das fôlhas com que liga pelos quatro pontos cardiais, de fórma idêntica à indicada nas *figs. 59 e 60*.

Cada fôlha está dividida em doze quadrados de $0^{m},1$ representando cada um dêles 4 quilómetros quadrados.

As coordenadas têm, à margem, a designação

Fig. 57

da distância, em metros, em relação às coordenadas do Castelo de S. Jorge.

A princípio as fôlhas eram impressas a preto; posteriormente foram impressas a quatro côres (preto, verde, azul e carmim), tendo cada fôlha, na parte

Fig. 58

NOTA. — Os rectângulos mais cheios indicam as folhas da carta $\frac{1}{100.000}$.

inferior, um pequeno quadro de sinais convencionais.

O terreno é representado a curvas de nível com a equidistância de 10 metros.

Estas cartas estão ainda em uso até se esgotarem, sendo de futuro substituidas pela carta da escala $\frac{1}{25.000}$.

Carta 1/100.000

71 — **Carta corográfica de Portugal.** — Esta carta, desenhada a preto, já se não reimprime.

Foi obtida pela redução da carta levantada na escala $\frac{1}{50.000}$ e consta de 37 fôlhas, cujos rectângulos têm $0^m,8$ na direcção Éste-Oeste, e $0^m,5$ na direcção Norte-Sul, o que na escala $\frac{1}{100\,000}$ dá, respectivamente, 80.000 e 50.000 metros.

A fôlha n.° 1 pertence ao extremo Norte do país, do lado ocidental; a fôlha n.° 2 fica ao lado desta para Éste; a fôlha n.° 3 em seguida e do mesmo lado; a fôlha n.° 4 liga com a primeira pelo Norte; depois segue a fôlha n.° 5, do lado oriental, etc., até ao Algarve, ou extremo Sul, *(fig. 58)*.

Vemos por esta disposição que existem fôlhas completamente cheias e outras em que se compreende parte do Oceano ou do território espanhol.

As fôlhas cheias confinam com outras pelos quatro lados; e, para tôdas se poderem fàcilmente ligar entre si, tem cada uma delas no alto da margem, do lado esquerdo, um pequeno rectângulo dividido em nove rectângulos.

A *fig. 59* pertence à fôlha n.° 1 e mostra que ela confina pelos lados com as fôlhas 2 e 4; a *fig. 60* pertence à fôlha n.° 5 — cheia — e mostra que ela confina com as fôlhas 2, 4, 6, e 8.

Nesta nossa carta os meridianos e paralelos estão traçados com intervalos de 10°; e, além destas linhas, existem outras que dividem cada fôlha em cem rectângulos, cujos lados represen-

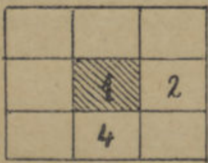


Fig. 59

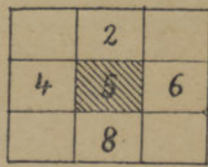


Fig. 60

tam uma extensão de 8.000 e 5.000 metros, respectivamente, no terreno.

As coordenadas geográficas estão indicadas à margem de cada fôlha, e são tôdas referidas à *meridiana* e á *perpendicular* do observatório do Castelo de S. Jorge, Lisboa.

O relêvo do terreno é figurado a curvas de nível com a equidistância natural de 25 metros.

Carta 1/250.000 (Itinerária)

72 — A carta itinerária antiga, desenhada a quatro côres, também já não se reimprime e não deve ser utilizada para fins militares.

Carta 1/25.000

73 — As cartas $\frac{1}{25.000}$, editadas pelos Serviços Cartográficos do Exército, ainda em comêço de publicação, são designadas por algarismos numerados, seguidamente, de Norte para Sul.

São desenhadas a três côres (preto, azul e verde) e têm além da rede geográfica (meridianos e paralelos), uma quadrícula quilométrica de lados paralelos à meridiana do Ponto Central *(meridianas cartográficas)* e à perpendicular a essa meridiana, (paralelos cartográficos), indicando-se nas margens

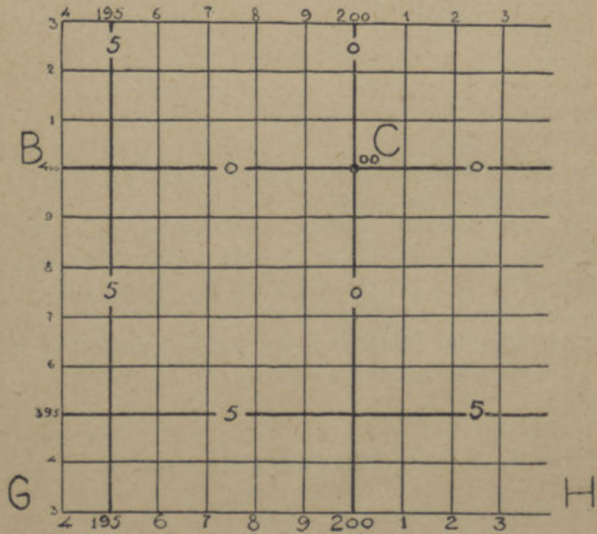


Fig. 61

os valores em quilómetros de *M* (abcissa) e *P* (ordenada), referidas à origem fictícia, a sudoeste do Cabo de S. Vicente, e que correspondem às linhas dessa quadrícula.

Os meridianos e paralelos correspondentes aos valores de *M* ou *P*, terminados em *zero* ou *cinco*, são reforçados e inscrevem-se sôbre êles, os algarismos correspondentes, como indica a *fig. 61*.

Estas cartas têm no canto superior esquerdo, um rectângulo com números indicativos da junção das mesmas e na margem esquerda a declinação magnética.

Na parte inferior têm uma escala gráfica e a indicação da equidistância natural (10 metros) e das coordenadas militares do Ponto Central — origem das coordenadas geodésicas: $M = 200$ e $P = 300$.

Carta 1/50.000

74 — **Carta corográfica de Portugal.** — Escala $\frac{1}{50.000}$. Consta esta carta de 183 fôlhas cujos rectângulos tem $0^m,64$, na direcção Leste-Oeste e $0^m,40$, na direcção Norte-Sul, o que na escala $\frac{1}{50.000}$ dá, respectivamente, 32.000 e 20.000 metros.

As fôlhas são designadas por algarismos 1 a 29, na direcção Norte-Sul e pelas 9 letras **a**, **b**, **c**,... **i**, na direcção Oeste-Leste *(fig. 58)*.

Desta forma a primeira fôlha, que compreende a parte do país situada mais ao Norte e mais a Oeste (Valença) tem a designação de **1 c**; a fôlha que compreende Miranda do Douro tem a designação **4 i**; a que compreende Cascais a designação **20 a**; e a que compreende Tavira a designação **29 f**.

Para facilitar a ligação das fôlhas, existe em cada uma delas, no alto da margem, do lado esquerdo, um rectângulo com a disposição indicada na *fig. 62*. Por esta disposição vê-se que a fôlha **4 d** (Braga) liga ao Norte com a fôlha **3 d** (Ponte da Barca); ao Sul

3c	3d	3e
4c	4d	4e
5c	5d	5e

Fig. 62

com a fôlha **5 d** (Guimarães); a Éste com a fôlha **4 e** (Cabeceiras de Basto); e a Oeste com a fôlha **4 c** (Barcelos).

O desenho é a cinco côres.

O relêvo do terreno é figurado a curvas de nível com a equidistância natural de 25 metros.

Na margem inferior há uma escala gráfica decimal simples e um quadro de sinais convencionais.

Pelos Serviços Geodésicos foi publicada uma carta de junção na escala $\frac{1}{2.000.000}$, contendo 17 cartas numeradas correspondentes às cartas da escala $\frac{1}{200.000}$.

Cada uma destas contém quatro cartas da escala $\frac{1}{100.000}$ e dezasseis cartas da escala $\frac{1}{50.000}$.

As cartas $\frac{1}{50.000}$, de que estamos tratando, são designadas pelos números 1 a 53, que abrangem as cartas $\frac{1}{100.000}$, e pelas quatro letras: *A*, *B*, *C* e *D*, conforme a parte a que correspondem.

Assim, a carta de Santarém, será designada por 31 — *A*.

A carta $\frac{1}{50.000}$, não é quadriculada, mas tem marcados nas margens, os valores de *M* e *P* dessas margens, referidos aos eixos de projecção, isto é, à meridiana do Ponto Central e à sua perpendicular nesse ponto.

Carta 1/250.000

75 — A moderna carta itinerária $\frac{1}{250.000}$ é impressa a cinco côres e vem substituir a antiga carta. Está dividida em rectângulos de 16×10 quilóm.

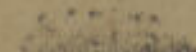
Tem na margem inferior uma escala gráfica decimal simples e a indicação da equidistância natural das curvas (100 metros) e as coordenadas do Ponto Central, *M* e *P*, e na margem superior está indicada a ligação das cartas por meio de pequenos rectângulos com a respectiva numeração.

Tem uma rede geográfica de trinta em trinta minutos e cada fôlha tem as paralelas à meridiana e à perpendicular, traçadas de maneira que cada rectângulo corresponde exactamente a uma fôlha da escala $\frac{1}{25.000}$, cuja indicação é feita com números a azul fraco.

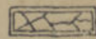
Há uma carta de junção, na escala $\frac{1}{2\,000\,000}$, contendo 29 cartas da escala $\frac{1}{250.000}$.

XXV — Sinais e côres convencionais usados nas diferentes cartas

76 — **Sinais usados nas cartas do Estado Maior** $\frac{1}{20.000}$:

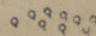
Alfândegas	
Alpondras ou pôldras	
Ancoradouro	
Aqueduto	————
Idem subterrâneo	- - - - - - - -
Areal	

Armação .... 

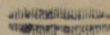
Arrozal .... 

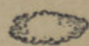
Arsenal do Exército................................ 

Idem da Marinha .... 

Árvores.. 

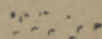
Azilo.. 

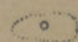
Atêrro... 

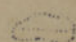
Atoleiro permanente .... 

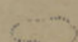
Idem que séca no verão.......................... 

Azenha .... 

Azinhal .... 

Banco de areia coberto .... 

Idem descoberto .... 

Idem, que cobre e descobre .... 

Barca de passagem .... 

Bataria .... 

Bóia... 

Bosque ....

Cadeia ....

Caminho ....(Verde)

Idem arborizado ....(Idem)

Idem murado ....(Idem)

Idem de pé posto ....(Idem)

Idem entre valas ....

Idem de pé posto, entre valas ....

Caminho de ferro, via simples............

Idem, via dupla............ ....

Caminho de ferro em construção.........

Idem, em projecto ....

Canal...

Carvalhal..

Capela ou Ermida.......... ....

Idem, ponto trigonométrico .. ..

Casas ....

Idem, servindo de ponto trigonométrico ....

Idem, de madeira

Castanhal bravo

Idem, manso

Castelo

Idem, ponto trigonométrico

Cemitério

Chafariz

Chalet

Convento

Correio

Cotas

Cruz de pedra

Idem, ponto trigonométrico

Curvas de nível

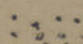
Ciprestes

Desatêrro

Dique

Divisão de concelhos

Idem, de comarcas	- - - - - - - -
Idem, de distritos	+··+··+··+··
Idem, de freguesias	....
Idem, de fronteira	+ + + + + +
Idem, militar........................	+·+·+·+·+·
Idem, de províncias	+ - + - + - +
Direcção das correntes........................	→
Dunas	
Edifício notável	
Igreja	
Idem, ponto trigonométrico	
Escada	
Escarpado	
Estrada a macadame.... (Encarnada)	———
Idem idem, arborizada......... (Idem)	
Idem idem, murada............. (Idem)	alvenaria pedra solta
Idem idem, em construção.... (Idem)	- - - - -

Estrada militar	
Fábrica	
Idem de polvora	
Fonte	
Forno de cal	
Idem de telha	
Forte	
Idem, ponto trigonométrico	
Freguesia	
Idem, ponto trigonométrico	
Fundição	
Estação de caminho de ferro	
Guindaste	
Herdade	
Horta	
Hospital Civil	
Idem Militar	

Jardim ....

Lago ....

Lazareto ....

Linhas de água ....

Lodo ....

Mãis de água ....

Marco de fronteira ....

Idem de légua ....

Marinhas ....

Mato ....

Moinho de alvenaria, com velas..........

Idem, idem, sem velas ....

Idem, idem, em ruínas..........................

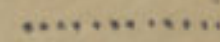
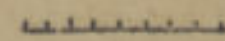
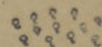
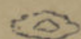
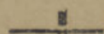
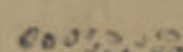
Idem, idem, cotado ....

Idem, idem, ponto trigonométrico ......

Idem, de madeira ....

Monumento ....

Muralha ....

Muro de alvenaria	
Idem, de pedra solta	
Idem, de terra batida	
Nascente de água	
Observatório	
Olival..	
Antigo Palácio Real	
Pântano permanente	
Pântano que seca de verão	
Passagem de nível	
Idem, inferior	
Idem, superior	
Pedras	
Pedreiras..	
Pescarias...	
Farol...	
Idem, ponto trigonométrico..............	
Pinhal	
Poço	

Pontão de pedra ....

Ponte, de barcos ....

Idem, cavaletes. ....

Idem, de ferro..............................

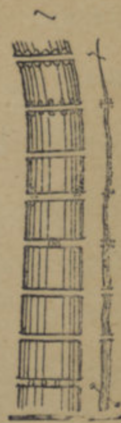
Idem, girante ....

Idem, levadiça ....

Idem, de madeira ....

Idem, de pedra .... (Encarnado)

Idem, de pipas..............................



Ponto trigonométrico de 1.ª ordem.....

Idem de 2.ª ordem ....

Porto ....

Posto semafórico ....

Quartel de artelharia ....

Idem de cavalaria ....

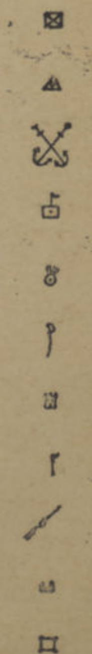
Idem de engenharia ....

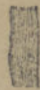
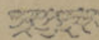
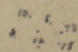
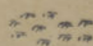
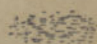
Idem de marinha ....

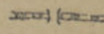
Idem de infantaria..... ....

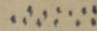
Quinta..............................

Reduto ....



Reduto, ponto trigonométrico	
Rio	
Idem, onde começa a ser navegável...	
Rochedo	
Sebe ou valado	
Sondas	
Tanque	
Telégrafo	
Idem, ponto trigonométrico..............	
Terras lavradas	
Terreno alagado..............................	
Trincheira defensiva	
Tunel	
Vau, a pé	
Idem, a cavalo	
Idem, para carro	
Vala .... (Azul)	
Idem, navegável......................... »	
Vedação para gado	

Viaduto .... 

Vinhas ....(Verde) 

Viveiros .... 

77 — **Côres convencionais usadas nas cartas do Estado Maior.** — *Azul* — Edifícios e obras de ferro, interior de aquedutos, atoleiros, canais, lagôas, marinhas, pântanos (1) poços, tanques, rios, ribeiros, vertentes e pontes de ferro.

Bistre — Rochedos.

Carmim — Aquedutos. Divisões territoriais. Estradas a macadame. Edifícios e obras de alvenaria e de pedra. Moinhos e sinais trigonométricos. Muros de alvenaria e pedra solta. Pontes de pedra. Pilares das Pontes.

Goma-guta — Areal. Dunas. Hortas.

Nanquim — Açudes. Alpondras. Ancoradouros. Armações. Caminhos de ferro. Contorno das marinhas e arrozais. Contorno dos atoleiros. Bancos de areia e de pedra. Lôdo. Pescarias. Pontes: de barcos, de pipas, suspensas, volantes. Vaus. Portos.

Sépia — Edifícios e obras de madeira.

Terra de Siena — Curvas de nível. Desabamentos ou escarpados. Edifícios de adobos ou taipa. Terras lavradas.

Verde bexiga — Interior dos arrozais. Prados.

Verde-cobalto — Azinhais. Árvores isoladas. Bosques. Carvalhais. Castanhais, bravos e mansos. Jardins. Olivais. Matos. Pinhais.

Verde-mar — Mar.

Violeta — Caminhos. Caminhos de pé posto. Vinhas.

---

(1) Os pântanos devem ter interiormente traços alternados de azul e verde.

78 — Côres convencionais usadas na carta $\frac{1}{20\,000}$.
Na carta topográfica dos arredores de Lisboa são usadas as seguintes côres:

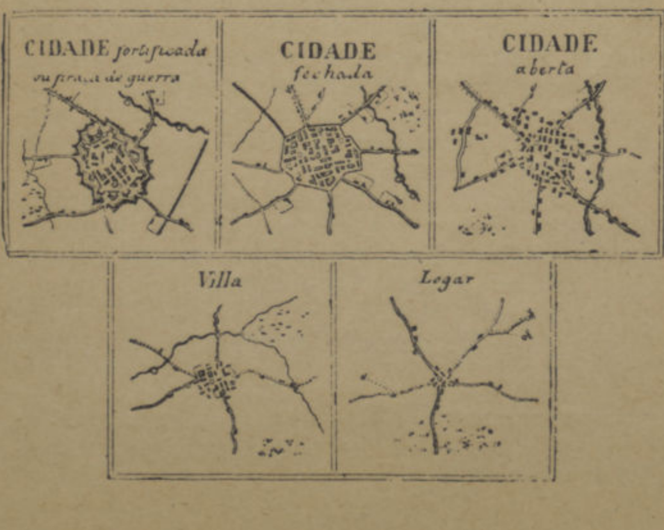
Azul — Linhas de água, aquedutos, pântanos, etc.

Preto — Edificações, linhas férreas, curvas de nível, etc.

Verde — Caminhos, bosques, olivais, vinhas, mato, etc.

Carmim — Estradas, quintas, pontos trigonométricos, fortificações, cemitérios, etc.

79 — **Sinais usados na carta corográfica de Portugal.** — Escala $\frac{1}{100.000}$. Na escala da nossa carta corográfica, sendo cada 100^m representados por $0^m,001$, foi impossível figurar os objectos, tais como: caminhos de 3 a 4^m de largo, casas de 5 a 6 metros de frente e fundo, pelas suas projecções na verdadeira escala, e por isso adoptaram-se os seguintes sinais convencionais:



Sinais trigonométricos:
- Pirâmides de 1.ª ordem..........
- Pirâmides de ordens inferiores..............................

Edifício de alvenaria ou de madeira..............

Idem servindo de ponto trigonométrico.........

Edifício notável...

Herdade ou grande propriedade..................

Fábrica...

Igreja, sendo freguesia:
- Dentro de povoação.........
- Isolada.........................
- Servindo de ponto trigonométrico.........................

Igreja ou ermida isolada.................................

Idem, servindo de ponto trigonométrico........

Farol...

Idem, servindo de ponto trigonométrico........

Forte ou reduto..

Forte ou reduto, servindo de ponto trigonométrico ....

Forno de cal ....

Moinho de vento ....

Idem, servindo de ponto trigonométrico ....

Azenha ....

Mina em exploração ....

Fonte ou nascente ....

Idem de águas minerais ....

Banhos de águas minerais ....

Aqueduto ....

Entrincheiramento ....

Pontes { de pedra... ....
de ferro ....
de madeira ....

Estrada de 1.ª classe ....

Estrada de 2.ª classe ....

Caminho municipal........ ....

Caminho vicinal ou transversal........

Caminho particular........... ....

Caminho de ferro, túnel e estação..

Marco de légua quilométrica...........

Rios e ribeiras.......... ....

Vala ....

Limite de máximas cheias..............

Muro ....

Rocha ....

Areia...

Lodo .. ..

Águas...

Águas estagnadas..........................

Marinhas de sal ....

Mata ou arvoredos ....

Pinhal...

Limites

País

Distrito

Relação

Divisão militar

Diocese

Comarca

Concelho

80 — **Côres convencionais usadas na carta** $\frac{1}{25\,000}$.

Nas cartas $\frac{1}{25\,000}$ são usadas três côres: preto, azul e verde.

Nestas cartas todos os sinais são a preto, excepto os representativos de mares, cursos de água, aquedutos, arrozais, pântanos, poços, etc., que são a azul.

Desenham-se também a azul claro as quadrículas.

O verde emprega-se nos pinhais, bosques, mato, etc.

81 — **Côres convencionais usadas pela Direcção Geral dos Trabalhos Geodésicos e Topográficos.** — As côres convencionais têm o seguinte emprêgo:

1.º *Carmim carregado:* edifícios públicos de alvenaria, cantaria ou tejolo;

2.º *Carmim claro:* edifícios particulares de alvenaria, cantaria ou tejolo, moinhos e sinais trigométricos, muros de alvenaria, cantaria, pedra solta, taipa e adobos, aquedutos, pontes de pedra e levadiças, pilares das pontes suspensas e de madeira e divisões territoriais;

3.º *Azul:* edifícios de ferro, tanques, interior dos aquedutos, marinhas de sal, rios, ribeiros, lagoas e canais;

4.º *Sépia:* pontes de ferro, suspensas, de barcos, e volantes, vaus, ancoradouros e portos, bancos de areia, pedra, lodo e calhaus;

5.º *Terra de Siena:* edifícios de adobos ou de taipa, terras lavradas, desabamentos ou escarpados e curvas de nivel;

6.º *Goma-guta:* hortas;

7.º *Verde bexiga:* prados e arrozais;

8º. *Verde cobalto:* matas, montanhas, pinhais, árvores isoladas e jardins;

9.º *Verde mar:* mar;

10.º *Laca violeta:* vinha;

11.º *Bistre:* rochedos.

Estas côres, adoptadas pela Direcção Geral dos Trabalhos Geodésicos e Topográficos, não estão indicadas para as cartas levantadas em campanha.

82 — **Sinais usados nas cartas corográficas de Portugal.** — Escala $\frac{1}{50.000}$.

Estradas e caminhos

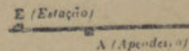
Estradas { Distritais ....
Estradas { Municipais ....

Caminhos para carros ....

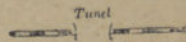
Veredas ....

Caminhos de ferro

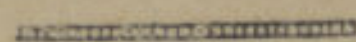
Via dupla....................................



Via simples....................................



Via reduzida ....



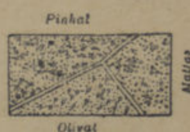
Curvas de nível..........................

Passagens nos rios

Pontes:
- De ferro ou mixtas...... ...
- De alvenaria ....
- De alvenaria, sôbre ribeiras..............................
- De caminhos de ferro......

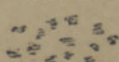
Barcas de passagem...................

Arvoredos ....



Areia ....

Pântano.......................................



Limite de país .... + + + + + + + +

Limite de distrito .... + – + – + – + –

Limite de concelho........................ —·—·—·—·—

Casas, igrejas, capelas e fornos.
Quintas, fábricas e edifícios notaveis..
Banhos, águas minerais e nascentes...

Moinhos de vento e azenhas ....

Farois de rotação e fixos............

Cemitérios e fortes........ ....
Pontos trigonométricos (pirâmides de 1.ª e 2.ª ordens..................
Igrejas, moinhos, casas e capelas, servindo de pontos trigonométricos..

83 — **Côres convencionais adoptadas na carta corográfica** $\frac{1}{50.000}$:

Azul: Linhas de água, canais, pântanos, etc.;
Verde: Matas, pinhais, olivais, etc.;
Preto: Caminhos de ferro, caminhos, veredas, areais, limites de concelho, etc.;
Carmim: Estradas, edificações, quintas, pontos trigonométricos, fortificações, cemitérios, etc.;
Terras de Siena: Curvas de nível.

XXVI — Coordenadas

84 — **Coordenadas ortogonais. — Origem fictícia.** — Um ponto na carta indica-se pelas suas coordenadas ortogonais *M* (distância à meridiana do Ponto

Central, ou abcissa, e P (distância à perpendicular, ou ordenada).

Tomam-se para o Ponto Central os valores:

$$M = 200 \text{ kilometros}$$
$$P = 300 \text{ kilometros}$$

o que nos dá uma *origem fictícia*, a sudoeste do Cabo de S. Vicente, ficando assim todo o território de Portugal no 1.º quadrante, onde os valores de M e P são sempre positivos.

As cartas na escala $\frac{1}{25.000}$ descritas no n.º 73, são já impressas de forma a facilitarem à medição destas coordenadas.

As cartas na escala $\frac{1}{50.000}$ não trazem quadrícula. Esta desenha-se, reduzindo as coordenadas dos seus meridianos e paralelos *Limites* à origem fictícia, o que se consegue pela expressão:

$$M = 200^{\text{kms.}} - M'$$
$$P = 300^{\text{kms.}} - P'$$

em que M' e P' são os valores que vêm indicados nas margens, *com o respectivo sinal*.

A quadrícula deve ser feita como indica a *fig. 61* já apresentada.

Nas cartas $\frac{1}{20.000}$ e $\frac{1}{100.000}$ deve usar-se uma quadrícula com a qual se obtenham os valores de M e P, referidos ao Ponto Central com uma aproximação de 10^{m}.

Nas cartas $\frac{1}{100.000}$ a mesma quadrícula faz com a direcção dos eixos ortogonais do Castelo um ângulo variável de $37'\ 00''$ a $38'\ 30''$, conforme a região de Portugal. O valor 37′ 30″ satisfaz para as cartas $\frac{1}{20.000}$.

Nas cartas $\frac{1}{20.000}$, que excepcionalmente se re-imprimirem, será traçada a quadrícula referida ao Ponto Central.

85 — **Transformação de coordenadas.** — As coordenadas do Castelo de S. Jorge em relação ao Ponto Central, são:

$$m = 86.964$$
$$p = 105.477$$

e a convergência dos meridianos no mesmo Castelo, relativamente ao Ponto Central, é:

$$\alpha = 37' \; 50''$$

sendo:

$$\text{sen}\, \alpha = 0{,}011 \quad \text{e} \quad \cos \alpha = 0{,}999.$$

Pelas fórmulas:

$$\begin{cases} M' = m + M \cos \alpha + P \,\text{sen}\, \alpha \\ P' = p + P \cos \alpha - M \cos \alpha \end{cases}$$

podemos transformar as coordenadas M e P dum ponto referido ao Castelo de S. Jorge em coordenadas M' e P' do mesmo ponto, referidas ao Ponto Central.

Introduzindo nestas fórmulas os valores de m e p e de sen α e cos α, temos:

$$(1) \begin{cases} M' = 86.964 + M = 11 . \dfrac{P}{1.000} \\ P' = 105.477 + P - 11 . \dfrac{M}{1.000} \end{cases}$$

Podemos também, destas fórmulas, deduzir as que nos dão a transformação das coordenadas do Ponto Central em coordenadas do Castelo de S. Jorge, que são:

$$(2)\begin{cases} M = M' - 86.964 - 11.\dfrac{P' - 105.407}{1.000} \\ P = P' - 105.477 + 11.\dfrac{M' - 86.964}{1.000} \end{cases}$$

Exemplo: Suponhamos que temos uma carta $\frac{1}{20.000}$ quadriculada em relação ao Castelo de S. Jorge e desejamos quadriculá-la em relação ao Ponto Central.

Utilizando as fórmulas (1), faz-se a transformação em coordenadas do Ponto Central, dos pontos correspondentes aos quatro cantos da carta e, seguidamente, sôbre as linhas meridianas e sôbre as linhas perpendiculares, marcam-se, a partir dos mesmos pontos, os segmentos necessários para definir um certo número inteiro de quilómetros M' e P'; unem-se os pontos que tiverem os mesmos valores de M' e os que tiverem os mesmos valores de P' e quadricula-se depois êste rectângulo em quadrados de 1^{km} de lado.

Seguidamente, transformam-se estas coordenadas do Ponto Central em coordenadas referidas à *origem fictícia;* quadricula-se o rectângulo e marca-se em cada linha o número que exprime os valores de M e P em quilómetros.

Pelo quadro a seguir podemos obter o comprimento em metros dos arcos do meridiano γ e dos arcos do paralelo $\varkappa$, de 10 em 10 minutos, para as diferentes latitudes:

Latitude	Meridiano γ	Paralelo χ	Latitude	Meridiano γ	Paralelo χ	Latitude	Meridiano γ	Paralelo χ	Observação
36° 0′		30.055,7	38° 50′	18.501,6	28.944,3	41° 40′	18.510,8	27.761,8	Nesta tabela, os arcos de paralelo têm a amplitude de 20′ e os arcos de meridiano a amplitude de 10′.
10′	18 493,2	29.992,4	39° 0′	502,2	876,7	50′	511,4	690,1	
20′	493,7	928,8	10′	502,7	808,8	42° 0′	511,9	618,1	
30′	494,2	864,9	20′	503,3	740,7	10′	512,5	545,9	
40′	494,7	800,8	30′	503,8	672,3	20′	513,0	473,5	
50′	495,3	736,4	40′	504,3	603,7	30′	513,6	400,9	
37° 0′	495,8	671,7	50′	504,9	534,9	40′	514,1	328,0	
10′	496,3	606,9	40° 0′	505,4	405,8	50′	314,7	254,9	
20′	493,8	541,7	10′	505,9	396,5	43° 0′	515,2	181,5	
30′	497,4	476,3	20′	506,5	326,9	10′	512,8	101,9	
40′	497,9	410,7	30′	507,0	257,1	20′	516 3	034,1	
50′	498,4	344,8	40′	507,6	187,1	30′	516,8	26.960,1	
38° 0′	499,0	278,7	50′	508,1	116,8	40′	517,4	885,8	
10′	499,5	212,3	41° 0′	508,7	046,3	50′	517,9	811,3	
20′	500,0	145,7	10′	509,2	27.975,5	44° 0′	18,518,5	736,6	
30′	500,6	078,8	20	509,1	904,5				
40′	501,1	011,7	30′	510,3	833,3				

86 — **Coordenadas militares.** — Nos usos militares, sempre que a aproximação com que desejamos

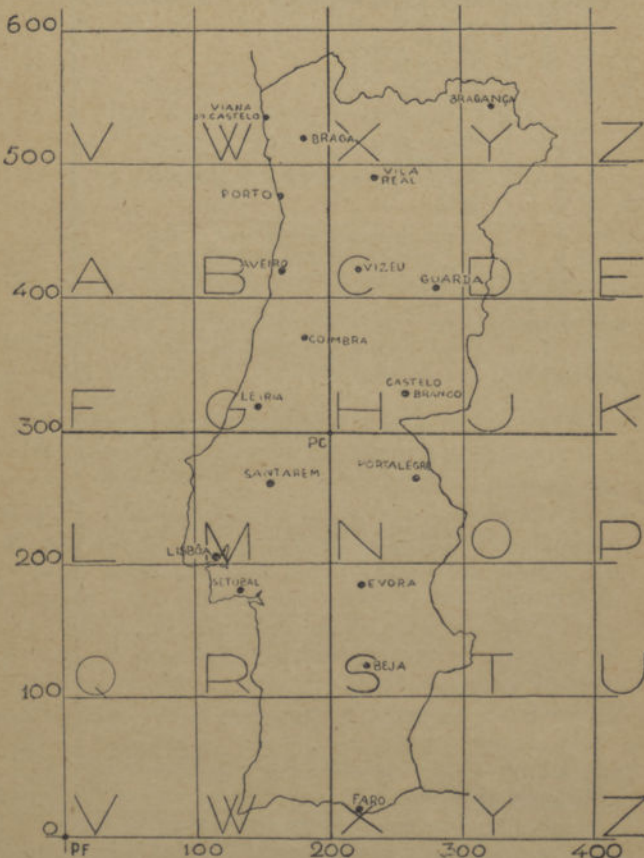


Fig. 63

indicar um ponto seja inferior a 100 m, usam-se as coordenadas cartográficas, que se denominam: «coordenadas rectangulares».

Considera-se o território do continente de Portugal dividido em quadrados de 100 quilóm. de lado, conforme indica a *fig. 63,* isto é, em 25 quadrados designados pelas letras maiúsculas do alfabeto, excepto a letra I, e mais cinco, na parte Norte, com as letras, repetidas, V, W, X, Y e Z.

As coordenadas militares indicam-se, pois, pela letra que corresponde aos dois algarismos que nos dão os valores de *M* e *P*, em centenas de quilómetros, seguidos de um grupo de dois, quatro ou seis algarismos.

No grupo de *dois algarismos* a seguir à letra, o primeiro indica a abcissa (ou distância à meridiana) e o segundo a ordenada (ou distância à perpendicular), em dezenas de quilómetros.

No grupo de *quatro algarismos* a seguir à letra, os dois primeiros indicam a abcissa e os dois últimos a ordenada, em quilómetros.

No grupo de *seis algarismos,* com a letra ou sem ela, os três primeiros designam a abcissa e os três últimos a ordenada, em hectómetros.

Empregam-se estes modos de indicação das ordenadas para mais fácil determinação de qualquer ponto nas nossas cartas topográficas e corográficas.

Na indicação das coordenadas militares pode ser suprimida a letra desde que daí não resulte confusão, como poderá dar-se nos grandes deslocamentos de tropas motorizadas ou da aviação.

Também para uso da artelharia e da infantaria em combate, podemos empregar coordernadas militares de quatro algarismos, *sem letra,* os quais representam: os dois primeiros, a absclssa, em hectómetros; os dois últimos, a ordenada, também em hectometros.

Exemplo de leitura:

A cidade de Abrantes, que fica na fôlha 17 da carta $\frac{1}{50\,000}$ e na fôlha 331 da carta $\frac{1}{25.000}$, é representada pelas coordenadas:

M 9.7 em dezenas de quilómetro
M 94.77 em quilómetros
M 946.774 em hectómetros

ou, mais abreviadamente, nas aplicações usuais de combate da infantaria e da artelharia, acima citadas:

46.74.

XXVII — Reprodução de cartas

87 — **Na mesma escala:** Quando se deseja passar a um papel diferente uma carta já desenhada, pode acontecer que se queira a reprodução no mesmo tamanho do original ou menor ou maior do que êle.

Reduz-se ou amplia-se uma carta, conforme o desenho que se obtiver fôr menor ou maior do que o original.

O desenho que se obtem denomina-se cópia, quer seja na mesma escala do original, quer seja em menor ou maior escala.

Copiar e reduzir as cartas são excelentes meios de gravar na memória os sinais convencionais e de habilitar para a execução dos levantamentos.

Diversos métodos se podem seguir para obter a cópia na mesma grandeza do original.

1.º — Por quadrículas.
2.º — Por sobreposição.
3.º — Por processos químicos.

88 — **Método das quadrículas.** — Consiste em traçar com lápis na carta, ou sôbre uma fôlha de papel transparente aplicada em cima dela, linhas paralelas

aos lados do quadro, de modo que dividam o desenho num certo número de quadrados, ou rectângulos; se o original não fôr esquadriado traça-se primeiro um quadrado, ou rectângulo, que abranja tôdo o desenho e depois traçam-se as linhas paralelas.

No papel em que se ha-de fazer a cópia traçam-se quadrados, ou rectângulos, das mesmas dimensões, posição e número que os do original, e reproduzem-se em cada um dêles os mesmos detalhes que se encontram no quadrado, ou rectângulo, correspondente da carta. Para isso começa-se por marcar os pontos principais, determinando-os por meio de triângulos que tenham por base um dos lados do quadrado ou rectângulo e por vértice o ponto desejado; estes vértices são marcados traçando, com um compasso ordinário munido de lápis, dois arcos de círculo dos extremos da base, como centro, e com ráios iguais aos lados do triângulo.

Para maior rapidez e para evitar o traçado dos arcos, pode empregar-se o compasso de três pernas que dá logo a posição do vertice.

Marcados os pontos principais, conclui-se o traçado das linhas, imitando, à vista, as suas homólogas da carta; e não se passa a outro quadrado, ou rectângulo, sem ter completado o desenho do antecedente.

Se num quadrado, ou rectângulo, houvesse muitos detalhes, para se tornar a cópia mais fácil, subdividir-se-ia em outros quadrados, ou rectângulos, ou em triângulos, por meio do traçado das diagonais.

89 — **Sobreposição.** — Pode obter-se com muita brevidade a cópia, desenhando por transparência todos os detalhes que existem no modêlo. Para isso coloca-se e segura-se sôbre o original a fôlha em branco em que se quere a cópia; e, para que através dela se vejam bem tôdas as linhas e objec-

tos da carta, colocam-se as duas fôlhas reunidas sôbre uma chapa de cristal inclinada, que deixe passar a luz; bastará traçar a lápis as linhas do modêlo e passál-as depois a tinta.

Para facilitar as cópias e torná-las mais perfeitas tem-se construído aparelhos especiais que consistem numa grande chapa de cristal limitada por um caixilho de madeira, podendo girar em tôrno dum eixo horizontal sustentado por duas hastes ou suportes de modo a colocar-se à altura que se quizer. Para trabalhar, aproxima-se o caixilho duma janela e faz-se com que a chapa só receba luz pela sua parte inferior, o que se obtem cobrindo com um pano preto a parte superior da janela.

Obtem-se ainda maior transparência colocando por baixo da chapa uma fôlha de Flandres, a qual, recebendo os raios luminosos, os reflecte no aparelho, aumentando assim a quantidade de luz e, portanto, a transparência.

Pode, também, copiar-se o desenho numa fôlha de papel vegetal que se coloca sôbre a carta e se fixa geralmente com pêsos.

Nêste caso o desenho faz-se logo a tinta.

Para se vêr bem a cópia, depois de feita, e para dar maior resistência ao papel vegetal, cola-se êste numa fôlha de papel forte. O melhor processo consiste em estender, com um pincel, no verso do papel vegetal, uma camada de cola que se deixa secar, e assentar a cópia num cartão ligeiramente humedecido, apertando-o depois numa prensa qualquer.

Para maior brevidade, o papel vegetal póde de antemão estar preparado com a camada de cola, visto que esta não diminui sensivelmente a transparência.

Não dispondo de prensa e querendo obter a cópia noutro papel, colocar-se-ia sôbre êste um papel, com uma das faces coberta de lápis voltada para baixo, e, por cima dêste, o papel vegetal que recebeu a cópia; calcando o desenho com um punção, um bico de piteira ou qualquer outro objecto duro e ponteagudo, o papel plombaginado deixaria na fôlha em branco o vestígio do desenho, que depois se avivaria com lápis fino.

Cobrindo com um lápis macio, pelo verso do papel vegetal, os contôrnos do desenho, que se vêem perfeitamente por transparência, evita-se o emprêgo do papel plombaginado.

Pode também empregar-se para as cópias o papel téla ou colado, em logar de papel vegetal, colocando-o, como êste, sôbre o modêlo e segurando-o com pesos; a cópia faz-se também a tinta, e se o papel fôr consistente, não é preciso colar-se. Distingue-se bem o desenho sem precisar assentá-lo sôbre papel branco.

Quando o desenho tiver aguarelas, devem estas dar-se pelo verso do papel téla, para não manchar o desenho já feito.

90 — **Processos químicos.** — Ultimamente tem-se empregado muito nas cópias o seguinte processo: Coloca-se o modêlo sôbre uma chapa de cristal disposta num caixilho com prensa de madeira; dispõe-se em cima uma fôlha de papel *ferro-prussiato de Marion* e apertam-se os papeis fortemente contra a chapa de cristal por um processo análogo ao das prensas fotográficas.

Sem perder tempo, o aparelho é exposto à luz do sol, e o papel, preparado com o prussiato de ferro torna-se, sucessivamente, amarelo, esverdeado, verde, azulado, azul e depois côr de azeitona; tira-se então o papel, evitando quanto possível o efeito da luz, e submerge-se num banho de água que se agita, renovando a água, sendo preciso; a imagem do desenho vai-se destacando progressivamente, e, logo que a lavagem está bem feita, obtem-se uma cópia na qual tôdas as partes negras ou opacas do modêlo aparecem brancas e o resto de côr azul, tanto mais escura quanto maior tiver sido a impressão da luz através do original.

A lavagem com água quente, de 30° a 35°, produz resultados mais rápidos que com água fria, e limpa melhor o papel, evitando também as manchas amarelas que às vezes aparecem nas porções brancas.

Para que o papel conserve as suas propriedades, deve achar-se resguardado da luz e quando se empregar, deve operar-se com ligeireza e o mais às escuras que fôr possível.

Se o original estiver desenhado em papel tela ou transparente, a exposição à luz do sol dura 5^m a 8^m; quanto menor fôr a transparência do papel do modêlo ou a intensidade da luz, tanto maior será o tempo preciso para a impressão, e vice-versa.

Quando se quizer tirar cópias do desenho dum modêlo desenhado em papel grosso, deve, antes de o expôr à luz, molhar-se, pelo verso, com uma essência mineral como, por exemplo, o petróleo rectificado, o qual é preferível à benzina porque, não se evaporando tão ràpidamente como esta, não obriga a molhar o desenho tão repetidas vezes.

As cópias obtidas pelo papel ferro-prussiato, apresentando brancos os traços do desenho e azul o fundo dêle, tem-se utilizado, em logar do desenho, para que as novas cópias tenham os traços azuis e o fundo branco.

Para facilitar êste processo, emprega-se um papel ferro-prussiato de menor espessura para a primeira cópia, que se imprime pelo verso, para o que se coloca o desenho que se quere copiar em contacto com a chapa de cristal e em cima o papel disposto de modo que se adapte pela face mais lisa ao desenho do modêlo; a exposição à luz deve durar proximamente três vezes mais tempo que o preciso para tirar uma cópia em fundo azul.

A primeira prova, sendo lavada como se disse, serve de modêlo para as outras provas; mas como se obteve pelo verso, é preciso dispô-la no caixilho-prensa por fórma que a face menos lisa fique em contacto com a chapa de cristal para que se obtenha a disposição exacta do desenho.

Actualmente prefere-se, com vantagem a qualquer outro processo, a *fotografia* que, sem êrro apreciavel, permite em pouco tempo obter cópias em qualquer escala.

Os processos fotográficos são usados principalmente na reprodução de cartas estrangeiras; foi pelo seu emprêgo que o estado maior francês obteve rápidamente as cartas da Itália e da Alemanha, em 1856 e em 1870.

A heliogravura, ou gravura pelo sol, é baseada na propriedade que possui o betume da Judêa de ser insolúvel quando submetido á acção da luz. A reprodução por êste processo é rápida, fácil e económica.

A *litografia* é a arte de reproduzir, pela pedra, um desenho feito em papel *autógrafo*. Êste desenho, depois de passado á pedra, fica invertido. As reproduções obteem-se por meio de impressão.

A *fotolitografia* ou litografia pela luz, consiste em transformar uma prova fotográfica em litográfica, reproduzindo-a pela impressão.

A *cromolitografia*, que se vai vulgarisando, aplica-se, com vantagem, a qualquer dos processos acima indicados, obtendo-se a reprodução a côres.

A aplicação da fotografia à cromolitografia oferece magníficos resultados, tais como a carta da Bélgica na escala $\frac{1}{20.000}$.

Modernamente usa-se, para a reprodução de escritos e desenhos, massas elásticas contidas em caixas de lata, e empregando tintas especiais de anilina espessa.

Êstes aparelhos denominam-se *copiógrafos, hectógrafos, poliantógrafos, etc.*

O modo de obter as reproduções pelo copiógrafo é o seguinte: Faz-se uma cópia do original, em qualquer papel, empregando tintas especiais de anilina; ajusta-se êste papel, do lado da cópia, com a massa indicada, comprime-se e tira-se em seguida o papel, ficando sôbre a massa o desenho invertido; sôbre esta se vão sucessivamente ajustando fôlhas de papel, obtendo-se assim determinado número de cópias.

O poliantógrafo, o único aparelho que pode servir para a reprodução de grandes desenhos, foi inventado por *M. Frey.* Consta de fôlhas de papel de várias dimensões, convenientemente preparadas, enroladas e metidas num tubo de metal que tem nas extremidades compartimentos destinados a uma esponja e a um frasco com tinta.

Cada fôlha de papel pode ser utilizada para obter 50 ou 60 provas. É o meio de reprodução mais completo, barato e portátil.

91 — **Redução e ampliação.** — A redução ou ampliação duma carta consiste em transportá-la para o papel em menores ou maiores dimensões, conforme a escala, conservando sempre a posição relativa de todos os seus detalhes, para que a planta obtida seja proporcional á que se pretende reduzir ou ampliar.

A redução ou ampliação duma carta pode obter-se pelos seguintes processos:

1.º — Por quadrículas;
2.º — Por processos mecânicos;
3.º — Por processos fotográficos;

92 — **Redução e ampliação das cartas por quadrículas; Cópia da planimetria.** — A redução ou ampliação duma carta por meio de quadrículas

obtem-se dividindo o original, como se disse para a cópia na mesma escala, num certo número de quadrados, ou rectângulos, (n.º 88).

As *figuras 64* e *65* representam, respectivamente, um fragmento da carta $\frac{1}{50.000}$ e a sua redução para a escala $\frac{1}{100.000}$.

A B

C D

Fig. 64

No papel em que se deseja a redução traçam-se os rectângulos de forma que o comprimento de cada lado, multiplicado pela razão directa dos denominadores das respectivas escalas, seja igual ao seu homólogo do modêlo.

a b

c d

Fig. 65

Assim, se os rectângulos parciais do original na escala $\frac{1}{10.000}$, por exemplo, se traçam na grandeza de $0^m,1$; os da redução, na escala $\frac{1}{20.000}$, serão traçados com a grandeza

$$0^m,1 \times \frac{1}{2} = 0^m,05$$

A cópia tem, pois, tantos quadrados, ou rectângulos, parciais quantos forem os do original, porém, maiores ou menores, conforme fôr uma ampliação ou uma redução.

Para marcar os pontos da planimetria compreendidos nos quadrados, ou rectângulos, parciais, pode empregar-se, além do compasso simples e da *régua graduada*, o *compasso piramidal de redução, de Pereira Coutinho, ou o compasso de redução.*

93 — Descreveremos o *compasso de redução*, por ser o mais empregado:

Compõe-se êste instrumento de dois braços metálicos *A C* e *B D*, que se móvem em torno dum eixo projectado em *E* e disposto de modo que as distâncias *E A* e *E B* são iguais, bem como as distâncias *E C* e *E D*, *(fig. 66).*

Dêste modo, como as pontas *A* e *C* se encontram em linha recta com *E*, e igualmente os extremos *B* e *D* do outro braço, os triângulos *A E B* e *C E D* são semelhantes e:

$$CD : AB :: CE : AE$$

Portanto, se *C D* fôr o comprimento dum lado no original, *A B* representará o seu homólogo na cópia.

O eixo de rotação deve colocar-se de forma que as grandezas *C E* e *A E* guardem entre si a relação que deve existir entre as linhas homólogas de ambos os desenhos.

A *fig. 66* mostra também, em separado, os ramos *A C* e *B D*, e o compasso visto de lado.

As pontas inferiores *C c* e *D d*, dos dois ramos, são de aço e aproximamente iguais ao terço do comprimento total; nos outros dois terços os ramos alargam-se e terminam por pequenas pontas, também de aço, tendo na parte mais larga uma fenda longitudinal onde corre o cursor *n*, que se liga a duas pequenas peças *K*.

Estas duas peças têm um orifício por onde passa um parafuso em cuja rosca funciona a porca *T*.

Aliviando a porca, as duas peças *K* podem correr ao longo da fenda; mas quando se aperta aquela, os dois ramos ficam unidos fortemente e não têm movimento no sentido longitudinal; neste caso o eixo do parafuso fixa-se, podendo girar em torno dêle os dois braços do compasso, com uma abertura qualquer.

Resta, portanto, colocar o eixo de modo que as distâncias dêle às pontas estejam na mesma relação que os lados homólogos do modêlo e da cópia; para isso, a face exterior do ramo *A C* tem nos dois lados da fenda longitudinal uns traços com os algarismos 2, 3, 4,... até 10, e estas divisões encontram-se dispostas de modo que, quando a linha de fé, gravada no cursor *n*, estiver em coïncidência com uma delas, por exemplo: com a 6.ª, a relação que existe entre as grandezas *A E* e *E C* é igual a $\frac{1}{6}$.

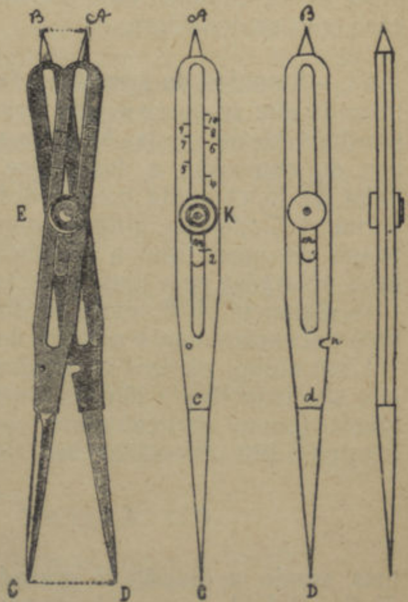


Fig. 66

Para obter, portanto, a redução dum desenho, bastará sobrepôr perfeitamente os dois ramos, o que acontece quando a pequena ponta que existe na parte posterior do ramo $A\ C$ se ajusta na ranhura existente no outro ramo, e afrouxar em seguida a porca T, correndo as peças K até que a linha de fé coïncida com a divisão que convém ao caso que se considera.

94 — **Emprêgo do compasso de redução.** — Suponhamos que se quere dividir a recta $C\ D$, *(fig. 66)*, em duas partes iguais. Ajustam-se bem as duas pernas do compasso e desloca-se o eixo até que a linha de fé coïncida com a divisão 2, gravada na perna $A\ C$; físa-se então o eixo e abre-se o compasso de modo que a distância entre as pontas mais afastadas seja igual à recta dada:

A distância $A\ B$, entre as duas pontas opostas, será necessàriamente metade da recta $C\ D$.

Com efeito, os dois triângulos $C\ E\ D$ e $A\ E\ B$, que são isósceles e têm os ângulos compreendidos iguais (como verticalmente opostos), são semelhantes e por conseqüência:

$$C\,D : A\,B :: E\,C : E\,A$$

mas sendo a divisão 2 gravada de maneira que $E\ C = 2\ E\ A$, será evidentemente:

$$A\,B = \frac{C\,D}{2}$$

95 — **Cópia do nivelamento.** — Obtida a cópia da planimetria, traçam-se as curvas de nível.

Nas reduções deve-se, quanto possível, manter constante a equidistância gráfica, mencionando na *legenda* a *equidistância natural.*

Nas ampliações, porém, o intercalamento de novas curvas dá lugar a erros fáceis de compreender. Tratando de intercalar, por exemplo, uma curva, é natural que o desenhador trace essa curva a igual distância das curvas visinhas, quando, na maior parte dos casos, essa curva seguiria caminho bem diverso.

Dá-se ainda a circunstância, como adiante se verá, de se suprimirem curvas, cujo traçado é, com certeza, muito mais rigoroso do que o das curvas a intercalar convencionalmente.

Suponhamente que se pretende ampliar para a escala $\frac{1}{20.000}$ um fragmento da *carta corográfica de Portugal*, desenhada na escala $\frac{1}{50.000}$.

Sabemos que na nossa carta corográfica $\left(\frac{1}{50.000}\right)$ é:

$$\begin{aligned} \text{equidistância natural} &= 25^{m} \\ \text{equidistância gráfica} &= 0^{m},0005 \end{aligned}$$

logo, para a copia da carta na escala $\frac{1}{20.000}$, teremos igualmente:

$$\begin{aligned} \text{equidistância gráfica} &= 0^{m},005 \\ \text{donde: equidistância natural} &= 10^{m} \end{aligned}$$

Como as cotas das curvas de nível da nossa carta corográfica são multiplas da equidistância natural de 25^{m}, concluiremos que as cotas das curvas do fragmento ampliado devem ser múltiplas da equidistância natural achada, 10^{m}, visto conservar-se constante a equidistância gráfica de $0^{m},0005$.

Assim, supondo o referido fragmento configurado pelas curvas de nível cotadas 0, 25, 50, 75, etc.,

Fig. 67

(fig. 67), intercalar-se-ão às curvas cotadas 0 a 75 as novas curvas cotadas 10, 20, 30, 40... 60 e 70, eliminando-se as curvas de nível cotadas 25 e 75, o que reputamos inconveniente, pelo motivo exposto. Será, portanto, preferível, manter a equidistância natural.

96 — **Processos mecânicos.** — Os processos descritos para a redução e ampliação da planimetria, embora fáceis, não satisfazem, debaixo do ponto de vista da rapidez; por isso se empregam outros processos, pelos quais podemos ampliar ou reduzir mecânicamente as cartas.

Adoptam-se instrumentos especiais: *os pantógrafos*, *micrógrafos*, etc.

97 — **Pantógrafo Gavard** — Êste instrumento funda-se nas seguintes propriedades geométricas:

1.º Se tivermos quatro réguas rígidas *A L*, *A M*, *B H* e *D H* *(fig. 68)*, articuladas nos quatro pontos *A*, *B*, *H* e *D*, formando um losango *A B H D*, e se tomarmos sôbre as réguas *A L*, *D H* e *A M* três pontos *Y*, *O* e *X* em linha recta, êstes três pontos estão sempre em linha recta, seja qual fôr a posição tomada pelo losango *A B H D*.

NOTA — Os processos *fotográficos*, de que adiante trataremos, são os mais empregados na guerra, como mais rigorosos e mais rápidos.

2.° Fixando o ponto O e fazendo seguir o ponto X pelas linhas que determinam o contorno duma figura qualquer XX', todo o sistema girará em torno do ponto O e o ponto Y descreverá uma figura semelhante, $Y\,Y'$, à que o ponto X contornar.

A relação entre as linhas das duas figuras descritas é igual à relação

$$\frac{D\,X}{A\,D}$$

na qual $D\ X$ representa a distância do ponto X à articulação D, e $A\ D$ a distância constante que separa as articulações A e D.

O pantógrafo é formado por quatro réguas rígidas, de madeira ou de metal: $A\ L$, $A\ M$, $B\ H$ e $D\ H$, formando um losango $A\,B\,H\,D$, articulado nos vértices A, B, D e H. Sôbre a régua $A\ M$ pode ser fixa verticalmente, num ponto qualquer X, uma ponta de aço. Fixa-se um ponto das réguas $B\ H$ ou $D\ H$, depois coloca-se um lápis, sôbre a régua $A\ L$, no ponto de intercepção desta linha com a linha $X\ O$.

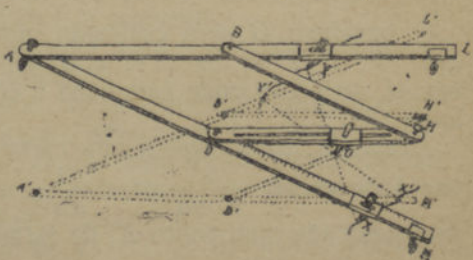


Fig. 68

Os pontos A, H, L e M têm uns rodízios que permitem deslocar fàcilmente o aparelho sôbre o desenho.

A ponta de aço vertical X, o ponto fixo O e o lápis Y são adaptados a corrediças móveis ao longo dos ramos do pantógrafo. Estas corrediças são fixas por meio de parafusos de pressão.

Ampliação: Para empregar o pantógrafo na ampliação duma carta na relação

$$\frac{n}{m}$$

por exempio, deve começar-se por determinar sôbre um dos ramos do pantógrafo a posição da ponta de aço e a posição correspondente do lápis sôbre o outro ramo.

A ponta de aço coloca-se no ponto X de AM, determinado pela proporção

$$\frac{DX}{AD} = \frac{n}{m}$$

O parafuso O será colocado num ponto qualquer de DH ou de BH e o lápis fixo ao ramo AL no ponto onde esta linha é encontrada pela linha OX.

Exemplo: Para ampliar uma carta ao *quádruplo* isto é da escala $\frac{1}{20.000}$ para $\frac{1}{5.000}$ a ponta de aço será colocada num ponto X, de forma que

$$\frac{DX}{AD} = \frac{1}{4} \text{ donde } DX = \frac{AD}{4}$$

Redução: no caso da *redução*, na relação $\frac{n'}{m'}$, a ponta de aço será colocada num ponto X, de sorte que

$$\frac{DX}{AD} = \frac{m'}{n'}$$

Exemplo: Para reduzir o desenho a $\frac{1}{5}$, isto é, da escala $\frac{1}{20.000}$ para $\frac{1}{100.000}$, a ponta de aço será fixa num ponto X, de modo que

$$\frac{D\,X}{A\,D} = \frac{5}{1} \text{ donde } D\,X = 5\,A\,D$$

Para copiar uma carta na mesma escala, a ponta destinada a seguir os traços do desenho deve ser colocada num ponto X de forma que

$$D\,X = A\,D$$

XXVIII — Execução dum desenho topográfico

98 — O método a seguir na execução dum desenho topográfico é o seguinte:

1.° — Traça-se uma quadrícula igual ou proporcional à do modêlo.

2.° — Por meio de cruzamentos, determinam-se com rigor os pontos principais, tais como: pontos trigonométricos, cruzamento de estradas, confluências de linhas de água, posições das povoações, moinhos isolados, etc.

3.° — Traçam-se as linhas de água, estradas, caminhos de ferro, pontes, povoações, emfim todos os objectos da planimetria.

4.° — Traçam-se as curvas de nível, começando pelas de menor cota, seguindo à vista o original e com o auxílio dos pontos já determinados.

5.° — Cobrem-se a tinta as estradas, linhas de água, caminhos de ferro, povoações e curvas de nível, segundo a órdem porque vai indicado. As curvas interrompem-se nas estradas e linhas de água.

6.° — Escrevem-se as legendas e cotas que devem ficar paralelas ao lado inferior do quadro.

7.º — Desenham-se as culturas, areias, marinhas e traços das águas.

8.º — Se o desenho tem de ser colorido, as aguadas devem dar-se antes de começar o trabalho a tinta.

9.º — Para limpar o desenho, deve fazer-se o menor uso possível de goma elástica, substituindo-a pela *raspa de pelica*.

10.º — Indicar a orientação magnética dentro da quadrícula, bem como a escala e a equidistância natural.

11.º — Assinar e datar, fóra da quadrícula, na margem inferior do papel.

XXIX — Leitura de cartas

99 — Sendo conhecidos os sinais convencionais com que se desenham as cartas, os meios para a medição de distâncias e cálculo dos declives e os processos empregados para a sua elaboração, fácil é a *leitura duma carta*; contudo só com muita prática se adquire esta facilidade.

Saberá lêr bem uma carta quem, pela simples inspecção dela e munido duma régua ou compasso, puder figurar em relêvo e, com todas as particularidades, o terreno que ela representa; e quem, colocado num ponto do terreno que ela abrange, o possa indicar na mesma carta, com as posições circunvisinhas.

A primeira coisa a fazer quando se lançam os olhos sôbre a carta dum terreno que se quizer estudar, é percorrer o curso de água ou thalweg principal; êste curso de água segue pela parte mais baixa do terreno cuja inclinação geral é indicada pela direcção das linhas de água: percorre-se êste thalweg até á sua origem, se ela existe na planta;

percorrem-se igualmente os vales e seus afluentes até à nascença, e determina-se assim o perímetro da bacia principal, isto é, os planaltos ou as cumiadas que formam a sua linha de cintura, e que compreendem geralmente os pontos mais elevados do terreno.

Os contrafortes, ou colinas, que separam os afluentes, apresentam-se então com clareza; os vales parece que se aprofundam, e chega-se, com algum hábito, a ler o conjunto da carta quási tão fàcilmente como se estivesse em relêvo.

Requerem especial atenção os cursos de água, tanto em relação à sua grandeza como à natureza do terreno circunjacente, porque os vaus acham-se geralmente a jusante duma volta ou cotovêlo, e a margem reïntrante domina quasi sempre a oposta.

Se o plano compreende muitas bacias independentes, estudam-se sucessivamente e determinam-se as suas linhas divisórias, os colos ou pontos de comunicação mais fácil dum vale para outro, etc.

Este estudo sumárlo indicará onde devem achar-se as regiões mais importantes a ocupar para serem defendidos os ditos vales; não resta senão estudar as fórmas de terreno destas regiões, as estradas ou caminhos que aí conduzem ou as torneiam, para apreciar a importância militar das posições que será necessário ocupar realmente.

As cartas topográficas representam o terreno como se fosse visto debaixo de nós, se nos elevassemos num balão, verticalmente; mas não é assim que se vê na realidade.

Não é visto perpendicularmente, mas obliquamente á sua superfície, ficando encobertos, pelas colinas os contrafortes das montanhas, muitos vales, arvoredos, povoações e outros objectos.

O aspecto que apresenta o terreno parece, pois, muito diferente do que se apresenta na carta; e se não houver o conveniente hábito de apreciação, é possível acontecer que, posto saibamos lêr bem uma carta, nos vejamos embaraçados para reconhecer o terreno, se não estivermos acostumados a configurar o panorama pelo aspecto da planta.

Pode adquirir-se êste hábito transformando geométricamente os planos em vistas de perspectiva.

Principiar-se-á por aprender a conhecer, por meio da carta, o aspecto que uma ondulação, ou fórma especial do terreno, considerada isoladamente, apresentaria a um observador colocado num ponto determinado.

Para êste efeito, construir-se-á uma série de perfís que passem pelo ponto de observação e pelos pontos característicos do terreno.

Estes perfís farão conhecer o que é visível ou invisível do logar de observação e permitirão desenhar a fórma provável da parte visível.

Feito isto, transportar-nos-emos ao campo e compararemos os croquís com o aspecto real do terreno e rectificaremos o trabalho.

Cumpre observar que o terreno muda de aspecto quando deslocamos o ponto de observação.

Se o observador está afastado, descobre melhor o conjunto; quando se aproxima, deminui a parte visível.

Desenhar-se-á a fórma provável mudando a posição do observador, e rectificar-se-á de cada vez o trabalho sôbre o campo.

Quando se souber reproduzir o aspecto duma pequena extensão de terreno, será necessário passar do simples ao composto e procurar, por meio dos processos já indicados, reproduzir o duma extensão mais considerável.

Acostumaremos assim, pouco a pouco, a vista, e chegaremos a poder indicar, sem hesitação, sôbre a carta, e pela simples comparação das cotas, a crista que fórma o terreno no horizonte para o Norte, por exemplo, o monte que domina a Éste, a torre que se eleva ao Sul, os vales que se descobrem a Oeste, etc.

Será util, para completar esta instrução, fazerem-se exercícios sôbre a operação contrária; isto é, deduzir do aspecto que apresenta o terreno, visto dum ou de muitos pontos, a fórma geral que êle tomaria numa planta topográfica.

Caminhar-se-á também do simples para o composto: estudar-se-á um trato de terreno, visinho dum primeiro ponto de observação e procurar-se-á reproduzir, num esboço na escala da planta, a fórma que êle deve ter sôbre a mesma planta; mudar-se-á de posição no terreno e modificar-se-á, se fôr necessário, o esboço.

Comparar-se-á êste esboço com a carta e rectificar-se-á o trabalho.

O campo destas observações vai-se depois aumentando pouco a pouco, até poder-se levantar, á vista, todo o terreno que se avistar dum ponto.

Tais exercícios ensinarão como os diferentes lanços de terreno se ligam para formar um todo, como as águas correm, como se sucedem as linhas de cumiada, etc.

Estes conhecimentos serão muito úteis nos países de que se não possui a carta.

Colocado em frente duma região montanhosa ou simplesmente acidentada, que não apresenta aos olhos pouco exercitados senão um aglomerado confuso de colinas ou de cêrros, quem tiver adquirido o golpe de vista topográfico, aí descobrirá a direcção dos vales principais, a forma geral das suas vertentes e os pontos mais acessíveis; e quem possuir algumas noções de geologia, melhor saberá como deve orientar-se com segurança e efectuar com rapidez um esbôço do terreno.

XXX — Resolução de problemas nas cartas corográficas e topográficas

100 — **Determinar as coordenadas geográficas dum ponto.** — Os meridianas seguem, como é sabido, a direcção Norte-Sul e os paralelos a direcção Éste-Oeste.

Os intervalos entre os primeiros designam diferenças de longitude, e entre os segundos, diferenças de latitude.

Estas são contadas sôbre os meridianos e têm por origem o equador; aquelas são contadas sôbre o equador, ou sôbre os paralelos, e têm por origem o meridiano que passa por um ponto convencional, que é sempre o principal da carta do país.

Como as curvas dos paralelos e dos meridianos são sensìvelmente linhas rectas, e os quadriláteros formados por estas linhas são quási paralelogramos, se traçarmos por um ponto dado paralelas aos lados do quadrilátero em que êle existe, não se produzirá êrro notável ao avaliar depois, sôbre os lados da carta ou sôbre a escala expressa, as extensões que tais linhas representam, a contar do dito ponto.

Estas fracções de grau, juntas, repectivamente, aos números redondos indicados pelos extremos dos paralelos e meridianos, darão a latitude e a longitude do logar que se tem em vista.

Ficarão, assim, conhecidas as coordenadas geográficas.

101 — **Conhecidas as coordenadas geográficas dum ponto, determinar a posição dêsse ponto na carta** — Sendo conhecidas as coordenadas geográficas dum ponto, determinaremos fàcilmente a posição dêsse ponto, na carta, seguindo o processo inverso do já indicado.

102 — **Determinar a escala omitida duma carta a curvas de nível.** — Para resolver êste problema, sem outro qualquer dado, além dos que a carta nos fornece, não basta conhecer a equidistância natural, uma vez que a equidistância gráfica não é constante, como acontece, por exemplo, nas cartas corográficas do nosso país, respectivamente desenhadas nas escalas de $\frac{1}{50.000}$ e $\frac{1}{100.000}$.

Em ambas a equidistância natural é de 25^m, donde resulta ser a equidistância gráfica, na primeira $0^m,0005$ e na segunda $0^m,00025$, como já se disse.

Vê-se, pois, que só conhecendo a equidistância gráfica poderemos resolver o problema enunciado:

É nos dado um trecho duma carta topográfica em que a escala é omitida e onde verificamos que as curvas estão traçadas com a equidistância natural de 10^m. Se soubermos que a equidistância gráfica adoptada é de $0^m,0005$, teremos, aplicando a regra do n.° 37, em que o denominador da escala é $m = \frac{E}{e}$:

$$m = \frac{10}{0,0005} = 20.000$$

A escala da carta, será, portanto: $\frac{1}{20.000}$.

103 — **Achar a escala omitida numa carta, conhecida a distância natural de dois dos seus pontos.** — Mede-se a distância entre dois pontos sôbre o terreno que seja sensìvelmente horizontal, e mede-se a distância entre os pontos homólogos da carta; dividindo uma pela outra, o quociente determina a escala desejada.

Assim, se dois pontos distam no terreno 3 quilómetros e sôbre a sua carta esta distância é representada por $0^m,15$, temos:

$$\frac{3.000}{0,15} = 20.000$$

donde concluiremos que a escala da carta é: $\frac{1}{20.000}$.

104 — **Passar duma escala para outra ou achar a relação entre elas.** — Para resolver êste problema, basta dividir os denominadores das escalas; isto é, se quisermos passar da escala $\frac{1}{20.000}$ para a de $\frac{1}{100.000}$ divide-se 100 por 20, e o quociente 5 indica, que uma é 5 vezes maior que a outra.

Se tivermos uma determinada extensão de terreno representada em cartas de escalas diferentes, quando estas aumentarem 2, 3, 4, 5... vezes, as superfícies tornam-se 4, 9, 16, 25... vezes maiores, isto é, aumentam proporcionalmente ao quadrado do número que exprime a relação das escalas.

Assim a mesma extensão de terreno na escala $\frac{1}{20.000}$ ocupará uma superfície vinte e cinco vezes maior do que na escala $\frac{1}{100.000}$.

105 — **Conhecendo a escala duma carta, determinar a distância natural de dois pontos dessa carta.** — Para resolver qualquer problema dêste tipo, basta multiplicar a distância medida na carta pelo denominador da escala; ex.º: Suponhamos que pretendemos achar a distância natural entre dois pontos, sabendo que distam $0^m,05$, na carta topo-

gráfica dos arredores de Lisboa, que, como se sabe está levantada na escala $\frac{1}{20.000}$.

A distância natural será:

$$0^m,05 \times 20.000 = 1.000 \text{ metros}$$

106 — **Conhecendo a escala duma carta, determinar a distância, nessa carta, de dois pontos dados no terreno.** — Para resolver êste problema bastará dividir a distância medida no terreno pelo denominador da escala. Assim, desejando determinar a distância, na carta topográfica dos arredores de Lisboa, entre os pontos *C* e *D*, que distam no terreno 5 600 metros; teremos:

$$\frac{5.600}{20\,000} = 0^m,28$$

107 — **Determinar o declive e o comprimento duma recta que una dois pontos *A* e *B* de que se conhecem as cotas 20 e 50 metros, e a distância, 75 metros, entre as suas projecções *a* e *b*.** — A inclinação de *A B* é nos dada pela relação entre a diferença de cotas e a projecção horizontal *a b*.

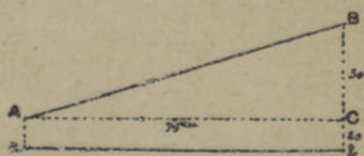


Fig. 69

$$\frac{50-20}{75} = \frac{30}{75} = \frac{3}{7,5} \text{ ou } 40\,\%.$$

O comprimento de A B obtem-se, ou traçando o triângulo *A B C*, *(fig. 69)*, que tem por base *A C* = 75 metros, e por altura *B C* = 30 metros e medindo a hipotenusa *A B*, ou calculando-a pela fórmula seguinte:

$$A\,B = \sqrt{A\,C^2 + B\,C^2}$$

108 — **Traçar na carta uma linha de certo declive.** — Suponhamos que, numa carta feita na escala $\frac{1}{20.000}$, se quere traçar, a partir do ponto *a* *(fig. 70)*, da curva 20, um caminho com a inclinação de $\frac{1}{10}$ ou 10 %; como a relação entre a equidistância e a grandeza x do caminho projectado exprime a inclinação que pretendemos dar-lhe, $\frac{1}{10}$, e como se sabe que a equidistância natural na escala do $\frac{1}{20.000}$ é de 10 metros teremos:

$$\frac{10^m}{x} = \frac{1}{10},\ x = 100^m, \text{ ou } 0^m{,}005 \text{ na escala } \frac{1}{20.000}$$

Bastará, pois, fazer centro no ponto *a* e, com um raio igual a $0^m{,}005$, traçar um arco que corte a curva 30 em dois pontos *b* e *c*, pontos que satisfazem à condição; fazendo centro no ponto preferido *b* e com o mesmo raio descreve-se o arco *e d* que corta a curva 40 nos dois pontos *e* e *d*. Estes pontos satisfazem igualmente à condição exigida (1).

Fig. 70

Se a abertura do compasso não abranger o afastamento das curvas é porque o declive é inferior

---

(1) Regra Prática — Para se obter a abertura do compasso, multiplica-se a equidistância natural por 100, divide-se pela percentagem e reduz-se à escala.

$$\frac{10}{x} = \frac{1}{10} = \frac{10}{100}$$

$$x = \frac{10 \times 100}{10} = 100$$

$$100^m : 20.000 = 0^m{,}005$$

ao pedido, e nesse caso qualquer linha satisfaz, sendo preferível a normal por ser a mais curta.

109 — **¿Dum ponto dado na carta poderá, no terreno, ver-se um determinado ponto?** — Traça-se um perfil segundo *A B*, *(fig. 71)*, e faz-se passar pelo ponto *A'* uma tangente à curva do perfil no ponto *C'*.

Se esta tangente passasse acima do ponto *B'*, seria o ponto *B*, do terreno, invisível de *A*; passando abaixo, como neste caso, tôda a parte do terreno correspondente à parte *D' B'* do perfil será vista do ponto *A*.

