1

THEORIA E DESCRIPÇÃO

DE

DOIS NOVOS INSTRUMENTOS TOPOGRAPHICOS

ALIDADE TACHYMETRO E NIVEL DE OCULO

MEMORIA APRESENTADA

Á ACADEMIA REAL DAS SCIENCIAS DE LISBOA

POR

JUNIO GUALBERTO BETTENCOURT RODRIGUES

Tenente-coronel de Engenheria

LISBOA

Typographia da Academia Real das Sciencias

1893

Que na primeira pagina d'este trabalho eu veja o nome do meu irmão fallecido

JOSÉ JULIO RODRIGUES

Antigo professor de chimica na Escola Polytechnica de Lisboa,
Socio correspondente da Academia Real das Sciencias,
Commendador da Ordem de S. Thiago,
Cavalleiro da Legião de Honra,
Official de Instrucção Publica de França
etc., etc.

e que esse nome aqui signifique a minha muita gratidão, o meu profundo respeito, e a minha immensa saudade de um irmão tão querido.

Ponta Delgada, outubro de 1893.

Junio Rodrigues

Tendo sido em agosto de 1889 auctorizado pelo Ministerio da guerra a ir estudar na Exposição Universal de Paris os instrumentos de topographia mais notaveis, que ahi fossem apresentados, era nosso fim principal colher, pelo exame d'esses instrumentos, os esclarecimentos precisos para podermos introduzir nos dois instrumentos topographicos de nossa invenção «a alidade tachymetro destinada ao levantamento de plantas cotadas, por meio da prancheta, e um nivel de oculo de systema completamente novo» todos os aperfeiçoamentos debaixo do ponto de vista da sua construcção, tendentes a tornal-os verdadeiramente praticos, e poderem assim satisfazer completamente ao fim para que são destinados.

Suppomos ter conseguido este resultado.

Embora a theoria da alidade tachymetro, que em novembro de 1885 exposemos em uma memoria apresentada ao Commando geral de engenheria, seja precisamente a mesma em que se funda a alidade tachymetro, que agora vamos estudar e descrever minuciosamente, ha todavia, na sua disposição geral, uma differença importante entre esses dois instrumentos.

Foi construido em 1886 por ordem do Ministerio da guerra o primeiro modêlo da nossa alidade, e tivemos mais tarde a satisfação de ver confirmada a vantagem pratica d'esse instrumento, tal como o projectámos, pelos muitos pontos de semelhança que se notam entre elle e outros instrumentos topographicos que teem sido ultimamente construidos no estrangeiro. Citaremos os tacheometros Wagner-Fennel, construidos na Allemanha, e descriptos em 1887 em uma memoria publicada pela livraria de Gauthier-Villars em Paris. N'esses tacheometros, que tambem se prestam a servir como alidades de prancheta, a sua disposição geral é muito semelhante á que tinhamos dado á alidade tachymetro. O modo de trabalhar com esses tacheometros em pouco differe do que indicámos para a nossa alidade.

Não bastam theorias, por muito boas que sejam, para se ajuizar de um instrumento topographico. Pode esse instrumento fundar-se em principios rigorosamente exactos, e ser praticamente detestavel. Só se poderá formar um juizo seguro sobre tal assumpto, quando uma longa pratica de trabalhos de planimetria e nivelamento nos permitta conhecer os inconvenientes dos instrumentos ordinariamente empregados para esse fim, e avaliar portanto devidamente os meios propostos para elles se evitarem. Tendo tido em Paris occasião de falar com alguns engenheiros, que se teem distinguido pelos seus estudos em topographia e geodesia, e com os constructores mais notaveis de instrumentos de precisão, podémos obter muitos esclarecimentos, que nos serviram para darmos uma disposição mais pratica, nos seus detalhes de construcção, á alidade tachymetro e ao nivel de oculo de nossa invenção; e cremos que estes dois instrumentos, construidos segundo os desenhos que acompanham esta memoria, deverão satisfazer bem ao seu fim.

Deixariamos de cumprir um dever se, entre os engenheiros e constructores a quem nos dirigimos em Paris, não testemunhassemos aqui o nosso sincero agradecimento ao coronel de engenheria, M. Goulier, e a M. Alfred Berthélemy, pelas muitas informações que da melhor vontade nos prestaram. É o nome de M. Goulier conhecido e respeitado de ha muito por todos os engenheiros, não só pelos trabalhos importantissimos que, sobre topographia e geodesia tem escripto este illustre sabio, como tambem pelos instrumentos de sua invenção, hoje geralmente empregados.

M. Alfred Berthélemy é considerado com justiça como um dos mais distinctos constructores de instrumentos de precisão.

O nivel de oculo, que descrevemos n'esta memoria foi por nós estudado pela primeira vez em 1884, tendo então publicado a descripção d'este instrumento. Differe porém em muito, sob o ponto de vista pratico, o nivel que agora descrevemos, d'aquelle que então estudámos; bastando dizer, para evidenciar essa differença que, com o primeiro modêlo d'este nivel, eram geralmente precisas duas leituras na mira graduada para se determinar a cota de um ponto qualquer do terreno, emquanto que, com o novo modêlo, as cotas de nivel são determinadas por uma simples leitura na mira, e com egual precisão.

Damos tambem agora a demonstração geometrica da theoria do mesmo nivel de oculo.

Cumprindo d'este modo a primeira parte, e a mais importante, do trabalho que nos imposémos, reservamo-nos para mais tarde compendiarmos o estudo e a descripção dos melhores instrumentos topographicos, que ultimamente teem sido inventados e construidos no estrangeiro. Alguns d'estes instrumentos estão já descriptos detalhadamente no excellente tratado de topographia publicado em 1889 por M. Durand-Claye, Pelletan, et Lallemand. Os outros estão na sua maioria descriptos em memorias, que se não encontram facilmente nas livrarias, e que seria por isso conveniente resumir em um só livro. É este trabalho que nos propomos fazer opportunamente, e que teriamos já concluido se nos não faltassem esclarecimentos sobre alguns dos instrumentos topographicos, que foram apresentados na Exposição de Paris, e que, pela ausencia dos seus inventores, apenas podiam ser vistos de longe, guardados em *vitrines* fechadas.

Entre esses instrumentos citarei como verdadeiramente notavel o tacheometro de M. Achille Charnot, distincto engenheiro em Blidah, na Algeria. Este tacheometro permitte-nos determinar rapidamente, e sem calculo, o declive do terreno, e as distancias horizontaes entre os seus differentes pontos. Tivemos occasião de estudar este instrumento pela leitura da memoria que o acompanhava na Exposição de Paris. Soubemos porém, por carta que M. Charnot nos fez a fineza de escrever, que este distincto engenheiro tratava de modificar o seu tacheometro em alguns detalhes de construcção.

Não deixaremos de descrever minuciosamente este instrumento, quando d'elle tivermos os desenhos, que indiquem as suas modificações; na certeza de que elle será muito apreciado por todos os que tenham de proceder a qualquer trabalho topographico.

Os desenhos que acompanham esta memoria foram feitos pelo illustrado capitão de infanteria, o sr. Joaquim Teixeira de Menezes. Agradecendo a este nosso amigo a boa vontade com que assim nos coadjuvou n'este trabalho, cumprimos simplesmente um dever, de que nunca nos poderiamos esquecer.

Lisboa 4 de setembro de 1890.

CONSIDERAÇÕES GERAES

Suppondo projectados sobre um plano horizontal os pontos A, B, C, D..., que definam a configuração e o relevo do terreno, cuja planta topographica se pretenda levantar, as projecções a, b, c, d..., d'esses pontos podem ser consideradas como vertices de figuras planas, taes como $abcd$..., ligadas entre si por um ou mais lados, sendo os angulos d'essas figuras os dos planos verticaes AB, $B\acute{C}$, CD..., que passam respectivamente pelos pontos A e B, B e C, C e D... do terreno, e os seus lados as distancias AB, BC, CD..., entre os mesmos pontos, reduzidas ao horizonte. A topographia ensina-nos a medir a amplitude d'esses angulos e o comprimento d'esses lados; e, dando-nos assim os elementos precisos para a determinação geometrica das figuras $abcd$..., facil será depois marcar sobre o papel os vertices a', b', c', d'..., de uma figura plana $a'b'c'd'$..., semelhante a $abcd$..., quando se haja escolhido para a planta topographica a *escala*, que indique a proporcionalidade dos lados homologos d'essas figuras.

Como, porém, não é bastante para o conhecimento das posições relativas dos differentes pontos do terreno a determinação das suas projecções horizontaes, a topographia ensina-nos tambem a conhecer as distancias verticaes (cotas de nivel) a que esses pontos se acham de um determinado plano horizontal de comparação. E d'este modo se divide a topographia nas duas partes que se completam no estudo da configuração e relevo do terreno: planimetria e nivelamento.

As operações de planimetria reduzem-se todas á resolução dos dois problemas seguintes:

1.º Medir a amplitude de um angulo formado por dois planos verticaes, ou, abstrahindo-se do valor d'esse angulo, represental-o graphicamente sobre o papel.

2.º Medir distancias no terreno, e reduzil-as ao horizonte.

O nivelamento pode ser executado ou pelo methodo geometrico, determinando as intercepções do plano horizontal de comparação com as verticaes dos differentes pontos do terreno; ou, pelo methodo trigonometrico, resolvendo um triangulo rectangulo, em que é conhecido um catheto (distancia horizontal entre os dois pontos, cuja differença de nivel se pretende determinar) e o angulo de inclinação, ou o angulo zenithal, da linha que os une. Este segundo methodo é, porém, menos exacto que o primeiro, porque um pequeno erro no angulo zenithal, ou no angulo de inclinação, pode occasionar um erro consideravel na differença de nivel procurada.

O problema de planimetria: Medição do angulo formado por dois planos verticaes AB e BC, que se interceptam segundo a vertical de um ponto B do terreno, ou a representação graphica d'esse angulo, abstrahindo-se do seu valor numerico, pode ser sempre rapidamente resolvido, e com o rigor sufficiente em todos os casos, quando, posto em estação no ponto B um goniometro ou um goniographo, podermos visar com o oculo, ou com a alidade de pinulas, de qualquer d'esses instrumentos, o *jalon* ou a bandeirola collocada verticalmente em cada um dos pontos A e C.

Não succede o mesmo com a determinação das distancias, quando estas teem de ser medidas directamente sobre o terreno. Sejam A e B dois pontos, cuja distancia horizontal $A'B$ se pretende determinar (fig. 1).

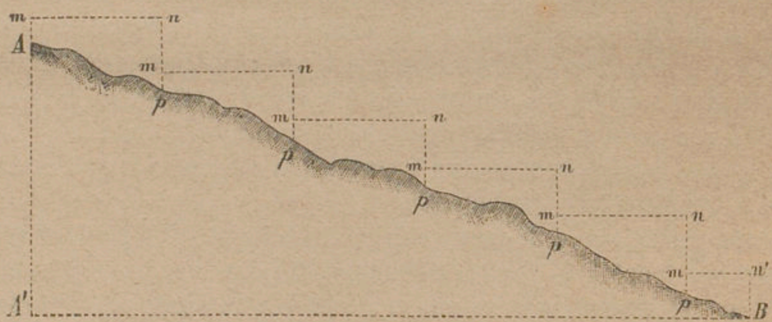


Fig. 1

Suppondo horizontaes as rectas mn e mn', e verticaes as rectas mA, np e $n'B$, será $A'B = 5 \times mn + mn'$, e portanto, se mn representar o comprimento de uma cadeia de agrimensor, e mn' uma fracção determinada d'esse comprimento, será conhecida a distancia horizontal $A'B$ entre os pontos A e B. É este o processo seguido nas medições directas, quando o terreno é inclinado, ou quando, sendo horizontal, não se possa assentar sobre elle a cadeia por causa da vegetação, o que obrigará a fazer cada uma das medições parciaes mn e mn' extendendo a cadeia a uma certa altura do terreno.

Para que a medição de $A'B$ fosse exacta seria preciso realizarem-se as condições seguintes:

1.º Ser a cadeia horizontal em cada uma das suas posições mn e em mn'.

2.º Conservar-se sempre, em todas essas posições, no plano vertical do alinhamento AB.

3.º Serem verticaes as linhas mA, np, e $n'B'$.

Em virtude do seu proprio peso a cadeia não pode ser extendida horizontalmente a uma certa altura acima do terreno, quando fôr apenas segura nos seus extremos e desapoiada nos pontos intermedios, porque n'este caso ella tomará sempre uma curvatura maior ou menor, conforme a tensão a que fôr sujeita. D'ahi um erro na medição.

Abstrahindo da curvatura (catenaria) da cadeia, tambem os extremos d'esta não estarão geralmente na mesma horizontal, o que é origem de outro erro. A segunda condição, que apontámos, deixará facilmente de ser realizada; e, finalmente os pontos p (fig. 1) que se determinam por meio de fichas chumbadas, que do extremo n da cadeia se deixam cahir verticalmente sobre o terreno nas differentes medições parciaes, tambem não corresponderão muitas vezes á vertical de n. Vê-se portanto que, sendo empregada a cadeia de agrimensor, podemos ser levados a um erro importante nas medições de distancias horizontaes; e é por isso que, quando o terreno conserve uma inclinação constante entre os dois pontos, cuja distancia horizontal se pretenda conhecer, e podermos assentar directamente sobre elle a cadeia, se torna preferivel em alguns casos fazer a medição segundo o declive do terreno, e reduzir depois ao horizonte, pelos processos conhecidos, a distancia achada. As medições de distancias por meio da cadeia de agrimensor podem fazer-se em terreno sensivelmente horizontal, e descoberto de vegetação, com uma approximação de $0^m,01$ em 10 metros. Quando o terreno fôr muito inclinado o erro n'essas medições pode attingir $0^m,04$ em 10 metros.

Com a fita d'aço fazem-se as medições de distancias do mesmo modo que com a cadeia de agrimensor, sujeitando-nos aos mesmos erros, que apontámos, sendo todavia menos importante o erro que provêm da catenaria, porque, sendo muito menor o peso da fita d'aço, é menor tambem a curvatura que ella toma, quando apoiada apenas nos seus extremos.

Por meio das reguas de madeira pode medir-se no terreno o comprimento de um alinhamento horizontal com a approximação de $\frac{1}{10000}$, mas o cuidado e o tempo, que exige uma medição feita por este processo, fazem com que raras vezes seja empregado em topographia, a não ser que se torne indispensavel um grande rigor na determinação das distancias, como, por exemplo, na medição de uma base de triangulação. Nos trabalhos de topographia será em geral sufficiente a approximação de $\frac{1}{1000}$, e em alguns casos ainda bastará a approximação de $\frac{2}{1000}$, e mesmo a de $\frac{3}{1000}$.

Além dos erros, das impertinencias, e das perdas de tempo, que acompanham sempre a medição directa de distancias, accresce ainda que muitas vezes tal medição se não poderá fazer, quando quaesquer obstaculos, que existam no alinhamento que se pretende medir, não permittam percorrel-o em toda a sua extensão.

Vê-se pois a vantagem do emprego das estadias, que nos permittem determinar rapidamente essas distancias, sem que tenhamos de as medir directamente, e com uma approximação superior á que se obteria com a medição directa, exceptuando o caso em que esta seja feita por meio das reguas topographicas.

Representemos por AOB (fig. 2) uma alidade de pinulas, em que B e A

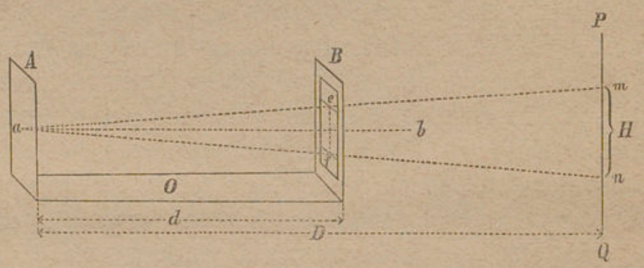


Fig. 2

são respectivamente as pinulas objectiva e ocular. Na pinula B existe uma abertura rectangular, sobre a qual estão assentes dois fios e e f parallelamente á base O da alidade; e na pinula A um pequeno orificio circular a serve de ocular. D'este modo a mira, PQ, assente verticalmente sobre o terreno, será visada de a, sob um angulo visual constante, que tem o seu vertice em a, e cuja amplitude é limitada pelos dois fios e e f da pinula objectiva. Supponhamos que a bissectriz ab do angulo visual eaf é parallela á base O da alidade, e que esta base está em posição horizontal, e sejam:

D ... a distancia da mira á pinula ocular.
d ... a distancia entre as duas pinulas A e B.
h ... a distancia entre os fios e e f da pinula objectiva.
H ... a altura que esses fios interceptam na mira.

Dos triangulos semelhantes eaf e man deduz-se:

$$D : d :: H : h \qquad \text{ou} \qquad D = \frac{d}{h} \times H \text{ .... } (1)$$

Se forem pois conhecidas as quantidades d e h, e lermos na mira o valor de H, teremos os elementos bastantes para se determinar a distancia horizontal D.

Para se determinar o valor da constante $\frac{d}{h}$, sem que tenhamos de medir d e h, lemos na mira, collocada a uma distancia conhecida D', a altura H' interceptada pelos fios e e f da pinula objectiva. Teremos assim:

$$D' = \frac{d}{h} \times H', \qquad \text{ou} \qquad \frac{d}{h} = \frac{D'}{H'}$$

Embora a estadia, de que acabamos de fallar, represente a fórma primitiva d'este genero de instrumentos, ainda hoje se emprega na Austria, para os levantamentos de perfis transversaes nos estudos de caminhos de ferro, uma estadia fundada nos mesmos principios, e que foi apresentada na Exposição de Paris em 1878. [1]

Vamos dar uma idéa rapida d'esse instrumento, que deve ser citado pela muita simplicidade da sua construcção, e pela grande vantagem que resulta de podermos com elle determinar rapidamente as distancias, já reduzidas ao horizonte, pela simples leitura de uma mira graduada.

A pinula objectiva (fig. 3) tem um cursor sobre o qual estão extendidos os dois fios e e f, parallelos á base da alidade, e á distancia h um do outro. Fazendo subir ou descer esse cursor ao longo da pinula objectiva até que a base ef do triangulo eaf se projecte sobre a mira PQ, conseguiremos visar esta mira, embora seja grande a differença de nivel entre o ponto do terreno sobre que ella está assente, e o ponto d'estação do instrumento.

As quantidades h e d (formula 1) teem, por construcção, os valores seguintes:

---

[1] Veja-se «Cours de topographie» de M. Alfred Habets, edição de 1883.

$$h = 0^m,03, \quad d = 0^m,30.$$

Será portanto

$$\frac{d}{h} = \frac{0,30}{0,03} = 10, \qquad e \qquad D = 10 \times H$$

o que quer dizer que, se a mira PQ fôr graduada em centimetros, a distancia D será egual a tantos metros e decimetros, quantos decimetros e centimetros forem n'ella interceptados pelos dois fios e e f da pinula objectiva.

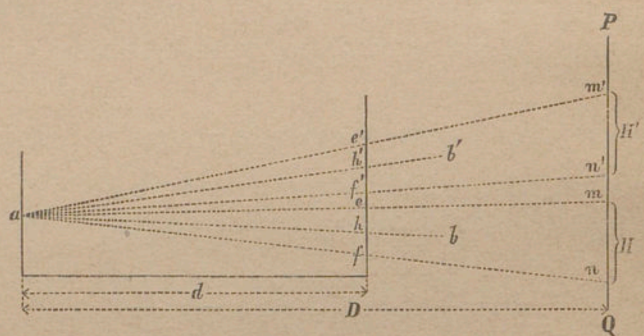


Fig. 3

A distancia $D = 10 \times H$ vem já reduzida ao horizonte, seja qual fôr a inclinação da bissectriz ab do angulo visual eaf. Com effeito, representando por ef e $e'f'$ duas posições differentes do cursor da pinula objectiva, e por e e f, e' e f' as posições respectivas dos seus dois fios, sendo sempre h a distancia entre elles, leremos na mira PQ uma altura $mn = H$ estando o cursor em ef, e uma altura $m'n' = H'$, quando o cursor estiver em $e'f'$.

Pela semelhança dos triangulos, será:

$$\left.\begin{array}{l} m'a : e'a :: H' : h \; \ldots \; m'a = \dfrac{e'a \times H'}{h} \\[2ex] na : fa :: H : h \; \ldots \; na = \dfrac{fa \times H}{h} \end{array}\right\} \frac{m'a}{na} = \frac{e'a}{fa} \times \frac{H'}{H} \; \ldots \quad (2)$$

Mas é tambem:

$$m'a : na :: e'a : fa, \qquad \text{ou} \qquad \frac{m'a}{na} = \frac{e'a}{fa} \; \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Comparando os dois valores (2) e (3) de $\frac{m'a}{na}$ vê-se que é

$$\frac{H'}{H}=1, \text{ ou } H'=H.$$

Sendo constante, como acabamos de ver, o valor de H para qualquer inclinação da bissectriz ab do angulo visual, devemos concluir que esse valor ainda será o mesmo, quando ab fôr horizontal, e portanto que a formula $D=10\times H$ representa, já reduzida ao horizonte, a distancia entre a pinula ocular e a mira PQ.

A principal vantagem do emprego das estadias consiste em podermos determinar com ellas grandes distancias, sem que tenhamos de as medir directamente sobre o terreno. Succede porém que para essas grandes distancias se torna impossivel fazer a olho desarmado a leitura da mira graduada collocada no extremo do alinhamento a medir.

Para se evitar tal inconveniente, as estadias, hoje mais geralmente empregadas, são oculos astronomicos, apropriados á determinação de distancias, e que, por isso, se designam pelo nome de oculos estadimetricos.

