

LUIZ PASSOS E MARTINS BARATA

ELEMENTOS  
DE  
DESENHO

PARA OS 1.º, 2.º E 3.º ANOS DOS LICEUS

APROVADO OFICIALMENTE



LISBOA • LIVRARIA SÁ DA COSTA • EDITORA



fernando Martins Campos

Oficina da Dica.  
Cabo Verde - Campos

2019

# Elementos de Desenho

para os 1.º, 2.º e 3.º anos dos liceus

Handwritten signature or mark in blue ink, possibly reading "J. H. [unclear]".

*Amador*

LUIZ PASSOS

PROFESSOR DE DESENHO DO LICEU DE GIL VICENTE E LICENCIADO  
EM MATEMATICA

E MARTINS BARATA

PROFESSOR DE DESENHO DO LICEU DE GIL VICENTE  
E PINTOR DE ARTE



# Elementos de Desenho

para os 1.º, 2.º e 3.º anos  
dos liceus



RC  
74  
PAS  
(B2)

LIVRARIA SÁ DA COSTA — EDITORA  
24, L. do Poço Novo LISBOA

*Todos os exemplares são autenticados  
com as rubricas dos autores e dos editores.*

*Luiz Costa*

*Ed. Zorbalj*

Composto e impresso na secção de «Linotypes»  
de O Jornal do Comércio e das Colónias. As  
estampas a côres foram executadas nas oficinas  
de «Bertrand (Irmãos), Ld.» e «Litografia de  
Portugal»; as estampas em heliogravura, nas  
—— oficinas da «Neogravura Limitada» ——

## PREFÁCIO

*Côncios do que devemos a nós mesmos e da dignidade da profissão que exercemos, pusemos no presente trabalho o nosso carinho, a nossa boa fé, o nosso desejo de acertar. Procurámos fazer dêle, a-pesar-da modéstia do seu âmbito e da sua realização, obra do nosso tempo, na essência, como na forma.*

*Os nossos colegas e o Público verificarão se fizemos alguma coisa de útil. Se o tivermos conseguido, por muito satisfeitos nos daremos. Se assim não fôr, contentar-nos-emos com a certeza de termos cumprido o nosso dever.*

---

*Os ensinamentos recebidos dos nossos professores, o estudo dos mestres nacionais e de alguns estrangeiros, que fizemos por dever e por devoção, a nossa própria experiência — que nos esforçámos por examinar sinceramente — conjugados com o desejo de sermos úteis determinaram em nós a atitude de espírito com que abordámos o cumprimento sincero da letra e do espírito do programa de Desenho e das suas instruções.*

---

*Ao evocarmos a nossa preparação profissional seja-nos lícita uma referência a alguns dos Mestres cujo esforço não deve ser esquecido :*

*Teodoro da Mota, que julgamos ter sido o maior professor de desenho liceal e cuja preciosa obra é hoje quási desconhecida ;*

*Teixeira Machado e José Miguel de Abreu, cuja obra cheia de nobres preocupações didáticas é hoje também quasi desconhecida ;*

*Roque Gameiro, o artista eminente, que há bons trinta anos defendia calorosamente o ensino do desenho do natural com a feição que modernamente se comprehende — orientação que só agora teve a consagração official e de que há a esperar os melhores frutos.*

*Marques Leitão, felizmente ainda vivo, professor de cultura invulgar, paladino entusiasta, inteligente e infatigável, cuja grande obra se impôs.*

\*

\* \* \*

*Ficaremos muito gratos aos Colegas que se dignem mandar-nos, ou ao nosso Editor, quaisquer comentários, objecções ou sugestões que lhes mereça a nossa tentativa.*

OS AUTORES



## ADVERTÊNCIA

Julgamos prestar serviço aos que se iniciam no Desenho chamando a sua atenção para os seguintes preceitos ditados pela nossa experiência:

I) *Não se pode desenhar sem dispor de material apropriado.* Adquiri-lo não é uma exigência do professor, ou da escola, é satisfazer uma iniludível necessidade do aluno.

II) *É muito difícil executar bem um desenho com material de má qualidade.* Qualquer mal entendida economia ou falha de orientação na escolha do material pode tornar-se causa de insucesso e, como consequência, grave prejuízo económico.

III) *Muito bom que seja o material alheio, o nosso é sempre melhor.* É facto averiguado que, adquirindo cada um a sua maneira própria de trabalhar, o material de uso corrente, ao fim de pouco tempo, desgasta-se de modo especial, adaptando-se a quem o emprega.