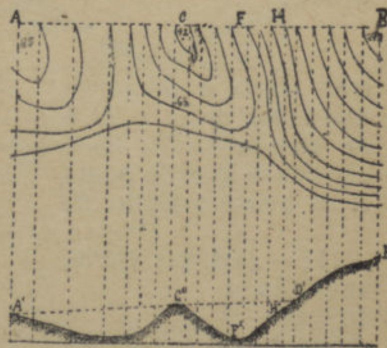


Fig. 71

110 — **Processo expedito para determinar se dum ponto se vê outro, tendo de permeio um obstáculo.** — A distância entre os dois pontos *A B*, está para a sua diferença de cotas, assim como a distância do ponto de cota menor ao ponto intermédio está para x. Se a diferença entre a cota do ponto intermédio e a cota do ponto inferior fôr menor que o valor de x, o ponto será visível; no caso contrário, não o é.

Estabelecendo a proporção, visto termos 2 triângulos semelhantes, *(fig. 72)*, temos:

$$\frac{A\,B}{B\,B'} = \frac{A\,C}{x}$$

Supondo que as cotas de A, C e D são respectivamente, 30, 48 e 80 metros, e

$$\begin{aligned} AB &= 1.400 \\ AC &= 700 \end{aligned}$$

temos:

$$\frac{1.400}{50} = \frac{700}{x}$$

donde:

$$x = 25^{m}$$

mas como a diferença das cotas de A e C é de 18^{m} e $CC' = 25^{m}$, conclui-se que do ponto A se avista o ponto B.

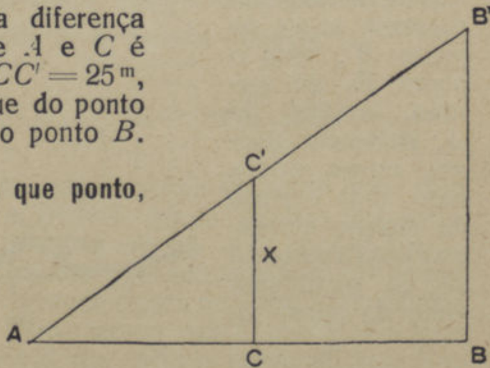


Fig. 72

111 — **¿Em que ponto, segundo a direcção B F nos devemos colocar para vêrmos qualquer ponto, F, por exemplo?** — Tracemos o perfil na direcção dada, *(fig. 71)*, e do ponto F' correspondente a F, tracemos uma tangente, F' H', à curva do perfil. H, correspondente ao ponto de tangência H', será o ponto procurado.

112 — **Determinar a porção de terreno visível dum ponto, segundo uma direcção dada.** — Procura-se sôbre o perfil, *(fig. 73)*, o ponto A, correspondente ao ponto a da carta; por êsse ponto A, conduz-se uma tangente A T à curva que se observa; é claro que tôda a porção de terreno abaixo da

tangente *T V* é invisível para o observador, atenta a ligeira protuberância *T* do solo.

Se o observador quizer descobrir o terreno *A T* ou *T V*, deve transportar-se à própria elevação *T*.

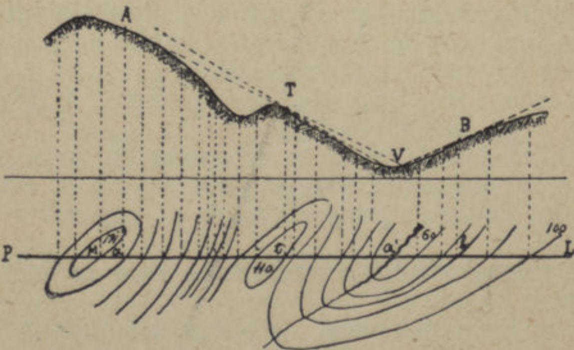


Fig. 73

A solução dêste problema é muito vantajosa, debaixo do ponto de vista táctico, porque permite:

1.º — Determinar, pela carta, quais os pontos perigosos do terreno para um posto de tropa que ocupa uma dada posição.

2.º — Determinar quais são as zonas de terreno que podem ser batidas pelos fogos directos da infantaria ou da artelharia.

3.º Determinar as zonas de terreno onde o inimigo se pode abrigar dos fogos dum posto colocado numa posição dominante.

113 — **Determinar o horizonte visível dum ponto dado, ou as zonas desenfiadas dêsse ponto, dentro dum círculo de raio** n. — Seja a', *(fig. 73),* o ponto da carta, cujo horizonte pretendemos determinar.

Começaremos por traçar na carta um círculo, fazendo centro no ponto dado e com o raio determinado; em seguida traçamos rectas partindo daquele ponto e na direcção de vários pontos principais, tais como cristas, colos, etc.

Depois construiremos perfis segundo essas direcções, em cada um dos quais traçaremos a tangente tirada do ponto *V*, correspondente a *a'*.

Bastará referirmo-nos, por exemplo, à direcção *P L*.

Determinando na carta os pontos de tangência *T* e *B*, que serão, respectivamente, *t* e *b*, estes pontos limitam a parte visível de *a'*, segundo *a' P* e *a' L*.

De igual modo procederemos com os outros pontos.

Por fim reuniremos, na planta, por uma curva contínua, as projecções de todos os pontos de tangência.

Essa curva limita o terreno visível do ponto *a'*.

Quanto maior fôr o número de perfis traçados, com mais precisão fica determinada a curva que limita as zonas desenfiadas.

114 — **Determinar o caminho a seguir dum ponto *a* para outro *b* sem se ser visto dum terceiro ponto *P*.** — Depois de determinar a zona desenfiada *(fig. 73)*, compreendida entre os três pontos *a*, *b* e *P*, em relação ao ponto *P*, traçaremos dentro dessa zona a linha mais curta que seja possível traçar de *a* para *b*. Esta linha satisfaria ao enunciado do problema.

O processo a seguir será o indicado no n.º 113.

115 — **Determinação da crista militar.** — *Crista militar* é a linha, em geral poligonal, atrás da qual as tropas estão ao abrigo das vistas do inimigo, ao mesmo tempo que podem descobrir determinadas zonas de terreno na frente.

Suponhamos que um atirador colocado em *a b*, *(fig. 74)*, avança, segundo o perfil do terreno, até descobrir, em $a' \ b'$, o plano *E F* que se pretende bater; o ponto correspondente a', do terreno, será um ponto particular, pois que, colocado mais atrás, o atirador deixa de vêr e de bater o plano *E F*,

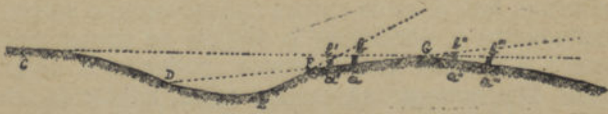


Fig. 74

e colocado mais adiante, será inùtilmente descoberto pelo inimigo; a' é, pois, um ponto da crista militar em relação a *E F*.

Mas sempre que no mesmo perfil o terreno apresentar muitos declives, existirá em relação a cada um dêstes, um ponto que gozará de propriedades análogas.

Se, por exemplo, o defensor, renunciando a descobrir o declive *E F*, quiser apenas bater a parte *F G* do terreno, encontrará uma nova posição em $a'' \ b''$, pertencendo a uma nova crista militar.

Se, finalmente, o atirador apenas pretende bater com os seus tiros a posição *C*, um novo ponto a''' se apresentará correspondendo vantajosamente ao fim proposto, isto é, descobrir o inimigo sem ser descoberto por êle.

Não devemos confundir crista militar com *crista aparente*; aquela é sempre definida em relação à defeza e esta em relação ao ataque, porque à medida que o atacante muda de posição vai-se-lhe apresentando uma nova *crista aparente*.

Para determinarmos no terreno a crista militar duma posição, devemos recorrer à sua inspecção, escolhendo e marcando pontos que satisfaçam às condições indicadas. A linha que unir êsses pontos será a crista militar da posição.

Para determinarmos numa carta a curvas de nível, a crista militar duma elevação, poderemos fazê-lo directamente na carta, ou construindo perfis.

Se o declive do terreno ocupado pela defeza fôr uniforme, isto é, se as curvas conservarem o mesmo afastamento e, ainda, se o declive se tornar mais áspero à medida que subirmos, poderemos determinar directamente na carta a crista militar da elevação em relação ao «thalweg» ou qualquer ponto da encosta fronteira sem comandamento sôbre a posição da defeza.

Em qualquer dêstes casos a crista militar acompanhará pròximamente a curva de cota mais elevada, se a elevação terminar em planura; se terminar em aresta *(crista topográfica)*, a crista militar acompanhará pròximamente a crista topográfica.

Em relação a outro qualquer ponto duma encosta fronteira, com comandamento sôbre o terreno ocupado pela defeza, quer o declive dêste seja uniforme, quer seja variado (e neste caso ainda em relação a um ponto sem comandamento), não poderemos determinar rigorosamente a crista militar sem construirmos perfis segundo as principais inflexões do terreno.

Os pontos de tangência das visuais tiradas do ponto a bater para a posição a defender, determinarão aproximadamente a crista militar desta.

Orientação

XXXI — Preliminares

116 — **Meridiano geográfico dum lugar.** — É o plano que passa por êsse logar e pelo eixo da terra. É variável para cada logar.

117 — **Vertical dum lugar.** — É a recta vertical que passa por êsse logar.

Como em topografia consideramos porções de terreno restrictas, supomos paralelas todas as verticais dos pontos nelas compreendidos.

Horizonte verdadeiro dum lugar é o plano passando pelo centro da terra e perpendicular á direcção da vertical do lugar. Ao plano paralelo a êste e passando pelo próprio logar chama-se *horizonte visual ou aparente*.

Fig. 75

118 — **Pontos cardiais.** — Sôbre o horizonte visual podem traçar-se duas linhas de orientação geográfica: Uma, na direcção dos pólos, é a linha *Norte-Sul;* outra, perpendicular a esta, chama-se linha *Éste-Oeste.*

Os quatro pontos *N., S., E., O.* são chamados *pontos cardiais.*

Se traçarmos uma circunferência e dois diâmetros perpendiculares, temos a indicação dos rumos *N. S.* e *E. O.* Dividindo ao meio os espaços compreendidos entre êstes rumos, temos os rumos intermédios *S. O.* (sudoeste) *S. E.* (suéste) *N. O.* (noroeste) e *N. E.* (nordeste) (1).

Entre êstes oito rumos ainda se consideram outros oito e depois entre os dezasseis que ficam, outros dezasseis. A *fig. 75,* resultante dêste traçado, chama-se *Rosa dos Ventos:*

XXXII — Sistemas de orientação

119 — **Pelo sol.** — O movimento aparente do sol durante um dia e uma noite (24 horas) é de uma circunferência completa em volta da terra, gastando com cada meia circunferência 12 horas, constituindo a parte visível dêsse movimento o dia, que varia segundo as estações e os diferentes lugares da terra.

Fig. 76

No nosso país o máximo visível, isto é, o maior dia é em 21 de Junho, em que o sol se vê das 4^h 41^m até às 19^h 10^m; o menor dia é em 21 de Dezembro, em que o sol se vê das 7^h 19^m às 16^h 41^m; os dias médios são em 16 de Março e 21 de Setembro, em que o dia é igual à noite. O sol, no

(1) Também se empregam os termos *setentrião* por Norte; *meio dia* por Sul; *oriente, nascente, levante* ou *leste* por Éste; *ocidente, poente* ou *ocaso* por Oeste.

nosso país, acha-se às 6^h a *E.*, às 12^h a *S.*, e às 18^h a *O.*, como indica a *fig. 71*.

Ilhas adjacentes e Colónias. — Conhecida a posição do sol, ao meio dia verdadeiro, nas diferentes épocas do ano e nos diferentes pontos das nossas Ilhas adjacentes e Colónias, fàcilmente nos poderemos orientar por aquêle astro, quando ali operarmos.

A posição do sol é nos dada pelo quadro seguinte:

Posição do Sol ao meio-dia verdadeiro

Ilhas e Colónias	Localidades	O Sol ao meio-dia verdadeiro está a:	
		Norte	Sul
Açores	Santa Maria	—	Todo o ano
	S. Miguel	—	» » »
	Terceira	—	» » »
	Faial	—	» » »
	Flores	—	» » »
Madeira	Madeira	—	» » »
	Pôrto-Santo	—	» » »
	Desertas	—	» » »
Cabo Verde	Santo Antão	8 Maio a 4 Ag.	5 Ag. a 7 Maio
	S. Vicente	8 Maio a 5 Ag.	6 Ag. a 7 Maio
	S. Nicolau	7 Maio a 5 Ag.	6 Ag. a 8 Maio
	Sal	8 Maio a 4 Ag.	5 Ag. a 9 Maio
	Boa-Vista	6 Maio a 7 Ag.	8 Ag. a 5 Maio
	Santiago	1 Maio a 11 Ag.	12 Ag. a 30 Abril
	Fogo	1 Maio a 11 Ag.	12 Ag. a 30 Abril
Guiné	Bolama	21 Abril a 23 Ag.	24 Ag. a 20 Abril
S. Tomé e Príncipe	S. João Baptista de Ajudá	6 Abril a 6 Set.	7 Set. a 5 Abril
	S. Tomé	22 Março a 22 Set.	23 Set. a 21 Março
	Príncipe	25 Março a 18 Set.	19 Set. a 24 Março
Angola	Cabinda	7 Março a 7 Out.	8 Out. a 6 Março
	Luanda	26 Fev. a 15 Out.	16 Out. a 25 Fev.
	Benguela	16 Fev. a 26 Out.	27 Out. a 15 Fev.
	Mossamedes	8 Fev. a 3 Nov.	4 Nov. a 7 Fev.
Moçambique	Pôrto Amélia	15 Fev. a 27 Out.	28 Out. a 14 Fev.
	Moçambique	9 Fev. a 2 Nov.	3 Nov. a 8 Fev.
	Quelimane	30 Jan. a 12 Nov.	13 Nov. a 29 Jan.
	Beira	21 Jan. a 20 Nov.	21 Nov. a 20 Jan.
	Inhambane	Todo o ano	—
	Lourenço Marques	» » »	—
India	Goa	3 Maio a 10 Ag.	11 Ag. a 2 Maio
	Damão	23 Maio a 21 Jul.	22 Jul. a 22 Maio
	Diu	24 Maio a 19 Jul.	20 Jul. a 23 Maio
Macau	Macau	3 Junho a 10 Jul.	11 Jul. a 2 Junho
Timor	Dilly	27 Fev. a 15 Out.	16 Out. a 26 Fev.

120 — **Pela sombra duma estaca.** — Coloca-se a estaca verticalmente no ponto *A* do terreno, *(fig. 77)*, e marca-se a direcção *A B*, dada pela sombra; depois traça-se uma perpendicular *C D* a essa direcção e divide-se cada um dos ângulos *B A C* e *B A D* em seis partes iguais. A linha *N. S.* está tantas divisões para a direita ou para a esquerda da sombra *A B* da estaca, quantas horas precederem ou excederem o meio dia.

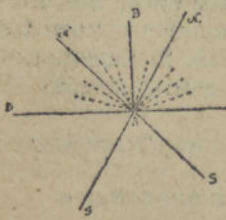


Fig. 77

Assim, ás 10h a direcção *N. S.* coincidirá com a segunda divisão para a direita da sombra, e ás 15h coincidirá com a terceira divisão para a esquerda.

121 — **Pelo relógio e pelo sol.** — Para nos orientarmos por meio do sol e relógio podemos empregar os seguintes processos:

1.º Processo: Voltamos o relógio para o sol de forma que o número XII fique voltado para o sol e o número VI para o nosso corpo. Lêmos as horas marcadas no relógio, tomando nota da diferença para menos ou para mais do meio dia; dividindo ao meio essa falta, ou êsse excesso, a metade obtida, contada antes do meio dia, se fôr de manhã, ou depois, se fôr de tarde, dará um ponto do mostrador. Pondo o centro do relógio e êsse ponto do mostrador no mesmo alinhamento com o sol, ficará o ponto VI na direcção *N.* e o ponto XII na direcção *S.* O rumo *N. S.* é-nos dado portanto pela linha VI-XII.

2.º Processo: Coloca se o mostrador horizontalmente e voltado de forma que o ponteiro das horas esteja na direcção da sombra do observador. A bissectriz do ângulo formado por êste ponteiro e pelo raio que se dirige a XII dá sensivelmente a direcção do Norte.

122 — **Pela lua. — No hemisfério Norte** *(fora do trópico), (fig. 78).*

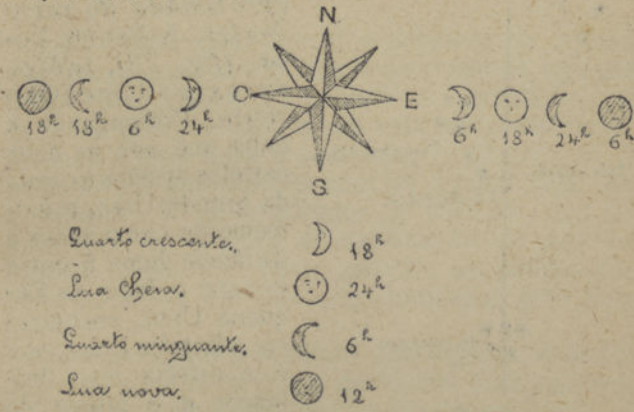


Fig. 78

No hemisfério Sul *(fóra do trópico).*

	18 horas	Meia noite	6 horas
Quarto crescenie Pontas para a direita	N	O	Invisível
Lua cheia Nasce ao pôr do sol. Põe-se ao nascer do sol.	E	N	O
Quarto minguante Pontas para a esquerda	Invisível	E	N

NOTA. — Para se distinguir fàcilmente se o quarto é *crescente* ou *minguante*, no nosso hemisfério, poder-se-á usar a seguinte mnemónica:

A Lua mente. Quere dizer: quando afecta a forma dum D, *cresce;* e quando afecta a forma dum C, *decresce.*

Fig. 79

123 — **Pela Estrêla Polar.**—*(determinação aproximada do rumo Norte)*. A Estrêla Polar, *(fig. 79)*, indica aproximadamente o Norte. Prolongando a linha que une as duas estrêlas opostas à cauda da grande Ursa, pròximamente cinco vezes a distância duma à outra e para o lado da Pequena Ursa, encontra-se a Estrêla Polar, que é a estrêla mais brilhante e a última da cauda da Pequena Ursa. Esta estrêla ocupa uma posição que nos dá aproximadamente o rumo Norte.

124 — **Pelo Cruzeiro do Sul e triângulo austral.** — *(determinação aproximada do rumo Sul)*.

Pelo cruzeiro do Sul.

O *Sul* acha-se apròximadamente no alinhamento das estrêlas γ' e α' (que se encontram de um e outro lado do *Cruzeiro do Sul* $\alpha\,\beta\,\gamma\,\delta$) *(fig. 80)* e para o lado de $\alpha'\,\beta'$, a uma distância destas duas estrêlas igual a $\gamma'\,\alpha'$.

Pelo triângulo austral.

Também podemos determinar aproximadamente o *Sul* procurando entre as duas estrêlas α'' e γ'' do triângulo austral, uma outra de menor gran-

Fig. 80

deza δ''; marcando no alinhamento $\beta''\,\delta''$, para o lado de δ'', quatro vezes a grandeza $\beta''\,\delta''$.

125 — **Pela bússola.** — É o processo de orientação geralmente usado nos levantamentos topográficos. Para acharmos a linha *N. S.* verdadeira, por meio da bússola, colocamos esta horizontalmente, fazendo-a girar para a esquerda, e olhando de *S.* para *N.* até que a ponta azul da agulha faça com a linha *N. S.* do mostrador, e para *O.*, um ângulo igual ao *ângulo de declinação da agulha,* (quadro seguinte); nesta posição os pontos cardiais acham-se nas direcções indicadas pelo mostrador.

Quando fizermos a leitura dos ângulos, devemos olhar na vertical da ponta da agulha para que esta se projecte numa das divisões do limbo.

Convém operar afastado de qualquer objecto de ferro, capaz de influênciar a agulha.

O quadro seguinte dá-nos a declinação magnética aproximada, no Continente, ilhas Adjacentes e Colónias, bem como a de alguns pontos do Brasil, segundo a carta do Almirantado, referida a 1922.

OBSERVAÇÃO: — Atendendo à grande extensão territorial das colónias de Angola e Moçambique, não basta, para nos orientarmos, conhecer a declinação magnética dos locais indicados no quadro; é necessário consultar os esbôços das *fig. 81* e *82,* onde a declinação magnética nos diversos locais situados nas proximidades das linhas ponteadas está indicada, de grau em grau, nas extremidades dessas linhas.

A declinacão dos locais intermédios será proporcional ao afastamento dêstes relativamente às referidas linhas.

	Localidades	Ângulo de declinação mágnetica (graus)		Localidades	Ângulo de declinação magnética (graus)
	Portugal (Lisboa)	13,6 W	Índia	Gôa	0,7 W
	Madeira	16 »		Damão	0,5 »
	Açores (S. Miguel)	20 »		Diu	0,3 »
	Cabo Verde	19 »		Macau	0,9 »
	Guiné	17 »		Timor	3 E
	S. Tomé	12 »	Brasil	Rio de Janeiro	13,5 W
	Príncipe	11 »		Pernambuco	19,6 »
	S. João Baptista de Ajudá	11 »		Pará	11,8 »
Angola	Cabinda	12 »		Parahyba	19,6 »
	Luanda	13 »		Manaos	2,3 »
	Benguela	15 »		Recife	19,6 »
	Mossamedes	16,8 »		Baía	18 »
Moçambique	Porto Amélia	5,5 »		Mato Grosso	1,2 »
	Moçambique	6,5 »		Santos	11,6 »
	Quelimane	9 »			
	Beira	10 »			
	Inhambane	13 »			
	Lourenço Marques	15 »			

Variações da agulha magnética. Na orientacão por meio da bússola devemos atender a que a linha N-S geográfica, no nosso país, está para Éste da magnética, formando um ângulo, denominado *de declinação,* que varia de ano para ano e de lugar para lugar.

Estas variações são:

a) *Variação geográfica.*

b) *Variação secular.*

c) *Variaçao diurna.*

Dão-se ainda desvios na agulha magnética que são devidos a *perturbações locais e acidentais.*

Variação geográfica. É devida ao facto de nem todos os lugares da terra terem a mesma influên-

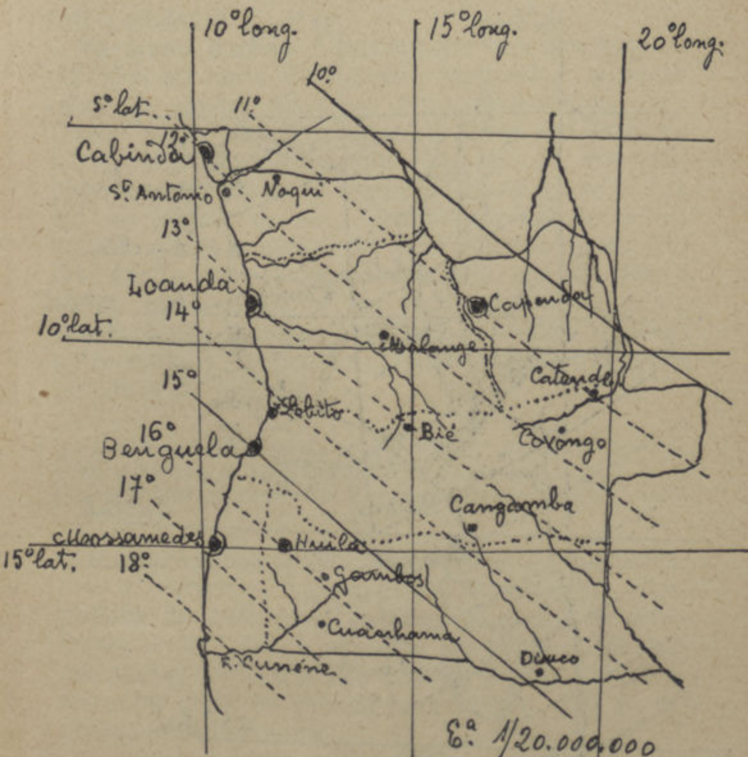


Fig. 81

Esbôço da colónia de Angola, com a indicação da declinação magnética em diversos pontos

cia magnética, fazendo, portanto, com que a declinação da agulha varie de lugar para lugar. Uma das missões dos observatórios magnéticos consiste em determinar, tão freqüêntemente quanto possível, a declinação nos respectivos lugares.

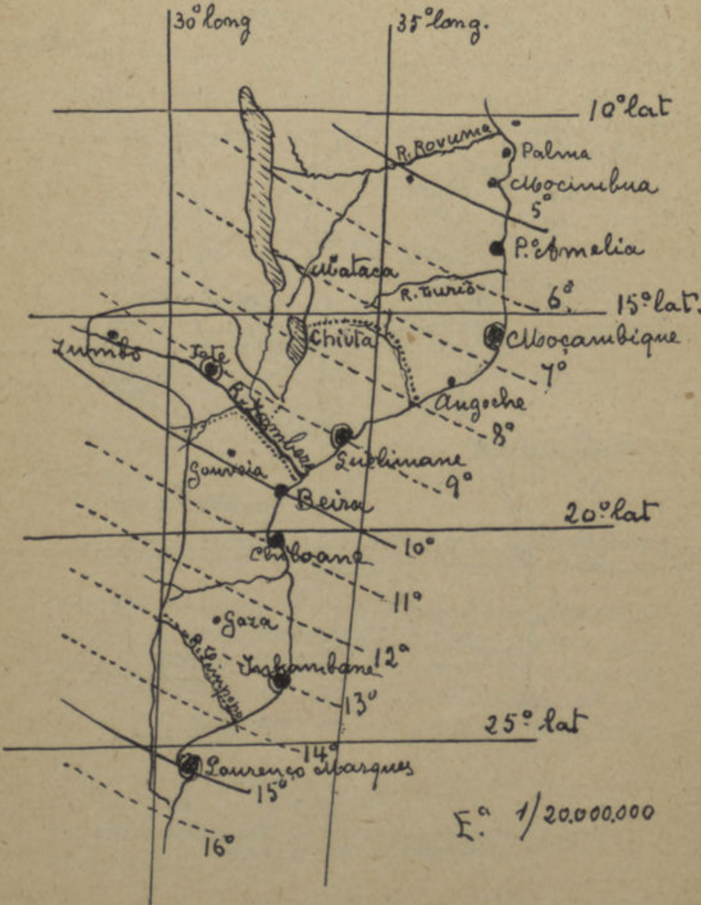


Fig. 82

Esbôço da colónia de Moçambique, com indicação da declinação magnética em diversos pontos

Variação secular. Consiste no facto da declinação variar, de ano para ano, um pouco mais de 7 minutos, *(variação anual)*, sem que esta variação seja constante.

Variação diurna. Consiste em que nos lugares situados ao norte do equador magnético, a ponta azul da agulha afasta-se progressivamente para Oeste desde as sete ou oito horas até às treze horas, retrogradando para Éste até às vinte ou vinte e uma horas, e ficando depois estacionária até ao nascer do sol. A amplitude das variações diurnas chega a atingir 20 a 30 minutos no mesmo dia, sendo sempre maior de noite que de dia, e sendo também maior no verão que no inverno. A amplitude aumenta também à medida que nos aproximamos do polo e deminui quando nos aproximamos do equador.

NOTA — A declinação magnética era em 1538, de 7°, 5, Éste, segundo a observação de D. João de Castro e de Pedro Nunes. Actualmente é aproximadamente de 15° Oeste.

Perturbações locais. São devidas a causas visíveis e invisíveis. As primeiras consistem na proximidade de rochas de basalto, de grades de ferro, carris e de outros objectos de ferro ou de aço. As causas invisíveis são devidas á proximidade de terrenos mais ou menos magnéticos, que se não distinguem fàcilmente.

126 — **Por indícios e informações.** — **Por indícios:** As paredes estão geralmente sêcas do lado do sol, isto é, do lado Sul. As plantas cobrem-se de musgo, os sulcos da cortiça são mais profundos e as suas sinuosidades mais arredondadas do lado mais batido pelas chuvas e das partes pouco expostas ao sol.

No hemisfério Sul o desenvolvimento dos vegetais é máximo do lado Norte e no hemisfério Norte é máximo do lado Sul. Os cataventos das igrejas, colocados no alto das tôrres, têm quási sempre uma flecha ou barra de ferro fixa, que indica a direcção Norte-Sul, ou uma cruz horizontal indicando os pontos cardiais. A porta principal e as tôrres das igrejas estão quási sempre na direcção Oeste e o altar-mór na de Este. Nos moinhos, em Portugal, a porta está geralmente voltada a Sueste.

As formigas têm as suas tocas com a abertura para o Sul, abrigadas da grande humidade e do vento Norte. Os caracois acumulam-se nas paredes voltadas a Sul e a Este.

Por informações: Orientamo-nos por informações, interrogando os pastores, camponezes, caçadores, etc., sôbre qual a posição da Estrêla Polar e direcção do sol ao meio dia, lugar do seu nascimento e ocaso, e tôdas e quaisquer informações que reconhecermos necessárias para nos podermos orientar.

Êste sistema de orientação pode ser em muitos casos erróneo e nunca poderá servir para orientar regularmente um levantamento. Só se aplica quando nos faltem todos os meios anteriormente indicados, o que raras vezes sucede.

Agrimensura

XXXIII — Medição de distâncias no terreno

127 — **Instrumentos próprios.** — Para medirmos uma distância entre dois pontos é necessário figurar no terreno a linha que os une, isto é, determinar o traço do plano vertical, segundo essa direcção, por um certo número de pontos; estes pontos marcam-se no solo por meio de hastes de madeira, denominadas *bandeirolas*, que se cravam verticalmente no terreno.

As bandeirolas têm $1^{m},50$ a 2^{m} de comprimento e cêrca de 3^{cm} a 4^{cm} de secção e terminam inferiormente por um ferrão que serve para as fixar no solo. Para se poderem distinguir fàcilmente a distância, são pintadas de vermelho, ou de branco e vermelho, podendo adaptar-se-lhes na parte superior, para melhor visibilidade, um pequeno alvo que poderá ser um pedaço de pano ou de papel branco.

128 — Os instrumentos mais empregados na medição de distâncias, são a *cadeia* e a *fita métricas*; quando, porém, as medidas devam ser feitas com bastante precisão, emprega-se um sistema de réguas de 4 a 5 metros de comprido, ligadas a hastes verticais, que se fixam no solo e com uma disposição especial que permite a horizontalidade perfeita das réguas.

129 — **Cadeia.** — A cadeia de que ordinàriamente se faz uso tem dez metros.

Consta, *(fig. 83)*, de 50 fuzis com aneis, de arame de ferro, *R T*, de dois decímetros de comprimento, cada um. Os fuzis estão ligados uns aos outros por meio dos aneis de metal, sendo os 1.°, 5.°, 10.° e 15.° de arame de cobre e os outros de arame de ferro, servindo esta distinção para se dividir a cadeia em metros.

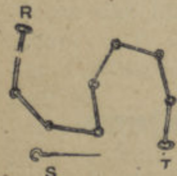


Fig. 83

Em algumas, a divisão dos metros é feita por pequenas chapas de metal com números de ordem. A cadeia termina por duas argolas que são complementos dos fuzis a que estão ligadas; isto é, argola e fuzil, juntos, não excedem $0^m,2$.

Tem a cadeia, por acessório, um molho de fixas *S*, de ferro de $0^m,2$ a $0^m,3$ de comprimento, que servem para cravar no terreno, sendo por isso aguçadas numa das extremidanes.

Há cadeias com 20 metros. Estas têm sôbre as de 10 metros a vantagem de diminuir o número de estações precisas para medir uma distância, mas têm o inconveniente de se não poderem estender bem, por serem muito pesadas e de os fuzis se entortarem com muita facilidade, inconvenientes que alteram sensivelmente a medição.

130 — **Verificação da cadeia.** — Antes de adoptarmos uma cadeia métrica, é conveniente verificar se ela tem o comprimento devido.

Para isso, mede-se um comprimento de 10^m, com o metro padrão, sôbre uma superfície plana; se houver diferença, ou rejeitamos a cadeia, ou tomamos nota da diferença para fazermos a devida correção nas medições.

131 — Modo de medir uma distância com a cadeia. — Em primeiro lugar deve tirar-se um alinhamento na direcção a medir; depois, dois medidores estendem a cadeia sôbre o terreno. quando êste seja pròximamente horizontal, na direcção do alinhamento, de modo que uma das argolas corresponda exactamente ao ponto de partida.

O primeiro medidor, o da frente, crava no terreno uma fixa no ponto onde a cadeia termina.

Em seguida os dois medidores avançam até que o da rectaguarda chegue ao ponto em que está cravada a fixa, e aí, de novo estendem a cadeia na direcção do alinhamento marcado.

Feito isto, o medidor da rectaguarda recolhe a fixa e ambos avançam até que êste encontre a segunda fixa, que recolhe, e assim sucessivamente, até ao fim. As fixas vão assim passando das mãos do medidor da frente para as do segundo, o qual, pelo número recolhido, sabe quantas vezes a cadeia foi aplicada, e por conseqüência, qual o comprimento medido.

Quando a cadeia não é aplicada um número exacto de vezes, a fracção restante é avaliada pelo número de fuzis que contém, ou pela fita graduada, régua graduada, cordel, etc.

132 — Medição em terreno inclinado. — Quando o terreno é bastante inclinado, as distâncias, sendo medidas segundo o declive, diferem sensìvelmente das distâncias horizontais. Neste caso, *(fig. 84)*, faz-se a medição aos ressaltos, estendendo a cadeia sempre horizontalmente.

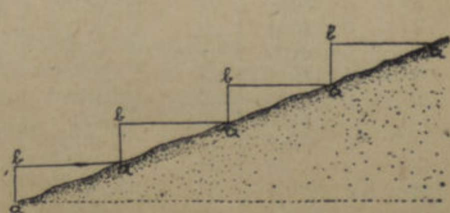


Fig. 84

Coloca-se um dos extremos *a* tocando no solo e o outro sustenta-se de modo que a cadeia fique horizontal; depois projecta-se verticalmente o extremo *b* no terreno, no ponto *a* seguinte.

Para projectar em *a* o extremo *b* da cadeia deixa-se caír uma pequena pedra ou servimo-nos dum fio de prumo.

133 — **Redução ao horizonte.** — Se a inclinação fôr muito grande e dispozermos dum instrumento que nos dê o número de graus de inclinação do terreno, é mais prático fazer a medição segundo o terreno e depois reduzir ao horizonte.

A redução ao horizonte obtem-se recorrendo ao quadro seguinte, o qual indica a grandeza da projecção dum metro para as inclinações compreendidas entre 1° e 45°.

Quadro para a redução de distâncias ao horizonte

Gráus de declive	Projecção dum metro	Gráus de declive	Projecção dum metro	Gráus de declive	Projecção dum metro
1°	0^{m},99985	16°	0^{m},96126	31°	0^{m},85719
2°	0^{m},99940	17°	0^{m},95631	32°	0^{m},84805
3°	0^{m},99863	18°	0^{m},95106	33°	0^{m},83867
4°	0^{m},99757	19°	0^{m},94552	34°	0^{m},82984
5°	0^{m},99619	20°	0^{m},93969	35°	0^{m},81915
6°	0^{m},99452	21°	0^{m},93358	36°	0^{m},80902
7°	0^{m},99253	22°	0^{m},92718	37°	0^{m},79863
8°	0^{m},99027	23°	0^{m},92051	38°	0^{m},78801
9°	0^{m},98769	24°	0^{m},91354	39°	0^{m},77747
10°	0^{m},98481	25°	0^{m},90833	40°	0^{m},76604
11°	0^{m},98163	26°	0^{m},89681	41°	0^{m},75470
12°	0^{m},97815	27°	0^{m},89101	42°	0^{m},74314
13°	0^{m},97437	28°	0^{m},88295	43°	0^{m},73135
14°	0^{m},97030	29°	0^{m},87462	44°	0^{m},71934
15°	0^{m},96593	30°	0^{m},86600	45°	0^{m},70710

Para fazer uso dêste quadro, suponhamos que se mediu uma distância de 165 metros com a inclinação de 15°, a redução ao horizonte desta distância será:

$$165^m \times 0{,}96593 = 159^m{,}38$$

Se o ângulo de inclinação fôsse de 15° 20′, por exemplo, tomava-se a diferença entre as projecções dum metro relativas aos ângulos de 15° e 16°.

$$0^m{,}96593 - 0^m{,}96126 = 0^m{,}00467$$

e pela proporção

$$\frac{0{,}00467}{60'} = \frac{x}{20'}$$

$$x = \frac{0^m{,}00467 \times 20}{60} = 0^m{,}001556$$

e diminuindo esta quantidade à projecção correspondente ao comprimento dum metro, para a inclinação de 15°, obter-se-ia:

$$0^m{,}96593 - 0^m{,}001556 = 0^m{,}964374$$

e procedendo como antecedentemente, teremos que a projecção de 165 metros com a inclinação de 15° 20′ seria:

$$165^m \times 0^m{,}964374 = 159^m{,}12$$

134 — **Fita métrica.** — **Medições com a fita.** — Consta duma fita de linho, de 10 ou 20 metros de comprimento, envernizada, dividida em metros, decímetros e centímetros, por meio de traços e números de ordem.

A fita prende por um dos extremos ao eixo duma caixa cilíndrica, em geral de metal ou de sola, em torno do qual se pode enrolar, por meio duma manivela, ficando, portanto, resguardada.

O modo de a usar, na medição duma distância, é análogo ao empregado com a cadeia, mas não se empregam fixas; o número de vezes que é aplicada regista-se num caderno ou por qualquer outro meio.

A fita métrica só se emprega na medida de pequenas distâncias, dos detalhes, e nunca na medição da base.

XXXIV — Alinhamentos

135 — Marcar um alinhamento consiste, como já dissemos, em determinar no terreno o vestígio do plano vertical que passa por dois pontos dados.

Dois casos se podem dar no traçado dum alinhamento.

1.º caso. *Quando as extremidades das linhas são acessíveis e visíveis uma da outra.* Um observador coloca-se em A, *(fig. 85)*, um ajudante, suspendendo com o braço estendido uma bandeirola, segura pela parte superior, coloca-se entre A e B, voltado para o primeiro; depois, obedecendo aos sinais que êle lhe fizer, desloca-se lateralmente até que o observador, vendo a bandeirola na direcção $A\ B$, lhe faz sinal para a cravar no solo.

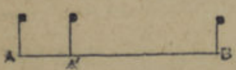


Fig. 85

2.º caso. *Quando os extremos da linha não são acessíveis nem visíveis um do outro.*

Dois observadores (planta da *fig. 86)*, voltados um para o outro, colocam-se em dois pontos intermédios, C_1 D_1, por exemplo. O de D_1 faz sinal ao de C_1 para se colocar na direcção D_1 A_1. Em seguida o de C_1 faz deslocar o de D_1 e manda-o para D_2, ficando êste na direcção C_1 B_1. Depois o de D_2 faz colocar o outro no ponto C_2, e assim sucessivamente. É claro que, à medida que a operação progride, os dois observadores mais se aproximam da linha em questão, até que chega um momento em que os dois se colocam no mesmo alinhamento, o que só se dá quando estão na direcção A_1 B_1 ou A B do perfil, onde se cravam as bandeirolas.

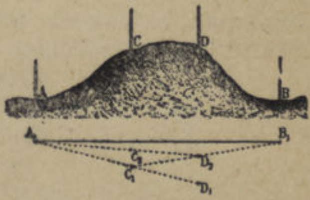


Fig. 86

136 — **Determinar a intersecção de dois alinhamentos.** — Suponhamos os alinhamentos A B e C D, *(fig. 87)*.

Para se determinar um ponto comum a estes alinhamentos, faz-se caminhar um auxiliar pelo alinhamento D C, por exemplo, conservando a bandeirola na posição vertical. O operador colocado junto do ponto A dirige uma pontaria tangencialmente às bandeirolas A e B. No momento em que a bandeirola transportada pelo auxiliar se encontra no alinhamento A B, o operador, a um sinal combinado, faz com que aquele a fixe no solo, ficando assim determinado o ponto O, de intersecção dos dois alinhamentos.

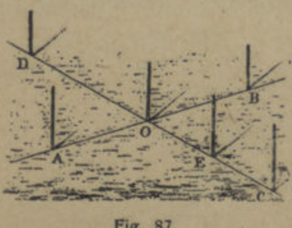


Fig. 87

Para o auxiliar caminhar garantidamente no alinhamento D C, deverá colocar-se prèviamente uma bandeirola no ponto E, por exemplo, de modo que êle veja a sua bandeirola no mesmo plano das outras duas.

137 — **Traçado de perpendiculares e paralelas com auxílio da cadeia ou fita métrica.** — **Perpendiculares.** — Quando tenhamos de traçar um alinhamento perpendicular ou paralelo a outro e não dispozermos dum instrumento apropriado, poderemos fazê-lo com a cadeia.

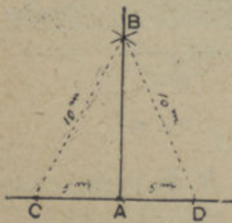


Fig. 88

1.º processo. Marcam-se, a partir de A, *(fig. 88)*, para um e outro lado dêste ponto, comprimentos iguais a 5^m; depois dos pontos C e D, com a cadeia e com um raio igual a 10^m descrevem-se dois arcos de círculo que se vão interceptar em B. O triângulo $C\ B\ D$ é equilátero e a linha $A\ B$ é perpendicular a $C\ D$.

2.º processo. Para levantarmos uma perpendicular $B\ C$ ao alinhamento $A\ B$, no extremo B, empregando a cadeia de 10 metros, medimos de B para A *(fig. 89)*, um comprimento igual a 3 metros *(B D)* e, fixando um dos extremos da cadeia em D e o anel correspondente ao 9.º metro em B, puxamos a cadeia pelo anel correspondente ao 5.º metro, determinando o ponto E; e assim teremos formado um triângulo rectângulo, $(5^2 = 3^2 + 4^2)$.

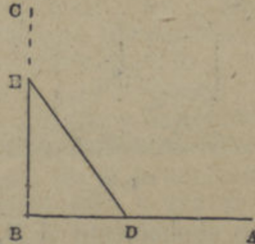


Fig. 89

138 — **Paralelas.** — Para traçar com a cadeia um alinhamento paralelo a outro, por um determinado ponto, seguiremos o seguinte processo:

Seja C, *(fig. 90)*, o ponto pelo qual queremos fazer passar um alinhamento paralelo a $A\ B$. Traça-se a linha $C\ B$, acha-se o meio O e por êste ponto tira-se a linha $O\ A$ a qual se prolonga para o lado de D, e marca-se sôbre ela um comprimento $O\ D = O\ A$. A linha recta $C\ D$ é paralela a $A\ B$.

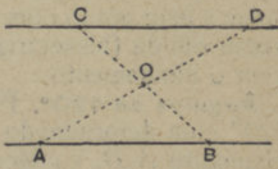


Fig. 90

139 — **Traçado de ângulos de** 45, 60, 30 e 120 **graus, com o auxílio da cadeia ou da fita métrica** — **Ângulos de 45°**. — Para traçarmos um ângulo de 45° sôbre um alinhamento, procedemos da seguinte forma:

Depois de construirmos um triângulo rectângulo pelo processo já estudado, marcamos sôbre os dois catetos, a partir do vértice do ângulo por êles formado, grandezas iguais; unimos os pontos assim obtidos por uma linha, e unindo o meio desta com o vértice referido, obteremos uma linha (bissectriz) que forma com qualquer dos catetos um ângulo de 45°.

Ângulos de 60°. Para traçarmos sôbre um alinhamento um ângulo de 60°, servindo-nos da cadeia de 10 metros, marcamos a partir do ponto A, *(fig. 91)*, uma grandeza $A\ C$ igual a 5^m; em seguida fixamos um dos extremos da cadeia no ponto A e o outro extremo no ponto C; depois puxamos a cadeia pelo 5.° metro e obtemos o ponto D, tendo assim construído um triângulo equilátero em que, como sabemos, cada um dos ângulos internos tem 60°.

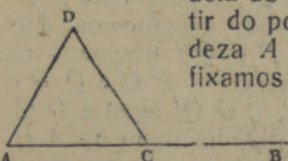


Fig. 91

Ângulos de 30°. Para obtermos um ângulo de 30°, depois de construirmos um triângulo equilátero pelo processo antecedente, dividiremos ao meio o lado oposto ao ângulo cujo vértice coïncide com o ponto em que desejamos construir o ângulo, unimos êste ponto com o meio daquele lado; a linha assim obtida (bissectriz) formará um ângulo de 30° com o alinhamento.

Ângulos de 120°. Para obtermos um ângulo de 120° num determinado ponto *C*, *(fig. 91)*, dum alinhamento *A B*, começaremos por construir, a partir do ponto *A* e em sentido oposto a *C B*, um triângulo equilátero, e assim obteremos como suplementar do ângulo *A C D* (60°), o ângulo cujo valor é o pretendido.

140 — **Prolongamento de alinhamentos sem traçado de perpendiculares.** — Estudaremos dois processos de fácil execução:

1.° Seja *A B* o alinhamento que pretendemos prolongar para além dum obstáculo, *(fig. 92)*, que intercepta a vista, *O* um ponto do qual se pode ver o terreno para ambos os lados do obstáculo. Traçamos os prolongamentos de *A O* e *B O* e medimos *O A'* igual a *O A* e *O B'* igual a *O B*; depois sôbre *A' B'* prolongado, escolhemos dois pontos *P* e *Q*; traçamos os prolongamentos *P O* e *Q O* e medimos *O P'* igual a *O P*, e *O Q'* igual a *O Q*. Os pontos *P'* e *Q'* estão no alinhamento de *A B*.

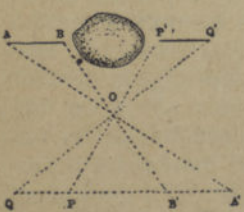


Fig. 92

2.° Suponhamos que pretendemos prolongar o alinhamento *A B*, *((fig. 93)*, para além do obstáculo *O*. A partir do ponto *a*, situado a pequena distância do obstáculo, medimos $a\ b = 5^m$ e construimos com a cadeia métrica o triângulo equilátero *a b c* pelo processo do n.° 139 (traçado de ângulos de 60°).

Alinha-se então a direcção $a\ c$ que se prolonga até um ponto donde se aviste o lado oposto do obstáculo, d, por exemplo. Em d repete-se a operação que se executou em a, e traça-se um novo triângulo equilátero $d\ e\ f$. Faz-se um alinhamento na direcção $d\ f$ e marca-se $d\ g = d\ a$. Em g traça-se outro triângulo equilátero, como em a e em d. Prolonga-se o lado $i\ g$ e assim teremos resolvido o problema. Para obtermos o comprimento do alinhamento $A\ D$, medimos $A\ a$, em seguida medimos $a\ d = d\ g = a\ g$ e por último $g\ D$.

Fig. 93

141 — **Levantamento ao metro.** — Êste método consiste na construção de triângulos sucessivos, sendo dados os comprimentos dos três lados.

Suponhamos que pretendemos levantar o polígono $A\ B\ C\ D\ E\ F$, (*fig. 94*). Em primeiro lugar decompomos o polígono em triângulos por meio de diagonais, ou por meio de rectas partindo dos vértices e concorrendo no ponto interior O. Em seguida, com a cadeia ou com a fita métrica, medimos todos os lados dos triângulos formados. Este processo, se bem que seja susceptível duma grande precisão, tem o inconveniente de ser pouco rápido.

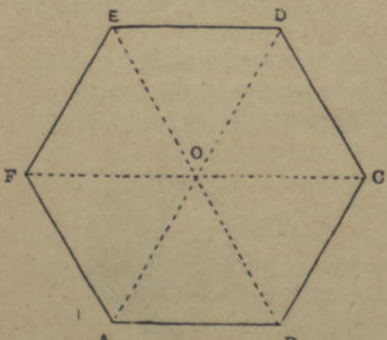


Fig. 94

XXXV — Esquadro do agrimensor — Prolongamento de alinhamentos por meio de perpendiculares — Levantamento por perpendiculares

142 — **Esquadro do agrimensor.** — Na agrimensura emprega-se muito, para o traçado de alinhamentos e perpendiculares, um instrumento conhecido por *esquadro do agrimensor, (fig. 95)*. Este instrumento é metálico e tem a forma cilíndrica ou prismática, com o eixo de figura vertical. Segundo dois diâmetros perpendiculares, determinando duas direcções que se cortam, portanto, em ângulo recto, há uma disposição de fendas e janelas. Estas são divididas verticalmente por um fio de sêda.

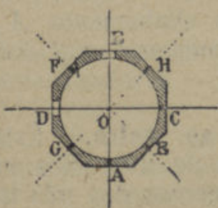


Fig. 95

As pontarias, para se determinar um alinhamento, são feitas olhando da fenda para a janela oposta, de modo que o fio se projecte na vertical do ponto visado.

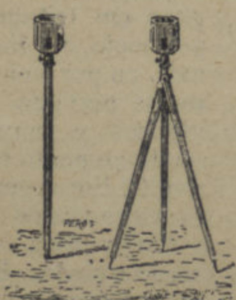


Fig. 96

Fig. 97

O esquadro fixa-se na extremidade superior de um *bastão*, cuja extremidade inferior, ponteaguda, é de ferro e serve para se cravar no solo *(fig. 96)*.

Esquadro esférico. Êste esquadro, *(fig. 97)*, tem a mesma disposição de fendas e janelas, com a grande vantagem de permitir as pontarias ascendentes ou descendentes.

Qualquer dos esquadros descritos pode adaptar-se, também, a um tripé.

143 — **Traçado de perpendiculares e paralelas: Levantar uma perpendicular num ponto dado** *C*, **sôbre uma recta** *A B*, *(fig. 98)*. — Estaciona-se o esquadro no ponto *C*, gira-se com êle até que um dos alinhamentos fenda-janela coincida com o das bandeirolas que, duma e outra parte, determinam a recta *A B*, e faz-se colocar depois uma bandeirola *D* na outra direcção fenda-janela. Esta bandeirola e o ponto dado *C* determinam a perpendicular.

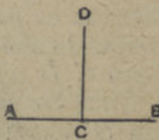


Fig. 98

144 — **Baixar dum ponto dado** *D*, **fóra duma recta** *A B*, **uma perpendicular a essa recta** *(fig. 98)*. — O operador coloca o esquadro na linha *A B* e no ponto que será, presumivelmente, o pé da perpendicular. Se êle vê a bandeirola *D* fora da direcção perpendicular a *A B*, desloca o esquadro, por tentativas, para um ou outro lado de *D*, até que veja a respectiva bandeirola naquela direcção.

O ponto *C*, correspondente à posição definitiva do esquadro, será o pé da perpendicular.

É preciso um certo hábito para determinar ràpidamente êste ponto.

145 — **Fazer passar por um ponto dado** *P* **uma recta paralela a uma direcção acessível** *M N*,

(fig. 99). — Baixa-se do ponto P uma perpendicular a $M\ N$; depois, do mesmo ponto, uma nova perpendicular a esta. A linha $P\ R$ é a paralela pedida.

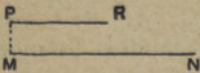


Fig. 99

146 — **Prolongamento de alinhamentos para além de obstáculos.** — **1.º caso.** Sejam A e B, *(fig. 100)* dois pontos duma recta já traçada e que se pretende prolongar para além do obstáculo O, em torno do qual se pode caminhar. Em A e B levantam-se perpendiculares que excedam o obstáculo, mas iguais, $A\ A'$ e $B\ B'$. Sôbre o prolongamento de $A'\ B'$ escolhem-se os pontos C' e D' pelos quais se levantam perpendiculares a esta linha, iguais às primeiras. Será $C\ D$ o prolongamento de $A\ B$.

Também se pode resolver o problema levantando em B uma perpendicular a $A\ B$; em B' uma perpendicular a $B\ B'$; em C' outra $C'\ C$, igual a $B\ B'$; e em C uma perpendicular a $C'\ C$. Mas esta solução não é tão rigorosa, porque os êrros acumulados no levantamento das perpendiculares poderiam influir sensivelmente na determinação de C, e, portanto, na direcção $C\ D$.


Fig. 100

Para obtermos o comprimento do alinhamento $A\ D$ bastará medir a recta $A'\ D'$.

2.º caso. Traçamos um alinhamento auxiliar $A\ x$, *(fig. 101)*. Nêste alinhamento levantamos a perpendicular $B\ C$, e temos assim construído o triângulo rectângulo $B\ A\ C$; marcamos depois um ponto D, tal, que uma perpendicular $D\ E$ ao alinhamento $A\ x$ não vá encontrar o obstáculo O.

Estabelecendo em seguida a proporção $\frac{A\ C}{A\ D} =$

$=\frac{C\,B}{D\,E}$ e tirando o valor de $D\,E=\frac{C\,B\times A\,D}{A\,C}$, obteremos o cateto $D\ E$ dum novo triângulo rectângulo semelhante ao primeiro.

Feito isto, marcaremos no alinhamento $A\ x$ um ponto F, e por êste ponto levantamos uma outra perpendicular $F\ H$; estabelecendo uma nova proporção $\frac{A\,D}{A\,F}=\frac{D\,E}{F\,H}$, encontraremos o valor da perpendicular $F\ H$; unindo em seguida os extremos das perpendiculares $D\ E$ e $F\ H$, assim obtidas, por meio da recta $E\ H$, teremos o prolongamento do alinhamento $A\ D$ desejado.

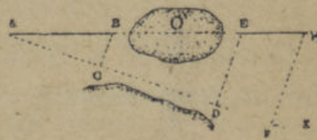


Fig. 101

Para obtermos o comprimento do alinhamento não teremos mais do que calcular o valor de $A\ H$ (hipotenusa do triângulo rectângulo $H\ A\ F$) pela fórmula

$$A\ H=\sqrt{\overline{A\,F}^2+\overline{F\,H}^2}.$$

3.º caso. É impossível operar em torno do obstáculo O, e seja $M\ N$ a linha que se quere prolongar nestas condições, (*fig. 102*). Toma-se um alinhamento auxiliar $X\ Y$; de dois pontos escolhidos M e N, baixam-se perpendiculares àquele alinhamento. Determinam-se os comprimentos destas perpendiculares, bem como o da distância $P\,Q$ entre elas; o ponto de encontro R, do prolongamento de $P\,Q$, com o prolongamento do alinhamento $M\,N$, é dado pela proporção:

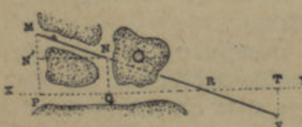


Fig. 102

$$\frac{Q\,R}{N\,Q}=\frac{N\,N'}{M\,N'},$$

mas

$$NN' = PQ \text{ e } MN' = MP - NQ;$$

logo;

$$QR = \frac{PQ \times NQ}{MP - NQ}$$

Determinando R, toma-se no alinhamento auxiliar um comprimento $RT = \frac{RQ}{2}$. Em T levanta-se uma perpendicular igual a $\frac{NQ}{2}$, e o ponto V pertencerá á direcção prolongada.

Para se obter o comprimento do alinhamento MV, medimos MN, calculamos NR (hipotenusa do triângulo rectângulo NQR) e em seguida medimos RV.

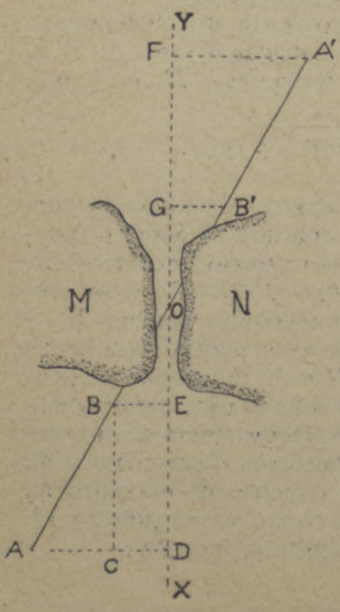


Fig. 103

4.° caso. Para prolongar um alinhamento AB para além de dois obstáculos M e N *(fig. 103)* procede-se da seguinte fórma:

Traça-se um alinhamento auxiliar XY e sôbre êste alinhamento levantam-se as perpendiculares BE e AD.

Estabelecendo em seguida a proporção $\frac{AC}{CB} = \frac{AD}{DO}$, encontramos um comprimento DO, que marcaremos a partir de D. O ponto O ficará situado entre os dois obstáculos e no prolongamento de $A B$.

Marcando depois, de O para Y, duas grandezas $O G$ e $G F$, respectivamente iguais a $O E$ e $E D$, obtemos os pontos G e F; por êstes pontos fazemos passar as perpendiculares $G B'$ e $F A'$ iguais, respectivamente, a $E B$ e $A D$; e, unindo em seguida os extremos das perpendiculares $G B'$ e $F A'$, teremos obtido o prolongamento desejado $B' A'$ do alinhamento $A B$.

Para obtermos o comprimento do alinhamento $A A'$, calculamos $A O$ (hipotenusa do triângulo rectângulo $B O D$). O dôbro da distância $A O$, assim obtida, dar-nos-á o comprimento total $A' A'$.

Todos êstes problemas se podem resolver levantando as perpendiculares por meio do esquadro do agrimensor ou, quando não dispozermos dêste instrumento, por meio da cadeia métrica.

147 — **Medição dum alinhamento do qual apenas os extremos são acessíveis.** — Seja o alinhamento $A B$, (*fig. 104*). A partir de A traça-se um alinhamento qualquer $A C'$ sôbre o qual levantamos uma perpendiculor passando pelo ponto B. Temos um triângulo rectângulo $A B C$; medindo $A C$ e $C B$ temos

Fig. 104

$$A B = \sqrt{\overline{A C}^2 + \overline{C B}^2}.$$

XXXVI — Partilha geométrica de terrenos

148 — **Levantamento por perpendiculares para avaliação de áreas.** — Podemos levantar o contôrno duma superfície, por meio de perpendiculares,

empregando o esquadro do agrimensor, especialmente quando se pretende determinar a área dessa superfície.

Há a considerar os 3 casos seguintes:

1.° Caso. Quando o polígono fôr acessível pelo interior. Traçamos um alinhamento *A B*, *(fig. 105)*, que convém seja na maior extensão do polígono; em seguida traçamos perpendiculares ao alinhamento passando pelos vértices *C, D, E, F, G, H*, perpendiculares que, medidas, definem o polígono. Temos assim o polígono decomposto num certo número de triângulos e trapézios, cuja área total é fácil calcular.

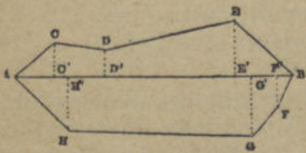


Fig. 105

2.° Caso. Quando o polígono fôr inacessível pelo interior, mas que a vista não seja interceptada, (um lago, por exemplo). Traçamos dois alinhamentos perpendiculares *O X* e *O Y*, *(fig. 106)*, e determinamos sôbre *O Y* os pés das perpendiculares *a A* e *e E;* em seguida dividimos a linha *A E* em partes iguais, sendo cada uma delas igual a 10^{m}, por exemplo, e obteremos assim os pontos *B, C* e *D;* por estes pontos levantamos perpendiculares à direcção *O Y*, perpendiculares que vão interceptar o contôrno da superfície, onde se colocam bandeirolas, e, por cada um dêsses pontos, faremos passar perpendiculares a *O X*.

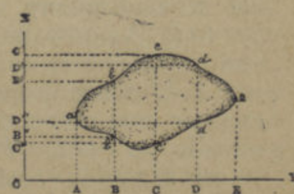


Fig. 106

A superfície inacessível fica dêste modo decomposta, compreendendo, além dos dois triângulos extremos um certo número de trapézios da mesma altura 10^m, cujas bases se projectam em verdadeira grandeza sôbre $O\ X$. Bastará medir sôbre o eixo $O\ X$ os intervalos $B'\ B''$, $C'\ C''$ e $D'\ D''$, para ter o comprimento dessas bases; e, designando por h a altura comum, teremos para a superfície total:

$$S = \frac{b\,b'}{2} \times h + \frac{b\,b' + c\,c'}{2} \times h + \frac{c\,c' + d\,d'}{2} \times h + \\ + \frac{d\,d'}{2} \times h =$$

$$= \frac{h}{2} (b\,b' + b\,b' + c\,c' + c\,c' + d\,d' + d\,d') =$$

$$= \frac{h}{2} \times 2\,(b\,b' + c\,c' + d\,d') =$$

$$= h\,(b\,b' + c\,c' + d\,d)$$

Assim, o produto da soma das bases, medidas sôbre $O\ X$, pela altura comum é a expressão da área do polígono inacessível.

3.º Caso. Quando o polígono fôr inacessível pelo interior e a vista seja interceptada. Envolve-se êste polígono por um rectângulo $M\ N\ P\ Q$, *(fig. 107)*, cujos lados se medem.

Dos vértices do polígono baixam-se perpendiculares $B\,B'$, $C\,C'$, etc., sôbre os lados do rectângulo e medem-se os seus comprimentos.

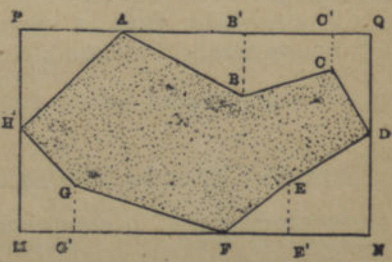


Fig. 107

Forma-se assim uma série de triângulos e trapézios cujas áreas facilmente calculamos.

Em seguida subtraímos da área do rectângulo

M N P Q, a soma das áreas dos diferentes triângulos e trapézios e assim obteremos a área da superfície que queriamos avaliar.

Obtido o levantamento do terreno por qualquer das formas já expostas, é fácil obter ràpidamente a sua área pelo processo a seguir indicado.

149 — **Avaliação de áreas pelo processo do diagrama em papel transparente.** — Traça-se sôbre uma fôlha de papel transparente uma rêde de paralelas equidistantes umas das outras de $0^{m},005$; coloca-se êste diagrama sôbre a superfície a medir, procurando o mais possível ajustar os vértices dos ângulos sôbre as paralelas, *(fig. 108)*. Com o auxílio dum duplo decímetro, medem-se as linhas *B C*, *D E*, *F G*, *H I*,... *M N*, compreendidas no perímetro da figura.

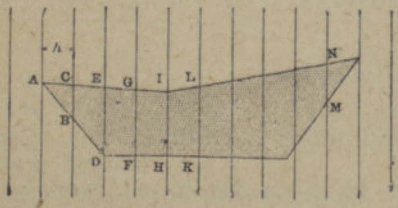


Fig. 108

Considerando, pois, a superfície, composta de triângulos e trapézios, teremos (N.º 148 — 2.º caso):

$$S = h\,(BC + DE + FG + \ldots + MN)$$

Estando o desenho feito na escala $\frac{1}{100}$ temos, representando por C o comprimento total das bases medidas,

$$S = \frac{C \times h}{100} = \frac{C \times 5}{100} = \frac{C}{20}.$$

o que equivale a dividir por 10 o número de milímetros que nos der a soma C e tomar a metade.

Se o desenho estiver na escala $\frac{1}{200}$, temos de multiplicar o resultado por 4; e se estiver na escala $\frac{1}{50}$, o resultado será dividido por 4.

Para outra qualquer escala, por ex.: $\frac{1}{500}$, será

$$S = \frac{C \times 5}{500} = \frac{C}{100}$$

o que equivale a dividir o comprimento total das rectas $(BC + DE + FG + \ldots MN)$ por 100.

150 — **Dividir um triângulo em duas partes equivalentes, ou proporcionais aos números p e q, por meio duma recta tirada a partir dum dos vértices, A, por exemplo.** — Para obter as duas partes equivalentes divide-se ao meio o lado opôsto ao ângulo A, *(fig. 109)*, e une-se o ponto A com o ponto H.

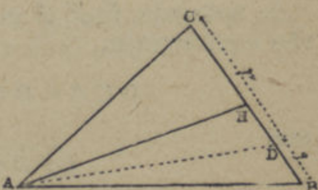


Fig. 109

Para dividir o triângulo na relação $\frac{p}{q}$, divide-se o lado oposto ao ângulo A em duas partes proporcionais (1) de forma que

$$\frac{CD}{DB} = \frac{p}{q}$$

(1) Para dividir uma recta AB em partes proporcionais aos números 3 e 5, por ex., traça-se, a partir de A, uma recta qualquer sôbre a qual se marcam três divisões iguais, e, a seguir, mais cinco; une-se o extremo da última divisão com a outra extremidade da recta AB, e pela divisão três traça-se uma paralela que irá cortar AB de forma que os dois segmentos ficam na relação pedida, $\frac{3}{5}$.

e unindo o ponto A com o ponto D, será

$$\frac{ACD}{ADB} = \frac{p}{q}$$

151 — Dividir um triângulo em duas partes equivalentes, ou proporcionais aos números p e q, por meio duma recta tirada dum ponto qualquer, E, do seu perímetro.

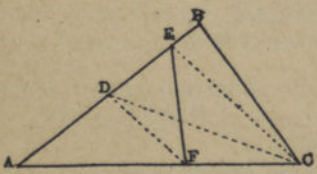


Fig. 110

Processo gráfico. — Para obter as duas partes equivalentes, une-se o ponto E com o ponto C, *(fig. 110)*. Pelo ponto D, meio de $A\,B$, tira-se uma paralela, $D\,F$, a $E\,C$ e une-se o ponto E com o ponto F.

O triângulo $E\,F\,A$ e o quadrilátero $E\,F\,C\,B$ são equivalentes.

$$DCA = DCB = \frac{ABC}{2}$$

mas

$$EFD = DCF$$

porque têm a mesma base $D\,F$ e a mesma altura; portanto:

$$EFA = DCA = \frac{ABC}{2}$$

Processo numérico. — Os triângulos $A\,E\,F$ e $A\,B\,C$, *(fig. 110)*, tem um ângulo comum A; logo:

$$\frac{AF \times AE}{AC \times AB} = \frac{AEF}{ABC} = \frac{1}{2}$$

donde:

$$AF = \frac{1}{2} \times \frac{AC \times AB}{AE}$$

Para a divisão, na relação $\frac{p}{q}$, temos

$$AF = \frac{p}{p+q} \times \frac{AB \times AC}{AE}$$

152 — **Dividir um triângulo em duas partes proporcionais aos números p e q, por meio duma recta tirada por um ponto interior E, do mesmo triângulo.**

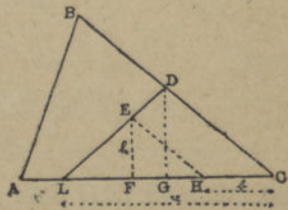


Fig. 111

Suponhamos o problema resolvido, isto é, pelo ponto E traçada a recta DL que divide o triângulo na relação $\frac{p}{q}$, *(fig. 111)*.

Pelo ponto E tira-se uma paralela EH a BC e as perpendiculares EF e DG a AC.

será

$$\frac{CDL}{ABDL} = \frac{p}{q}$$

$$\frac{CDL}{ABC} = \frac{p}{p+q}$$

$$CDL = ABC \times \frac{p}{p+q}$$

que fàcilmente se acha, visto ser conhecida a superfície do triângulo ABC.

Seja a^2 a área conhecida CDL; pela semelhança dos triângulos HEL e CDL

temos

$$\frac{HL}{CL} = \frac{EF}{DG}$$

ou

$$\frac{x-b}{x}=\frac{h}{DG}$$

donde:

$$DG=\frac{h\,x}{x-b}$$

mas

$$a^2=\frac{CL\times DG}{2} \text{ ou } 2\,a^2=x\times DG$$

substituindo $D\,G$ pelo seu valor temos:

$$2\,a^2=\frac{x\times h\,x}{x-b}$$

$$2\,a^2\,(x-b)=h\,x^2$$

$$2\,a^2\,x-2\,a^2\,b=h\,x^2$$

$$h\,x^2-2\,a^2\,x+2\,a^2\,b=o$$

donde:

$$x=\frac{2\,a^2\pm\sqrt{4\,a^2\,(a^2-2\,b\,h)}}{2\,h}$$

$$=\frac{2\,a^2\pm 2\,a\sqrt{a^2-2\,b\,h}}{2\,h}$$

ou

$$x=\frac{a^2\pm a\sqrt{a^2-2\,b\,h}}{h}$$

equação que terá duas soluções, uma, ou nenhuma, conforme os valores de a^2 e de $2\,b\,h$.

153 — Dividir um triângulo em duas partes equivalentes, ou proporcionais aos números p e q, por meio duma paralela à base.

Processo gráfico. Com centro em D, meio de $A\ B$, descreve-se uma semi-circunferência com um raio igual a $\frac{A\ B}{2}$, *(fig. 112)*.

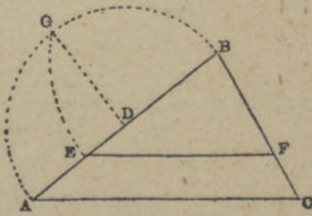


Fig. 112

Pelo ponto D levanta-se uma perpendicular até encontrar a semi-circunferência no ponto G; com centro em B e com um raio igual a $B\ G$ descreve-se um arco de círculo, o qual vai determinar o ponto E, por onde se tira uma paralela à base $A\ B$.

Será

$$B\,E\,F = A\,E\,F\,C = \frac{A\,B\,C}{2}$$

Para a divisão, na relação $\frac{p}{q}$, divide-se o lado $A\ B$ na mesma relação e opera-se como anteriormente.

Processo numérico.

$$\frac{B\,E\,F}{A\,E\,F\,C} = \frac{p}{q} \text{ e } \frac{B\,E\,F}{A\,B\,C} = \frac{p}{p+q}$$

mas

$$\frac{B\,E\,F}{A\,B\,C} = \frac{\overline{B\,E}^2}{\overline{B\,A}^2} \text{ e } \frac{\overline{B\,E}^2}{\overline{B\,A}^2} = \frac{p}{p+q}$$

donde:

$$\overline{B\,E}^2 = \overline{B\,A}^2 \times \frac{p}{p+q}$$

e

$$B\,E = B\,A\sqrt{\frac{p}{p+q}}$$

154 — **Dividir um triângulo** $A\ B\ C$, *(fig. 113)*, **em duas partes equivalentes, por meio duma recta paralela a uma outra dada** $M\ N$.

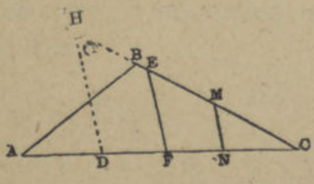


Fig. 113

Constroe-se o triângulo $C\,H\,D$, equivalente a $A\ B\ C$, tendo o lado $H\ D$ paralelo a $M\ N$.

Sendo equivalentes estes dois triângulos, será

$$C\,H \times C\,D = C\,A \times C\,B$$

e

$$\frac{C\,H}{C\,D} = \frac{C\,M}{C\,N}$$

Multiplicando estas duas igualdades membro a membro, temos

$$\overline{C\,H}^2 = \frac{C\,A \times C\,B \times C\,M}{C\,N}$$

que nos dá

$$C\,H = \sqrt{\frac{C\,A \times C\,B \times C\,M}{C\,N}}$$

recaíndo o problema no caso do n.º 152.