Nos oculos estadimetricos o reticulo é formado por tres fios equidistantes mm, dd, e nn, e que serão horizontaes ou verticaes, conforme a leitura da mira se deva fazer em uma mira graduada, que se colloca verticalmente sobre o terreno; ou na mira horizontal graduada de uma mira em cruz. Esses tres fios são cortados perpendicularmente por um outro fio ab, que deverá cruzar-se com o fio central dd no eixo optico do oculo (fig. 4).

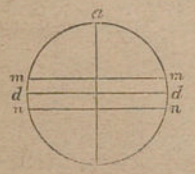


Fig. 4

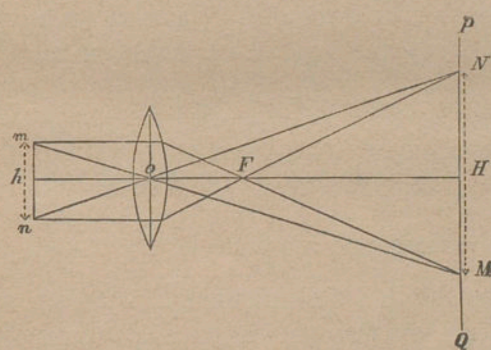


Fig. 5

Para fios do reticulo escolhem-se fios de teia de aranha, ou fios muito finos de casulo de seda. Em alguns instrumentos topographicos, hoje em uso, o reticulo é formado por uma lamina de vidro, em que se acham levemente gravados a diamante quatro traços, que substituem os quatro fios de que acabamos de falar.

Seja O o centro optico da objectiva (fig. 5), $MN=H$ a altura interceptada na mira PQ pelos fios m e n do reticulo, h a distancia entre esses fios, D a distancia entre o centro optico O e a mira, d a distancia entre o mesmo centro optico e o plano mn do reticulo, que deverá sempre levar-se a estar no foco conjugado da mira, e finalmente f a distancia focal principal oF da objectiva.

Da semelhança dos triangulos MoN e mon deduz-se:

$$h : H :: d : D, \qquad \text{ou} \qquad D=\frac{d}{h}\times H \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Para se determinar D bastará conhecerem-se as tres quantidades d, h e H; e para isso arbitramos, por construcção, valores fixos a duas d'essas quantidades, e medimos a terceira. Como nos oculos astronomicos empregados em topographia, e cujas distancias focaes estão comprehendidas entre $0^m,30$ e $0^m,40$, as differenças nos valores de d não excedem $0^m,006$ para distancias D comprehendidas entre 20^m e 800^m, é d uma das quantidades da formula (4) que se considera sempre como tendo um valor fixo.

Restam pois as duas quantidades h e H.

Se h fôr constante, e H uma variavel, que se determinará em cada caso pela leitura da mira graduada, teremos uma estadia de fios fixos; e, reciprocamente, se H fôr constante e h variavel, a estadia será de fios moveis.

As estadias de fios moveis são hoje geralmente pouco empregadas. Devemos porém citar entre ellas a «estadia eclimetro aperfeiçoada do Commandante Vanleem» que nos parece dever prestar grandes serviços em alguns casos.

Temos supposto que a distancia D é proporcional á altura H interceptada na mira pelos fios do reticulo, o que não é exacto porque na formula $D=\frac{d}{h}\times H$ a relação $\frac{d}{h}$ não é uma constante.

A quantidade d, embora varie muito pouco, como dissemos, varia todavia com D segundo a formula conhecida das lentes convergentes:

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{D}=\frac{1}{f} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

sendo f a distancia focal principal da objectiva. Da formula (5) deduz-se

$$\frac{D}{d}=\frac{D-f}{f}$$

Por outro lado temos

$$\frac{D}{d}=\frac{H}{h}$$

e portanto:

$$\frac{H}{h}=\frac{D-f}{f}$$

Para uma distancia D' seria

$$\frac{H'}{h}=\frac{D'-f}{f}$$

d'onde se conclue que é

$$\frac{H'}{H}=\frac{D'-f}{D-f}$$

Vê-se pois que as alturas interceptadas na mira pelos fios do reticulo são proporcionaes ás distancias d'essa mira ao foco principal F anterior da objectiva, (fig. 6) e que, por isso, a estadia nos dá unicamente a distancia $D'=FB$,

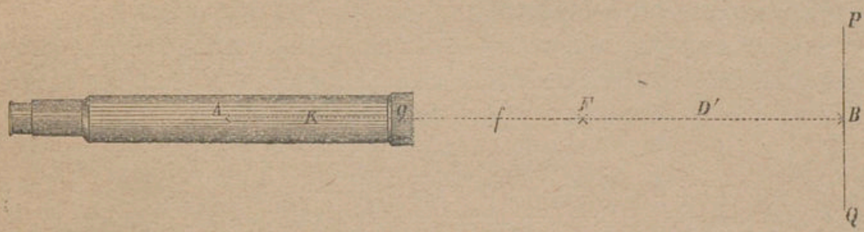


Fig. 6

quando o que se precisa conhecer è a distancia D entre a mira e a vertical do ponto d'estação do instrumento.

Nos oculos estadimetricos, quando postos em estacão, a vertical d'esse ponto d'estação passa geralmente pelo eixo de rotação A do oculo (fig. 6), e a distancia a conhecer será:

$$D=D'+f+k=D'+K$$

Teremos pois de fazer nas distancias D' dadas pela estadia uma correcção representada por K. O valor d'esta correcção varia, nos instrumentos hoje mais em uso, entre $0^{m},45$ e $0^{m},50$.

Para não nos sujeitarmos ao erro de que viriam acompanhadas as distancias D, se nas distancias D', dadas pelo oculo estadimetrico, não fizessemos por esquecimento a correcção K; e, por outro lado, para se evitar a perda de tempo que resultaria de termos de fazer tal correcção em todas essas distancias D', Mr. Porro, official piemontez, deu em 1852 uma disposição especial ao oculo estadimetrico, intercalando engenhosamente entre a ocular e a objectiva uma outra lente, que nos permitte conseguir que o ponto, a partir do qual as distancias D são proporcionaes ás alturas H interceptadas na mira pelos dois fios extremos do reticulo, esteja situado no eixo optico do oculo em uma posição correspondente ao seu eixo de rotação. Descreveremos esse oculo estadimetrico, a que Mr. Porro deu o nome de oculo anallatico, quando fizermos o estudo do instrumento topographico, de nossa invenção, a «alidade tachymetro».

Na determinação de distancias por meio da estadia temos supposto que a mira assenta verticalmente sobre o terreno, e que a visamos horizontalmente com o oculo estadimetrico, de modo que o plano do reticulo seja parallelo á mira. Poderá isso realisar-se quando fôr pequena a differença de nivel entre e ponto d'estação do instrumento e o ponto do terreno em que a mira está collocada; em terrenos accidentados succederá porém na maioria dos casos que, para se poder visar a mira, tenhamos de dar ao oculo uma inclinação maior ou menor sobre o horizonte.

Supponhamos que a mira $P\,Q$ está assente verticalmente sobre o terreno, e que a visamos sob uma inclinação α do eixo optico FB (fig. 7) do oculo estadimetrico, sendo F o foco principal anterior da objectiva.

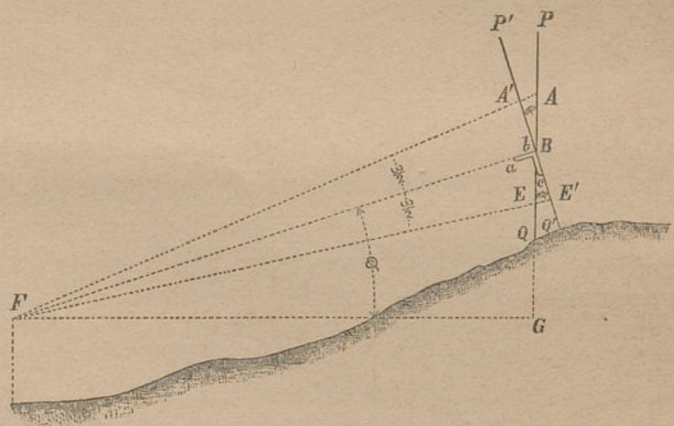


Fig. 7

A distancia $D'=FB$ è, como vimos, proporcional ao comprimento $H'=A'E'$ interceptado pelos fios extremos do reticulo em uma mira $P'Q'$ que, passando pelo ponto B seja perpendicular ao eixo optico FB. Assim teremos $D' = C \times H'$, sendo C uma constante, de modo que se fôr, por exemplo, $C = 100$, a cada centimetro lido na mira corresponderá 1 metro para a distancia D'. O comprimento AE interceptado na mira vertical PQ é maior que $A'E'$. Para se conseguir que a leitura da mira se possa fazer sempre perpendicularmente á sua direcção, empregam-se duas miras em cruz formando um angulo de 90° entre si. Colloca-se uma d'essas miras verticalmente sobre o terreno, e ao longo d'ella a outra mira, horizontal, pode subir ou descer por meio de uma corrediça, e ser fixada na altura conveniente para ser visada pelo oculo. Ao meio da mira vertical e no sentido do seu comprimento existe uma abertura com duas pinulas dispostas de modo que, visando por ellas, quando o seu plano passar pelo oculo, o plano vertical do eixo optico seja perpendicular á mira horizontal.

Ambas as miras são graduadas em centimetros. As leituras feitas na mira horizontal dão-nos as distancias D'. A graduação da mira vertical serve para se determinarem tambem as cotas de nivel, como teremos occasião de vêr.

Em logar das miras em cruz pode empregar-se uma mira graduada e fixa ao braço bc de um esquadro metallico abc (fig. 7). Este esquadro pode ter movimento de rotação em torno de um eixo, que lhe é perpendicular, e que passa pelo seu vertice b, e pode tambem além d'isso subir ou descer ao longo de um supporte PQ. Collocando esse supporte verticalmente sobre o ponto Q do terreno, o porta-mira faz subir ou descer o esquadro abc ao longo de PQ, e visando pelo lado ab do esquadro dá a este a rotação precisa em torno do seu eixo para que ab esteja no prolongamento do oculo. Fixa depois o esquadro n'essa posição, e assim se terá conseguido que a mira $P'Q'$ seja perpendicular ao eixo do oculo.

O emprego de qualquer d'esses dois systemas de mira, de que acabámos de falar, exige da parte do porta-mira uma grande attenção, e uma certa pratica, para que se consiga o fim que se pretende: e por este motivo, e porque é relativamente facil o collocar uma mira verticalmente sobre o terreno, quando ella seja acompanhada de um fio de prumo, ou de um pequeno nivel espherico, prefere-se em muitos casos determinar a distancia D' por meio da leitura AE feita em uma mira vertical PQ, corrigindo-se depois o erro que provém d'essa falsa leitura, e que attinge a $15^m,43$ para uma distancia $D' = 100$ metros, quando a inclinação do eixo optico FB fôr $\alpha = 30°$, e na formula $D' = C \times H'$ fôr $C = 100$.

Suppondo pois que os fios extremos do reticulo interceptam na mira vertical PQ (fig. 7) um comprimento AE, e sabendo-se que é $D' = C \times A'E'$, conhecer-se-ha qual a correcção a fazer no valor da distancia D' dado pela leitura na mira vertical PQ, logo que se tenha determinado o valor da relação $\frac{A'E'}{AE}=\varphi$, porque assim teremos:

$$A'E'=AE\times\varphi,$$

e portanto

$$D'=C\times AE\times\varphi \text{.....................} \quad (6)$$

Sejam ω o angulo estadimetrico AFE e α o angulo que o eixo optico FB faz com a horizontal. Nos triangulos ABA' e EBE' teremos os angulos

$$ABA'=EBE'=\alpha,$$

e as relações

$$\frac{BA}{BA'}=\frac{\text{sen } A'}{\text{sen } A}, \qquad \frac{BE}{BE'}=\frac{\text{sen } E'}{\text{sen } E}$$

e, por ser

$$BE'=BA', \qquad A'=A+\alpha \qquad \text{ou} \qquad A=A'-\alpha,$$

$$E=E'+\alpha, \qquad E'=A' \qquad \text{ou} \qquad E=A'+\alpha,$$

teremos

$$\frac{BA}{BA'}=\frac{\text{sen } A'}{\text{sen }(A'-\alpha)} \text{.....................} \quad (7)$$

$$\frac{BE}{BA'}=\frac{\text{sen } A'}{\text{sen }(A'+\alpha)} \text{.....................} \quad (8)$$

Dos valores (7) e (8) deduz-se:

$$\frac{BA+BE}{BA'}=\frac{AE}{BA'}=\text{sen } A'\left[\frac{1}{\text{sen }(A'-\alpha)}+\frac{1}{\text{sen }(A'+\alpha)}\right],$$

mas é

$$A'=90^\circ-\frac{\omega}{2},$$

e portanto teremos:

$$\frac{AE}{BA'}=\cos\frac{\omega}{2}\left[\frac{1}{\cos\left(\alpha+\frac{\omega}{2}\right)}+\frac{1}{\cos\left(\alpha-\frac{\omega}{2}\right)}\right]=\cos\frac{\omega}{2}\left[\frac{\cos\left(\alpha-\frac{\omega}{2}\right)+\cos\left(\alpha+\frac{\omega}{2}\right)}{\cos\left(\alpha+\frac{\omega}{2}\right)\cos\left(\alpha-\frac{\omega}{2}\right)}\right]$$

ou

$$\frac{AE}{BA'}=2\cos^2\frac{\omega}{2}\left[\frac{\cos\alpha}{\cos^2\alpha\cos^2\frac{\omega}{2}-\text{sen}^2\,\alpha\,\text{sen}^2\frac{\omega}{2}}\right]$$

$$\frac{BA'}{AE}=\frac{\cos^2\alpha\cos^2\frac{\omega}{2}-\operatorname{sen}^2\alpha\operatorname{sen}^2\frac{\omega}{2}}{2\cos^2\frac{\omega}{2}\cos\alpha},$$

ou

$$\frac{2BA'}{AE}=\frac{A'E'}{AE}=\varphi=\cos\alpha-\operatorname{tang}\alpha\times\operatorname{sen}\alpha\times\operatorname{tang}^2\frac{\omega}{2}\ldots\ldots \quad (9)$$

O maior valor da expressão $\operatorname{tang}\alpha\times\operatorname{sen}\alpha\times\operatorname{tang}^2\frac{\omega}{2}$ corresponderá ao maior valor do angulo α visto ser ω constante, e podemos admittir como limite maximo da inclinação do eixo optico do oculo estadimetrico: $\alpha=30°$.

Suppondo pois (fig. 7) que é $\alpha=30°$, e que na formula $FB=C\times A'E'$ é $C=100$, teremos

$$\frac{A'E'}{FB}=\frac{1}{100},\qquad \frac{A'B}{FB}=\operatorname{tang}\frac{\omega}{2}=\frac{1}{200}=0{,}005$$

$$\operatorname{tang}^2\frac{\omega}{2}=0{,}000025;\qquad \operatorname{sen}\alpha=\operatorname{sen}30°=0{,}5;\qquad \operatorname{tang}\alpha=0{,}57735$$

Substituindo estes valores em (9) será:

$$\frac{A'E'}{AE}=\varphi=\cos\alpha-0{,}57735\times0{,}5\times0{,}000025=\cos\alpha-0{,}000007$$

ou, sem erro sensivel,

$$\frac{A'E'}{AE}=\varphi=\cos\alpha$$

D'este valor de φ e da formula (6) deduz-se:

$$D'=C\times AE\times\cos\alpha$$

Sendo $C\times AE$ a distancia que se deduz da leitura AE na mira vertical PQ, fazendo: $C\times AE=l$, e chamando $D'_h=FG$, a distancia D' reduzida ao horizonte, será:

$$D'_h=D'\times\cos\alpha=l\times\cos^2\alpha,\qquad \text{ou}\qquad D'_h=l-l\times\operatorname{sen}^2\alpha.. \quad (10)$$

A formula (10) dá-nos pois as distancias reduzidas ao horizonte, quando a leitura da mira vertical é feita sob a inclinação α do eixo optico do oculo.

Esta formula pode ser calculada para cada distancia ou por meio de tabellas especiaes, ou empregando reguas logarithmicas. Em alguns instrumentos modernos de topographia, a distancia entre o ponto de estação do instrumento e a vertical do ponto do terreno, determinada segundo a direcção do eixo optico, é reduzida automaticamente ao horizonte, como teremos occasião de vêr.

Com esses instrumentos podem tambem determinar-se rapidamente, além das distancias, as cotas de nivel dos differentes pontos do terreno, e os angulos dos planos verticaes que passam por esses pontos e pelo ponto de estação do instrumento, permittindo-nos assim conhecer em menos de metade do tempo, que exigiriam os processos ordinarios, todos os elementos precisos para a planimetria e nivelamento de um terreno qualquer.

Descreveremos uma alidade de oculo, a que dêmos o nome de «alidade tachymetro» destinada ao levantamento de plantas e nivelamentos por meio de prancheta, e que foi por nós estudada em 1885.

Existe no Commando geral de engenheria, em Lisboa, um modelo da nossa alidade, mandado construir pelo Ministerio da guerra; e, tendo trabalhado com esse instrumento, podémos conhecer praticamente quaes as modificações que seria conveniente realizar em alguns detalhes da sua construcção, para melhor satisfazer ao fim a que é destinado.

Com a alidade tachymetro poder-se-hão determinar distancias até 150 metros segundo a direcção do eixo optico, ou reduzidas ao horizonte, com o erro de $0^{m},05$.

Conhecidas essas distancias, o instrumento permitte-nos marcar automaticamente, por meio de um estilete, sobre a superficie da prancheta, as projecções horizontaes dos differentes pontos do terreno nas posições que elles devem occupar na planta topographica. As cotas de nivel podem tambem ser determinadas com uma approximação superior a $0^{m},01$.

Alidade tachymetro

Estacionemos no ponto T do terreno (fig. 8) uma prancheta, cuja alidade de oculo tenha ao longo d'este uma regua graduada em millimetros, e com uma inclinação sobre o horizonte egual á do eixo optico, existindo na mesma vertical o ponto o do eixo de rotação do oculo, e o ponto de estação T do instrumento. Se o oculo fôr armado em estadia, de modo que visando com elle uma mira graduada MN, assente verticalmente sobre o terreno no ponto M, possamos determinar, segundo a direcção do eixo optico, a distancia oN entre o eixo de rotação do oculo, e a divisão N da mira, e representarmos por on na regua do oculo a distancia oN reduzida a uma escala escolhida, a vertical mn abaixada do ponto n determinará sobre a superficie horizontal da prancheta a projecção m do ponto M na posição que este ponto deverá occupar na planta.

O mesmo diriamos de todos os outros pontos do terreno, em que podessem ser lidas por meio do oculo da alidade as miras graduadas n'elles assentes verticalmente, realizando-se assim o trabalho de planimetria nas differentes estações da prancheta.

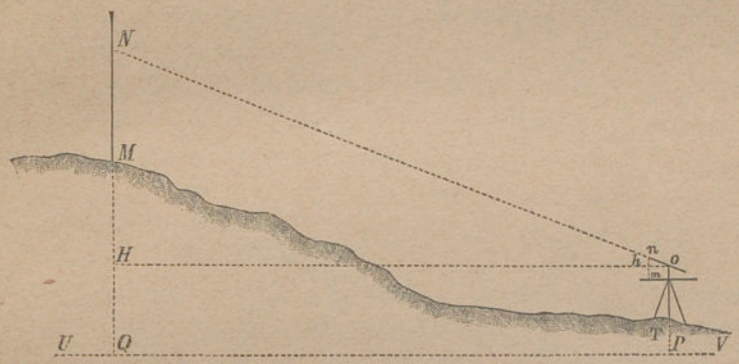


Fig. 8

Se além d'isso podermos determinar na vertical nm (fig. 8) o comprimento nh comprehendido entre o ponto n e o plano horizontal oH do eixo de rotação do oculo, conheceremos immediatamente a altura $NH=l$ da divisão N da mira sobre o mesmo plano horizontal, por isso que nh representa NH na escala escolhida para a distancia ON. Suppondo determinada, pelo modo que acabamos de indicar, a quantidade $NH=l$; lida na mira a altura $NM=m$ da divisão N da mesma sobre o ponto M do terreno, medida a altura $oT=a$ do eixo de rotação do oculo sobre o ponto T de estação do instrumento, e suppondo conhecida tambem a cota C d'esse ponto de estação, teremos todos os elementos precisos para se determinar a cota C' do ponto M, o que facilmente se verá nos differentes perfis de terreno, que vamos suppor entre T e M.