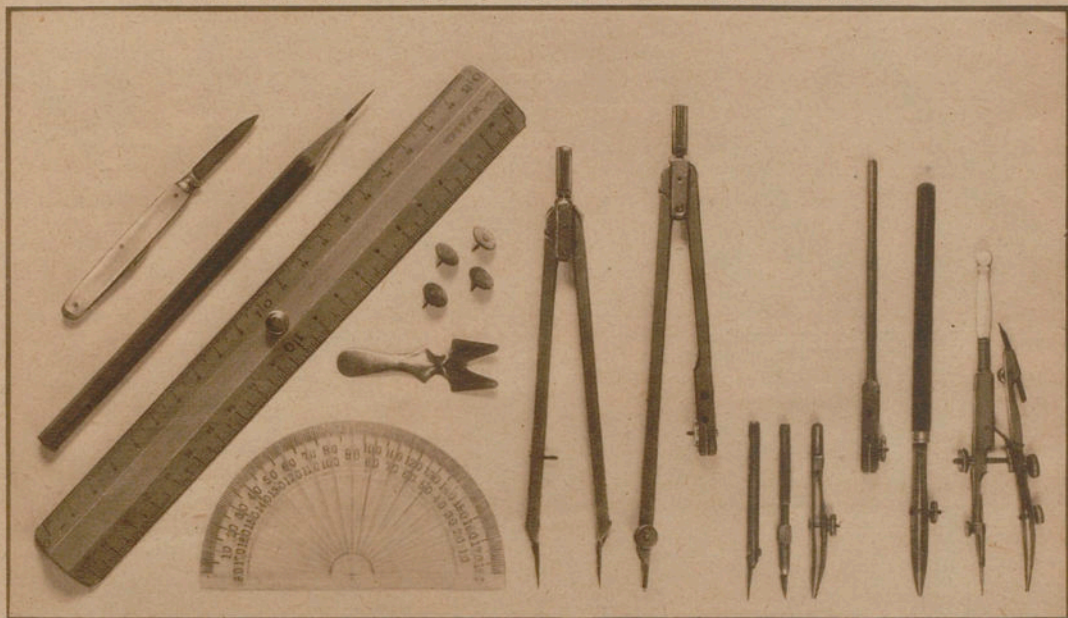
Depois de outrem ter escrito durante algum tempo com a nossa caneta, estranhámos nela qualquer coisa, quando voltámos a usá-la.

IV) *Conservar cuidadosamente o seu material deve ser preocupação constante de cada um.* Não pode ser outro o procedimento de quem compreende que dêse modo facilita o seu trabalho, aumentando sensivelmente as suas condições de sucesso.

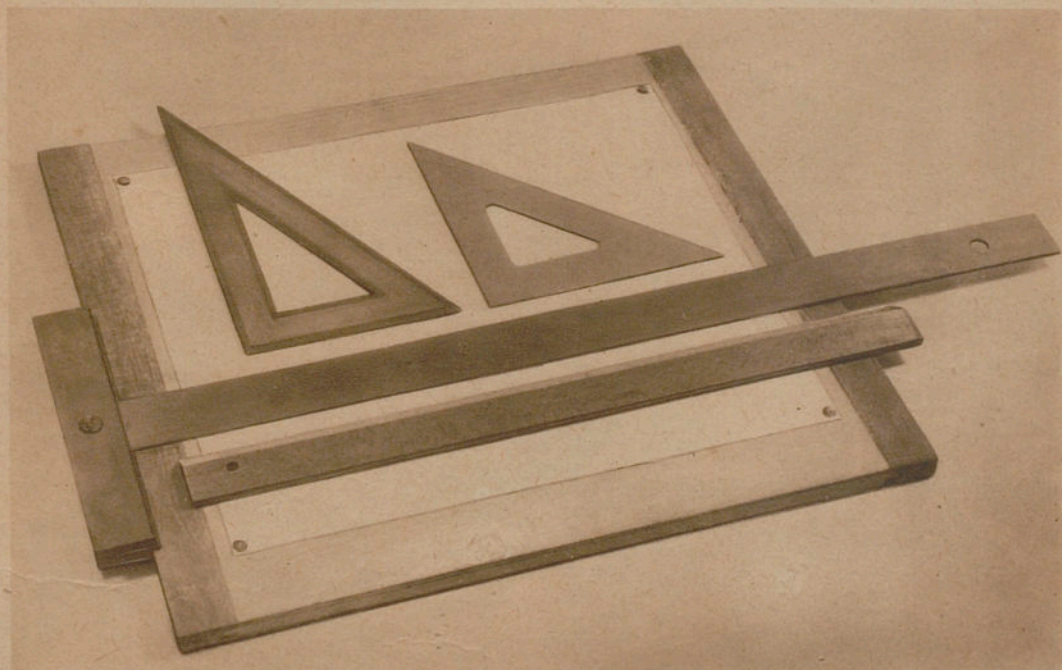
V) *Quando haja de comprar-se material é prudente consultar previamente o professor.* O saber e a experiência dêste permitem-lhe indicar a melhor orientação a seguir, tanto na aquisição, como na conservação do material. Não é raro apresentarem-se alunos com material desnecessário ou em desacôrdo com as prescrições em uso na escola a frequentar, o que provoca a sua necessária rejeição.