155 — **Dividir um triângulo** $A\,B\,C$, *(fig. 114)*, **em duas partes equivalentes, ou proporcionais aos números** p **e** q, **por meio duma perpendicular à base.**

Sendo $E\,F$ a linha de divisão, será

$$A\,F \times E\,F = \frac{b' \times h}{2}$$

e

$$\frac{A\,F}{E\,F} = \frac{b}{h}$$

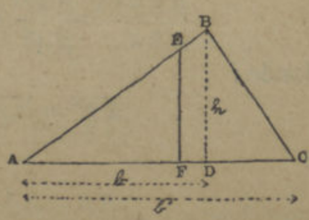


Fig. 114

multiplicando membro a membro estas duas igualdades, temos

$$\overline{AF^2} = \frac{b\,b'}{2} \left(A\,F \text{ é a média geométrica entre } b \text{ e } \frac{b'}{2}\right)$$

e portanto

$$A\,F = \sqrt{\frac{b\,b'}{2}}.$$

Para dividir o triângulo em duas partes, na relação $\frac{p}{q}$, a igualdade será

$$A\,F \times E\,F = \frac{p}{q} \times h\,b'$$

e

$$\frac{A\,F}{E\,F} = \frac{b}{h}$$

logo:

$$\overline{AF^2} = b\,b' \times \frac{p}{q} \quad \text{e} \quad A\,F = \sqrt{\frac{b\,b'\,p}{q}}$$

O problema que acabamos de expôr não é mais do que um caso particular do antecedente.

156 — **Dividir um triângulo em três partes equivalentes, ou proporcionais aos números p, q e r, por meio de duas rectas tiradas dum ponto qualquer do seu perímetro.**

Querendo dividir o triângulo $A\ B\ C$, *(fig. 115)*, em três partes equivalentes, por meio de duas rectas partindo do ponto E, une-se o

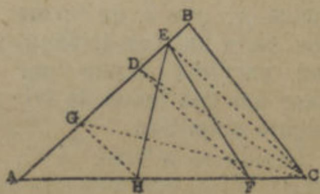


Fig. 115

ponto E com o ponto C. Divide-se a recta $A\ B$ em três partes iguais $A\ G$, $G\ D$, $D\ B$, e pelos pontos G e D tiram-se duas paralelas $G\ H$ e $D\ F$ a $E\ C$; une-se o ponto E com H e F.

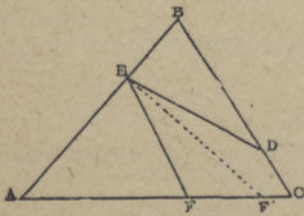


Fig. 116

E assim teremos as três partes equivalentes $A\ E\ H$, $H\ E\ F$ e $F\ E\ B\ C$.

Para a divisão em três partes proporcionais aos números p, q, r, *(fig. 116)*,

$$A\ F = \frac{p}{p+q+r} \times \frac{A\ B \times A\ C}{A\ E}$$

e

$$A\ F' = \frac{p+q}{p+q+r} \times \frac{A\ B \times A\ C}{A\ E}$$

Se acharmos $A\ F' > A\ C$ conclui-se que a segunda linha de divisão $A\ F'$ deve encontrar $B\ C$; e, procurando a parte correspondente a r, será

$$B D = \frac{r}{p+q+r} \times \frac{A\ B \times B C}{B E}$$

157 — Dividir um triângulo em três partes proporcionais aos números dados p, q e r, de forma que cada um dos triângulos parciais tenha por base um dos lados do triângulo primitivo.

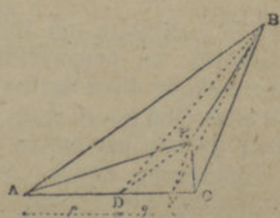


Fig. 117

Divide-se a base $A\ C$, *(fig. 117)*, em três partes proporcionais aos números dados; pelo ponto D tira-se uma paralela a $A\ B$ e por F uma paralela a $B\ C$. A intersecção E das duas paralelas dá-nos o vértice dos triângulos pedidos.

Sendo $A\ B\ D$, $D\ B\ F$ e $F\ B\ C$ proporcionais a p, q e r, e $A\ B\ D = A\ B\ E$ e $F\ B\ C = E\ B\ C$, será $A\ E\ C = D\ B\ F$;

logo:

$$\frac{A\,B\,E}{p} = \frac{A\,C\,E}{q} = \frac{B\,C\,E}{r}$$

158—**Dividir um quadrilátero** $A\ B\ C\ E$, *(fig. 118)*, **em duas partes equivalentes, ou proporcionais aos números** p **e** q, **por meio duma recta tirada dum dos vértices** *(B,* **por exemplo).**

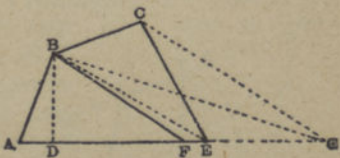


Fig. 118

Processo gráfico. — Para obter as duas partes equivalentes, transforma-se o quadrilátero $A\ B\ C\ E$ no triângulo $A\ B\ G$, equivalente, e depois aplica-se o processo indicado no n.º 150, unindo o vértice B com o ponto F, meio de $A\ G$.

Processo numérico. — Para obter as duas partes equivalentes, é necessário conhecer a área S do quadrilátero $A\ B\ C\ E$ e a altura $B\ D = h$

$$\frac{S}{2} = \frac{A\,F \times h}{2} \text{ ou } A\,F = \frac{S}{h}$$

Para a divisão na relação $\frac{p}{q}$ será

$$\frac{A\,B\,F}{B\,C\,E\,F} = \frac{p}{q}$$

e

$$\frac{A\,B\,F}{B\,C\,E\,F + A\,B\,F} = \frac{A\,B\,F}{A\,B\,C\,E} = \frac{p}{p+q}$$

mas

$$\frac{\frac{AF \times h}{2}}{S} = \frac{p}{p+q}$$

logo:

$$AF = \frac{2pS}{h(p+q)}$$

159 — **Dividir um quadrilátero,** *A B C D*, *(fig. 119)*, **em duas partes equivalentes, por meio duma recta tirada dum ponto** *E* **do seu perímetro.**

Processo grafico. — Une-se o ponto *E* com os pontos *B* e *C*; traça-se a recta *A G* paralela a

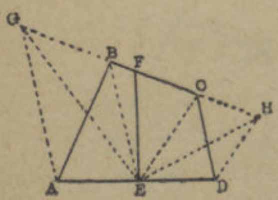


Fig. 119

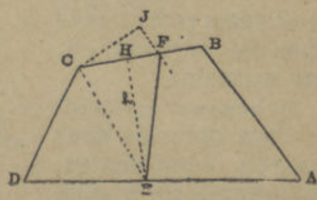


Fig. 120

E B, e *D H* paralela a *E C*; une-se o ponto *E* com o ponto *F*, meio de *G H*.

O triângulo *G E H* é equivalente ao quadrilátero *A B C D*. A recta *E F* divide êste em duas partes equivalentes.

Processo numérico. — Calcula-se a área do quadrilátero *A B C D* e do triângulo *E C D*, *(fig. 120)*, e subtrai-se esta última área de metade da área do quadrilátero.

Suponhamos o problema resolvido e que se encontrou *E F* para linha de divisão.

Para calcular *F C* temos

$$FEC = \frac{S}{2} - ECD = \frac{S - 2ECD}{2}$$

mas

$$FEC = \frac{FC \times h}{2}$$

logo

$$\frac{FC \times h}{2} = \frac{S - 2\,ECD}{2}$$

donde:

$$FC = \frac{S - 2\,ECD}{h}$$

160 — **Dividir um trapézio** $A\ D\ H\ C$ **em duas partes equivalentes, ou proporcionais a dois números dados, por meio duma recta paralela às bases.**

Processo gráfico. — Prolongam-se os lados não paralelos $A\ D$ e $C\ H$, *(fig. 121)*; que se interceptarão em B; sôbre $B\ C$ descreve-se a semi-circunferência $B\ K\ C$; fazendo centro em B e com $B\ H$ como raio, descreve-se o arco $H\ J$, e baixa-se do ponto J uma perpendicular $J\ G$ sôbre $B\ C$; pelo ponto L (meio de $G\ C$) levanta-se a perpendicular $L\ K$ e com centro em B e com o raio $B\ K$, descreve-se um arco $K\ F$, que vai cortar o trapézio no ponto F. Pelo ponto F tira-se a paralela $F\ E$, que devide o trapézio em duas partes equivalentes. Para a divisão em partes proporcionais não tínhamos mais do que dividir $G\ C$ na relação desejada e concluir o problema como acabamos de indicar.

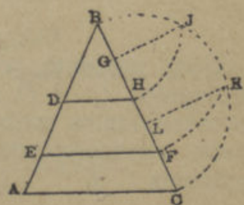


Fig. 121

Fig. 122

Processo numérico. — Sejam H e h as alturas dos triângulos formados pelo prolongamento dos lados não paralelos do trapézio, *(fig. 122)*, h' a altura dêste e B e b as suas bases.

Calculam-se H e h conhecidas as bases B e b e a altura h' do trapézio.

Temos

$$\frac{B}{b} = \frac{H}{h}$$

e

$$\frac{B-b}{b} = \frac{H-h}{h}$$

mas

$$H-h=h', \text{ logo } h = \frac{b\,h'}{B-b}$$

e

$$H = h + h' = \frac{B\,h'}{B-b}$$

São, portanto, conhecidas as superfícies dos triângulos $C\ A\ D$ e $C\ I\ G$. Ao triângulo $C\ I\ G$ acrescentamos metade da área do trapézio (ou a parte correspondente à relação dada) e depois calculamos $C\ L$

$$\frac{\overline{C\,L^2}}{h^2} = \frac{C\,E\,F}{C\,I\,G} \text{ donde } \overline{C\,L^2} = \frac{h^2 \times C\,E\,F}{C\,I\,G}$$

e

$$C\,L - h = L\,K.$$

Depois, por uma simples proporção, acha-se $I\,E$ e $G\,F$.

Teremos tambem

$$\frac{\overline{C\,L^2}}{H^2} = \frac{E\,C\,F}{A\,C\,D}$$

donde

$$\overline{C\,L^2} = \frac{H^2 \times E\,C\,F}{A\,C\,D}$$

161 — **Dividir uma superfície qualquer em duas partes proporcionais aos números** p **e** q**, por meio duma recta tirada a partir dum ponto** E **do seu perímetro** *(fig. 123)*.

Pelo ponto E tira-se a recta $E\ F$, que divide aproximadamente a figura em duas partes, na relação $\frac{p}{q}$.

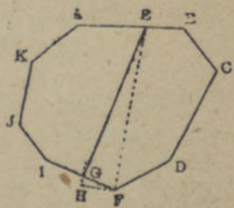


Fig. 123

Seja

$$\frac{p}{q} = \frac{3}{4}$$

Medem-se as superfícies, tomando $E\ F$ para directriz, e suponhamos que o polígono $A\ E\ F\ I\ J\ K = 509^{m^2}$, $E\ B\ C\ D\ F = 345^{m^2}$ e $E\ F = 38^m$.

A superfície total será $S = 854^{m^2}$.

Temos que dividir 854^{m^2} em duas partes na relação $\frac{3}{4}$, isto é,

$$854 \times \frac{p}{p+q} = 854 \times \frac{3}{7} = 366^{m^2}$$

e

$$854 \times \frac{q}{p+q} = 854 \times \frac{4}{7} = 488^{m^2};$$

como a superfície $E\ B\ C\ D\ F = 345^{m^2}$, devemos aumentar-lhe 21^{m^2}, que tiramos à outra superfície.

Para isso, tomando $E\ F$ como base, construímos um triângulo com 21^{m^2}, levantando uma perpendicular $F\ H$ que deverá ter por comprimento $2 \times \frac{21}{38} = 1^m,10$.

Pelo ponto H tira-se uma paralela à base $E\ F$, que vai determinar o ponto G; a recta $E\ G$ será a linha que divide a superfície total na relação $\frac{3}{4}$.

162 — **Dividir uma superfície qualquer em duas partes equivalentes, ou proporcionais a números dados, por meio de linhas partindo dum ponto interior** *E*, *(fig. 124)*, **sendo uma das linhas** *E G* **dada ou tomada arbitràriamente.**

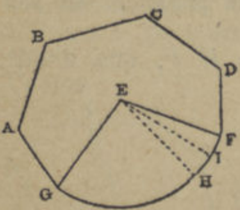


Fig. 124

Mede-se o terreno e calcula-se a superfície que deverá conter cada parcela.

Seja S essa superfície.

Tira-se a recta $E\,H$ e calcula-se $E\,G\,H$; se $E\,G\,H < S$, divide-se a diferença por $\frac{E\,H}{2}$, o que nos dá a altura do triângulo a adicionar para obter a superfície S.

Seja $E\,I$ a linha obtida.

Se o perímetro da superfície fôr sinuoso, pode dar-se o caso de ser

$$E\,H\,I \gtrless S - E\,G\,H$$

Suponhamos que $E\,H\,I < S - E\,G\,H$.

Temos que dividir a diferença por $\frac{E\,I}{2}$ e obtemos assim um triângulo $E\,I\,F$ que, junto a $E\,G\,I$, nos dará a superfície $E\,F\,G = S$.

163 — **Traçar por um ponto** *E*, **do interior dum polígono** *A B D H J K*, *(fig. 125)* **uma recta que divida a sua superfície em duas partes na relação** $\frac{p}{q}$.

Prolongam-se dois lados $A\,B$ e $J\,H$ até se encontrarem no ponto C. Conhecida a área do polígono $A\;B\;D\;H\;J\;K$, fácil é calcular a parte $F\,B\,D\,H\,G$, na relação $\frac{p}{q}$, e juntar-lhe a área calculada de $H\,D\,B\,C$.

Seja a^2 essa área; o problema não é mais do que o caso do n.° 152, isto é, pelo ponto E tirar uma linha $F\ G$ tal que a área de $C\ F\ G = a^2$.

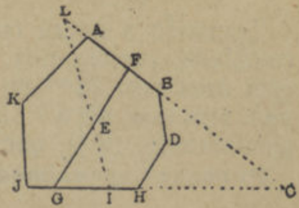


Fig. 125

O problema tem diversas soluções, conforme os lados que se prolongarem. Devem aproveitar-se só aquelas em que a linha $F\ G$ encontre os dois lados prolongados, sem sair do polígono. A solução segundo $L\ I$ deveria ser rejeitada.

164 — **Dividir uma superfície plana em duas partes que estejam entre si numa relação dada, ou separar duma superfície plana uma parte cuja área seja conhecida, por meio duma linha paralela a uma direcção dada.**

Processo exacto. — Pode fazer-se a divisão exacta pelo seguinte processo:

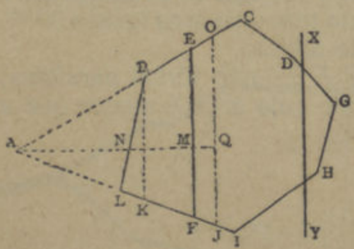


Fig 126

Tomemos por directriz uma paralela $O\ J$ à direcção XY *(fig. 126)*, directriz que divide a superfície, aproximadamente, na relação dada $\frac{3}{8}$, por exemplo; avalia-se a superfície $E\ F\ I\ H\ G\ C = 800^{m2}$ e a superfície total $S = 2\,060^{m2}$; a linha de divisão deve dar $E\ F\ L\ B = \frac{3}{8}\ 2.060^{m} = 772^{m}$. A diferença 28^{m2} corresponde ao trapézio $E\ F\ J\ O$.

Medindo $B\ K$, paralela a $O\ J$, calcula-se, pelo processo do n.° 160, o triângulo $A\ O\ J$.

Tomando a altura total $A\ Q$, a área de $A\ O\ J$, calculada, permite-nos conhecer $A\ E\ F$, visto que esta área tem 28^{m^2} de menos que a primeira; e, pelo processo do n.° 160 calcula-se $A\ M$ e, conseguintemente, $M\ Q$, que nos permite traçar $E\ F$.

Processo aproximado. — Seja $E\ F$, *(fig. 127)*, a directriz tirada pelo processo anterior, cujo comprimento é 30^m, e a superfície $A\ B\ E\ F$, maior 90^{m^2} do que se deseja; dividindo 90^{m^2} por 30^m, acha-se

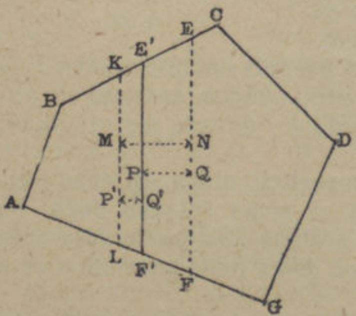


Fig. 127

$$P\ Q = 3^m.$$

Traça-se $E'\ F'$; se os lados $E\ E'$ e $F\ F'$ são sensivelmente paralelos, a figura achada tem uma área igual a 90^{m^2}. $E'\ F'$ será a linha de divisão.

Se os lados $E\ E'$ e $F\ F'$ não fôrem paralelos, $F\ E\ E'\ F'$ é um trapézio cuja área é menor que a quantidade a subtrair.

Seja

$$F\ E\ E'\ F' = 75\ m^2$$

Resta-nos subtrair 15^{m^2}; dividindo 15^{m^2} por $E'\ F'$, o quociente $P'\ Q'$ permite-nos da mesma forma traçar $K\ L$.

Duas operações convenientemente executadas dão o resultado aproximado, com pequeno êrro.

Quando o perímetro não fôr rectilínio na parte que $E\ F$ deve cortar, *(fig. 128)*, êste processo é o mais conveniente.

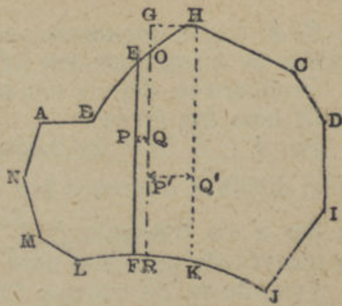


Fig. 128

HK é a primeira linha traçada. Calcula-se $P'Q'$, mas a área de $HKRO$, que se deve separar, é pequena, porque era necessário subtrair uma superfície equivalente ao rectângulo $HK \times P'Q'$. Calcula-se PQ e traça-se EF, que é a recta que divide a superfície em duas partes proporcionais, como se pretendia.

165 — **Dividir em três partes equivalentes um terreno limitado por dois cursos de água e por um caminho, de forma que cada parcela vá confinar com os dois cursos de água.**

Seja $ABCD$ a superfície a dividir *(fig. 129)*. Divide-se AB em três partes iguais. Pelos pon-

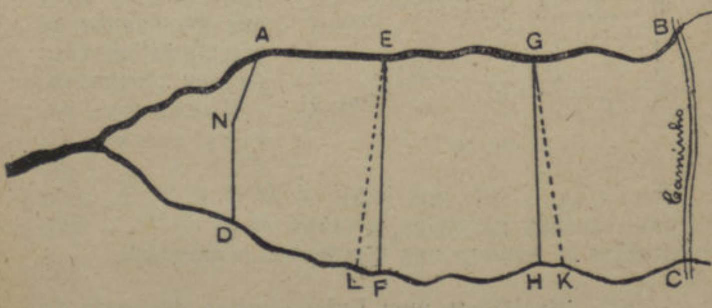


Fig. 129

tos E e G tiram-se as rectas EL e GK, que limitam essas três partes.

Acham-se as áreas de $AELDN$, $ELKG$

e *G K C B;* somam-se, para dar a área total, e divide-se o resultado em três partes.

Compara-se depois um terço da área total com cada uma das áreas.

Se *A E L D N* fôr menor que um terço, é preciso dividir a diferença por $\frac{EL}{2}$ para achar a altura a dar a um triângulo *E L F,* que tenha por área a quantidade que falta para completar o terço.

Procede-se da mesma forma para com a outra parcela e obtem-se o triângulo *G H K.*

As linhas *E F* e *G H* são as linhas de divisão aproximadas.

No caso em que estas linhas devam ser paralelas, acha-se uma delas *E F,* como se acabou de indicar, bem como a outra, aplicando o processo exposto no n.° 164 (processo aproximado).

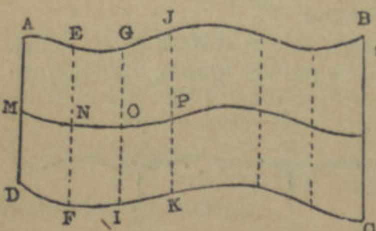


Fig. 130

166 — **Dividir um terreno em duas partes equivalentes, por uma linha que acompanhe as principais inflexões do seu perímetro.**

Traçam-se várias paralelas *E F, G I, J K,* etc., *(fig. 130),* aos lados *A D B* e *C;* e, pelo meio dessas paralelas, a curva *M N O P...* que dividirá o terreno nas condições requeridas.

167 — **Rectificar uma linha sinuosa divisória de duas propriedades.**

A linha divisória que deve substituir a linha *E F G* pode ser tirada paralelamente a uma direcção dada *X Y, (fig. 131),* ou por um ponto *E* do perímetro.

Em qualquer dos casos começamos por avaliar as áreas de $E\ F\ G\ B\ A$ e $E\ F\ G\ D\ J\ I\ K$, e em

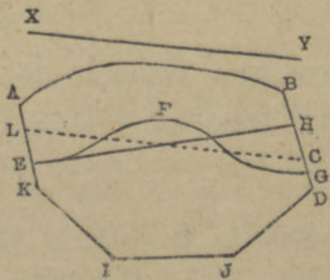


Fig. 131

seguida aplicamos os processos indicados nos n.os 159 e 161.

Os problemas resolvidos têm aplicação nas partilhas de propriedades, etc.

Meios práticos para avaliação de distâncias e alturas acessíveis e inacessíveis

XXXVII — Avaliação de distâncias pelo passo, pelo tempo e pelo som

168 — **Pelo passo.** — Para se poder determinar distâncias pelo passo, é preciso aferir êste, isto é, percorrer algumas vezes uma extensão prèviamente medida, um quilómetro por exemplo, contando o número de passos dados e tomar a média; obter-se-á assim o número de passos equivalente a um quilómetro.

Suponhamos que se quere construir a escala do passo, equivalente a uma dada escala numérica decimal, e que a média dos passos dados por quilómetro é de 1.428 passos;

será:

$$\frac{1.428^{\text{p}}}{1.000^{\text{m}}} = \frac{1.000^{\text{p}}}{x}$$

donde $x = \frac{1.000.000}{1.428} = 700^{\text{m}}$, depois do que organizaremos a escala seguinte:

1.000 p	700m
100 p	70m
10 p	7m
1 p	0m,7

que se obteve dividindo 700^m por 10, por 100 e por 1.000; $0^m,7$ é a grandeza do passo.

169 — **Pelo tempo.** — Para se poder medir distâncias pelo tempo, é necessário percorrer algumas vezes um quilómetro, ou mais, duma estrada plana e tomar a média do tempo gasto a percorrer cada quilómetro.

Os oficiais, fazendo serviço a cavalo, têm também tôda a vantagem em aferir, pelo mesmo processo, o tempo que, em diversos andamentos, os seus cavalos levam a percorrer distâncias conhecidas e bem marcadas.

A medida de distâncias pelo tempo é apenas aproximada, porque várias causas para isso influem: assim, o passo do homem é mais rápido nas descidas e mais moroso nas subidas, o passo do cavalo, em geral, é mais demorado nas subidas e descidas do que em terreno horizontal; a chuva, o pó, o vento, a lama, o bom ou mau piso, alteram a velocidade da marcha e influem, portanto, na avaliação das distâncias.

170 — **Pelo som.** — Toma-se nota do número de segundos que medeiam entre o aparecimento do clarão duma bôca de fogo (por exemplo), colocada a distância, e o momento em que se ouve o som; multiplica-se êsse número por 340^m (velocidade normal do som) e obtem-se, assim, aquela distância em metros.

A luz, tendo uma velocidade muitíssimo superior à do som, percorre o espaço que separa o observador, da bôca de fogo, num tempo pràticamente inapreciável.

Havendo vento, a favor ou contra, ter-se-á que contar com a respectiva correcção.

O quadro seguinte dá-nos a classificação e as velocidades do vento.

Designação do vento	Velocidade em metros por segundo	Designação do vento	Velocidade em met. os por segundo
Aragem..........	0,3 a 1	Fresco..........	7 a 11
Muito fraco ...	1 a 2	Forte..........	11 a 14
Fraco...........	2 a 3,2	Muito forte ...	14 a 17
Moderado......	3,2 a 7	Tempestuoso..	17 a 19,5

Representando por v a velocidade do vento, por segundo, a velocidade do som será de $340^m \pm v$, consoante fôr o vento a favor ou contrário.

XXXVIII — Avaliação de distâncias por meio do pedómetro, da estádia, e da régua de milésimos

171 — **Pedómetro.** — O pedómetro, instrumento que tem as formas e as dimensões dum relógio, serve para indicar automàticamente o caminho percorrido por um homem a pé.

Consiste essencialmente num balanceiro ou martelo horizontal, em forma de âncora, montado sôbre um eixo sustentado por uma mola e posto em acção pelo movimento oscilatório natural que a marcha imprime ao corpo.

O balanceiro está montado de forma que só funciona quando marchamos.

O seu movimento faz avançar uma agulha que percorre um mostrador, *(fig. 132)*, dividido em 10 ou mais divisões correspondentes a igual número de quilómetros.

Algumas vezes, uma segunda agulha indica num pequeno mostrador o número de voltas dadas pela agulha maior.

Para fazermos uso do pedómetro, basta levar a agulha ao zero, suspendê-lo duma algibeira do casaco, do cinto das calças, ou duma das casas do casaco, por meio dum colchete ligado ao anel, de forma que ocupe a posição vertical.

O instrumento funciona quando se marcha e cessa de funcionar quando se pára.

No fim da marcha, lê-se no quadrante o caminho percorrido.

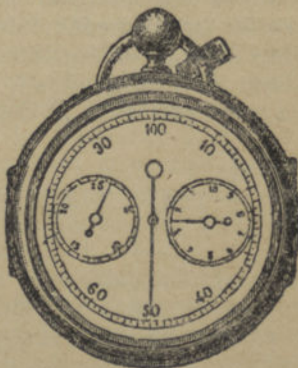


Fig. 132

O pedómetro está ordinàriamente regulado para o passo habitual; contudo, cada indivíduo pode regulá-lo para o seu passo; para isso basta percorrer uma estrada quilometrada e verificar se a agulha se desloca o número de divisões correspondentes; se há diferença para mais ou para menos, gira-se para a direita ou para a esquerda, por meio duma chave de relógio, com o parafuso regulador, sôbre o qual o balanceiro vem bater, até que se obtenha a coincidência perfeita.

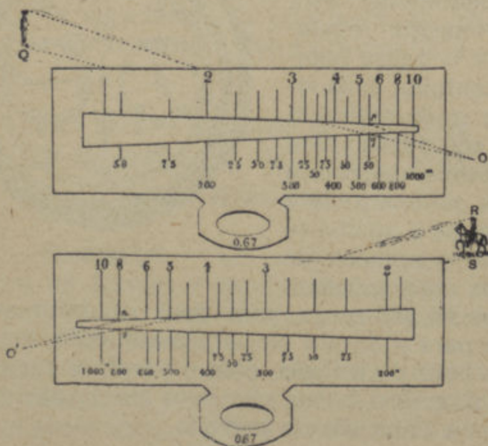
172 — **Estádia triangular ou de tiro.** — A estádia triangular, militar ou de tiro é uma placa metálica, *(figs. 133* e *134)*, na qual se abriu uma fenda triangular ou trapezoidal.

Este instrumento baseia-se na proporcionalidade dos lados homólogos dos triângulos semelhantes e na mudança aparente do tamanho dos objectos consoante a distância a que estão do observador.

As divisões da face apresentada na *fig. 133* correspondem às alturas aparentes de um homem a pé; as da face oposta *(fig. 134)*, correspondem às de um cavaleiro.

O indivíduo que colocar a estádia a determinada distância dos olhos e visar pela fenda um objecto distante, de altura conhecida, de forma que a altura aparente dêsse objecto corresponda à abertura da fenda em qualquer linha vertical dela, poderá apreciar aproximadamente a distância a que o referido objecto se encontra.

Seja *R S, (fig. 134),* um objecto de grandeza, *G* a uma distância *D* dos olhos do observador *O'*.



Figs. 133 e 134

Interpondo a uma distância *d* paralelamente a *R S* um alvor *r s* com uma abertura *g* tal que os raios *O' S* e *O' R* razem os bordos *s* e *r;* os triângulos semelhantes *O' r s* e *O' R S* dão.

$$\frac{D}{d}=\frac{G}{g}\text{; donde } D=\frac{d\times G}{g}$$

Conhecendo pois, *R S* (altura do objecto visado), *r s* (abertura da fenda da estádia na linha de coincidêndia com o objecto visado) *O' s* (distância a que a estádia se encontra dos olhos do observador), obteremos fàcilmente o valor de *D*, distância que se pretende avaliar.

A estádia dá directamente as distâncias procuradas, porque está construída pràticamente, como se disse, para permitir visar um homem a pé ou a cavalo; a fenda tem um certo número de divisões verticais que correspondem, dum lado da placa, *(fig. 133)*, à altura aparente dum homem a pé, observado às distâncias de 150, 200, 250,...... 1.000 metros,; do lado oposto *(fig. 134)*, as divisões correspondem às alturas aparentes dum cavaleiro observado às distâncias de 200, 250, 300,...... 1.000 metros.

Coloca-se a estádia a uma distância fixa dos olhos, com o auxílio dum fio convenientemente preso à estádia e ao pescoço; visa-se através da fenda um homem a pé ou um cavaleiro, voltando para o corpo a face correspondente da placa; desloca-se a estádia horizontalmente, até que a altura aparente do homem a pé ou do cavaleiro se ajuste aos bordos da fenda, lendo-se em seguida a distância a que êle se encontra, na divisão correspondente da estádia.

Este instrumento é de uso muito prático, podendo improvisar-se uma estádia com um simples pedaço de cartão.

173 — **Régua de milésimos.** — A régua de milésimos, *(fig. 135)*, pode ser construída de madeira ou de metal.

Fig. 135

É suspensa do pescoço do observador por um cordão, e quando se opera, deve conservar-se *bem tenso e sempre à distância de $0^m,50$ dos olhos.* Serve:

1.º — Para avaliar a frente do objecto ou da linha de referência, em milésimos, e indicar um determinado objecto pela sua distância angular, em milésimos, a um ponto de referência.

2.º — Medir a distância, em quilómetros, a qualquer ponto.

3.º — Medir as alturas de explosão, isto é, do rebentamento das granadas acima do terreno.

Para avaliar a frente dum objecto ou linha de referência, ou a distância angular entre 2 pontos, o operador, tendo voltado para si, indiferentemente, a face da régua que tem inscrita a palavra «*alvo*» na extremidade esquerda (direita), pega na régua com a mão direita (esquerda) à altura dos olhos (o cordão passado ao pescoço e *bem tenso)* e, em seguida, tendo feito coincidir com a vertical do ponto da esquerda (direita), tomando para a origem do ângulo a divisão 1.000 da régua, inscrita ao lado da palavra *alvo,* desloca o polegar da mão direita (esquerda) de maneira a levar o bordo da unha à vertical do outro ponto considerado; o excesso sôbre 1.000 (ou diferença para 1.000) na divisão da régua correspondente ao bordo da unha, representa, em milésimos, o valor do ângulo medido. Cada divisão mínima da régua vale 5 milésimos.

Para medir a distância a um objecto ou ponto de referência, é necessário conhecer a sua frente em metros.

Com a *régua de milésimos* vê-se o número de milésimos que cobrem essa frente, e dividindo a frente f, pelo número de milésimos n, obteremos a distância em quilómetros, D.

$$D = \frac{f}{n}$$

Se pretendermos medir a frente do objecto, bastar-nos-á conhecer a distância em quilómetros; e a fórmula

$$f = n\,D$$

dá-nos a frente em metros.

Ainda na *régua de milésimos*, há três linhas, ao lado das quais estão inscritos os números 1, 1,5, 2, 2,5, e 3 que representam uma frente de 100 metros, repectivamente, às distâncias de 1, 1,5, 2, 2,5 e 3 quilómetros.

Para medir as alturas de rebentamento, há uma fenda longitudinal. Rasa-se o pé do alvo com o bordo inferior e determina-se, no horizonte, uma linha com o bordo superior; no caso do ponto de rebentamento estar mais alto do que essa linha, há nos extremos da fenda longitudinal aberturas circulares, que permitem avaliar aproximadamente a altura de rebentamento; a fenda da régua tem uma abertura de $1^{mm},5$, isto é, 3 milésimos da distância (altura tipo da explosão).

XXXIX — Telémetros — Sextante — Réguas de cálculo

174 — **Telémetros.** — Os telémetros são instrumentos portáteis que nos dão ràpidamente, sem cálculo e com relativa exactidão, a medida duma distância.

Fundam-se nas relações que existem entre os elementos dos triângulos semelhantes e nas leis da reflexão da luz.

Descreveremos os telémetros: *Carmona*, *Gaumet*, *Gautièr* e o prisma telemetrico *Souchier*.

175 — **Telémetro Carmona** (1) — *(de base variável).*

Descrição. — O instrumento é formado por uma pequena caixa de madeira dividida em dois compartimentos, um dos quais *J (figs. 136* e *137),* contém a disposição óptica, e o outro, *Q,* é destinado a alojar o mecanismo para transmissão do movimento a um espelho, *A* e a uma pequena régua que se vê numa das faces.

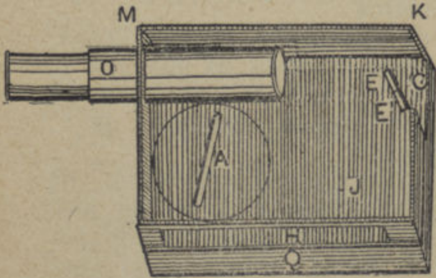


Fig. 136

Abrindo a tampa que fecha o primeiro compartimento, nota-se a disposição conhecida dos espelhos que aproveitam a propriedade da dupla reflexão, e um óculo de Galileu, *O.* A particularidade, porém, daquela disposição consiste na substituïção do chamado pequeno espelho do sextante (2) por dois, *E, E'*, ligados invariàvelmente. Daqui resulta que, em vez duma imagem única, como sucede com o sextante, a observação feita pelo óculo dá duas imagens, uma em cada espelho. Duas ja-

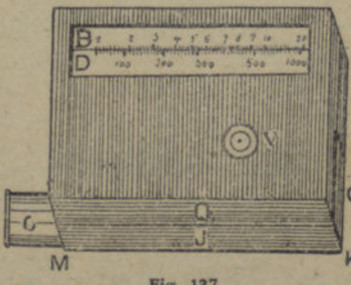


Fig. 137

(1) Inventado pelo distinto general do Exército Português, sr. António Oscar Fragoso Carmona.

(2) Instrumento que adiante descreveremos.

nelas que se abrem nas faces laterais são destinadas: a maior, *H*, a permitir a recepção dos raios luminosos no espelho maior e a menor, *C*, à observação directa dos objectos na parte superior do campo do óculo.

No outro compartimento existe o mecanismo destinado à transmissão do movimento exercido num pequeno botão saliente *V*. Êste mecanismo tem por fim, não só diminuir o movimento dado ao botão, por forma que o espelho maior se desloque quási insensìvelmente para facilitar as coïncidências, mas também produzir a deslocação da escala *D*, destinada à leitura das distâncias.

Emprêgo. — Antes de iniciar a medição de distâncias, tira-se o óculo *O*, para fora, o preciso para que não prejudique a marcha dos raios luminosos, levando a objectiva à altura do espelho móvel.

Segura-se o instrumento com a mão esquerda, o polegar pela parte inferior e os outros por cima, como para premir a tampa; a janela maior *H* voltada para a direita, o instrumento horizontal e a mão direita em posição conveniente para fazer girar o botão *V*.

Querendo medir a distância *E O*, *(fig. 138)*, o operador em *E* e dando a direita a *O* dirige o óculo para um ponto de referência *R*, que verá directamente na parte superior do campo do óculo.

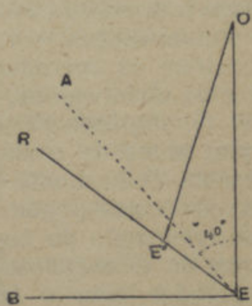


Fig. 138

Êste ponto pode ser escolhido num largo sector, *A E B*, tendo aproximadamente 50°.

Em seguida faz-se girar o botão até que a imagem de *O*, vista por dupla reflexão no pequeno espelho *da direita*, coïncida com a de *R*, como se pratica nas medições dos ângulos com o sextante.

Abandonando o botão, determinou-se a *primeira estação*.

Avançando na direcção *E R*, até que a coïncidência dos mesmos objectos se obtenha no pequeno espelho *da esquerda, sem tocar no botão*, mas simplesmente pelo avanço do operador, obtem-se a *segunda estação E'*.

A distância *E E'* é o valor da base, com que se entra na escala *B*, lendo-se na *D* o valor que lhe corresponde, e que é a distância procurada.

A determinação da distância pode também obter-se recuando o operador. Basta para isso iniciar a operação com a coïncidência dos pontos *O* e *R* no pequeno espelho *da esquerda*, como em cima se fez na 1.ª estação, e depois de recuar na direcção *R E*, fazê-la de novo no pequeno espelho *da direita*, sem tocar no botão, isto é, para recuar, invertem-se as obrigações feitas nos pequenos espelhos, seguindo-se, em tudo o mais, o que se disse para o primeiro caso.

Observações. — 1.ª A maior dificuldade que encontram os operadores pouco práticos nesta espécie de observações, consiste em *achar a imagem de O, duplamente reflectida*. Aconselha-se, pois, que, antes de começar a operação, se coloque a escala *D* no limite esquerdo, por meio do botão, o que corresponde a dispôr os espelhos para a determinação do ângulo recto. Feito isto, a imagem de *O* encontra-se fàcilmente, colocando-se o operador com o lado direito bem voltado para êste objecto e visando em frente. Assim, se se pretendesse, por ex.: determinar a coïncidência dos pontos *O* e *R*, *(fig. 138)*, podia o operador começar por voltar-se bem de frente para *B*, como se disse, e em seguida, sem perder a imagem do ponto *O*, deslocar para a direita o telémetro e mover o botão, até a levar à direcção de *R*.

Também é recomendável começar as operações sem o óculo.

2.ª *A aproximação obtida* depende:

a) do cuidado com que se fizerem as coïncidências;

b) da correcta execução da marcha na direcção do ponto de referência;

c) da aproximação obtida para a base.

As operações *a)* e *b)* conseguem-se com alguma prática; a terceira subordina-se ao fim a que se destina a operação e ao tempo disponível.

a) Para que as coïncidências sejam perfeitas, convém, sendo possível, escolher linhas convenientes dos objectos *O* e *R*, de preferência verticais. O movimento lento do espelho maior e a faculdade de escolher *R* num vasto campo, o que permite aproveitar o ponto de referência que mais convém pela sua forma (aresta de muro, árvore, mastro, etc.), favorece esta condição.

É indispensável que as coïncidências se façam nas duas estações entre os mesmos pontos e por forma idêntica.

b) A marcha exacta na direcção de *R* consegue-se determinando prèviamente dois pontos no mesmo alinhamento, um dos quais será o de referência, e que servem de balizas. É claro que é vantajosa a escolha dêste último, o mais afastado possível.

Durante a marcha o operador consulta o instrumento, de quando em quando, até que a coïncidência entre *O* e *R* se apresente como na 1.ª estação.

c) A medição da base a passo, se o operador o tem convenientemente regulado, serve na maioria dos trabalhos.

Contudo, nos instrumentos que utilizem pequenas bases, ou quando se pretende maior aproximação, o emprêgo da fita métrica é conveniente.

176 — Telémetro Gaumet — Descrição. — O telémetro *Gaumet* compõe-se de dois espelhos dispostos sôbre uma placa de metal; um dos espelhos, *D, (fig. 139* e *140),* é fixo e o outro, *E,* montado sôbre uma alidade móvel, disposição esta que permite fazer variar o ângulo entre 41° e 49°; um parafuso micrométrico, *A,* de $^1/_2$ milímetro de passo, de cabeça circular, dividido em cem partes e colocado num furo roscado, é fixo à caixa metálica e tem movimento solidário com o espelho; uma régua, *B,* cujas divisões são iguais ao passo do parafuso, e que se acha quási em contacto com o bordo dêste, serve de referência; uma mola *F,* actuando sôbre a extremidade da alidade, põe em contacto esta e a ponta do parafuso.

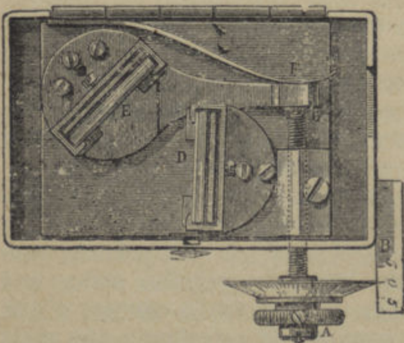


Fig. 139

Fig. 140

Tôdas estas peças estão dentro duma caixa com a forma dum paralelipípedo, tendo na parte posterior uma fenda horizontal servindo de mira, e sôbre a direita uma janela rectangular pela qual entram os raios luminosos emanados do objecto visto por dupla reflexão.

Acompanha o instrumento um cordão de seda de 10 ^{m}, enrolado sôbre uma bobina, que serve para as medições da base.

Emprêgo. — Coloca-se o micrómetro no zero da graduação. Estacionando em *A*, *(fig. 141)*, observa-se o ponto *C*, até ao qual se quere medir a distância; depois roda-se para a esquerda e procura-se a imagem do ponto *C*, tendo bem em atenção os seguintes pontos: Colocar o telémetro horizontal, a janela dirigida ligeiramente para o solo, tendo o cuidado de não tapar com a mão direita a janela rectangular pela qual entram os raios luminosos; volta-se em seguida o instrumento para a esquerda, até que se tenha alcançado o ponto visado; volta-se o corpo para a direita ou para a esquerda para achar o objecto procurado. Depois procura-se qual o objecto próximo ou por cima do ponto visado *C'*, que possa servir de sinal, *M*.

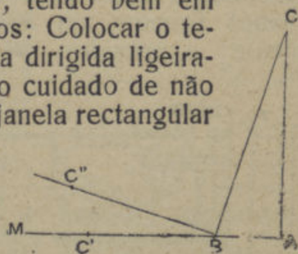


Fig. 141

Encontrado êste, faz-se girar o micrómetro até levar a imagem do ponto visado à coïncidência com o sinal. Feito isto, avança-se sôbre o alinhamento *A M*, medindo uma base, *A B*, de 20 ^{m}. Observando de novo, vê-se que a imagem do ponto visado já não está em coïncidência com o sinal *M*, mas sim na direcção *B C''*.

Movendo então o micrómetro, o que permite variar o ângulo dos espelhos entre 41° e 49°, consegue-se estabelecer a coïncidência.

O número de voltas do parafuso, determinado sôbre a régua junta ao micrómetro, permite conhecer o número total de divisões (100 por cada volta, mais a fracção lida na cabeça do parafuso). Entrando com êste número nas tabelas que acompanham o instrumento, temos a distância procurada.

Podem avaliar-se distâncias entre 200 e 5.000 metros.

177 — **Telémetro Gautier** — **Descrição.** — Compõe-se dum tubo cilíndrico, *(fig. 142)*, com uma abertura, *O*, que se pode abrir ou fechar por meio duma manga, *A*, que envolve uma parte do tubo. No interior dêste há dois espelhos, *m* e *m'*, cujos planos formam um ângulo de 45°, aproximadamente; o primeiro, *m*, é fixo e o segundo, *m'*, móvel por meio dum parafuso *V*. Esta disposição permite variar o ângulo dos dois espelhos dentro de certos limites. Existe também uma pequena escala, ligada à peça que dá apoio ao espelho *m'*, deslisando em face dum índice fixo e onde se vê quanto a inclinação dêste espelho varia de 45°.

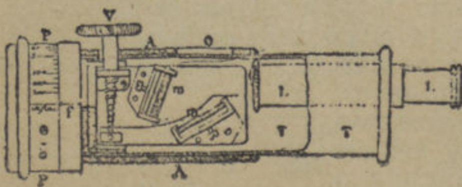


Fig. 142

No anel *P*, que gira em volta do tubo, está fixo o prisma refractor, cujo deslocamento permite modificar a posição da imagem dum objecto visto através dêsse prisma, deslocando-se para a esquerda, aproximadamente 3°.

O observador vê, pelo óculo *LL'*, não só os objectos que se encontram diante de si, como os que lhe ficam à direita; os primeiros vê-os através do prisma e por cima do espelho *m*, os últimos por dupla reflexão sôbre os dois espelhos.

Emprêgo. — Para medir a distância *AC*, *(fig. 143)*, move-se o anel *P*, até não poder girar mais no sentido das divisões crescentes, ficando a palavra *infinito* diante do índice fixo e o prisma na posição indicada por uma referência (posição média). O observador estaciona em A e coloca o instrumento de forma a vêr por dupla reflexão a imagem do ponto C. Escolhe um sinal bem definido S, e faz coïncidir as imagens de S e de C, deslocando esta por meio de parafuso V, que dá movimento ao espelho m'.

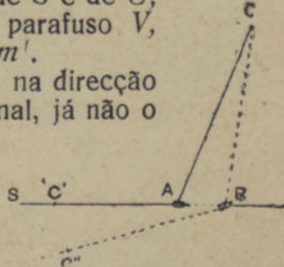


Fig. 143

Vai depois estacionar em B, na direcção $S\,A$, e olha de novo para o sinal, já não o encontrando em coïncidência com a imagem de C, que se desloca para a esquerda para C'. Por meio do anel P, faz de novo a coïncidência; faz-se a leitura do índice que, multiplicada pelo comprimento da base $A\,B$, dá a distância procurada.

Podemos também empregar outro processo:

Estacionando em A, *(fig. 144)*, visamos o ponto C; e movendo o parafuso, fazemos com que se faça a coïncidência da imagem do ponto C com a imagem S' dum sinal natural, S.

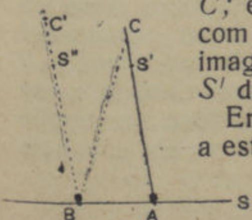


Fig. 144

Em seguida transportamo-nos para a estação B, na direcção $S\,A$, e colocamos o instrumento de forma a descobrir a imagem S'' de S.

Se não tivermos variado o ângulo formado pelos dois espelhos, a direcção $B\,S''$ é paralela a $A\,C$ e o ângulo.

$$S''\,B\,C = B\,C\,A$$

Temos, pois, da mesma forma, de avaliar o desvio que sofreu a imagem de C para o levar a C', factor que, multiplicado pela base, dá a distância pedida.

178 — **Prisma telemétrico Souchier.** — Êste instrumento é formado por um prisma pentagonal, de

vidro, da altura de $0^{m},01$, pouco mais ou menos. Está metido numa armação de celulóide rasgada por duas janelas, *F* e *RA*, *(fig. 145)*. A janela *F*, estando voltada para o lado dum objecto luminoso, *O*, os raios que incidem sôbre a face *a b* tomam, depois de duas reflexões sôbre as faces *a e* e *e d*, a direcção perpendicular à da sua incidência, e saem fazendo entre si o ângulo de 1° 10′, aproximadamente. Em frente da janela de duas facetas *R* e *A* está disposto um cursor móvel, *C*, que o observador pode colocar em frente duma ou doutra faceta, consoante olhar pela meia janela *R* ou pela meia janela *A*. O objecto *O* vê-se numa direcção, fazendo com o raio incidente um ângulo de 90° ou 90° + 1° 10′, conforme se observa pela meia janela *A* ou pela meia janela *R*.

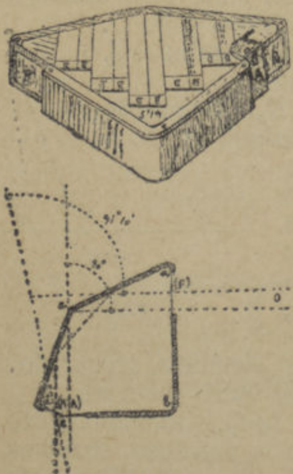


Fig. 145

Emprêgo. — Pode medir-se a distância recuando ou avançando para o sinal.

1.° Medir recuando. — O operador coloca-se em *A*, *(fig. 146)*, de maneira a ter à sua direita o objectivo *C*, até ao qual se quere medir a distância: pega no instrumento com a mão esquerda, entre o dedo polegar, colocado sôbre a base que contém a graduação numérica das diferen-

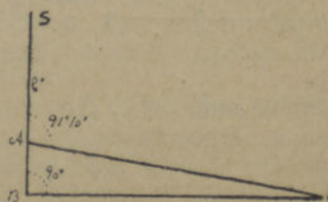


Fig. 146

tes distâncias, e os três primeiros dedos, colocados sôbre a outra base, conforme indica a *fig. 147*. Descobre, fazendo escorregar o cursor, a meia janela que corresponde à letra *R (recuar)*, leva o telémetro à altura dos olhos, com as duas bases mantidas horizontalmente (1), a janela com o cursor voltada para o ôlho, a face que contém outra janela, *F*, dirigida normalmente à direcção do objectivo, e os dedos curvos, por cima do instrumento, de forma a deixar um espaço livre que permita ver, entre êles e o instrumento, os objectos situados para a frente.

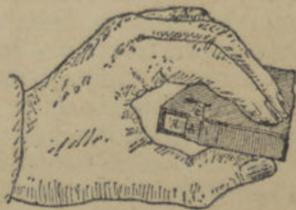


Fig. 147

Procura, olhando pela meia janela *R*, ver, pela reflexão, os objectos situados à sua direita, mantendo o aparelho de tal forma que não veja as imagens com as côres do arco-íris. Se o objectivo, até ao qual se quere medir a distância, não está no campo do instrumento, o operador, sem mudar a posição-relativa do ôlho e do prisma, roda lentamente sôbre si, da direita para a esquerda, ou da esquerda para a direita, de forma a fazer desfilar no instrumento os diferentes pontos do horizonte, situados à sua direita, até que a imagem do objectivo esteja no campo óptico. O operador vê então a imagem do objectivo *C*, *(fig. 146)*, numa direcção $A\,C'$, fazendo com $A\,C$ um ângulo

---

(1) É preciso ter cuidado em segurar o prisma de forma que a face superior esteja no plano que passa pelo ôlho, pelo objectivo e pelo sinal. Esta condição dá-se quando o operador não distingue nem a parte de baixo nem a parte de cima da parede superior do invólucro. Deve procurar-se a sobreposição das imagens, inclinando o prisma da esquerda para a direita e não da frente para a rectaguarda.

de 91° 10′, pouco mais ou menos. Torna a procurar, directamente no campo, olhando por entre a mão e a parte superior do instrumento, um ponto *S* (uma árvore, tôrre, etc.) que lhe possa servir de sinal e situado exactamente na direcção do objectivo, o qual faz coïncidir, por um pequeno movimento da mão, com o bordo superior da janela. Se não houver nenhum objecto na direcção exacta da imagem, o operador desloca-se para a direita ou para a esquerda, para a frente ou para a rectaguarda, de forma a levar a imagem do objectivo à coïncidência com um objecto do terreno que possa constituir um *sinal*. O ponto onde o operador se acha é a primeira estação, *A*, onde coloca uma estaca ou uma pedra. Depois desloca o cursor para a esquerda, de forma a descobrir a meia janela *A*, e caminha para a rectaguarda, *exactamente no alinhamento da primeira estação e do sinal*, até que chegue a um ponto *B*, tal, que a imagem do objectivo lhe apareça em coïncidência exacta com o sinal *S*. O ponto *B* é a segunda estação. Mede-se a passo ou por outra qualquer forma, a distância base *A B*. Entrando com esta medida na coluna *B* das tábuas do instrumento, *(fig. 145)*, achamos, na linha correspondente e na coluna *D*, a distância ao objectivo.

2.° Medir avançando. — Se o operador quiser medir a base, avançando para o sinal, começa por descobrir a meia janela *A (avançar)* e depois opera como no caso precedente para procurar o sinal, isto é, descobre a outra porção de janela *R* e avança *exactamente* na direcção do sinal, tomando vários pontos no terreno até que a imagem do objectivo coïncida com o sinal (marcha, portanto, de *B* para *A, fig. 146)*. Mede a passo, avançando, e determina a distância procurada, como precedentemente.

3.° Operar tendo o instrumento na mão direita. — Se logo que se visa o objectivo, o terreno situado para a direita do operador oferece mais facilidade para procurar o sinal, pega-se no instrumento com a mão direita, com a face que contém a graduação voltada para cima, e a janela F dirigida para a esquerda e para o objectivo. Opera-se em seguida como nos dois casos precedentes.

Observações. — A medida da base, afastando-se o operador do sinal, permite em geral operar com mais precisão, porque facilita consideràvelmente o alinhamento do operador na direcção do sinal e da primeira estação. A medida da base, avançando, é mais rápida; é êste o método que se pode empregar logo que o sinal esteja convenientemente afastado (a mais de 500^m, por exemplo). A precisão é tanto maior, quanto mais afastado estiver o sinal. Estando muito próximo, mais cuidado deve haver na operação para alinhar a base com o sinal. Se o operador dispõe dum ajudante, evitará tôdas as tentativas para a procura dum sinal, enviando o ajudante 150^m a 200^m, para a frente. Dirigi-lo-á, pouco mais ou menos, na direcção da imagem do objectivo visto pela reflexão, e fá-lo-á parar quando chegar à distância conveniente. O operador estabelecerá, em seguida, a coïncidência da imagem do objectivo e duma parte distinta do vulto do ajudante, deslocando-se ligeiramente êle próprio. Este processo, que permite operar depressa e com segurança, deve ser empregado sempre que se disponha dum ajudante.

Quando a base tiver um comprimento que não esteja compreendido nos limites inscritos nas colunas B do instrumento, *(fig. 145)*, a graduação pode ainda ser utilizada para o cálculo da distância. Assim, numa operação cuja base medida fôr de 8 metros, procura-se numa das colunas B o número 16 (dôbro de 8) e lê-se na coluna correspondente D um número, do qual a metade será a distância pedida. Da mesma forma, se a base fôr de

70^m, a distância é igual ao dôbro da que se achar para a base 35^m. Finalmente se a base fôr de $19^m,50$, calcula-se a distância pela média das distâncias correspondentes às bases de 19^m e 20^m. Este instrumento permite medir as distâncias com um êrro médio de 25^m por quilómetro.

179 — **Sextante** — O sextante *(fig. 148)* é um instrumento destinado a medir distâncias angulares, principalmente de pontos situados no mesmo plano vertical. Funda-se no *princípio da reflexão dupla*, princípio êste que podemos enunciar da forma seguinte:

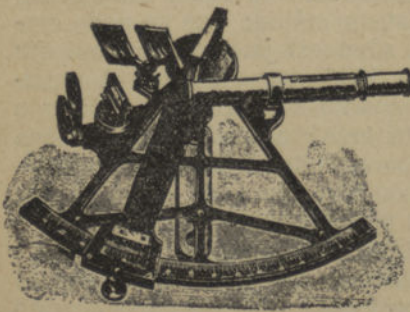


Fig. 148

Se um raio de luz se reflecte sucessivamente em dois espelhos, o ângulo formado pelo raio incidente com o raio duplamente reflectido é igual ao dôbro do ângulo formado pelos dois espêlhos.

O sextante é constituido por um quadrante triangular, *E B A*, *(fig. 149)* contendo um limbo circular graduado que abrange cêrca de 1/6 da circunferência, o que lhe deu o nome de sextante. Sôbre êste quadrante estão montados: um pequeno espêlho, *G*, que está estanhado só em metade da sua superfície, sendo a outra transparente, outro espelho maior, *E*, e um óculo *L*.

O espêlho maior está fixo a uma alidade, *E D*, com nónio, que se move em tôrno do centro do limbo.

O observador, olhando pelo óculo, pode ver directamente pela parte transparente do espêlho pequeno a imagem do objecto situado na direcção do eixo do óculo *O M (fig. 149)* e refletida nos dois espelhos a imagem do objecto situado na direcção *O N*.

Quando se der a coincidência das duas imagens o ângulo *MON* é o dôbro do ângulo dos dois espelhos, conforme o princípio já expôsto.

Êste ângulo é medido pelo deslocamento da alidade sôbre o limbo; e como os números inscritos

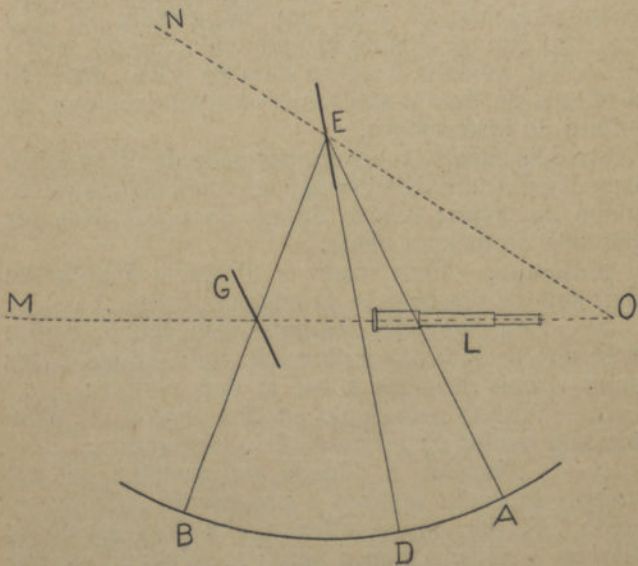


Fig. 149

na graduação correspondem ao dôbro do seu valor real, a leitura do limbo dá-nos logo o valor de *MON*.

Além disto o sextante contém os parafusos de fixação e de pequenos deslocamentos da alidade, uma lupa para facilidade de leitura da graduação do nónio e do limbo, uma adaptação de vidros còrados, à frente do espelho maior e atrás do espelho pequeno, para igualar o brilho das imagens dos objectos que forem observados.

Condições a que deve satisfazer — O eixo de rotação do aparelho deve coincidir, por construção, com o centro de graduação do limbo; os espelhos e os vidros còrados devem ter as faces planas para evitar êrros nas medições.

Quando o zero da graduação do limbo coincidir com a linha de fé do nónio, os dois espelhos devem estar paralelos. Se assim não fôr, existirá um *êrro do zero* que se elimina fazendo coincidir no campo da ocular as duas imagens dum só ponto, fazendo a leitura do êrro e subtraíndo-a algébricamente da leitura do instrumento.

Os dois espelhos devem, por meio de disposições especiais, poder colocar-se perpendicularmente ao plano do limbo; o eixo óptico do óculo deve ser paralelo ao mesmo plano.

Emprêgo. — Para medir a distância angular de dois pontos procede-se da seguinte forma:

a) — Segura-se no sextante pelo punho, com a mão direita, levando o plano do limbo ao plano dos raios visuais dirigidos sôbre os dois pontos;

b) — Visa-se pelo óculo um dos pontos, *M*, ajustando a ocular de forma a vê-lo bem nítido;

c) — Coloca-se a alidade de maneira que no campo do óculo vejamos a imagem do outro ponto dado, *N*, por dupla reflexão nos dois espelhos; fixa-se a alidade com o parafuso. Quando as imagens não tiverem a mesma iluminação dispõem-se os vidros còrados de forma a obtê-la;

d) — Leva-se à coïncidência a imagem do segundo ponto, *N* com a do primeiro ponto, por meio do parafuso de pequenos deslocamentos, e, a seguir, faz-se a leitura.

Êste aparelho emprega-se muito na navegação para medir a altura dos astros acima do horizonte, e pode com êle, também, fazer-se a medição de angulos horizontais.

180 — **Réguas de cálculo** — **Régua de Kern.** — Diversas réguas de cálculo se empregam nas operações topográficas.

Estas réguas comportam duas escalas, *B* e *D*, *(fig. 150)*.

As escalas são logarítmicas, isto é, os segmentos que separam os traços correspondentes aos números neles marcados, são proporcionais aos logarítmos dos mesmos números, e estão cal-

Fig. 150

culados para resolver uma regra de três simples, conquanto apenas sejam aparentes dois valores; eventualmente permitem efectuar multiplicações e quando, por exemplo, se pretende a distância expressa em metros, tendo-se medido a base a passo.

Como os números inscritos na régua são abstractos, qualquer valor se lhes pode atribuir, por exemplo, dezenas de metros, e portanto o maior número da escala *D*, não exprime o limite máximo das distâncias que o instrumento aprecia.

Para ler convenientemente as escalas, deve primeiro notar-se o número de traços intermédios entre valores numerados; assim, entre 1 — 2, 10 — 20, 100 — 200 há 9 traços, que, é claro, corresponderão, respectivamente, a décimas, unidades e dezenas.

Mas entre 5 — 6, 50 — 60 e 500 — 600 há apenas 4 que, portanto, valerão 2 décimos, 2 unidades e 2 dezenas.

Fazendo deslocar a escala *D* de maneira que a divisão 1 de *B* corresponda a 60 daquela, ver-se-á: que a 4 de *B*, correspondem 240 da *D*; a 6 — 360; a 8 — 480, etc. Portanto, sendo esta a posição das escalas resultante da primeira observação, conforme a grandeza da base fôsse de 4^m, 6^m ou 8^m, assim a distância será de 240, 360 ou 480 metros. Ainda se àqueles valores da escala *B* atribuíssemos os valores 40, 60 ou 80 metros, as distâncias seriam respectivamente 2.400, 3.600 e 4.800 metros.

Suponhamos que, para a mesma posição das escalas, a base medida era de 35 metros; a distância seria de 2.100 metros. Se a base fôsse de 21 metros, a distância correspondente avaliar-se-ia por interpolações, à vista, em 1.260 metros, etc.

Como se vê, as escalas não limitam a avaliação de distâncias ao maior valor nelas marcado. Êsse limite subordina-se apenas ao terreno de que se dispõe para medir a base.

Régua de cálculo Kern *(fig. 151)*. — É construída de metal e compõe-se de uma régua, *A*, um cursor, *B*, e uma corrediça, *C*.

a) — A *régua A*, tem a parte superior graduada em distâncias, com duas divisões idênticas, uma do lado esquerdo e outra do lado direito, no mesmo seguimento uma da outra.

É conveniente atribuir-se os valores de 10 a 100 à divisão da esquerda e de 100 a 1.000 à da direita.

No bôrdo inferior da régua encontra-se uma divisão que nos dá a correcção para compensar o êrro resultante da influência da esfericidade terrestre e da refracção.

b) — O *cursor B*, corre ao longo da régua e da corrediça, tem o primeiro traço da direita correspondente à divisão 0° e nêle está indicada na mesma unidade logaritmica a função: $\cos^2 \alpha$ de 0 g. a 50 g. ou de 0° a 45°, crescendo para a esquerda.

c) — A *corrediça C,* corre entre duas ranhuras da régua, e contém no bôrdo superior os valores logaritmicos de 1: cos α sen α. Sôbre o bôrdo inferior está gravada a divisão

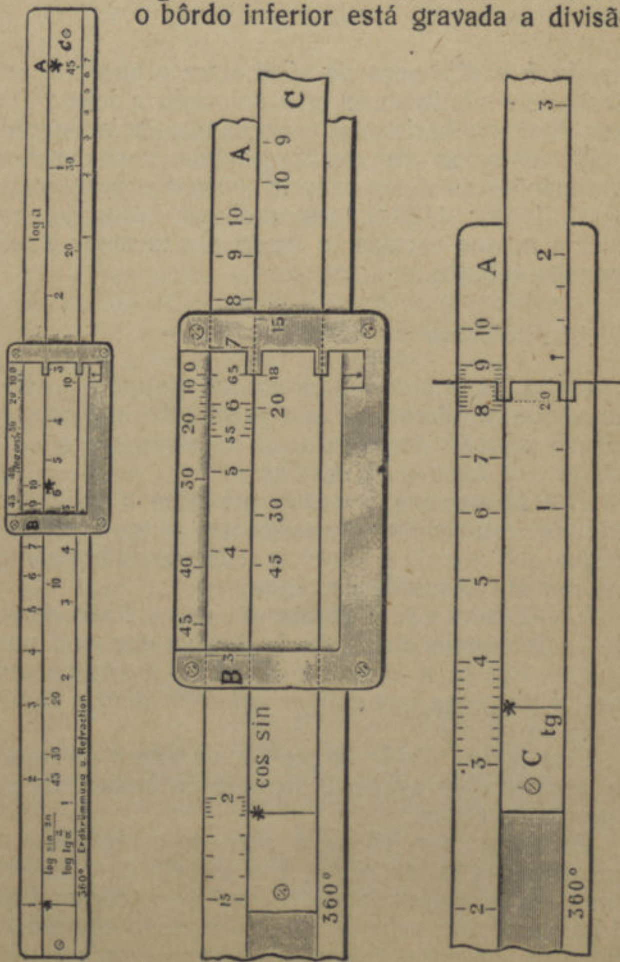


Fig. 151

logaritmica para tg α que nos serve em topografia para utilisar a fórmula:

$$h = D. tg\ \alpha$$

sendo h a diferença de nível entre o ponto de estação e o ponto onde está colocada a mira; D a sua distância horizontal e α o ângulo de inclinação.

No emprêgo da régua devemos considerar as graduações da régua própriamente dita nas escalas 1/10, 1/100; 1/1000, aplicando os dados do problema nessas escalas, e lendo nas mesmas a respectiva solução.

1.º Problema

Calcular a cota do ponto de estação, conhecendo-se a distância do ponto de estação ao ponto visado (reduzida ao horizonte), a cota dêste e o ângulo de declive.

a) — Move-se a corrediça até fazer a coincidência da estrêla da esquerda com a graduação da régua que nos dá a distância reduzida ao horizonte, na metade esquerda da régua.

b) — Desloca se o cursor até que o traço de referência marque o ângulo de declive que medimos.

c) — Faz-se a seguir a leitura na graduação superior da régua que estiver em coincidência com o zero do cursor.

Esta leitura divide-se por 100 se o zero do cursor e a estrêla da esquerda ficarem na metade da esquerda da régua.

Divide-se por 10 se o zero do cursor ficar na metade direita da régua e a estrêla da esquerda na metade esquerda da régua. Se o cursor ficar fóra da régua, acha-se directamente o número indicativo da cota, fazendo a leitura com a estrêla do meio.

2.º Problema

Calcular a distância reduzida ao horizonte e a cota do ponto visado, conhecendo-se o ângulo de declive, a distância lida na mira e a cota do ponto de estação.

a) — Para achar a distância reduzida ao horizonte, move-se o cursor, até fazer coincidir o traço de referência superior, com a respectiva divisão na metade direita da régua; depois vê-se na parte superior da régua qual o traço correspondente à graduação do ângulo de declive. Este traço indica-nos a distância pedida.

b) — Para achar a cota do ponto visado, move-se a corrediça até ajustar o traço correspondente ao ângulo de declive, na parte superior da mesma corrediça, com o bôrdo do cursor.

Seguidamente faz-se com as estrêlas da corrediça, a leitura. Esta leitura faz-se com a estrêla do centro e divide-se o resultado por 100 se a estrêla da esquerda sai fóra da régua.

Faz-se a leitura com a estrêla da esquerda se esta fica na metade esquerda da régua e divide-se o resultado por 10.

No caso da estrêla da esquerda ficar na metade direita da régua o resultado é-nos dado pela simples leitura feita com a estrêla da esquerda.

3.º Problema

Achar a correcção para compensar os êrros devidos à esfericidade da terra e à refracção.

Faz-se a coincidência do traço de referência superior do cursor com a graduação correspondente à distância reduzida ao horizonte, considerando na escala 1/1.000 a metade da direita da régua, e depois vê-se qual a graduação do bordo inferior da régua que fica em coincidência com o cursor. É essa a correcção desejada.

Pode-se desprezar a correcção até 3.000.

XL — Problemas sôbre a avaliação de distâncias e alturas de pontos inacessíveis

181 — **Duma das margens dum rio medir a sua largura:**

1.° — **Com o auxílio de duas estacas.** — Crava-se a estaca menor AB, *(fig. 152)*, bem verticalmente, na margem acessível A, e a maior CD, por forma que o raio visual DB vá incidir na margem inacessível E. Se a estaca CD tivesse o dôbro de AB, bastaria medir AC para acharmos AE, por isso que:

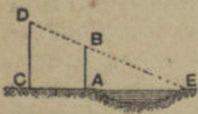


Fig. 152

$$\frac{CD}{AB}=\frac{CE}{AE}=\frac{2}{1} \qquad CE=2\,A.E$$

$$CA+AE=2\,AE \text{ e } CA=AE$$

Se a estaca CD fôsse igual a $\frac{3}{2}$ de AB, então a proporção dava $2\,CA=AE$, o que indica que era preciso tomar o dôbro da distância medida CA, para obter a largura AE do curso de água.

Em geral, trabalhando com estacas desiguais, depois de ter cravado CD por forma que o raio DB vá incidir no ponto E, coloca-se a estaca AB numa direcção sensivelmente horizontal CE, *(fig. 153)*, e à distância $CA'=CA$; então o raio visual DB' marcaria no terreno o ponto E'; bastaria, portanto, medir $A'E'=AE$ para obter a largura do curso de água.

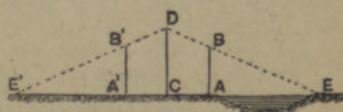


Fig. 153

2.º — **Com o auxilio da pala dum barrête.** — O observador em pé, colocando-se num ponto da margem acessível, em que se encontre uma extenção horizontal, pròximamente igual à largura do curso de àgua, *(fig. 154)*, e apoiando a barba sôbre o punho direito, tendo o braço bem chegado ao peito, a-fim-de fixar quanto possível a posição da cabeça, olha, movendo convenientemente com a mão esquerda a pala do barrête, até visar por ela a margem oposta E; então, sem mover a cabeça, roda sôbre os calcanhares o suficiente para ficar na direcção horizontal escolhida e fixa o ponto E', em que termina o raio visual que passa pela aresta da pala; medindo $A E' = A E$ terá determinado apròximadamente a largura, $A E$, do curso de água.

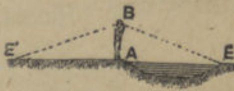


Fig. 154

182 — **Determinar a distância a um ponto inacessível.** — 1.º Seja X o ponto inacessível, *(fig. 155)*.

Coloca-se uma bandeirola em A, outra em M e uma terceira em N no alinhamento $M X$; medem-se as rectas $M A$ e $N A$ e prolongam-se para alem de A, tomando comprimentos respectivamente iguais e colocando bandeirolas nos extremos M' e N'; em seguida, por algumas tentativas, coloca-se uma outra bandeirola em X', de forma que êste ponto seja comum aos dois alinhamentos $X A$ e $M' N'$.

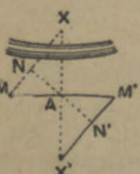


Fig. 155

O comprimento $A X'$ será igual ao comprimento $A X$ procurado, visto que os triângnlos $A M N$ e $A M' N'$ são iguais, bem como os triângulos $A M X$ e $A M' X'$.

2.º — *Empregando o esquadro do agrimensor:* Seja B o ponto inacessível, *(fig. 156)*. Em A

levanta-se AD perpendicular a AB; nesta perpendicular tomam-se dois comprimentos iguais AC e CD. Levanta-se em D a perpendicular DE a DA, e determina-se nesta linha um ponto E donde se enfie B e C no mesmo alinhamento.

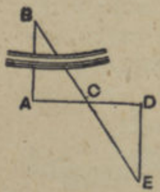


Fig. 156

Os triângulos ABC e CDE são iguais, e será $DE = AB$. Bastará pois, medir DE para ter a distância AB.

3.° — Seja P, (*fig. 157*), o ponto inacessível.

Suponhamos que queremos conhecer a distância AP. No prolongamento do alinhamento AP mandaremos colocar uma bandeirola, ou estaca, em B. Neste ponto levantaremos uma perpendicular BC, por meio do esquadro, se o houver.