Sendo C a cota do ponto T, e $a=oT$ a altura sobre o terreno do eixo de rotação o do oculo, será a cota d'este eixo: $C_o=C+a$, e, representando por UV o plano horizontal de comparação a que se referem as cotas de nivel, teremos, para qualquer perfil de terreno entre os pontos T e M (fig. 8, 9, 10 e 11)

$$C=TP, \qquad a=oT, \qquad C_o=C+a=oP=HQ$$

$$NH=l, \qquad NM=m, \qquad C'=MQ$$

Na figura 8 será:

$$C' = MQ = HQ + NH - NM$$

ou

$$C' = C_o + l - m$$

Na figura 9 é:

$$C' = MQ = HQ - HM = HQ - (HN + NM)$$

ou

$$C' = C_o - (l + m)$$

ou

$$C' = C_o + (-l) - m$$

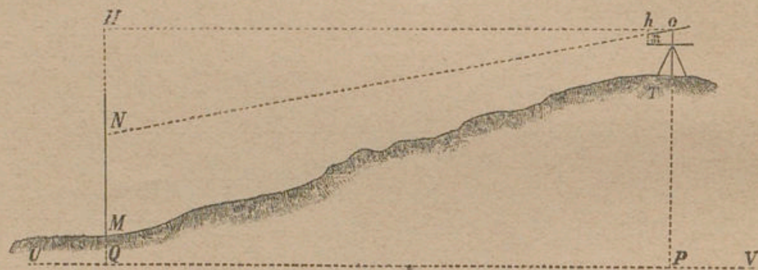


Fig. 9

Se o perfil do terreno fosse representado na (fig. 10) teria-mos:

$$C' = MQ = HQ + NH - NM$$

ou

$$C' = C_o + l - m$$

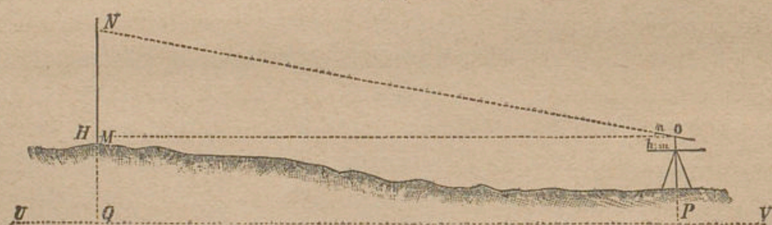


Fig. 10

Finalmente na figura 11 será:

$$C' = MQ = HQ - HM = HQ - (HN + NM)$$

ou

$$C' = C_o - (l + m) = C_o + (-l) - m$$

Vê-se pois que a formula:

$$C' = (C_0 + l) - m \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

é applicavel em todos os casos, devendo attender-se ao verdadeiro signal da quantidade l, que é positiva ou negativa conforme o eixo optico do oculo, ao visarmos a mira collocada no ponto M, fôr dirigido para cima ou para baixo do plano horizontal oH do eixo de rotação do oculo.

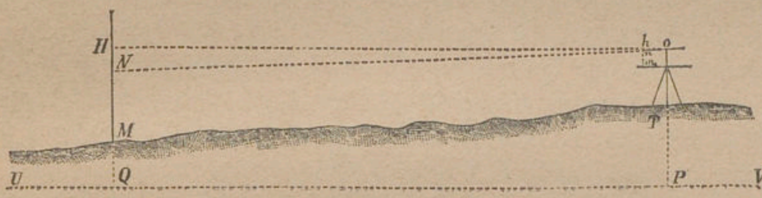


Fig. 11

Do que acabamos de dizer conclue-se que os trabalhos de planimetria e nivelamento se poderão realizar simultaneamente empregando uma prancheta e uma alidade de oculo, quando esta satisfaça ás condições seguintes:

1.ª Ser o oculo armado em estadia de modo a poder se determinar, pela simples leitura de uma mira graduada, a distancia, segundo a direcção do eixo optico, entre a vertical de um ponto qualquer do terreno e a vertical do ponto de estação da prancheta.

2.ª Existir ao longo do oculo uma regua graduada em millimetros, e com uma inclinação sobre o horizonte egual á do eixo optico, na qual se possa marcar a partir do zero da graduação, e em uma escala escolhida, o comprimento correspondente á distancia achada.

3.ª Determinado esse comprimento na regua graduada do oculo, podermos marcar automaticamente sobre a superficie horizontal da prancheta, por meio de um estilete representado theoricamente nas fig. 8, 9, 10 e 11 pela vertical nm, a projecção de um ponto M do terreno na posição que esse ponto deva occupar na planta.

4.ª Podermos lêr na vertical nm (fig. 8, 9, 10 e 11) o comprimento nh comprehendido entre o eixo optico e o plano horizontal do eixo de rotação do oculo.

A alidade tachymetro satisfaz a todas essas condições, permittindo-nos ainda determinar automaticamente a somma algebrica $(C_0 + l)$, que é o primeiro termo do valor de C' (formula 11), sem que tenhamos de nos preoccupar com o signal de l, como se verá pelo estudo a que vamos proceder, e que começaremos pelo

Oculo da alidade

Sejam $L_1 L_1$ e $L_2 L_2$ (fig. 12) duas lentes convergentes de um oculo, cuja objectiva é $L_1 L_1$, e representemos por F_1 e F_2 os focos principaes, e por f_1 e f_2 as distancias focaes d'essas lentes.

Supponhamos que em $n'm'$ está o plano dos fios do micrometro, o qual poderá approximar-se ou afastar-se da lente $L_2 L_2$ e chamemos h a distancia $n'm'$ entre esses fios. Se com o oculo visarmos perpendicularmente á sua direcção uma mira graduada MN assente sobre o terreno, e levarmos o plano do micrometro á posição $n'm'$, em que se projecta a imagem da mira MN, leremos atravez da ocular, entre os fios n' e m', um comprimento H d'essa mira.

A quantidade $h = n'm'$ é uma constante no oculo, e o comprimento H, lido na mira, será maior ou menor conforme esta se achar mais ou menos distante.

Se a lente $L_2 L_2$ fôr collocada no oculo de modo que o seu foco principal F_2 esteja situado entre a objectiva $L_1 L_1$ e o foco principal F_1 d'esta lente, os raios luminosos que se cruzarem em F_2 darão origem com relação á lente $L_1 L_1$ a um foco conjugado virtual C. Este ponto C, centro anallatico do oculo, goza da seguinte propriedade. «A distancia desconhecida $CV = D$ entre o centro anallatico e a mira MN, variando unicamente com o comprimento H lido na mira, é proporcional a H». Para o demonstrarmos notaremos que, se os raios luminosos MB e NA se refrangem atravez da lente $L_1 L_1$ segundo as direcções BF_2 e AF_2, reciprocamente os raios luminosos $F_2 B$ e $F_2 A$, que emanassem de F_2 incidindo sobre a lente $L_1 L_1$, refranger-se-hiam atravez d'esta lente segundo as direcções BM e AN, que se interceptam em C. D'este modo serão rectas as linhas CM e CN, e será CMN um triangulo no qual, fazendo o angulo $MCN = \omega$, teremos:

$$H = 2 \times CV \times \text{tang} \frac{1}{2} \omega,$$

ou

$$CV = \frac{H}{2 \times \text{tang} \frac{1}{2} \omega} = D \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

Na formula (12) o angulo ω é uma constante.

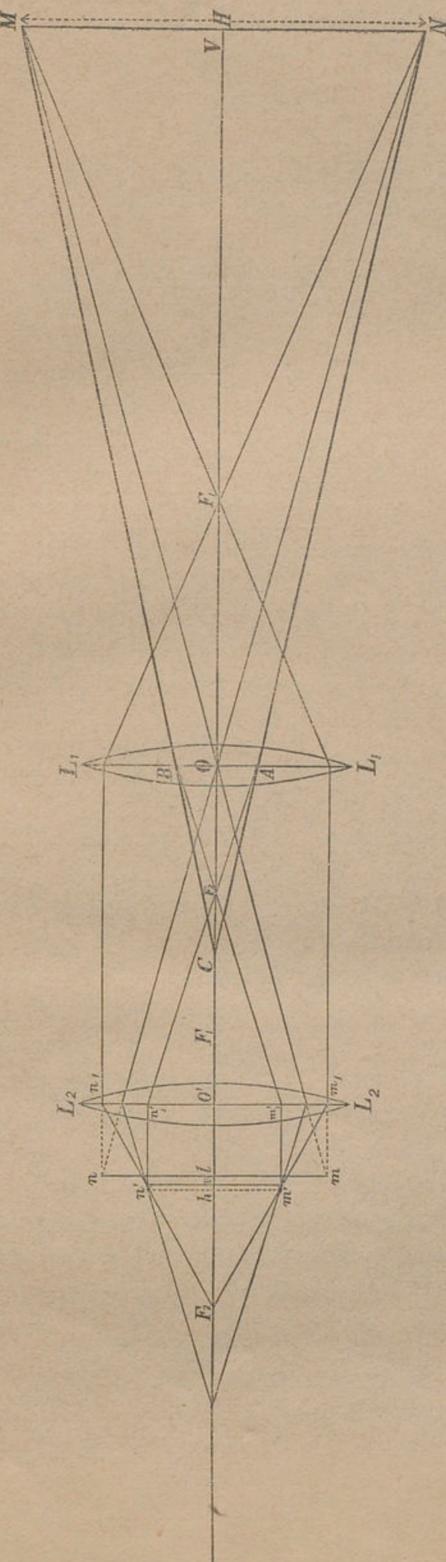


Fig. 12

Com effeito se no triangulo ABC fizermos $AB=x$, $CO=y$, será:

$$2 \operatorname{tang} \frac{1}{2} \omega = \frac{x}{y} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

e, se chamarmos a a distancia entre os centros opticos das lentes $L_1 L_1$ e $L_2 L_2$ do oculo, deduziremos dos triangulos semelhantes $F_2 BA$ e $F_2 n'_1 m'_1$ ser:

$$\frac{x}{a-f_2} = \frac{n'_1 m'_1 = h}{f_2} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

d'onde:

$$x = \frac{h\,(a-f_2)}{f_2}$$

Ora, em virtude da propriedade dos focos conjugados virtuaes, é

$$\frac{1}{a-f_2} - \frac{1}{y} = \frac{1}{f_1} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

e portanto:

$$y = \frac{f_1 (a-f_2)}{f_1 + f_2 - a}$$

Substituindo em (12) os valores achados de x e y teremos:

$$2 \operatorname{tang} \frac{1}{2} \omega = \frac{h\,(f_1 + f_2 - a)}{f_1 f_2},$$

d'onde se conclue, por serem constantes as quantidades h, f_1, f_2 e a, que o angulo ω é tambem constante. E assim fica demonstrado, como pretendiamos, que a distancia CV (formula 12), variando unicamente com o comprimento H lido na mira, é proporcional a H.

A lente $L_2 L_2$ tem o nome de anallatica.

O ponto C, centro anallatico do oculo, deverá corresponder na alidade tachymetro ao eixo de rotação do oculo. Tendo o comprimento do oculo de ser comprehendido entre certos limites, devemos attribuir á distancia a entre os centros opticos das lentes $L_1 L_1$ e $L_2 L_2$ um valor que esteja em harmonia com esse comprimento. Seja: $a = 0^m,23$.

Por outro lado sendo conveniente, por motivo que depois se comprehenderá, que na alidade tachymetro o eixo de rotação do oculo esteja mais proximo da ocular do que da objectiva, e devendo o centro anallatico C corresponder a esse eixo de rotação faremos:

$$y = \frac{5}{6} a = \frac{5}{6} \times 0^m,23 = 0^m,192.$$

Supponhamos tambem:

$$2 \tang \frac{1}{2} \omega = \frac{1}{100},$$

e portanto

$$C\,V = D = \frac{H}{2 \tang \frac{1}{2}\omega} = 100\,H$$

o que equivale a dizer que cada centimetro lido na mira deverá corresponder a uma distancia $D = 1^{m},00$ entre ella e o centro anallatico do oculo. Finalmente seja: $f_1 = 0^{m},35 =$ distancia focal da lente objectiva.

Com estes valores arbitrados ás quantidades:

$$a,\ y,\ f_1, \qquad \text{e} \qquad 2 \tang \frac{1}{2} \omega$$

teremos todos os elementos precisos para se determinar os valores de f_2, x e h, de maneira que o oculo satisfaça ás condições apontadas.

Da formula (15) deduz-se:

$$f_2 = \frac{f_1 (a - y) + a y}{f_1 + y},$$

e portanto

$$f_2 = \frac{0{,}35\,(0{,}23 - 0{,}192) + 0{,}23 \times 0{,}192}{0{,}35 + 0{,}192},$$

ou

$$f_2 = \frac{0{,}0575}{0{,}542} = 0^{m},106.$$

A formula (13) dá-nos:

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{100}, \quad x = \frac{0{,}192}{100} = 0{,}00192.$$

Entrando com este valor de x na formula (14) da qual se deduz:

$$h = \frac{x f_2}{a - f_2},$$

teremos:

$$h = \frac{0{,}00192 \times 0{,}106}{0{,}23 - 0{,}106} = 0^{m},0016.$$

Se no oculo não existisse a lente anallatica $L_2 L_2$ a imagem da parte

$MN = H$ da mira PQ formar-se-hia em nm (fig. 12), e, representando respectivamente por p e p_1 as distancias OV e Ol teriamos:

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p_1}=\frac{1}{f_2}, \qquad \text{ou} \qquad p_1=\frac{pf_1}{p-f_1}.$$

Dos dois triangulos semelhantes MON e nOm deduz-se:

$$nm:H::p_1:p, \quad nm=\frac{Hp_1}{p},$$

e, por ser

$$H=\frac{D}{100} \qquad \text{e} \qquad p=D-y,$$

teremos:

$$nm=\frac{Dp_1}{100(D-y)}; \quad p_1=\frac{pf_1}{p-f_1}=\frac{(D-y)f_1}{(D-y)-f_1},$$

e portanto

$$nm=\frac{D(D-y)f_1}{100(D-y)(D-y-f_1)}=\frac{Df_1}{100(D-y-f_1)}$$

ou

$$nm=\frac{D\times 0{,}35}{100(D-0{,}192-0{,}35)}=\frac{D\times 0{,}35}{100(D-0{,}542)} \dots\dots\dots \quad (16)$$

Fazendo successivamente em (16) $D=1^m{,}00$, $D=150^m{,}0$ teremos:

$$D=1^m{,}00 \dots\dots \ nm=\frac{0{,}35}{100(1-0{,}542)}=0^m{,}0076$$

$$D=150^m{,}00 \dots\dots \ nm=\frac{150\times 0{,}35}{100(150-0{,}542)}=0^m{,}0035.$$

Chamando Z á distancia $O'v$ entre o centro optico da lente anallatica e a imagem $n'm'=h$, deduz-se dos dois triangulos semelhantes $n_{\prime}F_2m_{\prime}$ e $n'F_2m'$

$$f_2-Z:f_2::h:n_{\prime}m_{\prime}=nm,$$

d'onde

$$f_2-Z=\frac{hf_2}{nm}, \qquad \text{ou} \qquad Z=f_2-\frac{hf_2}{nm}.$$

Para $D=1^m{,}00$ achámos:

$$nm=0^m{,}0076.$$

O valor correspondente de Z será:

$$Z=0,106-\frac{0,0016\times 0,106}{0,0076}=0^m,084.$$

Para $D=150^m,00$ vimos ser:

$$nm=0^m,0035,$$

e portanto

$$Z_1=0,106-\frac{0,0016\times 0,106}{0,0035}=0^m,057.$$

Conhecidos assim os valores de Z e Z_1, a tiragem T do oculo será

$$T=Z-Z_1=0^m,084-0^m,057=0^m,027.$$

O comprimento do oculo será

$$C=a+Z_1+\beta,$$

representando por β o espaço occupado pelo systema ocular. Se suppozermos

$$\beta=0^m,03,$$

teremos:

$$C=0^m,23+0^m,057+0^m,03=0^m,317.$$

D'este modo se acham determinados os elementos principaes do oculo da alidade tachymetro, a saber:

f_1 = distancia focal da objectiva = $0^m,35$
f_2 = distancia focal da lente anallatica = $0^m,106$
a = distancia entre os centros opticos das duas lentes = $0^m,23$
h = distancia entre os fios n' e m' do micrometro = $0^m,0016$
T = tiragem do oculo = $0^m,027$
C = comprimento do oculo = $0^m,317$.

A objectiva L_1L_1 é achromatica. A lente anallatica L_2L_2 é plano-convexa, tendo a superficie plana voltada para a ocular. O systema ocular é formado por duas lentes tambem plano-convexas, cujas convexidades estão voltadas uma para a outra, podendo a lente ocular deslocar-se longitudinalmente, approximando-se ou afastando-se do plano do micrometro, até que se vejam nitidamente os fios d'este.

Os valores que arbitrámos ás quantidades a, y e f_1 foram escolhidos depois de calcularmos os elementos principaes do oculo para differentes valores d'essas quantidades, e só depois de algumas tentativas podémos chegar a esses valores, que adoptámos por se prestarem ao fim a que o oculo é destinado.

É certo que muitas vezes será difficil encontrar no mercado lentes, que tenham exactamente uma determinada distancia focal, e, por outro lado, tambem a distancia h entre os fios do micrometro pode, por defeito de construcção, não ser rigorosamente egual á que calculámos. Os erros, que proviriam d'essas duas causas, desapparecem depois de feita no oculo a rectificação, que indicaremos.

Nas leituras da mira graduada pode haver o erro maximo de $\frac{1}{4}$ de centimetro a 100 metros de distancia, e por isso as distancias, segundo a direcção do eixo optico do oculo, serão determinadas com um erro não superior a $0^m,25$ em 100^m, pois que cada centimetro lido na mira corresponde a um metro de distancia.

Veremos porém como a alidade tachymetro se presta á determinação de distancias até 150 metros com o erro de $0^m,05$. O oculo da alidade tachymetro é o oculo anallatico de Porro, empregado tambem no tacheometro. Cada centimetro lido na mira entre os fios extremos do micrometro corresponde no tacheometro a dois metros de distancia, e na alidade tachymetro a um metro, o que caracteriza a principal differença entre os oculos d'estes dois instrumentos.

Descripção da alidade

Á base FG da alidade tachymetro (Est. 1 e 2), e perpendicularmente a essa base, está parafusado o montante CDE, onde se acha cavada a munhoneira do munhão O do oculo AB, que poderá assim mover-se em torno de O. N'esse movimento de rotação o eixo optico deverá descrever um plano, que passe pela linha de fé fg da alidade, e que seja vertical quando esta assentar sobre a superficie horizontal da prancheta.

Querendo dar ao oculo a inclinação precisa para que o eixo optico vá incidir, ou um dos fios extremos do micrometro se projecte, sobre uma divisão determinada da graduação da mira, desapertamos o parafuso de pressão P, e fazemos mover o oculo por meio do tambor dentado T (Est. 2 e 3) que engrena nos dentes do sector MON fixo ao munhão O do oculo. Quando, d'este modo, se tenha dado ao oculo approximadamente a inclinação que elle deva ter, conseguiremos leval-o a essa inclinação por meio do parafuso de reclamo *R* depois de apertado o parafuso de pressão *P*. O micrometro é formado por uma lamina delgada de vidro muito claro, em que estão gravados a diamante quatro traços, dos quaes um deverá ser horizontal quando a base da alidade o fôr tambem, e os outros perpendiculares ao primeiro e equidistantes, sendo, como vimos (pag. 29) de 0^m0016 a distancia h entre os dois fios extremos. O traço horizontal e o traço vertical medio deverão interceptar-se no eixo optico do oculo.

Com a alidade tachymetro empregam-se as duas miras em cruz, a que já nos referimos, formando um angulo de 90° entre si, e ambas graduadas em centimetros, como adeante descreveremos.

Assentando verticalmente em um ponto qualquer do terreno uma d'essas miras, a mais alta, e sendo por isso horizontal a outra mira, a distancia, segundo a direcção do eixo optico, entre a vertical d'esse ponto e a vertical do ponto de estação do instrumento é determinada pela leitura feita na mira horizontal. As braçadeiras do oculo terminam de um lado por um plano vertical, sobre que assenta a regua $abcd$ (Est. 1) graduada em millimetros, e que pode mover-se em torno de um eixo que entra em uma munhoneira cavada na braçadeira $m'n'g'$. Esse movimento realiza-se por meio de dois parafusos p e q que primem a regua $abcd$ em sentidos oppostos; e, sendo assim facil dar-lhe, pelo modo que depois indicaremos, uma inclinação sobre o horizonte egual á do eixo optico, fixamol-a n'essa inclinação por meio do parafuso de pressão *S*.

Ao longo da regua $abcd$ pode mover-se entre duas ranhuras um nonio rs dividido em 20 partes eguaes em uma extensão de 19 millimetros, o que nos permittirá fazer na regua graduada $abcd$ leituras com a approximação de $\frac{0^m,0001}{2}$.

Designaremos pelo nome *escala do oculo* a regua graduada $abcd$ com o seu nonio rs.

Sobre a base da alidade estão solidamente fixados dois montantes KL e SH, ligados tambem entre si por meio de uma regua metallica SQ que é parafusada aos topos superiores d'esses montantes. A regua SQ é parallela á base da alidade, e ao longo da sua face inferior pode mover-se entre duas ranhuras parallelamente á linha de fé fg uma placa metallica rectangular. Do mesmo modo uma outra placa metallica rectangular poderá mover-se tambem sobre a face superior da base FG da alidade entre duas ranhuras e parallelamente á mesma linha de fé. Essas duas placas são parafusadas a dois esquadros $cdeh$ e $c'd'e'h'$ (Est. 1 e 2) ligando-os superior e inferiormente de modo que, formando estes um corpo unico, se conservem sempre perpendiculares á base da alidade, e distanciados entre si do bastante para que entre elles possa mover-se entre duas ranhuras um parallelepipedo U (Est. 2) sobre que assenta um nonio mn (Est. 1) dividido em 20 partes eguaes n'um comprimento de 19 millimetros, o que nos permittirá lêr uma escala graduada em millimetros ao longo do lado vertical do esquadro $c'd'e'h'$ com a approximação de $\frac{0,0001}{2}$. Este nonio gravado em uma lamina de metal pode por meio do parafuso de reclamo p subir ou descer até um centimetro, entre duas ranhuras, sobre a face do parallelepipedo U em que está assente, e ao longo da escala respectiva.

Chamaremos *escala vertical* ao systema formado pelos dois esquadros $cdeh$ e $c'd'e'h'$, e pelo nonio nm que se move entre elles.

O nonio da *escala do oculo* prolonga-se approximadamente de $0^m,02$ para o lado da objectiva, terminando por um eixo, que lhe é perpendicular e que entra em uma munhoneira cavada no meio da face do parallelepipedo U (Est. 2) opposta áquella sobre que assenta o nonio mn da escala vertical da alidade.