## MATERIAL PARA O DESENHO GEOMÉTRICO

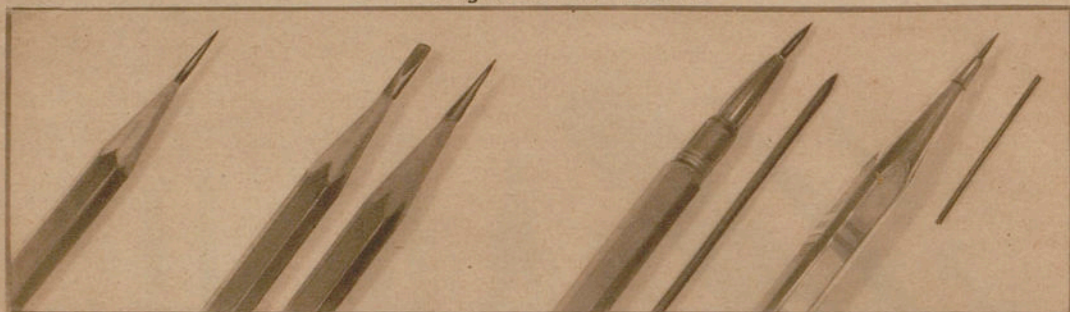


Canivete. Lápis. Duplo-decmetro. Pioneses. Pé-de-cabra. Transferidor. Compasso simples. Compasso de traçado, com: ponta seca móvel, porta-lápis, tira-linhas, ampliador. Tira-linhas. Compasso de pequenas circunferências



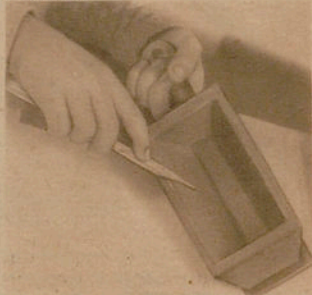
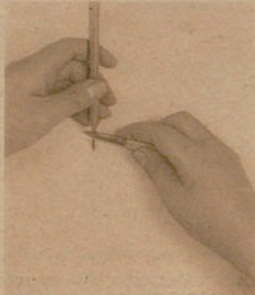
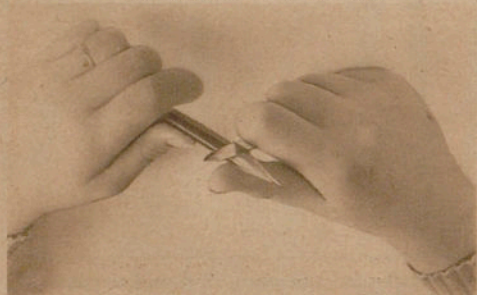
A prancheta, com o papel fixado pelos pioneses, tem sobre ela: um esquadro de 60°, um esquadro de 45°, uma régua em T e uma régua graduada

# O TRAÇADO A LÁPIS



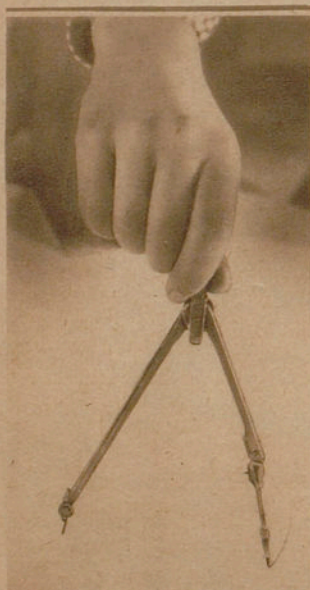
Lápis aparado em bico de cegonha e em duplo bisel (de frente e de lado)