Em A levantamos outra perpendicular AD, de modo que o ponto D fique no alinhamento CP e teremos:

$$\frac{BC - AD}{AD} = \frac{AB}{x}$$

Fig. 157

O valor de x dá-nos a distância AP.

4.° — Seja P, (*fig. 158*), o ponto inacessível. Pretendemos determinar a distância BP. Sôbre o alinhamento AC, passando por B, construímos o triângulo rectângulo DBE, servindo-nos da cadeia ou da fita métrica, de modo que o ponto P fique no alinhamento dum dos catetos, o de 4^m, por exemplo.

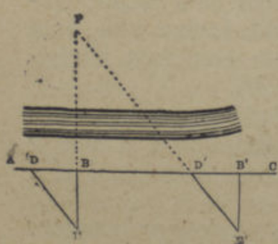


Fig. 158

Em seguida deslocamos, por assim dizer, o triângulo DBE ao longo do alinhamento AC até que ocupe a posição $D'B'E'$, em que a hipotenusa $D'E'$ fique enfiando o ponto P; teremos: $\frac{BD}{BE} = \frac{3}{4} = \frac{BD'}{x}$

O valor de x dá-nos a distância BP.

183 — **Determinar a distância entre dois pontos inacessíveis, mas visíveis.**

1.° pretendemos determinar a distância entre A e B pontos inacessíveis. Colocamos em C *(fig. 159)* uma bandeirola, e marcamos para um e outro lado dêsse ponto dois comprimentos iguais CD e CE; em seguida, determinaremos o ponto A' sôbre o prolongamente de CA, de forma que CA' seja igual a CA; depois, servindo-nos da mesma base DE, determinaremos um ponto B', no prolongamente de CB, de forma que CB' seja igual a CB.

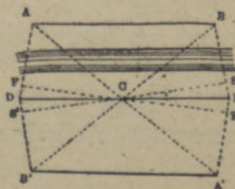


Fig. 159

A distância $B'A'$ será igual à distância procurada AB, visto serem iguais os triângulos CAB e $CB'A'$.

2.° — *Empregando o esquadro do agrimensôr.* Seja AB a distância que pretendemos determinar, *(fig. 160)*.

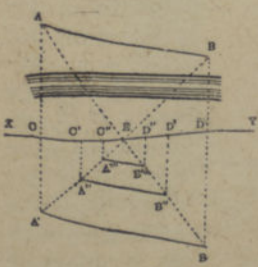


Fig. 160

Toma-se um alinhamento arbitrário, XY, sôbre o qual se determinam os pés das perpendiculares baixadas de A e B. Crava-se uma bandeirola em E, ao meio de CD e prolongam-se as linhas AE e BE até encontrarem em B' e A', o prolongamento das perpendiculares BB' e AA'.

Será $A' B'$ igual e paralela a $A B$. Efectivamente, a igualdade dos triângulos $A C E$ e $D E B'$ dá $E B' = E A$; do mesmo modo a igualdade de $B E D$ e $C E A'$ dá $E A' = E B$. Sendo iguais os triângulos $A E B$ e $A' E B'$, teremos $A' B' = A B$.

Se $A B$ fôsse muito grande, fariamos $E C' = \frac{E C}{2}$ e $E D' = \frac{E D}{2}$ ou ainda $E C'' = \frac{E C}{4}$ e $E D'' = \frac{E D}{4}$.

No primeiro caso levantam-se perpendicularres a $X Y$ em $C' D'$ e determinam-se, como precentemente, os pontos A'' e B''.

A distância $A'' B''$, medida, seria metade de $A B$.

No segundo caso, procedendo semelhantemente obteremos a distância $A''' B'''$ igual a $\frac{1}{4}$ de $A B$.

184 — **Medir a altura dum objecto por meio da sua sombra.** — Coloca-se bem verticalmente, *(fig. 161)*, uma estaca no ponto F.

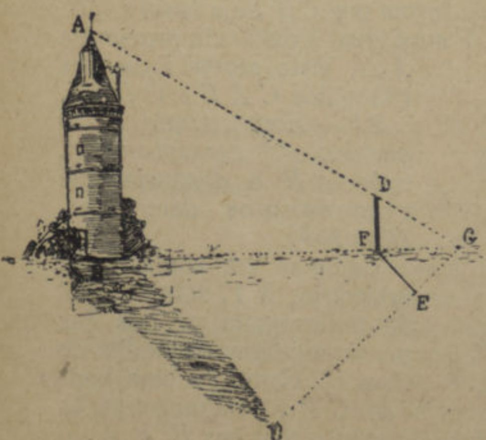


Fig. 161

A sombra do objecto é representada por $B C$ e a sombra da estaca por FE. É evidente que se se medirem as duas sombras ao mesmo tempo, o objecto e a sua sombra serão proporcionais à estaca e à sombra da mesma.

Teremos pois,

$$\frac{AB}{BC} = \frac{DF}{FE},$$

o que dará

$$AB = \frac{BC \times DF}{FE}.$$

Para determinarmos a altura do objecto não teremos mais que medir as rectas BC, DF e FE.

Sendo $BC = 15^m,30$; $DF = 2^m,30$; e $FE = 2^m,10$, teremos:

$$AB = \frac{15^m,30 \times 2^m,30}{2,10} = 16^m,75.$$

185 — **Medir a altura dum objecto com o auxílio de duas estacas desiguais.** — Cravando a estaca maior em *B, (fig. 162)*, e voltando a vista para o

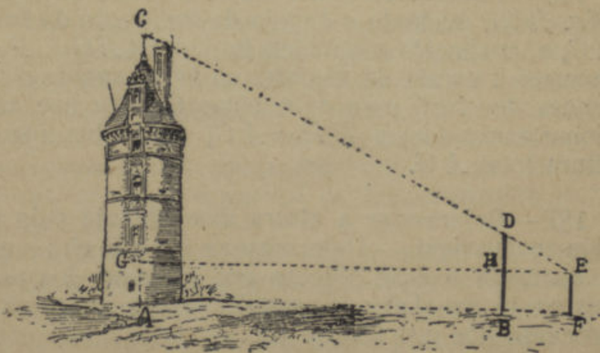


Fig. 162

objecto cuja altura se quere medir, colocamo-nos de modo que, pelo extremo superior E da estaca menor, se vejam no mesmo enfiamento as extremidades superiores do objecto e das duas estacas.

Medindo $AF = GE$, $BF = HE$ e tomando a diferença HD da altura das estacas BD e EF, teremos $\frac{CG}{DH} = \frac{GE}{HE}$, donde: $CG = \frac{GE \times DH}{HE}$; juntando a CG a altura $AG = EF$, teremos a altura de AC.

Se, por exemplo, as estacas têm: uma 1^m e a outra 2^m; e se as distâncias medidas são $AF = 60^m$ e $BF = 2^m,5$, será:

$$CG = \frac{GE \times DH}{HE} = \frac{AF \times (BD - EF)}{BF} =$$

$$= \frac{60^m \times 1}{2{,}5} = \frac{600^m}{25^m} = 24^m$$

$$CA = CG + GA = 24^m + 1^m = 25^m.$$

186 — Poderemos ainda medir a altura da tôrre, *(fig. 162)*, medindo o ângulo de inclinação da linha EC, e, conhecida a distância horizontal $EG = FA$, recorrer à escala de declives ou às tábuas de diferenças de nível, para determinar CG, a que adicionariamos depois $EF = AG$, para obtermos a altura total AG.

187 — **Determinar a altura dum objecto cujo pé seja inacessível.** — Determina-se em primeiro lugar a distância a êsse objecto por qualquer dos processos já estudados e, seguidamente, aplica-se o processo dos n.^{os} 185 ou 186.

Levantamentos topográficos

XLI — Bases para a sua execução

188 — **Preliminares.** — Levantamento topográfico é o conjunto de operações por meio das quais obtemos a carta duma porção de terreno.

Os processos empregados para a execução prática dos levantamentos variam com o fim que se tem em vista e com as circunstâncias em que se opera.

Para executar o levantamento duma porção extensa da superfície do solo, cujas formas e detalhes devam ser descritos com grande rigor, é necessário seguir métodos exactos e empregar instrumentos de precisão para a medida dos ângulos e dos comprimentos. Estas operações exigem muito tempo e o seu conjunto constitui os levantamentos *regulares*.

Muitas vezes, porém, não se exige tanto rigor, tendo-se em vista apenas uma representação aproximada do terreno, representação que é necessário obter principalmente em muito pouco tempo; é o que acontece, por exemplo, nos reconhecimentos de que são encarregados os oficiais de infantaria e cavalaria. Empregam-se, então, meios rápidos, derivados sempre de métodos gerais que vamos expôr, mas empregando instrumentos simples e menos precisos que os usados nos levantamentos egulares. Estas operações constituem o levantamento *irregular*, também denominado levantamento *expedito*.

A execução dum levantamento regular compreende como sabemos, duas partes bem distintas: a *planimetria* e o *nivelamento*. A *planimetria* compreende as operações por meio das quais se figuram no papel, em escala determinada, as diferentes linhas do terreno, bem como os objectos principais que se encontram na sua superfície. Estas linhas e êstes objectos consideram-se projectados sôbre um plano horizontal.

Já vimos que, para a extensão dos levantamentos topográficos, não havia necessidade de atender à esfericidade da terra, e que podiamos considerar o terreno a descrever como que confundindo-se com o plano tangente à superfície da terra, tirado pelo seu ponto médio, ou, por outras palavras, com o plano horizontal do lugar.

O conjunto das projecções dos pontos do terreno sôbre o plano horizontal a que acima nos referimos, tomado como plano de comparação, formaria uma figura plana de dimensões sensivelmente iguais às do terreno a representar. Desenhar sôbre o papel uma figura semelhante a esta projecção, é fazer a *planimetria do levantamento*, ou melhor, fazer a *planta do terreno*.

O *nivelamento* é o conjunto de operações que têm por fim determinar as alturas dos pontos principais do terreno acima do plano horizontal de referência.

A noção destas alturas é um elemento indispensável para a representação das formas do terreno (figurado do terreno).

Mas os objectos que cobrem a superfície do solo são muitos e muito variados; os pontos que lhe fixam as formas e os limites são excessivamente numerosos, de maneira que a determinação sucessiva de todos êsses pontos, seria uma operação muito demorada e na qual os êrros se iriam acumulando continuadamente. É por isso que, entre êsses pontos, se escolhe um certo número dêles, sòmente os mais notáveis, que imaginamos unidos uns aos outros por meio de linhas rectas; supondo depois estas linhas projectadas no plano de comparação, e determinando, como adiante estudaremos, os comprimentos dessas projecções, poderemos reproduzir no papel uma figura semelhante. A superfície, da qual se pretende fazer o levantamento, ficará, por esta forma, decomposta num grande número de figuras geométricas simples, no interior das quais ficarão encerrados os outros pontos do terreno, cujas projecções devem figurar na planta. A determinação dêsses pontos torna-se então fácil, visto que os podemos referir a um sistema de linhas e de pontos já rigorosamente conhecidos, sendo os êrros, que dêste modo se podem cometer, tanto menores e mais fáceis de reconhecer, quanto mais restritos forem os limites das figuras dentro das quais êles se acharem situados.

189 — **Planimetria.** — A execução da planimetria requere:

1.° — **A formação do esqueleto topográfico,** isto é, as projecções sôbre o papel dos pontos principais do terreno.

2.° — **O levantamento do detalhe,** que completa aquele trabalho pela determinação dos pontos necessários para o traçado das linhas que existem sôbre a superfície do solo.

O sistema de linhas a que acima nos referimos, que unem os pontos do terreno, e cujas projecções devem ser transferidas para o levantamento, com todo o rigor possível, constitui o *esqueleto do levantamento*; é fácil ver que, com uma única medida de comprimento e medidas de ângulos, se pode traçar o esqueleto.

Sejam *A, B, C, ..., (fig. 163)*, as projecções dum certo número de pontos do terreno, que imaginamos unidos pelas rectas *A B, A C, A D, B C, ...*; o conjunto destas rectas forma um esqueleto ou uma rede, na qual suporemos que se conhece o lado *A B* e os três ângulos de cada triângulo. Construindo o triângulo *A B C*, obtem-se o lado *B C*, que entrará como novo elemento conhecido na construção do triângulo *B C D*, e permitirá determinar o lado *C D*; por meio de *C D* e dos ângulos do triângulo *C D E*, determinaremos do mesmo modo, os outros lados, e conseguiremos assim obter os comprimentos de todos os lados do esqueleto.

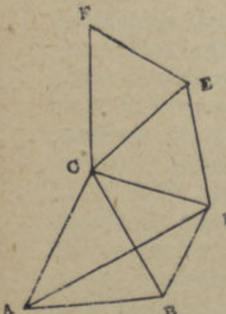


Fig. 163

Vê-se, pois, que o estabelecimento dum esqueleto se reduz a um problema de geometria, consistindo na construção de triângulos de que conhecemos um lado e os ângulos. O comprimento do primeiro lado *A B* deve medir-se directamente sôbre o terreno; o lado medido recebe o nome de *base*. Se os dois pontos *A* e *B* são escolhidos num terreno horizontal, a sua distância, medida directamente sôbre o solo, dá o comprimento da *base*. É isto o que, na prática, se deve sempre procurar fazer.

Procedendo dêste modo, conseguimos restringir os êrros, e tanto mais, quanto mais apertadas forem as malhas da rêde ou esqueleto, e quanto maior fôr rigor com que se tenham determinado êsses pontos. Supondo que se cometeram êrros na execução do levantamento do detalhe dum triângulo: êsses êrros nunca se propagarão, visto que os vértices dos triângulos do esqueleto podem servir, a todo o momento, de verificação.

Para a determinação dos vértices dos triângulos que formam o *esqueleto gráfico* ou *topográfico*, será conveniente servirmo-nos de dois ou mais pontos do *esqueleto trigonométrico* (serviços geodésicos) de que conheçamos as coordenadas geográficas, ou cujas projecções estejam determinadas nas cartas corográficas ou topográficas da região.

A *fig. 166* representa parte da rêde de triângulos que constitui o *esqueleto trigonométrico* do nosso país.

190 — **Esqueleto topográfico.** — **Rêde auxiliar.** — Como os triângulos do esqueleto geodésico são demasiadamente grandes para que possamos referir aos seus lados os detalhes planimétricos do terreno, é necessário intercalar nas malhas da primeira rêde, que se obteve por operações trigonométricas, uma segunda rêde de malhas mais apertadas. Esta segunda rêde, obtem-se pela determinação de *pontos secundários* por meio de operações gráficas ou topográficas; daqui a razão dêste esqueleto se denominar *topográfico*.

É por esta fórma que obtemos um grande número de pequenas *bases*, ligando pontos muito próximos, o que facilita a representação de todos os detalhes da planimetria.

Nêste levantamento empregam-se diferentes métodos, de que trataremos noutro ponto.

Comprimento dos lados. — Para diminuir as probabilidades de êrro, está calculado que os lados dos triângulos que fórmam o esqueleto topográfico, deverão ter, em média, 2.500^{m}, não devendo exceder, em muito, 5.000 metros na execução dum levantamento na escala $\frac{1}{10.000}$.

Fórma dos triângulos. — Para evitar os êrros gráficos, na determinação dos vértices, quando os ângulos são muito agudos ou muito obtusos, visto que as duas linhas que os formam se confundem na proximidade da sua intersecção, a fórma dos triângulos deve aproximar-se, tanto quanto possível, do triângulo equilátero, convindo não exceder os limites, mínimo e máximo, de 60 e 120 gráus, e nunca o mínimo de 30 e o máximo de 150.

191 — Nos levantamentos de pequena extensão e em grande escala, $\left(\frac{1}{1.000} \text{ a } \frac{1}{5.000}\right)$, escolheremos uma base (dentro do limite de emprego do instrumento topográfico de que nos servirmos), de modo que de cada um dos seus extremos se aviste o outro e grande número de pontos em volta, essenciais para a execução da planimetria, tais como: moinhos, pontes, viadutos, cruzamentos de caminhos, ângulos de prédios ou culturas, inflexões de caminhos ou muros, etc.

É conveniente que a base seja escolhida sôbre um terreno plano e firme, sendo preferível uma porção de estrada em linha recta, por ser mais fácil a medição.

Tendo-se em vista a ligação do trabalho a executar, com outros anteriormente feitos, ou que tenham de se fazer, é conveniente que essa base seja um dos lados dos triângulos do esqueleto auxiliar previamente construido.

Oportunamente explicaremos o modo de estacionarmos nos pontos do terreno correspondentes aos do esqueleto ou da planta anteriormente feita e que desejarmos continuar.

192 — **Orientação do esqueleto topográfico — Gnómon.** — Se tivermos de operar em região de que desconheçamos a triangulação geodésica ou não possamos obter as coordenadas geográficas dos vértices do esqueleto topográfico que quizermos

organizar, poderemos fazer uso de um antigo instrumento, de fácil construção, que nos dará fàcilmente a orientação geográfica.

Denomina-se *Gnómon* êsse instrumento e funda-se no *método das alturas correspondentes.*

O *Gnómon, (fig. 164),* compõe-se duma haste, *C,* munida na sua extremidade duma pequena placa com um orifício, *O.*

Esta haste é fixa a uma base, *N,* bem pesada, para dar estabilidade ao instrumento. Por meio dum fio de prumo obtem-se a projecção *P,* do orifício, sôbre a prancheta.

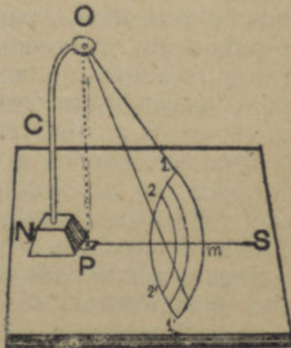


Fig. 164

Emprêgo.—Descrevendo aparentemente o Sol, em cada dia, um círculo cujo plano é perpendicular ao eixo da terra, podêmos determinar a meridiana, marcando sôbre a prancheta a sombra da haste *C,* a horas igualmente afastadas do meio dia verdadeiro.

Assim, observando a marcha do Sol, às 9 horas vê-se que o orifício da placa se projecta na prancheta no ponto 1; fazendo nova observação ás 11 horas, verifica-se que a sua projecção será no ponto 2.

Fazendo centro em *P* e com um raio 1 *P* e 2 *P* descrevem-se arcos de círculo. A igual número de horas depois do meio dia vê-se o ponto em que o ponto *O* da placa se vai projectar nos arcos de círculo já traçados, isto é, nos pontos 1′ e 2′. Unindo os pontos 1 e 1′, por meio duma recta, e levantando-lhe uma perpendicular ao meio, esta perpendicular dá-nos a direcção da merídiana. Os pontos 2 e 2′ servem para verificação.

Êste processo só é exacto nos meses de Junho e Dezembro. Contudo o êrro pode desprezar-se quando se trate apenas da orientação de levantamentos cuja extensão não vá além de 5 a 6 quilómetros.

193 — **Trabalho de gabinete.** — Depois de dispormos na prancheta o papel destinado ao desenho do levantamento, procedemos, com o possivel rigor, à sua *esquadria* e ao traçado das *quadrículas*, cujos lados devem corresponder a um quilómetro na escala da planta (1).

Para verificarmos a exactidão do quadriculado, devemos ver as diagonais dos maiores quadrados confundidas com as diagonais sucessivas das quadrículas intermédias.

Seguidamente indicamos, à margem, as distâncias quilométricas, dos meridianos e das perpendiculares, à origem das coordenadas.

Recorrendo, depois, a uma lista das coordenadas dos vértices da rêde geodésica ou da rêde secundária da região, e tendo determinado qual o quadrado em que deve ficar cada vértice que interessar ao desenho, marcaremos, com um làpis bem aguçado e com o auxílio duma régua milimétrica e duma lupa, sôbre os lados de cada quadrado, respectivamente, os pontos que dão as distâncias à Meridiana e à Perpendicular. O ponto de cruza-

---

(1)

20^{cm} na escala $\frac{1}{5.000}$

10^{cm} » » $\frac{1}{10.000}$

5^{cm} » » $\frac{1}{20.000}$

4^{cm} » » $\frac{1}{25.000}$

mento das linhas auxiliares que unam aqueles pontos dos lados paralelos dá-nos a posição gráfica de cada vértice considerado. De igual forma procederemos com outros pontos pertencentes à zona a levantar e de que haja as coordenadas.

Se êsses pontos pertencerem à rêde geodésica, assinalam-se na planta envolvendo-os num pequeno triângulo, ou num pequeno quadrado se pertencerem à rêde secundária.

Sendo o vértice, por exemplo, um moínho ou uma igreja, etc., o respectivo sinal topográfico envolverá aquele ponto da planta.

Junto do ponto inscreve-se o nome do local e a sua cota de nível.

A densidade dos pontos referidos deve ser tanto maior quanto mais acidentado ou coberto de bosques fôr o terreno. Em média, sendo o terreno pouco acidentado e descoberto, bastará a projecção de um a cinco pontos por cada decímetro quadrado da carta.

194 — **Levantamento de detalhe.** — Escolhida a base, reduz-se à escala que se deseja e passa-se para o papel, de forma que nêle caiba o desenho que se pretende obter.

Estacionando em cada um dos estremos da base *A B*, *(fig. 165)*, orienta-se esta e medem-se os ângulos que com ela formam os pontos notáveis do terreno *C, D, E, F;* traçando depois os ângulos formados, obter-se-á, pelas intersecções dos lados que se referem ao mesmo objecto, a projecção dêste.

Assim, *B A C* e *A B C* darão, pela intersecção de *A C* e *B C*, o ponto *C; B A D* e *A B D*, pela intersecção de *A D* e *B D*, darão o ponto *D*, etc.

Para que os pontos fiquem marcados com rigor, convém que os ângulos não sejam muito agudos nem muito obtusos, como já dissemos.

Se já houvesse levantada a carta do terreno, embora noutra escala, na corográfica, por exemplo, obter-se-ia dela, reduzindo à escala, os pontos principais da planta, com o que se evitaria a medição da base e a determinação de outros pontos.

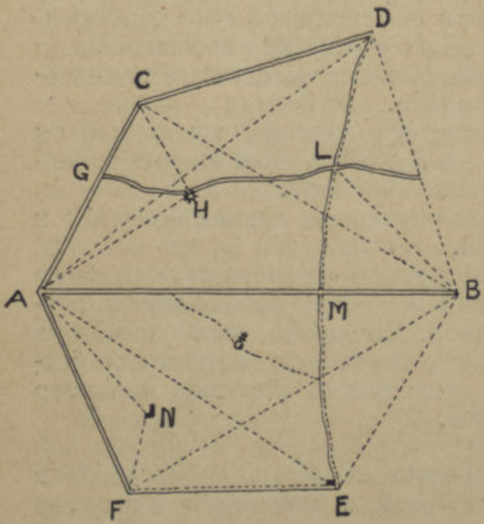


Fig. 165

Obtido o contorno do polígono, por qualquer dos modos indicados, fazendo estação nos pontos já determinados e medindo os ângulos formados pela nova base com os pontos intermédios *H, L, M, N,* tais como pontes, casas, moínhos, cruzamentos de caminhos, etc., obter-se-ia a planimetria dos detalhes.

Se quisermos, por exemplo, marcar o cruzamento de estradas, *G,* tendo apenas a direcção *A C,* medir-se-iam as distâncias *A G* e *C G* que, com a direcção já conhecida, dariam o ponto desejado.

195 — **Triangulação geodésica.** — Quando tenhamos de recorrer à triangulação geodésica, cujos vértices (pontos geodésicos ou trigonométricos) têm as coordenadas geográficas e cotas de nível determinadas com exactidão, é conveniente conhecermos

os sinais representativos dêsses pontos, no terreno, porque as linhas que os unem constituem excelentes bases para os levantamentos em grande escala.

Pontos de 1.ª ordem. — Estes pontos são figurados por pirâmides de alvenaria, de forma quadrangular truncada, cuja base superior serve de base a uma outra pirâmide quadrangular completa.

O lado da base inferior do tronco é de 3 metros, e o lado da base superior é de 1 metro; o tronco tem de altura 9 metros, e a pirâmide sobreposta ao tronco tem de altura $0^m,40$.

Os lados da triangulação que unem os pontos de 1.ª ordem têm, em média, 40^{km}.

Pontos de 2.ª ordem. — Estes pontos são representados por pirâmides de alvenaria, quando não haja no local alguma tôrre, mirante, moinho, etc., que possa servir de sinal, pontos que são preferíveis pelo seu carácter de permanência.

Os moinhos utilizados para êste fim são, em regra, branqueados e cingidos, a meia parede, por uma faixa encarnada de $0^m,40$ a $0^m,60$ de largura; os moinhos arruinados estão assinalados por uma pequena pirâmide, no topo duma das geratrizes do moinho.

As pirâmides secundárias que distarem 15 ou mais quilómetros dos pontos de 1.ª ordem são também quadrangulares truncadas, como as de 1.ª ordem, mas de dimensões apenas suficientes para poderem ser observadas com clareza.

Os lados da triangulação que unem os pontos de 2.ª ordem têm, em média, 10 a 30^{km}.

Pontos de ordem inferior. — Estes pontos são representados por pirâmides cónicas truncadas de $2^m,50$ de altura, tendo a base inferior 1^m de diâmetro e a superior $0^m,40$, terminando por um hemisfério.

Os lados da triangulação que unem os pontos de ordem inferior têm, em média, 3 a 10^{km}.

Triangulação geodésica duma parte de Portugal

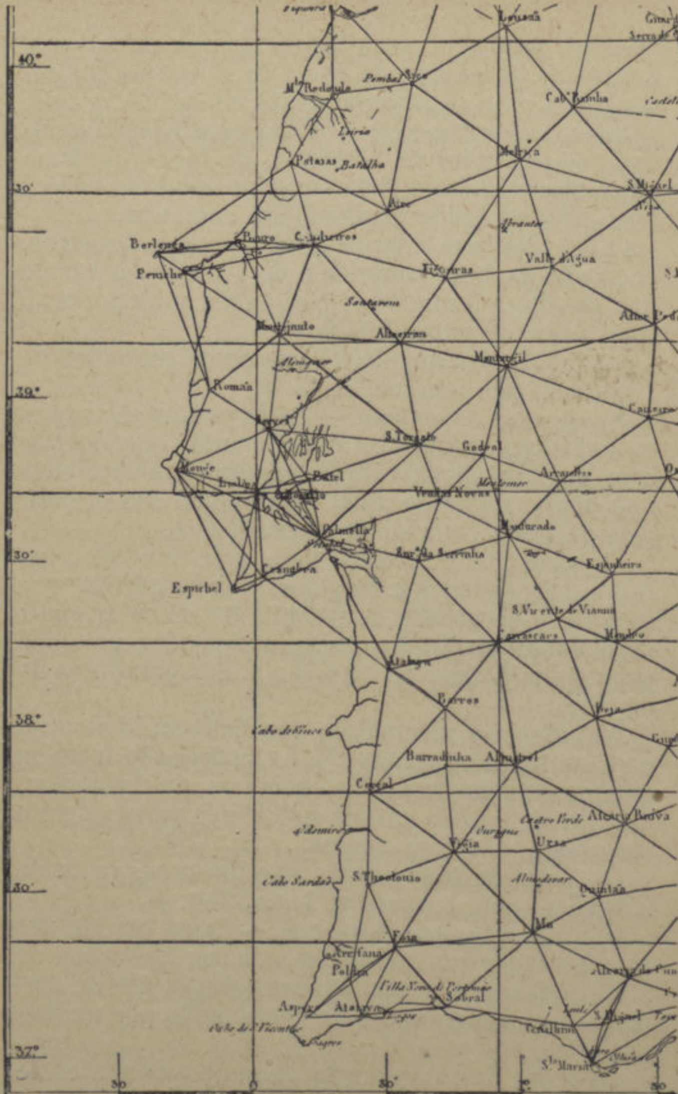


Fig. 166

196 — **Nivelamento.** — Superfície de nível é tôda a superfície teòricamente concêntrica com a da terra, isto é, tôda a superfície que poderiamos percorrer sem subir nem descer.

Linha de nível é a que tem todos os pontos equidistantes do centro da terra.

Nível aparente é uma linha tangente à superfície da terra, num determinado ponto de referência.

Nível verdadeiro é uma linha concêntrica com a superfície da terra suposta esférica, passando por aquele ponto de referência.

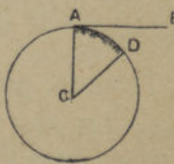


Fig. 167

Quando dizemos diferença de nível, referimo-nos ao nível aparente, visto, nos levantamentos topográficos, considerarmos plana a superfície da terra. Na *fig. 167* a linha *A D* representa a linha de nível verdadeiro e a linha *A B* a linha de nível aparente.

197 — O *nivelamento* ou *altimetria* consiste, como já se disse, em determinar a altura relativa dos pontos que definem o relêvo do solo em relação a uma superfície de nível, ou plano horizontal de referência.

O nivelamento pode ser *directo* ou *indirecto*.

Na execução dum nivelamento directo empregam-se os *níveis* e as *miras;* e na execução dum nivelamento *indirecto* ou topográfico empregam-se instrumentos denominados *eclímetros*. Daquêles instrumentos trataremos noutro ponto.

O segundo processo não é tão rigoroso como o primeiro, mas tem a vantagem de ser mais expedito.

Para se obter o nivelamento topográfico, procede-se conjuntamente com a planimetria, determinando os *ângulos de inclinação* que forma cada extremo da base com o outro extremo e com determinados pontos em volta.

A *diferença de nível* entre os extremos da base ou entre quaisquer outros pontos, pode obter-se recorrendo à *escala de declives* ou ao *quadro de diferenças de nível,* entrando com a distância entre êles, dada pela planimetria, e com o ângulo de inclinação observado.

198 — **Escala de declives.** — Para facilitar o cálculo das diferenças de nível, pode traçar-se de antemão, numa escala bastante grande, a *escala de declives.*

Toma-se, por exemplo, na escala $\frac{1}{1.000}$ uma grandeza *A O, (fig. 168)*, e traça-se a perpendicular *A B*. Ambas estas linhas representam 100 metros; dividem-se em 10 partes iguais; tiram-se, por essas divisões, paralelas a essas linhas, até encontrarem *O B;* marcam-se em *A B* os traços dos ângulos de 5 em 5 graus, descritos em *O*, como vértice: êstes ângulos podem obter-se com o transferidor ou descrevendo com um raio *O A* e com o centro em *O*, um arco de círculo compreendido entre *O A* e *O B*, arco que se dividiria em 9 partes iguais, ficando cada uma, portanto, com 5 graus.

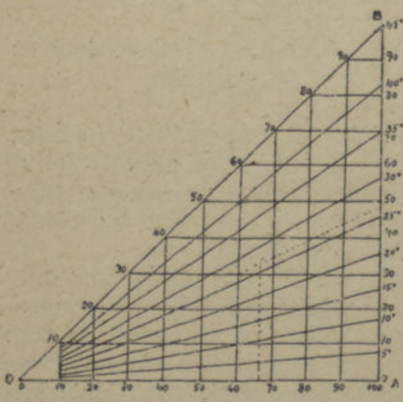


Fig. 168

Se a escala o permitir, convém que a divisão seja feita de grau em grau.

199 — Suponhamos que se pretende determinar a diferença de nível de dois pontos, dada a distância projectada de 165 metros e o ângulo de 26°; como a escala apenas está construída para 100 metros, ler-se-ão as distâncias correspondentes a 100, e a 65 metros e somar-se-ão. Para 100 metros, vê-se que a diferença de nível está compreendida entre 40 a 50 metros e muito próximo de 50, que o duplo decímetro diz ser $49^m,5$; para 65 metros, traçando o ângulo de 26° e a vertical que passa por 65 metros, entre as divisões 60 e 70, obtem-se a diferença de nível de 33 metros. Portanto a diferença total é de

$$49^m,5 + 33^m = 82^m,5$$

Em lugar da escala de declives pode empregar-se o seguinte quadro:

Quadro para calcular as diferenças do nível

Declive em gráus	Diferença de nível para um metro de base	Declive em gráus	Diferença de nível para um metro de base	Declive em gráus	Diferença de nível para um metro de base
1°	$0^m,018$	16°	$0^m,287$	31°	$0^m,601$
2°	$0^m,035$	17°	$0^m,306$	32°	$0^m,625$
3°	$0^m,052$	18°	$0^m,325$	33°	$0^m,649$
4°	$0^m,070$	19°	$0^m,344$	34°	$0^m,674$
5°	$0^m,087$	20°	$0^m,365$	35°	$0^m,700$
6°	$0^m,105$	21°	$0^m,384$	36°	$0^m,727$
7°	$0^m,123$	22°	$0^m,404$	37°	$0^m,753$
8°	$0^m,140$	23°	$0^m,424$	38°	$0^m,781$
9°	$0^m,158$	24°	$0^m,445$	39°	$0^m,800$
10°	$0^m,176$	25°	$0^m,466$	40°	$0^m,838$
11°	$0^m,192$	26°	$0^m,487$	41°	$0^m,869$
12°	$0^m,213$	27°	$0^m,510$	42°	$0^m,900$
13°	$0^m,231$	28°	$0^m,532$	43°	$0^m,931$
14°	$0^m,249$	29°	$0^m,554$	44°	$0^m,965$
15°	$0^m,268$	30°	$0^m,578$	45°	$1^m,000$

Suponhamos que se quere a diferença de nível entre dois pontos cuja distância em projecção horizontal é de 65 metros e o ângulo de declive 19°; o quadro indica que, para 19°, a diferença de nível por cada metro de base é de $0^m,344$; bastará, portanto, multiplicar 65 metros por $0^m,344$ para obter $22^m,360$, diferença de nível procurada.

200 — **Nivelamento barométrico.** — Êste nivelamento não se emprega nos levantamentos regulares; todavia, como é bastante expedito, póde empregar-se com vantagem nos levantamentos rápidos, itinerários, reconhecimentos, etc. Executa-se por meio dum barómetro aneróide, *(fig. 169)*, que pode ser o *orométrico* ou o *altimétrico.*

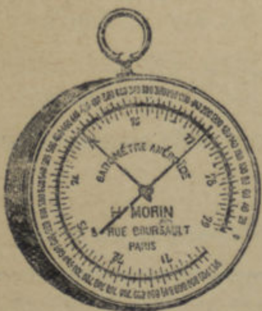


Fig. 169

201 — **Barómetro orométrico.** — É um instrumento de forma circular e bastante portátil.

No mostrador há duas escalas concêntricas: a interior expressa em milímetros, indica a pressão atmosférica; a exterior, graduada em metros, indica as altitudes.

Estas escalas são calculadas partindo do princípio de que a temperatura do nível médio do mar é de 20° e de que esta temperatura diminue 1° de 165 em 165 metros de altitude.

Obtem-se a diferença de nível de duas estações, achando a diferença dos números orométricos lidos em cada uma delas.

202 — **Barómetro altimétrico.** — Difére do primeiro em ter a escala orométrica móvel. Esta dis-

posição permite que, sendo conhecida a cota do primeiro ponto de estação, se ponha o respectivo número da escala orométrica em coincidência com o ponteiro que indica a pressão.

Dêste modo poder-se-ha lêr directamente as altitudes das demais estações.

203 — **Pontos a cotar.** — Além dos pontos necessários á planimetria, como são: as casas, moinhos, ângulos de vedações, de caminhos, linhas de água, etc., é indispensável, para o nivelamento, cotar todos os pontos das linhas de separação e de reunião de águas onde essas linhas mudem de declive. Para mais fàcilmente se traçarem as curvas de nível, deveremos unir, ainda no campo, os pontos das linhas de água por uma linha sinuosa engrossando para a parte mais baixa; e as linhas de festo, por uma linha convencional (que poderá ser, por exemplo, a traços e pontos alternados, para se não confundir com qualquer sinal convencional topográfico), linha que se apaga depois de traçadas as curvas.

Para desenharmos as curvas na planta, unem-se todos os pontos entre si, de sorte que as rectas que os unem não cortem as linhas de festo e de thalweg; isto é, as linhas rectas, traçadas na planta, deveriam ser igualmente rectas, quando traçadas na carta relêvo do mesmo terreno. Os pontos de passagem das curvas determinam-se, depois, pelo processo já conhecido.

Quando seguirmos por um caminho enterrado ou em aterro cuja diferença de nível em relação ao terreno natural fôr igual ou superior à equidistância natural, devemos obter as cotas do terreno adjacente. Quando desenharmos as curvas, abstraímos das cotas dêsses caminhos.

Quando houver um escarpado no sentido das curvas, de altura igual ou superior à equidistância natural, devemos obter as cotas do tôpo e do sopé.

Neste caso, quando desenharmos as curvas de nível, deveremos atender à diferença de cotas do tôpo e do sopé, de sorte que, quando essa diferença abranger uma ou mais curvas, estas sejam interrompidas ao encontrarem o traço do escarpado.

204 — **Marcas do nivelamento de precisão.** — As marcas do nivelamento de precisão são: marcas de 1.ª classe, de 2.ª classe e de 3.ª classe.

Marcas de 1.ª classe. — Constam dum cilindro de bronze fundido, 10^{cm} de comprimento e 3^{cm} de diâmetro, terminando no extremo superior por uma placa quadrangular, do mesmo metal, de 8^{cm} de lado e 6^{mm} de espessura, na qual estão gravadas as iniciais *N P* e um número de ordem. Êste cilindro é introduzido verticalmente em rocha ou pedra de grande solidez e estabilidade, onde é chumbado, de modo que a mesma pedra fica razando a superfície superior e horizontal da placa.

Marcas de 2.ª classe. — Consistem num cilindro, também de bronze fundido, com 10^{cm} de comprimento e 1^{cm} de diâmetro, terminando superiormente numa placa circular, de 15^{mm} de diâmetro e 1^{cm} de espessura.

As condições da sua colocação são as mesmas das marcas de 1.ª classe; são, porém, introduzidas na pedra a martelo.

Concêntrico com a placa, está pintado a tinta de óleo um círculo de 4^{cm} de raio, tendo junto um número de ordem.

Marcas de 3.ª classe. — São pintadas com tinta a óleo em rocha ou pedra horizontal que ofereça estabilidade, consistindo a marca num quadrado de 10^{cm} de lado, tendo as duas diagonais junto de si um número de ordem.

XLII — Métodos de levantamento

205 — Já sabemos que um levantamento topográfico compreende duas operações distintas: *Planimetria* e *Nivelamento*.

Muito embora estas operações sejam executadas quasi simultâneamente, em cada ponto de estação, convém, para maior facilidade de estudo, considerá-las em separado.

Estudaremos agora o levantamento sob o ponto de vista planimétrico; depois trataremos das operações de altimetria ou nivelamento.

206 — Na execução da planimetria podemos empregar vários métodos para determinar na prancheta os diferentes pontos do terreno. Esses métodos consistem, em geral, na determinação dum vértice de triângulo, sendo dados os pontos correspondentes aos outros dois.

207 — **Método de irradiação.** — Quando o terreno é descoberto e, por conseqüência, visíveis todos os pontos (vértices dos ângulos do polígono), pode-se estacionar a prancheta pròximamente no centro do polígono e daí se visam todos os vértices, e se traçam as direcções respectivas.

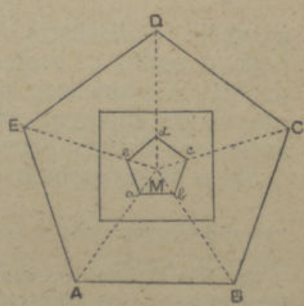


Fig. 170

Depois medem-se as distâncias do centro de estação aos vértices observados, reduzindo-as à escala.

A *(fig. 170)* indica o processo a seguir (1).

Igualmente se pode estacionar a prancheta num dos vértices, do qual se visam os outros. Depois medem-se as distâncias que os separam do ponto de estação, distâncias que, reduzidas à escala e aplicadas sôbre as direcções respectivas, determinam as projecções dos vértices.

208 — **Método de caminhar e medir.** — Seja *A B C D E, (fig. 171)*, o polígono que se pretende levantar.

Estaciona-se a prancheta no ponto *A*, nivela-se, projecta-se *A* em *a*, visa-se *B* e traça-se uma recta indefinida. Mede-se em seguida *A B* e marca-se essa distância, reduzida à escala, sôbre essa recta, a partir de *A*, ficando assim determinado o ponto *b*, projecção de *B*. Transporta-se a prancheta para *B*, faz-se coincidir *b* com a vertical de *B*, orienta-se com *A* e visa-se *C*, o que nos dá uma direcção indefinida, na qual se aplica, reduzida à escala, a distância *B C*, ficando assim determinado o ponto *c*, projecção de *C*. Transporta-se, depois, a prancheta para *C*, onde se executam operações análogas às praticadas em *A* e *B;* e assim nos demais pontos.

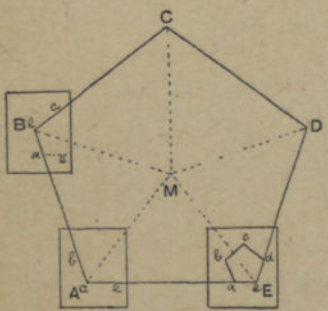


Fig. 171

Se o levantamento fôr bem executado, quando

(1) Nas figuras representam-se, em geral, os pontos do terreno por letras maiúsculas e os pontos correspondentes na prancheta por letras minúsculas.

do ponto *E* (o último) dirigirmos a alidade para *A* (ponto de partida), deve a linha de fé passar por *a*, e, além disso, deve *a e*, multiplicado pelo denominador da escala, ser igual a *A E* do terreno.

Consiste êste método em percorrer o perímetro do terreno de que se pretende a planta, caminhando e medindo, sucessivamente, os ângulos e os lados.

Este método é muito empregado no levantamento dos terrenos cobertos.

209 — **Verificação.** — Êste método pode verificar-se, vendo se o polígono fecha exactamente, isto é, se o último lado do desenho fôr igual ao lado homólogo do terreno, reduzido à escala.

210 — **Divisão do êrro.** — Quando não tivermos feito a verificação do levantamento dum polígono, caminhando e medindo, e, ao desenhá-lo na prancheta, notarmos que o polígono não fecha: se o êrro fôr considerável, recomeçaremos o levantamento; se não fôr, dividiremos o êrro por todos os lados, mudando a posição das estações já determinadas, proporcionalmente ao seu afastamento do ponto de partida.

Assim: partindo do ponto *A*, *(fig. 172)*, se em lugar de atingirmos êsse ponto cuja projecção está rigorosamente determinada, atingirmos o ponto *A'*, o êrro *A A'* será dividido da maneira seguinte:

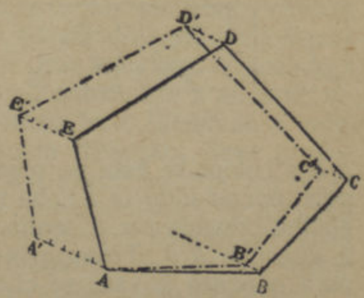


Fig. 172

Divide-se a linha *A A'* num número de partes igual ao número de lados já determinados; depois, fazendo passar paralelas à linha *A A'* pelos pontos de estação intermédios, marcaríamos a partir dos pontos *B*, *C*, *D*, *E*, sôbre as paralelas, respectivamente 1, 2, 3, 4, divisões iguais a uma das cinco em que se dividiu a linha *A A'*; e, assim, aqueles pontos seriam mudados para *B' C' D' E'*, ficando dêste modo o êrro *A A'* dividido proporcionalmente por todos os lados do polígono.

211 — **Método das intersecções.** — Este método é empregado quando na prancheta há a projecção de dois pontos acessíveis (base) e se pretende determinar a dum terceiro ponto inacessível ou onde não convenha estacionar. Sejam *A* e *B*, *(fig. 173)*, os dois pontos dados; *a* e *b* as suas projecções, *P* o ponto que se pretende determinar. Estaciona-se a prancheta em *A*, nivela-se e faz-se coincidir o ponto *a* com a vertical de *A*. Encosta-se depois a linha de fé da alidade à linha *a b* e coloca-se esta no plano vertical de *A B*. Depois, encostando-se a linha de fé da alidade a uma agulha cravada em *a*, enfia-se *P*, o que determina a direcção *a p*. Transporta-se depois a prancheta para o ponto *B*; faz-se coincidir *b* com a vertical de *B*; nivela-se, e orienta-se com *a*; isto é, coloca-se de novo *a b* no plano vertical de *A B*. Encosta-se depois a alidade à agulha cravada em *b* e enfia-se em *P*, o que, igualmente, determina a direcção indefinida *b p*, que corta a primeira no ponto *p*, projecção procurada.

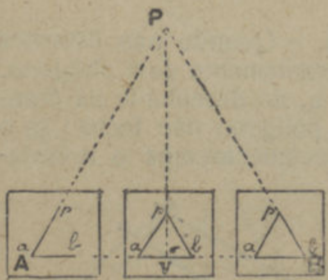


Fig. 173

Se a base *a b* ainda não estivesse projectada na planta, a primeira coisa a fazer, era medi-la e traçá-la na prancheta.

Êste método reduz-se, como se vê, à construção dum triângulo, conhecendo-se um lado e os dois ângulos adjacentes. Denomina-se *das intersecções*, por ser determinada a projecção de cada ponto pelo cruzamento ou intersecção de dois raios visuais.

Além do ponto *P*, poderiamos, por igual processo, determinar na prancheta a posição de outros pontos, fazendo um giro de horizonte, tanto em *A* como em *B*, resolvendo-se assim o problema geral de, estacionando-se em dois pontos acessíveis determinar as projecções de quaisquer outros, que podem ser inacessíveis.

212 — **Verificação.** — Pode suceder que as linhas que determinaram, pela sua intersecção, a posição dum ponto, não fiquem traçadas com rigor, devido a êrros de pontaria e a outras causas.

Podemos verificar a exactidão do desenho do seguinte modo: Fazemos estação num ponto situado entre *A* e *B*, *(fig. 173)*, a distância conhecida dêstes dois pontos, no ponto *V*, por exemplo. Colocada a agulha no ponto *v* e encostando-lhe a alidade, visâmos o ponto *P*. O traço feito, segundo a linha de fé da alidade, naquela direcção, deve passar pelo ponto *p*. Quando assim não suceda, ou recomeçamos a operação do levantamento, ou no caso de o triângulo formado pelas três pontarias tiradas de *A*, *B*, *V*, ser muito pequeno, poderemos tomar como projecção de *P* o centro dêsse triângulo.

213 — **Método de recorte.** — Emprega-se quando são conhecidas as projecções de dois pontos, um dos quais é inacessível, e se pretende determinar a projecção dum terceiro ponto, acessível.

Seja *R P*, *(fig. 174)*, a base dada, sendo *P* inacessível e *Q* o ponto que se pretende determinar.

Estaciona-se a prancheta em R; orienta-se com P e visa-se Q, o que determina a direcção $r\ q$, e, por consequência, o ângulo $p\ r\ q$.

Transporta-se depois a prancheta para Q, onde se faz coincidir um ponto da recta $r\ q$ com a vertical do ponto da estação, e orienta-se com R. Encosta-se depois a linha de fé da alidade ao ponto p e enfia-se P.

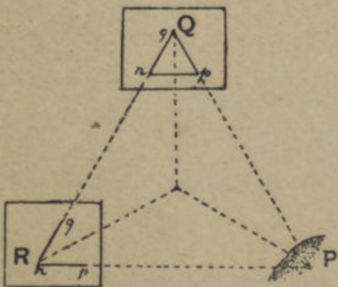


Fig. 174

O cruzamento da linha $p\ q$ com $r\ q$, já traçada, dá o ponto q, projecção de Q, que queriamos determinar.

Reduz-se pois a operação a construir um triângulo, conhecendo-se um lado e dois ângulos, um dos quais opôsto.

214 — **Verificação.** — Êste método verifica-se pela observação dos dois pontos marcados na planta, como base, ou ainda pela observação doutros pontos também já determinados.

Visando, por exemplo, de R e Q, um ponto central do terreno, *(fig. 174)*, e traçando essas direcções, devem ambas passar pelo ponto correspondente da planta.

215 — **Método das estações alternadas.** — Difere apenas do método de caminhar e medir, em fazermos estação em vértices alternados do polígono a levantar, o que abrevia muito o trabalho.

Este método emprega-se com vantagem, por exemplo, quando do ponto A, *(fig. 175)*, se não avistar o ponto C, e que, por qualquer circunstância, não queiramos estacionar no ponto B, embora acessível.

Estacionamos em A, visamos B, medimos e reduzimos à escala a linha $A\,B$; em seguida transportamos a prancheta para C, orientamo-la por meio da declinatória, colocamos a agulha no ponto b, encostamos-lhe a alidade e visamos B, traçando uma linha nessa direcção; medimos $C\,B$, reduzimos à escala, e marcamos a distância obtida, a partir do ponto b; assim conseguiremos a projecção c, correspondente ao ponto C do terreno.

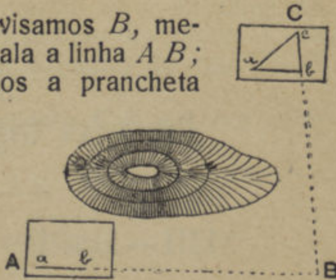


Fig. 175

216 — **Método dos alinhamentos.** — Este método tem aplicação sempre que pretendermos levantar um polígono inacessível, ou a cujos vértices não convenha ir, e que esteja compreendido dentro dum polígono já levantado e cujos lados possamos percorrer.

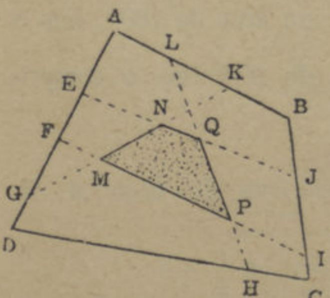


Fig. 176

Suponhamos que pretendemos levantar o polígono $M\,N\,Q\,P$, *(fig. 176)*, situado no interior de polígono $A\,B\,C\,D$. Pela simples inspecção da figura vemos que, para determinar o polígono $M\,N\,P\,Q$. bastará medir e reduzir à escala as distâncias $D\,G$, $G\,F$; $F\,E$, $A\,L$, $L\,K$, etc., que, sobre os lados do polígono $A\,B\,C\,D$, enfiam os lados do polígono $M\,N\,P\,Q$. Este processo pode ser empregado com vantagem, por exemplo, no levantamento de obras de fortificação das quais não possamos aproximar-nos.

Operações trigonométricas

XLIII — Elementos de trigonometria

217 — **Definições.** — **A trigonometria** tem por objecto a resolução numérica dos triângulos com a introdução dos ângulos no cálculo.

218 — **Círculo trigonométrico** é o círculo de raio igual à unidade de comprimento (1^m).

A circunferência do círculo trigonométrico ou arco de 360°, tem o comprimento 2π, ou seja: $2 \times 3{,}1416$.

A semi-circunferência ou arco de 180°, tem o comprimento π.

O quadrante ou arco de 90° tem o comprimento $\frac{\pi}{2}$.

219 — **Linhas trigonométricas** do arco $A\,M$, *(fig. 177)*.

$$A\,M = \alpha = 90^\circ - \beta \quad \text{ou} \quad \frac{\pi}{2} - \beta$$

$$B\,M = \beta = 90^\circ - \alpha \quad \text{ou} \quad \frac{\pi}{2} - \alpha$$

Seno. — É a perpendicular $M\,P$ do extremo do arco ao raio da origem, $O\,A$.

Coseno. — É a distância $O\,P$ do centro do circulo ao pé do seno. É igual a $M\,Q$ (seno do arco complementar $B\,M$).

Tangente. — É o segmento $A\ T$ da tangente tirada na origem A, terminando no ponto T de intersecção com o prolongamento do raio $O\ M$ passa no extremo do arco.

Cotangente. — É a tangente $B\ S$, do arco complementar $B\ M$.

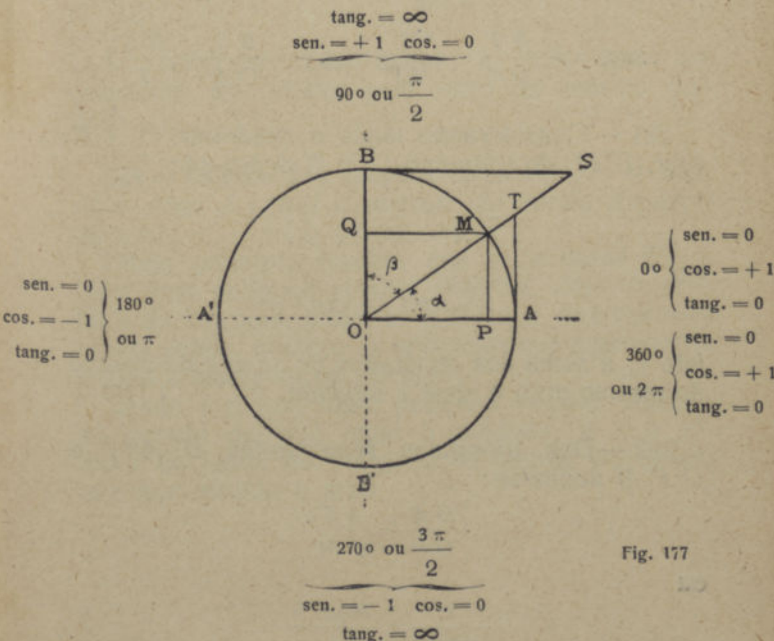


Fig. 177

220 — **Relações trigonométricas.** — Para se passar das linhas para as relações trigonométricas, é necessário dividir essas linhas pelo raio do círculo.

Reciprocamente, para se passar das relações trigonométricas para as respectivas linhas, é necessário multiplicar as relações pelo raio do círculo.

Seno, *coseno*, *tangente* e *cotangente* dum ângulo α são, respectivamente, a relação entre essas linhas trigonométricas do arco *A M*, que mede êsse ângulo, e o raio do mesmo arco.

Assim sendo $R=1$ será:

$$sen.\ \alpha = \frac{MP}{OA} = \frac{MP}{1}.\ cos.\ \alpha = \frac{OP}{OA} = \frac{OP}{1}$$

$$tang.\ \alpha = \frac{AT}{OA} = \frac{AT}{1}.\ cotg.\ \alpha = \frac{BS}{OA} = \frac{BS}{1}$$

221 — Considerando ainda o quadrante *O A B*, *(fig. 177)*, do triângulo *O P M* deduz-se:

$$\overline{OM}^2 = \overline{MP}^2 + \overline{OP}^2$$

ou

$$1 = sen.^2\ \alpha + cos.^2\ \alpha$$

isto é, a soma dos quadrados do *seno* e do *coseno* do mesmo arco é igual à unidade.

222 — Dos triângulos semelhantes *O A T* e *O P M* deduz-se:

$$\frac{OA}{OP} = \frac{AT}{PM}$$

ou

$$\frac{1}{cos.\ \alpha} = \frac{tang.\ \alpha}{sen.\ \alpha}$$

donde:

$$tang.\ \alpha = \frac{sen.\ \alpha}{cos.\ \alpha}$$

223 — Dos triângulos semelhantes *OBS* e *OQM* deduz-se:

$$\frac{OB}{OQ} = \frac{BS}{QM}$$

ou

$$\frac{1}{sen.\,\alpha} = \frac{cotg.\,\alpha}{cos.\,\alpha}$$

donde:

$$cotg.\,\alpha = \frac{cos.\,\alpha}{sen.\,\alpha}$$

A *cotangente* dum ângulo é, pois, igual ao quociente do *coseno* pelo *seno* do mesmo ângulo.

224 — **Cálculo das funções circulares.** — *O seno dum arco é igual a metade da corda do arco duplo.*

Dêste princípio resulta, que se a corda fôr o lado dum polígono regular inscrito, cujo valor é fácil de calcular, poder-se-à calcular directamente tantos senos, quantos os polígonos que a geometria ensina a inscrever no círculo.

Sendo l o lado dum polígono regular inscrito no círculo de raio igual à unidade, e n o número de lados do polígono, o ângulo ao centro tem por medida o arco

$$\frac{2\pi \times 1}{n}$$

e

$$sen.\,\frac{\pi}{n} = \frac{1}{2}$$

e como na geometria os lados dos polígonos regulares inscritos se calculam em função do raio, determinaram-se directamente:

$$\frac{\pi}{3} = 60°;\ \frac{\pi}{4} = 45°;\ \frac{\pi}{5} = 36°;\ \frac{\pi}{6} = 30°;\ \frac{\pi}{10} = 18°;\ \frac{\pi}{12} = 15°,$$

cujos valores estão determinados no quadro seguinte:

n	$\frac{\pi}{n}$	l	sen. $\frac{\pi}{n}$
3	$\frac{\pi}{3} = 60^\circ$	$R\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
4	$\frac{\pi}{4} = 45^\circ$	$R\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
5	$\frac{\pi}{5} = 36^\circ$	$\frac{R}{2}\sqrt{10-2\sqrt{5}}$	$\frac{1}{4}\sqrt{10-2\sqrt{5}}$
6	$\frac{\pi}{6} = 30^\circ$	R	$\frac{1}{2}$
10	$\frac{\pi}{10} = 18^\circ$	$\frac{R}{2}\left(\sqrt{5-1}\right)$	$\frac{1}{4}\left(\sqrt{5-2}\right)$
12	$\frac{\pi}{12} = 15^\circ$	$\frac{R}{2}\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)$	$\frac{1}{4}\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)$
...	....	....	....

Do que fica exposto fácilmente se compreende como foram calculados numèricamente os valores das *linhas trigonométricas* ou *funções circulares*, necessárias para a organização das táboas trigonométricas.

XLIV — Resolução dos triângulos

225 — **Triângulos rectângulos; relação entre os lados e os ângulos.** — No triângulo há a considerar seis elementos: três lados e três ângulos. Estes

representam-se por A, B, C, e os lados opostos por a, b, c, *(fig. 178)*.

Como o ângulo A é recto, entre os dois ângulos agudos B e C existe a relação $B + C = 90°$ ou $\frac{\pi}{2}$, visto que a soma dos ângulos internos dum triângulo é igual a dois ângulos rectos ou π.

Entre os catetos e a hipotenusa existe a relação

$$a^2 = b^2 + c^2$$

As outras relações entre os ângulos e as linhas trigonométricas são objecto dos seguintes princípios:

226 — *Num triângulo rectângulo, cada cateto é igual à hipotenusa multiplicada pelo seno do angulo oposto, ou pelo coseno do angulo adjacente.*

Com o centro no vértice B, *(fig. 178)*, e com um raio igual à unidade, descreve-se o arco de círculo $M N$. Baixando a perpendicular $M P$ sôbre $A B$, forma-se o triângulo $P B M$, semelhante a $A B C$. Estes dois triângulos dão lugar às seguintes proporções:

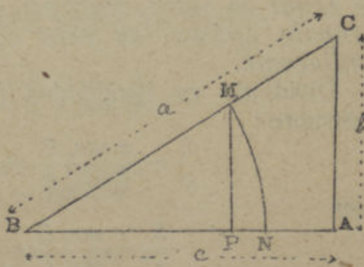


Fig. 178

$$\frac{C A}{M P} = \frac{A B}{P B} = \frac{B C}{B M}$$

ou

$$\frac{b}{sen.\, B} = \frac{c}{cos.\, B} = \frac{a}{1}$$

donde se deduz:

$$b = a \text{ sen. } B$$
$$c = a \cos. B$$

como $B + C = \frac{\pi}{2}$, (n.º 225),

e

$$B = \frac{\pi}{2} - C$$

e sendo B e C complementares, será, (n.º 219),

$$\text{sen. } B = \cos. C$$
$$\text{sen } C = \cos. B$$

logo:

$$b = \text{a sen. } B = \text{a cos. } C \ldots\ldots \quad (1)$$
$$c = \text{a cos. } B = \text{a sen. } C \ldots\ldots \quad (2)$$

227 — *Num triângulo rectângulo, cada cateto é igual ao outro, multiplicado pela tangente do ângulo opôsto, ou pela cotangente do ângulo adjacente.*

Dividindo as igualdades (1) e (2), membro a membro:

$$\frac{b}{c} = \frac{\text{a sen. } B}{\text{a cos. } B} = \frac{\text{a cos. } C}{\text{a sen. } C}$$

ou

$$\frac{b}{c} = \frac{\text{sen. } B}{\cos. B} = \frac{\cos. C}{\text{sen. } C}$$

donde:

$$b = c\frac{\text{sen. } B}{\cos. B} = c\frac{\cos. C}{\text{sen. } C}$$

isto é, (n.ºs 222 e 223),

$$b = c \text{ tang. } B = c \text{ cotg. } C$$

e do mesmo modo

$$c = b \text{ tang. } C = b \text{ cotg. } B$$

228 — **Outros triângulos.** — *Em qualquer triângulo os lados são proporcionais aos senos dos ângulos opostos.*

Consideremos os dois triângulos $A\ B\ C$, *(figs. 179* e *180)*. A altura $C\ H$ tem o seu pé H dentro

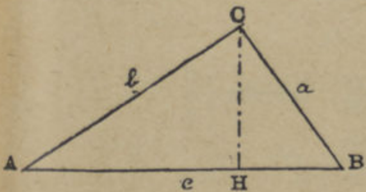


Fig. 179

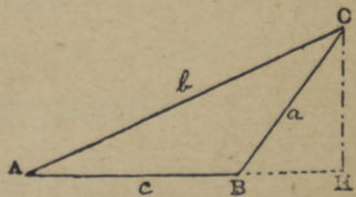


Fig. 180

do triângulo, se os ângulos A e B são agudos; e fóra do triângulo, se um dos ângulos, B por exemplo, fôr obtuso.

Em qualquer dos casos temos, (n.° 226):

$$\begin{aligned} C\ H &= A\ C\ sen.\ A \\ &= C\ B\ sen.\ B. \end{aligned}$$

isto é,

$$\begin{aligned} C\ H &= b\ sen.\ A \\ &= a\ sen.\ B \end{aligned}$$

e

$$b\ sen.\ A = a\ sen.\ B$$

ou

$$\frac{a}{sen.\ A} = \frac{b}{sen.\ B}$$

229. — **Problemas sôbre triângulos rectângulos.** — **1.° Problema.** — *Dado um ângulo agudo e um dos catetos, resolver o triângulo.*

Sejam, C e c os elementos dados; calcula-se, B, pela fórmula

$$B + C = 90° \qquad B = 90° - C$$

e a e b pelas fórmulas:

$$a = \frac{c}{sen.\ C}$$

$$b = c\ cotg.\ C$$

Exemplo:

$$\text{Sendo dados} \left\{ \begin{array}{l} C = 45^{\circ} \\ c = 26^{m} \end{array} \right. \quad \text{calcular} \left\{ \begin{array}{l} B \\ a \\ b \end{array} \right.$$

$$B = 90^{\circ} - 43^{\circ} = 47^{\circ}$$

$$a = \frac{c}{sen.\ C} = \frac{26}{sen.\ 43^{\circ}} = \frac{26}{0{,}682} = 38^{m}{,}123 \text{ (1)}$$

$$b = c \times cotg.\ C = 26 \times cotg.\ 43^{\circ} = 26 \times 1{,}072 = 27^{m}{,}872.$$

2.° Problema. — *Dados os dois catetos, resolver o triângulo.*

Sendo dados os catetos b e c

$$c = b\ tang.\ C \qquad tang.\ C = \frac{c}{b}$$

Para determinar B temos

$$B + C = 90^{\circ} \quad \text{e} \quad B = 90^{\circ} - C$$

e para achar a hipotenusa temos a fórmula

$$c = a\ sen.\ C \qquad \text{donde } a = \frac{c}{sen.\ C}$$

(1) Vêr as *Tábuas das funções trigonométricas*, (pág. 250 a 253).

Exemplo:

$$\text{Sejam dados} \begin{cases} b = 39^m \\ c = 86^m \end{cases} \text{calcular} \begin{cases} C \\ B \\ a \end{cases}$$

$$tang.\ C = \frac{c}{b} = \frac{86}{39} = 2^m{,}205$$

$$C = 65^\circ\ 40'$$

$$B = 90 - 65^\circ\ 40' = 24^\circ\ 20^\circ$$

$$a = \frac{c}{sen.\ C} = \frac{86}{sen.\ 65^\circ\ 40'} = \frac{86}{0{,}911} = 94^m{,}401$$

3.º Problema. — *Dada a hipotenusa e um dos catetos, resolver o triângulo.*

Sejam dados a e c. Para calcular C, temos:

$$c = a\ sen.\ C \qquad sen.\ C = \frac{c}{a}$$

Para calcular B:

$$B + C = 90^\circ \qquad B = 90^\circ - C$$

e para o cateto b:

$$b = c\ tang.\ B$$

Exemplo:

$$\text{Sejam dados} \begin{cases} a = 112^m \\ c = 25^m \end{cases} \text{calcular} \begin{cases} C \\ B \\ b \end{cases}$$

$$sen.\ C = \frac{c}{a} = \frac{25}{112} = 0^m{,}223$$

$$C = 13^\circ$$

$$B = 90^\circ - 13^\circ = 77^\circ$$

$$b = c\ tang.\ B = 25 \times tang.\ 77^\circ = 25 \times 4{,}331 = 108^m{,}275.$$

4.° Problema. — *Dado um ângulo agudo e a hipotenusa, resolver o triângulo.*

Sejam dados B e a. Para calcular C, temos:

$$B + C = 90° \qquad C = 90° - B$$

e para b e c:

$$b = a \text{ sen. } B \qquad c = a \cos. B.$$

Exemplo:

$$\text{Sejam dados} \left\{ \begin{array}{l} B = 37° \, 20' \\ a = 150^{m} \end{array} \right. \text{ calcular} \left\{ \begin{array}{l} C \\ b \\ c \end{array} \right. .$$

$$C = 90° - 37° \, 20' = 52° \, 40'$$

$$b = a \text{ sen. } B = 150 \times \text{sen. } 37° \, 20' = 150 \times 0{,}606 = 90^{m},90$$

$$c = a \cos. B = 150 \times \cos. 37° \, 20' = 150 \times 0{,}795 = 119^{m},25.$$

230 — Podemos fazer a aplicação dos princípios expostos nêste capítulo à resolução de grande número de problemas, como por exemplo:

O problema exposto no n.° 185, pode resolver-se, colocando um goniómetro em E, *(fig. 162)*, medindo o ângulo $C E G$ e a base $E G$.

$$C G = E G \times \text{tang. } C E G$$

Para ter a altura total junta-se $E F$, altura do instrumento.

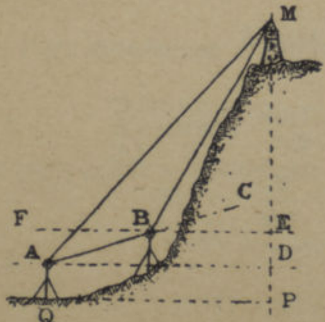


Fig. 181

231 — Querendo determinar a altura, $M P$, dum ponto, M, inacessível, *(fig. 181)*, em relação ao plano horizon-

tal PQ, estaciona-se em A, mede-se o ângulo MAD no plano vertical passando pelo ponto M. A seguir, estaciona-se no ponto B, colocando no primeiro ponto Q uma mira com a altura AQ igual à altura do instrumento utilizado.

Em B determinam-se os ângulos MBE e FBA, donde se deduz o valor do ângulo MAB.

$$MAB = MAD - FBA$$

$$MBA = 180° - MBE + FBA$$

No triângulo MBA, conhecendo a base AB e os ângulos adjacentes, pode calcular-se cada um dos lados

$$AM \text{ e } BM$$

no triângulo MAD

$$MD = AM \operatorname{sen.} MAD$$

Para ter MP basta juntar a MD a altura AQ do instrumento.