D'este modo, estando o nonio rs da escala do oculo ligado com o parallelepipedo U e ligado portanto, embora indirectamente, com o nonio mn da escala vertical, esses dois nonios mover-se-hão simultaneamente ao longo das suas escalas, quando dermos ao oculo um movimento de rotação em torno do eixo O, ou quando, conservando o oculo a mesma inclinação, fizermos mover a escala vertical, approximando-a ou afastando-a da objectiva.

A escala em millimetros do esquadro $c'd'e'h'$ não tem numeração fixa, e é gravada em uma lamina de marfim que se parafusa a esse esquadro. A sua numeração é feita a lapis em cada uma das estações do instrumento de maneira que, na graduação da escala, a divisão que deva corresponder a centimetros, e fôr mais proxima do zero do nonio mn (Est. 1), quando na escala do oculo coincidirem o zero d'essa escala e o zero do nonio respectivo, seja designada pelo numero inteiro de metros de $C_o = C + a$, que representa como vimos (pag. 21) a cota do ponto de estação do instrumento augmentada da altura do eixo de rotação do oculo sobre esse ponto. Numerada assim a escala vertical e conservando-se no zero o nonio da escala do oculo, fazemos subir ou descer o nonio mn, por meio do parafuso de reclamo p, ao longo do parallelepipedo U (Est. 2), até que o zero d'este nonio coincida com essa divisão da escala designada pelo numero inteiro de metros de $C_o = C + a$, e depois, empregando o parafuso micrometrico V, de que adeante falaremos, levamos o zero do nonio a occupar na escala vertical a posição que corresponda exactamente a $C_o = C + a$.

O movimento da escala vertical ao longo da base da alidade, e parallelamente ao oculo, faz-se depois de desapertado o parafuso de pressão P' (Est. 2), por meio de um tambor dentado T' (Est. 1), que engrena nos dentes de uma haste metallica $M'N'$ parafusada na sua extremidade M' ao esquadro $cdeh$, e que passa livremente por uma abertura cavada no montante KL.

Tendo-se conseguido d'este modo que a escala vertical esteja approximadamente na posição que deva ter, apertamos o parafuso de pressão P', e levamol-a depois a essa posição por meio do parafuso de reclamo V'.

Na escala do oculo marcam-se, por meio do nonio respectivo, as distancias, determinadas segundo a direcção do eixo optico, entre o eixo de rotação do oculo e as verticaes dos differentes pontos do terreno; e pela simples leitura da escala vertical conheceremos o valor de C_o+l que entra na formula (11): $C'=(C_o+l)-m$, que nos dá as cotas d'esses pontos, bastando subtrahir da quantidade assim conhecida, (C_o+l), o valor de m, que representa, como dissemos, a leitura, correspondente ao eixo optico do oculo, feita na mira vertical.

Na parte inferior da *escala vertical* da alidade está parafusada uma peça metallica que termina por um estilete R' que, movendo-se perpendicularmente á base da alidade quando se carrega com o dedo sobre o seu extremo superior, vae marcar no desenho as projecções horizontaes dos differentes pontos do terreno. A linha de fé fg da base da alidade tem o seu ponto inicial em f (Est. 2) correspondente á vertical do centro anallatico do oculo, quando a alidade está assente sobre a superficie horizontal da prancheta. N'esse ponto a base da alidade augmenta de largura para sobre ella se poder fixar o montante CDE, que sustenta o oculo.

Quando na *escala do oculo* o zero do nonio e o zero da escala se corresponderem, o eixo, que liga esse nonio com o parallelepipedo U (Est. 2) sobre que assenta o nonio da *escala vertical*, deve estar no prolongamento do eixo de rotação do oculo. N'essas condições, premindo o estilete R', este deverá marcar sobre a prancheta um ponto que corresponda ao ponto inicial f da linha de fé da alidade; e, quando dermos ao oculo um movimento de rotação, quer para o zenith, quer para o nadir, o nonio da *escala do oculo*, e o nonio da *escala vertical* não deverão mudar de posição nas suas escalas respectivas.

Pelo que temos dito comprehende-se facilmente o mechanismo do instrumento. Dando ao oculo, por meio do tambor dentado T, a inclinação representada, por exemplo, nas (Est. 1 e 2), e fixando-o n'essa posição por meio do parafuso de pressão P, se fizermos mover a *escala vertical* para o lado da objectiva, vê-se que o parallelepipedo U (Est. 2) subirá ao longo d'essa *escala* obrigando ao mesmo movimento o nonio mn (Est. 1); e que ao longo da *escala do oculo* se moverá tambem o seu nonio rs, approximando-se da objectiva. Reciprocamente, tendo ainda o oculo a mesma inclinação, se movermos a escala vertical no sentido da ocular, o nonio mn descerá na *escala vertical* e o nonio da *escala do oculo* approximar-se-ha da ocular d'este.

Se a *escala vertical* não variar de posição, e dermos ao oculo um movimento de rotação zenithal, o eixo horizontal, que se acha fixo no extremo do nonio da *escala do oculo*, movendo-se em torno de si mesmo dentro da munhoneira cavada, como dissemos, no meio do parallelepipedo U sobre que assenta o nonio mn, obrigará este nonio a subir ao longo da *escala vertical*, e fará mover tambem ao longo da *escala do oculo* o nonio respectivo, que se approximará da objectiva.

Se a rotação do oculo fôr em sentido opposto, o nonio mn descerá ao longo da *escala vertical*, e na *escala do oculo* o nonio rs mover-se-ha no sentido da ocular. A alidade tachymetro assenta sobre a prancheta por intermedio de quatro rodetes, sendo dois em cada uma das extremidades da base da alidade. Os seus eixos de rotação deverão ser parallelos á mesma base. Quando a prancheta estiver em estação, e fôr portanto horizontal a sua superficie, collocada sobre ella a alidade, os eixos de rotação dos quatro rodetes deverão ser horizontaes, e os planos verticaes d'esses eixos deverão interceptar-se segundo a vertical do ponto inicial f da linha de fé fg da alidade. D'este modo a alidade rodará facilmente sobre a prancheta em torno d'essa vertical, e travando-se um ou dois dos rodetes por meio de um parafuso especial, que faz parte do instrumento, a alidade conservar-se-ha em uma posição fixa sobre a prancheta. Á base da alidade está fixo um nivel de bolha de ar K destinado ao nivelamento da prancheta.

Do modo de operar com a alidade

Posta a prancheta em estação n'um ponto qualquer do terreno, cuja cota seja C, crava-se verticalmente sobre a prancheta uma agulha no ponto correspondente á vertical do ponto de estação do instrumento, e mede-se a altura a do eixo de rotação do oculo sobre esse ponto de estação. A base da alidade, nos seus movimentos sobre a prancheta, deverá conservar sempre o ponto inicial f da sua linha de fé fg encostado a essa agulha, que representa o eixo vertical em torno do qual se moverá a alidade.

O levantamento da planta topographica faz-se pelo methodo das irradiações.

Visando as miras em cruz, collocadas nos differentes pontos do terreno de modo que a mira horizontal seja perpendicular ao plano vertical do eixo optico, o que se consegue facilmente pelo modo, que já indicámos (pag. 17) e de que falaremos ainda quando descrevermos essas miras, determina-se pela leitura feita na mira horizontal a distancia segundo a direcção do eixo optico, e com a approximação de $0^m,25$ em 100 metros, entre o centro anallatico do oculo e a vertical do ponto do terreno.

Conhecida essa distancia obrigamos a escala vertical, empregando primeiro o tambor dentado T' (Est. 1 e 2) e depois o parafuso de reclamo V', a mover-se ao longo da alidada até que o zero do nonio da *escala do oculo* esteja em coincidencia com o zero d'aquella *escala*.

Feito isto, numeramos a lapis, pelo modo que já indicámos (pag. 32), a graduação da *escala vertical*, e levamos esta escala, por meio do tambor dentado T' e do parafuso de reclamo V', a occupar na alidade a posição que lhe pertence, para que na *escala do oculo* a leitura feita com o nonio respectivo corresponda em millimetros e fracções de millimetro á distancia, determinada em metros e fracções de metro, entre o centro anallatico do oculo e a vertical do ponto do terreno, segundo a direcção do eixo optico.

Premindo depois com o dedo o estilete R', este vae marcar no desenho um ponto que representará a projecção horizontal do ponto do terreno, cuja posição na planta se pretende conhecer.

A determinação das cotas de nivel faz-se, como dissemos (pag. 23) empregando a formula:

$$C' = (C_0 + l) - m,$$

em que é: $C_0 = C + a$, e

C ... cota do ponto de estação do instrumento.
a ... altura do eixo O de rotação do oculo sobre esse ponto de estação.
C_0... cota do eixo O de rotação do oculo.
l ... distancia entre a divisão, correspondente ao eixo optico, na graduação da mira vertical, e o plano horizontal do eixo O de rotação do oculo.
m... numero indicativo d'essa mesma divisão da mira, e que representa a sua altura sobre o terreno.

Para qualquer ponto do terreno, cuja cota C' se pretenda determinar, a *escala vertical* da alidade dá-nos immediatamente, sem que tenhamos de pensar no signal de l, o valor de $(C_0 + l)$ de que bastará subtrahir o valor de m para se conhecer a cota C'.

Dissemos que as distancias podiam ser determinadas com a alidade tachymetro, segundo a direcção do eixo optico, com a approximação de $0^m,25$ em 100 metros; tal approximação é sufficiente em todos os casos por isso que, depois de reduzidas automaticamente essas distancias ao horizonte por meio da mesma alidade, o erro commettido será menor que $0^m,25$, o que na escala de $\frac{1}{1000}$, a que principalmente se presta este instrumento, se traduz em um erro inferior a $\frac{1}{4}$ de millimetro, e portanto no limite dos erros a que sempre estamos sujeitos em qualquer trabalho graphico.

Para os pontos de estação do instrumento, cujas cotas de nivel devem ser determinadas com grande precisão não só porque qualquer erro n'essas cotas vae influir directamente nos valores das cotas de todos os pontos do terreno, como tambem para que desappareça, ou se attenue, a accumulação dos erros nas cotas d'esses pontos de estação no decurso das operações de nivelamento, devemos attender que em $(C_o + l)$ o valor de l é influenciado não só pelo erro de $0^m,25$ em 100 metros, que pode ser commettido na determinação das distancias segundo a direcção do eixo optico, como tambem pelo erro proveniente de não ser essa distancia representada com exactidão na *escala do oculo*. Torna-se necessario portanto que, para os pontos de estação do instrumento, o valor de $(C_o + l)$, lido na escala vertical da alidade, não seja acompanhado d'esses erros a que está sujeita a quantidade l.

Consegue-se isto facilmente, como vamos vêr.

Entre os dois esquadros $cdeh$ e $c'd'e'h'$ da *escala vertical* da alidade existe um pequeno parallelepipedo v (Est. 1) a que chamaremos *verificador*, e que, estando ligado por meio de um parafuso micrometrico V ao parallelepipedo U (Est. 2) sobre que assenta o nonio da *escala vertical*, poderá subir ou descer ao longo d'esta escala conservando-se o nonio em posição fixa. Ao meio da face do *verificador*, situada do lado da graduação da *escala vertical*, está gravado um traço em direcção parallela ás divisões da mesma graduação, e que facilmente poderemos levar a coincidir com uma d'essas divisões, fazendo subir ou descer o *verificador* por meio do parafuso micrometrico V. Faz parte d'este parafuso um tambor graduado G de $0^m,016$ de raio, dividido na sua superficie exterior em 200 partes eguaes correspondendo cada uma d'ellas proximamente a $0^m,0005$, e por isso facilmente apreciaveis á vista. Uma haste metallica u (Est. 3) fixa ao parallelepipedo U do nonio da escala vertical, e que assenta levemente sobre o tambor graduado G, é chanfrada superiormente em um dos seus lados verticaes determinando-se assim para a graduação do tambor G uma linha de fé, que deverá ser parallela ás divisões d'essa graduação. O passo do parafuso micrometrico é de $0^m,001$, de modo que, quando por meio d'este parafuso fizermos subir ou descer de um millimetro o *verificador* v ao longo da *escala vertical*, conservando-se invariavel a posição do nonio d'esta *escala*, as 200 divisões da graduação do tambor G passarão pela sua linha de fé u, sendo assim facil avaliarem-se, n'esse movimento do *verificador*, deslocamentos de $\frac{1}{200}$ do millimetro.

Visando com o oculo a mira vertical MN da mira em cruz $MNPQ$ (fig. 13) de modo que o eixo optico vá incidir n'uma divisão exacta da sua graduação, a divisão $B = 2^m,00$ por exemplo, e tendo-se determinado a distancia OB entre o centro anallatico do oculo e essa divisão B da mira, leva-se a *escala ver-*

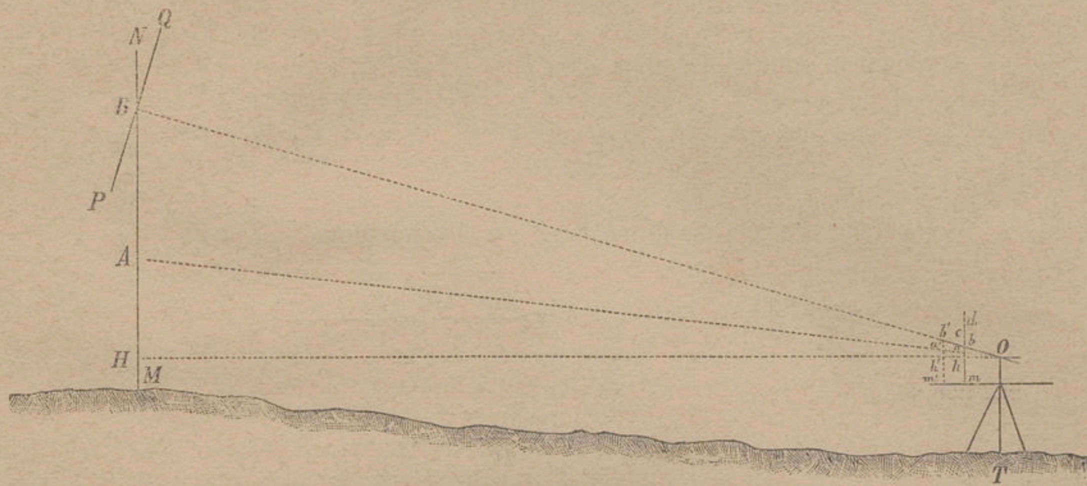


Fig. 13

tical da alidade, por meio do seu tambor dentado e do seu parafuso de reclamo, á posição mb, que ella deva ter para que na *escala do oculo* a leitura Ob, feita com a nonio respectivo, corresponda, nos limites da approximação de $\frac{0,0001}{2}$ que esse nonio nos permitte, á distancia OB já determinada.

Com o parafuso micrometrico V fazemos subir ou descer o *verificador* v até que o traço, gravado n'este, esteja no prolongamento de uma divisão d (fig. 13) da graduação da escala vertical. Damos depois um movimento de rotação ao oculo por meio do seu parafuso de reclamo até que o eixo optico vá incidir em uma outra divisão exacta A ,correspondente a $1^m,00$ por exemplo, na mira vertical MN. Passando o eixo optico da divisão $B = 2^m,00$ para a divisão $A = 1^m,00$ da mira, o traço horizontal do *verificador* v passará da divisão d da *escala vertical* da alidade para um ponto c da mesma escala, e o zero do nonio da *escala vertical* passará do ponto b para o ponto a, sendo sempre $ba = dc$, e devendo ser $dc = 0^m,001$, se a planta fôr levantada na escala de 1:1000, para que bh, lido na *escala vertical*, represente exactamente o valor de l. Se fôr $dc \gtrless 0^m,001$ será tambem $bh \gtrless l$, e, suppondo por exemplo que é $dc = ab < 0^m,001$ e $a'b' = 0^m,001$, o verdadeiro valor de l será $l = b'h'$.

Dos triangulos semelhantes Oba e $Ob'a'$ (fig. 13) deduz-se:

$$\frac{ab}{a'b'}=\frac{Ob}{Ob'}\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \quad (17)$$

e dos triangulos semelhantes Obh e $Ob'h'$:

$$\frac{bh}{b'h'}=\frac{Ob}{Ob'}\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \quad (18)$$

Comparando entre si as formulas (17) e (18) teremos:

$$\frac{ab}{a'b'}=\frac{bh}{b'h'}, \quad \text{ou} \quad b'h'=\frac{a'b'\times bh}{ab}=\frac{0^m{,}001\times bh}{ab},$$

ou, por ser $ab=dc$:

$$b'h'=l=\frac{0^m{,}001\times bh}{dc}\dots\dots\dots\dots\dots\dots \quad (19)$$

Para se conhecer portanto $b'h'$ que representa o verdadeiro valor de l, precisamos conhecer os valores das quantidades bh e dc (formula 19), que serão determinados com grande precisão, por meio do parafuso micrometrico V, da maneira seguinte:

Supposemos que, quando o eixo optico do oculo mudava de OB para OA, o traço horizontal do *verificador* v passava da divisão exacta d da *escala vertical* para um ponto c da mesma *escala*. Estando o eixo optico na direcção OA fazemos no tambor graduado G a leitura n da divisão correspondente á linha de fé da sua graduação, e, conhecido o numero n apertamos o parafuso de pressão P do oculo e o parafuso de pressão P' da *escala vertical* da alidade (Est. 2) para que se conservem, o eixo optico na direcção OA, a escala vertical na posição dm (fig. 13), e portanto tambem em posição invariavel o nonio d'esta *escala*.

Por meio do parafuso micrometrico V levamos depois o verificador v (Est. 1) a subir até que o seu traço horizontal volte a estar no prolongamento da divisão d da *escala vertical*. Na graduação do tambor V fazemos uma nova leitura n', e o valor de $dc=ab$ será representado em millimetros pela fracção $\frac{n'-n}{200}$.

Para se determinar o valor de bh (fig. 13) notaremos que na *escala vertical* da alidade é $(bh)_n=b_n-h_n$, sendo $(bh)_n$ o numero representativo da distancia bh, e b_n e h_n os numeros correspondentes ás posições b e h do zero do nonio na graduação da *escala*. O numero h_n é conhecido em cada uma das estações do instrumento porque, visto ser horizontal a linha OH, esse numero representa na escala da planta topographica o valor de $C_o = C + a$, isto é a cota do ponto de estação augmentada da altura do eixo de rotação do oculo sobre o terreno.

Se o zero do nonio, na sua posição b, coincidir com uma divisão da *escala vertical* da alidade, o numero b_n será immediatamente conhecido pela simples leitura da *escala*. Quando tal não succeder, poder-se-ha determinar ainda com grande precisão esse numero b_n por meio do parafuso micrometrico V. Com effeito, se na graduação da escala vertical, feita no sentido designado pela flecha (fig. 14), representarmos por K_n o numero correspondente á divisão K

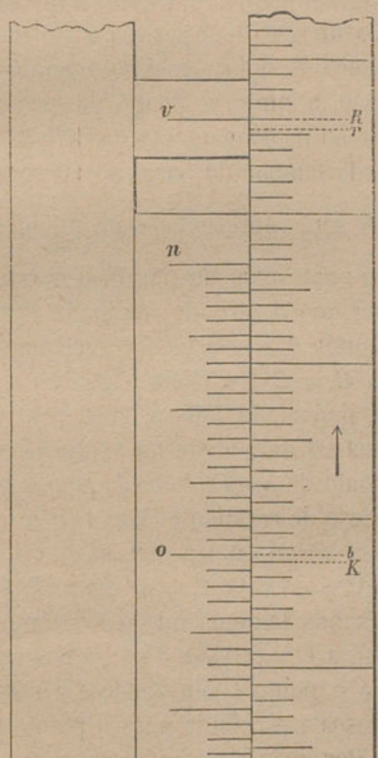


Fig. 14

immediatamente inferior ao zero do nonio, sendo $K_n < b_n$, teremos:

$$b_n = K_n + (bK)_n$$

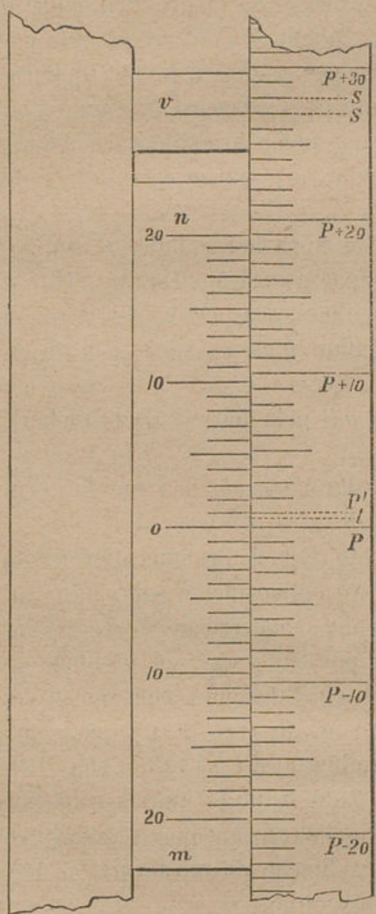
em que $(bK)_n$ é o numero representativo da distancia bK. Para se conhecer $(bK)_n$ conservamos o zero do nonio em b, e levamos por meio do parafuso micrometrico o *verificador* v a subir ou descer ao longo da *escala vertical* até que a linha de fé do *verificador* coincida com uma divisão R da graduação d'essa escala, e fazemos no tambor graduado do parafuso micrometrico a leitura n. Damos depois ao oculo um pequeno movimento de rotação por meio do seu parafuso de reclamo até que o zero do nonio passe de b para K na escala vertical, o que fará com que a linha de fé do verificador, descendo n'essa *escala*, deixe de coincidir com a divisão R, e passe para o ponto r da *escala*.

Conservando-se o zero do nonio em K, obrigamos o *verificador*, por meio do parafuso micrometrico, a subir ao longo da *escala vertical* até que a sua linha de fé volte a estar no prolongamento da divisão R, e fazemos uma nova leitura n' na graduação do tambor do parafuso micrometrico.