Lapiseiras com minas de reserva

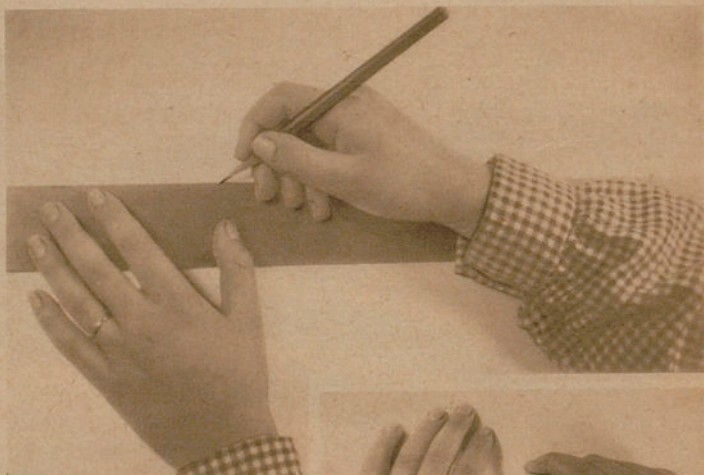


Como se corta a madeira do lápis quando se apara este

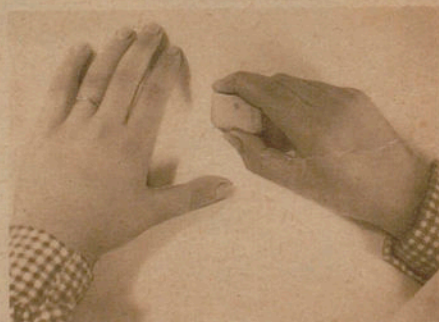
Como se afia a mina com o canivete  
com a lixa



Traçado correcto de um arco de circulo, a lápis



Traçado correcto de uma recta, a lápis



Quando se apaga é necessário segurar bem o papel.

## O TRAÇADO A TINTA

Para trabalhar  
a tinta:

Tira-linhas;

Frascos de tintas  
indelévels;

Caneta;

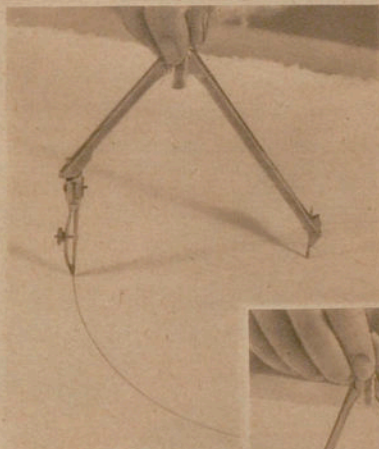
Pênas litográficas.



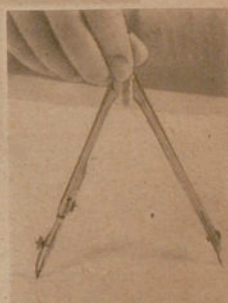
Como se atinta  
o tira-linhas.



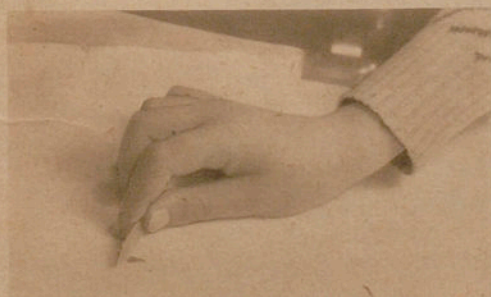
Traçado correcto de uma recta, a tinta



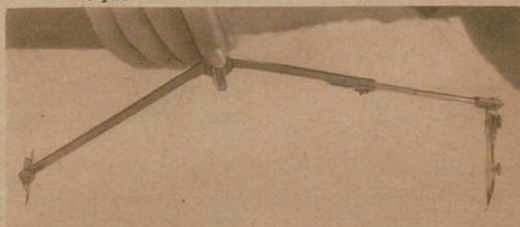
Traçado correcto  
dum arco, a tinta.



A direita: má posição.