232 — Tábuas das funções trigonométricas

Para os ângulos 0° a 90° (R = 1 m)

Valores em metros

De 0° a 45° títulos da parte superior →

Gráus	Minutos	Senos	Cosenos	Tangentes	Cotangentes		
0	0	0,000	1,000	0,000	∞	0	90
	20	0,006	0,999	0,006	171,885	40	
	40	0,012	0,999	0,012	85,940	20	
1	0	0,017	0,999	0,017	57,290	0	89
	20	0,023	0,999	0,023	42,964	40	
	40	0,029	0,999	0,029	34,368	20	
2	0	0,035	0,999	0,035	28,636	0	88
	20	0,041	0,999	0,041	24,542	40	
	40	0,047	0,999	0,047	21,470	20	
3	0	0,052	0,999	0,052	19,081	0	87
	20	0,058	0,998	0,058	17,169	40	
	40	0,064	0,998	0,064	15,605	20	
4	0	0,070	0,998	0,070	14,301	0	86
	20	0,076	0,997	0,076	13,197	40	
	40	0,081	0,997	0,082	12,251	20	
5	0	0,087	0,996	0,087	11,430	0	85
	20	0,092	0,996	0,093	10,712	40	
	40	0,099	0,995	0,099	10,078	20	
6	0	0,105	0,995	0,105	9,514	0	84
	20	0,110	0,994	0,111	9,010	40	
	40	0,116	0,993	0,117	8,556	20	
7	0	0,122	0,993	0,123	8,144	0	83
	20	0,128	0,992	0,129	7,770	40	
	40	0,133	0,991	0,135	7,429	20	
8	0	0,139	0,990	0,141	7,115	0	82
	20	0,145	0,989	0,146	6,827	40	
	40	0,151	0,989	0,152	6,561	20	
9	0	0,156	0,988	0,158	6,314	0	81
	20	0,162	0,987	0,164	6,084	40	
	40	0,168	0,986	0,170	5,871	20	
		Cosenos	Senos	Cotangentes	Tangentes	Minutos	Gráus

De 45° a 90° títulos da parte inferior →

De 0° a 45° títulos da parte superior ⟶

Graus	Minutos	Senos	Cosenos	Tangentes	Cotangentes		
10	0	0,174	0,985	0,176	5,671	0	80
	20	0,179	0,984	0,182	5,485	40	
	40	0,185	0,983	0,188	5,309	20	
11	0	0,191	0,982	0,194	5,145	0	79
	20	0,197	0,981	0,200	4,990	40	
	40	0,202	0,979	0,206	4,843	20	
12	0	0,208	0,978	0,213	4,705	0	78
	20	0,214	0,977	0,219	4,574	40	
	40	0,219	0,976	0,225	4,449	20	
13	0	0,225	0,974	0,231	4,331	0	77
	20	0,231	0,973	0,237	4,219	40	
	40	0,236	0,972	0,243	4,113	20	
14	0	0,242	0,970	0,249	4,011	0	76
	20	0,248	0,969	0,256	3,914	40	
	40	0,253	0,967	0,262	3,821	20	
15	0	0,259	0,966	0,268	3,732	0	75
	20	0,264	0,964	0,274	3,647	40	
	40	0,270	0,963	0,280	3,566	20	
16	0	0,276	0,961	0,287	3,487	0	74
	20	0,281	0,960	0,293	3,412	40	
	40	0,287	0,958	0,299	3,340	20	
17	0	0,292	0,956	0,306	3,271	0	73
	20	0,298	0,955	0,312	3,204	40	
	40	0,303	0,953	0,319	3,140	20	
18	0	0,309	0,951	0,325	3,078	0	72
	20	0,315	0,949	0,331	3,018	40	
	40	0,320	0,947	0,338	2,960	20	
19	0	0,326	0,946	0,344	2,904	0	71
	20	0,331	0,944	0,351	2,850	40	
	40	0,337	0,942	0,357	2,788	20	
20	0	0,342	0,940	0,364	2,747	0	70
	20	0,347	0,938	0,371	2,699	40	
	40	0,353	0,936	0,370	2,651	20	
21	0	0,358	0,934	0,384	2,605	0	69
	20	0,364	0,931	0,391	2,560	40	
	40	0,369	0,929	0,397	2,517	20	
		Cosenos	Senos	Cotangentes	Tangentes	Minutos	Gráus

De 45° a 90° títulos da parte inferior ⟶

De 0° a 45° títulos da parte superior →

Gráus	Minutos	Senos	Cosenos	Tangentes	Cotangentes		
22	0	0,375	0,927	0,404	2,475	0	68
	20	0,380	0,925	0,411	2,434	40	
	40	0,385	0,923	0,418	2,394	20	
23	0	0,391	0,921	0,424	2,356	0	67
	20	0,396	0,918	0,431	2,318	40	
	40	0,401	0,916	0,438	2,232	20	
24	0	0,407	0,914	0,445	2,246	0	66
	20	0,412	0,911	0,452	2,211	40	
	40	0,417	0,909	0,459	2,177	20	
25	0	0,423	0,906	0,466	2,145	0	65
	20	0,428	0,904	0,473	2,112	40	
	40	0,433	0,901	0,481	2,081	20	
26	0	0,438	0,899	0,488	2,050	0	64
	20	0,444	0,896	0,495	2,020	40	
	40	0,449	0,894	0,502	1,991	20	
27	0	0,453	0,891	0,510	1,963	0	63
	20	0,459	0,888	0,517	1,935	40	
	40	0,465	0,886	0,524	1,907	20	
28	0	0,469	0,883	0,532	1,881	0	62
	20	0,475	0,880	0,539	1 855	40	
	40	0,480	0,877	0,547	1,829	20	
29	0	0,485	0,875	0,554	1,804	0	61
	20	0,490	0,872	0,562	1,780	40	
	40	0,495	0,869	0,570	1,756	20	
30	0	0,500	0,866	0,577	1,732	0	60
	20	0,505	0,863	0,585	1,709	40	
	40	0,510	0,860	0,593	1,686	20	
31	0	0,515	0,857	0,601	1,664	0	59
	20	0,520	0,854	0,609	1,643	40	
	40	0,525	0,851	0,617	1,621	20	
32	0	0,530	0,848	0,625	1,600	0	58
	20	0,535	0,845	0,633	1,580	40	
	40	0,540	0,842	0,641	1,560	20	
33	0	0,545	0,839	0,649	1,540	0	57
	20	0,550	0,835	0,658	1,520	40	
	40	0,554	0,832	0,666	1,501	20	
		Cosenos	Senos	Cotangentes	Tangentes	Minutos	Gráus

De 45° a 90° títulos da parte inferior →

De 0° a 45° títulos da parte superior ——→

Gráus	Minutos	Senos	Cosenos	Tangentes	Cotangentes		
34	0	0,559	0,829	0,675	1,483	0	56
	20	0,564	0,826	0,683	1,461	40	
	40	0,569	0,822	0,692	1,446	20	
35	0	0,574	0,819	0,700	1,428	0	55
	20	0,578	0,816	0,709	1,411	40	
	40	0,583	0,812	0,718	1,393	20	
36	0	0,588	0,809	0,727	1,376	0	54
	20	0,592	0,806	0,735	1,360	40	
	40	0,597	0,802	0,744	1,343	20	
37	0	0,602	0,799	0,754	1,327	0	53
	20	0,606	0,795	0,763	1,311	40	
	40	0,611	0,792	0,772	1,295	20	
38	0	0,616	0,788	0,781	1,280	0	52
	20	0,620	0,784	0,791	1,265	40	
	40	0,625	0,781	0,800	1,250	20	
39	0	0,629	0,777	0,810	1,235	0	51
	20	0,634	0,773	0,819	1,220	40	
	40	0,638	0,770	0,829	1,206	20	
40	0	0,643	0,766	0,839	1,192	0	50
	20	0,647	0,762	0,849	1,178	40	
	40	0,652	0,759	0,859	1,164	20	
41	0	0,656	0,755	0,869	1,150	0	49
	20	0,660	0,751	0,880	1,137	40	
	40	0,665	0,747	0,890	1,124	20	
42	0	0,669	0,743	0,900	1,111	0	48
	20	0,673	0,739	0,911	1,098	40	
	40	0,678	0,735	0,922	1,085	20	
43	0	0,682	0,731	0,933	1,072	0	47
	20	0,686	0,727	0,943	1,060	40	
	40	0,690	0,723	0,955	1,048	20	
44	0	0,695	0,719	0,966	1,036	0	46
	20	0,699	0,715	0,977	1,024	40	
	40	0,703	0,711	0,988	1,012	20	
45	0	0,707	0,707	1,000	1,000	0	45
		Cosenos	Senos	Cotangentes	Tangentes	Gráus	Minutos

De 45° a 90° títulos da parte inferior ——→

Instrumentos usados em topografia

XLV — Na planimetria — Goniógrafos. Prancheta e acessórios. Alidades, compasso de espessura, nível de bôlha e declinatória

233 — **Instrumentos usados na planimetria.** — Os instrumentos usados na planimetria estão agrupados em duas classes: *goniógrafos* e *goniómetros*. Com os goniógrafos obtemos directamente o desenho dos ângulos; com os goniómetros obtemos o seu valor expresso em graus, depois do que executaremos o desenho respectivo.

234 — **Goniógrafos.** — O goniógrafo é constituido pela prancheta, por uma alidade e outros acessórios.

235 — **Prancheta.** — A prancheta consta dum rectângulo ou quadrado de madeira de 4,5 a 6 decímetros de lado.

É formada de tábuas estreitas, unidas entre si para não empenarem.

NOTA — Quando se não trabalha, deve guardar-se a prancheta em sítio onde esteja ao abrigo da humidade e do calor. A prancheta deve estar assente, pela face superior, sôbre uma superfície horizontal, e sobrecarregada com pesos, para não empenar.

É sôbre esta prancheta que se assenta o papel para se desenhar. O papel, quadriculado proporcionalmente á escala, é fixo pelas extremidades, que devem exceder a prancheta, por meio de gôma ou por pequenos pregos, vulgarmente chamados *percevejos*.

A prancheta, em regra, liga-se ao *tripé* por intermédio dum *joelho*.

Para isso, a prancheta tem na sua face inferior alojamentos roscados para três parafusos existentes nos três braços do prato superior do joelho.

Como a ligação da prancheta deve ser feita de modo a poder mover-se sôbre si mesma em qualquer sentido, aquele prato gira em torno dum eixo que se verticaliza por meio de três *parafusos niveladores*, existentes na extremidade dos três *braços* inferiores do joelho e correspondendo cada um a uma das pernas do tripé. Para que a prancheta se possa fixar em qualquer posição, há no joelho um parafuso denominado *de pressão*; e, para que depois de fixada, lhe possamos imprimir pequenos movimentos em torno do eixo vertical do joelho, existe também um parafuso especial denominado *parafuso de reclamo*.

O joelho liga-se ordinàriamente ao tripé por meio duma haste com parafuso que atravessa a mesa do tripé e entra numa rôsca existente na parte inferior do joelho.

Esta haste tem geralmente uma péga de madeira, em forma de pêra.

236 — **Alidade.** — É um instrumento destinado a determinar direcções e a traçá-las no papel colocado sôbre a prancheta.

Há diferentes espécies de alidades, sendo as mais vulgares as *alidades de pínulas* e as *alidades de óculo*.

237 — **Alidade de pínulas,** *(fig. 182).* — Consta duma régua de metal *a b*, de 4 a 6 decímetros de comprimento, nos extremos da qual se elevam perpendicularmente duas lâminas, *A* e *B*, a que se dá o nome de *pínulas*. Cada lâmina é dividida, paralelamente à base, em duas partes iguais; uma das partes tem uma abertura rectangular, *c*, que se denomina *janela*, dividida de alto a baixo por um fio; a outra, tem uma estreita *fenda*, *d*, que serve de ocular.

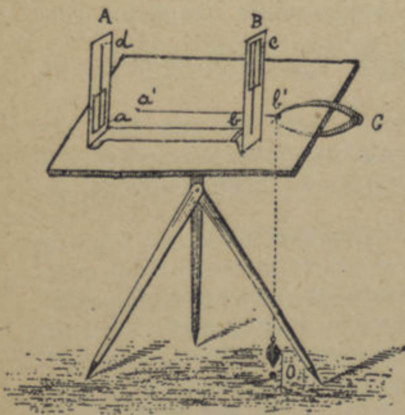


Fig. 182

O fio de cada janela duma pínula corresponde à fenda da outra. O bordo da régua, que serve para traçar as direcções, denomina-se *linha de fé* ou de *colimação*.

Quando a alidade assenta sôbre um plano horizontal, o plano que passa pelos fios, pelas fendas e pela linha de fé é vertical, e, por isso a alidade serve para traçar no plano da prancheta o traço dum plano vertical.

Êste instrumento não serve para a observação de pontos muito distantes, não devendo, em regra, as direcções traçadas, depois de reduzidas à escala, exceder metade do comprimento da régua, que tem em média $0^{m},50$.

238 — **Alidade de óculo.** — Consta duma régua de metal, *(fig. 183)*, perpendicularmente à qual se eleva uma coluna que sustenta um óculo astronó-

mico (1) susceptível de mover-se num plano vertical, quando a régua assenta sôbre um plano horizontal.

A alidade de óculo deve satisfazer às seguintes condições:

1.ª O eixo ótico do óculo deve ser perpendicular ao seu eixo de rotação, para que descreva um plano vertical e não uma superfície cónica;

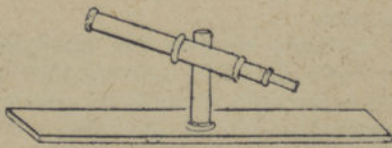


Fig. 183

2.ª Êsse plano, chamado de colimação, deve passar pela linha de fé da alidade;

3.ª O eixo ótico do óculo deve corresponder à linha que passa pelo cruzamento dos fios do retículo (2) e pelo centro ótico da objectiva.

239 — **Nível de bôlha de ar.** — Funda-se na propriedade que têm os fluidos de densidades diferentes, quando reünidos num vaso, de o menos

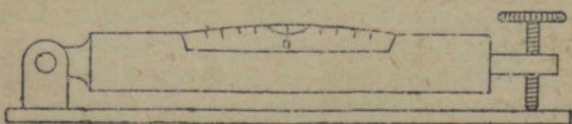


Fig. 184

denso ocupar a parte superior, sendo horizontal a superfície de separação.

Compõe-se dum tubo de vidro ligeiramente curvo, com a convexidade para cima, *(fig. 184)*; o tubo

(1) O óculo astronómico dá, como se sabe, imagens invertidas, em virtude da propriedade das lentes convergentes.

(2) Os fios do retículo, um dos quais é vertical, ficam num disco que se encontra adiante da ocular. Os retículos são em geral riscados no vidro.

contém um líquido e uma pequena bôlha de ar, que o enchem completamente, tendo sido hermèticamente fechado num dos seus extremos. O vidro é resguardado por outro tubo de metal, deixando a descoberto a parte convexa, na qual há dois traços que indicam a posição da bôlha, quando o nível assenta sôbre uma linha ou superfície horizontal.

Estando o nível em qualquer destas condições o meio da bôlha corresponde ao meio dos traços de referência, ficando os seus extremos igualmente afastados do meio do tubo.

Quando isto sucede, diz-se que o nível está *calado*.

A partir dos traços para as extremidades do tubo existe uma escala graduada.

Em alguns níveis há duas aberturas igualmente distantes do meio do tubo, pelas quais se observa o movimento da bôlha.

Há também níveis em forma de calote esférica. Nestes a bôlha ocupa a parte superior da calote, quando o nível assenta sôbre um plano horizontal, ou está calado.

O nível de bôlha emprega-se para verificar a horizontalidade duma linha ou duma superfície plana e também a verticalidade dum eixo de rotação.

Para verificarmos a horizontalidade duma linha, colocamos o nível sôbre essa linha; quando o nível estiver calado, a linha está horizontal.

Para verificarmos a horizontalidade duma superfície, colocamos o nível segundo uma certa direcção da superfície; em seguida colocamo-lo numa direcção pròximamente perpendicular à primeira. Se em qualquer dessas posições o nível estiver calado, é evidente que a superfície está horizontal, visto que há duas linhas do seu plano que são horizontais.

Para verificarmos a verticalidade dum eixo de rotação procede-se de modo análogo ao precedente, colocando o nível sôbre a superfície (prato ou prancheta) a que o referido eixo deve ser perpendicular.

Há dois modos de verificar a exactidão dêstes instrumentos.

1.° Observar se a bôlha corresponde ao meio do tubo, quando o nível assentar sôbre um plano horizontal.

Inverte-se depois a posição do nível e igualmente se observa se a bôlha se ajusta às referências indicadas. Se nas duas posições dadas ao instrumento o centro da bôlha ficar no meio do tubo, o nível está exacto; porém, se isto se não der, o instrumento precisa ser rectificado; ou, para nos podermos servir dêle, refere-se o centro da bôlha a um ponto médio das duas posições que ela tomou.

2.° Assenta-se o nível sôbre um plano inclinado numa certa direcção e toma-se nota do afastamento da bôlha em relação ao meio do tubo. Inverte-se depois o instrumento, de maneira que os extremos do tubo ocupem precisamente o lugar um do outro, e nota-se o afastamento da bôlha; se êste fôr igual ao primeiro, o instrumento está capaz; se não fôr, rectifica-se o nível, ou refere-se a bôlha, como no 1.° caso, a um ponto médio dos dois.

240 — **Nível de pedreiro.** — Neste nível a horizontalidade da linha de pontaria obtem-se dispondo esta perpendicularmente à direcção da vertical, que nos é dada pelo *fio de prumo.*

Compõe-se dum triângulo rectângulo isosceles, de madeira, de que dois lados *A B* e *A C*, *(fig. 185)*, são reünidos por uma travessa; no vértice *A* dêste triângulo está suspenso um fio de prumo.

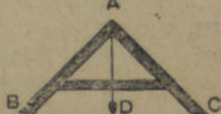


Fig. 185

Um traço marcado na travessa, e que se chama *linha de fé* do nível, determina uma linha *A D* perpendicular a *B C*, na qual o fio de prumo se ajustará quando a linha *B C* fôr horizontal.

Para traçar aquela linha de fé, coloca-se o nível sôbre uma régua ligeiramente inclinada, *(fig. 186)*, o fio de prumo cairá segundo a vertical, na direcção de *P*, que se marca com um traço *r'* na travessa do nível.

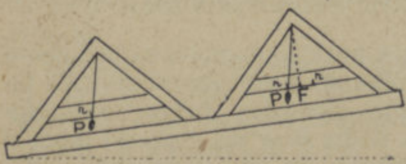


Fig. 186

Inverte-se o instrumento, extremo a extremo, e determina-se, por um segundo traço, *r*, sôbre a travessa, a direcção do fio de prumo. Os dois traços *r* e *r'* acham-se colocados simètricamente em relação ao traço procurado, *F*, e traçaremos depois a linha de fé dividindo ao meio o intervalo *r r'*.

Êste método *de inversão* é o que se emprega para conhecer se um nível desta natureza é bom ou não.

241 — **Modo de nivelar a prancheta.** — Nivelar a prancheta é colocá-la horizontalmente, para representar o plano de projecção.

A prancheta nivela-se ordinàriamente com o nível de bôlha de ar, ou, quando o não haja, por meio do nível de pedreiro ou dum corpo esférico.

Para nivelar a prancheta com o nível de bôlha de ar, assenta-se êste sôbre ela, na direcção de dois pés do tripé, faz-se mover depois os respectivos parafusos niveladores de forma que o nível fique calado, isto é, até que a bôlha se contenha entre os traços de referência do tubo.

Depois, dá-se ao nível uma posição em ângulo pròximamente recto com a primeira, o que se obtem colocando-o na direcção do outro pé do tripé e igualmente se faz calar o nível, fazendo mover o terceiro parafuso nivelador.

Em seguida apertam-se os parafusos do tripé e os do joelho; ficando assim nivelada a prancheta.

Empregando o nível de pedreiro, a operação é idêntica.

O nível está calado quando o fio de prumo se ajusta com a sua linha de fé.

É conveniente, qualquer que seja o nível empregado, repetir a operação; porque, quando se dá ao nivel a segunda posição e se faz calar, quási sempre se desarranja o nivelamento obtido na primeira.

A prancheta poderá também nivelar-se deixando cair sôbre ela, de pequena altura, um corpo esférico; se êle ficar em repouso, a prancheta está sensivelmente horizontal: se não ficar, move-se convenientemente a prancheta, até que essa condição se verifique.

242—**Declinatória.**—A prancheta orienta-se, *em regra,* empregando a *declinatória,* desde que não se possa orientar por meio de pontos da triangulação ou do esqueleto topográfico.

Fig. 187

A declinatória, *(fig. 187),* consiste numa caixa metálica, de base rectangular, fechada superiormente por um vidro, no interior da qual existe uma agulha magnética; a ponta azul da agulha marca, como se sabe, o Norte magnético.

Correspondendo aos dois lados menores da caixa, existem dois limbos graduados em graus, para um e outro lados do eixo longitudinal, a cujos extremos corresponde a graduação *zero.*

Num dos lados da caixa há um botão ligado a uma alavanca que permite imobilizar a agulha.

243 — **Orientação da prancheta.** — *Na primeira estação:* começa-se por fixar a prancheta, dispondo-a de modo que nela caiba a planta do terreno; em seguida assenta-se a declinatória a um dos cantos da prancheta, e move-se até que a ponta azul se ajuste com os traços do eixo longitudinal, obtido o que, se dá um traço com o lápis, segundo um dos lados maiores, que deve ser paralelo áquele eixo e que indicará, figurando uma flecha, a direcção Norte da agulha.

Nas outras estações: Assenta-se a declinatória, ajustando um dos lados maiores ao traço marcado e move-se lentamente a prancheta, até que a ponta azul se ajuste com os indicadores do eixo longitudinal.

Quando pretendermos a orientação em relação ao meridiano geográfico, devemos atender ao ângulo de declinação, como já vimos.

244 — **Compasso de espessura.** — Outro acessório da prancheta é o *compasso de espessura,* que serve para fazer colocar um ponto da planta na vertical do ponto correspondente do terreno. Consta duma peça de madeira em forma de *U,* tendo num dos ramos uma ranhura e no outro um fio de prumo, que passa por um orifício existente nesse ramo.

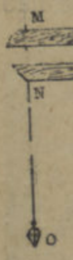


Fig. 188

A *fig. 188* dá uma idea clara da sua forma. O extremo da régua superior, depois do compasso estar introduzido na prancheta, ajusta-se com o ponto da planta onde prèviamente se tem cravado uma agulha com cabeça de lacre, e o pêso do fio de prumo indica o ponto correspondente do terreno, onde poderá ser cravada uma pequena estaca.

O *compasso de espessura* pode também ter a forma representada na *fig. 182.*

245 — **Colocação da prancheta em estação.** — A prancheta diz-se colocada em estação:

1.º Quando está nivelada.

2.º Quando está orientada.

3.º Quando o ponto da planta, correspondente à estação, está na mesma vertical do ponto do terreno.

Nos n.os 239 a 242 já estudámos a maneira de realizar estas três operações.

Para colocarmos a prancheta em estação num determinado ponto de terreno, cuja projecção não exista na carta, havendo contudo, as projecções a, b e c de 3 pontos visíveis A, B e C, em torno do ponto onde desejamos fazer estação, poderemos empregar, como mais prático, o processo seguinte:

246 — **Método do papel transparente.** — Este método é muito simples: Consiste no seguinte: Colocada a prancheta em estação (num ponto M), estende-se sôbre ela uma fôlha de papel transparente, (tela ou vegetal), que se fixa com *percevejos;* depois, por um ponto qualquer m' *(fig. 189)*, visam-se sucessivamente os pontos A, B e C e traçam-se, naquele papel, segundo a linha de fé, as direcções correspondentes $m'a'$, $m'b'$ e $m'c'$.

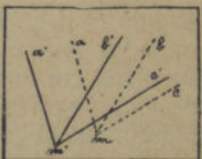


Fig. 189

Soltando então a fôlha de papel transparente, faz-se deslizar sôbre a prancheta, até que aquelas três direcções passem ao mesmo tempo pelos pontos a, b e c, da planta.

Quando isto suceder, marca-se com uma agulha fina o ponto de intersecção das três linhas, e obtem-se assim a projecção procurada, m, na planta.

É conveniente, depois de obtida a projecção do ponto na prancheta, verificar a posição dêsse ponto, colocando a linha de fé da alidade sucessivamente em cada uma das direcções $m\ a$, $m\ b$ e $m\ c$, e observando se os pontos *A*, *B* e *C* do terreno se encontram nos respectivos planos de pontaria.

247 — **Maneira de construir um ângulo no terreno.** — Seja *b a c, (fig. 190)*, o ângulo traçado na planta, que se quere passar ao terreno.

Estaciona-se a prancheta aproximadamente no ponto onde deve ficar o vértice do ângulo; depois faz-se corresponder exactamente o ponto *A* na vertical de *a*. Feito isto, encosta-se a linha de fé da alidade, aos lados *a b* e *a c* do ângulo; mandando colocar bandeirolas nas direcções dos planos verticais que passam pela linha de fé da alidade, fica determinado no terreno o ângulo *B A C*, igual a *b a c* da planta. Com efeito os lados *A B* e *A C*, existindo nos mesmos planos verticais em que existem *a b* e *a c*, mostram que os dois ângulos são *iguais*. Se, sôbre as direcções indefinidas *A B* e *A C*, marcarmos distâncias proporcionais a *a b* e *a c* da planta, teremos construído no terreno um triângulo semelhante a *b a c*.

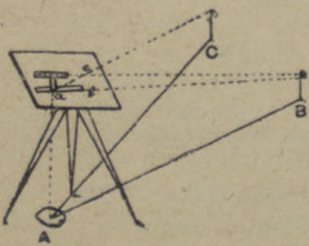


Fig. 190

XLVI — Nónio. Divisão da circunferência

248 — **Nonio.** — (1) É uma pequena escala aplicável à de qualquer instrumento, podendo correr

(1) Alguns autores francêses pretendem que a importante invenção do nónio seja devida a Vernier. Está, porêm, provado que essa glória não pode ser contestada ao nosso imortal compatriota o grande matemático Pedro Nunes, que viveu no século XVI, e de cujo apelido derivou o nome de *nónio*.

ao longo dela, e servindo para avaliar fracções da menor divisão desta.

O *nónio* abrange, para isso, um número exacto de divisões da escala principal, e está dividido em tantas partes e mais uma, quantas as que abrange na escala.

Portanto, representando por D uma divisão da escala, por d uma divisão do *nónio* e por n o número de divisões do *nónio*, temos:

$$D(n-1) = d\,n \quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

249 — **Natureza do nónio.** — É a diferença entre uma divisão da escala D e uma divisão do nónio.

Com efeito, da fórmula (1) deduz-se

$$Dn - D = dn$$

ou

$$(D - d)\,n = D$$

e

$$D - d = \frac{D}{n}.$$

Donde se conclui que a natureza do nónio se obtem dividindo uma divisão da escala pelo número de divisões do nónio.

250 — O *nónio* pode ser *rectilíneo* ou *curvilíneo*, conforme a escala a que se aplica fôr rectilínea ou curvilínea.

Empregando o *nónio rectilíneo*, suponhâmos que, depois de aplicada a escala EE', *(fig. 191)*, a uma extensão AB, cuja medição exacta se deseja, ficou um resto bB.

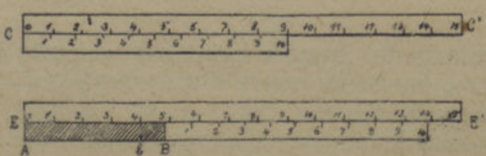


Fig. 191

Avalia-se êste resto conservando fixa a escala principal, e avançando com o *nónio* até que o seu zero (chamado *linha de fé*), coïncida com o extremo B do resto. O número da divisão do nónio, que coïncidir, ou mais próxima ficar duma divisão da escala principal, indicará quantas vezes a natureza do *nónio* entrou no resto em questão.

251 — **Aproximação do nónio rectilíneo.** — Apesar de, teòricamente, se demonstrar que quanto maior fôr o número de divisões da escala que o nónio abrange, tanto maior será a sua aproximação, ha na prática um limite determinado pela dificuldade de observar exactamente qual a divisão do *nónio* com que se faz a coïncidência, dificuldade que aumentará quando a natureza do *nónio* diminuir. Êste limite ou aproximação é de $\frac{1}{50}$ de milímetro nos *nónios rectilíneos,* porque têm 25 divisões e são aplicados a escalas divididas em meios milímetros.

252 — **Aproximação do nónio curvilíneo.** — Em regra os nónios circulares, *(fig. 192),* permitem a

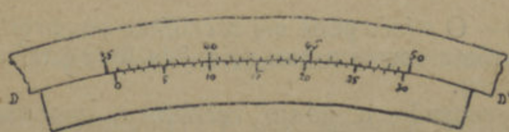


Fig. 192

leitura dos ângulos com a aproximação dum minuto; mas na maior parte dos *teodolitos* a aproximação é muito maior.

Suponhâmos um limbo dividido em 360°: Cada grau pode ser subdividido em seis partes. O nónio abrange 29 dessas partes, sendo, portanto dividido em 30 partes.

A aproximação é pois de $\frac{1}{30}$ de 10′, ou sejam 20″.

253 — **Divisão da circunferência.** — Os ângulos podem ser expressos em *graus* ou *grados*. O grau corresponde á divisão sexagésimal da circunferência e o grado á divisão centésimal.

O sistema centésimal consiste em dividir a circunferência em 400 partes iguais chamadas *grados*, e cada grado subdivide-se em *decigrados*, *centigrados* e *miligrados*.

254 — **Transformação de grados em graus.** — Suponhamos que queremos converter em graus um ângulo de $82^g\ 34`\ 20``$ (ou 823.420``).

No sistema sexagésimal o quadrante vale

$$90 \times 60 \times 60 = 324.000''$$

No sistema centésimal o quadrante vale

$$100 \times 100 \times 100 = 1\,000.000``$$

Estabelecendo a proporção

$$\frac{324.000}{1.000.000} = \frac{x}{823.420}, \text{ temos:}$$

$$x = \frac{324 \times 823{,}42}{1.000} = 266.788'' = 74^\circ\ 6'\ 28''$$

Damos, a seguir, as táboas para a conversão de divisões centésimais em divisões sexagésimais, (grados em graus), assim como as táboas para a conversão de divisões sexagésimais em divisões centésimais, (graus em grados).

255 — Tábuas para a conversão de divisões centésimais em divisões sexagésimais

Grados	Gr. Min.	Grados	Gr. Min.	Grados	Gr. Min.	Grados	Gr. Min.
1	0° 54′	26	23° 24′	51	45° 54′	76	68° 24′
2	1° 48′	27	24° 18′	52	46° 48′	77	69° 18′
3	2° 42′	28	25° 12′	53	47° 42′	78	70° 12′
4	3° 36′	29	26° 6′	54	48° 36′	79	71° 6′
5	4° 30′	30	27° 0′	55	49° 30′	80	72° 0′
6	5° 24′	31	27° 54′	56	50° 24′	81	72° 54′
7	6° 18′	32	28° 48′	57	51° 18′	82	73° 48′
8	7° 12′	33	29° 42′	58	52° 12′	83	74° 42′
9	8° 6′	34	30° 36′	59	53° 6′	84	75° 36′
10	9° 0′	35	31° 30′	60	54° 0′	85	76° 30′
11	9° 54′	36	32° 24′	61	54° 54′	86	77° 24′
12	10° 48′	37	33° 18′	62	55° 48′	87	78° 18′
13	11° 42′	38	34° 12′	63	56° 42′	88	79° 12′
14	12° 36′	39	35° 6′	64	57° 36′	89	80° 6′
15	13° 30′	40	36° 0′	65	58° 30′	90	81° 0′
16	14° 24′	41	36° 54′	66	59° 24′	91	81° 54′
17	15° 18′	42	37° 48′	67	60° 18′	92	82° 48′
18	16° 12′	43	38° 42′	68	61° 12′	93	83° 42′
19	17° 6′	44	39° 36′	69	62° 6′	94	84° 36′
20	18° 0′	45	40° 30′	70	63° 0′	95	85° 30′
21	18° 54′	46	41° 24′	71	63° 54′	96	86° 24′
22	19° 48′	47	42° 18′	72	64° 48′	97	87° 18′
23	20° 42′	48	43° 12′	73	65° 42′	98	88° 12′
24	21° 36′	49	44° 6′	74	66° 36′	99	89° 6′
25	22° 30′	50	45° 0′	75	67° 30′	100	90° 0′

256 — Tábuas para a conversão de divisões sexagésimais em divisões centésimais

Gráus	Grados	Gráus	Grados	Gráus	Grádos	Gráus	Grados
1	1,11111	24	26,66667	47	52,22222	70	77,77778
2	2,22222	25	27,77778	48	53,33333	71	78,88889
3	3,33333	26	28,88889	49	54,44444	72	80,00000
4	4,44444	27	30,00000	50	55,55556	73	81,11111
5	5,55556	28	31,11111	51	56,66667	74	82,22222
6	6,66667	29	32,22222	52	57,77778	75	83,33333
7	7,77778	30	33,33333	53	58,88889	76	84,44444
8	8,88889	31	34,44444	54	60,00000	77	85,55556
9	10,00000	32	35,55556	55	61,11111	78	86,66667
10	11,11111	33	36,66667	56	62,22222	79	87,77778
11	12,22222	34	37,77778	57	63,33333	80	88,88889
12	13,33333	35	38,88889	58	64,44444	81	90,00000
13	14,44444	36	40,00000	59	65,55556	82	91,11111
14	15,55556	37	41,11111	60	66,66667	83	92,22222
15	16,66667	38	42,22222	61	67,77778	84	93,33333
16	17,77778	39	43,33333	62	68,88889	85	94,44444
17	18,88889	40	44,44444	63	70,00000	86	95,55556
18	20,00000	41	45,55556	64	71,11111	87	96,66667
19	21,11111	42	46,66667	65	72,22222	88	97,77778
20	22,22222	43	47,77778	66	73,33333	89	98,88889
21	23,33333	44	48,88889	67	74,44444	90	100,00000
22	24,44444	45	50,00000	68	75,55556		
23	25,55556	46	51,11111	69	76,66667		

XLVII — Goniómetros

257 — Dissemos já que poderemos empregar, na execução da planimetria, em lugar da prancheta e acessórios, outros intrumentos que nos dêem o valor dos ângulos, valores, que, devidamente registados, nos habilitam a executar o desenho da planimetria, fora do próprio terreno.

Estes instrumentos são geralmente conhecidos pelo nome de *goniómetros*, por nos darem a medida dos ângulos.

258 — Entre os diferentes tipos de goniómetros, há a considerar: o *grafómetro*, o *pantómetro*, a *bússola topográfica*, o *círculo geodésico*, etc.

259 — **Grafómetro. — Descrição.** — O grafómetro é formado por um limbo semi-circular com duas graduações em graus, dispostas, relativamente, em sentido inverso. Nas extremidades do diâmetro estão fixas duas pínulas *A B*, *(fig. 193)*, formando a alidade fixa, e que determinam um primeiro plano de pontaria, passando pelo centro do instrumento e perpendicular ao plano do limbo.

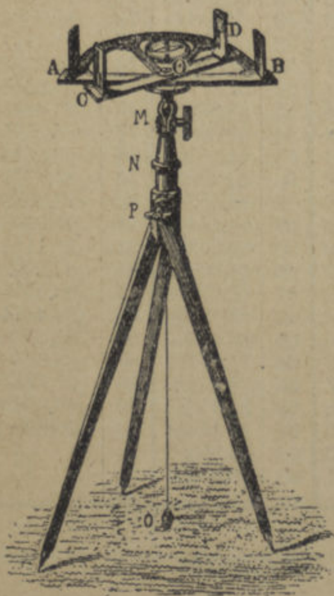


Fig. 193

Em torno do centro do instrumento, *O*, gira a alidade móvel *C D*, com duas pínulas que determinam um segundo plano de pontaria. Esta alidade contém dois nónios, cujos zeros correspondem ao plano de pontaria. O grafómetro liga-se a um tripé, *P*, por meio dum joelho apropriado, *M*, munido dum parafuso de fixação.

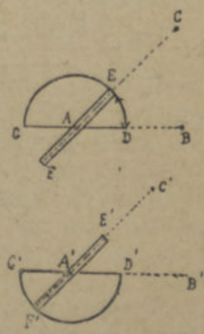
260 — **Emprêgo. — Colocação em estação.** — Coloca-se o eixo do grafómetro de modo que a vertical do centro *O* passe pelo ponto de esta-

ção O', o que se consegue por meio do fio de prumo.

Coloca-se o limbo horizontalmente, por meio dum nível de bolha de ar, pondo êste em duas direcções diferentes, vendo em cada uma delas se a bolha está centralizada.

A agulha da bússola poderá indicar, aproximadamente, a horizontalidade do limbo, porquanto será paralela ao plano da graduação, quando o limbo estiver horizontal.

261 — **Medição dos ângulos.** — Para medir o ângulo $B\,A\,C$ *(fig. 194)*, começa-se por pôr o instrumento em estação no vértice A, de modo que a alidade fixa $G\,D$ fique no plano vertical do lado $A\,B$, o que se verifica por uma pontaria $G\,D\,B$. Move-se em seguida a outra alidade $F\,E$, até que a pontaria feita pelas pínulas F e E passe pelo ponto C. O número de graus do arco $D\,E$ dá a medida do ângulo $B\,A\,C$.



Figs. 194 e 195

Quando o limbo estiver colocado exteriormente ao ângulo a medir, $B'\,A'\,C'$, *(fig. 195)*, a medida dêste é nos dada pelo arco $G'\,F'$ que mede o ângulo $G'\,A'\,F'$, verticalmente oposto ao primeiro.

262 — **Leitura dos nónios.** — A alidade móvel é, como se disse, munida de dois nónios, $C\,E$ e $D\,F$, *(fig. 196)*.

Os pontos C e D, a que correspondem os zeros, devem estar no mesmo plano de pontaria das respectivas pínulas.

Para medir um ângulo $R\,O\,P$, utilizando o nónio, é preciso que o arco $C\,E$ dêste, esteja para diante do lado $O\,P$. O valor do ângulo é dado pelos dois pontos A e C, respectivamente zero do limbo e zero do nónio.

O ângulo medido na graduação inscrita tem 39° e uma fracção cujo valor nos é dado pelo nónio.

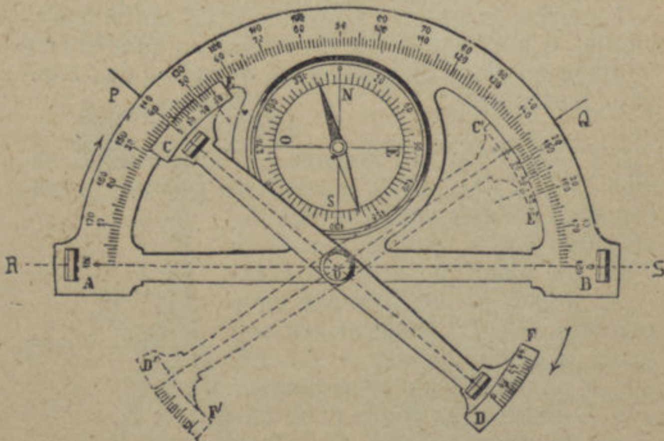


Fig. 196

Sendo a natureza dos dois nónios igual a quatro minutos, e sendo a coïncidência feita na 14.ª divisão, o ângulo $R\,O\,P$ será igual a 39° 56'.

Para medir o ângulo $R\,O\,Q$, coloca-se a alidade móvel na posição $D'\,C'$, no enfiamento do ponto Q, e a leitura do ângulo faz-se ainda na graduação inscrita, porque o instrumento está disposto para medir directamente o ângulo $R\,O\,Q = 145°\,56'$, e não o seu suplemento $S\,O\,Q = 34°\,4'$, que deveria ser lido na graduação exterior.

263 — **Medição de ângulos consecutivos.** — Quando houver ângulos consecutivos a medir, podemos considerá-los isoladamente, e achar, por exemplo,

(fig. 197), 32° para o primeiro, 29° 30′ para o segundo, 58° 45′ para o terceiro, 54° 45′ para o quarto, etc. Mas ha vantagem em acumular-se os ângulos, para o que se coloca a alidade fixa segundo a linha *O a*, movendo a outra alidade na direcção do segundo lado de cada ângulo, sem deslocar o grafómetro. Todos os ângulos são,

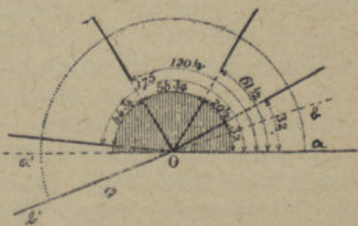


Fig. 197

assim, contados a partir de *O a*, lendo-se, sucessivamente: 32°, 61° 30′, 120° 15′, 175°, etc.

264 — **Pantómetro.** — O pantómetro, *(fig. 198)*, é formado por dois tambores cilíndricos, *M* e *N*, podendo girar qualquer dêles em torno do mesmo eixo vertical.

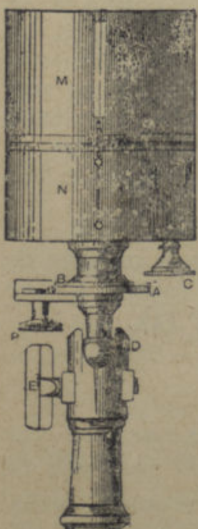


Fig. 198

O tambor inferior, que pode fixar-se por meio do parafuso de pressão, *P*, é graduado em graus em todo o bordo superior, e existe nêle uma fenda e uma janela dispostas no mesmo diâmetro, correspondendo: aquela á divisão 0° e esta à divisão 180°.

O tambor superior, que suporta uma agulha magnética girando num limbo graduado, tem dois sistemas de fendas e janelas dispostas como no esquadro do agrimensor; no bordo inferior, tem um ou dois nónios, divididos em 60 ou 30 partes, sendo portanto as suas naturezas, respectivamente, 1′ ou 2′.

Quando o pantómetro tem 2 nónios, o que acontece geralmente, os seus zeros devem corresponder aos extremos do diâmetro em que existem, respectivamente, uma fenda e uma janela, correspondendo, por sua vez, esta á divisão 0° (N) e aquela á divisão 180° (S), do limbo da agulha.

O tambor superior move-se por meio do botão *C* e engrenagem interior.

O pantómetro liga-se inferiormente, por meio dum eixo e dum joelho de esfera e fixando-se por um parafuso, *E*, a um tripé, ou (mais grosseiramente) a um bastão que termina inferiormente em ponta ferrada, para se enterrar no solo (1).

265 — **Emprêgo do Pantómetro.** — A primeira operação a executar é a orientação da *base:* Colocando o pantómetro em estação num dos extremos da base, orienta-se esta, pondo em coincidência o 0° da graduação do tambor inferior com o 0° do nónio da fenda (tambor superior); em seguida, visando pela fenda do tambor inferior o outro extremo da base, onde prèviamente se colocou uma bandeirola, veremos qual a direcção do limbo em que se projecta a ponta azul da agulha; e assim teremos o azimute da base (ou a sua orientação).

Depois de orientada a base, poderemos fixar a agulha e o tambor inferior, porque a medição de todos os outros ângulos é feita em relação á base e pela fenda (S) do tambor superior (2).

---

(1) Alguns pantómetros contém um óculo e um limbo vertical, ligados ao tambor superior, podendo assim ser também utilizados como eclímetros.

(2) A outra fenda do tambor superior, que não tem nónio, serve apenas quando o pantómetro funciona como esquadro.

266 — **Transferidor.** — Consta duma lâmina de metal ou de unha, de fórma semi-circular, dividida em graus, *(fig. 199).*

A linha *A B,* denominada *linha de fé,* coincide com o diâmetro 0° — 180°.

O transferidor serve para medir ou traçar ângulos no papel.

Querendo medir um ângulo, *D O C,* assenta-se o transferidor sôbre a linha *O C,* de modo que o centro coïncida com o ponto *O,* vértice do ângulo. O lado *D O* corta a circunferência num ponto. O arco compreendido entre os lados *O C* e *O D* dá-

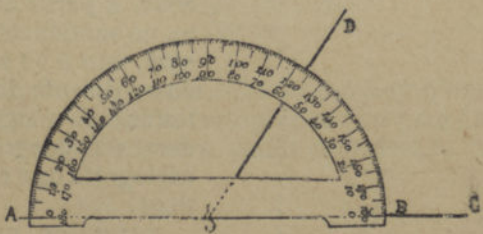


Fig. 199

-nos a medida do ângulo, que é lida na graduação, no ponto em que esta é cortada pela linha *O D.*

Reciprocamente, para se construir um determinado ângulo no ponto *O* da recta *A B,* assenta-se o diâmetro do transferidor sôbre *A B,* tocando o centro o ponto *O.* Traça-se depois o lado *O D,* passando pela divisão correspondente ao número de graus que o ângulo deve ter.

267. — **Azimutes.** — *Norte geográfico dum lugar.* — A sua direcção é-nos dada pela intersecção do plano do meridiano dêsse lugar com o plano horizontal. Representa-se nas cartas por uma linha *N S,* que é o *meridiano do lugar referido.*

Norte cartográfico dum lugar. — É a direcção

Norte da quadricula da carta, isto é, a paralela tirada á meridiana pelo ponto considerado.

Norte magnético dum lugar. — É a direcção que toma a ponta azul da agulha magnética no referido lugar.

Declinação magnética. — É o ângulo que o plano vertical que passa pelo eixo da agulha faz com o meridiano do lugar, ou seja, o ângulo formado pelo Norte magnético com o Norte geográfico.

Durante muito tempo a contagem dos azimutes fez-se do Norte para Oeste. Actualmente os azimutes contam-se 0° a 360°, a partir do Norte, no sentido *dextrorsum*, isto é no sentido do movimento dos ponteiros dum relógio. Podem ser geográficos, cartográficos e magnéticos.

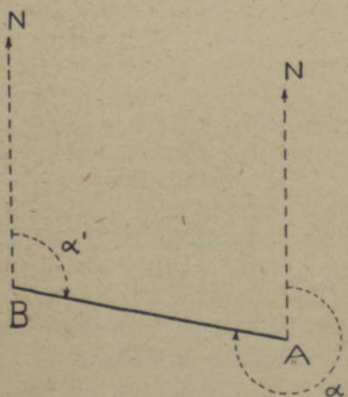


Fig. 200

Azimutes geográficos. — Quando são contados a partir do Norte geográfico. Para se conhecer nas cartas 1/25.000 e 1/20.000 reimpressas, a direcção do Norte-geográfico, têm nessas cartas indicado o valor da convergência média, ângulo do meridiano geográfico médio com o meridiano cartográfico.

Azimute cartográfico. — É o ângulo contado em relação ao Norte cartográfico.

Azimute magnético. — É contado em relação ao Norte magnético, cuja direcção faz actualmente com o Norte geográfico o ângulo de 14° 12′.

Azimute inverso. — O azimute inverso de *A B* é o azimute de *B A*, *(fig. 200)*. Assim, representando por α o azimute de AB e por α' o azimute inverso será

$$\alpha = \alpha' \pm 180^\circ$$

isto é, o azimute inverso é igual ao azimute directo mais ou menos 180°, conforme êste fôr menor ou maior que 180°

Exemplo:

Sendo $\alpha' = 283^\circ\, 25'$,

será $\alpha = 283^\circ\, 25' - 180^\circ$
$= 103^\circ\, 25'$

Relação entre os azimutes cartográfico e geográfico. — O Norte cartográfico fica para Oeste do Norte geográfico, se o ponto considerado, *A*, está

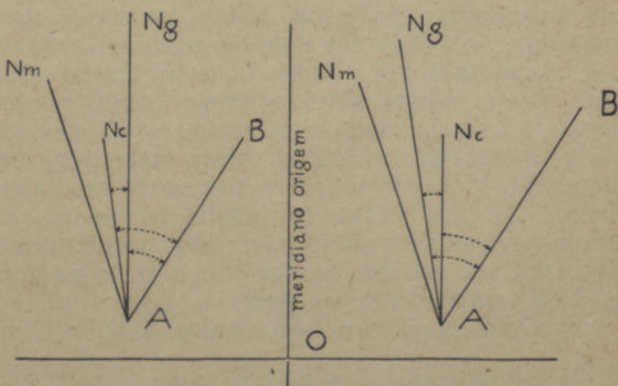


Fig. 201

a Oeste do ponto médio; e para Este do Norte geográfico, se o ponto *A*, considerado, está a Este do ponto médio, *O, (fig. 201).*

Os azimutes cartográfico e geográfico estão ligados pela formula:

$$\alpha_c = \alpha_g \pm C$$

em que *C* (convergência dos meridianos) é positivo ou negativo conforme o ponto considerado está a Oeste ou a Éste da meridiana do Ponto Central.

268—**Medida dos azimutes com um goniómetro.**— Segundo o que atrás dissemos, a medida dum ângulo obtem-se fazendo a diferença dos azimutes dos seus lados. Para obter êsses azimutes, é preciso colocar o goniómetro em estação no vertice do ângulo, isto é, colocar o centro do limbo na vertical dêsse vertice. Esta operação prévia quási sempre se faz á simples vista, pois o pequeno êrro que se possa cometer não tem influência sensível nos resultados; podemos, porém, proceder com mais rigor, servindo-nos dum fio de prumo.

É necessário que o limbo fique horizontal. Para isso não é indispensável empregar nível, porque devendo a agulha magnética, no seu estado de equilibrio, manter-se horizontal, basta fazer girar lentamente o instrumento sôbre si mesmo, certificando-nos de que nêsse movimento as pontas da agulha permanecem equidistantes do plano do limbo. Se assim não sucede, corrige-se a falta de horizontalidade, atuando sôbre o joelho.

Em alguns goniómetros ha um nível de bolha de ar.

269 — Como veremos quando estudarmos a bússola de *Peigné*, podemos deixar de calcular a diferença azimutal, construindo directamente no desenho os dois lados do ângulo, por meio dos seus azímutes que se referem ao meridiano magnético traçado, para êsse fim, na fôlha do levantamento.

As leituras dos ângulos fazem-se como já sabemos, de *N* para *S*, passando por *E*, considerando sempre o *N* no extremo oposto de cada base adoptada.

270 — **Registo do levantamento feito com um goniómetro.** — É conveniente, ao mesmo tempo que elaboramos o registo, fazer um ligeiro esboço do terreno, assinalando os diferentes pontos pelas respectivas letras do registo.

271 — **Desenho da planta.** — Na confecção do desenho começaremos por desenhar a base *A B*,

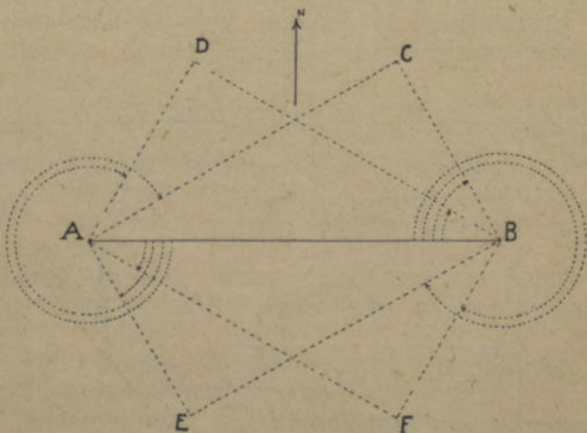
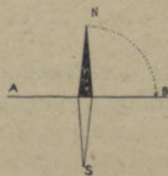


Fig. 202

(fig. 202), reduzida à escala, indicando por meio duma seta o norte magnético.

Os ângulos registados marcam-se com o auxílio do transferidor, pelo que fàcilmente se vê que é impossível desenhar ângulos com aproximação de menos de *15'*.

Registo do levantamento feito com um goniómetro

Pontos de estação	Pontos visados	Ângulos	Distâncias horizontais	Observações
A	*B*		50^{m}	*A B*
	C	+ 150°		
	D	+ 120°		
	E	60°		
	F	30°		
B	*A*			*B A*
	C	60°		
	D	30°		
	E	+ 150°		
	F	+ 120°		

Para desenhar as direcções das pontarias feitas da esquerda para a direita da base (ângulos inferiores a 180°), ajusta-se a linha de fé do transferidor com a base, ficando o centro em coïncidência com o ponto de estação e a parte semi-circular, ou limbo, voltada para a direita, considerando-nos voltados para o outro extremo da base.

Para desenharmos as direcções das pontarias feitas da direita para a esquerda (ângulos superiores a 180°, que no registo vêm precedidos do sinal +), colocamos o transferidor com o limbo voltado para a esquerda.

Depois de determinadas no desenho as projecções dos diferentes pontos, completaremos a planta, recorrendo às indicações exaradas na casa das observações do registo e no esbôço.

272 — **Verificação.** — Fazendo uso do pantómetro, assim como de outro qualquer goniómetro, podemos, para a determinação dos pontos, empregar qualquer dos métodos de levantamento já estudados, nomeadamente o método de *caminhar e medir* (1).

Para a execução do levantamento dum polígono *caminhando e medindo,* estacionamos sucessivamente em cada um dos vértices, medimos os ângulos que cada um dos lados forma com o meridiano magnético e em seguida o comprimento dêsses lados.

Habilitamo-nos assim a construir um polígono semelhante a outro, lado a lado, e ângulo a ângulo.

Antes, porém, de procedermos ao desenho, é conveniente verificar se o registo satisfaz.

Quando o polígono fôr levantado pelo método exposto, poderemos verificar o registo, examinando se a soma dos ângulos internos do polígono é igual a tantas vezes 180°, quantos são os lados do polígono menos dois.

---

(1) No n.° 271 aplicàmos os métodos *de irradiação* e *das intersecções,* combinados.

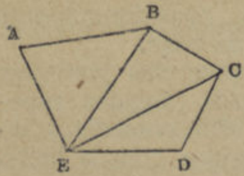


Fig. 203

Assim, *(fig. 203)*, para o caso do pentágono *ABCDE*, a soma dos ângulos internos será igual a $3 \times 180^\circ = 540^\circ$, pois sabemos que um polígono de qualquer número de lados pode ser decomposto, por diagonais traçadas de um dos vértices, em tantos triângulos quantos são os seus lados menos dois; e que a soma dos ângulos internos dum triângulo é igual a dois rectos, ou 180°.

273 — Todos os demais goniómetros se fundam nos mesmos princípios do pantómetro e têm o mesmo emprêgo.

Constam, em regra, dum limbo horizontal graduado, ligado por um joelho a um tripé, duma bússola, e duma alidade munida dum nónio circular.

274 — **Problemas topográficos empregando coordenadas rectangulares.**

1.° — *Calcular o azimute de uma direcção dada, sendo conhecidas as coordenadas dos dois pontos que a definem.*

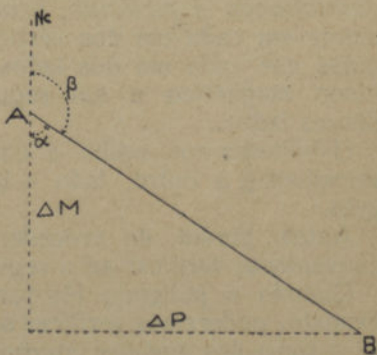


Fig. 204

Sejam *M a* e *P a*, *(fig. 204)*, as coordenadas do ponto *A*, origem da direcção, e *Mb* e *Pb* as coordenadas do ponto *B*, situado na mesma direcção *A B*:

Representando por ΔM e ΔP as diferenças de coordenadas dos dois pontos, e por α o ângulo agudo que a direcção $A\,B$ forma com a meridiana que passa pelo ponto A, será:

$$\left.\begin{array}{l}\triangle M = M\,b - M\,a \\ \triangle P = P\,b - P\,a\end{array}\right\}(1)$$

e

$$tg\,\alpha = \frac{\triangle P}{\triangle M}$$

Do ângulo α e dos sinais de $\triangle M$ e $\triangle P$, se deduz o azimute pedido β.

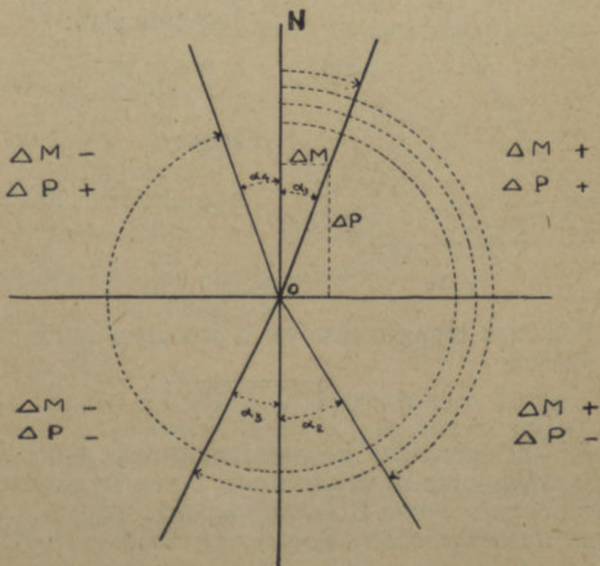


Fig. 205

Assim, pela *fig. 205,* verifica-se que sendo:

$\triangle M$ e $\triangle P$ positivos (1.° quadrante), o azimute será α_1.

$\triangle M$ positivo e $\triangle P$ negativo (2.° quadrante), o azimute será $180° - \alpha_2$.
$\triangle M$ e $\triangle P$ negativos (3.° quadrante), o azimute será $180° + \alpha_3$.
$\triangle M$ negativo e $\triangle P$ positivo (4.° quadrante), o azimute será $360° - \alpha_4$.

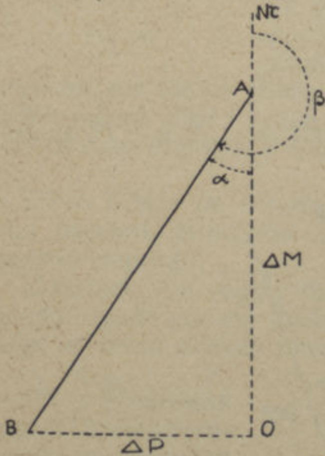


Fig. 206

2.° — *Conhecidas as coordenadas de dois pontos,* A *e* B, *de uma direcção dada, calcular a distância entre êles, (fig. 206).*

Das fórmulas:

$$\left.\begin{array}{l}\triangle M = A\,B \cos\alpha \\ \triangle P = A\,B \operatorname{sen}\alpha\end{array}\right\} (2)$$

resulta:

$$A\,B = \frac{\triangle M}{\cos\alpha} = \frac{\triangle P}{\operatorname{sen}\alpha}$$

o que nos dá a solução do problema.

Podemos também resolver o problema aplicando a fórmula

$$A\,B = \sqrt{\overline{\triangle M}^2 + \overline{\triangle P}^2}$$

3.° — *Conhecidas as coordenadas do ponto* A, *origem de uma direcção dada, calcular as coordenadas do ponto* B *da mesma direcção, o azimute desta direcção e o comprimento da recta* AB.

Das fórmulas (1) tira-se:

$$\begin{array}{l} M\,b = \triangle M + M\,a \\ P\,b = \triangle P + P\,a \end{array}$$

Com estas e com as fórmulas (2) fàcilmente se resolve o problema.

XLVIII — Instrumentos usados no nivelamento indirecto

275 — **Eclímetros.** — Os eclímetros são instrumentos destinados à medição de ângulos verticais ou de inclinação.

Estes instrumentos constam, de modo geral, dum limbo graduado, cujo plano se coloca verticalmente, e duma alidade, ou óculo, girando em torno do centro do limbo.

276 — **Nível de perpendículo.** — Certos *níveis de pedreiro* têm uma graduação em graus traçada num arco de círculo cujo centro é o ponto de suspensão do fio de prumo. Esta disposição permite medir os ângulos de declive.

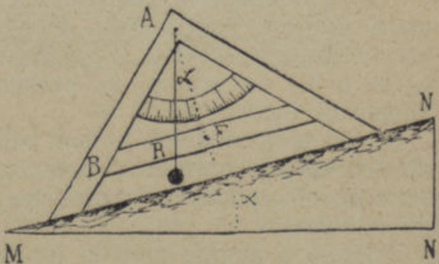


Fig. 207

Noutros instrumentos a graduação existe na travessa, o que fornece um meio de avaliar os declives pela percentagem.

Com efeito, considerando os triângulos semelhantes $M\,N\,N'$, $A\,R\,F$, *(fig. 207)*, temos a proporção $\frac{N N'}{M N'} = \frac{F R}{A F} = \frac{F R}{F B}$.

Se dividirmos $F\,B$ em 100 partes iguais, e $F\,R$ representar n dessas partes, o declive será expresso por $\frac{n}{100}$.

O nível de pedreiro, tal como o acabámos de descrever, permite nivelar sem visar, mas em limites restrictos; se completarmos êste instrumento com um aparelho de pontaria, podemos prolongar muito a horizontal que êle determina.

Na sua forma mais simples, o *eclímetro* pode reduzir-se ao nível de perpendículo, ou de pedreiro, com a travessa graduada, como acabamos de ver.

277 — Podemos empregar, também, um semi-círculo graduado, tendo suspenso um fio de prumo ou perpendículo no seu centro; a origem das divisões está no meio da semi-circunferência e a graduação vai de 0° a 90°, em ambos os sentidos.

O diâmetro, ou linha de fé, é a linha de pontaria.

Põe-se o aparelho em estação, dispondo-o num plano vertical, com a linha de fé para a parte superior. Feita a observação, a divisão junto da qual parar o fio de prumo, ou perpendículo, indica o ângulo de inclinação.

Os ângulos medidos podem ser de elevação ou de depressão, conforme o ponto visado está acima ou abaixo do plano horizontal que passa pelo ponto de estação.

Quando o ângulo medido fôr de elevação, teremos de juntar à cota do ponto de estação, a diferença de nível calculada; quando o ângulo fôr de depressão subtrairemos da cota do ponto de estação a diferença de nível calculada.

Em qualquer dos casos, teremos de somar a altura a que se encontra o eclímetro acima do terreno, para obtermos as cotas dos pontos visados.

A diferença de nível calcula-se, como já dissemos, recorrendo à escala de declives ou ao quadro para calcular as diferenças de nível.

Faremos a aplicação dêste processo no levantamento executado com a *Bússola-alidade-eclímetro de Peigné,* de que adiante trataremos.

278 — **Alidade-eclímetro de oculo.** — Êste instrumento, *(fig. 208)*, que poderemos também denominar *eclímetro de prancheta*, não é mais do que uma alidade de óculo, em que o eixo de rotação do óculo coïncide com o centro dum limbo ou quadrante vertical, dividido em graus, e destinado à medição de ângulos verticais.

Esta medição faz-se com o auxílio dum nónio circular que pode ser fixo ao óculo, como mostra

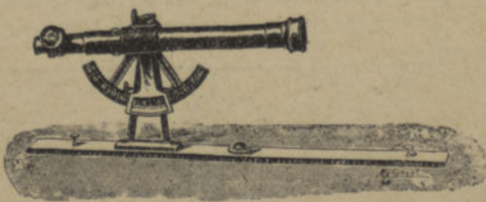


Fig. 208

a figura, ou fixo à coluna que suporta o óculo, como acontece em outros eclímetros. No primeiro caso é o limbo fixo à coluna; no segundo é fixo ao óculo.

Estando a prancheta nivelada, a horizontalidade do óculo verifica-se, quando o zero do nónio coincide com o zero do limbo.

279 — **Eclímetro de óculo.** — Este instrumento *(fig. 209)*, que se encontra muitas vezes ligado a uma das faces da bússola, consta dum limbo vertical em cujo centro, *C*, gira uma alidade, terminada em cada extremidade por um nónio. A esta alidade está ligado um óculo que a acompanha nos seus movimentos. Sôbre a parte não graduada do limbo existe um nível de bôlha de ar, *N*.

O parafuso *P* é destinado a dar pequenos deslocamentos à alidade.

O suporte dêste instrumento é constituído por um joelho esférico, que se adapta convenientemente à parte superior dum tripé.

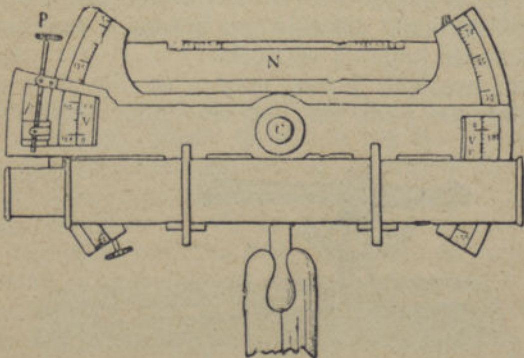


Fig. 209

280 — **Registo do eclímetro** (1). — O registo dos ângulos zenitais ou verticais, medidos com um eclímetro, pode ter a disposição que segue, pela qual se vê que se fizeram 10 estações, tendo-se visado na última o ponto de partida, 1. Quere dizer que

---

(1) Neste registo, supõe-se que cada ponto visado serviu, em seguida, de estação. Mas se da mesma estação se visaram diferentes pontos, poderá a 1.ª coluna servir para indicar conjuntamente as estações e os pontos visados, inscrevendo em seguida a cada estação, indicada, por exemplo, por um número, o ponto visado que deve servir de estação imediata, indicado pelo número que se seguir, e depois os outros pontos visados, sendo, nêste caso, mudado o título da 1.ª coluna para o de *Estações e pontos visados*. Poderia também modificar-se o modelo, conservando só a 1.ª coluna para as estações, e traçando em seguida outra coluna para os pontos visados que não fôssem estações.

No cálculo das cotas, deveremos atender à altura do instrumento ou á do observador.

se fechou um polígono, caminhando e medindo, e que se encontrou um êrro de diferença de nível de $0^m,12$, êrro insignificante, atendendo ao percurso feito.

Registo do eclímetro

Estações	Distâncias horizontais	Angulos de elevação	Angulos de depressão	Diferenças positivas	Diferenças negativas	Cotas	Obs.
1						$100^m,000$	
2	$64^m,28$		2° 9′		$2^m,42$	$97^m,580$	
3	$38^m,57$		26′		$0^m,29$	$97^m,290$	
4	$44^m,28$		23′		$0^m,29$	$97^m,000$	
5	$42^m,85$		3° 55′		$2^m,92$	$94^m,080$	
6	$88^m,57$		1° 30′		$2^m,31$	$91^m,770$	
7	$64^m,28$	1° 24′		$1^m,57$		$93^m,340$	
8	$45^m,71$	3′		$0^m,04$		$93^m,380$	
9	$51^m,42$	3° 7′		$2^m,80$		$96^m,180$	
10	$48^m,57$	2° 52′		$2^m,43$		$98^m,610$	
1	$48^m,50$	1° 30′		$1^m,27$		$99^m,880$	
				$8^m,11$	$8^m,23$		
				$0^m,12$			

XLIX — Instrumentos usados nos levantamentos expeditos

281 — **Alidade auto-redutora de Peigné.** — **Descripção.** — Nos levantamentos expeditos é de fácil emprêgo a *alidade auto-redutora*, que tem a grande vantagem de nos dar automàticamente as distâncias horizontais e as diferenças de nível.

A *alidade auto-redutora de Peigné* consta duma régua graduada em milímetros e dum tubo cilíndrico, *T T′, (fig. 210),* ligado à régua num dos extremos por um peça vertical, e no outro por um parafuso vertical, de fácil movimento, que termina em botão. Este parafuso serve para nivelar o instrumento, fazendo variar a inclinação do tubo, que contém um nível de bôlha.

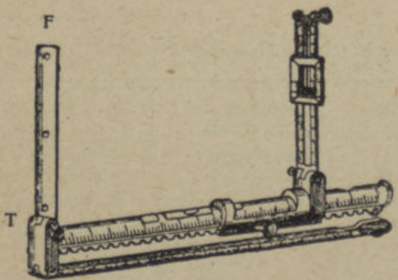


Fig. 210

Ao tubo acham-se ligadas duas pínulas, *F* e *D*, que podem tomar a posição perpendicular ao tubo *T T'*, por meio de charneiras, e conservarem-se nessa posição por meio duns fixadores.

A pínula *F*, fixa na extremidade da régua, contém 3 olhais, distantes: o *inferior* do *médio*, 5 centímetros; o *médio* do *superior* $6\frac{1}{3}$ centímetros.

O olhal médio é o que se emprega mais habitualmente, servindo o superior para as pontarias mergulhantes, e o inferior para as ascendentes.

A outra pínula, *D*, está colocada sôbre um cursor que permite aproximá-la da primeira, por meio dum parafuso *b*, *(fig. 211)*, a que está ligado um carrêto dentado, que funciona sôbre uma cremalheira colocada a todo o comprimento da régua, pela parte inferior do tubo cilíndrico, e ligada a êle.

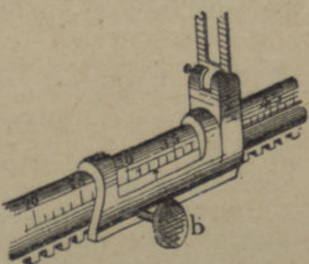


Fig. 211

Na pínula móvel *D* acha-se um quadro porta-fios

(A A'), *(fig. 212)*, com movimento ascencional ou descencional, por meio dum fio que o atravessa de alto a baixo, passando pelo centro, e se vai enrolar num carrêto metálico, *(fig. 212)*, colocado na parte superior da pínula, carrêto a que se dá movimento circular por meio dum botão, *B*, que a êle se liga.

Esta pínula tem uma larga janela com divisões, da direita e da esquerda, sendo estas de $\frac{1}{6}$ de centímetro e as da direita de $\frac{1}{3}$; estas graduações têm os *zeros* na mesma horizontal e colocados à mesma altura a que está o olhal médio.

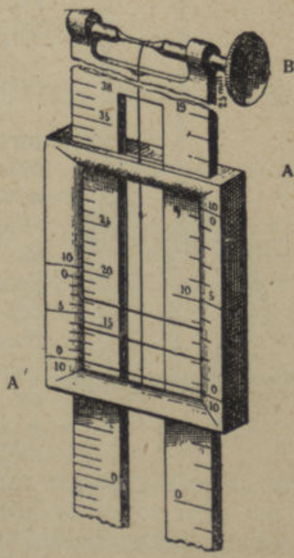


Fig. 212

A contagem faz-se a partir dos zeros, subindo ou descendo.

Os nónios, correspondentes às duas órdens de divisões, acham-se traçados nos lados do quadro porta-fios e têm os zeros inferiores na mesma horizontal. O quadro tem na parte inferior 3 fios horizontais e equidistantes de $0^m,005$. O fio inferior coincide com a linha dos zeros dos nónios.

O tubo *T T'*, *(fig. 211)*, tem de ambos os lados divisões iguais às que se acham traçadas na pínula; na direita contam-se de 15^m a 75^m; na esquerda de 75^m a 150^m.

282 — **Mira própria da alidade auto-redutora.** — Com a alidade faz-se uso duma mira especial,

(fig. 213), composta de três réguas de madeira. As réguas superior e média de $1^m,60$ de comprimento e a inferior um pouco menor, tendo dois alvos, *S* e *I*, rectangulares, de fôlha de ferro, fixos: um no extremo inferior da régua do meio, outro no extremo superior da régua superior.

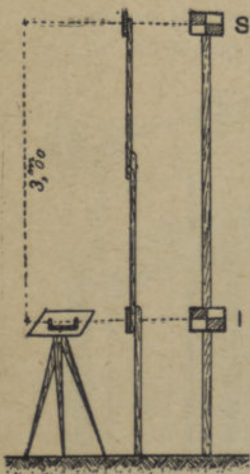


Fig. 213

As linhas de fé dêstes alvos distam entre si 3^m.

Na régua do meio, a 3 decímetros acima da linha de fé do alvo inferior, *(fig. 214)*, existe um traço negro, que substitui a linha de fé do alvo superior, quando se fazem as observações a menos de 15 metros do ponto de estação, como se verá. As réguas podem dobrar-se, umas sôbre as outras, para facilidade de transporte, e estender-se verticalmente, fixando-se por meio de cavilhas de ferro, sempre que a mira é utilizada.

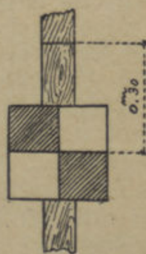


Fig. 214

283 — **Teoria da auto-redução para as distâncias horizontais** — O princípio em que se funda a alidade auto-redutora, consiste na razão constante que existe entre as duas quantidades: distância da pínula móvel à pínula fixa, e distância da mira a esta pínula, ou na relação que existe entre o afastamento dos fios e o afastamento das linhas de fé dos alvos.

Sejam *A b* e *A c*, *(fig. 215)*, dois raios visuais que, dirigidos por um dos olhais tangencialmente a dois dos fios, inferior e superior, por exemplo, passam, numa dada posição da mira, pelas linhas de fé dos alvos *B* e *C;* temos pela semelhança dos triângulos *A b c* e *A B C:*

$$\frac{A\,b}{A\,B} = \frac{b\,c}{B\,C} = \frac{0^m,01}{3^m} = \frac{1}{300} \ldots\ldots \quad (1);$$

Esta razão de $\frac{1}{300}$, na hipótese dada, da observação pelos fios extremos, é a razão constante.

Se *A B* representa 75 metros, *A b* representará 300 vezes menos ou $0^m,25$ e, recìprocamente, se a pínula móvel estiver afastada $0^m,25$ da pínula fixa, continuando a coincidência dos raios visuais com as linhas de fé, a grandeza *A B* será 300 vezes maior que *A b* e a mira estará a 75 metros do instrumento.

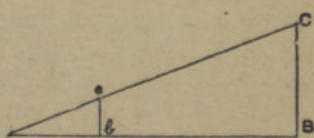


Fig. 215

Não podendo a pínula móvel afastar-se mais de $0^m,25$ da pínula fixa, visto ser êste o comprimento do tubo cilíndrico, está claro que o maior alcance do instrumento, na hipótese da pontaria pelos fios inferior e superior, é de $300 \times 0^m,25$ ou 75 metros.

Êste intervalo de $0^m,25$ das pínulas, está dividido, do lado direito do tubo, em 75 partes iguais, representando, portanto, cada uma delas um metro de distância horizontal do instrumento à mira.

Do que temos dito, para a hipótese das pontarias feitas pelos fios inferior e superior, conclui-se:

1.° que ao maior afastamento das pínulas corresponde a maior distância horizontal;

2.° que o maior alcance do instrumento, nesta hipótese, é igual a 75 metros;

3.° que as divisões da direita do tubo correspondem a 1 metro.

Vejamos agora o que acontece quando se faz a observação pelos fios inferior e médio. Na *fig. 215* a grandeza $b\,c$ passa a ser representada por $0^m,005$, visto o fio médio estar a igual distância dos fios inferior e superior.

Temos então, da mesma maneira, pela semelhança dos triângulos $A\,b\,c$ e $A\,B\,C$:

$$\frac{A\,b}{A\,B} = \frac{b\,c}{B\,C} = \frac{0^m,005}{3^m} = \frac{1}{600} \dots\dots\dots\dots \quad (2)$$

Sendo aqui a razão constante $\frac{1}{600}$, a distância a que a mira se acha do instrumento é sempre 600 vezes superior à distância a que se acha a pínula móvel da pínula fixa. Se a pínula móvel estiver no extremo do tubo cilíndrico, isto é, à distância de $0^m,25$, a mira estará a 600 vezes mais, ou 150 metros, limite do alcance do instrumento.

O tubo tem do lado esquerdo outra graduação com 75 divisões, numeradas de 75 a 150, correspondendo a última, ao maior afastamento da pínula móvel e, por conseqüência, à maior distância da mira, ou 150 metros.