O valor $(bK)_n$ de bK será representado em millimetros pela fracção $\frac{n-n'}{200}$.

Resta-nos vêr como por meio do parafuso micrometrico se pode conseguir tambem facilmente, que o zero do nonio da *escala vertical* vá occupar n'essa *escala*, em cada uma das estações do instrumento, a posição que corresponda exactamente a $C_o = C + a$ (Veja pag. 32).

Supponhamos que, depois de feita a lapis, pelo modo que dissemos, a numeração da escala vertical da alidade no ponto de estação do instrumento, coincidindo o zero do nonio da *escala do oculo* com o zero d'aquella *escala*, se levou por meio do parafuso de reclamo p (Est. 1) o zero do nonio nm da *escala vertical* a coincidir n'essa *escala* com a divisão que designamos (fig. 15) pelo numero inteiro P de metros da cota $C_o = C + a = P + c$, sendo c a fracção de metro de C_o, e supponhamos tambem que é l o ponto da *escala vertical*, que corresponde exactamente a $C_o = C + a$. Precisamos pois de passar o zero do nonio da divisão P para o ponto l, obrigando-o a subir o pequeno intervallo Pl que representa, na escala escolhida para a planta topographica, a fracção de metro c da cota C_o. Por meio do parafuso micrometrico, e conservando-se o zero do nonio em P, fazemos subir ou descer o *verificador* v até que a sua linha de fé coincida com uma divisão S da graduação da *escala vertical*. Depois, inclinando um pouco o oculo sobre o horizonte, e fixando-o n'essa inclinação, levamos, por meio do parafuso de reclamo V' (Est. 1), a *escala vertical* a mover-se no sentido da objectiva do oculo até que o zero do nonio nm passe da divisão P d'essa escala para a divisão immediata P' (fig. 16). A linha de fé do *verificador v* passará assim tambem da divisão S para a divisão S'. Conservando o oculo e a *escala vertical* fixos nas suas posições, obrigamos por meio do parafuso micrometrico o *verificador v* a subir $S's$ ao longo da *escala vertical* de modo que a sua linha de fé passe para o ponto s, sendo $S's = Pl$ (fig. 15) e egual portanto á fracção de metro c da cota C_0 na escala 1:1000, por exemplo, se for esta a escala escolhida para a planta topographica.



Escala dupla

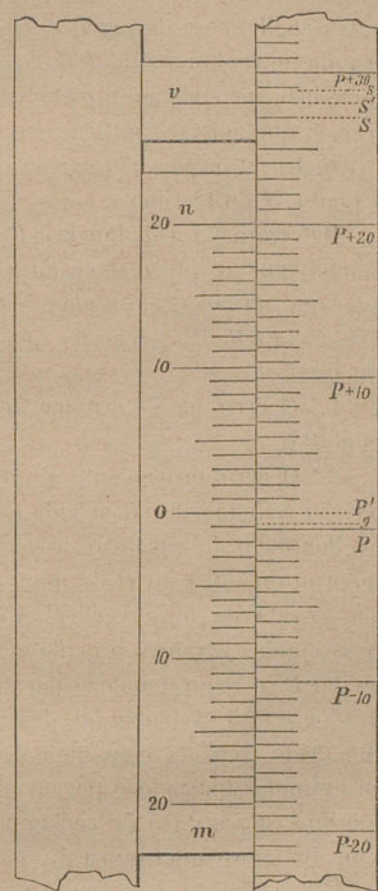


Fig. 15

Fig. 16

Por meio do parafuso de reclamo R do oculo (Est. 1) damos a este um pequeno movimento de rotação de modo que descendo a linha de fé do *verificador v*, volte para a divisão S'. O zero do nonio nm da *escala vertical* passará da divisão P' para o ponto q (fig. 16), sendo $P'q = S's = Pl$.

Com o parafuso de reclamo *p* (Est. 1) do nonio *nm* levamos o zero d'este nonio a subir ao longo da *escala* até que volte a coincidir com a divisão P'.

D'este modo o zero do nonio ficará occupando na *escala vertical* a sua verdadeira posição, que será a do ponto *p* (fig. 15), correspondente a $C_o = C + a$ quando na *escala do oculo* coincidirem o zero do nonio com o zero da *escala*.

Se o erro de $0^m,25$ em 100 metros, de que podem ser affectadas as distancias oB (fig. 13), determinadas, segundo a direcção do eixo optico, entre o centro anallatico *o* do oculo e a vertical NM do ponto M do terreno, pela leitura da mira horizontal PQ, fosse causa de menos rigor na planta topographica, este inconveniente evitar-se-hia facilmente pelo processo, que vamos indicar, e que nos permittirá marcar na planta por meio do estilete da alidade tachymetro, e na posição exacta que deve occupar, o ponto *m* correspondente ao ponto M do terreno.

Determinada a distancia oB pela leitura da mira horizontal PQ, supponhamos que se levou a *escala vertical* a occupar a posição dm (fig. 13) de modo que na *escala do oculo* a leitura feita com o nonio respectivo corresponda á distancia oB. Duas causas de erro podem influir n'essa posição dm da *escala vertical.*

1.ª O erro na determinação da distancia oB pela leitura da mira horizontal PQ.

2.ª O erro proveniente de o nonio da *escala do oculo* não marcar com precisão a distancia oB achada.

Por meio do parafuso de reclamo R do oculo (Est. 2) fazemos mover este em torno do seu eixo O de maneira a que o eixo optico incida sobre uma divisão exacta da mira vertical NM (fig. 13), a divisão correspondente a $2^m,0$ por exemplo. Fixamos o oculo n'essa posição por meio do seu parafuso de pressão P, e empregando o parafuso micrometrico V fazemos com que o verificador *v* (Est. 1) suba ou desça ao longo da *escala vertical* até que a sua linha de fé coincida com uma divisão *d* da graduação d'essa *escala* (fig. 13). Conservando apertado o parafuso de pressão P do oculo, damos a este por meio do seu parafuso de reclamo R uma nova inclinação em que o eixo optico vá incidir sobre uma outra divisão exacta da graduação da mira vertical MN (fig. 13), a divisão correspondente a $1^m,0$ por exemplo.

N'esse movimento de rotação do oculo, em que o eixo optico passou da divisão $2^m,0$ para a divisão $1^m,0$ da mira MN, deslocando-se assim de 1 metro na mira, a linha de fé do verificador *v* passou da divisão *d* em que estava primeiramente para um ponto *c* da *escala vertical.*

Para que esta escala esteja na posição exacta que ella deve occupar, e portanto para que o ponto marcado sobre a planta pelo estilete R' da alidade

(Est. 2) corresponda rigorosamente ao ponto *M* do terreno, é necessario que o intervallo *dc* (fig. 13), percorrido pela linha de fé do verificador, seja exactamente egual a 1 millimetro, suppondo que a planta é levantada na escala de 1:1000.

Se fôr $dc \gtrless 0^m,001$ concluiremos que a *escala vertical* tem de ser respectivamente approximada ou afastada da ocular. Essa deslocação da *escala vertical* faz-se por tentativas por meio do seu parafuso de reclamo V' (Est. 1) até que, levando-se o eixo optico da divisão $2^m,0$ para a divisão $1^m,0$ da mira vertical *MN*, a linha de fé do verificador passe da divisão *d* da *escala vertical* para a divisão immediata da mesma *escala*, percorrendo 1 millimetro exacto.

Quando, depois de duas ou tres tentativas, se tenha conseguido este resultado, teremos a certeza de que o ponto, que se marcar sobre a planta topographica com o estilete da alidade, corresponderá rigorosamente ao ponto *M* do terreno.

Se a base da alidade fôr graduada em millimetros ao longo e junto da sua linha de fé *fg*, de modo que o zero da graduação corresponda ao ponto inicial *f* d'essa linha; e, por outro lado, se á base da *escala vertical* fôr fixado um nonio que, nos movimentos d'esta *escala*, percorra a graduação da base da alidade, poderemos determinar numericamente as distancias, reduzidas ao horizonte, entre o ponto de estação do instrumento e os differentes pontos do terreno.

Seguindo-se o processo, que acabámos de expôr, para a determinação da posição exacta que a *escala vertical* deve occupar, e partindo do principio de que á distancia de 150 metros se deverão distinguir nitidamente os limites das divisões da graduação da mira vertical *MN* (fig. 13), de modo a conseguir-se que o eixo optico incida tão approximadamente sobre o limite de uma d'essas divisões, que possamos desprezar o erro que proviria de não ser esta hypothese rigorosamente realizada, teremos como unico erro a attender, na determinação das distancias *oB* reduzidas ao horizonte, aquelle que possa provir da leitura feita com o nonio respectivo na graduação da base da alidade.

Se este nonio fôr dividido em 20 partes eguaes em uma extensão de 19 millimetros, elle nos permittirá fazer na graduação da base da alidade leituras com a approximação de $\frac{0^m,0001}{2}$, o que corresponde á approximação de $0^m,05$ na determinação d'essas distancias reduzidas ao horizonte, sendo a planta levantada, como suppômos, na escala de 1:1000.

Representemos por $b'm'$ (fig. 13) a posição exacta que a *escala vertical* deve occupar, quando é *T* o ponto de estação do instrumento e *M* o ponto do terreno que queremos representar na planta, e cuja cota de nivel C' preten-

6*

demos conhecer; e supponhamos que, pelo modo que indicámos, se levou por tentativas a *escala vertical* á posição $b'm'$.

A formula (11)

$$C' = (C_o + l) - m \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \quad (11)$$

dá-nos a cota C' do ponto M; e, no caso que consideramos, o valor de $l = b'h'$ determinar-se-ha directamente por meio do parafuso micrometrico V da mesma maneira que, segundo dissemos (pag. 38), se determina o valor de bh quando a *escala vertical* se achar em dm (fig. 13).

D'este modo o valor de $l = b'h'$, sem que tenhamos de o calcular pela formula (19), poderá ser determinado com a approximação de $0^m,005$, porque tal é a approximação que nos permitte o parafuso micrometrico; e, suppondo que na formula (11) os valores de C_o e m são conhecidos com exactidão, determinaremos a cota C' do ponto M com um erro tambem de $0^m,005$, e em todo o caso com um erro não superior a $0^m,01$.

No levantamento de uma planta topographica por meio da alidade tachymetro, apenas empregaremos o parafuso micrometrico V (Est. 1) na determinação das distancias entre os pontos de estação do instrumento, e das cotas de nivel d'esses pontos. Para os outros pontos do terreno as distancias determinam-se pela simples leitura da mira horizontal, e as cotas pela leitura do nonio da *escala vertical*, que nos dá immediatamente o valor do primeiro termo $(C_o + l)$ da formula (11).

Determinação da horizontalidade do eixo optico

Sejam A e B (fig. 17) dois pontos do terreno, distanciados entre si de 222 metros, e L o ponto médio do alinhamento AB, sendo portanto $AL = BL = 111$ metros. Estacionamos em L a alidade tachymetro, e nos pontos A e B dois porta-miras assentam verticalmente sobre o terreno as miras graduadas AE e BF.

Estando bem nivelada a prancheta, visamos com o oculo da alidade, em uma inclinação qualquer sobre o horizonte, a mira BF, e determinamos n'esta mira o numero M correspondente na sua graduação ao ponto sobre que incide o eixo optico. Fazemos depois rodar de 180° a alidade sobre a prancheta em torno da agulha que corresponde á vertical do ponto de estação L, e, tendo-se d'este modo conservado constante a inclinação do eixo optico sobre o horizonte, visamos a outra mira AE fazendo n'ella a leitura N.

Se chamarmos Δ a differença de nivel entre os dois pontos A e B teremos:

$$\Delta = M - N.$$

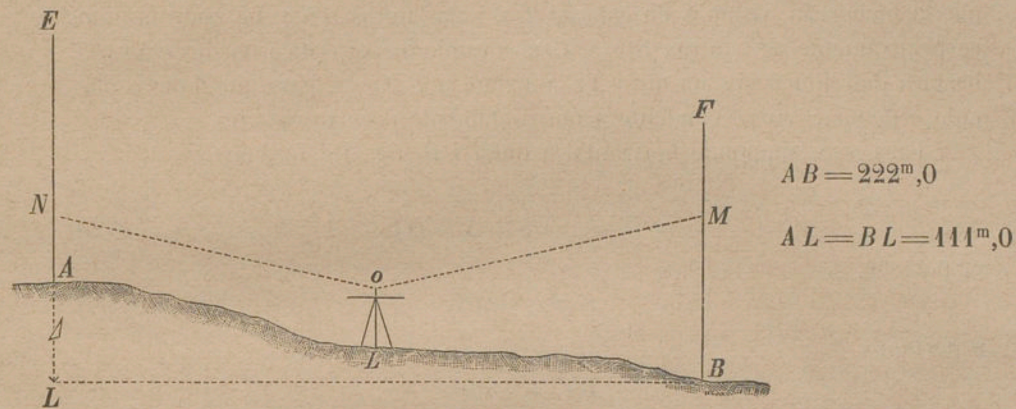


Fig. 17

Conhecido assim o valor de Δ estacionamos a alidade tachymetro no ponto T (fig. 18) do mesmo alinhamento AB, de modo que seja $AT = \frac{1}{2}\, BT$, e portanto $AT = 74$ metros, e $BT = 148$ metros.

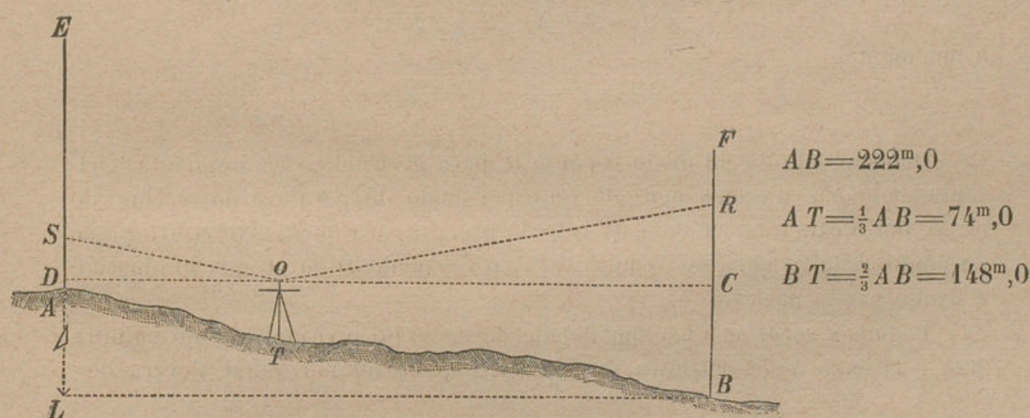


Fig. 18

Supponhamos bem nivelada a prancheta na sua nova estação T, se visassemos com o oculo da alidade as duas miras AE e BF, segundo a direcção do eixo optico horizontal, fariamos n'ellas respectivamente as leituras D e E, sendo: $C - D = \Delta$. Reciprocamente determinar-se-ha a horizontalidade do eixo optico, logo que seja conhecido na graduação da mira AE o ponto D, sobre o qual deverá incidir o eixo optico, quando horizontal.

Dando ao oculo uma inclinação qualquer sobre o horizonte, e fixando-o n'essa inclinação, visamos da estação T as duas miras BF e AE onde fazemos respectivamente as leituras B e S. Conservando o eixo optico na direcção OS, bastará determinarmos na mira AE a distancia $SD = x$, para que fique conhecido o ponto D correspondente á horizontalidade do eixo optico.

Para isso, suppondo horizontal a linha LB (fig. 18) teremos:

$$SD = x = S + \Delta - DL \qquad (20)$$

e, por ser

$$OC = 2\,OD$$

e portanto

$$BC = 2\,SD,$$

$$DL = CB = R - RC = R - 2\,SD \qquad (21)$$

De (20) e (21) deduz-se:

$$SD = S + \Delta - (R - 2\,SD),$$

ou

$$SD = S + \Delta - R + 2\,SD,$$

e finalmente

$$SD = x = R - (S + \Delta).$$

Determinado d'este modo o ponto D, para levarmos o eixo optico á horizontalidade não teremos mais do que, por meio do parafuso de reclamo do oculo, dar a este o movimento de rotação preciso para que o eixo optico passe do ponto S da graduação da mira AE para o ponto D da mesma graduação, e fixal-o n'essa posição.

Podemos verificar a horizontalidade do eixo optico visando de novo a mira BF, e fazendo n'ella a leitura C. Se o eixo optico fôr horizontal, deverá ser:

$$C - D = \Delta.$$

O primeiro modelo da alidade tachymetro existe no Commando geral de engenheria, e foi construido em Lisboa pelo sr. H. Hermann com a pericia e intelligencia, de que sempre dá provas, em todos os trabalhos de que se encarrega, este distincto constructor.

Mira estadia

A mira, que se deverá empregar nos levantamentos de plantas e nivelamentos por meio da alidade tachymetro, consta de duas partes: um montante, ou supporte da estadia, e a estadia propriamente dita. Tanto o montante como a estadia são miras graduadas em centimetros, e formando entre si uma cruz de modo que, collocando-se o montante verticalmente sobre o terreno, a mira estadia seja horizontal (Est. 4). Designaremos indifferentemente esse montante pelos nomes de mira montante, ou mira vertical, por isso que é pela leitura na sua graduação que se determinam as cotas de nivel dos differentes pontos do terreno.

Esse montante, ou mira vertical, tem $2^m,20$ de comprimento por $0^m,10$ de largura, e $0^m,02$ de espessura, e a sua graduação em centimetros é seguida de um extremo ao outro desde 0 até 22 decimetros.

A mira estadia tem $1^m,52$ de comprimento por $0^m,08$ de largura e $0^m,01$ de espessura. A sua graduação é feita tambem em centimetros em dois sentidos oppostos, para um e outro extremo da mira, desde 0 até 7,5 decimetros, correspondendo o zero da graduação ao meio da mira. Na mira vertical existe desde $1^m,20$ até $1^m,60$ do seu comprimento, a partir da extremidade que deve assentar sobre o terreno, uma fenda estreita, aberta na sua espessura, e que serve de pinula. Ao longo d'esta mira pode subir ou descer uma braçadeira metallica, e ser fixada pelo porta-mira a uma qualquer altura.

Essa braçadeira tem no meio da sua face anterior um eixo metallico, que entra em uma munhoneira cavada no meio da mira estadia, e portanto no ponto correspondente ao zero da graduação d'esta mira.

A mira estadia poderá assim mover-se em torno d'esse eixo, sendo tal movimento de rotação limitado em 90° por meio de duas esperas de modo que, nas duas posições extremas da mira estadia, esta, ou assenta em todo o seu comprimento sobre a mira vertical, ou lhe é perpendicular. Por meio de uma cavilha podemos fixar a mira estadia em cada uma d'essas suas posições extremas.

Posta a alidade tachymetro em estação, cada um dos porta-miras dirigir-se-ha para o ponto do terreno, que lhe foi indicado, levando a mira estadia e a mira montante assentes uma sobre a outra em todo o seu comprimento. Chegado a esse ponto do terreno faz mover a mira estadia em torno do seu eixo até que ella seja perpendicular á mira montante, e fixa-a n'essa posição.

Depois, regulando-se por um nivel espherico que faz parte da mira montante, colloca esta verticalmente sobre o terreno, e de modo que, olhando pela fenda estreita que n'ella existe, possa vêr o oculo da alidade em todo o seu comprimento.

Conseguido isto, a mira estadia será horizontal e perpendicular ao eixo optico. Para que com mais facilidade se possa conservar a mira na posição que ella deve ter, emprega-se um *jalon*, que o porta-mira crava no terreno (Est. 4), e que lhe serve de escora sobre que apoia o braço.

A leitura da mira estadia faz-se levando a alidade e o oculo á posição precisa para que o fio vertical médio do micrometro se projecte sobre o traço vermelho vertical, que sobre um fundo preto se acha pintado na braçadeira da mira montante. N'estas condições, se a mira estadia fôr perpendicular ao eixo optico, as leituras n'ella feitas, correspondentes aos dois fios extremos do micrometro, deverão ser exactamente eguaes; e assim o operador terá sempre um meio facil de verificar se o porta-mira tem a mira na posição conveniente.

Na determinação das distancias, segundo a direcção do eixo optico, sommam-se as duas leituras feitas na mira estadia, leituras que, como acabámos de dizer, deverão ser eguaes. A cada centimetro lido na mira corresponde um metro de distancia.

Conhecida a distancia, e tendo-se levado a *escala vertical* da alidade á posição que ella deva ter para que a leitura feita na *escala do oculo* represente essa distancia achada, fazemos mover lentamente o oculo, por meio do seu parafuso de reclamo, até que o eixo optico vá incidir em uma divisão exacta da graduação da mira vertical, e determina-se depois a cota de nivel do ponto do terreno pela maneira, que já dissemos.

Tanto na mira estadia, como na mira montante, as divisões em centimetros das suas graduações são pintadas a encarnado sobre o fundo branco das duas miras. Os numeros da graduação são pintados a preto.

Rectificações da alidade tachymetro

Angulo estadimetrico

Em um terreno plano e sensivelmente horizontal medimos com muito cuidado um alinhamento de 150 metros. Estacionamos a prancheta em um dos extremos d'esse alinhamento; cravamos n'ella uma agulha na vertical no ponto de estação, e fazemos coincidir com essa agulha o ponto inicial f (Est. 2) da linha de fé fg da alidade. No outro extremo do alinhamento o porta-mira colloca a mira em cruz, que descrevemos, de modo que a mira estadia seja horizontal e perpendicular ao eixo optico. Feito isto, do ponto de estação do instrumento visamos a mira estadia, tendo dado previamente ao oculo uma posição horizontal. Entre os fios n' e m' do micrometro (fig. 12) deverão lêr-se 150 centimetros exactos na mira estadia. Caso isto se não realize, conseguil-o-hemos movendo a objectiva parallelamente a si mesma, approximando-a ou afastando-a da ocular, o que equivale a augmentar ou diminuir a distancia a entre os centros opticos da objectiva e da lente anallatica. A objectiva está situada no extremo de um tubo que entra com attrito doce no tubo principal do oculo. Os dois parafusos r e s (Est. 1) fixam o tubo da objectiva em posição invariavel relativamente ao oculo. Desapertando estes dois parafusos, o tubo da objectiva poderá mover-se á mão, approximando-se ou afastando-se assim a objectiva da lente anallatica até que os fios n' e m' do micrometro interceptem na mira estadia 150 centimetros exactos; conseguido o que, se apertam de novo os parafusos r e s, fixando-se d'este modo a objectiva na posição que deve ter.