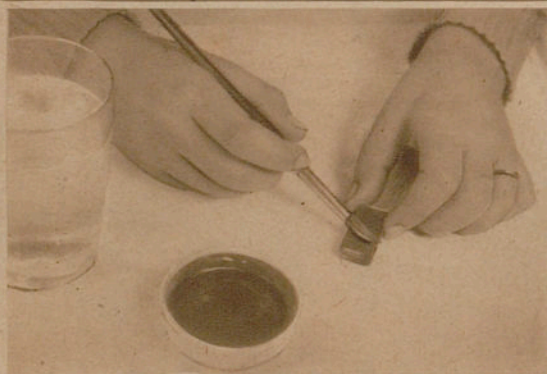
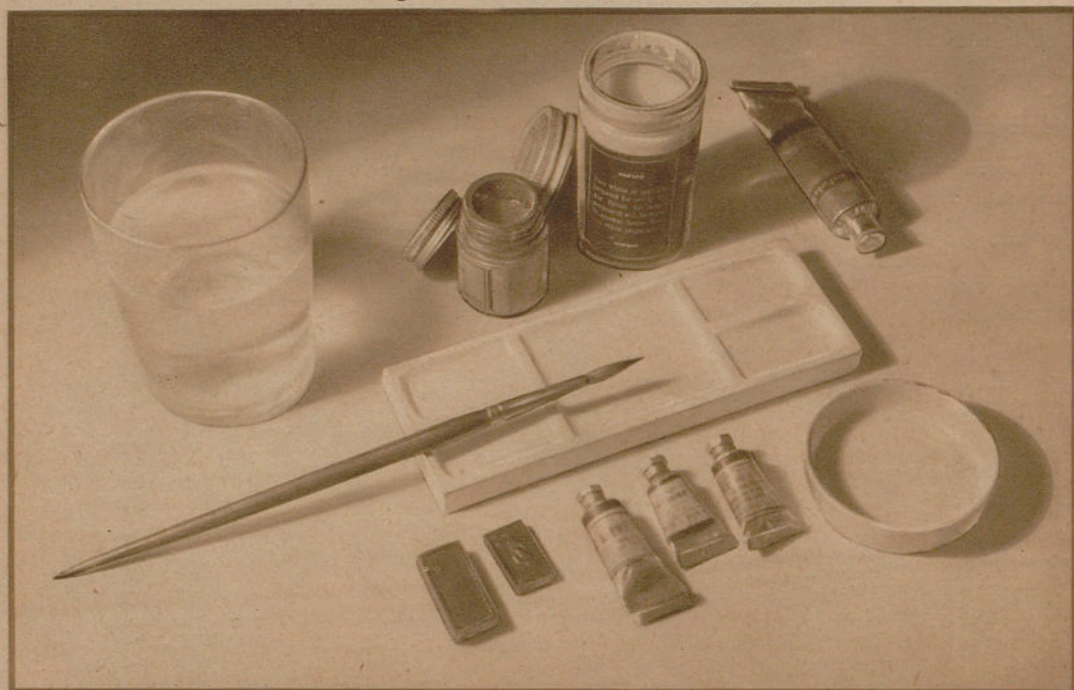


Raspa-se um borrão com a parte redonda da lâmina do canivete



Compasso armado com ampliador devidamente articulado

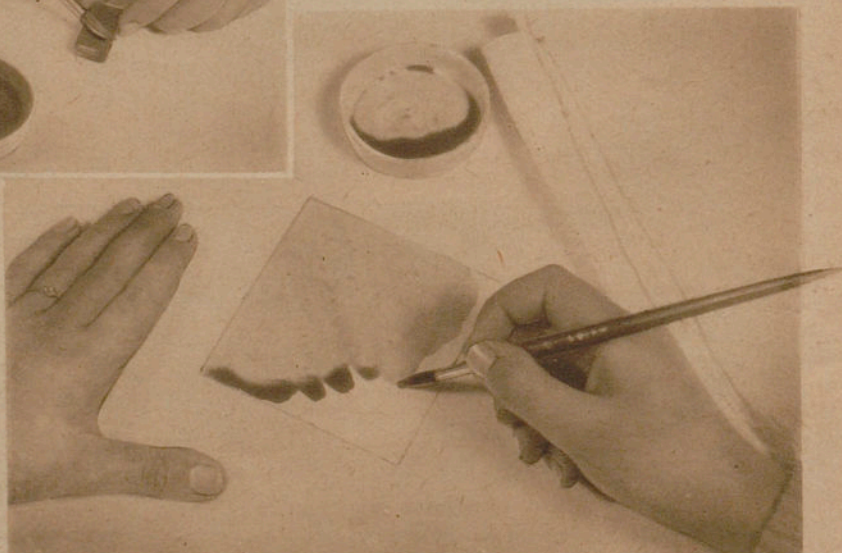
## A APLICAÇÃO DE AGUADAS PLANAS



Como se desfaz a tinta de uma pastilha

Para aplicar a cor :

Recipiente com água. Boiões e bisnaga de gouache. Pincel apoiado num godê de combinação. Pastilhas e tubos de tinta de aquarela. Godê simples.



A aplicação de tinta de aquarela deve fazer-se inclinando o papel de modo que a água corra para nós. Deve estar sempre à mão um pano para enxugar o pincel.