As 75 divisões da esquerda estão compreendidas em $0^m,125$ da extensão do tubo, e cada uma destas divisões, representa, portanto, um metro e é igual a metade de cada uma das da direita, visto que as 75 dêste lado estão contidas em $0^m,25$ da extensão do tubo.

Cada centímetro do tubo compreende, por isso, 3 divisões do lado direito e 6 do lado esquerdo.

Do que fica exposto concluimos :

1.° que o maior alcance da alidade é 150 metros;

2.° que, para as distâncias superiores a 75 metros, as pontarias devem ser feitas pelos fios inferior e médio, visto ser 75 metros o limite máximo das medidas feitas pelos fios inferior e superior;

3.º que as divisões da esquerda do tubo representam também metros, e dão-nos as distâncias nas observações feitas pelos fios inferior e médio.

Para as distâncias inferiores a 15 metros, substitui-se, como já se disse, (n.º 282), a linha de fé do alvo superior por um traço feito na régua média da mira, $0^m,3$ acima da linha de fé do alvo inferior, *(fig. 214)*, e é por êste traço e pela linha de fé do alvo inferior que se faz a coincidência dos raios visuais.

É óbvio que, se BC fôr igual a $0^m,30$, *(fig. 215)*, a proporção (1) transforma-se em:

$$\frac{Ab}{AB} = \frac{bc}{BC} = \frac{1}{30} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

e as divisões do tubo cilíndrico, que normalmente correspondem a 1 metro, nesta hipótese corresponderão à décima parte dessa grandeza, ou $0^m,1$, visto que a razão passa a ser, neste caso, de $\frac{1}{30}$ em vez de $\frac{1}{300}$; portanto, a graduação da direita dá a distância horizontal até $7^m,5$, visando-se pelos fios extremos; e a da esquerda de $7^m,5$ a 15^m, visando-se pelos fios inferior e médio da alidade.

284 — **Teoria da auto-redução para as diferenças de nível.** — Supondo a prancheta e a mira situadas em pontos de nível, a horizontal tirada pelo olhal médio há de passar pela linha dos zeros da graduação da pínula móvel e pela linha de fé do alvo inferior da mira.

Se pusermos, pois, o fio inferior do quadro porta-fios, na altura da linha dos zeros, e se dirigirmos um raio visual pelo olhal médio e por êste fio, temos a certeza de que, como a prancheta e a mira estão em pontos de nível, êsse raio vai interceptar a linha de fé do alvo inferior.

Por conseguinte tôda a extensão de pínula, abaixo ou acima da linha dos zeros, que fôr preciso fazer percorrer ao fio inferior, para fazer a sua coincidência com a linha de fé do alvo inferior, será, na devida proporção, a diferença de nível entre o ponto em que estacionamos, e aquele em que se encontra a mira.

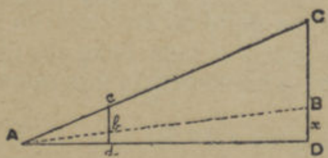


Fig. 216

Exemplifiquemos:

Suponhamos que, para fazer a coincidência dos fios inferior e superior com as linhas de fé dos alvos, foi preciso que o fio inferior chegasse a $0^m,01$ acima da linha dos zeros e que a pínula móvel atingisse a divisão 30 do tubo cilíndrico, ou $0^m,10$ de afastamento da pínula fixa, teremos, *(fig. 216)*:

$$\frac{A\,d}{d\,b} = \frac{A\,D}{D\,B} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

ou, substituindo pelos valores designados:

$$\frac{10^{cm}}{1^{cm}} = \frac{3000^{cm}}{x}$$

donde:

$$x = \frac{3000^{cm}}{10^{cm}} = 300^{cm} = 3^m$$

diferença do nível de *B* para *A*.

Por meio da proporção (4) acham-se tôdas as diferenças de nível às diversas distâncias (dentro, é claro, dos limites do instrumento).

Para evitar o cálculo desta proporção, existem graduações de ambos os lados da pínula móvel, que nos dão logo, em metros, as diferenças de nível; as graduações da direita para os pontos situados às distâncias horizontais não superiores a 75 metros, as da esquerda para os pontos distantes de 75 a 150 metros.

Na direita, cada 3 divisões ocupam $0^m,01$ de altura de pínula; na esquerda, êste mesmo espaço é preenchido por 6 divisões, sendo, pois, cada uma das divisões da direita dupla das da esquerda.

É fácil ver que as divisões da direita representam metros, para as distâncias inferiores a 75 e que as da esquerda, representam também metros, mas para as distâncias de 75 a 150 metros.

A primeira parte conclui-se da proporção (3), em que a $0^m,01$ de altura, marcada pelo fio inferior na pínula móvel, correspondem 3 metros de diferença de nível do ponto em que se encontra a mira; e como cada centímetro contém 3 divisões iguais, cada uma delas é igual a $\frac{1}{3}$ de centímetro e corresponde a 1 metro.

A segunda deduz-se semelhantemente:

Suponhamos que o ponto em que a mira se encontra está a 120 metros do ponto de estação, e que, feita a coïncidência dos fios inferior e médio com as linhas de fé dos alvos, o fio inferior ficou a $0^m,01$ acima ou abaixo da linha dos zeros; a pínula móvel marcará a divisão 120 do lado esquerdo e estará a $0^m,20$ da pínula fixa, visto cada 6 divisões da esquerda corresponderem a $0^m,01$, e $\frac{120}{6} = 20$, temos pois:

$$\frac{20^{cm}}{1^{cm}} = \frac{120^m}{x} = \frac{12.000^{cm}}{x} \text{ e } x = \frac{12.000^{cm}}{20} = 600^{cm} = 6^m$$

logo: $0^m,01$ de altura na pínula, corresponde a 6^m de diferença de nível, e como cada centímetro da pínula, do lado esquerdo, tem 6 divisões iguais, cada divisão corresponde a um metro e a sua grandeza é de $\frac{1}{6}$ de centímetro.

Do que fica exposto devemos concluir:

1.° que o fio inferior é que marca na pínula o número de metros de diferença de nível que se deve ler:

2.° que as divisões da pínula são, respectivamente: as do lado direito da pínula iguais às da direita do tubo; as do lado esquerdo iguais às da esquerda do mesmo tubo.

285 — **Pontarias mergulhantes e ascendentes.** — Quando não é possível fazer, com o olhal médio, a coïncidência do fio inferior com o alvo inferior, porque o ponto de estação se acha muito mais alto ou mais baixo, em relação ao ponto onde se encontra a mira, será necessário fazer uso: no 1.° caso, do olhal superior, e no 2.° caso, do olhal inferior.

Nas leituras das distâncias horizontais não há alteração alguma. Nas verticais, porém, a leitura, em vez de ser feita a partir da linha dos zeros, faz-se partindo da linha 19 — 38 da graduação da pínula móvel, para as pontarias mergulhantes e pelo olhal superior; e partindo da linha 15 — 30 até à divisão marcada pelo fio inferior do quadro porta-fios, para as pontarias ascendentes e pelo olhal inferior.

A razão disto, está em que, as linhas 19 — 38 e 15 — 30 da graduação estão, respectivamente, nas horizontais que partem dos olhais superior e inferior.

Nas pontarias mergulhantes tôda a extensão de pínula móvel que o fio inferior percorrer abaixo da linha 19 — 38, e nas pontarias ascendentes tudo quanto o mesmo fio percorrer para cima da linha 15 — 30, deve contar-se como diferença de nível.

Resumindo, diremos que nas observações mergulhantes deverá supôr-se que a linha dos zeros se acha confundida com a linha 19—38, e nas ascendentes com a linha 15—30.

286 — **Prática do levantamento com a alidade.** — Coloca-se a prancheta no ponto de estação inicial, abre-se a mira e põe-se na posição vertical junto dela. Assenta-se a alidade, fazendo a coïncidência do raio visual que passa pelo olhal médio e linha dos zeros da pínula móvel com a linha de fé do alvo inferior, para o que se levanta ou abaixa a prancheta. Feita a coïncidência, que serve para determinar a altura a que a prancheta deve ficar nos pontos de estação, e fixados os parafusos do tripé, traça-se a um lado a linha Norte-Sul com auxílio da declinatória; fixa-se a prancheta e toma-se nota da altura a que fica do ponto de estação, o que se pode fazer em referência, por exemplo, à altura dum botão, ou por meio duma régua ou fio de prumo. Esta altura pode indicar-se a lápis a um canto da prancheta.

Feito isto, espeta-se verticalmente uma agulha com cabeça de lacre no ponto que corresponde ao ponto de estação. O ponto do desenho deve ser escolhido, como já se disse, atendendo ao desenvolvimento que o levantamento tomará, de modo que o desenho caiba na prancheta. Levantam-se as pínulas da alidade e fixam-se, mudando os seus fixadores para os orifícios superiores; encosta-se o lado graduado da régua da alidade à agulha. Faz-se a coïncidência do plano vertical determinado por um olhal e pelo fio vertical que suspende o quadro porta-fios, com a haste da mira; nivela-se o tubo cilíndrico por meio do parafuso nivelador, e com o auxílio dos parafusos do joelho, se fôr necessário; dirige-se a pontaria, com a pínula móvel no fim do tubo, aproximando-se o olho, quanto fôr possível, do orifício da pínula fixa.

Para fazer a pontaria, dirige-se um raio visual, habitualmente pelo olhal médio e pelo fio inferior do quadro, fazendo-o descer ou subir, até fazer a sua coïncidência com a linha de fé do alvo inferior; em seguida e sem afastar o ôlho, vê-se se o fio superior passa acima ou abaixo da linha de fé do alvo superior; se passa acima, a distância horizontal é superior a 75 metros e passa-se a observar pelo fio médio; se passa abaixo, a distância é inferior a 75 metros e aproxima-se a pínula móvel até que o raio visual que passa pelo fio superior atinja a linha de fé do alvo superior.

Quando a pínula se move, perde-se a coïncidência do fio inferior, sendo necessário obrigá-lo a coïncidir por meio do movimento do quadro porta-fios. O que se disse para o fio superior, diz-se para o médio. Neste caso, as distâncias horizontais estão compreendidas entre 75 e 150 metros, máxima distância que se pode avaliar.

Se, com a observação feita pelo olhal médio, se não consegue a coïncidência do fio inferior com a linha de fé do alvo inferior, visa-se pelos outros olhais, empregando o olhal inferior para as pontarias ascendentes, o médio para as normais e o superior para as mergulhantes.

As leituras verticais fazem-se, no 1.° caso, a contar da linha 15-30 para cima, no 2.° caso, da linha dos zeros para baixo ou para cima, e no 3.° caso, da linha 19-38 para baixo, até à marcação indicada na pínula pelo fio inferior do quadro porta--fios.

Se a coïncidência com as linhas de fé dos alvos foi feita com os fios inferior e superior, as leituras horizontais e verticais fazem-se, respectivamente, do lado direito do cilindro e da pínula. Se foi feita com os fios inferior e médio, as leituras fazem-se do lado esquerdo.

Nas leituras de diferenças de nível positivas a contagem nos nónios é da linha dos zeros inferior para cima; nas negativas, da linha dos zeros superior para baixo.

Para as observações a menos de 15 metros não se pode fazer uso da linha de fé do alvo superior, substituindo-a o observador pelo traço preto da régua média da mira, indicado na *fig. 214,* isto é, $0^m,30$ a partir do centro do alvo inferior para cima.

287 — **Ordem das operações em cada estação.** — Colocar a prancheta à altura marcada; fixar os parafusos do tripé; orientar; dispôr a alidade no mesmo alinhamento da mira; e, finalmente, nivelar o tubo cilíndrico. Como êste instrumento trabalha sôbre a prancheta, não é essencial um registo para a designação das leituras; mas a prática demonstra que, para evitar a confusão de números na prancheta, é vantajoso o uso dum registo especial, conforme o modêlo que segue:

Pontos de estação	A		C		
Cotas dos pontos de estação..........................	100		92		
Pontos visados...............	B	C	D	E	F
Distâncias horizontais.......	75	82	120	94	52
Diferenças de nível.........	+ 5	− 8	− 4	+ 9	− 5
Cotas dos pontos visados ..	105	92	88	101	87

A alidade, como já dissemos, tem a vantagem de dar, ao mesmo tempo e automàticamente, as diferenças de nível e distâncias horizontais e pode usar-se em projectos de estradas e caminhos de ferro; levantamentos de detalhe, etc.

288 — **Bússola-alidade-eclímetro de Peigné.** — Muitos instrumentos, bastante portáteis, se têm inventado para os levantamentos *expeditos;* entre êles a *bússola-alidade-eclímetro,* que faz parte da equipagem chamada *de Peigné.*

Com esta bússola, o *cartão-pasta,* uma régua, lápis, canivete e borracha, tem-se o preciso para obter a planimetria e o nivelamento.

A *bússola-alidade-eclímetro de Peigné* consiste numa caixa de base quadrada, onde existe, resguardada por um vidro, uma agulha magnética de $0^m,065$ e dois limbos graduados, um em 360°, para os ângulos horizontais indicados pela agulha magnética, e outro em 100°, para os ângulos verticais, marcados por um pequeno perpendículo de latão que oscila em tôrno do fulcro da agulha quando o limbo se coloca verticalmente; uma tampa, da mesma espessura da caixa, liga-se a esta por duas charneiras e pode ficar aberta a 45° por meio duma régua, *T T'*, *(fig. 217)*, cujo extremo *T'* entra num orifício da tampa. Esta régua tem uma fenda longitudinal, para servir de pínula, e pode, por meio duma charneira *T*, colocar-se horizontalmente entre a caixa e a tampa

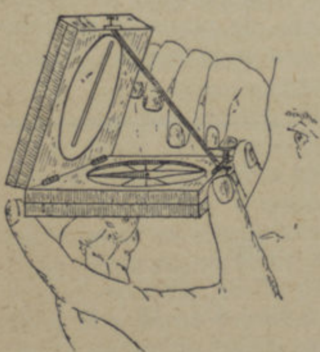


Fig. 217

quando se fecha o instrumento. A tampa tem na face interior um espelho circular que reflecte as divisões do limbo, tendo rasgada uma abertura onde estão dispostos verticalmente dois fios, por entre os quais se visam os objectos.

289 — O *cartão-pasta, (fig. 218),* consiste numa pequena prancheta ligada, por meio de um fole, a uma fôlha de cartão, formando uma pasta. Em dois dos seus cantos tem argolas onde se p:endem, por molas, os extremos dum cordão de grandeza suficiente para passar ao pescoço e manter o cartão-pasta numa posição em que se possa traçar o desenho.

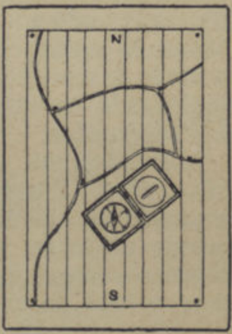


Fig. 218

O cartão-pasta tem em um dos lados, dois pequenos tubos que servem de porta-lápis; a face superior do cartão tem marcadas linhas paralelas entre si; o cartão coloca-se de forma que as linhas fiquem perpendicularmente à frente do observador. Estas linhas servem para, pelos seus extremos, dirigir os traços das linhas paralelas que se marcam no papel do desenho, prèviamente colado à pasta, tendo o cuidado de empregar papel de menores dimensões do que esta.

290 — Para se ler com a bússola um ângulo horizontal e marcá-lo depois no cartão, segura-se a caixa da bússola com a mão esquerda, tendo primeiramente colocado a tampa a 45° por meio da pínula; levanta-se a caixa horizontalmente até o mais próximo possível dos olhos, colocando o dedo indicador da mão direita sôbre o extremo da haste que actua na alavanca da agulha, pronto a premi-la

no momento oportuno, e o polegar encostado à cabeça do parafuso da mesma haste; visa-se o ponto que se quere marcar, dirigindo-se o raio visual pela fenda da pínula *T* e por entre os fios da tampa, deixando que a agulha oscile livremente, até parar no plano magnético; então continuando a ver o ponto pela pínula e pelo meio dos fios, lê-se no espelho a divisão do limbo em que pára a ponta azul da agulha e prime-se a alavanca com o dedo indicador, o que faz imobilizar provisòriamente a agulha, apertando-a contra o vidro que a resguarda. Actuando então com o polegar sôbre o parafuso, fazendo descer êste, a agulha ficará definitivamente imobilizada na caixa e pode cessar a pressão do dedo indicador.

Abrindo então, de todo, a tampa e colocando a caixa sôbre o cartão pasta, de modo que o lado graduado se ajuste de encontro a uma agulha com cabeça de lacre, que se espeta no ponto que no desenho representa a estação, faz-se escorregar e girar o lado da caixa ao longo da agulha, até que a agulha magnética se sobreponha a uma das rectas *N. S.* traçadas no desenho; servindo-nos então do lado graduado da caixa, como régua, traça-se pelo ponto da estação uma linha que representa o ângulo que, no terreno, a linha que une êsse ponto com o objecto visado forma com o meridiano magnético.

Todos os pontos notáveis que quisessemos ligar com a estação seriam observados, do mesmo modo, com a bússola e marcados no desenho.

291 — Se já tivessemos no desenho dois pontos visíveis do local em que parássemos, e nêle quizessemos fazer estação, para a marcar no desenho, observaríamos com a bússola êsses dois pontos e traçariamos no cartão os ângulos, espetando as agulhas nas projecções dos respectivos pontos; a inter-

secção dos dois traços marcaria a estação; conhecida esta, poderiamos traçar os ângulos formados por outros pontos notáveis ainda não marcados no desenho.

292 — Para obter as diferenças de nível, segura-se a bússola na mão direita, tendo a tampa a 45°, sustida pela haste da pínula, o limbo vertical e a tampa para a esquerda; visa-se pela pínula e pelos fios, paralelamente ao limbo, e vê-se a imagem do perpendículo oscilar no espelho e parar em frente duma divisão, (10° por exemplo), do lado das pontarias ascendentes ou de elevação. Medindo no desenho, com o lado graduado da caixa, a distância entre o ponto da estação e o ponto visado, que suporemos 52^m, e recorrendo à tábua gráfica que está colocada no fundo exterior da caixa, achariamos, pelo processo já conhecido, que a diferença de nível entre os olhos do observador e o ponto visado, *(fig. 219)*, era de $15^m,30$ e que êste ponto estava acima dos olhos do observador, por isso que o ângulo era *ascendente* ou de *elevação;* e estaria abaixo, se o ângulo fôsse *descendente* ou de *depressão.*

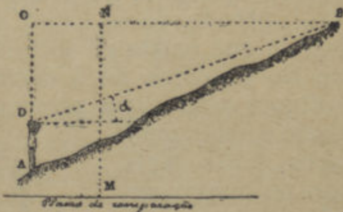


Fig. 219

Conhecida a altura dos olhos do observador, que é constante para cada indivíduo, sempre que observe do mesmo modo, e que suporemos $1^m,60$, conhecida a cota da estação que imaginaremos ser, por exemplo, $5^m,3$, teríamos a cota do ponto de estação, mais a altura do observador e mais a diferença de nível; ou

$$x = 5^m,3 + 1^m,6 + 15^m,3 = 22^m,2.$$

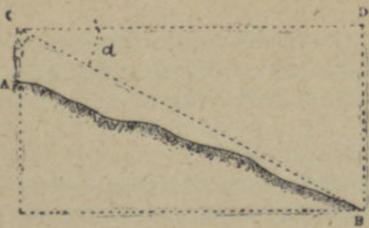


Fig. 220

Se o ângulo fôsse de depressão *(fig. 220)*, obter-se-ia a cota do ponto observado, somando a cota da estação com a altura do observador, e diminuindo da soma a diferença de nível obtida em vista do ângulo de depressão observado e da distância horizontal.

293 — Também se poderia obter a diferença de nível, prendendo ao canto *A*, *(fig. 221)*, da escala gráfica que existe na face inferior do cartão-pasta, um fio de cêrca de 3 decímetros, a que se ataria qualquer pêso, uma pequena pedra, etc., e observando o ponto pelos tubos porta-lápis, num ou noutro sentido, conforme o ângulo fôsse de depressão ou de elevação, fixar-se-ia o fio na posição que marcasse durante a observação.

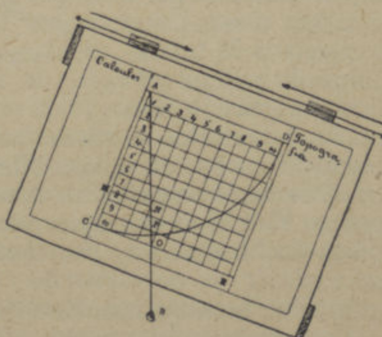


Fig. 221

Se, por exemplo, a distância ou projecção horizontal entre a estação e o ponto visado fôsse de 77^{m},6 tirar-se-ia pelo ponto *M*, que na escala corresponde a 7^{m},76, uma perpendicular *M N*, até encontrar o fio; a distância *M N* representa a diferença de nível 3^{m},25, correspondente a 7^{m},76, ou 32^{m},5, correspondente a 77^{m},6.

294 — Pode acontecer que, ao trabalhar no campo, a chuva obrigue, numa estação, a resguardar o desenho, impedindo o traçado dos ângulos medidos com a bússola.

Nesse caso, registam-se num papel os ângulos observados e, deixando a estação, procura-se um sítio resguardado da chuva, uma casa, por exemplo, e aí, no chão, sôbre uma mesa ou sôbre qualquer superfície horizontal, coloca-se o cartão-pasta; sôbre êle assenta-se a bússola por forma que o lado da escala se ajuste perfeitamente numa das linhas *N. S.* e, soltando a agulha, move-se com cuidado o cartão pasta até que a linha longitudinal da agulha, estando a ponta azul para o lado *N.*, cubra uma das linhas *N. S.* do desenho; então êste ficará orientado.

Cravando em seguida a agulha no ponto do desenho que corresponde à estação em que se tiver medido os ângulos, e encostando-lhe o lado da bússola, mover-se-à esta, em torno do ponto de estação, até que a agulha magnética marque com a ponta azul o número de graus dum dos ângulos observados; então, dando um traço do ponto de estação, ao longo do lado da caixa da bússola, ficará marcado êsse ângulo; fazendo novamente girar a agulha magnética até marcar outro ângulo observado, procede-se do mesmo modo, e assim sucessivamente; tendo o cuidado, durante o trabalho, de não deslocar o cartão pasta, para não perder a orientação precisa para a marcação dos ângulos.

295 — Dadas as condições do número antecedente, isto é, quando não seja possível efectuarmos o desenho no campo, ou quando façamos uso de qualquer bússola, é conveniente munirmo-nos de registos para mencionarmos os ângulos azimutais e zenitais observados.

O registo dos ângulos azimutais pode ter a disposição seguinte:

296 — **Registo de levantamento à bússola**

Pontos de estação	Distâncias horizontais	Azimutes		Ângulos	Observações
		directos	inversos		
9-1-2	69m,30	26° 30'	306° 30'	80° 0'	
1-2-3	48m,00	342° 45'	206° 20'	136° 25'	
2-3-4	71m,00	298° 0'	162° 25'	135° 35'	
3-4-5	44m,50	230° 20'	117° 0'	113° 20'	
4-5-6	54m,70	211° 35'	52° 0'	159° 55'	
5-6-7	40m,50	108° 0'	32° 0'	76° 0'	
6-7-8	51m,40	68° 0'	288° 0'	140° 0'	
7-a	11m,70	228° 0'	—		
7-b		191° 30'			
7-c		158° 30'			
7-8-9	46m,40	220° 0	248° 0'	332° 0'	
8-b		238° 35'			
8-c		234° 30'			
8-d		230° 0'			
8-9-1	65m,30	125° 35'	39° 20'	86° 15'	
9-d		246° 15'			
9-e	20m,40	232° 30'			
				1259° 30'	
				1260° 0'	$S=(n-2)\,180 - = 1260°\,0'$
				30'	Êrro total 30'
					Êrro por cada angulo $\frac{30'}{9} = 3'20''$

No levantamento, *(fig. 222)*, respectivo a êste registo, seguimos o método das duplas pontarias.

Os pontos *b*, *c*, *d* são determinados por intersecção, enquanto que *a* e *e* são por irradiação.

Começando o levantamento do polígono no ponto 1, medimos o azimute do lado 1-2; quando nos transportarmos para o ponto 2, mediremos o azimute de 2-1; o primeiro azimute chama-se azimute *directo* e o segundo azimute *inverso*.

Se a agulha magnética não sofreu qualquer des-

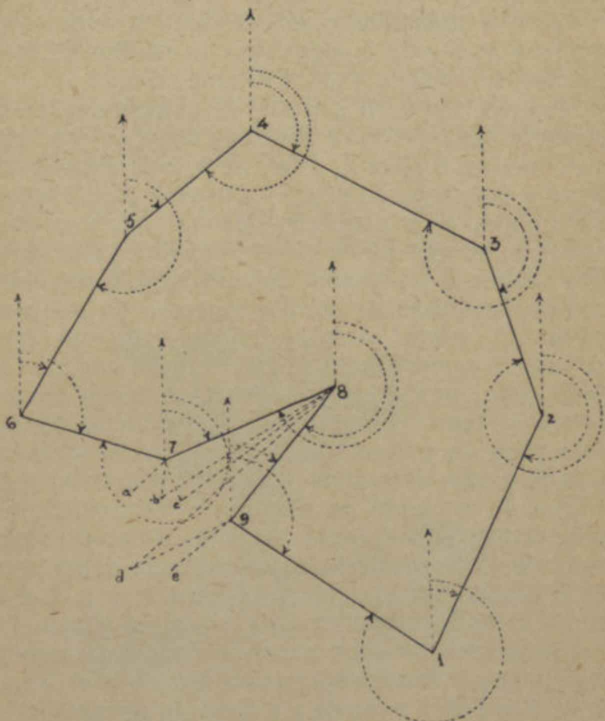


Fig. 222

vio acidental e se a leitura foi bem feita nos dois vértices, a diferença entre os dois azimutes deve ser igual a 180°.

No registo estão indicados, não só os elementos necessários para a construção do polígono levantado, composto de nove vértices designados pelos algarismos 1 a 9, mas também os relativos a um detalhe existente nas proximidades, determinado pelos pontos *a, b, c, d* e *e*.

Como se vê no registo, na *1.ª coluna, com a designação «Pontos de estação»,* está indicado, pelo respectivo algarismo, o vértice onde se estacionou, tendo à esquerda o algarismo do vértice da rectaguarda, e à direita o do vértice da frente.

Quando, do vértice onde se estacionou, se faz pontaria para qualquer ponto do detalhe, como, por exemplo, no vértice *7,* dever-se-á, logo em seguida, fazer a indicação do ponto ou pontos dêle observados, pondo-se à esquerda da letra que designa o ponto do detalhe observado, o algarismo do respectivo vértice e só depois de indicados todos êsses pontos, se passa ao vértice seguinte do polígono.

Na *2.ª coluna «Distâncias horizontais»*, menciona-se o comprimento de cada lado do polígono, de modo que, por exemplo, $69^{m},30$ indica o comprimento, do lado 1-2; e também as distâncias dos vértices para os pontos de detalhe dêles observados, quando a sua determinação se faz por irradiação.

Quando o ponto de detalhe é determinado por intersecção, isto é, pelos azimutes do ponto observado de dois vértices, essa distância deixa de se medir, como sucede com os pontos *b, c* e *d,* e na frente deles a respectiva casa figura em claro.

A propósito, diremos que se determinam os pontos de detalhe por irradiação, quando êles estão próximos do vértice e fácil e rápida é a medição da sua distância; e por intersecção, quando o ponto está afastado ou a medição da distância é incómoda ou demorada.

Na *3.ª coluna «Azimutes directos»* indica-se o azimute observado em cada estação, quando se aponta para o vértice do polígono que lhe fica para a frente; e também os azimutes dos pontos de detalhe, dela observados. Na *4.ª coluna* indicam-se os azimutes respectivos aos vértices da rectaguarda.

Na *5.ª coluna «Angulos»*, mencionam-se os ângulos internos do polígono, obtidos pela diferença entre os azimutes inverso e directo em cada estação (1).

As operações finais, executadas no fim desta coluna, servem para verificação. Vê-se que o êrro total é de 30′ e o êrro por ângulo de 3′ 20″, o que é insignificante.

Na *6.ª coluna «Observações»*, indicam-se quaisquer referências especiais relativas aos pontos observados, podendo fazer-se um esbôço de qualquer pequeno detalhe, etc.

297 — **Alidade auto-redutora de Kern.** — Ultimamente tem-se feito emprêgo desta alidade, que passamos a descrever: Compõe-se, *(fig. 223)*, de

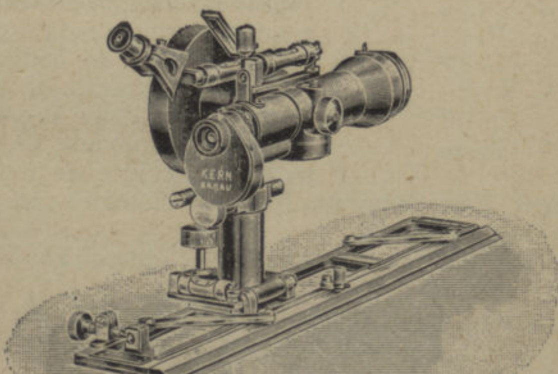


Fig. 223

uma régua metálica, de duas lâminas, colocada uma sôbre a outra; na superior assenta o suporte

(1) Quando o azimute directo fôr menor que o inverso, como acontece nos vértices 1, 7 e 8, faz-se a diferença depois de adicionar 360º ao azimute directo.

do óculo e uma régua para o desenho, ligada à régua principal por meio de duas peças articuladas, formando um paralelogramo, o que lhe permite deslocamentos paralelos de 23^{mm}. A lâmina inferior desloca-se em relação à primeira por meio de um parafuso micrométrico horizontal.

A escala da régua para o desenho pode fàcilmente ser substituida, havendo normalmente escalas nas relações 1/1000, 1/2000, 1/2500, 1/5000, etc. O suporte do óculo, que na sua base tem um nivel, está fixo à régua por intermédio duma placa móvel e tem a meia altura um parafuso micrométrico que regula a inclinação do óculo, e outro parafuso para regulação do nivel da alidade.

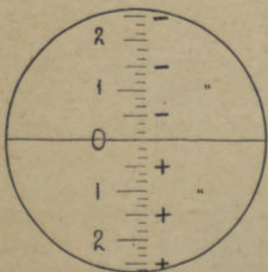


Fig. 224

A parte superior do suporte compreende a caixa de protecção do eixo de rotação do óculo e do limbo vertical. Este limbo tem 92^{mm} de diâmetro com as divisões na periferia.

O intervalo das divisões é de 10′ (divisão em 360° ou 400 grados).

A leitura sôbre o limbo faz-se por meio de um microscópio que permite ler os minutos e, eventualmente, meios minutos, *(fig. 224)*.

O ângulo de elevação é designado pelo sinal + e o ângulo de depressão pelo sinal —.

O óculo, de cêrca de 20^{cm} de comprimento, tem 40^{mm} de diâmetro da objectiva e dá um aumento de 25 vezes. É reversível do lado da objectiva e o ajustamento faz-se por meio de um botão situado lateralmente, a meio do óculo. Tem ainda outro nível reversível fixo e um dispositivo de pontaria.

Um milímetro pode ser apreciado sôbre uma mira até à distância de 150 metros; os centímetros podem ser contados até à distância de 300 metros. Até cêrca de 800 metros os decimetros podem ser contados e os centímetros avaliados.

Com esta alidade emprega-se uma mira especial.

298 — **Emprêgo da alidade.** — a) *Leitura de distâncias horizontais:*

Fazendo uma pontaria, vemos no campo do óculo *(fig. 225)*, quatro traços *curvos A, B, C* e *D* e dois traços rectilíneos, um vertical e outro horizontal.

Estando a mira colocada ao meio do campo visual, o segmento que fica compreendido entre os fios extremos *A* e *D*, corresponde a $\frac{1}{100}$ da distância horizontal entre o ponto de estação e o ponto onde está colocada a mira.

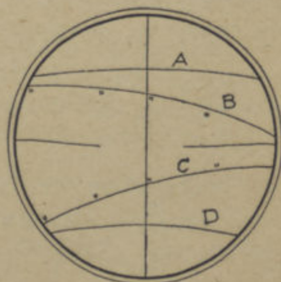


Fig. 225

Temos assim, automàticamente, a redução ao horizonte da distância procurada.

b) *Cálculo da diferença de nível:*

O segmento de mira que fica compreendido entre as duas curvas internas *B* e *C*, dá-nos a diferença de altura entre o eixo de rotação do óculo e a divisão da mira que coincide com o fio do meio.

Para obter a diferença de nivel, as leituras feitas multiplicam-se pelas relações seguintes, conforme a inclinação: Se esta fôr de 0° a 12°, a relação é $\frac{1}{20}$; se fôr de 12° a 25°, a relação é de $\frac{1}{50}$; e se fôr de 25° a 45° a relação é de $\frac{1}{100}$.

As leituras, com maior inclinação, que não possam ser feitas directamente sôbre a mira, conseguem-se com o auxílio de um prisma especial para êsse fim adaptado ao aparelho.

L — Instrumentos usados nos levantamentos regulares

299 — **Teodolitos.** — Nos levantamentos regulares empregam se instrumentos de precisão que nos dão o valor dos ângulos verticais e horizontais.

Estes instrumentos são conhecidos pelo nome genérico de *teodolitos*, havendo grande diversidade de modêlos, diferindo bastante uns dos outros e sendo os mais perfeitos os *altazimutes*, ou universais.

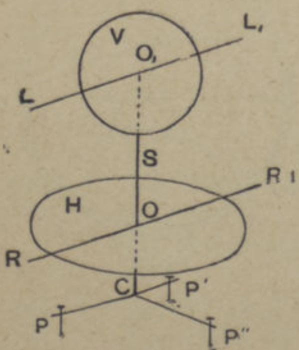


Fig. 226

Entre os diferentes teodolitos há a considerar, além dos altazimutes, vários modêlos de *taqueómetros, omnímetros* e *fóteodolitos*.

Embora possa sofrer numerosas variantes, o tipo fundamental dos instrumentos usados na planimetria e nivelamento é o que se acha representado no esquema junto, *(fig. 226)*.

Como, em topografia, os ângulos a medir são azimutais e zenitais, isto é, horizontais e verticais, o aparelho, de um modo geral, consta de dois círculos graduados, o vertical, V e o horizontal H. Aquele gira em tôrno dum eixo horizontal O_1, que assenta sôbre o apoio S, com forma apropriada. O horizontal move-se em tôrno do eixo vertical $O\,C$.

As divisões do círculo horizontal são percorridas por uma alidade diametral, RR_1, que acompanha os movimentos da peça S. Esta alidade tem gravado nas extremidades um nónio que aprecia fracções da menor divisão da escala do prato.

Montado no eixo O_1, existe um óculo astronómico LL_1, invariàvelmente fixo a outra alidade, marcando sôbre o círculo vertical, com auxílio dum nónio, arcos de qualquer número de graus.

Êste conjunto assenta, por intermédio dum joelho e de parafusos niveladores P, P', P'', sôbre a mesa dum tripé, com a forma e dimensões apropriadas, para garantia da perfeita estabilidade do instrumento, depois de convenientemente nivelado.

300 — **Colocação de um teodolito em estação.** — O teodolito encontra-se em estação em dado ponto, quando a vertical dêsse ponto coincidir com o eixo vertical do instrumento devidamente nivelado.

Rectificações a efectuar, de um modo geral:

O eixo principal do instrumento deve ser vertical. Para satisfazer a esta condição procede se da seguinte forma:

1.° — Fixa-se a alidade horizontal e o limbo vertical, move-se o instrumento de forma que um dos níveis fique paralelo à linha que passa por dois parafusos de nivelamento.

2.° — Com êstes parafusos leva-se a bôlha de ar à parte média do nível, o que vulgarmente se chama calar o nível; seguidamente actua-se sôbre o terceiro parafuso de nivelamento e cala-se o outro nível.

3.° — Verticalizado o eixo do instrumento, qualquer que seja a sua posição, os níveis devem estar calados; se isto se não der, é porque não estão verificados e temos que o fazer seguindo o processo habitual de nivelamento que consiste no seguinte:

a) Escolhe-se um dos níveis do instrumento e roda-se com êste até que o nível fique na direcção dos dois parafusos de nivelamento.

b) Cala-se o nível por meio dêstes parafusos.

c) Dá-se uma rotação de 180° ao instrumento, corrigindo metade do desvio da bôlha de ar com os parafusos de rectificação do nível.

d) Dá-se uma rotação de 180° ao instrumento, de forma a voltar à posição primitiva e pratica-se depois como em *a)* e *b)* o número de vezes conveniente, até não haver deslocamento da bôlha em duas posições sucessivas, ocasião em que o nível está rectificado.

e) Dá-se uma rotação de 90° ao instrumento e cala-se o nível com o terceiro parafuso de nivelamento; êste instrumento que, por construção, é normal ao plano da alidade, fica vertical.

Pode então rectificar-se o segundo nível, fazendo-o calar por meio dos seus parafusos de rectificação.

Deve ser horizontal o eixo de rotação do óculo. Para satisfazer a esta condição:

1.° — Faz-se coincidir o cruzamento dos fios do retículo com a imagem de um determinado ponto da parte superior de um fio de prumo, sem oscilações.

2.° — Faz-se girar o óculo verticalmente:

Se, fazendo esta operação, os fios do retículo não se afastarem da linha determinada pelo fio de prumo, é porque os eixos dos munhões estão horizontais.

Havendo desvio, faz-se a correcção de metade, actuando sôbre os parafusos que fazem variar verticalmente a posição das chumaceiras em que assenta o eixo.

Se quizermos medir os ângulos horizontais com grande precisão temos que fazer a inversão do óculo e tomar a média de duas observações conjugadas (directa e inversa) principalmente se entre os pontos observados houver grande diferença de nível.

O eixo ótico do óculo, deve coincidir com o eixo geométrico: Para satisfazer a esta condição, aponta-se o óculo a um objecto bem visível a distância, cuja imagem se faz coincidir com o cruzamento dos fios do retículo.

Para isso, principiaremos por tornar êstes bem visíveis, regulando a focagem da ocular. Seguidamente dirigimos o óculo para o ponto considerado, regulando a sua focagem de maneira a poder ver-se com nitidez, e sem paralaxe, a imagem do ponto em coïncidência com o cruzamento dos fios do retículo.

Em seguida dá-se uma rotação de 180° ao óculo, em torno do seu eixo geométrico. A imagem do ponto considerado deverá continuar em coincidência com o cruzamento dos fios do retículo.

Se assim não fôr, desloca-se o retículo por meio de parafusos próprios, de metade do deslocamento sofrido pelo ponto visado, de forma a obter a coincidência dos eixos.

Elimina-se assim o chamado êrro de colimação.

Deve rectificar-se ainda o nível que se acha ligado ao óculo e fazer coincidir o zero do limbo vertical com a linha de fé do nónio objectivo, quando o eixo do óculo estiver horizontal.

301 — **Teodolito Casela.** — **Descrição.** — Êste instrumento, *(fig. 227),* destinado aos trabalhos topográficos, compõe-se dum óculo, *A*, e dum limbo vertical, *H,* cujo eixo de rotação está assente nuns montantes, *M,* ligados directamente ao círculo-alidade do limbo azimutal, ficando assim obrigados aos movimentos dêste, os quais são regulados por parafusos de pressão e de ajustamento.

O limbo vertical e o óculo ocupam uma posição central, correspondendo verticalmente ao centro da

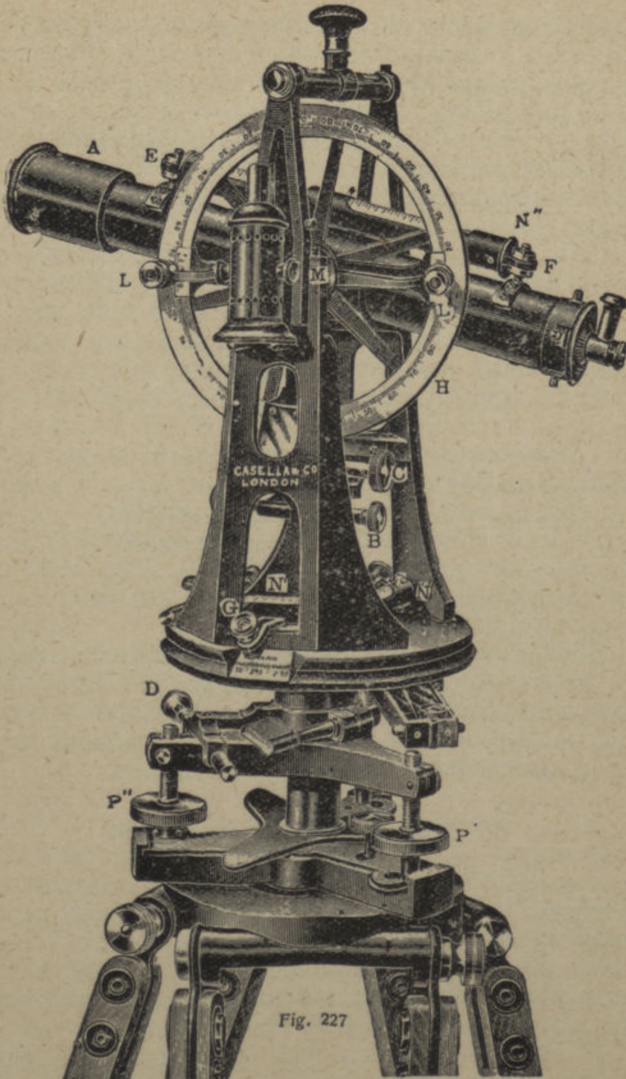


Fig. 227

graduação do limbo azimutal; êste contém um nónio com a aproximação de 10″, fazendo-se a sua leitura por meio do microscópio *G;* uma bússola e dois níveis *N* e *N′*, colocados perpendicularmente um ao outro, são destinados a verticalizar o eixo da coluna.

O limbo vertical tem o seu movimento regulado por parafusos de pressão e de ajustamento. Contém dois nónios com a aproximação de 10″; as leituras são feitas com o auxílio dos microscópios *L* e *L′*.

Existe um nível, *N″*, ligado ao óculo, que serve para horizontalizar o seu eixo ótico.

Rectificações. — 1.ª *Tornar vertical o eixo da coluna.*

O limbo azimutal tem dois níveis perpendiculares; coloca-se um dêles *N′* paralèlamente ao plano vertical que passa por dois dos parafusos do joelho *P′* e *P″*, e cala-se o nível, movendo convenientemente os parafusos do joelho; depois cala-se o outro nível, *N*, com o auxílio do terceiro parafuso do joelho, ficando assim o prato horizontalizado e, por construção, vertical o eixo da coluna.

2.ª *Tornar o eixo geométrico do óculo coïncidente com o eixo ótico.* Aponta-se o óculo a um objecto bem visível a distância, e move-se lentamente em tôrno do seu eixo geométrico; desloca-se o eixo ótico por meio dos parafusos do retículo, no caso do cruzamento dos fios se não projectar no mesmo ponto, durante uma revolução de 180° em volta do eixo geométrico.

Deve centralizar-se separàdamente cada um dos fios do retículo, para diminuir o número de tentativas a fazer para conseguir a rectificação.

Imaginemos que, depois desta revolução, o cruzamento dos fios ficou acima do ponto visado na primeira posição do óculo: alarga-se o parafuso superior do retículo e aperta-se o inferior para que o cruzamento baixe; repetindo esta operação, até que êle percorra metade da distância vertical que o separa do ponto de mira, depois de meia revolução do óculo.

Terminada esta operação, ajusta-se rigorosamente o fio horizontal com o mesmo ponto de mira, por meio do parafuso de ajustamento do limbo vertical, e, por uma segunda revolução de 180° do óculo, em tôrno do seu eixo de figura, verifica-se se a centralização está feita; repete-se a operação as vezes precisas, até se dar a coïncidência.

De igual forma se centraliza o fio vertical por meio dos parafusos horizontais: ficará assim completa a rectificação e destruído o *êrro de colimação do óculo,* desde que o cruzamento dos fios se projecte rigorosamente sôbre o ponto de mira durante uma revolução de 360° do óculo.

3.ª *Colocar o eixo do nível N'' no plano vertical passando pelo eixo ótico do óculo ou em um plano paralelo.* Tornado vertical o eixo da coluna e feita a coïncidência do eixo geométrico do óculo com o eixo ótico, e fixo todo o sistema por meio dos parafusos de pressão, cala-se o nível N'' com o parafuso de ajustamento vertical. A seguir dá-se um movimento, limitado, de rotação ao óculo em tôrno do seu eixo geométrico, para a direita e para a esquerda ou vice-versa; se a bôlha de ar permanece entre os mesmos traços da graduação do nível, está satisfeita a condição; no caso contrário, teremos que afrouxar um dos parafusos laterais do nível e apertar o oposto, repetindo esta operação até conseguir a imobilidade da bôlha durante o pequeno movimento do óculo e, por conseqüência, a existência de dois eixos em planos verticais paralelos.

4.ª *Tornar paralelos os eixos do nível N'' e do óculo.* Para satisfazer a esta condição, é preciso, depois de calado o nível, conseguir que a linha de mira seja horizontal.

Para isso, abrem-se as chumaceiras do óculo; cala-se o nível rigorosamente, por meio do parafuso de ajustamento vertical; fixa-se todo o sistema do instrumento, levanta-se o óculo com todo o cuidado, assentando-o de novo com a ócular e a objectiva invertidas de posição; neste estado deve permanecer ainda calado o nível N''. De contrário, o desvio da bôlha indica o sentido em que se deve efectuar a correcção, o que se consegue desfazendo metade do desvio com o parafuso de ajustamento vertical e a outra metade com o de rectificação do nível. Repete-se esta operação até que, nas duas posições invertidas do óculo sôbre as munhoneiras, o nível fique calado, sendo então os dois eixos paralelos.

Visto os parafusos, que ligam os níveis ao óculo EF e ao prato, terem duas porcas cada um, é necessário, tanto nesta rectificação como na primeira, começarmos por alargar uma delas e apertar depois a outra, a-fim-de não danificar as rôscas.

5.ª *Fazer coïncidir os zeros do nónio e do do limbo vertical*. Estando calado o nível N'', desapertam-se os dois parafusos de ligação do nónio ao seu apoio e desloca-se lateralmente, até fazer a coïncidência do seu zero com o do limbo, para o que existe uma certa folga nos furos do nónio, por onde passam os parafusos. Depois apertam-se estes novamente.

6.ª *Verticalizar o limbo zenital ou tornar horizontal o eixo dos munhões,* estando o prato também horizontal.

Efectuada a 1.ª e 2.ª rectificações, coloca-se, a distância, um fio de prumo bastante comprido e projecta-se na parte superior o cruzamento dos fios do retículo; desaperta-se o parafuso de pressão vertical e vai-se fazendo deslocar, o cruzamento dos fios do retículo sôbre o fio de prumo, de alto a baixo. Se durante esta operação se der sempre a coïncidência, temos realizada esta rectificação; no caso contrário, eleva-se ou abaixa-se a munhoneira dum dos montantes, repetindo a operação as vezes necessárias, até o conseguir.

302 — **Teodolito Wild.** — Modernamente os teodolitos teem sofrido grandes aperfeiçoamentos, quer no que diz respeito à sua precisão nas leituras, quer no seu pêso, tornando-os muito mais portáteis.

Nota-se entre êsses instrumentos o teodolito Wild, cujas caracteristicas vamos registar, *(fig. 228)*.

Características do instrumento:

1.ª — *Limbos.* — Os limbos são de vidro, tendo a graduação sôbre uma das faces; a superfície gravada é prateada e coberta com massa protectora.

A observação faz-se por reflexão sôbre a prata, através da espessura do vidro.

Os limbos estão resguardados.

2.ª — *Leitura dos limbos.* — A leitura dos limbos faz-se com um óculo colocado paralelamente ao óculo *I* de pontaria.

A imagem de um dos limbos desaparece, por meio da interposição de um prisma, no óculo de leitura, a-fim-de se ver a imagem do outro limbo e as leituras dos limbos feitas com a aproximação de um segundo sexagesimal ou de dois segundos centesimais, por meio de um micrómetro, *D*.

3.ª — *Retículo.* — O eixo ótico é, por construção, perpendicular ao eixo dos munhões e o retículo do óculo de pontaria é fixo. O eixo dos munhões e o eixo principal do teodolito, também por construção, são perpendiculares, não havendo neste instrumento qualquer disposição para fazer variar a inclinação do eixo dos munhões.

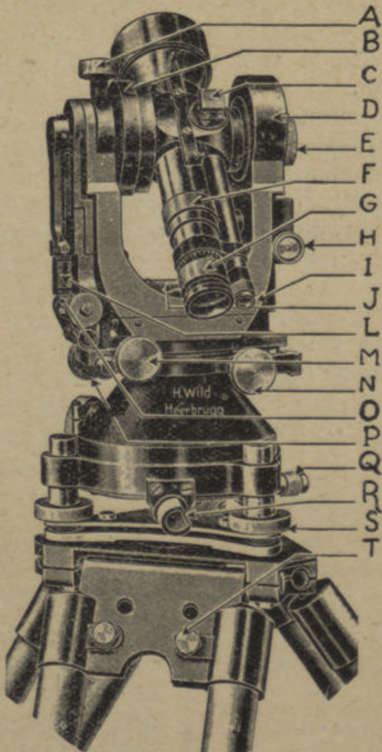


Fig. 228

A — Parafuso de fixação no movimento vertical.
B — Limbo vertical.
C — Prisma para aclaração do limbo vertical.
D — Caixa do micrómetro.
E — Botão do micrómetro.
F — Anilha de focagem do óculo.
G — Anilha de ajuntamento da ocular.
H — Botão inversor.
I — Ocular do microscópio de leitura.
J — Nivel de verticalidade.
L — Visor do nivel do limbo vertical.
M — Parafuso de ajustamento para o movimento em altura.
N — Parafuso de ajustamento para o movimento em azimute.
O — Nivel do limbo vertical.
P — Parafuso de ajustamento para o nivel do limbo vertical.
Q — Ocular do dispositivo de centralização ótica.
R — Prisma para aclaração do limbo horizontal.
S — Parafuso nivelador.
T — Parafusos de fixação das pernas do tripé.

4.ª — *Niveis.* — Os níveis têm disposição especial, de modo a permitir que o operador possa fazer as leituras sem que tenha de andar à volta do aparelho.

Entre os montantes que suportam o óculo existe um nível *J* destinado a verticalizar o eixo principal.

Ao limbo zenital está ligado outro nivel.

5.ª — *Centralização do instrumento.* — A centralização do instrumento pode fazer-se por dois meios: com uma disposição ótica ou com o fio de prumo.

O teodolito pode deslocar-se sôbre a mesa do tripé (pequenos deslocamentos), podendo, por um dispositivo especial fazer-se a coincidência da imagem do ponto que define o centro da estação com o centro do retículo do óculo.

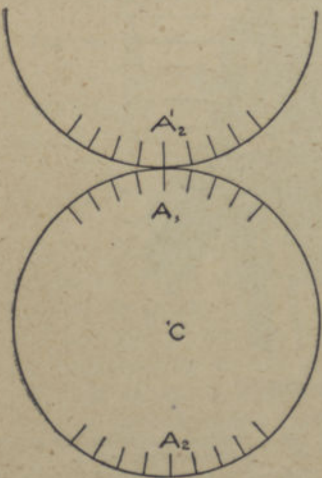


Fig. 2.9

Dispositivo de leitura — Princípios fundamentais:

Num círculo *C*, graduado em dois sectores opostos A_1 e A_2, *(fig. 229)*, suponhamos que deslocamos o sector A_2 paralelamente a si mesmo até ficar em A'_2, tangente a A_1, e que A'_2 acompanha A_2 nos seus movimentos, em grandeza e em sentido.

Resultará daqui que, se o círculo *C* girar, as imagens das graduações de A_1 e A'_2 deslocam-se em sentido contrário, de quantidades iguais.

Consideremos um pequeno sector do círculo; como as circunferências tangentes se confundem com a tangente comum, os traços das graduações parecem todos paralelos e o aspecto que apresentam A_1 e A'_2 é o de *fig. 230*.

Em determinadas posições do círculo C as graduações diametralmente opostas estão umas no prolongamento das outras; diremos então que há coincidência.

O dispositivo que acabamos de apresentar, permite-nos medir o ângulo de rotação do limbo, sem utilizar qualquer ponto de referência.

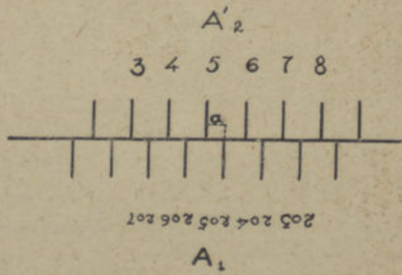


Fig. 230

Sejam L_1 e L_2 os números que caracterizam, respectivamente, uma divisão de A_1 e uma divisão de A'_2.

Quando o círculo gira, estas divisões afastam-se ou aproximam-se de quantidades iguais e em sentido inverso, ficando sempre equidistantes de uma referência fictícia fixa.

A distância angular que separa essa referência fictícia de qualquer das divisões L_1 e L_2, é metade da distância que separa L_1 de L_2.

Devemos utilizar sempre para a leitura a marcação vista direita.

Assim, seja 180° ou 200 grados a diferença $L_1 L_2$; para obtermos uma leitura correspondente a uma posição qualquer do círculo consideramos um par de traços que sejam correspondentes a 200 grados (ou 180°) de diferença, e que o traço, cujo número vemos direito fique à esquerda do outro, para em qualquer dos casos termos sempre uma adição a fazer; a seguir medimos a distância que separa os traços que nós considerámos e somamos metade desta distância à leitura que fizemos sôbre o traço da esquerda. Quando desejamos obter grande precisão na leitura, empregamos um micrómetro que nos permite medir com maior precisão o intervalo *a* entre as divisões consideradas *(fig. 230)*.

Colocação em estação. — Coloca-se o aparelho em estação por meio do fio de prumo suspenso no parafuso central do tripé; o ponto de estação estará no campo do dispositivo de centralização ótica da ocular, e colocado debaixo da base tronco-cónica do aparelho; foca-se a ocular fazendo girar o regulador; apruma-se o eixo vertical do instrumento por meio do nível respectivo e com os parafusos niveladores, como habitualmente.

Feito isto desloca-se o teodolito paralelamente a si mesmo sôbre a mesa do tripé, até que o ponto de estação coincida com o centro do retículo do dispositivo ótico.

Verifica-se se a verticalidade do teodolito se mantém e fixa-se por meio do parafuso para êste fim destinado.

Antes de nos servirmos do teodolito devemos efectuar várias rotações com o óculo em volta dos seus eixos vertical e horizontal afim de fazer uma distribuïção uniforme do óleo de lubrificação.

Focagem do óculo e do microscópio de leitura. — Para pôr o retículo em posição move-se o regulador da ocular até que os traços apareçam bastante nítidos. Podemos tomar nota da leitura sôbre as divisões do bôrdo do regulador de maneira a voltar directa e fàcilmente à regulação ulterior.

A imagem dada pela objectiva é levada ao plano do retículo actuando-se sôbre o outro regulador (anilha niquelada).

Verifica-se a sobreposição da imagem com o retículo deslocando o ôlho ligeiramente para a direita e para a esquerda; o retículo e a imagem não devem ter nenhum movimento relativo.

Para a regulação do microscópio de leitura utiliza-se o regulador da sua ocular.

Orientação do óculo pelo objectivo. — Desapertam-se os parafusos de fixação vertical e horizontal e leva-se o objectivo ao campo do óculo, orientando êste por meio do dispositivo de pontaria; olha-se pela ocular e, depois de apertar os parafusos de fixação, aperfeiçoa-se a regulação com os parafusos de reclamo ou ajustamento.

Leitura dos ângulos. — Os dois limbos são lidos alternadamente com o mesmo microscópio, por meio de um botão inversor, situado no lado contrário àquele onde está o nível do limbo vertical, que nos permite passar da leitura dum limbo para a do outro; assim quando o botão se volta por completo no sentido do movimento dos ponteiros do relógio, fazem-se as leituras do limbo horizontal; quando se volta no sentido contrário, podemos fazer as leituras do limbo vertical.

Vamos agora ver como se efectuam as diferentes leituras.

Caso da divisão em grados. — *Leitura do limbo horizontal. a)* Move-se o botão inversor por completo, no sentido do movimento dos ponteiros dum relógio;

b) Regula-se o microscópio da leitura movendo o regulador da ocular;

c) Orienta-se o prisma de aclaração que está situado na parte inferior do instrumento de forma a ter-se uma visibilidade clara e uniforme;

d) Faz-se a pontaria com o óculo e visa-se pela ocular do microscópio, observando-se na parte inferior o tambor de segundos centesimais e na parte superior, separadas por um traço fino, as imagens das duas partes diametralmente opostas do limbo.

A leitura faz-se da seguinte forma:

Move-se o botão situado na parte superior do estribo do lado onde está o microscópio de leitura; vêem-se as imagens das partes opostas do limbo deslocar-se de quantidades iguais e em sentido inverso ao mesmo tempo que o micrómetro gira; vai-se fazendo o deslocamento das imagens do limbo até que as divisões estejam no prolongamento uma da outra, isto é, em coïncidência.

Esta verifica-se nos traços situados na proximidade do índice visto no meio do campo do óculo; o último movimento do tambor deve fazer-se sempre no sentido da marcha dos ponteiros do relógio.

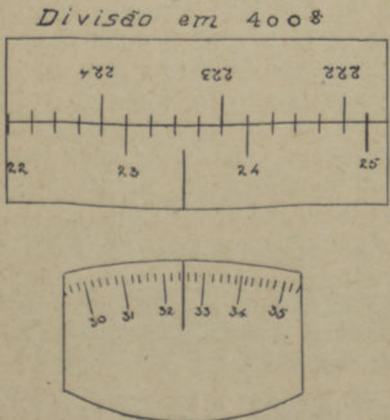


Fig. 231

Exemplo *(fig. 231)*:

À esquerda do índice lê-se sôbre a imagem cujos números vemos direitos, 23 gr.; obtem-se as dezenas de minutos centesimais contando as divisões que se acham entre 23 gr. e o número visto invertido cujo valor difere de mais ou menos 200 grados; neste caso: 223. Achamos 4 divisões o que nos dá a leitura aproximada $23^{gr},4$. A seguir faz-se a leitura sôbre o micrómetro (tendo em atenção que cada divisão vale 2″):325″, o que junto à leitura já feita sôbre o limbo nos dá a leitura completa $23^{gr}\ 43'\ 25''$.

Leitura do limbo vertical — a) Move-se o botão inversor, por completo, no sentido contrário ao do movimento dos ponteiros do relógio.

b) Regula-se o microscópio de leitura.

c) Orienta-se o prisma de aclaração situado sôbre o óculo, de forma a conseguir boa visibilidade das imagens do limbo.

d) A seguir faz-se a leitura da seguinte forma:

Pelo visor, que se move em tôrno dum eixo horizontal de forma a permitir a observação nas duas posições do óculo, observam-se as imagens do nível de bôlha do limbo vertical, cuja coïncidência é feita por um parafuso apropriado.

A leitura do limbo faz-se então da mesma forma que a leitura do limbo horizontal, com a diferença de que devemos ter em atenção que o ângulo vertical se obtem tomando a diferença das duas leituras correspondentes às duas posições do óculo e não a metade das diferenças dêstes. Isto dá-se porque cada número da graduação do limbo é metade do que realmente deveria ser.

Caso da divisão em graus. — *Leitura do limbo horizontal.* — Fazem-se as operações indicadas em *a), b)* e *c)* (caso da divisão em grados).

Fazendo a observação, vê-se no campo do óculo e na parte superior as imagens de duas partes diametralmente opostas do limbo separadas por um traço fino, como indica a *fig. 232,* e na parte inferior a imagem do micrómetro.

Fazendo girar o botão levam-se à coïncidência os traços das imagens opostas, situadas nas proximidades do índice: 74°, obtendo-se as dezenas de minuto pela leitura do número de traços compreendidos entre êste número e o número visto invertido, que difere dêste mais ou menos 180°, e neste caso é 254°. Contam-se assim 5 traços isto é, 50′ e a leitura aproximada é 74° 50′.

Em seguida, sôbre o micrómetro, lêem-se os minutos e as dezenas de segundo, e sôbre as divisões do mesmo, para a direita do índice, lê-se o número de segundos, tendo em atenção que cada intervalo vale 1″; neste caso a leitura completa será 74° 51′ 54″,6.

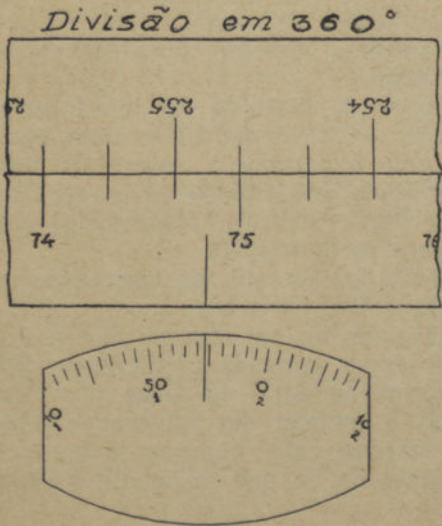


Fig. 232

Leitura do limbo vertical. — Procede-se da mesma forma que para a divisão em 400 grados, alíneas *a)*, *b)* e *c)*, tendo em atenção que a leitura do limbo vertical se efectua da mesma forma que para o limbo horizontal dividido em 360°.

Orientação do limbo horizontal. — Se a leitura dos ângulos começa na direcção 0 ou em qualquer outra direcção, aponta-se o óculo para o ponto visado e determina-se no microscópio a leitura correspondente à direcção origem escolhida, actuando primeiramente sôbre o micrómetro e a seguir sôbre a posição do limbo por meio dum botão que se acha na base do teodolito.

Se, por exemplo, as operações começam em 0, aponta-se o óculo para o ponto considerado, levando em seguida o tambor dos segundos à marcação 0 e, actuando sôbre o parafuso de rotação do limbo horizontal, faz-se a coïncidência sôbre os traços 0 (em baixo) e 200 (em cima).

Se a leitura origem deve ser 2 gr. 321 leva-se o micrómetro sôbre a leitura 321 e o círculo sôbre a leitura 2^g 10′.

Depois de cada movimento do limbo horizontal é preciso ter o cuidado de tornar a fechar a tampa de protecção para evitar deslocamentos involuntários.

Método racional para a medida dos ângulos nas triangulações. — A leitura deve ser feita da seguinte forma:

1.º — Visa-se o ponto da esquerda, orientando o limbo de forma que a leitura seja pouco diferente de 0, e lê-se;

2.º — Visa-se o ponto da direita e lê-se;

3.º — Volta-se o óculo, visa-se o ponto da direita, orientando o limbo de forma que a leitura seja pouco diferente de 0 e lê-se;

4.º — Visa-se o ponto da esquerda e lê-se.

Procedendo assim o resultado não é influenciado pelo êrro de divisão do limbo.

Para as triangulações de grande precisão tem que se fazer a reiteração dos ângulos a-fim-de eliminar os erros de divisão do limbo.

303 — **Teodolito Lallemand.** — Êste teodolito, que tem sido empregado nos levantamentos cadastrais, compõe-se dum círculo horizontal, *C*, *(fig. 233)*, dividido em grados e decigrados, sendo o seu movimento regulado pelos parafusos de pressão e ajustamento, *H*; dum óculo, *L*, tendo, dos lados, dois microscópios, *A* e *B*, munidos dum fio de retículo único e horizontal, com um dispositivo especial que facilita a leitura directa dos centígrados.

O óculo *L*, é móvel em tôrno dum eixo horizontal. O eixo ótico pode tomar, para um e outro lado do horizonte, a inclinação de 30 grados, cuja medida se faz com o auxílio dum terceiro microscópio, sôbre um sector, *K*, dividido da mesma forma que o limbo.

As oculares dos três microscópios, envolvem a da luneta, permitindo assim ao operador, com mais

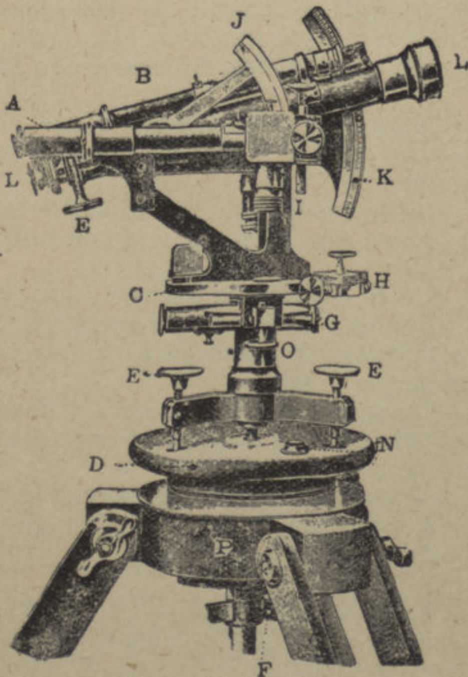


Fig. 233

facilidade, fazer as leituras, movendo ligeiramente a cabeça, mas sem se deslocar.

A colocação do instrumento em estação torna-se fácil pela aplicação dum dispositivo de translação, *D*, ao suporte que contém uma calote móvel, com um nível esférico, *N*.

Emprega-se sôbre um tripé vulgar, *P*.

304 — **Prolongamento dum alinhamento empregando o teodolito.** — **1.° Processo.** — Suponhamos que, estacionando no ponto *O*, *(fig. 234-II)*, donde podemos ver o ponto *A* e o espaço *CD*, queremos prolongar o alinhamento *A O*. Colocado o teodolito em estação, visa-se o ponto *A*, actua-se nos parafusos e, com o auxílio do parafuso de ajustamento, faz-se a coïncidência com o cruzamento dos fios do retículo. Fazendo, depois, girar a parte superior do instrumento 180° (ou 200^g) em volta do eixo vertical, marca-se o ponto 1.

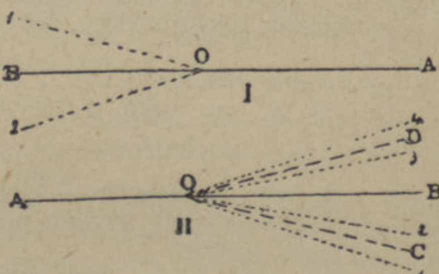


Fig. 234

Levanta-se o óculo, e coloca-se de novo sôbre as chumaceiras ou munhoneiras, depois de fazer girar meia circunferência a parte superior do instrumento; visa-se o ponto *A* e, fazendo girar o instrumento 180° em volta do eixo vertical, marca-se o ponto 2.

Fazendo meia revolução do óculo, em volta do seu eixo de figura, visa-se *A*, e depois faz-se girar horizontalmente a parte superior do instrumento para marcar o ponto 4.

Levanta-se o óculo e coloca-se de novo sôbre as chumaceiras, depois de ter feito girar a parte superior do instrumento 180°. Visa-se *A*, e, fazendo novamente girar o instrumento como acima se disse, marca-se o ponto 3.

Para achar o prolongamento *O B* do alinhamento *O A*, basta achar as médias das observações simétricas 1 e 4 ou 2 e 3, mútuamente verificáveis.

2.° Processo. — Podemos empregar um processo mais rápido e que consiste no seguinte: Estacionando em *O*, *(fig. 234 I)*, visa-se *A*, actua-se nos parafusos e faz-se girar horizontalmente a parte superior do instrumento para marcar o primeiro ponto 1.

Levanta-se a seguir o óculo, faz-se com êste uma meia revolução em volta do eixo de figura e coloca-se de novo sôbre as chumaceiras, depois de ter feito girar de 180° a parte superior do instrumento. Visa-se outra vez o ponto *A* e, fazendo girar novamente o instrumento, marca-se o segundo ponto 2.

A média das observações *O* 1 e *O* 2, dá-nos a direcção *O B*, que será o prolongamento procurado.

305 — **Medição de ângulos**. — Com o auxílio do teodolito podemos medir ângulos no plano horizontal e no plano vertical.

Ângulos horizontais. — Para medir um ângulo, coloca-se o teodolito em estação com o auxílio dum fio de prumo; obtida a coïncidência dos zeros do limbo e dos nónios, faz-se girar o limbo, até que o cruzamento dos fios do retículo do óculo, coïncida com um dos pontos dados. Aperta-se em seguida o parafuso de fixação, a-fim-de não permitir o movimento de todo o sistema em tôrno do eixo vertical, e alarga-se o parafuso que permite o movimento da alidade; move-se esta, até que o eixo ótico do óculo esteja na direcção do segundo alinhamento, fazendo a coïncidência exacta dos fios do retículo com o ponto visado, por meio do parafuso de ajustamento.

Quando a graduação do limbo fôr em sentido inverso ao do movimento dos ponteiros dum relógio, visa-se primeiro o ponto da esquerda e toma-se nota da graduação do limbo; depois visa-se o ponto da direita, vendo de novo a graduação do mesmo limbo. O ângulo formado pelos dois alinhamentos será igual à diferença entre a primeira leitura e a segunda, juntando à primeira 360°, se fôr inferior à segunda.

Quando a graduação do limbo fôr no sentido do movimento dos ponteiros do relógio, temos que visar em primeiro lugar o ponto da direita e depois o da esquerda, calculando a diferença das leituras.

Angulos verticais. — Para medir um ângulo vertical entre dois pontos segue-se o mesmo processo que para medir ângulos horizontais, empregando, nêste caso, o limbo vertical.

306 — **Erros.** — Na medição dos ângulos podemos cometer duas espécies de êrros: *Êrro de pontaria* e *êrro de leitura.*

O primeiro dá-se quando se não visa exactamente o ponto que se deseja; o segundo é proveniente da dificuldade de avaliar, com precisão, quantidades muito pequenas, e da desigualdade das divisões do limbo. Atenuam-se êstes êrros recorrendo ao método da *repetição* ou ao *método de reiteração dos ângulos.*

Método de repetição. — Êste método consiste em medir várias vezes, e seguidamente, o mesmo ângulo, tomando, de cada vez, para ponto de partida sôbre o limbo, o ponto de chegada da operação anterior. Se fizermos cinco leituras, não temos mais do que dividir por cinco o espaço total percorrido sôbre o limbo; diminui-se assim o êrro de leitura. Há quási sempre uma compensação, pois não é provável que em todas as cinco leituras o êrro de pontaria seja sempre no mesmo sentido.

Método de reiteração. — Êste método consiste em reiterar a medida dum ângulo, tomando para origem graduações de pontos diferentes do limbo.

307 — **Taqueométro auto-reductor de esquadro.** — É um instrumento *(fig. 235)*, que dispensa a execução de cálculos na determinação das distân-

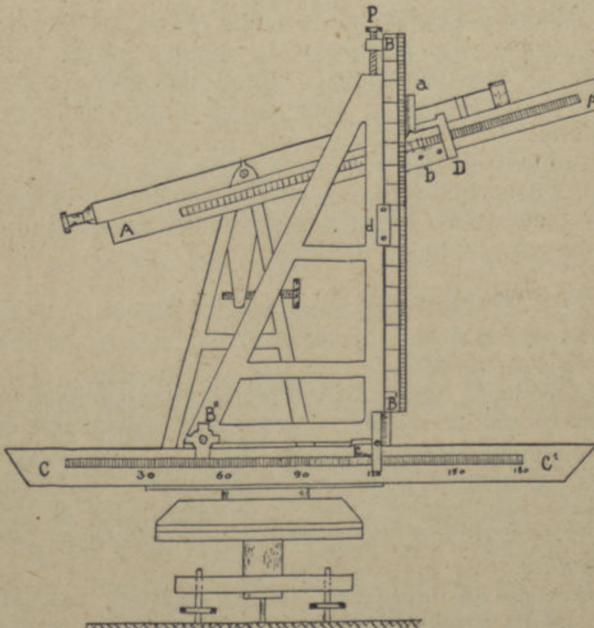


Fig. 235

cias reduzidas ao horizonte; tem uma disposição especial que nos permite fazer mentalmente a sua determinação.