Com esta rectificação desapparecerão tambem os erros que proviriam não só de não terem as lentes anallatica e objectiva rigorosamente as distancias focaes, que calculámos, como tambem de não ser exacta, por defeito de construcção, a distancia h entre os fios extremos n' e m' do micrometro.

Eixo optico

Estando a prancheta em estação, e bem nivelada a sua superficie, a linha de fé da alidade deve conservar-se sempre na mesma posição quando visarmos com o oculo differentes pontos de uma mesma vertical, um fio de prumo, ou a aresta de um edificio por exemplo; e portanto, nas rotações do oculo, o eixo optico deverá descrever um plano vertical. Conseguimos isto por meio dos parafusos do reticulo, empregando o processo commum a todos as alidades de oculo.

Escala do oculo

Consiste a rectificação d'esta *escala* em a fixarmos na posição precisa para que o movimento do nonio ao longo d'ella se faça sempre com uma inclinação sobre o horizonte egual á do eixo optico.

Tendo-se feito a rectificação, que dissemos, do eixo optico, e tendo-se levado o oculo á posição precisa para que o eixo optico seja horizontal, seguindo para isso o processo, que já tambem indicámos, fixamos o oculo n'essa posição por meio do seu parafuso de pressão P (Est. 2).

Desapertando o parafuso de pressão P' levamos a *escala vertical* da alidade, por meio do tambor dentado T', e do parafuso de reclamo V' (Est. 1 e 2) á sua posição inicial em que o zero do nonio da *escala do oculo* coincide com o zero d'aquella *escala*, e, empregando o parafuso de reclamo p do nonio da escala vertical (Est. 1), levamos este nonio a coincidir com uma divisão exacta qualquer n da graduação da sua *escala*.

Conservando o oculo bem fixo na posição horizontal, fazemos mover a *escala vertical* até ao extremo do seu curso na alidade. Se a *escala do oculo* tiver sobre o horizonte a mesma inclinação que o eixo optico, ou antes, se ella fôr horizontal, por isso que o eixo optico o é, deverá o zero do nonio da *escala vertical* coincidir sempre com a mesma divisão n da sua graduação durante todo o movimento d'esta escala ao longo da alidade. Quando tal não succeda, conseguiremos realizal-o empregando os dois parafusos p e q da *escala do oculo* que nos permittirão, depois de algumas tentativas, dar a esta *escala* a verdadeira inclinação que ella deve ter.

Prancheta da alidade tachymetro

Como a alidade tachymetro é mais pesada que as alidades de oculo ordinarias, torna-se necessario evitar que a prancheta, posta em estação, perca a sua horizontalidade no decurso das operações de planimetria e nivelamento, realizadas com esta alidade. Para isso bastará escorar a prancheta contra as pernas do seu tripé, devendo este escoramento ser de natureza a poder effectuar-se rapidamente, sem que a prancheta perca a sua horizontalidade; e, quando a prancheta se desnivele, a podermos de novo nivelal-a sem difficuldade, conservando-se-lhe as escoras.

Suppomos que se conseguirá este resultado fazendo o escoramento pelo systema que indicamos com os detalhes precisos (Est. 5 e 6).

A prancheta tem parafusado á sua superficie inferior um cylindro formado por uma lamina metallica ABC (Est. 5) com a altura de $0^m,02$ e a espessura de $0^m,003$. O diametro exterior do cylindro é egual ao lado menor da prancheta. Em cada uma das pernas do tripé, e perpendicularmente á sua face exterior, está tambem parafusada pela base uma lamina metallica plana de $0^m,015$ de altura, e $0^m,003$ de espessura. A estampa 5 representa a prancheta com as suas escoras MN. Na estampa 6 estão desenhados os detalhes de construcção d'essas escoras, representando a (fig. 1) a extremidade que aperta o cylindro metallico ABC, e a (fig. 2) a extremidade que aperta a lamina metallica EF das pernas do tripé.

Vê-se n'esses desenhos que as escoras poderão ter movimento em torno do eixo T (fig. 2) e dos eixos Q e R (fig. 1).

Posta a prancheta em estação, e desapertando o parafuso de pressão S, fazemos com que as duas laminas JKL e $J'K'L'$ (fig. 2) abracem a lamina EF (Est. 5) de cada uma das pernas do tripé de modo que a aresta cd da lamina JKL entre em uma ranhura cavada em EF. Conseguido isto, apertamos levemente o parafuso de pressão S, só para que a aresta cd não possa sahir da sua ranhura, e, fazendo depois subir ou descer a escora ao longo de EF, desapertamos o parafuso de pressão P para que as duas laminas GHJ e $G'H'J'$ (fig. 1) da parte superior d'essa escora abracem a parede do cylindro ABC (Est. 5) de modo que a aresta mn da lamina GHJ entre em uma ranhura cavada na superficie interior d'esse cylindro.

Apertamos depois o parafuso de pressão P, e, feito isto, se a prancheta se não tiver desviado da sua horizontalidade, limitar-nos-hemos a apertar tambem o parafuso de pressão S da parte inferior da escora.

No caso contrario nivelaremos de novo a prancheta por meio dos seus parafusos niveladores, que obrigarão as escoras MN a subir ou descer ao longo das laminas EF das pernas do tripé, e só depois é que apertaremos os parafusos de pressão S (Est. 6, fig. 2), ficando d'este modo nivelada a superficie da prancheta, e em posição perfeitamente estavel para os trabalhos de planimetria e nivelamento.

Nivel de oculo

Representemos por AB o eixo optico de um oculo, e supponhamos que a este se acha fixo o eixo material EF (Est. 7, fig. 1 e Est. 9) em torno do qual pode ter movimentos de rotação de 180° o supporte metallico $GHKL$. Termina este supporte por duas munhoneiras, onde entram os munhões do eixo GL de um nivel de bolha de ar $abcd$, que poderá assim sujeitar-se a rotações de 180° em torno de GL.

O oculo AB é cingido pelas braçadeiras S e T (Est. 9) em que terminam os montantes MN e PQ, e pode ter movimentos de rotação de 180° sobre si mesmo, obrigando a essas rotações, do zenith ao nadir e reciprocamente, o nivel de bolha de ar $abcd$.

Resumindo: O oculo poderá ter movimentos de rotação de 180° nas suas braçadeiras S e T, e o nivel de bolha de ar $abcd$, acompanhando sempre o oculo nas suas semirevoluções, poderá mover-se tambem de 180° em torno dos eixos GL e EF. Suppunhamos o nivel de bolha de ar, o eixo optico AB, e os eixos materiaes EF e GL nas posições indicadas (Est. 7, fig. 1). Estando o nivel em $abcd$ o meio da bolha de ar tomará a posição m correspondente ao ponto de tangencia da tangente horizontal st á curvatura do nivel no sentido do seu eixo GL; e essa posição m facilmente será determinada, se o nivel fôr graduado seguidamente em toda a sua extensão, tomando-se a media dos numeros inteiros ou fraccionarios que indicam as posições dos extremos da bolha.

Determinado o numero m façamos mover de 180° sobre si mesmo o oculo AB. Se as braçadeiras S e T, e a superficie exterior do oculo, fossem perfeitamente torneadas, o oculo conservar-se-hia depois da sua semirevolução com a mesma inclinação AB.

Supporemos porém que tal hypothese se não realiza, e por isso o eixo optico AB passará a ter uma outra inclinação $A'B'$ (Est. 7, fig. 2), indo os eixos EF e GL occupar as posições $E'F'$ e G_1L_1, e o nivel de bolha de ar a posição $a'b'c'd'$.

Obrigando o eixo G_1L_1 a uma semirevolução sobre si mesmo, e suppondo tambem que os seus munhões e munhoneiras estão imperfeitamente torneados, elle passará a ter a inclinação $G'L'$ (Est. 7, fig. 3). O nivel de bolha de ar irá occupar uma nova posição $a''b''c''d''$, e o meio da bolha a posição m' correspondente ao ponto de tangencia da tangente horizontal $s't'$ á curvatura do nivel.

Representamos por XY a bissectriz do angulo γ formado pelas duas posições AB e $A'B'$ do eixo optico, e por δ o angulo formado por $L'G'$ e L_1G_1.

A media o dos numeros m e m', que representam as posições occupadas pelo meio da bolha de ar, quando o nivel está respectivamente em $abcd$ e $a''b''c''d''$ (Est. 7, fig. 1 e 3), indica-nos na graduação d'este a posição em que estaria o meio da bolha, se o eixo do nivel fizesse com a linha XY um angulo egual a $\frac{1}{2}\delta$. Suppondo o eixo optico, os eixos de movimento, e o nivel de bolha de ar nas posições representadas (Est. 7, fig. 3), e obrigando este a uma rotação de 180° em torno de $E'F'$, elle passará a occupar a posição $a'''b'''c'''d'''$ (Est. 7, fig. 4). O meio da bolha irá para o ponto de tangencia da tangente horizontal $s''t''$ á curvatura do nivel, indicado na graduação d'este, por um numero m'' inteiro ou fraccionario.

Fazendo mover o oculo de 180° em torno de si mesmo, o eixo optico $A'B'$

irá occupar a sua posição primitiva AB (Est. 7 fig. 1), tendo-se conservado a linha XY, bissectriz do angulo γ, com a mesma inclinação no decurso d'essas operações. O nivel de bolha de ar e o seu eixo $L'_1 G'_1$ (Est. 7, fig. 4) passarão a occupar respectivamente as posições $a^{iv} b^{iv} c^{iv} d^{iv}$ e $L''_1 G''_1$. Sujeitando finalmente o nivel $a^{iv} b^{iv} c^{iv} d^{iv}$ a uma rotação de 180° em torno do seu eixo $L''_1 G''_1$, este, em virtude do imperfeito torneamento dos seus munhões e munhoneiras, irá para uma nova posição $L'_2 G'_2$ (Est. 7, fig. 6), sendo ainda δ o angulo formado pelas linhas $L''_1 G''_1$ e $L'_2 G'_2$.

O nivel passará para $a^v b^v c^v d^v$, sendo na sua graduação representada a posição do meio da bolha por um numero m''', inteiro ou fraccionario, e correspondente ao ponto de tangencia da tangente horizontal $s''' t'''$.

A media $o' = \dfrac{m'' + m'''}{2}$ (Est. 7, fig. 4 e 6) indica-nos a posição que occuparia o meio da bolha, se o eixo $L'_2 G'_2$ do nivel fizesse com a linha XY um angulo egual a $\dfrac{1}{2}\delta$. Temos pois que, se o eixo do nivel de bolha de ar fizesse nas suas duas posições invertidas um angulo egual a $\dfrac{1}{2}\delta$ com a linha XY, o meio da bolha iria occupar respectivamente na graduação do nivel as posições representadas pelos numeros o e o' (Est. 7, fig. 3 e 6); d'onde se conclue que, n'essa hypothese, a linha XY seria horizontal quando o meio da bolha de ar estivesse em uma posição designada pela media $\dfrac{o + o'}{2} = \omega$ (Est. 7, fig. 6). Quer isto dizer que o angulo, que a linha XY faz com a horizontal, corresponde a um desvio do meio da bolha de ar representado pelo arco $o'\omega$, e que, portanto, para se levar á horizontalidade a linha XY, não teremos mais do que levantar ou abaixar uma das extremidades do oculo AB de modo que o meio da bolha vá occupar na graduação do nivel a posição designada pelo numero $\psi = m''' \pm o'\omega$, sendo $o'\omega$ o numero de divisões comprehendidas n'este arco. No valor de ψ tomaremos o signal $+$ se fôr $\omega > o'$, e o signal $-$ no caso contrario, o que depende do sentido da graduação do nivel.

Para demonstrarmos geometricamente o que fica dito, representaremos nas figuras da (Est. 8) as posições do eixo optico AB e dos eixos de rotação EF e GL do nivel $abcd$ no decurso das differentes operações designadas respectivamente nas figuras da (Est. 7). Na (Est. 8) a linha XY é como na (Est. 7) a bissectriz do angulo γ formado pelas duas posições AB e $A'B'$ do eixo optico antes e depois da semirevolução do oculo nas suas braçadeiras. A linha RS representa a bissectriz do angulo δ formado pelas duas posições do eixo GL do nivel de bolha de ar $abcd$, quando sujeitamos este nivel a uma rotação de 180° em torno de GL. A linha EF representa o eixo EF (Est. 7) em torno do qual se pode mover de 180° o nivel $abcd$, invertendo-se a sua posição; e finalmente a linha $H'H$ indica a horizontal.

Os numeros m, m', m'' e m''', que correspondem aos pontos da graduação do nivel $abcd$ occupados pelo meio da bolha de ar nas quatro posições d'este nivel (Est. 7, fig. 1, 3, 4 e 6) podem representar os valores dos angulos que, n'essas posições, fórma o eixo GL com a horizontal HH'; e assim, chamando Z o angulo de inclinação da linha XY, teremos (Est. 8, fig. 1 e 3)

$$m = + LOH = LOY + HOY = LOY + Z$$

$$m' = - L'OH = -(L_1OY + \delta - Z) = - L_1OY - \delta + Z$$

e, por ser

$$LOY = L_1OY:$$

$$o = \frac{m + m'}{2} = Z - \frac{1}{2}\delta.$$

Do mesmo modo será (Est. 8, fig. 4 e 6):

$$m'' = + L'_1OH' = L'_1OX - Z$$

$$m''' = - L'_2OH' = -(L''_1OX + Z + \delta) = - L''_1OX - Z - \delta$$

e, por ser

$$L'_1OX = L''_1OX:$$

$$o' = o'OH' = \frac{m'' + m'''}{2} = - Z - \frac{1}{2}\delta.$$

Dos valores de o e o' deduz-se:

$$\omega = \omega OH' = \frac{o + o'}{2} = \frac{Z - \frac{1}{2}\delta - Z - \frac{1}{2}\delta}{2} = - \frac{1}{2}\delta.$$

Por outro lado temos (Est. 8, fig. 6):

$$o'\hat{O}\omega = o'\hat{O}H' - \omega\hat{O}H',$$

ou

$$\widehat{o'\omega} = - Z - \frac{1}{2}\delta - \left(-\frac{1}{2}\delta\right) = Z,$$

d'onde se conclue que o angulo Z, que a linha XY faz com a horizontal, corresponde no nivel *abcd* quando este se acha nas posições indicadas (Est. 7 e 8, fig. 6) a um desvio do meio da bolha de ar representado pelo arco $o'\omega$, e portanto que a linha XY será horizontal quando o meio da bolha de ar fôr occupar na graduação do nivel a posição representada pelo numero $\psi = m''' \pm o'\omega$.

Para nos certificarmos de que a linha XY se conservou com a mesma inclinação no decurso das operações indicadas (Est. 7), tem o oculo AB invariavelmente ligado á sua superficie exterior um nivel de bolha de ar (Est. 9), graduado em divisões equidistantes, e em que o meio da bolha deverá occupar sempre uma mesma posição (Est. 7, fig. 1, 5 e 6) se o oculo não soffreu nas semirevoluções, a que foi sujeito, outro deslocamento além do que é causado pela imperfeição do seu torneamento, e do das braçadeiras S e T.

Se o oculo não variou de inclinação n'essas suas tres posições, a linha XY ter-se-ha conservado tambem com uma inclinação constante.

Levada á horizontalidade a linha XY; bastará, para se determinar a linha de nivel apparente, fazer com que o eixo optico AB coincida com XY, o que se conseguirá deslocando o eixo optico AB por meio dos parafusos do reticulo de modo que, na semirevolução do oculo em torno de si mesmo, se possa visar sempre um mesmo ponto bem definido do terreno.

Vê-se pois que, pelo processo que acabamos de expôr, não pode ser causa de erro, na determinação da linha de nivel apparente, a imperfeição do torneamento dos munhões e munhoneiras dos eixos de rotação no nosso nivel de oculo.

Temos supposto, no que deixamos dito, que a curvatura longitudinal do nivel *abcd* era rigorosamente a mesma em todos os seus pontos, e n'este caso facil seria gradual-o por deverem ser equidistantes as divisões da sua graduação. Como, porém, essa curvatura pode não ser constante, por defeito de construcção, deverá, a fim de se evitarem os erros que d'ahi resultariam, ser o nivel de bolha de ar *abcd* graduado em divisões equidistantes para um lado da linha longitudinal culminante da superficie do tubo de vidro, e graduado para o outro lado d'essa linha em harmonia com as irregularidades da sua curvatura. Esta ultima graduação será a verdadeira, sendo a primeira uma graduação simplesmente auxiliar.

Feita a graduação auxiliar em divisões equidistantes, a graduação verdadeira poderá fazer-se pelo modo que vamos indicar.

Seja FH (fig. 19) uma superficie solida em posição invariavel, onde estão fixados os montantes metallicos AC e RS, sendo este ultimo em curva. Na extremidade superior A do montante AC existe um eixo, sensivelmente parallelo á superficie FH, em torno do qual pode ter movimento de rotação a regua metallica AB. Esta regua tem fixo na sua extremidade B um arco de circulo BJ tambem metallico, e cujo centro deve estar no eixo de rotação. O arco

BJ entra com attrito doce em uma abertura feita no montante RS, podendo ser muito lento o movimento de rotação da regua AB e podendo conservar-se depois esta na inclinação desejada, se em RS tivermos convenientemente collocados um parafuso de reclamo e outro de pressão. Á regua AB estão fixos os montantes mn e rs, e na extremidade superior do primeiro existe um eixo n

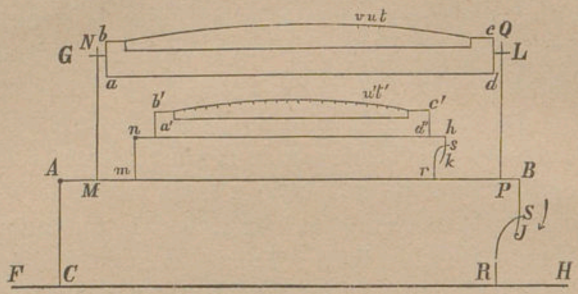


Fig. 19

sensivelmente parallelo á regua, em torno do qual pode girar uma outra regua metallica nh, que termina em h por um arco metallico hk que entra em rs, e cujo centro deve existir no eixo de rotação n. Um nivel de bolha de ar $a'b'c'd'$, graduado em divisões equidistantes, é solidamente parafusado á regua nh e por isso a acompanha nos seus movimentos de rotação em torno do eixo n, podendo esses movimentos ser realizados muito lentamente, e fixar-se depois a regua nh em uma inclinação determinada, por meio de um parafuso de reclamo, e outro de pressão, collocados em rs.

Finalmente proximo ás extremidades da regua AB estão fixos sobre ella os dois montantes MN e PQ, que prendem o eixo GL do nivel $abcd$, que desejamos graduar. Supponhamos todas as peças do instrumento nas posições indicadas (fig. 19), estando respectivamente em t' e em t o meio das bolhas de ar nos dois niveis $a'b'c'd'$ e $abcd$. Marcamos essa posição t no meio da bolha de ar no nivel $abcd$ por meio de um traço transversal, e, feito isto, damos á regua AB um pequenissimo movimento de rotação no sentido indicado pela flexa, até que o meio da bolha do nivel $a'b'c'd'$ passe da divisão t' para a divisão immediata u'. No nivel $abcd$ o meio da bolha passará da divisão t, já marcada, para uma nova posição u, que marcamos tambem com um segundo traço transversal.

Depois, por meio do parafuso de reclamo existente no montante rs damos á regua nh um movimento de rotação em torno do seu eixo, de modo que o meio da bolha no nivel $a'b'c'd'$ vá occupar a sua primeira posição t', conservando-se com a mesma inclinação o eixo GL do nivel $abcd$, e portanto na mesma posição u o meio da bolha de ar d'este nivel. Por meio do parafuso de reclamo existente em RS damos no sentido da flexa um movimento de rotação á regua AB em torno do seu eixo em A, até que o meio da bolha do nivel $a'b'c'd'$ volte para a divisão u', e fixamos n'essa posição a regua AB empregando o parafuso de pressão do montante RS.

O meio da bolha de ar do nivel $abcd$ passou para uma nova posição v, que marcamos no tubo com um terceiro traço transversal. E assim procederemos successivamente até completar a graduação do nivel $abcd$.

As deslocações tu, uv,... (fig. 19) do meio da bolha de ar do nivel $abcd$ podem determinar-se n'este nivel por meio da sua graduação auxiliar em divisões equidistantes.

Suppondo o nivel $abcd$ com as duas graduações que indicámos, determinaremos do seguinte modo a posição ψ', que deverá occupar o meio da bolha de ar para que a linha XY (Est. 7) seja horizontal.

Sendo na graduação auxiliar conhecidos, pelo modo que dissemos, os numeros m, m', m'', m''' (Est. 7, fig. 1, 3, 4 e 6) sejam respectivamente n, n', n'', n''' os numeros correspondentes na graduação verdadeira do nivel.