# DO PRIMEIRO MATERIAL

## Seu uso e conservação

Para a generalidade dos trabalhos de desenho, além da borracha e de uma lima ou pedaços de lixa de esmeril, basta o material indicado na Estampa I. Convém ainda que o desenhador possa utilizar uma pedra de afiar e um assentador de fio.

Daremos a seguir algumas breves indicações àcerca do material de desenho e sua conservação, começando, dada a sua importância, pelo estôjo.

O *estôjo de desenho* pode ter a seguinte composição:

*Compasso simples*, ou *de pontas secas*.

*Compasso composto*, ou *de traçado*, munido com:

*ponta seca móvel*,

*porta-lápis*,

*tira-linhas*, e

*amplificador*.

*Chave de compassos*.

*Caixa de minas de lápis*, para o compasso.

*Tira-linhas*.

*Compasso de pequenas circunferências*.

Este compasso que pode ter porta-lápis e tira-linhas separados, ou reunidos em peça única como está indicado na estampa citada, não é indispensável para os primeiros exercícios e pode ser adquirido separadamente.

O compasso de pontas secas serve para marcar e transportar distâncias. Deve ter as pontas extremamente finas, e, quando fechado, devem estas ficar exactamente unidas, com os extremos à mesma distância do eixo.

O compasso de traçado deve conservar-se no estôjo com a ponta seca móvel colocada, devendo satisfazer assim às mesmas condições do anterior.

No porta-lápis deve colocar-se uma mina de lápis afiada em bisel (como se indicará quando nos ocuparmos dos lápis). Armado o compasso com o

porta-lápis colocar-se-á êste com o corte da mina para o exterior. Quando fecharmos o compasso o gume da mina deve encostar exactamente ao extremo da ponta sêca, ficando ambos à mesma altura.

Convém que os compassos disponham de pega apropriada como os que se encontram fotografados na Estampa a que nos estamos referindo.

O tira-linhas do compasso tem as lâminas, que devem ser bem flexíveis, com curvaturas diferentes. Deve conservar-se no estôjo com as pontas afastadas uma da outra. Quando fechado, as duas lâminas devem ficar à mesma altura e, quando armado no compasso, o extremo da lâmina interior não deve ficar mais curto que a ponta sêca.

Arma-se o compasso com o ampliador para traçar circunferências de grande raio.

O compasso composto deve dispôr das articulações necessárias para que, em tôdas as circunstâncias, tanto o porta-lápis, como o tira-linhas, possam trabalhar quási verticalmente. A ponta sêca pode também ser articulada, o que, permitindo colocar a respectiva agulha quási vertical, dá maior segurança ao traçado e, permitindo maior leveza, torna quási imperceptível o furo deixado no centro do arco desenhado.

Um compasso nunca deve estar «prêso» tornando-se necessário forçá-lo para o abrir, nem «lasso» não conservando com segurança a «abertura» (afastamento entre as pontas). «Afina-se» o compasso regulando a pressão exercida pelos parafusos com a chave de compassos.

O compasso de pequenas circunferências conserva-se bem aberto, sem o que a lâmina de pressão perde a sua flexibilidade inutilizando o compasso.

O tira-linhas, também chamado «tira-linhas de mão», deve conservar-se aberto, isto é, com as lâminas afastadas. Estas devem ser suficientemente largas, com a mesma curvatura e bem flexíveis. Quando se fecha o tira-linhas, as duas pontas devem unir exactamente e ficar à mesma altura.

Nunca deve fazer-se pressão demasiada sôbre as lâminas dum tira-linhas, visto que, fazendo-as flectir se inutilizam muito rápidamentee.

Limpam-se escrupulosamente os tira-linhas sempre que acabamos de servir-nos dêles, lavando os extremos das lâminas e verificando que não tenham tinta, nem no interior, nem no exterior. É necessário não molhar o parafuso de pressão. Enxuga-se bem com um pedaço de trapo que não deixe fios. Pode inutilizar-se um tira-linhas, raspando a tinta depositada nas suas lâminas.

Afiam-se os tira-linhas com lixa de esmeril e *pedra de afiar*, mas



trata-se de operação melindrosa que só deve ser feita por quem tenha muita experiência.

Limpam-se as peças metálicas do estôjo com *amoníaco* diluído e *cré* em pó muito fino. Enxuga-se com *pano macio*, acabando de limpar-se com um pedaço de *camurça*.