Dá-nos, como os teodolitos ordinários, a medição dos ângulos azimutais e zenitais.

O limbo e a alidade zenital estão substituídos pelas réguas graduadas $C\ C'$ e $A\ A'$ e pelo esquadro $B\ B'\ B''$.

Os montantes de suporte do óculo e a régua $C\ C$

estão apoiados na alidade azimutal; esta gira em torno do eixo principal sôbre o limbo azimutal.

Tem ainda o taqueométro um óculo ligado à régua *A A'*, cuja aresta superior deve ser paralela ao eixo ótico do óculo; um cursor *D*, que desliza ao longo da mesma régua com um dispositivo de fixação em qualquer ponto da mesma; e dois nónios, *a* e *b*.

No plano vertical da régua *A A'* existe outra régua *C C'*.

Os comprimentos marcados por aquela régua são projectados sôbre esta por meio do esquadro de projecção *B B' B''*, que se desloca sôbre a régua *C C'*, podendo fixar-se em qualquer ponto da mesma.

A aresta vertical do esquadro contém uma escala, *B B'*, e um nónio.

Determinação das distâncias horizontais. — A distância que separa o taqueométro, da mira, contada segundo o eixo ótico do óculo, deduz-se da relação entre os valores lidos na mira e os valores constantes do óculo estadimétrico do taqueómetro.

Deslocando-se o cursor *D*, leva-se o zero do nónio *b* á posição que corresponde á referida distância.

Encosta-se a aresta vertical do esquadro de projecção ao nónio *a*; faz-se a leitura da distância, reduzida ao horizonte, na régua *C C'*, utilizando o nónio *C* colocado no esquadro, tendo o cuidado de atender á escala que se adopta.

Determinação das cotas dos pontos visados. — Por meio do parafuso *P* pode-se deslocar verticalmente a escala *B B'* do esquadro.

Numa placa de marfim colocada paralelamente á escala inscreve-se a lapis uma graduação provisória tendo em atenção a cota do ponto de estação do taqueométro, de forma a poder-se deduzir a cota do ponto visado.

Ao mudar de estação apaga-se a graduação provisória.

Quando o óculo estiver horizontal, as leituras feitas com os nónios sôbre *B B'* indicam que a cota do ponto onde se estacionou o taqueométro é igual à do ponto visado.

Quando o eixo óptico do óculo estiver inclinado a leitura que se faz sôbre a escala *B B'* é a cota do ponto visado, desde que êste esteja a uma altura, acima do terreno, igual á que vai do eixo dos munhões do óculo ao ponto de estação.

LI — Instrumentos usados no nivelamento directo: Níveis e Miras

308 — O nivelamento directo ou contínuo, é o que se executa com o auxílio de níveis e miras.

309 — **Níveis.** — Os níveis são instrumentos por meio dos quais poderemos determinar uma linha de pontaria horizontal. Empregam-se diferentes espécies de níveis: Níveis de água, níveis de bolha de ar, e ainda estes últimos ligados a óculos, constituindo os níveis de óculo.

310 — **Nível de água.** — Consta, *(fig. 236)*, dum tubo metálico de 1 metro a $1^{m},5$ de comprimento e de 2 a 3 centímetros de diâmetro, recurvado em ângulo recto nas suas extremidades, nas quais entram 2 tudos cilíndricos de vidro, do mesmo calibre.

Todo o sistema está ligado a um tripé por meio duma virola e um parafuso. Os tubos de vidro podem ser munidos de anéis móveis que marcam o nível do líquido e pelos quais se faz a pontaria.

Emprêgo. — Estaciona-se o nível, pròximamente horizontal, no ponto onde queremos fazer as observações; deita-se água por um dos tubos, até que chegue pròximamente a $^{2}/_{3}$ da altura dêstes.

Como as superfícies dos líquidos em vasos comunicantes estão à mesma altura, uma tangente a essas superfícies será uma linha horizontal ou de nível.

O observador coloca-se, pouco mais ou menos, a metro e meio do instrumento e dirige um raio

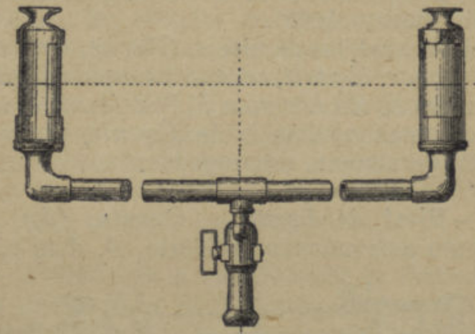


Fig. 236

visual, tangencialmente às superfícies do líquido, para uma mira colocada bem verticalmente no ponto de que se quere conhecer a cota. O raio visual é dirigido à linha de fé do alvo da mira, que o porta-mira, atento aos sinais do observador, desloca convenientemente. O nível de água não carece de verificação alguma, estando calculado que não deve empregar-se para distâncias superiores a 50 vezes o comprimento do tubo.

311 — **Níveis de óculo.** — Nos nivelamentos directos o nível de bôlha de ar emprega-se ligado ao óculo.

Todos os níveis de bólha e óculo se reduzem a 4 tipos principais:

1.º O óculo é fixo ao nível e ao prato do instrumento.

2.° O óculo é fixo ao nível e pode girar nas chumaceiras.

3.° O óculo pode girar e inverter-se nas chumaceiras, mas é independente do nível, que está ligado ao prato.

4.° O óculo pode girar e inverter-se nas chumaceiras, mas o nível, sendo independente de todo o sistema, pode inverter-se e assentar sôbre os munhões do mesmo óculo.

Há vários modelos de níveis: *Cherzy, Gravet, Lenoir, Brunner, Égault*, os dos distintos engenheiros portuguêses *Brito Limpo* e *J. Rodrigues*, e outros.

Estudaremos apenas o de *Égault*, por ser um dos mais geralmente empregados.

312 — **Nível de Égault.** — Consta, *(fig. 237)*, dum óculo astronómico ordinário, *A*, dum nível de

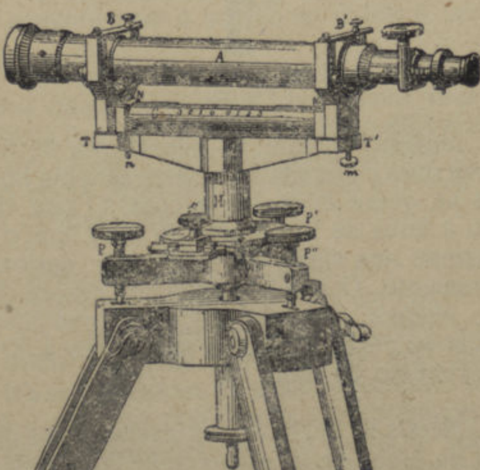


Fig. 237

bôlha de ar, *C*, ligado à travessa onde há uma bússola. Nas estremidades da travessa levantam-se dois montantes com munhoneiras ou chumaceiras, B e B', onde assentam os munhões do óculo, formados por anéis metálicos.

A haste H do instrumento, em tôrno da qual gira todo o sistema, termina inferiormente por três braços, munidos cada um dum parafuso nivelador, P, P' e P''. Um parafuso de pressão, p, serve para fixar o óculo, quando fôr conveniente. Há também um parafuso de reclamo ou ajustamento, p', que permite dar ao óculo pequenos movimentos em tôrno da haste vertical, depois de fixo.

As esperas N, N', fixas junto dos anéis do óculo são destinadas a garantir que um dos fios do retículo se conserve horizontal, quando estejam em contacto com dois parafusos de encontro que existem na parte exterior dos montantes.

313 — **Verificação e rectificação do instrumento.** — Para que a linha de pontaria, determinada pelo eixo ótico do óculo, seja horizontal em tôdas as direcções, é necessário que o instrumento satisfaça às seguintes condições:

1.ª — O eixo do instrumento deve ser vertical ou a travessa T T' horizontal. — Para tornar o eixo vertical, coloca-se a travessa paralelamente à direcção de dois parafusos niveladores do tripé, e cala-se o nível, actuando nesses parafusos; depois inverte-se a travessa, extremo a extremo. Se a bôlha volta ao centro, o nível está rectificado e a travessa está horizontal nessa direcção: no caso contrário, é necessário centralizar a bôlha, actuando, para metade do seu movimento, sôbre o parafuso r do nível, e para a outra metade, sôbre um dos dois parafusos niveladores. Repete-se esta operação, até que a bôlha se conserve centralizada nas duas posições invertidas da travessa. Depois coloca-se esta em direcção perpendicular à primeira; leva-se a bôlha de ar ao centro, por meio do parafuso, e assim conseguimos que o eixo do instrumento seja vertical, ou que o nível esteja calado em tôdas as direcções.

É claro que, se o nível já estiver rectificado, bastará centralizar a bôlha na direcção de dois dos parafusos niveladores e numa direcção perpendicular, actuando sòmente nestes parafusos, para tornar o eixo vertical.

2.ª — O óculo deve estar centralizado, ou o eixo ótico em coïncidência com o de figura. — Se esta condição não é satisfeita, (o que se reconhece, quando, fazendo girar o óculo em tôrno do seu eixo, não se mantiver a coïncidência do cruzamento dos fios do retículo com o ponto visado), procede-se à rectificação, centralizando cada um dos fios.

Para centralizar o fio horizontal, coloca-se a uma certa distância a mira, e lê-se a divisão em que o fio se projecta; depois faz-se girar o óculo, sôbre si mesmo, de 180°, para levar o fio novamente à posição horizontal, e lê-se a divisão em que êle agora se projecta. Se a divisão é a mesma, o fio está centralizado; no caso contrário, leva-se o fio ao meio do intervalo das duas divisões, isto é, à divisão correspondente à média das duas leituras, por meio dos parafusos verticais do retículo, e repete-se esta operação, até que o fio se projecte na mesma divisão, nas duas posições do óculo. Centralizando êste fio, passa-se ao outro, tornando-o primeiro horizontal, por uma rotação de 90° dada ao óculo, e procedendo depois com êste de igual modo.

Nesta rectificação a parte mais importante é a centralização do fio que se deve manter sempre horizontal.

3.ª — Um dos fios do retículo deve ser horizontal. — Para se verificar se esta condição se realiza, quando o óculo tem encostada uma das suas esperas N ou N' ao respectivo parafuso de encontro, faz-se girar lentamente o instrumento em tôrno do seu eixo vertical, e vê-se se o traço da mira ou um ponto bem determinado se conserva sempre em coïncidência com o fio, em tôda a sua extensão, durante o giro.

Quando assim não sucede, move-se em sentido conveniente o parafuso de encontro, ao qual se faz encostar a espera, e repete-se a operação, até que a condição seja satisfeita. Do mesmo modo se procede com respeito à outra espera, depois da inversão do óculo.

4.ª — O eixo ótico deve ser perpendicular ao eixo de rotação do instrumento. — Feitas as rectificações anteriores, procede-se da seguinte maneira: visa-se a mira e lê-se a divisão em que se projecta o fio; em seguida levanta-se o óculo das chumaceiras, inverte-se a travessa, extremo a extremo, e torna-se a assentá-lo; visa-se novamente a mira e faz-se a leitura da divisão em que se projecta agora o fio. Se as duas leituras forem iguais, a condição é satisfeita; no caso contrário, faz-se projectar o fio no meio do intervalo compreendido entre as divisões lidas, isto é, na divisão correspondente à média das duas leituras, actuando para isto, no parafuso que eleva ou abaixa o montante respectivo. Repetindo esta operação, consegue-se tornar o eixo ótico perpendicular ao eixo de rotação do instrumento, e por conseqüência, será horizontal, quando o nível estiver calado em tôdas as direcções.

Por ser impossível, geralmente, colocar o instrumento a igual distância de dois pontos de estação, e mesmo por poder, apesar de todos os cuidados, estar o óculo em plano não horizontal, *Égault* apresentou o seguinte método de correcção: Consiste em colocar o instrumento pròximamente horizontal, e em fazer 4 leituras na mira, correspondentes às 4 posições diferentes do fio horizontal.

A primeira nivelada é feita numa posição qualquer do óculo; a segunda obtem-se fazendo descrever ao óculo uma meia revolução em tôrno do seu eixo de figura. Depois faz-se girar o instrumento 180° em tôrno da haste, volta-se a objectiva para a mira e faz-se a terceira leitura. Finalmente a quarta leitura consegue-se, fazendo descrever ao óculo uma segunda meia revolução em tôrno do seu eixo de figura. A soma das 4 niveladas, dividida por 4, dá a cota do ponto observado, que fica livre do êrro de descentralização do óculo e, por conseqüência, da inclinação do seu eixo sôbre o horizonte.

314—**Miras.**—São réguas graduadas, de determinadas dimensões, que se colocam verticalmente nos pontos de que se pretende obter a diferença de nível.

Há duas espécies de miras: de *alvo* e *falante*.

As miras de alvo podem ser *simples* e *compostas* ou *de corrediça*.

A mira de alvo *simples* consiste numa régua de comprimento ordinàriamente pouco superior a 2 metros e com 3 a 4 centímetros de largura, tendo na parte inferior um talão de ferro que se apoia no solo; a êste talão está fixo um pedal sôbre o qual o porta-mira apoia o pé para manter a mira verticalmente. A régua tem na parte posterior uma graduação em centímetros; ao longo dela corre o alvo, que consiste numa placa de fôlha de ferro, dividida em 4 rectângulos iguais, pintados alternadamente de branco e de encarnado.

A linha horizontal que divide a placa, chama-se *linha de fé do alvo;* a placa está fixa a um cursor de metal, que corre ao longo da régua e tem, umas vezes, um índice que marca a leitura feita; outras vezes, uma pequena escala de um centímetro, dividida em milímetros, que permite a leitura com aproximação até milímetros; um parafuso de pressão faz parar o cursor na altura que se quizer. Com esta mira, o alvo não se eleva a mais de 2 metros acima do solo, não permitindo, por isso, avaliar directamente diferenças de nível superiores a 2 metros.

315 — **Mira composta ou de corrediça.** — Esta mira compõe-se de duas réguas de comprimento pouco superior a 2 metros, *(fig. 238)*, que encaixam uma na outra por meio de lingüeta e ranhura.

A régua anterior, com alvo na extremidade superior, escorrega sôbre a régua posterior, como numa corrediça, podendo elevar-se a linha de fé do alvo até à altura de 4 metros.

A régua posterior é graduada em centímetros.

Em cada um dos extremos da régua anterior há dois cursores com índice.

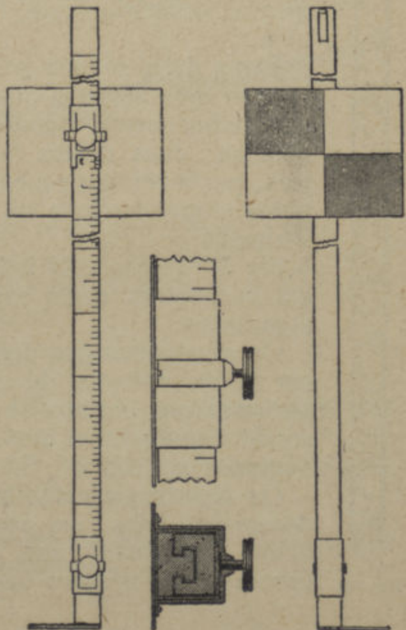


Fig. 238

Quando esta mira funciona de mira simples, o cursor superior, a que está ligado o alvo, correndo ao longo das duas réguas sobrepostas, indica-nos as leituras das várias diferenças de nível inferiores a 2 metros.

O cursor inferior indica-nos as diferenças de nível superiores a 2 metros, lidas na mesma escala.

316 — **Mira falante.** — Nos nivelamentos precisos, de grande alcance, as miras de alvo são substituídas com vantagem pelas miras falantes, pois permitem ao observador fazer êle mesmo as leituras.

Fig. 239

As miras falantes, *(fig. 239)*, compõem-se de duas réguas de madeira, de 8 a 11 centímetros de largura e com comprimento, ordinàriamente, de 2 metros cada uma.

Estas duas réguas podem correr ou dobrar-se uma sôbre a outra; estão divididas longitudinalmente, numa das faces, em três colunas; duas destas indicam os centímetros, por meio de pequenos rectângulos pintados alternadamente de branco e preto ou vermelho.

Na 3.ª coluna está indicada a numeração em decímetros e em metros por meio de algarismos.

Os algarismos que designam metros são, em geral, pintados de côr diversa. Os algarismos que indicam os decímetros têm um signal convencional que indica se êles são contados no 1.°, 2.°, 3.° ou 4.° metro.

Os algarismos estão invertidos, para poderem ser lidos, em posição natural, pelo óculo astronómico, que, como se sabe, nos apresenta as imagens invertidas.

LII — Nivelamento directo: Simples e Composto

317 — O nivelamento directo pode ser *simples* ou *composto,* conforme é preciso fazer uma ou mais estaçõ-s, para se determinar a diferença de nível entre dois pontos.

318 — **Nivelamento simples.** — **Nivelamento entre dois pontos.** — Querendo determinar a diferença de nível entre os pontos *A* e *B*, *(fig. 240)*, coloca-se o nível no ponto *C*, proximamente ao meio dos dois; rectifica-se e dirige-se o nível, sucessivamente, para a linha de fé do alvo da mira colocada nos pontos *A* e *B*, tomando nota da altura a que a linha de fé fica acima do solo.

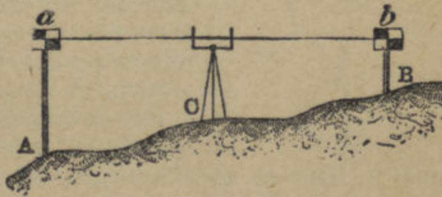


Fig. 240

A diferença das cotas dos dois pontos é a diferença de nível entre êles. Assim, se, por exemplo, a leitura em *A* fôr de $3^m.50$, e em *B* de $2^m,25$, a diferença de nível entre *A* e *B* será expressa pela diferença:

$$3^m,50 - 2^m,25 = 1^m,25.$$

O operador deve colocar-se no alinhamento dos pontos *A* e *B*, não sendo, contudo, condição indispensável. Muitas vezes o terreno obriga-nos a deslocar dêsse alinhamento.

Registo do nivelamento simples de dois pontos

Estações	Distâncias horizontais	Pontos nivelados	Niveladas		Diferenças		Cotas calculadas	Obs.
			Rectaguarda	Frente	Positivas	Negativas		
1	50^m	A	$3^m,50$		$1^m,25$		$100^m,000$	
		B		$2^m,25$			$101^m,250$	

319 — **Nivelamento simples, por irradiação.** — Se tivermos de fazer um nivelamento de muitos pontos *A, B, C, D, E, F* e *G, (fig. 241)*, e que êles estejam dispostos em terreno pouco acidentado, ao alcance do nível, e de modo que se possa encontrar para êste uma estação, *N*, tanto quanto possível equidistante de cada um dêsses pontos, procede-se pelo método de *irradiação.*

Fig. 241

Faz-se colocar a mira, sucessivamente, em cada um dos pontos, lêem-se as alturas correspondentes, e calculam-se as diferenças entre as alturas obtidas.

Registo do nivelamento simples, por irradiação

Estações	Distâncias horizontais	Pontos nivelados	Niveladas		Diferenças		Cotas calculadas	Obs.
			Rectaguarda	Frente	Positivas	Negativas		
N	35^m	A	1^m,625				100,000	
	34^m	B		1^m,582	0^m,043		100,043	
	36^m	C		1^m,434	0^m,191		100,191	
	33^m	D		1^m,358	0^m,267		100,267	
	37^m	E		1^m,278	0^m,347		100,347	
	32^m	F		1^m,870		0^m,245	99,755	
	36^m	G		1^m,750		0^m,125	99,875	

Nem sempre é possível achar para o nível uma estação naquelas condições; a operação faz-se então por duas ou mais vezes. Por exemplo, depois de ter nivelado os pontos *A*, *B*, *C* e *D*, *(fig. 242)*, na posição *N* do nível, transporta-se êste instrumento para um ponto *N'* que esteja aproximadamente a igual distância dos pontos *E*, *F*, e dum dos outros pontos, como *D*, precedentemente nivelado na primeira operação. Em seguida faz-se a diferença das alturas lidas na mira em *E* e em *F* para a altura lida na mira em *D*, e junta-se esta diferença à cota atribuída ao ponto *D* na primeira operação, para obtermos as cotas, de *E* e *F*.

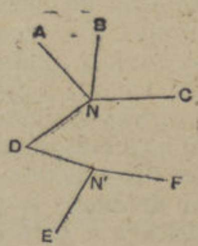


Fig. 242

No caso da *fig. 242*, depois de inscrevermos no registo o 1.º ponto de estação *N*, a nivelada à rectaguarda para *A* e as niveladas à frente para *B*, *C* e *D*, inscreveriamos o ponto *N'* como 2.º ponto de estação, a nivelada à rectaguarda para o ponto *D* e as niveladas à frente para *E* e *F*.

320 — **Nivelamento caminhando.** — Quando os pontos estão alinhados, ou aproximadamente no mesmo alinhamento, *(fig. 243)*, só podemos nivelá-los dois a dois, sob pena de termos alcances muito desiguais. Procede-se então pelo método *caminhando*, tomando primeiro, com o nível em *N*, a diferença de nível entre os dois pontos *A* e *B*, deslocando depois o instrumento para N_1 e tomando a diferença de nível entre *B* e *C*, e assim sucessivamente. Fazemos, pois, uma estação especial entre cada dois pontos consecutivos.

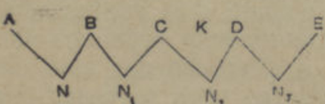


Fig. 243

Um observador, que partisse da origem *A*, e caminhasse na direcção geral do nivelamento, teria, quando chegasse a um ponto, *K*, deixado atrás de si os pontos *A*, *B*, *C*, e encontraria adiante os pontos *D*, *E* e seguintes. Quando o nível tiver sido transportado para N_2, para nivelar os dois pontos *C* e *D*, a pontaria para *C* fica à rectaguarda em relação ao observador, e a pontaria para *D* fica à frente. Por isso a feita para o ponto *C*, chama-se *leitura à rectaguarda* ou *atrás*, e para o ponto *D*, *leitura à frente*.

Esta definição não satisfaz, inteiramente, pois não é aplicável quando os pontos estão disseminados e se procede por *irradiação*, por isso transforma-se a definição e torna-se mais precisa, dizendo que *leitura à rectaguarda* é aquela que se faz para o ponto de partida, ou para um ponto nivelado numa operação precedente, e *leitura à frente*, a que se faz para um ponto cuja cota não foi ainda determinada.

Qualquer que seja o número de pontos nivelados da mesma estação, nunca há mais do que um para o qual se faz uma leitura à rectaguarda; todos os demais têm leitura à frente.

321 — Nos nivelamentos caminhando, acontece, excepcionalmente, que da mesma estação se fazem duas leituras à frente, quando dois pontos estão suficientemente próximos para que a diferença das suas distâncias ao nível se possa desprezar.

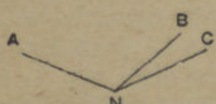


Fig. 244

Assim, no caso da *(fig. 244)*, faremos uma leitura à rectaguarda para *A* e duas à frente, para *B* e para *C*. É conveniente, para a simetria dos cálculos e para evitar qualquer confusão, considerar dupla a operação feita sôbre o ponto intermédio *B*. A leitura obtida nêsse ponto conta-se ao mesmo tempo como leitura à frente em relação a A, e como leitura à rectaguarda em relação a C; inscreve-se duas vezes no logar conveniente, em cada uma das duas colunas reservadas, respectivamente, para as leituras à frente e à rectaguarda, no registo do nivelamento.

Exemplo:

Registo de nivelamento caminhando

Estações	Distâncias horizontais	Pontos nivelados	Niveladas		Diferenças		Cotas calculadas	Obs.
			Recta-guarda	Frente	Positi-vas	Negati-vas		
1	34m	A	1m,325				100,000	
		B		1m,382		0m,057	99,943	
		B	1m,115				99,943	
		C		1m,497		0m,115	99,885	

322 — O nivelamento de muitos pontos em linha recta pode ser feito com uma só estação, mas é necessário que o terreno seja pouco inclinado.

Coloca-se o nível num ponto do alinhamento, pròximamente a meio da distância dos pontos extremos e determinamos a cota de cada um dêsses pontos e dos pontos intermédios.

323 — **Nivelamento composto.** — Quando, no método *caminhando,* temos apenas em vista determinar a diferença de nível de dois pontos extremos, e que recorremos a pontos intermédios, ùnicamente porque a distância dos extremos é muito grande, ou a sua diferença de nível muito considerável, diz-se que o *nivelamento é composto.*

324 — **Fórmulas do nivelamento directo.** — No nivelamento composto colocamos o nível num pri-

meiro ponto, 1, *(fig. 245)*, e dirigimos uma nivelada para *A*, e outra para *B*, ponto escolhido a uma distância conveniente de *A*; têm-se assim na mira as duas alturas a e b.

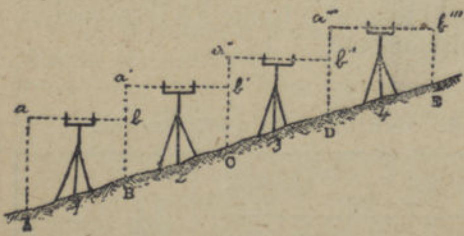


Fig. 245

Estacionando em seguida em 2, e dirigindo duas niveladas, respectivamente, para *B* e *C*, teremos duas novas alturas, a' e b', e assim sucessivamente até chegarmos ao ponto *E*. É evidente que a diferença de nível entre os dois pontos *A* e *E*, será:

$$d\,N = (a - b) + (a' - b') + (a'' - b'') + (a''' - b''')$$

ou:

$$d\,N = (a + a' + a'' + a''') - (b + b' + b'' + b''')$$

As letras a, a'.... são como já sabemos, as leituras à rectaguarda, e b, b'.... as leituras à frente. Podemos, pois, formular a regra ou princípio seguinte: *A diferença de nível entre dois pontos, obtida por uma série de nivelamentos simples, é igual à soma das leituras à rectaguarda diminuida da soma das leituras à frente.*

As diferenças de nível são positivas quando as leituras à rectaguarda são maiores que as leituras à frente, e negativas no caso contrário.

No 1.° caso adiciona-se a diferença achada à cota anteriormente obtida; no 2.° caso subtrai-se.

Para registar as leituras feitas na mira e para calcular as cotas dos diferentes pontos, podemos empregar o modêlo seguinte:

325 — Registo de nivelamento composto.

Estações	Distâncias horizontais	Pontos nivelados	Niveladas		Diferenças		Cotas calculadas	Obs.
			Rectaguarda	Frente	Positivas	Negativas		
1	146^{m},30	A	2^{m},86		1^{m},71		100,000	A cota 100,000 é «de empréstimo»; mas pode ser a altitude de um dos pontos do nivelamento geral do nosso país, por exemplo.
		B		1^{m},15			101,71	
2	203^{m},40	B	1^{m},25			1^{m},05		
		C		2^{m},30			100,66	
3	123^{m},00	C	3^{m},15		2^{m},10			
		D		1^{m},05			102,76	
4	135^{m},45	D	2^{m},94		1^{m},82			
		E		1^{m},12			104,58	
5	162^{m},84	E	1^{m},20			1^{m},34		
		F		2^{m},54			103,24	
			11^{m},40	8^{m},16	5^{m},63	2^{m},39	diferença 3^{m},24	
			3^{m},24		3^{m},24			

326 — **Verificação do registo.** — Para verificar se não houve engano no cálculo das diferenças de nível e no das cotas, acha-se a diferença entre a soma das leituras à rectaguarda e a soma das leituras à frente, e esta diferença deve ser igual à diferença entre a soma das diferenças positivas, e a das diferenças negativas, e também igual à diferença entre a cota do ponto de partida e a cota calculada para o último ponto. Será nêste caso 3^{m},24.

327 — **Verificação do nivelamento.** — As operações do nivelamento verificam-se, isto é, reconhece-se o grau de exactidão do nivelamento, fazendo novo nivelamento em sentido contrário ao primeiro; já se vê que, estando as operações bem feitas, deve-se chegar com a mesma cota ao ponto de partida do primeiro.

Como regra, devemos considerar um nivelamento exacto, quando o êrro de leitura, não exceder 2 mm por cada 200 metros de distância horizontal.

328 — **Nivelamento dum polígono topográfico.** — Se fôr necessário obter a altitude de cada vértice dum polígono topográfico, levantado pelo método *caminhando,* ou a diferença de nível de dois pontos, em que o terreno intermédio se não possa percorrer, recorre-se ao nivelamento composto.

O registo, análogo ao que já anteriormente indicamos, refere-se ao polígono da *fig. 246* e será o seguinte:

Estações	Ângulos	Distâncias	Niveladas		Diferenças		Cotas calculadas
			À rectaguarda	À frente	Positivas	Negativas	
A	82°						60m,00
B	123°	111m	2m,30	1m,30	1m,00		61m,00
C	146°	83m	1m,90	1m,40	0m,50		61m,50
G	—	60m	1m,80	1m,60	0m,20		61m,70
D	70°	62m	1m,50	1m,40	0m,10		61m,80
H	—	45m	1m,50	1m,70		0m,20	61m,60
E	150°	40m	1m,40	1m,80		0m,40	61m,20
F	149°	64m	1m,40	1m,80		0m,40	60m,80
A	82°	72m	1m,20	2m,00		0m,80	60m,00
			13m,00	13m,00	1m,80	1m,80	diferença
			0		0		0

Verificação. Se o nivelamento estiver bem feito, depois de terminado deve encontrar-se a cota do ponto de partida *A;* sendo, portanto, nula a diferença entre a soma das niveladas à frente, e a soma das niveladas à rectaguarda.

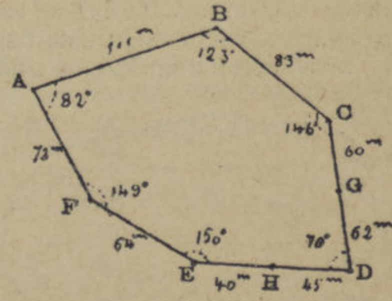


Fig. 246

329—**Nivelamento composto, por irradiação.**—Se quizermos figurar o relêvo dum terreno, para obtermos ràpidamente grande número de pontos, podemos empregar o *nivelamento composto, por irradiação.* Cada vértice do polígono topográfico já nivelado, toma-se para estação dum *nivelamento simples por irradiação, (fig. 247).*

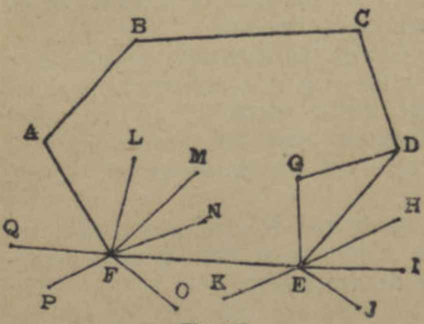


Fig. 247

Do vértice *E*, por exemplo, podem achar-se as cotas dos pontos *G, H, I, J* e *K*, e do vértice *F* as cotas dos pontos *L, M, N, O, P, Q.* Como verificação, de dois vértices diferentes, por exemplo *D* e *E,* toma-se a cota do ponto *G,* devendo achar-se o mesmo resultado.

O nivelamento composto, por irradiação, é muito empregado quando se deseja representar o terreno por uma planta cotada.

330 — **Método da quadrícula.** — Este método consiste em fazer o nivelamento duma série de rectas paralelas equidistantes, tomando sôbre elas grandezas constantes. Cobre-se assim todo o terreno a levantar, escolhendo uma base *A B, (fig. 248)*, e, nivelando-a com todo o cuidado, determinam-se as cotas dos pontos equidistantes *C, D, E...* a iguais distâncias uns dos outros, *CD, DE,...* etc., (25^m, por exemplo).

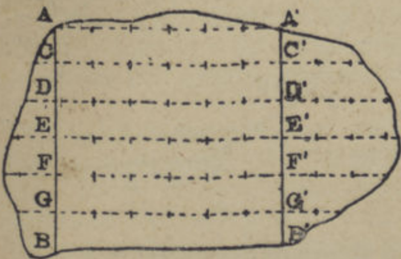


Fig. 248

Em todos êstes pontos levantam-se perpendiculares com o auxílio do esquadro do agrimensor, as quais depois se nivelam e dividem em partes iguais, também de 25^m, em todo o seu comprimento.

Verificação. — Como verificação, nivela-se a recta *A' B'*; as cotas que nós acharmos para os pontos intermédios desta recta, *C' D'...*, etc., devem ser as mesmas que lhe foram atribuídas quando percorremos as linhas *A A', C C', D D'...*, etc.

Este sistema é muito rápido e dá-nos uma aproximação suficiente. Emprega-se com grande vantagem nos trabalhos de drenagem.

331 — **Modo de traçar linhas de nível no terreno, empregando um nível.** — Sejam *(fig. 249)*, dois pontos do terreno, numa determinada extensão, entre os quais pretendemos traçar curvas de nível.

Começamos por determinar a diferença de nível entre êsses dois pontos; seja esta igual a 15 metros.

Arbitramos a A a cota de 100 metros, por exemplo, e medimos AB; seja 126 metros a medida achada.

Suponhamos que convém a equidistância natural de 2,5 metros e que o declive é uniforme.

O número de partes em que devemos dividir a recta AB (intervalos das curvas) é nos dado pela igualdade $\frac{100-85}{2,5}=6$; e o afastamento das curvas, segundo AB, pela proporção $\frac{15}{126}=\frac{2,5}{X}$; donde:

$$X=\frac{126\times 2,5}{15}=21^{\text{m}}$$

Determinaremos assim, aproximadamente, os pontos de passagem das curvas 97,5 — 95 — 92,5 — 90 — 87,5, que assinalamos por meio de bandeirolas como fizemos com A e B.

Para determinarmos a curva CAD estacionamos o nível num ponto qualquer, P, situado entre o plano de cota 100 e o plano de cota 97,5, e, fazendo colocar a mira em A, tomamos nota da leitura feita na mira. Em seguida manda-se colocar a mira nas proximidades de C, por exemplo, e, por tentativas, procuramos um ponto em que façamos leitura igual à primeira.

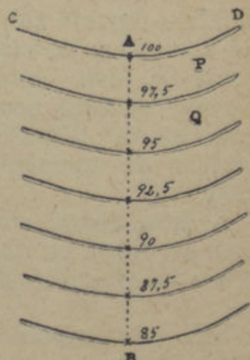


Fig. 249

Quando isto se dá, a diferença de nível entre A e C é nula e os dois pontos pertencem, portanto, à mesma curva.

Em C crava-se uma bandeirola. Procedemos de igual forma para com o ponto D.

Seguindo o mesmo processo, determinam-se na curva 97,5 tantos pontos, quantos forem precisos para bem a definir.

Colocamos depois o nível num ponto intermédio aos planos de cotas 97,5 e 95, e assim sucessivamente, até determinarmos a curva da cota 85.

É conveniente aproximar os pontos cotados, uns dos outros, tanto quanto seja preciso para bem definir a forma do terreno.

As bandeirolas cravadas nos pontos da mesma curva devem ter um sinal que as distinga das curvas vizinhas, para as não confundirmos.

Se quisermos depois desenhar a planta do terreno com as curvas traçadas, não temos mais que, por meio dum goniógrafo, determinar, uma a uma, as posições das diferentes bandeirolas, unindo depois, por uma curva, os pontos de igual cota.

332 — **Cálculo das cotas de nível.** — Para calcular as diferenças de nível, ou antes, para calcular as cotas de nível de diferentes pontos do terreno, escolhe-se para ponto de partida um ponto cuja cota esteja determinada em relação a uma superfície de comparação cuja altitude seja conhecida.

À falta desta, atribuimos provisòriamente uma cota arbitrária ou *de empréstimo* a um dos pontos nivelados, rectificando-a depois.

333 — Se fizermos o nivelamento por irradiação, determina-se a diferença entre a leitura obtida na mira, no ponto escolhido para origem, e a leitura fornecida pela mira colocada em cada um dos outros pontos vistos da mesma estação e soma-se algèbricamente essa diferença ao número que representa a cota atribuida ao ponto de partida.

334 — Se o nivelamento se faz caminhando, determinam-se as diferenças de nível, sucessivamente, subtraindo sempre as leituras à frente das leituras à rectaguarda, e somam-se algèbricamente essas diferenças.

335 — Quando se faz o nivelamento fechando um polígono, a cota de chegada, calculada como se acaba de indicar, deve ser igual à de partida, para o nivelamento ser considerado exacto.

Levantamentos à vista e por informações
Reconhecimentos e itinerários

LIII — Levantamento à vista

336 — Muitas vezes, em campanha, a falta de instrumentos e o pouco tempo de que se pode dispor, obrigam a executar os *levantamentos à vista.*

Só os poderá executar com vantagem quem tiver precedentemente aprendido, pela prática de levantamentos regulares ou expeditos, a reconhecer prontamente a forma do terreno e a representá-la no papel.

Nos levantamentos à vista convém muito utilizar qualquer carta que se tenha podido obter para se determinar por ela as posições dos pontos principais do terreno, principalmente das estradas ou cursos de água.

Com essas linhas por contôrno, torna-se fácil marcar à vista, pelas suas relações com os pontos notáveis dêsse contôrno, os caminhos e atalhos, seus cruzamentos, linhas de água, etc.

Se não fôr possível obter o contôrno por meio duma carta, é preciso fazê-lo, escolhendo pontos notáveis do terreno; avaliar as distâncias que os separam, a passo, pela velocidade do som, pelo tempo gasto a percorrê-las, por meio de instrumentos, ou por informações dos habitantes. Estacionando depois em cada um dos vértices, traçam-se várias direcções que servirão para marcar a posição de alguns pontos importantes; caminhando em seguida sôbre os lados que os unem, desenham-se à vista os detalhes próximos e as linhas características do terreno.

Nos levantamentos à vista pode orientar-se o desenho por qualquer dos processos conhecidos.

Os ângulos horizontais podem medir-se com um transferidor, para o que bastará visar pelo centro, na direcção do zero, um dos pontos do terreno e vêr a graduação que corresponde ao raio segundo o qual se vê o outro ponto.

337 — O nivelamento obtem-se a par da planimetria, traçando as linhas de água e indicando por meio de curvas o relêvo do terreno, tendo apenas em vista uma idéa geral da forma dêste e principalmente as alturas relativas dos diversos movimentos, sem a preocupação de determinar rigorosamente as cotas. Os ângulos de declive podem obter-se, juntando ao transferidor um fio de prumo, o que, como na *fig. 250*, nos daria o ângulo $A\ B\ C$, pela leitura do seu igual $P\ B\ O$, formado pela direcção do fio e pela graduação 90° do transferidor.

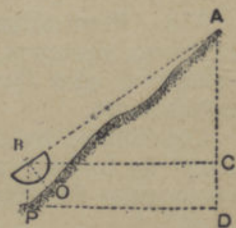


Fig. 250

Também se pode obter o declive duma elevação, colocando-se o observador na base dela, pondo à altura dos olhos, um frasco transparente com líquido, um duplo decímetro de secção triangular, em equilíbrio sôbre um dedo, ou qualquer objecto susceptível de marcar uma linha horizontal, como, por exemplo, uma pequena régua suspensa por dois fios iguais, presos nos seus extremos, (*fig. 251*-I), e vendo o ponto A, (*fig. 251*-II), em que termina o raio visual que passa pela horizontal da vista do observador. Obtem-se a diferença de nível entre o ponto *O* e o ponto *A*, igual à altura constante dos olhos do observador, e que suporemos ser de $1^m,6$; repetindo a mesma operação em *A* e *B*, obtem-se a diferença de nível total, igual a tantas vezes $1^m,6$ quantas as estações.

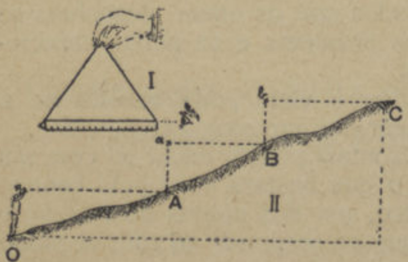


Fig. 251

338 — **Plani-altímetro improvisável.** — Na falta de melhores recursos, pode-se improvisar um plani-altímetro com fácil aplicação à planimetria e ao nivelamento.

Desenha-se na parte superior de meia fôlha de papel de formato almaço, que se fixa a um cartão rectangular de iguais dimensões, um gráfico na escala $\frac{1}{10.000}$ com a disposição da *fig. 252* (1).

O desenho topográfico é feito na metade inferior da fôlha:

Os números do quadrante exprimem *horas*. As divisões estão marcadas das 4 às 12 horas. Os da recta *EE'* exprimem centímetros divididos em duplos-milímetros.

Planimetria. — Fixando uma agulha vulgar no ponto *C* e fazendo coïncidir a sombra da agulha

(1) O gráfico foi reduzido a metade da escala nele indicada.

com a hora marcada no relógio, ficará orientada a planta segundo a flecha *N S*.

As direcções traçam-se com o auxílio de um duplo-decímetro ou de uma simples régua de cartão graduada em milímetros.

As distâncias são medidas a passo bem estalonado.

Nivelamento. — Suspendendo da agulha, no ponto *C*, um pequeno fio-de-prumo, e visando depois ao longo do bordo esquerdo do cartão colocado ver-

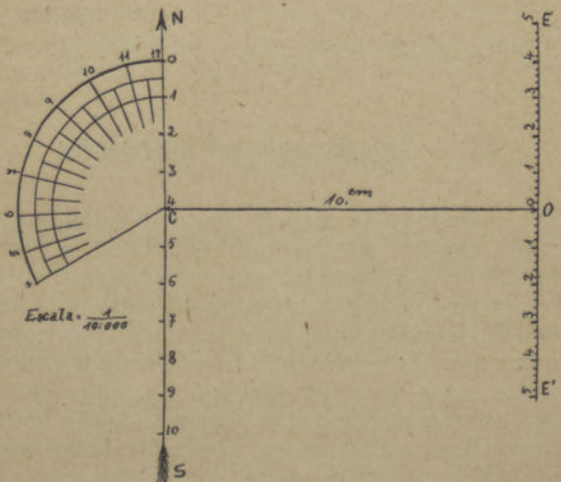


Fig. 252

ticalmente, com o gráfico voltado para a direita, o fio coïncidirá com a linha *C O*, se a pontaria fôr de nível; se fôr descendente, o fio aproxima-se do extremo *E* da escala; se fôr ascendente, aproxima-se do extremo.

Feita a leitura, expressa em milímetros e indicada na escala pela posição vertical do fio, a operação a efectuar é a seguinte: Multiplica-se a distância horizontal ao ponto visado pelo número de milímetros lido na escala e divide-se por 100. E assim teremos o número de metros de diferença de nível.

Estacionamos, por exemplo, no ponto da cota 160; visamos um ponto cuja posição seja necessário assinalar, e o fio marca uma diferença positiva de 6 das menores divisões da escala (12 milímetros); sendo a distância horizontal 70 metros, teremos:

$$\frac{70 \times 12}{100} = 8{,}4$$

O ponto visado terá, pois a cota $168^{m},4$.

LIV — Levantamento por informações

339 — Quando se tem de operar em um país de que não existe carta bastante detalhada, é preciso completá-la prèviamente, por informações obtidas dos espiões ou dos habitantes do país, com especialidade daqueles que, pela sua profissão, melhor o conheçam. Os indivíduos são interrogados separadamente, para se poder verificar o crédito que merecem as suas respostas, e tomam-se assim apontamentos sôbre as povoações, direcções das estradas, caminhos e cursos de água, a configuração geral do terreno, a densidade da população, os recursos que oferece, as distâncias que existem entre os pontos principais do terreno, etc.

Logo que se tem reünido e classificado uma série de informações dignas de crédito e em número suficiente, procede-se, pelo conhecimento das distâncias dos pontos principais, à construção do contôrno. Marcam-se os diferentes pontos pelas distâncias entre êles e os outros, pelos cruzamentos dos arcos de círculo descritos de pontos já determinados, como centro, e com raios iguais às distâncias a êsses pontos.

Determinado o contôrno, procede-se, do mesmo modo, à determinação das aldeias, herdades, edifícios isolados, cruzamentos de estradas, de cursos de àgua, pontes etc., começando primeiro por marcar as povoações mais importantes, as estradas e cursos de água principais, mostrando, sendo necessário, a carta assim obtida aos informadores, para dêles obter dados mais claros e precisos. Para facilidade da leitura, considera-se a escala horária e divide-se cada hora em 4 partes, que representam, cada uma proximamente 1 quilómetro, que é a distância que, a passo, se pode percorrer, em média, naquele tempo.

LV — Reconhecimentos

340 — Os reconhecimentos militares, sob o ponto de vista topográfico, constituem uma das partes mais importantes dos reconhecimentos especiais e têm por fim obter notícias sôbre as condições e recursos do teatro de operações.

341 — **Utilidade dos reconhecimentos.** — Por mais detalhadas que estejam as cartas, não indicam, por exemplo, se um caminho de carro é sempre praticável à artelharia, ou sòmente em certa época; o volume de águas que leva um ribeiro; se êste pode abastecer, conforme a estação, um certo número de homens; os relêvos inferiores à equidistância natural, etc.

Além disto, a carta pode já ter sido levantada há algum tempo, de modo que se encontrem no terreno estradas e caminhos de ferro que ela não mencione, e tenham feito desviar caminhos antigos ou abandoná-los, no todo ou em parte; que apareçam pontes no logar dos vaus, pinhais onde antes existia charneca, povoações novas, outras aumentadas, e algumas, mesmo, abandonadas, etc. É sempre, portanto, preciso, no momento oportuno, fazer o reconhecimento ou exploração duma certa zona de terreno, elaborando um relatório, tão detalhado quanto possível, que permita completar a respectiva carta.

342 — **Estrada ou caminho.** — O relatório deverá indicar a direcção geral da estrada ou caminho; os pontos principais que liga, se é ou não empedrada; se é em atêrro, em trincheira, ou a meia encosta; a sua largura; o seu estado de conservação; os declives; caminhos com que cruza ou lhe são paralelos; se no seu percurso há povoações, fontes, quintas, casas isoladas, obras de arte, bosques, desfiladeiros, etc.

343 — **Vias férreas.** — Indicar a direcção geral do caminho de ferro; a que rêde pertence; se é de via larga ou reduzida; os pontos importantes que põe em comunicação; se é em atêrro, em trincheira, ou a meia encosta; pontos em que a via é dupla ou simples; as estações ou apeadeiros; as obras de arte, tais como: viadutos, tuneis, pontes etc.; os recursos em material, combustível e água; as comunicações telegráficas; as passagens de nível, isto é, os pontos em que a via férrea é atravessada por estradas ou caminhos, etc.

344 — **Cursos de água.** — Indicar a direcção geral do curso de água, ou canal; a sua largura e profundidade; velocidades da corrente; natureza das margens; as pontes, vaus ou alpondras que permitem atravessá-lo, com a designação de ser *a montante* ou *a jusante* de tal ponto; se o curso é navegável ou não, e a partir de que ponto; se há eclusas ou barragens, etc.

345 — **Bosques.** — Indicar a extenção e a forma do bosque; se é cerrado ou não; árvores que o constituem, clareiras que nele se encontram; estradas ou caminhos que o atravessam; obstáculos; a forma da orla, que deverá ser estudada com especial cuidado, etc.

346 — **Casas isoladas.** — Indicar as dimensões da frente e profundidade; número de andares; a resistência das paredes; a disposição das portas e janelas; se tem quintal ou jardim, e a natureza da sua vedação, isto é, se é cercado por muro, valado, sebe, fôsso, etc.; recursos que apresenta, quer para o alojamento, quer para a organização defensiva, etc.

347 — **Aldeias.** — Indicar o comprimento e largura da povoação; a sua posição exacta; traçado da linha extrema do recinto; se está numa altura, num vale, numa encosta ou numa planície; modo de construção das casas; praças, ruas e edifícios principais; número de casas; população; recursos para alojamento, alimentação e organização defensiva, etc.

348 — **Vales.** — Indicar a sua direcção geral, comprimento e largura média; natureza do solo; bosques, culturas e ravinas; importância do curso de água que nele corre; declive; povoações e casas isoladas; vias de comunicação que o atravessam, etc.

349 — **Alturas.** — Indicar a altitude do ponto mais elevado; forma e configuração; se é arborizada ou descoberta; se tem comandamento, e qual, sôbre as alturas vizinhas ou se é comandada por elas; caminhos que lhe dão acesso; povoações ou casas que nela se encontram; se os declives são acessíveis às dife-

rentes armas; se as encostas são cobertas de bosque ou descobertas; ravinas que as sulcam, etc.

350 — **Desfiladeiros.** — Indicar a sua espécie; se é praticável ou não às diferentes armas; natureza dos seus flancos, se são escarpados ou não, cobertos ou descobertos; configuração da entrada e saída; se fôr uma ponte, o comprimento e largura, natureza da sua construção, altura das guardas, grau de solidez e número de pilares, etc.

LVI — Itinerários

351 — **Itinerário.** — É uma descrição detalhada da estrada seguida pelas tropas em marcha. O itinerário compõe-se da planta e da parte descritiva militar e estatística. A planta é, geralmente, levantada na escala $\frac{1}{20.000}$, com a equidistância de 10 metros; compreende 1 quilómetro para cada lado da estrada e deve dar perfeito conhecimento da direcção desta, dos obstáculos e obras de arte que apresenta, do terreno que a cerca e dos pontos característicos que se encontrarem.

No itinerário, as colunas que ficam a um e outro lado da planta, servem para indicar pequenos detalhes que não podem ser percebidos na planta, tais como: largura de pontes, alturas de muros, qualidade de vedações, etc. Na coluna «*considerações militares*», indicam-se como poderão ser aproveitados ou removidos, para a defesa e ataque, os obstáculos que se encontram na estrada. Os esclarecimentos relativos a acantonamentos e recursos, tanto dos lugares habitados e representados na planta, como dos situados até 3 quilómetros de distância das estradas, devem fornecer os conhecimentos necessários para se dirigir e combinar convenientemente os descansos das tropas.

O modêlo seguido para os itinerários feitos em tempos de paz será com vantagem empregado em campanha, podendo reduzir-se a planta a 500 metros para cada lado da estrada e a parte estatística simplesmente ao que se puder obter.

Assim como os reconhecimentos, o itinerário exige, além do relatório, um esbôço do terreno.

352 — **Esbôço ou croquis.** — Quando se não dispõe de instrumentos próprios, e se torna necessário, para fazer o levantamento, orientá-lo à vista, dá-se ao desenho obtido o nome de *esbôço* ou *croquis*.

Para fazer o esbôço ou croquis, obtem-se primeiro o contôrno, ampliando-o, se fôr possível, duma carta da região, procedendo-se, no caso contrário, ao levantamento do contôrno à vista.

É indispensável traçar aproximadamente a direcção da linha Norte-Sul, verdadeira ou magnética, e indicar a escala empregada.

A zona de terreno a levantar deverá ser percorrida, medindo as distâncias a passo ou a tempo, estudando os acidentes do terreno, as vias de comunicação, linhas de água, alturas, povoações e seu valor defensivo e ofensivo, tomando, a respeito de cada uma destas circunstâncias, breves apontamentos.

À margem do esbôço topográfico serão exarados os apontamentos relativos aos acidentes notados no reconhecimento.

Os esbôços topográficos são feitos, geralmente, na escala $\frac{1}{10.000}$ ou, quando seja necessário maior número de detalhes, na escala $\frac{1}{5.000}$, tomando por base, se possível fôr, uma carta topográfica ou corográfica que se possa obter.

Perspectiva panorâmica — Desenho panorâmico militar

LVII — Perspectiva panorâmica

353 — A perspectiva consiste na representação dos objectos sôbre um plano, conforme o aspecto resultante da sua posição e da distância a que se encontram.

A perspectiva obedece a um conjunto de regras para representar êsses objectos, tendo em atenção as modificações aparentes que êles so-

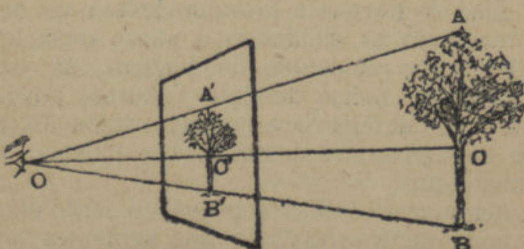


Fig. 253

frem, conforme a sua posição e o maior ou menor afastamento em relação ao ponto de observação.

Qualquer objecto emite raios luminosos em todos os sentidos, mas os olhos do observador só recebem aqueles que convergem sôbre a pupila. Formam-se na retina tôdas as imagens parciais, correspondentes aos diferentes elementos visíveis do objecto.

Se interceptarmos êsses raios luminosos por um plano transparente, *(fig. 253)*, o conjunto dos pontos de encontro dos raios luminosos com êsse plano, dá-nos a imagem perspectiva do objecto considerado. Assim A' B' será a imagem do objecto A B.

Os princípios que acabamos de expôr serviram de base à construção dum aparelho muito prático, denominado *perspectógrafo* ou *Ortorama Guyot.*

354—**Perspectógrafo ou Ortorama Guyot.**—Compõe-se, *(fig. 254)*, dum quadro de madeira M N P Q de $0^m,15$ de comprimento por $0^m,12$ de largura, dividido em partes iguais.

Estas divisões não devem ser em tão grande número que prejudiquem a clareza, nem tão poucas que nos não permitam desenhar, bem visìvelmente, todos os detalhes importantes.

São limitadas por fios de sêda preta. O quadro está ligado à extremidade duma pequena prancheta e é móvel em tôrno do lado P Q.

No lado oposto a êste quadro, existe uma haste L O, terminando por um disco circular com um orifício O, de $0^m,002$ de diâmetro, destinado a visar o objecto, e que corresponde ao centro de figura do quadro.

É móvel em tôrno de L. O dobramento do quadro e da haste tornam o aparelho bastante portátil. Êste é fixo ao solo, por meio duma haste ferrada J. K.

Definições.—*Ponto de vista.*—É o ponto O, *(fig. 254)*, donde partem todos os raios visuais.

Linha de horizonte.—É a linha H I determinada pela intersecção do quadro com o plano horizontal que imaginamos passar pelo ôlho do observador.

Linha de terra. — É a linha *PQ* que resulta da intersecção do quadro com o plano horizontal *PQL*. A êste plano dá-se o nome de *geometral*.

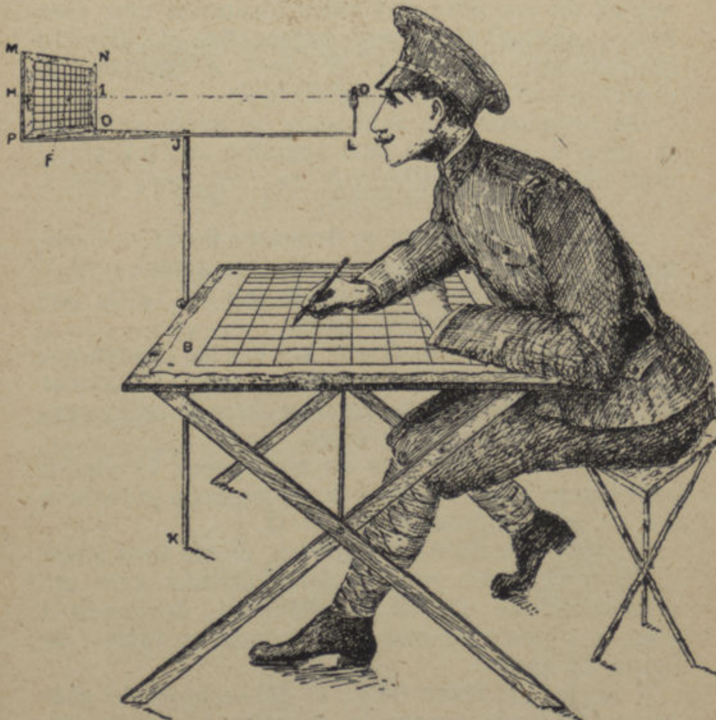


Fig. 254

Ponto de fuga principal. — É o ponto *F*, situado sôbre a linha do horizonte *HI*, onde o raio visual, incidindo perpendicularmente, encontra o quadro.

Linhas de fuga. — São tôdas as linhas não paralelas ao quadro.

Linha de fuga principal. — É a linha *O F*, partindo do ponto de vista e incidindo perpendicularmente sôbre o quadro. As linhas paralelas ao horizonte, bem como as verticais, não são linhas de fuga.

Distância principal. — É a distância *F O*, entre o ponto de vista e o ponto de fuga principal.

355 — **Emprêgo do perspectógrafo.** — Aplica-se uma fôlha de papel sôbre uma prancheta *B*, *(fig. 254), tendo o cuidado de a quadricular no mesmo número de quadrados (ou rectângulos) em que fôr dividido o quadro.* O observador, sentado e olhando pelo orifício *O*, transporta, de cada um dos quadrados do perspectógrafo, a imagem de cada detalhe do objectivo, para o quadrado correspondente do desenho. Repetindo esta operação em todos os quadrados, ter-se-á reproduzido, segundo as regras da perspectiva, o objecto ou panorama observado. Em lugar de empregarmos a

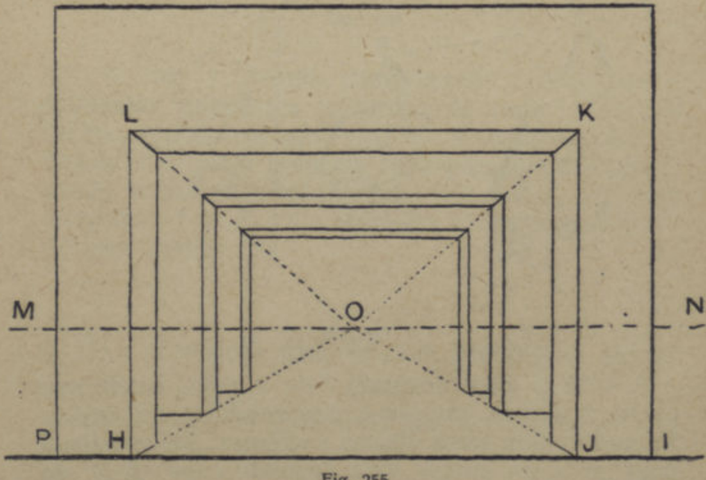


Fig. 255

prancheta *B*, podemos substituir os fios de seda do caixilho por um tecido transparente, ou vidro, sôbre o qual se tenham gravado os traços correspondentes aos quadrados (ou rectângulos), traçando nele os principais detalhes e os contornos do objecto ou do panorama.

356 — A *fig. 255* indica-nos a perspectiva dum interior, de perfil rectangular.

M N é a linha do horizonte; *O* o ponto de fuga; *L O, H O, J O* e *K O* linhas de fuga; *P I* linha de terra.

357 — **Fenómenos da perspectiva.** — Dois objectos observados dum mesmo ponto e vistos segundo o mesmo ângulo podem produzir a mesma perspectiva sôbre o quadro.

Seja, *(fig. 256)*, uma casa, *A A'*, situada num certo ponto e vista sôbre o quadro do perspectógrafo, segundo um certo ângulo *E O F*.

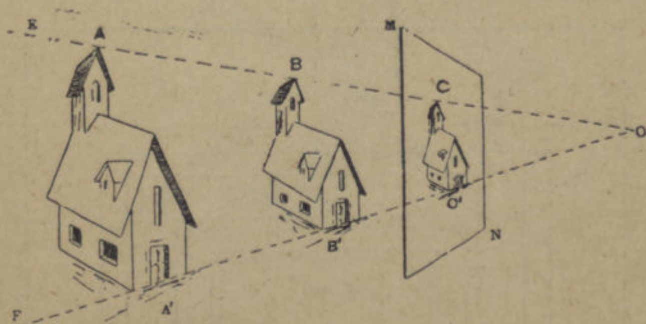


Fig. 256

A casa é vista segundo êste ângulo, desde que os seus limites estejam compreendidos no ângulo formado pelos raios visuais extremos. Se num local mais próximo existir uma segunda casa, *B B'* de construção idêntica e dentro do mesmo ângulo *E O F*, as imagens das duas casas, conquanto de tamanho diferente, confundem-se sôbre o quadro *M N* em *C C'*.

Dois objectos de igual tamanho vistos dum mesmo ponto, mas segundo ângulos diferentes, dão sôbre o quadro imagens diferentes. Sejam, *(fig. 257)*, *A* e *B* dois moinhos do mesmo tama-

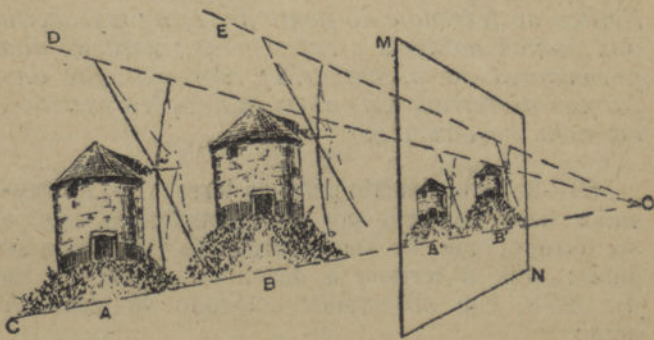


Fig. 257

nho e com a mesma configuração, colocados a distâncias diferentes do ponto de vista *O*: o primeiro segundo o ângulo *D O C*, e outro segundo o ângulo *E O C*. À primeira vista parecem desiguais, sendo vistos segundo ângulos diferentes. As suas imagens, *A'* e *B'*, são distintas sôbre o quadro do perspectógrafo.

LVIII — Execução dum desenho panorâmico militar

358 — Além da planta do terreno, é sempre útil executar um desenho panorâmico, para melhor indicar todos os caracteres do mesmo terreno, tais

como: horizonte visível dum ponto, partes que escapam às vistas directas do observador, assim como as partes dominantes ou dominadas; entradas dos desfiladeiros; a situação duma vila, aldeia ou bosque; vias de comunicação, etc...

Para a execução dum desenho panorâmico são necessárias várias operações a saber:

Reconhecimento geral do terreno; natureza dêste, sob o ponto de vista táctico; escôlha dos limites do terreno e do ponto de vista; marcação dos pontos notáveis e referências; notação dos pormenores da planimetria; representação das formas do terreno; e outras indicações escritas, em nota, no desenho.

359—**Reconhecimento geral do terreno.**—O observador deve começar por fazer um ligeiro esbôço do terreno, que lhe serve para mais fàcilmente se guiar; seja o terreno a desenhar o indicado na *fig. 258*. Um observador colocado na altura *R* nota:

Em primeiro plano: Parte da estrada arborizada, que de *A* se dirige próximamente para Norte, e o seu cruzamento, *B*, com outra que segue para Oeste; uma casa *Q*; uma parte da ribeira *D C*, correndo para Éste; uma ponte *E*; e um tróço de linha férrea *H P*, parte em escavação.

No segundo plano: Uma linha de alturas *J* e *F*; um moinho no cabeço *J*, outro no cabeço *F* e as encostas dêstes cabeços; a continuação da estrada, da linha férrea e da ribeira, correndo na direcção Sul, de *I* para *D*.

No terceiro plano: Uma linha de alturas, *S* e *N*, sensìvelmente paralela à primeira; as encostas destas alturas; uma quinta, *O*; o seguimento para Norte da estrada *A B*, ligando à aldeia *L* e seguindo depois para Oeste; um bosque *M*, e um moinho, *N*.

Ficam-nos encobertas, entre o segundo e terceiro planos, parte da linha de água *K I G* e da linha férrea *P G*, as pontes *K* e *G* e uma pequena parte da estrada, próximo da ponte *K*.

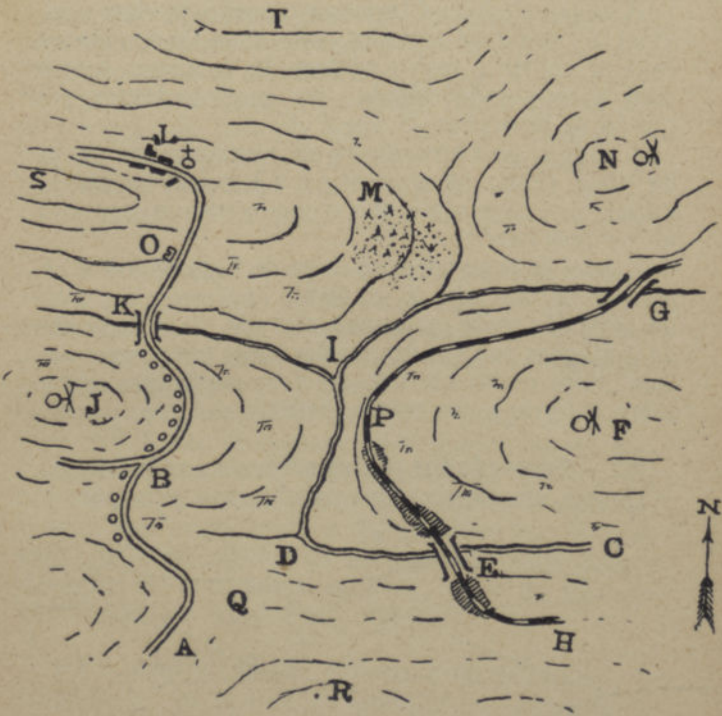


Fig. 258

360 — **Natureza do terreno sob o ponto de vista táctico.** — São muito variadas as hipóteses tacticas que se podem apresentar.

Considerando um ataque inimigo de frente, vemos que as alturas *J*, *R* e *F* são as mais aproveitáveis para organisação duma linha de resistência.

361 — **Escolha dos limites do terreno e do ponto de vista.** — Dado o terreno a levantar, devemos fixá-lo bem sôbre o horizonte, determinando quais os pontos limites, que são, no caso da *fig. 258*, a altura *S*, a Oeste da aldeia *L* e o moinho *N*, a Éste.

A seguir devemos terminar o ponto de vista principal *R*, que será o ponto onde mais fàcilmente se poderá colher o maior número de detalhes, dentro dum determinado ângulo; no caso da figura, segundo as direcções *R S* e *R N*.

A seguir, percorrendo as proximidades do ponto de vista (junto às alturas *J* e *F*), podemos colher esclarecimentos uteis que mencionaremos em nota no próprio esbôço.

A linha de horizonte (ou linha de fuga de todos os pontos horizontais) é variável, conforme o ponto de vista fôr mais ou menos elevado. Isto depende da vantagem que houver em desenhar um panorama, dum ponto muito elevado ou dum ponto que tenha sôbre o terreno um comandamento relativo.

362 — **Marcação dos pontos notáveis e referências.** — Devem marcar-se todos os objectos principais e

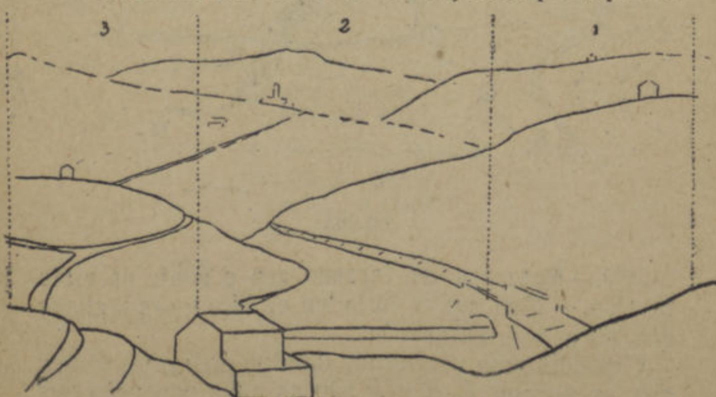


Fig. 259

referências do panorama. Marcam-se primeiramente as posições das alturas *S* a Oeste, *T* a Norte e *N* a Éste, limites do esbôço *(fig. 258* e *259)*. A seguir fazem-se as silhuetas dos moínhos e da tôrre da aldeia *L*; depois marcam-se os pontos mais importantes nas três zonas distintas em que dividimos o terreno, para maior facilidade do desenho. Na zona 1, indicamos os dois moínhos e as cristas bem visíveis. Na zona 2, o troço de linha férrea *HP* e a ponte *E*; as margens da linha de água *I D C*; a casa *Q*; o bosque *M*; a quinta *O*; a aldeia *L*; e as cristas topográficas. Na zona 3, os bordos da estrada *A B L*; o cruzamento *B*; o moínho *J*; e as cristas visíveis.

363 — **Notação dos pormenores da planimetria.** — Na notação dos pormenores da planimetria, o essencial é atender à representação do que seja mais necessário, não perdendo tempo com pequenos detalhes sem importância.

Passa-se a desenhar nas três zonas 1, 2 e 3, *(fig. 259)*, as diferentes particularidades da planimetria, começando pelos primeiros planos. Os objectos do primeiro plano são maiores e mais definidos nas suas linhas e devem desenhar-se com traço mais carregado; os do segundo plano devem desenhar-se com traço normal; e os do terceiro plano com um traço muito ligeiro.

364 — **Representação definitiva do panorama.** — Efectuadas as operações anteriores, falta-nos representar as fórmas do terreno, por meio de curvas e traços que definam bem o relêvo, regulando a intensidade do traço, como acabamos de indicar. Devemos começar o desenho do panorama *(fig. 260)*, pelos planos mais afastados, desprezando os declives muito distantes, os quais não podemos apreciar fàcimente, bastando o traço das cristas para os definir.

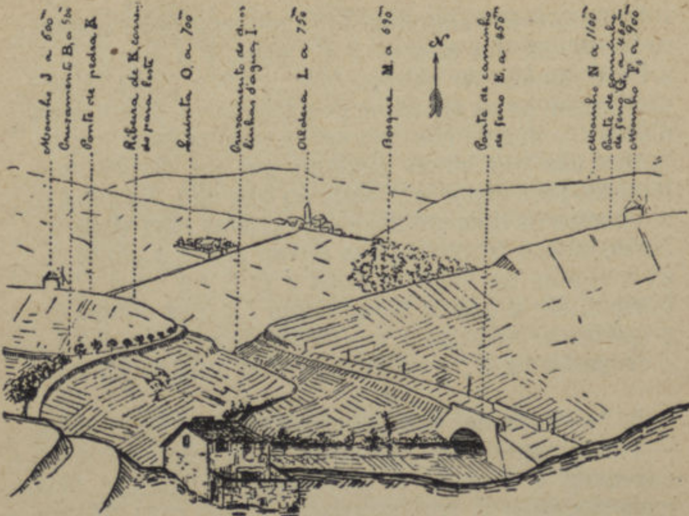


Fig 260

365 — **Indicações escritas, em nota, no desenho.** — Devem empregar-se as notas escritas à margem do esbôço e respeitantes aos nomes das localidades, natureza das construções, acessibilidade do terreno às diferentes armas e condições que apresenta para o estacionamento, ataque e defesa; passagem dos cursos de água; estudo dos caminhos e obras de arte; distâncias de tiro; horizonte visível; etc.

O desenho deve ser passado a tinta, para maior clareza e conservação.

366 — **Perspectiva obtida por meio de uma planta desenhada a curvas de nível e representando uma zona de terreno de pequena extensão.** — Uma perspectiva panorâmica consiste, como já vimos, no desenho do terreno tal como se apresenta à vista do observador colocado em certo ponto e olhando em determinadas direcções.

Êste problema não satisfaz às condições da observação acima indicada.