As duas formulas:

$$\frac{n+n'+n''+n'''}{4}=\omega' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

$$\psi=n'''\pm n'''\omega' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

sendo $n'''\omega'$ o numero, inteiro ou fraccionario, de divisões comprehendidas no arco $n'''\omega'$, dão-nos o numero, que na graduação verdadeira do nivel $abcd$ representa a posição ψ' procurada. Na formula (2) o termo $n'''\omega'$ terá o signal $+$ quando fôr $\omega'>\frac{n''+n'''}{2}$, e o signal — no caso contrario.

Conhecido ψ' vemos na graduação auxiliar do nivel qual o numero θ, que lhe corresponde, e, sendo equidistantes as divisões d'esta graduação, facilmente saberemos quando o meio da bolha está em θ e portanto em ψ'. Se os niveis de bolha de ar $abcd$ e $a'b'c'd'$ (fig. 19) sendo ambos bastante sensiveis, tiverem proximamente a mesma sensibilidade, e na graduação do nivel $a'b'c'd'$ a distancia $t'u'$ entre duas divisões quaesquer consecutivas fôr pequena, um millimetro por exemplo, as distancias entre as divisões consecutivas no nivel $abcd$ serão tambem sufficientemente pequenas para que possamos, sem inconveniente para o fim que temos em vista, suppor constante a curvatura d'este nivel nos differentes pontos de cada um dos seus arcos tu, uv,...; e foi isto o que suppozemos realizar-se na determinação de ψ'.

Para se conseguir que o meio da bolha de ar vá occupar a posição θ na graduação auxiliar, ou, o que é o mesmo, a posição ψ' na graduação verdadeira do nivel, são os dois montantes MN e PQ (Est. 9) solidamente ligados a uma haste metallica MRP, podendo esta ter movimento de rotação em torno de um eixo parallelo ao prato ZZ', e cujos munhões entram em munhoneiras existentes na extremidade superior dos dois montantes RU fixos ao mesmo prato. A este estão fixos tambem os dois montantes em curva ef e gh, onde entram com attrito doce os arcos Mn e Pq em que terminam os montantes MN e PQ, e cujos centros existem no eixo de rotação em R.

Por meio de um parafuso de reclamo convenientemente collocado em um dos montantes ef ou gh e um parafuso de pressão no outro, poderemos dar ao oculo a inclinação precisa para que o meio da bolha de ar vá occupar no nivel $abcd$ a posição representada pelo numero θ na sua graduação auxiliar e portanto pelo numero ψ' na sua graduação verdadeira, e poderemos tambem conservar o oculo n'essa inclinação, realizando-se assim a horizontalidade da linha XY.

O prato ZZ' pode girar em torno de um eixo UV obrigando o oculo a este movimento de rotação. Para se conseguir que a linha XY se conserve sempre horizontal em todas as suas direcções, damos ao prato ZZ' o movimento de rotação preciso para que o oculo se colloque proximamente na direcção de dois dos parafusos da base do instrumento. Levamos o meio da bolha de ar do nivel $abcd$ a occupar a posição representada pelo numero θ na sua graduação auxiliar, e depois, fazendo mover de 180° o prato ZZ' em torno de UV, vemos qual a deslocação que soffreu o meio da bolha, e desfazemos metade d'essa deslocação por meio dos dois parafusos da base do instrumento, que se acham na direcção do oculo, e a outra metade por meio do parafuso de reclamo existente em um dos montantes ef e gh, voltando assim o meio da bolha a occupar a posição θ. Tendo-se conseguido d'este modo, por tentativas, que nas duas posições invertidas do oculo o meio da bolha de ar occupe a posição θ, damos ao prato ZZ' um movimento de rotação de 90° em torno de UV, levando depois o meio da bolha a occupar ainda, n'essa nova posição do nivel $abcd$, a mesma posição θ, empregando-se então unicamente o terceiro parafuso da base do instrumento. Se na graduação do nivel $M'N'$ (Est. 9 e 10), que se acha fixo á superficie exterior do oculo, determinarmos em cada dia, no principio do trabalho de nivelamento, a posição ε occupada pelo meio da bolha de ar, quando no nivel $abcd$ a posição correspondente do meio da bolha é representada pelos numeros θ ou ψ', a invariabilidade de posição do nivel $M'N'$ relativamente ao oculo permittirá servirmo-nos depois exclusivamente d'elle para se levar á horizontalidade a linha XY. Estando o meio da bolha de ar do nivel $M'N'$ na posição ε, conseguiremos que em todas as direcções do oculo o meio da bolha conserve sempre essa mesma posição, empregando o processo conhecido, e que indicámos relativamente ao nivel $abcd$.

Tendo-se levado á horizontalidade a linha XY, bastará fazer coincidir o eixo optico do oculo com XY, o que se realizará facilmente empregando os parafusos do reticulo, como já tivemos occasião de dizer (pag. 55). Representámos (Est. 7) pela sua ordem as operações que se devem effectuar no nivel de oculo, cuja theoria acabamos de expôr, para se levar á horizontalidade a linha XY. N'essa estampa indicámos os eixos de movimento, e os accessorios mais importantes do nivel, pelas mesmas lettras com que o fizemos no alçado, planta e detalhes de construcção (Est. 9, 10 e 11); e isto basta para a facil comprehensão do instrumento, e do modo como se deve operar com elle.

Os movimentos de rotação do oculo em torno de si mesmo dentro das braçadeiras S e T (Est. 9) realizam-se por meio de um tambor dentado T', que engrena nos dentes do arco CD, que faz corpo com o oculo.

Esses movimentos são limitados em 180° por meio das duas esperas E e F, que estão fixas ao montante MN, e do batente L, que faz corpo com o oculo.

Desapertando os parafusos K' e L' (Est. 9 e fig. 3 da Est. 11) poderemos dar ao nivel $abcd$ movimentos de rotação em torno do eixo EF. Esses movimentos são limitados em 180° pelas esperas r e s, e pelo batente t, (Est. 9). Para fixarmos o nivel $abcd$ em qualquer das suas duas posições invertidas, em que o batente deverá encostar-se a uma d'essas esperas, bastará apertar os parafusos K' e L'.

As rotações do nivel de bolha de ar $abcd$ em torno do seu eixo GL são limitadas em 180° pelas esperas u e v e pelo batente, que existe em um dos extremos d'este nivel.

Os pequenos movimentos de rotação de todo o systema em torno do eixo RR (Est. 9 e 10) realizam-se por meio do parafuso de reclamo P'.

O parafuso de pressão Q' serve para fixar o oculo na inclinação que elle deve ter para que seja horizontal a linha XY.

O nivel de oculo, que acabamos de estudar, não foi ainda construido.

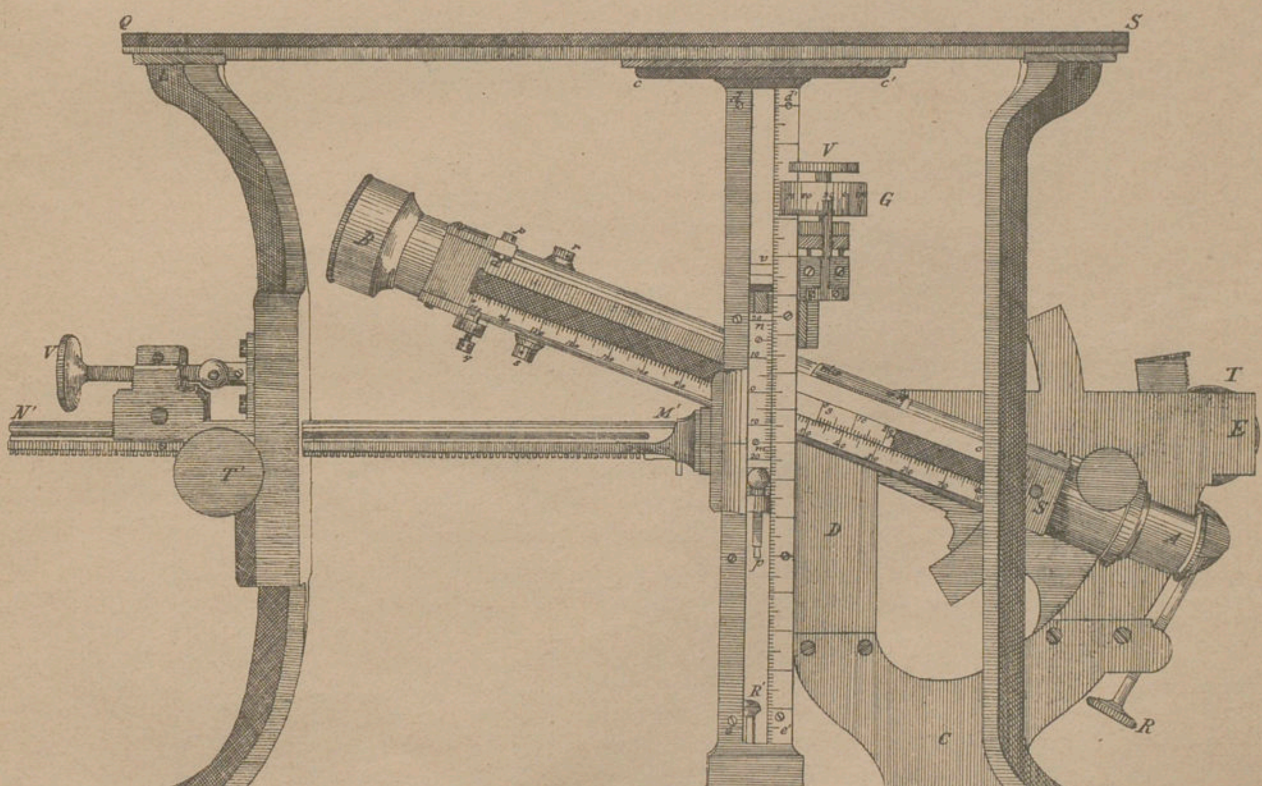
Resta-nos agora apenas, para concluir esta memoria, o cumprimento do grato dever de testemunharmos aqui os nossos muito sinceros agradecimentos ao sabio professor da Escola Polytechnica de Lisboa, sr. Luiz Porfirio da Motta Pegado, pela sua valiosissima collaboração no estudo do nivel de oculo, que acabamos de descrever.

Tendo pedido a esse distincto mathematico o seu parecer sobre a memo-

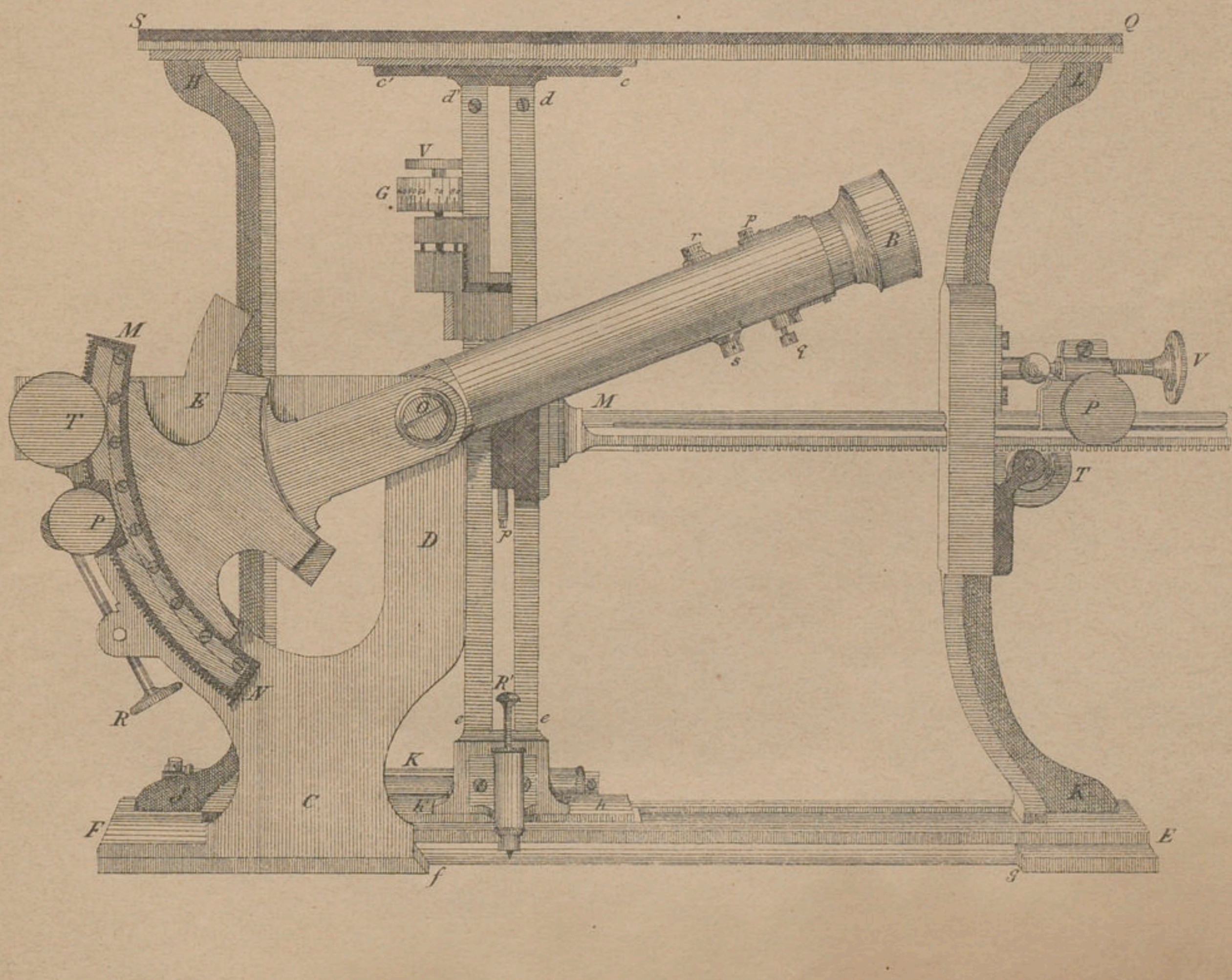
ria que em 1884 fizemos publicar descrevendo um nivel, que theoricamente em nada differe do que agora descrevemos, foi para nós esse parecer verdadeiramente lisongeiro, por isso que elle consistiu em uma demonstração geometrica, confirmando o que tinhamos escripto relativamente a esse instrumento.

Não resistimos ao prazer de publicar essa demonstração, tão simples como rigorosa, que se encontra nas paginas 53 e 54 d'esta memoria.

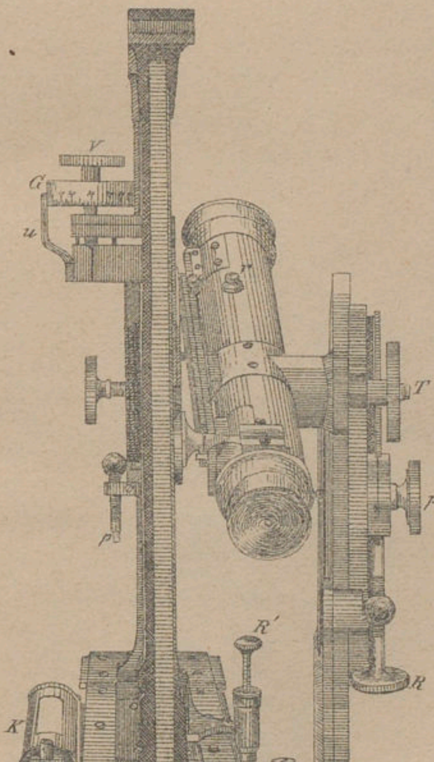
Alidade tachymetro



Alidade tachymetro

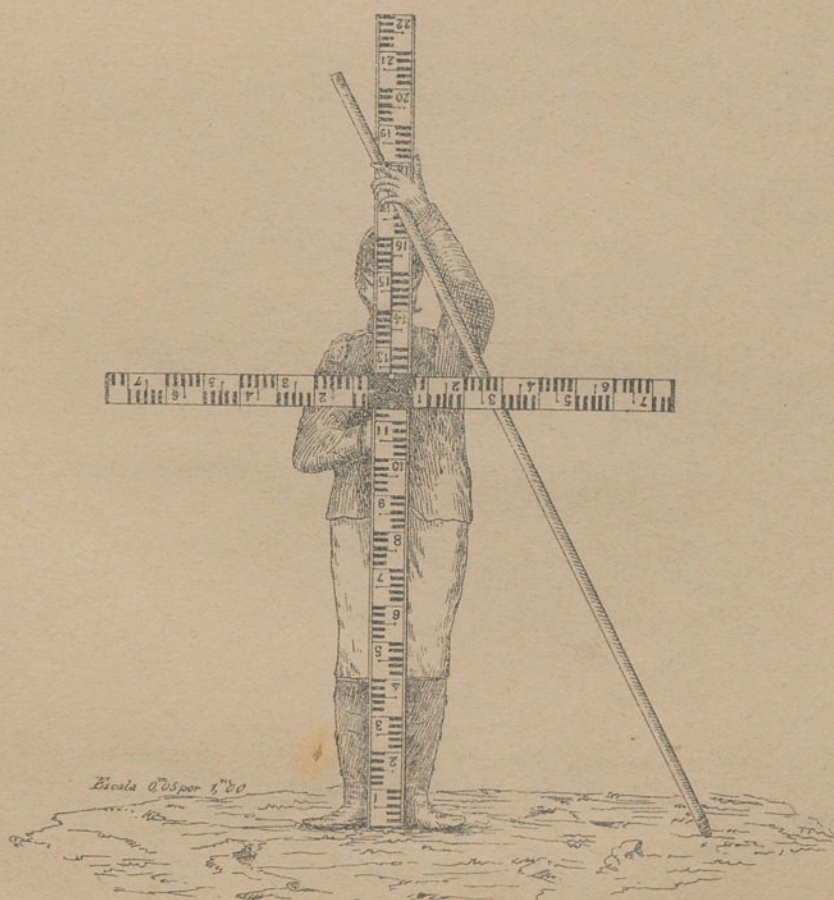


Alidade tachymetro.

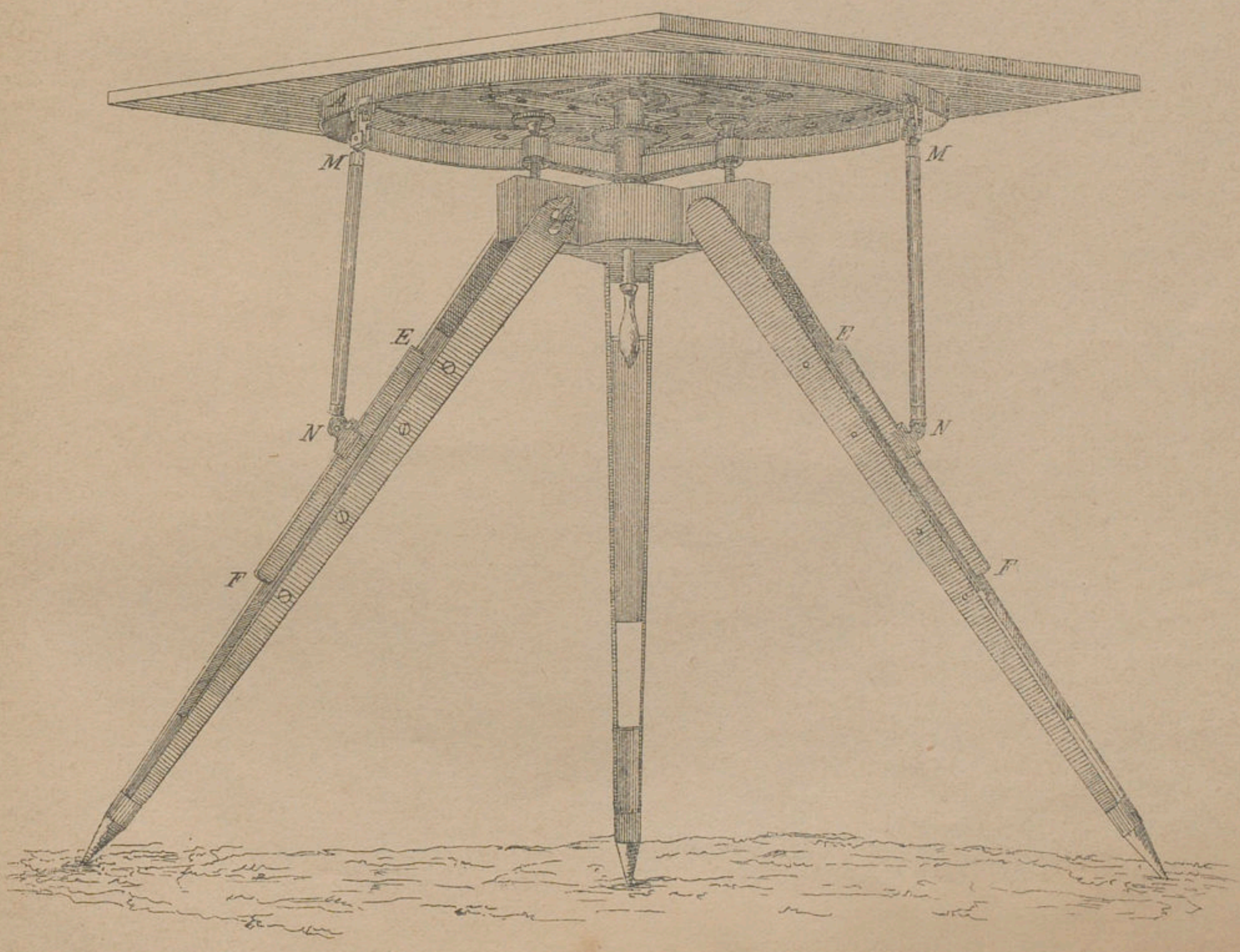


Estampa 4

Mira estadia



Prancheta.



Escoras da prancheta.