Convém reter os seguintes preceitos:

- 1) *Conservar o estôjo sempre limpo e arrumado.*
- 2) *Conservar os compassos bem afinados.*
- 3) *Nunca guardar um tira-linhas molhado, sujo ou com o parafuso de pressão apertado.*
- 4) *Confiar a afiação dos tira-linhas a quem tenha experiência para os não estragar.*
- 5) *Ter sempre afiadas as minas dos porta-lápis e as que não estão em uso, conservando estas na respectiva caixa.*
- 6) *Não meter dentro do estôjo coisas que lhe não pertençam, forçando a respectiva tampa.*

Um estôjo de desenho deve estar sempre pronto para servir e, bem conservado, dura muitos anos.

*Instrumentos de medida* são: o *duplo-decímetro*, graduado em milímetros e o *transferidor*, graduado em graus. Pode prestar bom serviço uma *régua graduada* em centímetros, com meio metro de comprimento. Não deve empregar-se a régua graduada como instrumento de traçado utilizando o bordo graduado, se êle é chanfrado, como convém que seja.

1) *Num instrumento de medida não se fazem traços, quer a tinta, quer a lápis, sendo necessário evitar que sofram mossas ou que criem sugidade.*

2) *Os instrumentos de medida limpam-se leve e cuidadosamente, para não lhes deteriorar a graduação.*

Para os transportes de distâncias emprega-se o *compasso de pontas secas*, ou utiliza-se um «*burro*», tira de papel dobrada em cujo bordo se marcam cuidadosamente os extremos do segmento a transportar.

Para o transporte de ângulos pode utilizar-se o *papel vegetal*, ou qualquer outro suficientemente transparente.

*Instrumentos de traçado* são, além do compasso respectivo e dos tira-linhas, a *régua de bôrdo direito*, a *régua em T* e os *esquadros*, convindo que um dêstes seja de meia esquadria ou a 45°.

As régua e os esquadros devem escolher-se perfeitamente desempenados e com os bordos perfeitamente alinhados, devendo os últimos e a régua em T apresentar uma esquadria perfeita. É fácil verificar estas condições, fazendo variar a posição e a face assente sobre o papel.

Qualquer ligeira, mozza ou imperfeição no bôrdos duma régua ou dum esquadro traduz-se por uma imperfeição no traçado que, sendo êste a tinta, pode inutilizar o desenho.

1) *Conservar as régua e os esquadros completamente assentes sobre uma superficie bem plana*, para evitar que empenem.

2) *Defender os bôrdos de traçado das régua e esquadros de qualquer mozza ou arranhadura*, manejando-os com cuidado, transportando-os embrulhados e não os deixando cair.

3) *Nunca cortar papel ou cartão apoiando o canivete ao bôrdos dum esquadro ou duma régua de desenho*. Para êste efeito deve utilizar-se uma régua metálica.

As régua, como os esquadros, podem conservar-se verticalmente pendurados e apoiados numa parede bem sêca.

A fôlha de papel de desenho pode ser fixada na *prancheta* por meio de *pioneses* (\*), como se indica na Estampa I. Os pioneses devem espetar-se, depois da fôlha bem assente, na madeira macia da prancheta, visto que os «encabeçamentos» destinados a evitar que a prancheta empene, devem ser de madeira muito rija.

A prancheta, de madeira bem sêca e perfeitamente «esquadrada», deve ter as dimensões exactas indicadas pelo professor ou exigidas no liceu, quando nêle são guardadas.

1) *Conservar a prancheta sobre uma superficie bem plana*, para evitar que empene. Pode também colocar-se bem verticalmente, com os encabeçamentos apoiados.

2) *Não deixar cair uma prancheta, nem fazer-lhe mozzas, arranhaduras ou riscos*. A superficie da prancheta deve ser perfeitamente lisa e os bôrdos bem rectilíneos.

3) *Não cortar papel ou cartão, com um canivete, apoiando-se na prancheta e portanto golpeando-a*.

---

(\*) Adaptação do francês «punaises».

4) *Mandar afinar a prancheta que abriu fendas ou que deixou de estar bem esquadrada.*

5) *Prancheta empenada não tem consêrto.*

É muito conveniente que cada desenhador disponha de um *pé-de-cabra* que acompanha cada caixa de bons pioneses e que serve para levantar êstes do sítio onde foram espetados, sem ter de estragar as unhas, ou avariar qualquer peça do material de desenho.

Para afiar os lápis e cortar o papel e cartão usa-se um *canivete* bem afiado. As raspadeiras de escritório e as lâminas de barbear, além de mais perigosas que o canivete, não podem substituir êste. Também os apara-lápis não permitem obter as minas dos lápis afiadas como é necessário no desenho.

Para restituir o fio a uma lâmina de canivete embotada pelo uso, pode passar-se num *assentador de fio*, mas não deve empregar-se a lixa com êsse objectivo. Pode afiar-se a lâmina com uma *pedra de afiar* ou *de amolar*, mas é operação delicada que não convém entregar a inexperientes.