Nele consideramos o observador colocado infinitamente longe e em frente do plano vertical de projecção. Não sendo assim, quanto mais próximo considerássemos situado o observador, mais deformados se apresentariam os primeiros planos da perspectiva.

Os pontos que, na perspectiva, devem definir os contornos aparentes do terreno, são-nos dados pela intersecção das tangentes aos pontos correspondentes da planta com o plano vertical de projecção.

Essas tangentes representam os raios visuais de um observador que consideramos colocado no infinito, raios que são, portanto, paralelos, e perpendiculares ao plano de projecção.

Supondo que o observador olha paralelamente à flecha indicada na planta *(fig. 261)*, tracemos a linha $X\ Y$ perpendicularmente àquela direcção.

Para desenharmos a perspectiva, começaremos por transportar a linha $X\ Y$ para $X'\ Y'$, traçando, em seguida, as horizontais de cotas 110, 120, 130, etc.

Para que o desenho represente o mais aproximadamente possível, o terreno, devem essas horizontais ter um intervalo de alguns milímetros, múltiplo da equidistância gráfica da planta, pelo que convirá ampliar esta um número de vezes igual a êsse múltiplo, ficando assim iguais as escalas horizontal e vertical.

Como os diferentes movimentos do terreno se nos apresentam à vista pelos seus contornos, precisamos de desenhar na perspectiva o contorno correspondente a cada convexidade do terreno representado pelo traçado das curvas. Sendo certo que cada plano horizontal corta o terreno segundo a respectiva curva de nível, o ponto A' da horizontal de cota 110 será um ponto de contorno do dôrso, ou tergo, $A\ B$. Do mesmo modo se determinarão os pontos dêsse contorno correspondentes às horizontais de cotas 120, 130, 160. Idêntica construção nos dará o contorno $C' D'$ do tergo $C D$.

Note-se que. se prolongarmos a tangente $C C'$ até ao ponto E de encontro com a continuação da

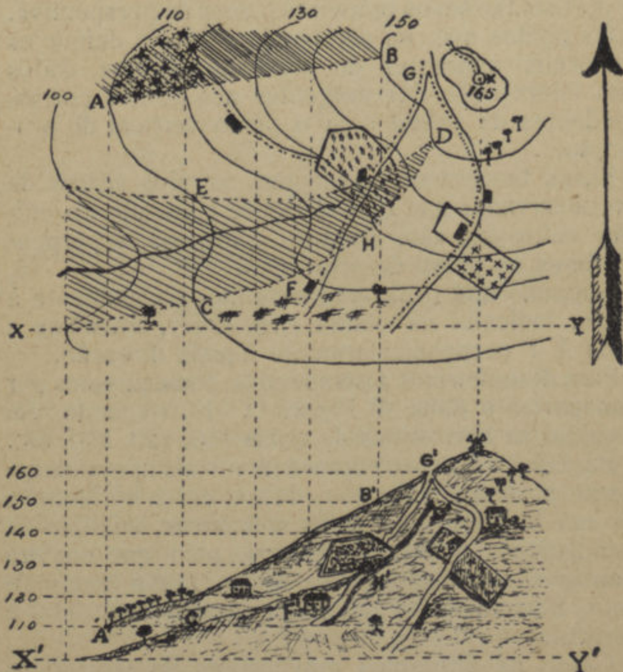


Fig. 261

curva de cota 110, todos os pontos desta curva situados entre C e E, que ficariam ocultos à vista do observador, não poderão aparecer na projecção vertical. O mesmo se dará com os pontos das curvas de cotas 120, 130, etc., em iguais circunstâncias.

Unindo por uma curva todos os pontos de tangência (como *C)* e todos os pontos de secância (como *E)*, teremos determinada uma zona, representada no tracejado da planta, que ficará oculta à vista do observador, não devendo, portanto, projectar-se no plano vertical qualquer detalhe desta zona.

No ponto *D* (cota 150), onde se encontram as linhas *E D* e *C D*, que limitam uma zona oculta do terreno, o contorno aparente do tergo *C D* terminará bruscamente no ponto D' da perspectiva.

As diversas linhas da planta, como, por exemplo, o caminho *F G*, determinam-se projectando os pontos de intersecção com as curvas cotadas 110, 120, 130, etc. sôbre os traços horizontais, correspondentes, da perspectiva, tendo o cuidado de não projectar o que estiver compreendido nas zonas ocultas.

A projecção de outros quaisquer detalhes, como casas, moínhos, árvores isoladas, etc., obtêm-se por igual processo.

Fototopografia

LIX — Preliminares

367 — **Objecto da fototopografia.** — A *fototopografia* ou *fotogrametria* consiste na execução de levantamentos topográficos por meio da fotografia.

Nos levantamentos topográficos, como se sabe, determina-se a posição de um ponto tendo a sua direcção e a sua distância ao ponto de estação.

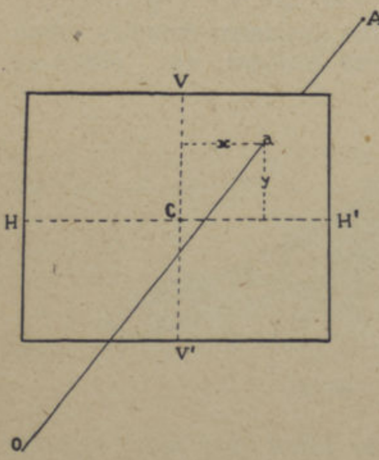


Fig. 262

Na fotogrametria a vista fotográfica dá-nos imediatamente as direcções.

Com efeito, se de um ponto *O* (*fig.* 262), tirarmos a fotografia duma porção de terreno e nele tivermos um ponto *A*, a sua perspectiva *a* sôbre esta fotografia, é o ponto do cliché por onde passa a direcção de *O* para *A*. Estando a fotografia já orientada, podemos determinar a direcção *O A*, ou quaisquer outras tiradas de *O*, na direcção de vários pontos do terreno compreendidos na fotografia, em função dos elementos fornecidos pelo aparelho fotográfico. Resta-nos, pois, determinar a distância do ponto de estação O ao ponto visado A.

368 — **Coordenadas fototopográficas.** — Obtido um *cliché* ou uma prova fotográfica podemos medir ângulos horizontais e verticais como com um teodolito.

Considerando no *cliché* um ponto a, perspectiva de um ponto A do terreno, êste ponto não é mais que o ponto de encontro de uma recta seguindo

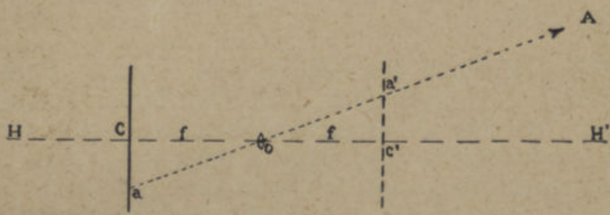


Fig. 263

na direcção de A e passando pelo centro O do aparelho fotográfico, cuja distância focal principal f é conhecida. *(fig. 263).*

Êste ponto a, perspectiva de A, está no plano vertical que passa por A e por O e na direcção de A.

O eixo ótico do aparelho, encontra o *cliché* num ponto C e é perpendicular a êste. O plano vertical segundo o eixo ótico intercepta o *cliché* segundo $V V'$, passando por C, e o plano horizontal, passando também por C, intercepta o *cliché* na direcção $H H'$, que é a linha do horizonte.

Temos assim um sistema de eixos rectangulares a que podemos referir todos os pontos do *cliché* ou da prova fotográfica, sendo cada ponto determinado por duas coordenadas x e y *(fig. 262).*

369 — **Medida das coordenadas fotográficas.** — A medida das coordenadas fotográficas deve fazer-se com grande precisão. Pode empregar-se um compasso de redução, tomando a distância entre os pontos com as pontas do lado da abertura menor e aplicando as pontas do lado da abertura maior a uma escala com divisões aumentadas na relação que existe entre as duas aberturas do compasso.

Existem ainda, para êste fim, instrumentos especiais denominados micro-comparadores e que permitem medir as coordenadas fotográficas, com tôda a precisão.

370 — **Medição dos ângulos** — a) *Angulos horizontais.* — Considerando uma vista fotográfica no plano vertical e projectando-a sôbre um plano horizontal temos *(fig. 264)* a recta hh', que é a intercepção do plano do *cliché* com o plano horizontal, perpendicular a $o\ a$, traço do plano vertical, que passa pelo eixo e centro óticos do aparelho, sôbre o plano horizontal; $o\ a = f$ é a distância focal. Sendo b a projecção do ponto m da perspectiva sôbre hh', se unirmos o ponto o com b, obtemos uma recta que representa o traço do plano vertical passando pelo centro ótico O, pelo ponto M do terreno e obtemos assim o ângulo α que é igual à diferença de orientação entre a direcção do eixo ótico e a direcção do ponto M. Resolvendo o triângulo $o\ a\ b$ temos:

$$tg\,\alpha = \frac{a\,b}{f}$$

Da mesma forma, podemos achar o valor de quaisquer outros ângulos, formados pela direcção do eixo ótico com a direcção de quaisquer outros pontos.

b) — *Angulos verticais.* — No plano vertical obm (*fig. 264*), om é a pontaria sôbre M, e se rebatermos êste plano sôbre o horizontal o ângulo β

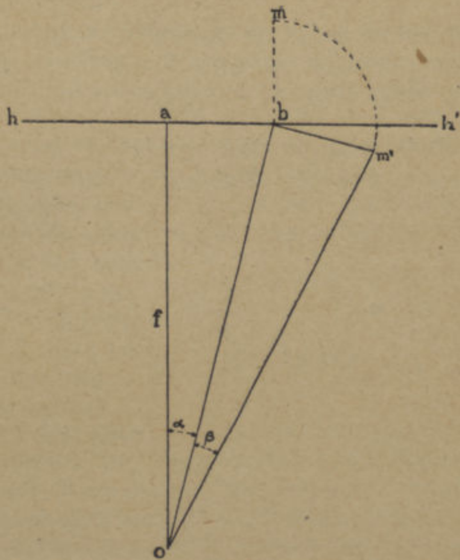


Fig. 264

representa o ângulo formado pela mesma pontaria com êste último plano.

Pela resolução do triângulo $om'b$ obtemos:

$$tg\,\beta = \frac{m'b}{ob}$$

e sendo no triângulo oab,

$$ob = \sqrt{f^2 + \overline{ab}^2}, \text{ será } tg\,\beta = \frac{m'b}{\sqrt{f^2 + \overline{ab}^2}}$$

e sendo ainda

$$ob = \frac{f}{\cos\alpha} = \frac{ab}{\operatorname{sen}\alpha}$$

teremos finalmente

$$tg\beta = \frac{m'b\ cos\alpha}{f} = \frac{a\ b\ sen\alpha}{f}$$

Temos assim todos os elementss angulares precisos com o auxílio da vista fotográfica, como se poderiam obter com um teodolito.

371 — **Determinação dos pontos a levantar.** — Conhecida a direcção dos pontos, determina-se a sua posição, por meio da intercepção das pontarias para êsse ponto dirigidas de duas ou mais estações.

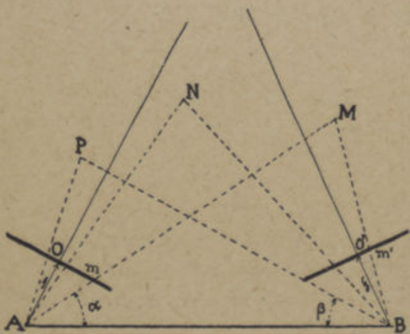


Fig. 265

Suponhamos: Numa primeira estação, *A (fig. 265)* obtem-se uma fotografia orientada da zona a levantar; e da estação *B*, tira-se outra fotografia da mesma zona. Para achar o ponto *M*, tomando os elementos dados pelo aparelho fotográfico e as medidas sôbre o *cliché*, determina-se a direcção *A M*.

Procede-se da mesma forma na estação *B*, para achar a direcção *B M*. A intercepção das duas direcções *A M* e *B M*, dá-nos a posição do ponto *M* e por conseguinte as distâncias *A M* e *B M*.

NOTA — Na fototopografia devemos, no momento em que tiramos a fotografia, colocar os *clichés* rigorosamente verticais, isto é, o eixo óptico da máquina fotográfica deve estar horizontal.

Conhecendo as coordenadas dos pontos A e B, determina-se a distância AB, lado do triângulo AMB, ou ainda pela medida gráfica da mesma distância AB.

Os ângulos em A e B proveém da orientação da base e da orientação do eixo ótico nesses pontos, no momento em que se tira a fotografia. Resolve-se o triângulo AMB, medidas as distâncias AM e BM, assim como as suas orientações (azimutes) e determinam-se as coordenadas de M, quer partindo do ponto A, quer partindo do ponto B.

De forma idêntica procederiamos para achar as posições dos pontos N e P.

LX — Restituïção

372 — **Definição.** — A restituïção ou planigrafia, sob o ponto de vista topográfico, é a transformação da perspectiva fotográfica em planos cotados; consiste pois em restituir à planta a planimetria e o nivelamento do terreno, por meio de construções geométricas.

O caso mais geral em fototopografia é aquele em que é conhecido o ponto da estação fotogramétrica e a sua altitude. A posição desta é transportada prèviamente para o plano de restituïção. A primeira operação consiste em orientar o eixo ótico do aparelho para depois poder traçar as direcções, partindo dessa estação.

373 — **Orientação das vistas fotográficas.** — Na orientação das vistas fotográficas podem dar-se dois casos:

1.° — *O eixo ótico orientado.* — Determina-se o azimute do eixo ótico, ou a sua orientação em relação a uma direcção que sirva de referência, por meio de uma bússola ligada à câmara fotográfica, ou empregando um fototeodolito.

Seja *O (fig. 266)* a projecção da estação sôbre o plano de restituïção; traça-se o eixo ótico *O B*,

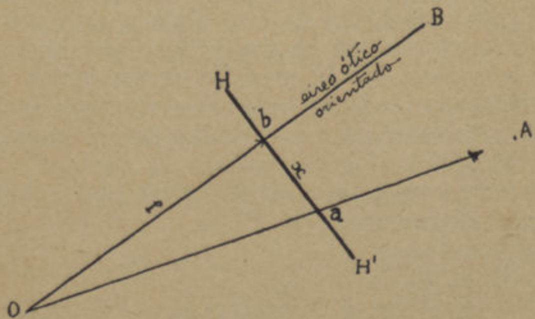


Fig. 266

a partir de *O* e sôbre a recta marca-se a distância focal *f* do aparelho fotográfico; e em *b* levanta-se uma perpendicular *H H'*, a *O B*, que é a linha do horizonte.

Para determinar a direcção de um ponto *A*, cuja perspectiva é *a*, marca-se a partir de *b* o comprimento $b\ a = x$, que é a abcissa do ponto *a*, e une-se *O* com *a*, o que nos dá a direcção desejada do ponto *A*.

2.º — *A direcção do eixo ótico não é conhecida.* — Neste caso necessitamos dum ponto *R (fig. 267)* de referência bem visível, sôbre a vista fotográfica, obtido por qualquer processo fotográfico, ponto que possa ser prèviamente marcado no desenho, da mesma forma que o foi a estação *O*.

Sejam *O* e *R* as projecções respectivas da estação e do ponto de referência.

Sendo *b r* a abcissa da perspectiva *r* do ponto *R* sôbre o *cliché*, acha-se o ângulo α, formado pela direcção *O R* com o eixo ótico.

Temos assim um triângulo rectângulo $O\ b\ r$, onde se conhece $O\ b = f$ e $b\ r = x$. A direcção do eixo ótico obtem-se traçando por O uma recta que faça com $O\ R$ um ângulo igual a α.

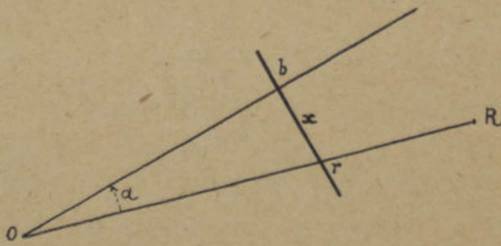


Fig. 267

Estes processos, sendo simples, exigem que na prática se faça a sua verificação; para isso necessitamos ter em cada fotografia mais dois ou três pontos para triangulação.

O processo que segue, baseado nas relações anarmónicas, mais preciso, exige o conhecimento de vários pontos de referência (três pelo menos).

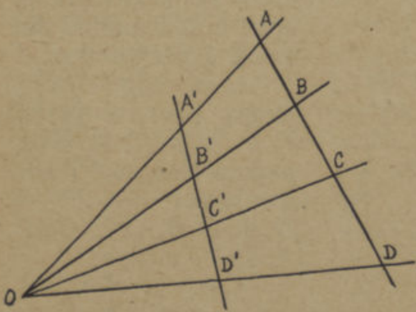


Fig. 268

374—**Propriedades das relações anarmónicas.** — Suponhamos um feixe de 4 rectas partindo tôdas do ponto O *(fig. 268)*, cortadas por uma secante $A\ D$.

Consideremos as relações entre os segmentos, partindo, dois a dois, dos mesmos pontos:

$$\frac{A\ B}{A\ C} \text{ e } \frac{D\ B}{D\ C}$$

e consideremos ainda a relação entre estas duas relações :

$$\frac{\frac{AB}{AC}}{\frac{DB}{DC}}$$

relação esta que é constante; por outro lado, se traçarmos outra secante $A' D'$, teremos:

$$\frac{\frac{A'B'}{A'C'}}{\frac{D'B'}{D'C'}} = \frac{\frac{AB}{AC}}{\frac{DB}{DC}}$$

Esta propriedade mantem-se na perspectiva ou na projecção, e a relação anarmónica dum feixe de sector F' é igual à do feixe F, de que é a perspectiva.

Assim, *(fig. 269)*, temos para o feixe $O\,a$, $O\,b$, $O\,c$, $O\,d$, perspectiva num plano qualquer do feixe $O\,A$, $O\,B$, $O\,C$, $O\,D$:

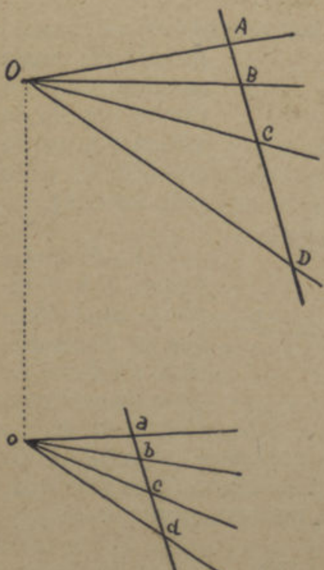


Fig. 269

$$\frac{\frac{ab}{ac}}{\frac{db}{dc}} = \frac{\frac{AB}{AC}}{\frac{DB}{DC}}$$

Esta propriedade, que é verdadeira para uma perspectiva aérea qualquer, é-o também para a restituïção de vistas fotográficas terrestres, onde os feixes considerados, feixes aéreos e feixes projectados, tirados do ponto de estação e da projecção desta sôbre o desenho, estão em planos paralelos e, portanto, os ângulos homólogos são iguais.

375 — **Traçado das direcções pelo processo dos feixes anarmónicos.** — Consideremos uma vista fotográfica *(fig. 270)*, onde estão representadas em a, b, c, as perspectivas de três pontos do terreno e a perspectiva m de um ponto M a levantar.

Estes pontos projectam-se respectivamente em a'', b'', c'', e m'', sóbre a linha do horizonte HH' da vista fotográfica.

Sôbre o desenho estão representadas a estação fotográfica O e os pontos A, B e C, que conhecemos.

No espaço, temos um primeiro feixe de rectas, partindo da estação fotográfica (centro óptico) e passando respectivamente pelos pontos a'', b'', c'', e m''; e no desenho um segundo feixe constituído pelas projecções OA, OB, OC, de rectas passando por a'', b'', c'', feixe segundo o qual traçamos a quarta recta OM, de forma que se verifique a seguinte relação:

$$\frac{\dfrac{a''\,b''}{a''\,m''}}{\dfrac{c''\,b''}{c''\,m''}} = \frac{\dfrac{A\,B}{A\,M}}{\dfrac{C\,B}{C\,M}}$$

Para traçar essa recta, medimos $a''\,b''$, $a''\,m''$, $c''\,b''$, $c''\,m''$ no *cliché* (ou prova), depois de termos traçado a linha do horizonte e marcado aqueles comprimentos numa régua.

O processo mais rápido consiste em empregar uma tira de papel que fazemos coincidir com a linha do horizonte; marcam-se sôbre ela, com exactidão,

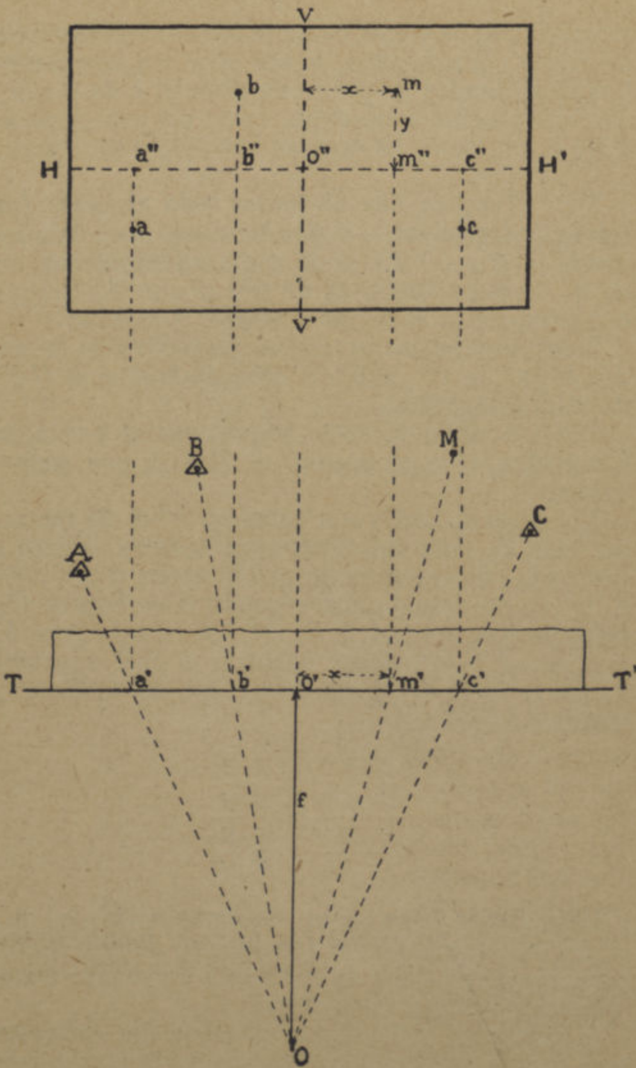


Fig. 270

os pontos a' b' c' e m'; aplicamos em seguida a tira de papel ao desenho e fazemo-la deslocar sôbre o feixe de rectas OA, OB, OC, por tentativas, até que os pontos a'', b'', c'' coïncidam com as rectas respectivas.

Marca-se sôbre o desenho assim obtido, m' e traça-se a recta $o\,m'$ que é a direcção, procurada, do ponto M.

Nesta construção, verifica-se que os pontos a', b', c', m' da tira de papel de que nos utilizamos para achar a direcção do ponto M, ocupam, uns em relação aos outros, os mesmos lugares e as mesmas distâncias que os pontos a'', b'', c'' e m''.

O bordo da régua representa a projecção da linha do horizonte HH' e os ângulos formados pelas rectas OA, OB, OC e OM são iguais aos formados pelas rectas do feixe que imaginamos no espaço, tiradas de O para a'', b'', c'' e m''; assim também, se de O baixarmos uma perpendicular sôbre a secante do feixe OA, OB, OC, OM, esta corta a secante em O' e será $O\,O' = f$ (distância focal).

Conhecendo a distância focal do aparelho, temos assim um meio de verificação.

376 — **Marcação dos pontos cotados.** — Procede-se em cada estação como já indicamos para orientar as fotografias e traçar as direcções dos diferentes pontos, tendo antecipadamente marcado na fôlha do desenho os pontos de estação e de triangulação.

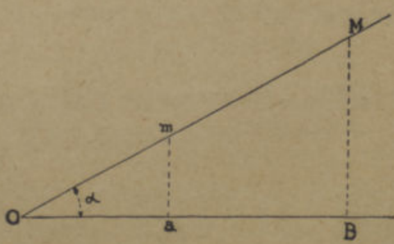


Fig. 271

Seguindo um dos processos que indicàmos

para o caso das vistas orientadas ou não orientadas, tendo pontos suficientes para referência, marca-se a altitude dos diferentes pontos operando da seguinte forma:

Seja *m (fig. 271)* a perspectiva do ponto M, a a sua projecção sôbre HH' (linha do horizonte) e α o ângulo de inclinação.

Determinaremos a diferença de nível entre O e M pela fórmula:

$$MB = \frac{OB \times ma}{Oa}$$

e juntando a correcção do nível aparente, C, será:

$$MB = \frac{OB \times ma}{Oa} + C$$

377 — **Desenho da planta.** — Para desenhar a planta temos de marcar na fôlha de projecção ou plano de restituíção, os pontos de restituíção que pudermos obter pelo cálculo, estando já marcados nesse plano os pontos de triangulação e as estações conhecidas.

Quanto mais numerosos forem os pontos de restituíção mais precisa será a planta.

No desenho de detalhe o operador utiliza as fotografias fazendo salientar os pontos característicos do terreno e as linhas naturais ou artificiais que as unem (linhas de água, caminhos, muros, etc.), utilizando as fotografias tiradas de pontos diferentes, para evitar maior número de êrros.

LXI — Instrumentos usados em fototopografia. Fototeodolitos

378 — Os **fototeodolitos** são aparelhos constituídos por um teodolito e uma câmara fotográfica. Compõem-se, em regra, de uma câmara fotográfica

que se move em torno de um eixo vertical e que tem solidários dois microscópios de leitura. A cada posição azimutal em que se coloca a câmara fotográfica corresponde uma certa leitura feita sôbre um limbo horizontal colocado dentro de uma caixa protectora.

Para conseguir a verticalidade dos *clichés* no momento em que se tira a fotografia existem sôbre a câmara fotográfica dois níveis colocados perpendicularmente um ao outro.

Ligado ao limbo vertical está o óculo do teodolito. Fazem-se as leituras no limbo por meio de dois nónios e lupas.

O eixo principal do fototeodolito está, por construção, em posição perpendicular á linha dos zeros dos referidos nónios.

Por meio de um parafuso micrométrico podemos fazer pequenos deslocamentos azimutais quando medirmos a base fotográfica.

Com dispositivos apropriados fazemos a coincidência do *eixo principal da objectiva* com o eixo da câmara fotográfica. A objectiva pode deslocar-se no sentido vertical cêrca de 35^{mm} para cima ou 30^{mm} para baixo.

Na parte posterior da câmara existe um quadro que permite determinar com rigor o centro do *cliché* e a horizontal e vertical que por êle passam.

Com um aparelho vulgar a fotografia de encostas extensas, bastantes inclinadas, não se pode conseguir duma só vez sem inclinar o eixo ótico, o que se não deve fazer, ou sem mudar de estação.

Para evitar êsse inconveniente, os fototeodolitos têm uma objectiva especial de descentralização vertical, correndo ao longo de umas corrediças, deslocamentos que são medidos por meio de um índice que se desloca com a objectiva, em face duma escala graduada.

Podemos assim baixar ou levantar o plano horizontal do ponto de vista e a linha do horizonte da perspectiva, aumentando o campo para a parte superior ou inferior da referida linha de horizonte.

Há outra forma de conseguir êste efeito, que consiste em empregar no aparelho a objectiva em três posições fixas, uma central, uma superior e outra inferior.

LXII — Levantamentos fotográficos

379 — **Operações a executar.** — Para obtermos um levantamento fotográfico temos de realizar as seguintes operações:

a) — Fazer o reconhecimento e a triangulação do terreno a levantar.

b) — Tirar as fotografias dêsse terreno.

c) — Executar as operações de restituição.

d) — Fazer sôbre o terreno as convenientes rectificações e completar a planta.

380 — **Reconhecimento e triangulação do terreno.** — Feito o reconhecimento devemos estabelecer um esqueleto ou triangulação, marcando sôbre o papel do desenho vários pontos importantes, que serão pontos de restituíção, tais como, tôrres, chaminés de fábricas, casas isoladas e outros pontos característicos do terreno, bem visíveis, e escolher as estações fotográficas em pontos dominantes e em diferentes direcções, de forma a poder-se fazer a restituíção do maior número de pontos e com o mínimo de zonas ocultas.

É necessário que as estações sejam escolhidas de maneira que as fotografias, conjugadas três a três, facilitem a restituíção.

381 — **Execução das fotografias.** — Devemos, como se disse, colocar as chapas verticalmente.

As operações devem ser executadas com o máximo cuidado, tendo em atenção o tempo de exposição, a iluminação, a abertura do diafragma e a sensibilidade das chapas; e, empregando-se o *écran* de vidro amarelo, deve aumentar se o tempo de pose normal.

Deve também escolher-se a hora em que o terreno a levantar esteja mais iluminado e não se deve voltar a objectiva para o sol.

Devemos também marcar as estações e, finalmente, fazer um ligeiro *cróquis*-perspectiva que nos facilite, ao fazer a restituïção, a identificação de detalhes topográficos importantes.

382 — **Restituïção ou planigrafia.** — Sôbre uma fôlha de papel especial, marcam-se todos os pontos da fôlha de restituïção, estações, sinais diversos e pontos restituidos.

Com o auxílio das fotografias, do *cróquis*-perspectiva e das diversas notas que tomámos, fazemos o desenho, tendo aqueles pontos como base, tanto para o traçado dos detalhes da planimetria como do nivelamento.

383 — **Verificação e completamento do desenho.** — Muitas vezes a representação de alguns detalhes de fotografias muito extensas não é possível por diferentes circunstâncias.

É, pois, necessário proceder no terreno, à verificação do desenho restituído e completá-lo com um levantamento expedito dos diferentes detalhes que não foram abrangidos pela objectiva fotográfica.

384 — **Vantagens e inconvenientes dos levantamentos fototopográficos.** — Os levantamentos topográficos feitos pela fotografia, permitem-nos levan-

tar grandes extensões de terreno em muito menos tempo que aplicando os processos topográficos normais; fazer o levantamento de terrenos pouco acessíveis ou que estejam em regiões perigosas; e conservar grande número de detalhes do sólo, facilitando-nos, no gabinete e em qualquer ocasião, a verificação de outras plantas.

Mas têm o inconveniente de não abranger partes do terreno que ficam encobertas, principalmente em terrenos montanhosos, e de exigir grande número de estações para conseguir os detalhes necessários.

Além disso as operações de restituição ou planigrafia são morosas, fazendo perder, em grande parte, a vantagem da rapidez das operações no terreno.

Estereofototopografia

LXIII — Noções gerais

385 — **Visão estereoscópica.** — A estereofototopografia ou estereofotogrametria funda-se nas propriedades das imagens estereoscópicas; assim, quando pela visão binocular observamos um terreno, obtemos, pela conjugação das duas imagens formadas na retina, uma noção mais nítida de relêvo e, conseqùentemente, das distâncias.

Na estereofotogrametria a restituïção é-nos dada por duas fotografias conjugadas, sôbre as quais o terreno se apresenta nas mesmas condições de direcção e de aspecto, com os mesmos detalhes, e posição relativa dos seus diferentes pontos.

Há uma distância a partir da qual deixa de haver visão estereoscópica, quando o ângulo de convergência é menor que 30″. Sendo o afastamento médio dos olhos, (apróximadamente $6^{cm},5$), essa distância será aproximadamente 450^{m}.

Pode, todavia, aumentar-se esta distância por meio de espelhos ou de dois prismas de reflexão total bastante mais afastados do que os dois olhos, como sucede nos telémetros e binóculos estereoscópicos.

Resulta uma capacidade de avaliação de distâncias como a que obteríamos se o afastamento dos nossos olhos fôsse o dos prismas; e uma exactidão na determinação de distâncias muito superior à que se pode conseguir à vista desarmada.

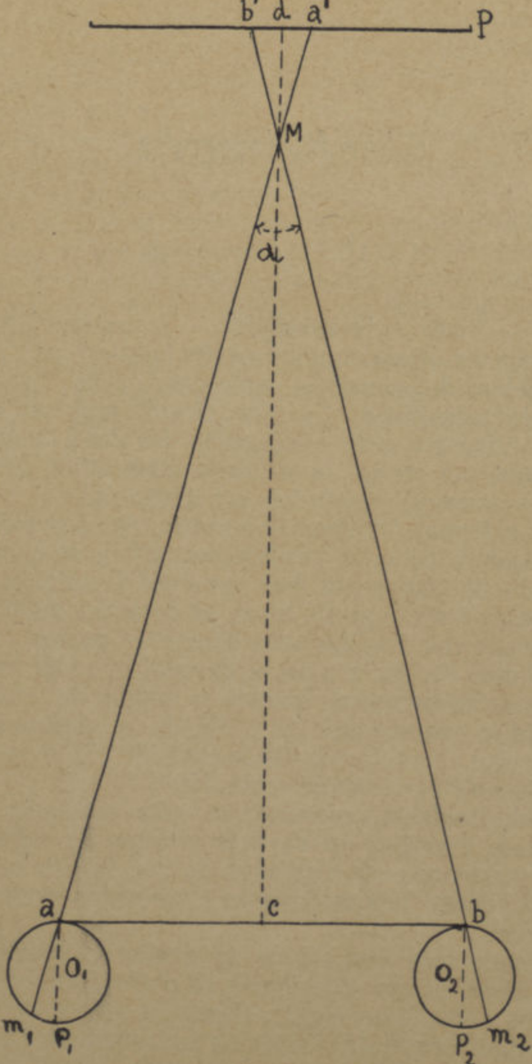


Fig. 272

Há ainda um processo para aumentar o efeito estereoscópico: Consiste em ampliar os objectivos visados por meio de lentes estereoscópicas.

386 — **Paralaxe estereoscópica.** — Sejam O_1 e O_2 *(fig. 272)*, os dois olhos do observador cujas pupilas estão em a e b; $a\,b$ será o afastamento dos olhos.

Imaginemos um ponto, M, à sua frente e à distância $C\,M$ da linha que define o afastamento dos olhos e tracemos $a\,p_1$ e $b\,p_2$ perpendiculares a $a\,b$.

As imagens do ponto M formam-se na retina em m_1 e m_2, numa posição que, se nós imaginarmos um plano, P, paralelo à linha dos olhos $a\,b$, colocado a uma distância, $M\,d$, do ponto M, igual à profundidade dos olhos, $a\,p_1$ ou $b\,p_2$, veremos que a soma de $m_1\,p_1$ e $m_2\,p_2$ é igual a $b'\,a'$, sendo a' e b' os pontos de encontro das rectas $a\,M$ e $b\,M$ com o plano P.

Quanto mais afastado estiver o ponto M do observador menores serão a grandeza $b'\,a'$ e o ângulo α, e vice-versa.

A cada valor da distância dêste ponto corresponde um valor de $b'\,a'$.

O ângulo α, que corresponde ao afastamento dos olhos, é a *paralaxe do ponto M*; e $b'\,a'$ é a *paralaxe estereoscópica do mesmo ponto M*.

387 — **Medida esteroscópica da distância.** — Medida a paralaxe estereoscópica $b'\,a'$ ou o valor do ângulo α, a visão binocular dá-nos a medição da distância e a noção do relêvo.

Se, porém, o ponto M estiver muito afastado do observador o ângulo α será tão pequeno que as imagens b' e a' já se não vêem separadamente; isto dá-se quando o ângulo α tem um valor inferior a $30''$.

Como já se disse, o valor médio do afastamento dos olhos do observador é de $6^{cm},5$ pelo que a maior distância que se pode medir à vista desarmada é aproximadamente de 450^m; quando aquele valor aumenta até 7^{cm} a maior distância que podemos medir será de 700^m.

388 — **Aumento do efeito estereoscópico.** — Podemos aumentar o efeito estereoscópico, e portanto, o limite do afastamento entre o observador e o ponto visado, por meio de lentes. O aumento que podemos assim conseguir seria, teòricamente, o mesmo que se obteria se o diâmetro dos olhos, aumentasse na mesma relação dêsse efeito.

389 — **Plástica total.** — Se combinarmos o efeito do aumento estereoscópico com o efeito que se obtem aumentando o comprimento da base, temos maneira de reforçar o relêvo e ainda de medir distâncias consideráveis.

Chama-se *plástica total* ao produto

$$\frac{B}{b} \times G$$

sendo

B a base aumentada, b a base correspondente ao afastamento dos olhos, G o aumento dado pelas lentes.

390 — **Aplicação da estereoscopia à fotogrametria.** — Tomemos sucessivamente duas fotografias do mesmo terreno, tiradas com o mesmo aparelho de duas estações diferentes S_1 e S_2 *(fig. 273)*. A diferença das abcissas x_1 e x_2 dá-nos o valor da paralaxe estereoscópica do ponto M visado no terreno e, por conseqüência, podemos obter a distância dêste ponto à estação fotográfica.

Para a realização das operações topográficas não podemos contar com os aparelhos estereoscópicos ordinários. Para bases de grandes dimensões re-

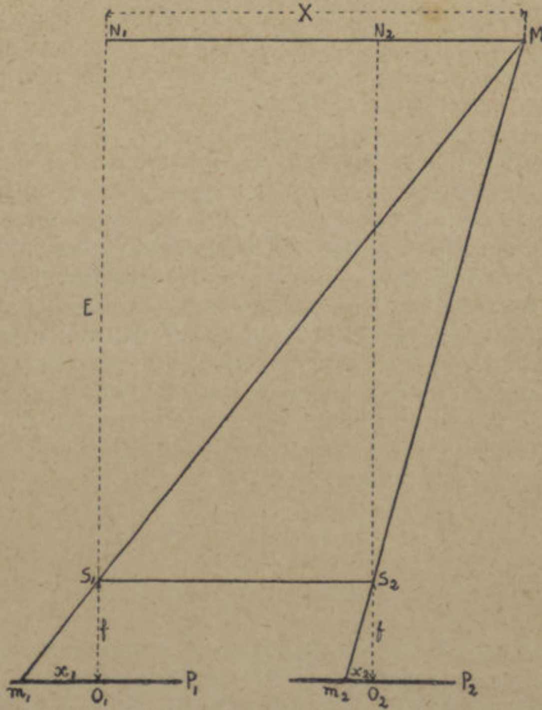


Fig. 273

solve-se a dificuldade medindo a base directamente sôbre o terreno e tirando uma fotografia de cada uma das extremidades dessa base, abrangendo a mesma zona de terreno.

LXIV — Levantamentos estereofototopográficos

391 — **Princípios.** — Os métodos dos levantamentos estereofotogramétricos baseiam-se na medição das paralaxes estereoscópicas, empregando duas

vistas fotográficas do mesmo terreno tiradas nas extremidades de uma base.

Podem, porém, dar-se os seguintes casos: 1.º Os eixos serem normais à base; 2.º Os eixos serem inclinados, na mesma direcção em relação à base; 3.º Os eixos serem convergentes.

Examinemos apenas o 1.º caso, em que os eixos são normais à base.

Sejam P_1 e P_2 *(fig. 273)*, as projecções da linha do horizonte dos *clichés* fotografados em S_1 e S_2; O_1 e O_2 os centros dos *clichés;* m_1 e m_2 as projecções das imagens do ponto M sôbre a linha do horizonte; e f a distância focal do aparelho

Considerando o plano vertical do ponto M paralelo à base ou ao plano das chapas; a recta $N_1\,N_2$, perpendicular aos eixos óticos $S_1\,N_1$; e $S_2\,N_2$ o traço dêste plano; será

$$N_1\,S_1 = N_2\,S_2 = E$$

O ponto M é dado pelo afastamento E e pela recta $N_1\,M$.

Os comprimentos $O_1\,m_1 = x_1$ e $O_2\,m_2 = x_2$ são as abscissas do ponto M nas duas estações.

Resolvendo os triângulos $S_1\,O_1\,m_1$ e $S_1\,N_1\,M$, obtemos

$$X = \frac{E}{f} \times x_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

e dos triângulos $S_2\,N_2\,M$ e $S_2\,O_2\,m_2$:

$$\frac{E}{f} = \frac{X - B}{x_2}$$

ou, substituindo valor de X:

$$E = \frac{B\,f}{x_1 - x_2},$$

em que se tomam x_1 e x_2 com os seus respectivos sinais. $x_1 - x_2$ diferença das abscissas, é a paralaxe do ponto M, que designamos por a, logo

$$E = \frac{Bf}{a} \qquad \text{.........................} \quad (2)$$

em que B é a base medida sôbre o terreno e f a distância focal.

Podemos, pois, obter E e X, coordenadas que nos dão a posição planimétrica de M.

A *diferença de nível* do ponto M, sendo Y a ordenada de M, é-nos dada pela fórmula:

$$Y = \frac{S_1\,M}{S_1\,O_1} \times y$$

Da resolução dos triângulos $S_1\,O_1\,m_1$ e $S_1\,N_1\,M$ obtem-se

$$\frac{S_1\,M}{S_1\,O_1} = \frac{E}{f}.$$

Substituindo temos

$$Y = \frac{E}{f} \times y \qquad \text{......................} \quad (3)$$

tendo Y o sinal negativo se estiver abaixo da linha do horizonte, positivo no caso contrário.

As fórmulas (1), (2) e (3) são as usadas, fundamentalmente, para o caso das fotografias normais.

Sucede, porém, que na prática as duas estações S_1 e S_2 da base fotogramétrica não estão no mesmo nível.

Verificamos o valor da altitude do ponto M partindo da altitude da estação S_1, e o valor da altitude do mesmo ponto obtido na estação S_2:

Sendo A_1 e A_2 as altitudes conhecidas respectivamente de S_1 e S_2 a diferença $A_1 - A_2$ destas altitudes deve ser igual à diferença $Y_1 - Y_2$ das diferenças de nível do ponto M nas estações S_1 e S_2.

392 — **Operações de levantamento.** — As operações de levantamento estereofotogramétrico são, como nos levantamentos fotogramétricos:

1.° — Reconhecimento e triangulação.
2.° — Execução das fotografias.
3.° — Restituïção.
4.° — Rectificação e complemento da planta.

As regras a aplicar são as dos levantamentos fotogramétricos, sendo a operação mais importante a do estabelecimento das bases constituídas por duas estações fotográficas conjugadas.

Emprega-se da mesma forma, para êste fim, o fototeodolito, munido de um dispositivo especial, e os acessórios para medida das bases.

393 — **Medida das bases.** — As bases, em estereofotogrametria, medem-se por meio de um micrómetro ou de uma estadia.

Instala-se o fototeodolito na extremidade *A* (*fig. 274*) da base, colocando na outra extremi-

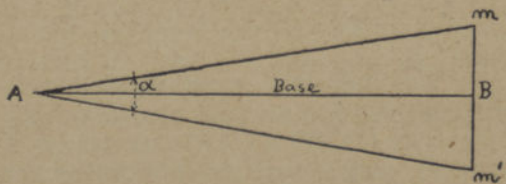


Fig. 274

dade *B* uma régua estadimétrica horizontal de comprimento $m\ m'$, perpendicular à direcção da base. Observam-se a seguir com o fototeodolito as extremidades m e m' da régua actuando sôbre os parafusos micrométricos. Sendo α o ângulo das duas pontarias de *A* para m e m', ou seja o ângulo sob o qual se vê de *A* o comprimento $m\ m'$, deduzimos a distância *A B*, que é a base.

394 — **Restituïção estereofotogramétrica.** — As fórmulas de restituïção fotogramétrica permitem efectuar a restituïção seja pelo cálculo, sejá gràficamente, para o que é necessário medir com precisão os elementos necessários à aplicação daquelas fórmulas, isto é, as coordenadas e a paralaxe estereoscópica de cada ponto restituído.

O estereocomparador dá-nos ràpidamente êsses elementos.

395 — **Estereocomparador.** — O estereocomparador é destinado a medir coordenadas rectangulares e diferenças de coordenadas (paralaxes), necessárias em estereofotogrametria e na fotogrametria, com precisão e nitidez.

Pela possibilidade de, na ocasião das medidas, examinarmos estereoscòpicamente as vistas fotográficas, eliminam-se os êrros de identificação.

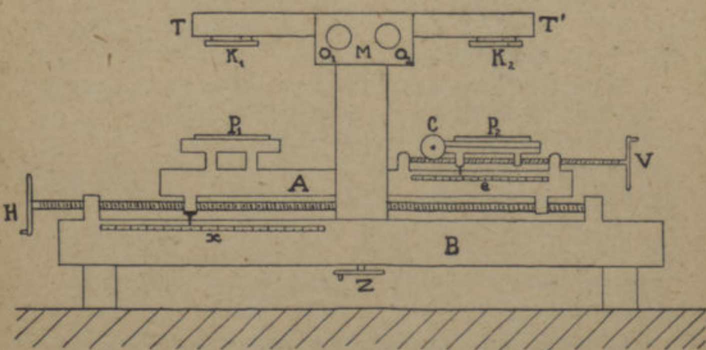


Fig. 275

O estereocomparador *(fig. 275)*, consta de uma mesa *B* sôbre a qual está colocada uma prancheta móvel *A*, onde assentam os *chassis* P_1 e P_2, que se podem deslocar da esquerda para a direita, e vice-versa, por meio da manivela *H*.

O *chassis* P_1 está fixo àquela peça móvel e o *chassis* P_2, colocado no mesmo plano, pode mover-se segundo a linha do horizonte (eixo das abscissas), aproximando se ou afastando-se de P_1 por meio da manivela V, o que permite variar a distância dos dois. Ao *chassis* pode dar-se, por meio do parafuso C, outro movimento horizontal perpendicular ao primeiro.

Sôbre a prancheta móvel A está colocado um microscópio binocular, M, formado por um binóculo de prismas com um dispositivo de forma que as oculares O_1 e O_2 se apresentem aos nossos olhos colocadas à frente do estereocomparador, e as objectivas K_1 e K_2, nas extremidades de um tubo $T\ T'$, voltada para os *clichés* P_1 e P_2.

Êste microscópio desloca-se no sentido perpendicular ao do movimento, da prancheta móvel A, isto é, segundo a vertical, por meio da manivela Z.

As medidas com o estereocomparador fazem-se sôbre o *cliché* e não sôbre as provas para evitar os êrros de deformação destas.

Os *clichés*, devidamente iluminados por uma lâmpada eléctrica ou por meio de espelhos, colocam-se nos *chassis* P_1 P_2 com o verso voltado para a objectiva K_1 K_2 visto que assim se apresentam no mesmo sentido da païsagem, e são observados por transparência.

Fixa à prancheta movel A, desloca-se uma régua à frente de um nónio que é a escala das direcções, x onde se pode fazer a leitura com a aproximação de $0,^{mm}01$ (abscissas).

Actuando na manivela z move-se o microscópio binocular segundo a vertical (eixo das ordenadas), podendo ler-se com a mesma aproximação as ordenadas.

396 — **Emprêgo do estereocomparador.** — As operações para a utilização do estereocomparador são as seguintes:

1.º — Colocam-se os *clichés* nos quadros *porta-clichés* da prancheta *A*.

2.º — Faz-se a regulação do aparelho, especialmente dos nónios e dos parafusos das paralaxes.

3.º — Por meio das manivelas *H* e *Z* leva-se o traço de referência da ocular esquerda à coincidência com a do ponto que nos interessa e lê-se a abscissa *x*, na escala das direcções, e a ordenada *y*, na escala das alturas, que se não vê na figura.

4.º — Leva-se em seguida, actuando sôbre o parafuso das paralaxes *V* e sôbre o parafuso *C*, o traço de referência da ocular da direita à coincidência com o referido ponto, lendo, a seguir, a paralaxe na escala *e*.

Observando os dois *clichés* ao mesmo tempo, verifica-se o efeito estereoscópico: Aparece-nos o terreno como que em relêvo, o que é uma boa identificação dos pontos examinados, que muito facilita o desenho da carta a curvas de nível.

A *fig. 275* mostra-nos, sensivelmente, os estereocomparadores de moderna construção.

397 — **Estereoautógrafo.** — Quer empreguemos a fotogrametria quer a estereofotogrametria a restituíção dos pontos, um a um, é muito morosa e exige muitos cálculos e construções gráficas numerosas para se desenhar a planta.

Para obter um levantamento de forma a conseguir uma rápida restituíção automática emprega-se um aparelho denominado *estereoautógrafo*, que não é mais do que um estereocomparador a que se adaptou um dispositivo mecânico, semelhante ao pantografo, que nos permite, sem recorrer a construções gráficas nem cálculos, localizar todos os pontos e traçar as linhas planimétricas e curvas de nível.

Aérofototopografia

LXV — Levantamentos fototopográficos feitos em avião

398 — A fotografia aérea é actualmente um dos ramos mais importantes da fototopografia. Por êste processo podem fazer-se levantamentos de grandes extensões de terreno em regiões perigosas ou dificilmente acessíveis.

399 — **Execução da fotografia.** — Para tirar as fotografias em avião, êste segue, em vôo horizontal, rumos paralelos, como se indica na *(fig. 276),* que representa uma zona a que correspondem quatro clichés que se sobrepõem nas partes de tracejado duplo e triplo.

O operador vai sucessivamente tirando as fotografias de forma que estas se sobreponham convenientemente umas às outras, regulando o número de segundos que deve deixar decorrer entre a impressão duma chapa e a imediata (1).

Seguindo o avião na direcção *A B,* e tendo em atenção o intervalo entre as fotografias, obtem-se uma série de chapas sobrepostas longitudinalmente de 50 a 60 %; voltando o avião segundo *C D* de

(1) Hipótese de não ser automática a mudança dos *clichés.*

forma a distar do primeiro rumo um número de metros conveniente, variável com a altura de vôo,

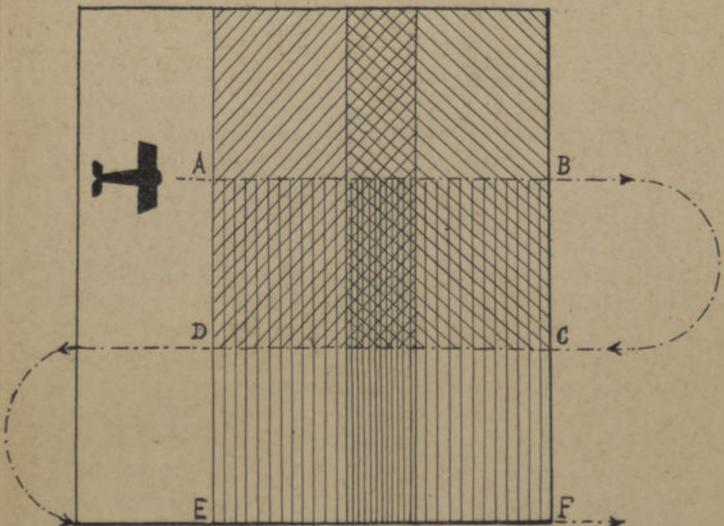


Fig. 276

obtem-se a sobreposição das chapas transversalmente também de 50 a 60%. O mesmo sucederia seguindo o avião a direcção *E F*.

400 — **Escala do «cliché».** — A escala aproximada do *cliché* pode calcular-se em função da altura do vôo, *H (fig. 277)* e da distância focal da máquina fotográfica *f* pela fórmula:

$$E = \frac{f}{H} = \frac{1}{\frac{H}{f}}$$

Assim, se a distância focal fôr de 25^{cm}. e a altura de vôo de 1.500^{m}, será:

$$E = \frac{0,^{m}25}{1500^{m}.} = \frac{1}{6000}$$

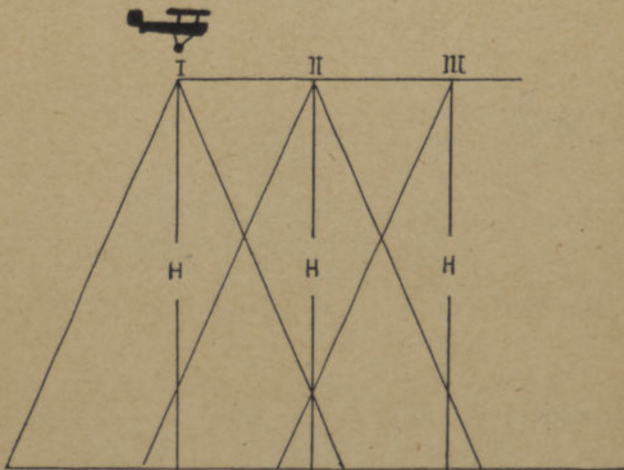


Fig. 277

401 — **Sinalização.** — A sinalização pode ser feita de forma que figurem no *cliché* vários pontos cuja posição já esteja determinada pelos processos topográficos conhecidos, para o que é necessário fazer a construção de um esqueleto de levantamento, e que a posição dêstes pontos fique também nitidamente marcada na fotografia.

À marcação dos pontos no terreno feita por meio de marcos ou estacas, é preferível, para o operador do avião, a de rectangulos de madeira coloridos de branco, ou telas, tanto maiores quanto maior fôr a altura do vôo, dispostos em cruz em volta dos referidos pontos, para maior visibilidade.

Não sendo possível fazer esta sinalização, o que muitas vezes sucede na prática, faz-se a identificação dos pontos da fotografia com os pontos homólogos do terreno, servindo-nos depois dêsses pontos devidamente verificados.

402 — **Aparelho aérofotogramétrico Santoni.** — (1) Êste aparelho *(fig. 278)* compõe-se de uma caixa ligada lateralmente a dois reservatórios cilíndricos dispostos simètricamente, tendo cada um 200 placas arrumadas radialmente.

A caixa que fica entre os dois reservatórios, chamada *caixa dos movimentos*, contém duas câmaras fotográficas e os dispositivos necessários ao funcionamento automático dos obturadores e à mudança das placas.

As câmaras fotográficas são rígidas porque os objectivos a fotografar estão sempre muito afastados.

A posição do plano focal é localizada por duas corrediças de aço temperado. Um gancho elástico que, quando em repouso, sobe acima destas corrediças, assegura o paralelismo do *cliché* e do plano focal no momento em que abrem os obturadores.

Por baixo das corrediças estão colocadas índices óticos que determinam o centro da placa; são óticos para que fiquem afastados da gelatina e se não estraguem pela passagem contínua das placas.

Os obturadores, de construção especial, dão a segurança de funcionamento prolongado sem qualquer entrave, mesmo suportando um trabalho incomparàvelmente maior que o dos obturadores de aparelhos vulgares de fotografia.

---

(1) Os aparelhos aérofotogramétricos podem utilizar *filmes* ou *placas*, sendo preferíveis os últimos por mais facilitarem o paralelismo das placas em relação ao plano focal.

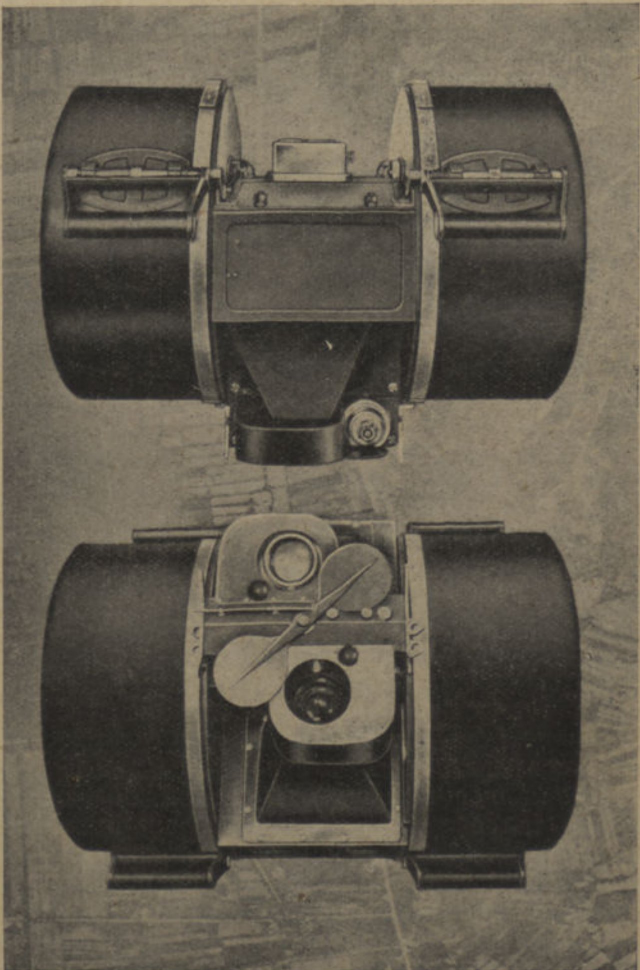


Fig. 278

Uma só alavanca de comando sincroniza o movimento dos dois obturadores do mesmo aparelho, usando-se ainda um dispositivo eléctrico quando no avião se utilizam alguns aparelhos ao mesmo tempo.

A objectiva é formada por três lentes, dando-nos um campo bem aplanático e isento de distorção até aos bordos; a distância focal é de 178 m/m.

O campo de cada câmara é de $31° \times 45°$ e o das duas câmaras e de $57° \times 45°$.

Os *clichés* têm o formato $10^{cm} \times 15^{cm}$.

Um contador de placas, fixo à parte superior da caixa dos movimentos, indica-nos o momento em que foram gastas as duzentas placas contidas em cada um dos reservatórios. Estes podem ser substituídos em pleno vôo.

LXVI — Restituïção

403 — As fotografias obtidas em avião, devido às chapas não terem posição rigorosamente paralela ao horizonte e ainda ao facto de o terreno não ser todo horizontal e plano, não são semelhantes à planta. Torna-se, pois, necessário fazer a restituïção, projectando as fotografias sôbre um alvo onde se tenha rigorosamente marcado as posições relativas dos pontos que figuram no *cliché,* já determinados por operações topográficas no terreno, que se denominam pontos fundamentais da restituïção.

A restituïção das fotografias aéreas é mais longa e exige operações mais complicadas, porque estas, tiradas fora da vertical, são em projecção cónica oblíqua do terreno e alguns dos pontos dêste mal definidos, ao passo que a carta é, como se sabe, uma projecção ortogonal.

Pràticamente é quási sempre impossível conseguir que o plano da fotografia seja paralelo ao plano do terreno. A perspectiva fotográfica aérea, não é, portanto, semelhante à projecção horizontal.

Os pontos que ficam fora da vertical, no momento em que se opera, são causa de êrros, cha-

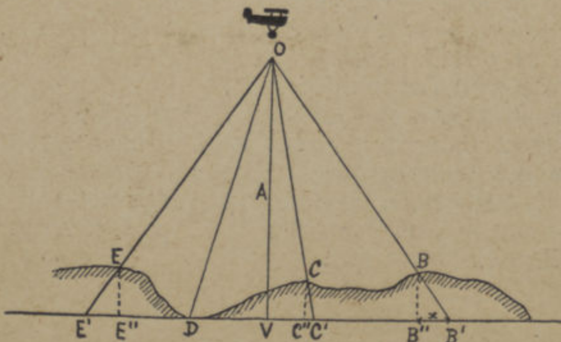


Fig. 279

mados *êrros de altitude*, tanto maiores quanto mais elevado vôa o aeroplano em relação a êsses pontos e mais afastado da vertical dos mesmos.

Assim, *(fig. 279)* o ponto B observado de O, tem um *êrro de altitude* $X = B''B'$.

É necessário transformar esta perspectiva, que é uma projecção obliqua, numa projecção ortogonal como a da carta (plano da fotografia, paralelo ao terreno).

Para resolver êste problema, necessitamos de 4 pontos conhecidos do *cliché* ou prova, que não estejam em linha recta.

Esta operação pode fazer-se por três processos:

1.º — Processos opticos.
2.º — Processos gráficos.
3.º — Processos foto-mecânicos.

404 — **Processos opticos.** — O processo optico consiste no emprêgo de uma câmara clara, procedendo do modo seguinte:

Coloca-se um prisma de reflexão total, *P*, à frente da prova fotográfica *A*. O operador visa junto da aresta do prisma, *(fig. 280)*, de forma a ver ao mesmo tempo a imagem reflectida da prova e a fôlha de papel, *D*, posta por baixo do prisma, e vai desenhando as linhas dessa imagem projectadas sôbre a superfície do papel.

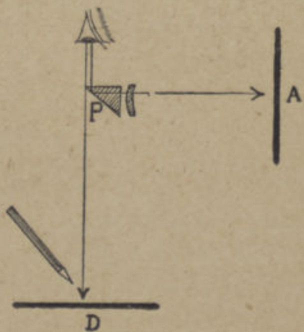


Fig. 280

405 — **Adaptação à escala da planta.** — Se tivermos na fôlha do desenho, na escala de restituïção que desejamos, quatro pontos conhecidos que estejam também na fotografia, podendo conseguir-se variar as posições dos suportes da prova, do desenho e do prisma, uns em relação aos outros, é possível, por tentativas, fazer a coincidência das imagens dêsses quatro pontos da prova, com os seus homólogos do desenho, e obter assim a transformação na escala de restituïção desejada.

Para conseguir com maior rapidez a posição de restituïção, abreviam-se as tentativas para êsse fim, fazendo uso duma câmara clara como a representada na *(fig. 281)*.

Coloca-se a prova em posição paralela à aresta do prisma e a uma distância dêste igual à distância focal do aparelho fotográfico.

A figura representa, como se disse, uma câmara clara compreendendo a prova fotográfica *A*, o prisma *P* e a prancheta com a fôlha do desenho *D*, com dispositivos articulados de forma a conseguir-se, por tentativas, a posição da restituïção.

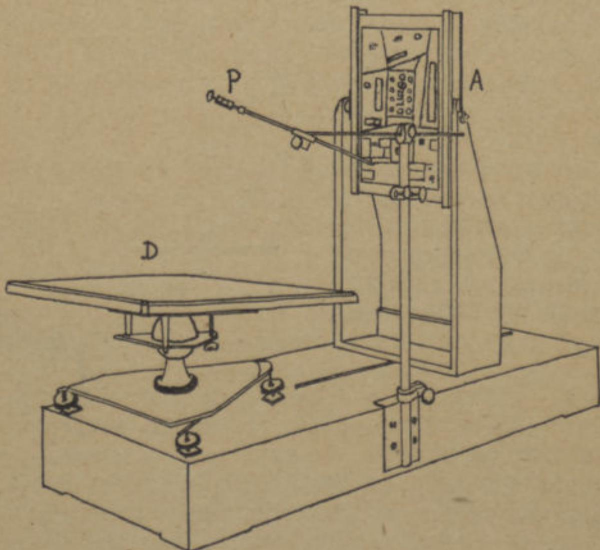


Fig. 281

406 — **Processos gráficos.** — Estes processos são baseados nas propriedades geométricas da perspectiva, a saber:

1.° — Uma recta tem por perspectiva uma recta.
2.° — A perspectiva do ponto de intersecção de duas rectas é a intersecção das perspectivas dessas mesmas rectas.

Pela aplicação destas propriedades podemos restituir os pontos da fotografia que estejam colocados nas intersecções de rectas conhecidas traçando as suas perspectivas e determinando a seguir as projecções das intersecções.

Faz-se depois a restituïção de tôdas as rectas que ligam, dois a dois, os pontos de restituïção já achados e ligam-se dois a dois os pontos de intersecção que se forem obtendo.

Vamos conseguindo assim, sucessivamente, figuras homólogas, cada vez mais pequenas, onde fàcilmente se marcarão as posições de diferentes pontos de detalhe.

Podemos ainda empregar o processo gráfico, mais rápido e preciso, baseado nas propriedades das relações anarmónicas, que, como vimos, se conservam na perspectiva.

Estes processos são, todavia, pouco práticos por serem morosos e muito confusos pelo grande número de linhas traçadas sôbre o desenho, o que pode conduzir a êrros.

407 — **Processos foto-mecânicos.** — Pelos processos foto-mecânicos podemos obter mais ràpidamente e com maior precisão a transformação do *cliché*, com a vantagem da operação não depender da maior ou menor habilidade do operador que trabalhe com a câmara clara.

Empregam-se, para êste fim, os foto-restituídores.

408 — **Foto-restituídor Roussilhe.** — O foto-restituídor Roussilhe compõe-se *(fig. 282)* de uma mesa *M*, de cêrca de 4^m de comprimento, bem sólida, sôbre a qual funcionam: uma câmara de luz, *C*, para projectar os *clichés* sôbre o *écran* ou alvo, o *porta-clichés P*, uma objectiva *O* e um alvo, *A*, de vidro sôbre o qual se coloca uma fôlha de papel.

As distâncias entre a objectiva, o *porta-clichés* e o alvo variam entre si por meio de movimentos ao longo da mesa, indicados em graduações existentes na mesma.

Sectores graduados colocados ao lado do *porta--clichés* e do alvo permitem medir as suas inclinações sôbre o eixo optico, necessárias à transformação.

Uma lâmpada eléctrica colocada dentro da câmara *C* projecta a imagem do *cliché* sôbre o alvo.

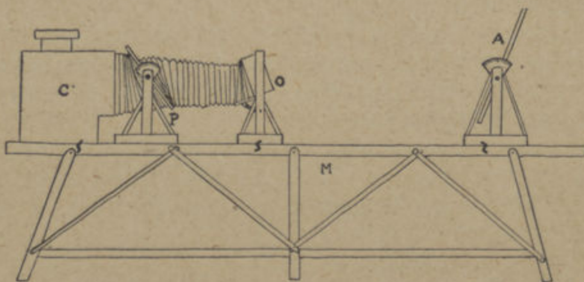


Fig. 282

O alvo está fixo a um suporte podendo tomar várias posições por translação, ou ainda pela rotação em torno do seu eixo.

Marcando no papel do alvo três ou mais pontos que figuram na chapa fotográfica e cujas posições topográficas são conhecidas, tendo em atenção a escala em que pretendemos representar o terreno, e fazendo variar, por tentativas, as posições relativas do *cliché*, da objectiva e do alvo, obteremos a coïncidência daqueles pontos com os pontos homólogos dos do terreno.

Sôbre o alvo incidem igualmente as imagens dos outros pontos do *cliché*, necessários para a elaboração da carta topográfica na escala requerida.

Essa operação pode ser simplificada empregando ábacos ou gráficos, construídos préviamente segundo as equações necessárias á restituïção, que se ajustam por aproximações sucessivas. O resto é obra da preparação técnica, da paciência e da habilidade do operador.

Concluída a restituïção, coloca-se no alvo uma fôlha de papel sensível na qual se projecta o desenho obtido em papel transparente; e, depois de feita a revelação e a fixação pelos processos conhecidos, poderemos tirar qualquer número de exemplares.

LXVII — Aparelhos para restituïção automática

409 — Diversos aparelhos têm sido construídos com o fim de se obter automàticamente a restituïção ou planigrafia das fotografias aéreas.

Os processos estudados, são, como se viu, laboriosos, lentos e dão uma restituïção incompleta.

Operando em vôo sôbre um terreno plano e sendo as fotografias rigorosamente verticais, o problema seria da maior simplicidade e a fotografia aérea seria por si só uma carta topográfica que bastaria reduzir ou ampliar conforme a escala desejada.

Na prática, porém, tais fotografias são, por assim dizer, irrealizaveis devido ás inevitáveis oscilações do avião, causa de deformações por falta de paralelismo dos planos, deformações que aumentam com a altitude de vôo. Ficam, assim, as fotografias longe de satisfazerem ás condições da restituïção estéreofotográfica.

Para corrigir, dentro de certos limites, essas deformações, construiram-se aparelhos de restituïção automática com que se obtêm cartas por meio de reprojecções.

Entre os aparelhos construídos, notabilizam-se: *Autocartógrafo Hugershoff*, *fotocartógrafo Nistri*, *foto-restituidor R. Freber*, *transformador Zeiss* e *estereoplanígrafo Zeiss*.

Descreveremos os dois últimos.

410 — **Transformador Zeiss.** — Êste aparelho está disposto verticalmente, sendo o eixo de referência a recta de junção do centro do *cliché* com o centro de projecção. Consta essencialmente de um *porta-clichés* com um dispositivo iluminante, duma objectiva de projecção e dum *écran* ou alvo de projecção sobrepostos verticalmente. O alvo pode ùnicamente fazer-se inclinar, enquanto que a objectiva e o *porta-clichés* obedecem a comandos por forma a obter-se automàticamente a nitidez na formação das imagens, quer se trate de aumento quer de redução do *cliché* e ainda de mudanças de inclinação do *écran* sem necessitar de outros movimentos.

Utiliza chapas ou películas de formato 18 $\times$ 24, devendo no último caso utilizar-se um *porta-clichés* especial.

A iluminação faz-se com uma lâmpada de 50 *watts*, o que evita um aquecimento excessivo.

Para se efectuar a transformação é suficiente que se dê a correspondência perspectiva da carta e da imagem, isto é, quatro pontos da carta deverão coincidir com as projecções, sôbre o alvo, de quatro pontos homólogos do *cliché*.

São dispensados os cálculos para fazer esta operação, bastando um perfeito ajustamento do aparelho, que se consegue por meio de 5 reguladores independentes cuja acção permite realizar ràpidamente a posição perspectiva dos quatro pontos dados com os seus homólogos. É necessário que a direcção da fotografia não se afaste da vertical mais de 40 graus.

411 — **Estereoplanígrafo Zeiss.** — O estereoplanígrafo *Zeiss* é um aparelho de projecção dupla destinado à restituição de estereogramas tirados com quaisquer eixos de orientação, quer se trate de fotografias aéreas e fotografias verticais em série, de fotografias oblíquas ou de fotografias panorâmicas terrestres.

Quando se fotografa uma païsagem, os raios luminosos partindo dos diversos pontos do terreno atravessam as objectivas das câmaras fotográficas e produzem as imagens dêstes pontos na camada sensível; no estereoplanígrafo a marcha dos raios é inversa.

Os raios partem dos pontos das imagens iluminados, emergem o sistema de duas câmaras e geram o modêlo estereoscópico em escala. Êste modêlo é observado binocularmente e, ao mesmo tempo, um indice de referência, visto no espaço, assinala os deslocamentos planimétricos na mesa do desenho, como com um pantografo.

Lê-se num indicador de altitudes a grandeza dos desniveis.

A escala da restituição pode variar entre limites extensos, independentemente da escala dos *clichés*.

O indicador de altitudes permite também o registo das alturas directamente na escala da restituição.

As câmaras de projecção correspondem às câmaras fotográficas em formato e distância focal.

O estereoplanígrafo tem a vantagem especial de permitir também a restituição de levantamentos, com as câmaras agrupadas (duas ou quatro). Utilizam-se para êste efeito câmaras especiais de restituição.

A orientação mútua consegue-se sem cálculo.

A determinação da orientação e do comprimento da base são operações abreviadas, pelo facto de as duas câmaras poderem inclinar-se em relação a um eixo e terem uma conversão comum.

O estereoplanígrafo tem também um dispositivo especial de transposição optica para a restituição contínua de fotografias em série, assim como para transpor espaços onde não haja pontos fixos. Êste dispositivo é particularmente vantajoso para a restituição de séries quando se trabalha com câmaras duplas ou quádruplas.

Durante tôda a restituição o operador consegue sempre o máximo efeito de relêvo.

ÍNDICE

Preliminares

Figurado do terreno

Cartas corográficas e topográficas

Orientação

Agrimensura

Meios práticos para avaliação de distâncias e alturas acessíveis e inacessíveis

Levantamentos Topográficos

Operações trignométricas

Instrumentos usados em topografia

Levantamentos à vista e por informações Reconhecimentos e itinerários

Perspectiva panorâmica — Desenho panorâmico militar

Fototopografia

Estereofototopografia

Aérofototopografia

LIVRARIA
BERTRAND·1732