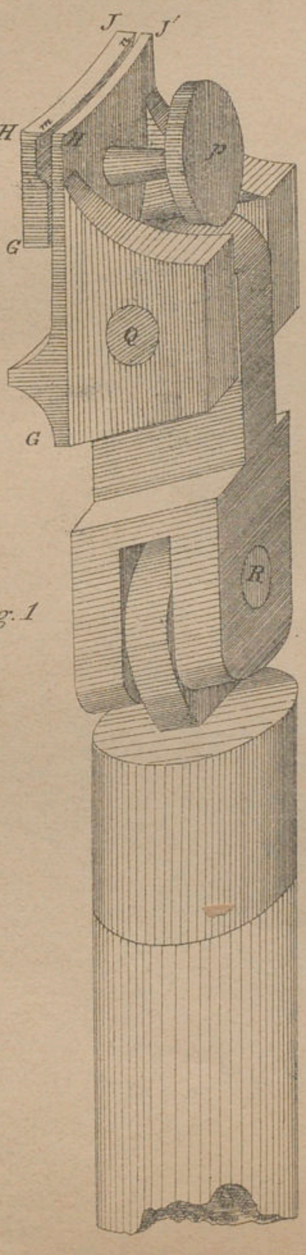


Fig. 1

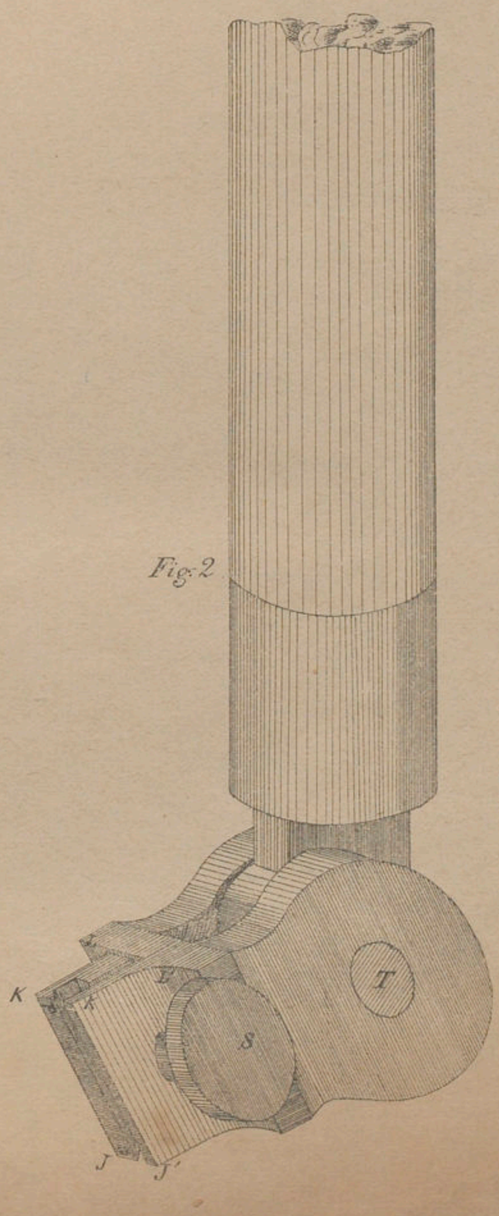


Fig. 2

Fig. 1.

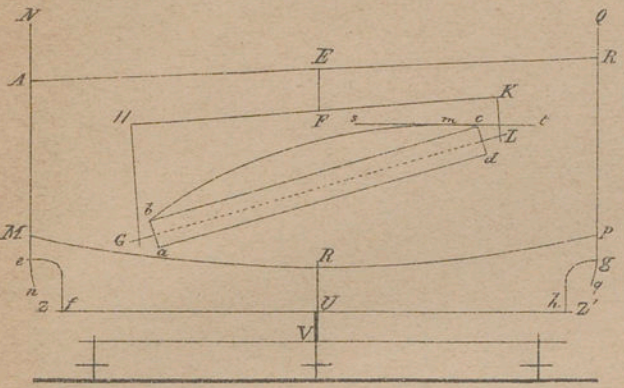


Fig. 6.

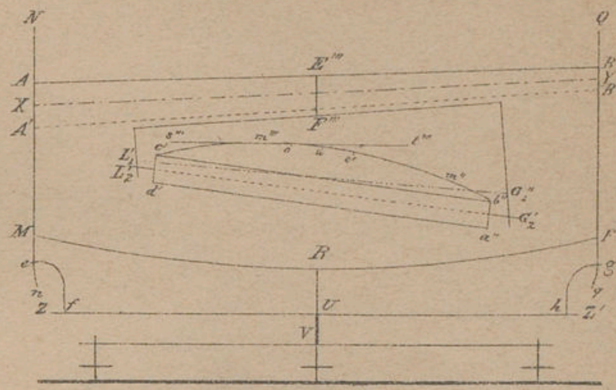


Fig. 2.

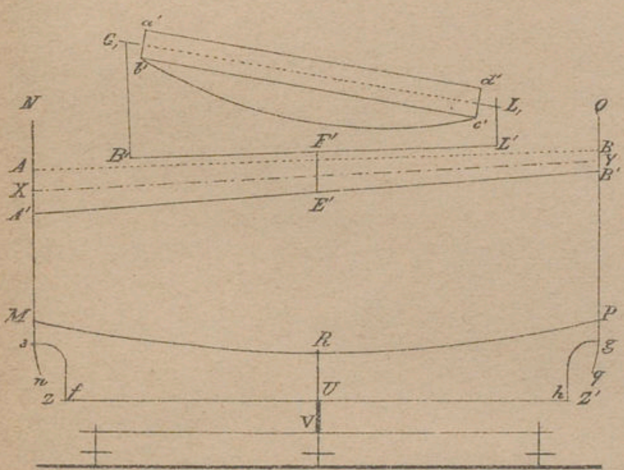


Fig. 5.

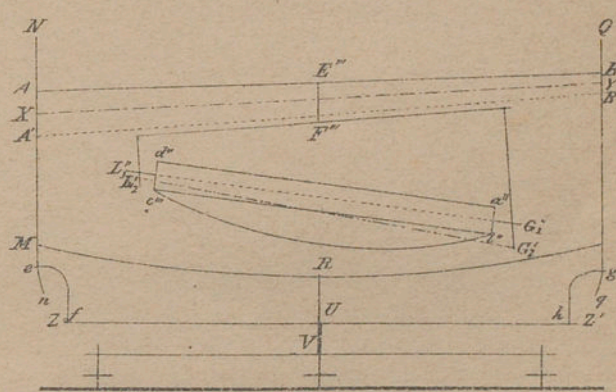


Fig. 3.

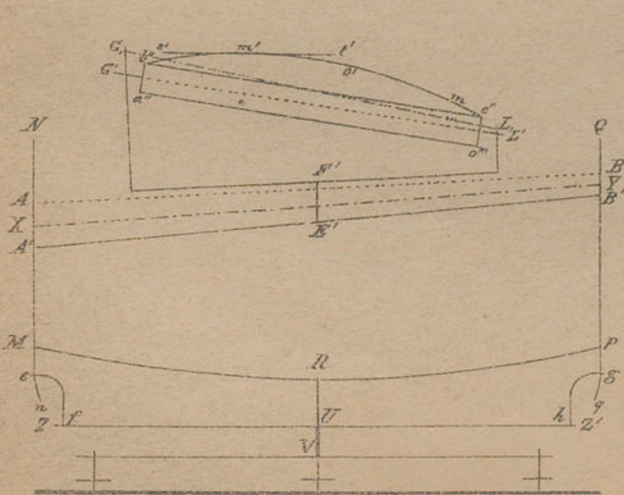


Fig. 4

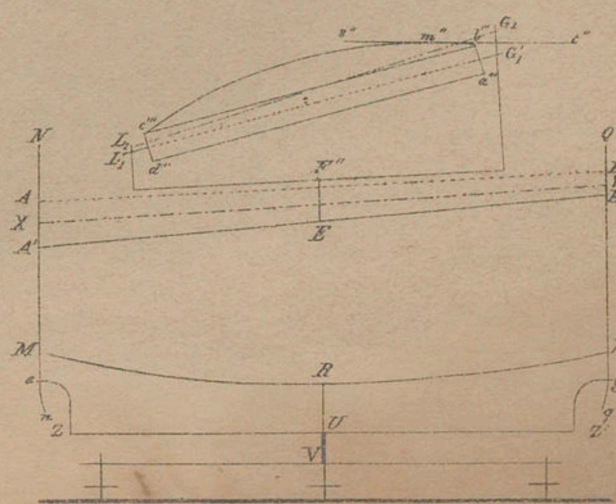


Fig 1.

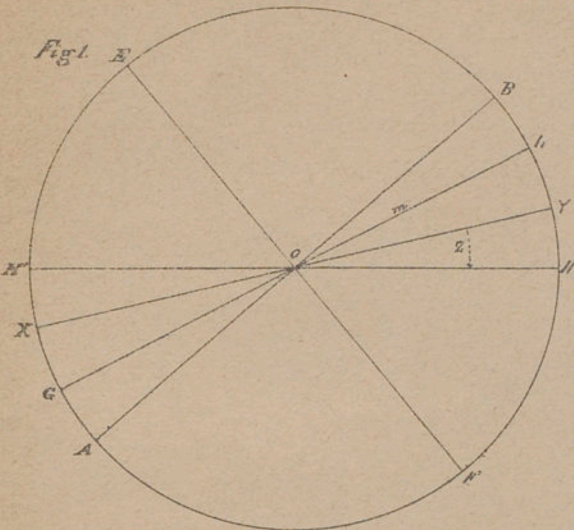


Fig 6.

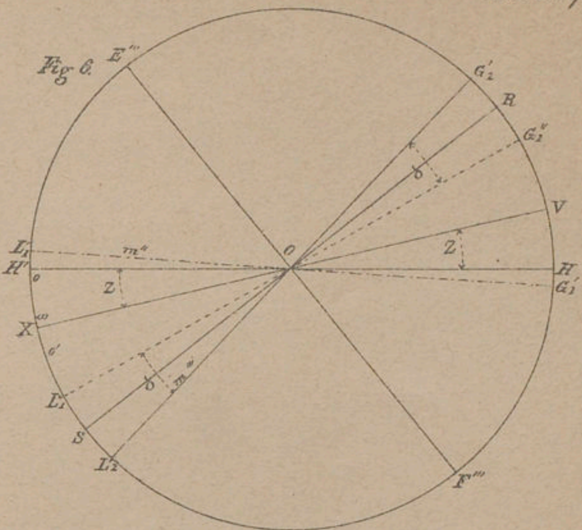


Fig. 2

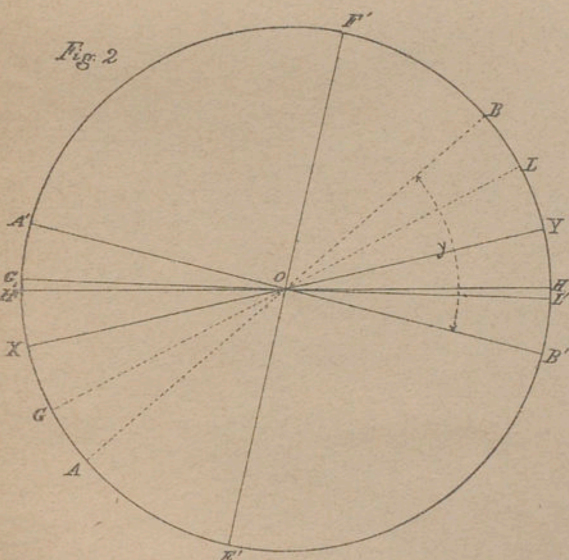


Fig 5

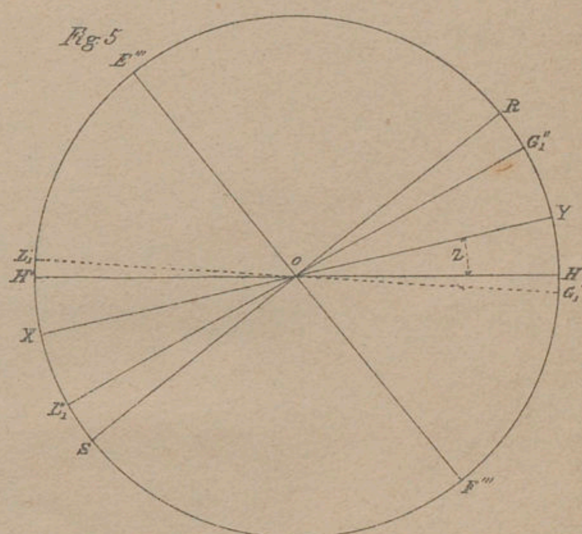


Fig 3

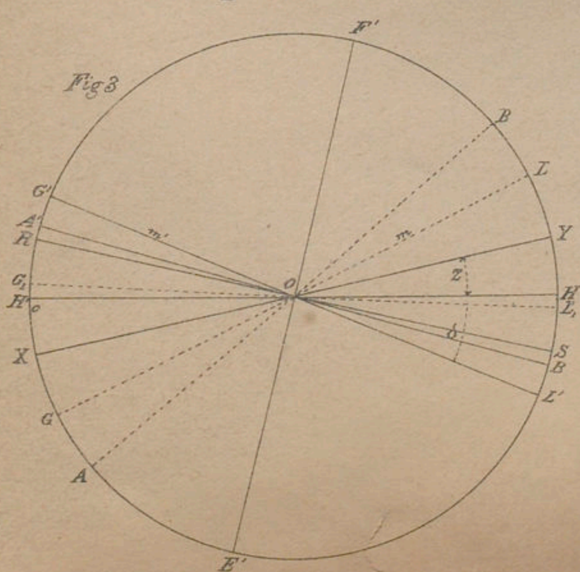
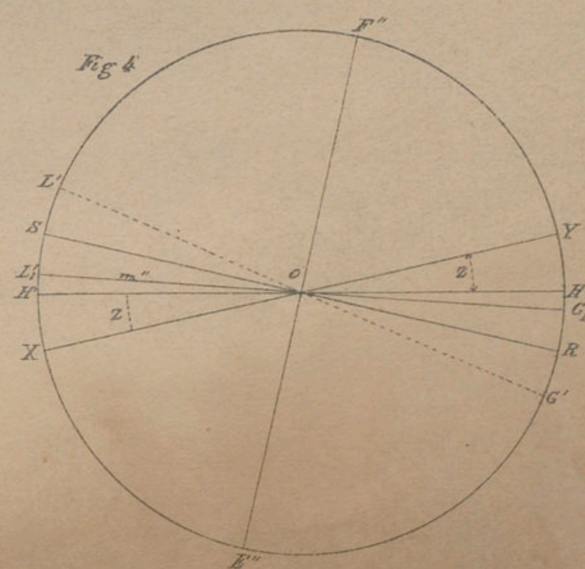
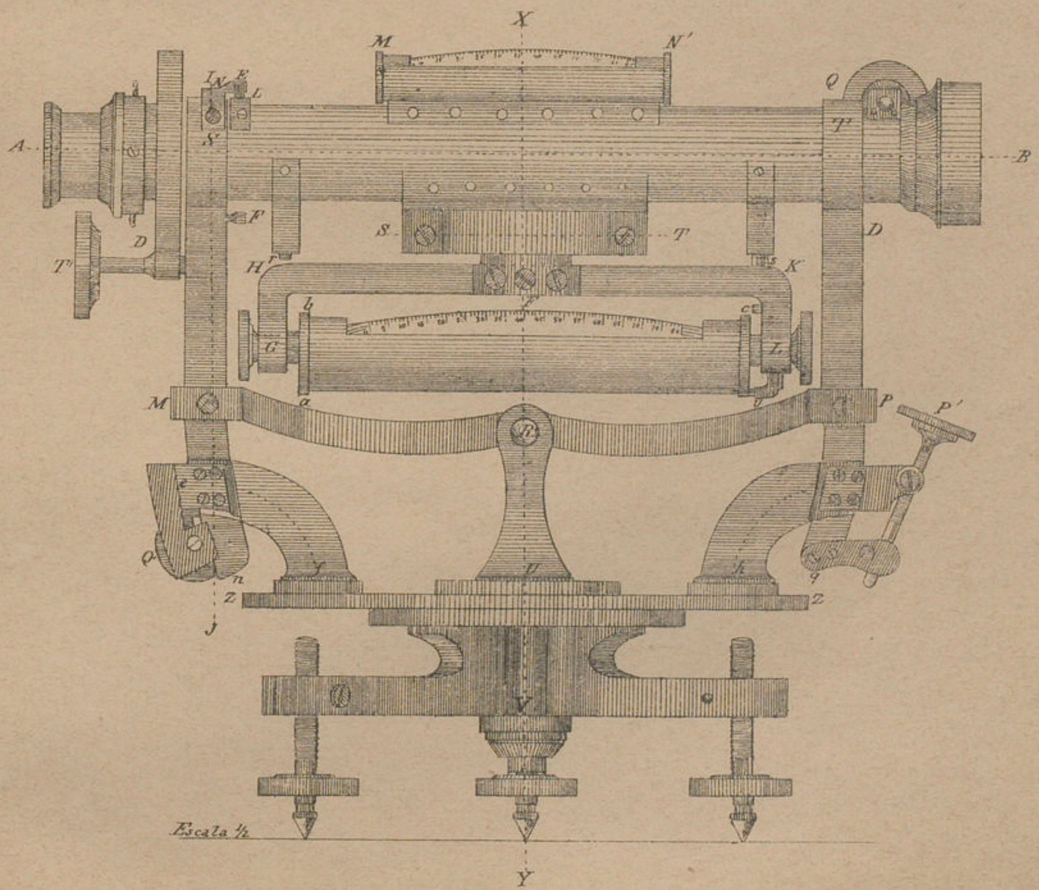


Fig 4.



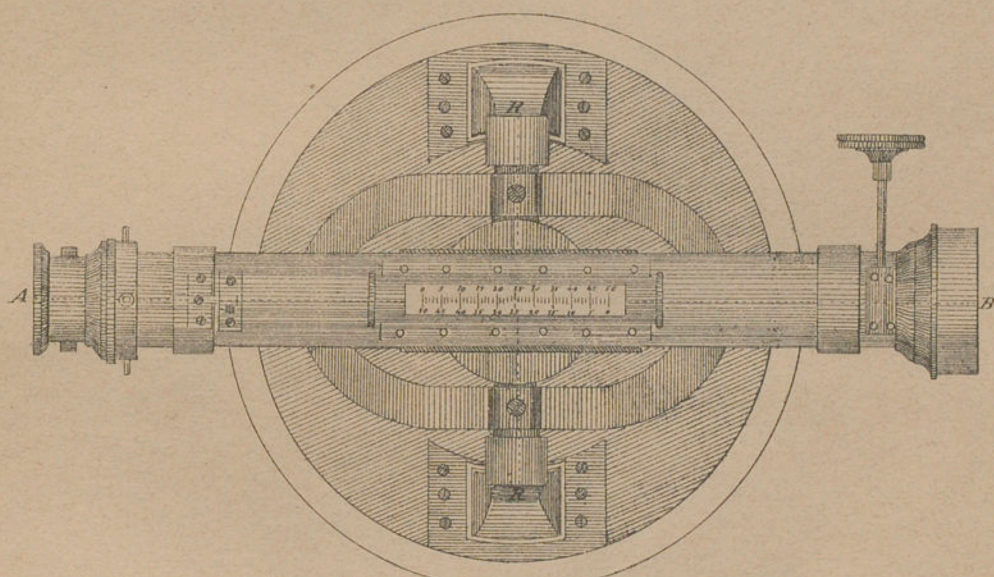
Nivel d'oculo.

Alçado.



Nivel d'oculo.

Planta



Escala 1/2

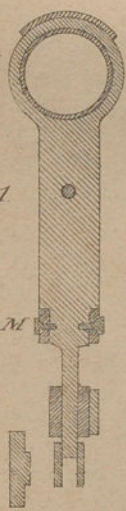
Nivel d'oculo.

Estampa 11

Detalhes de construcção

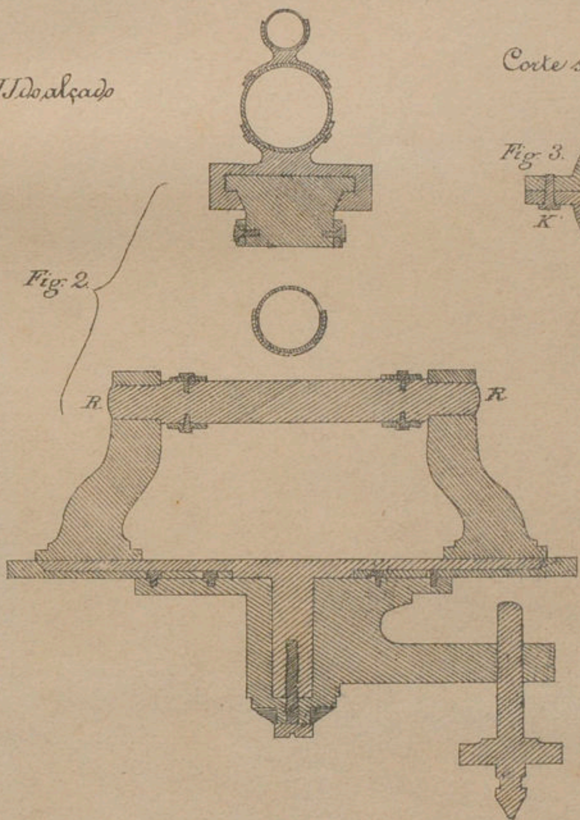
Corte segundo a linha IJ do alçado

Fig. 1



Corte segundo a linha XY do alçado

Fig. 2



Corte segundo a linha ST do alçado

Fig. 3

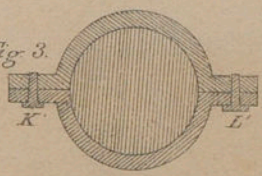


Fig. 4

Escala ½