1) *Sempre que o não estejamos utilizando, o canivete deve conservar-se fechado, na algibeira.*

2) *Um canivete não afiado, com mossas na lâmina, de fio virado ou embotado, não serve para o desenho.*

Papel, borracha, lápis e minas de lápis constituem o mais importante *material de consumo* para o desenho a lápis. E não se dirá único porque há, de quando em vez, pioneses inutilizados e tiras de lixa ou limas a substituir, além dos pedaços de pano e de papel para limpeza, protecção e experiência que, devendo conservar-se suficientemente limpos, é necessário renovar com certa freqüência.

Há *papel* de muito variadas qualidades e dimensões próprio para desenho, ou que serve para desenhar. Para ser utilizável para o desenho deve o papel suportar, sem se deteriorar, o uso moderado da borracha.

O papel a empregar pode ser determinado pelo uso que dêle queiramos fazer ou pela forma como devemos trabalhá-lo. Certo papel que pode empregar-se para o desenho geométrico a lápis, não convém para desenhar à mão livre, ou para o trabalho a tinta ou a aguarela.

Um papel dará maior ou menor rendimento conforme as mãos que o utilizem, mas um papel ordinário difficilmente permitirá a desenhador pouco hábil, progresso que lhe faculte trabalho aceitável. O excesso de despesa

originada pelo emprêgo de bom papel pode, por vezes, ser compensado pelo resultado obtido.

1) *Papel dobrado, vincado, amachucado, rôto ou sujo, não serve para desenhar.*

2) *Em geral, não convém conservar-se o papel enrolado. Quando seja indispensável enrolá-lo, não deve apertar-se o rôlo, nem amolgá-lo, nem atá-lo tão fortemente que vinque o papel.*

3) *Quando o papel adquiriu «geito» por estar enrolado, enrole-se em sentido contrário, muito cuidadosamente, para evitar vincos e conserve-se assim durante algum tempo.*

4) *Quando se trabalha colectivamente, deve ter-se o cuidado de escrever o nome em todas as fôlhas de desenho, para evitar trocas sempre desagradáveis.*

Os traços de lápis, quando o papel não foi vincado, desaparecem completamente, sem deixar sinal, utilizando uma *borracha* que deve ser muito macia e de muito boa qualidade.

Quando se usou a borracha numa extensão considerável, aconselha-se a utilização dos detritos da borracha ou *esfarelado* que fica sôbre o papel para, premindo-o com as pontas dos dedos bem limpos, esfregar o papel, o que o limpa e alisa a sua superfície.

1) *Uma borracha nova precisa de ser esfregada num papel limpo, para a libertar da camada protectora, antes de a empregar para apagar.*

2) *Limpar sempre a borracha num pedaço de papel limpo, antes de a aplicar no sítio em que pretendemos apagar.*

3) *Quando seja necessário desbastar a borracha (para obter uma porção rendonda, ou conseguir uma aresta, mais ou menos viva) esfrega-se sôbre um pedaço de papel forte, não convindo cortá-la a canivete com tal objectivo.*

O lápis para desenho deve ser de bôa qualidade, tendo a mina muito unida e uniforme e a madeira envolvente macia, bem colada e muito homogénea.

Apara-se o lápis cortando a madeira com o canivete, como se indica na Estampa II. Deve operar-se com paciência, cortando pouco de cada vez e fazendo rodar o lápis, procurando obter-se só pelo corte (sem raspar) uma superfície de forma cônica, regular e bem lisa deixando a descoberto uma porção razoável da mina. Só depois se acaba de aparar, afiando a mina.

Não repugna a utilização, no desenho, das lapiseiras modernas que acompanham com grande segurança as minas nelas empregadas e das quais pode ser posta a descoberto quantidade suficiente.

Para afiar-se uma mina de lápis, pode colocar-se esta quási verticalmente, com a extremidade apoiada num pedaço de papel, e desbatá-la a canivete, dando-lhe a forma desejada. É, porém, mais fácil e cómodo esfregar a mina sôbre uma lima chata (ou mesmo triangular) de grão muito fino, ou ainda sôbre um pedaço de lixa de esmeril que se mantém esticado com os dedos de uma mão, enquanto com a outra se esfrega a mina. É de aconselhar o uso de uma caixa de madeira, com pega, como mostra a fotografia da Estampa II, colando-se interiormente, em duas das suas faces rectângulos de lixa de esmeril. Não só o emprêgo da lixa se torna muito mais cómodo, mas, o que tem grande importância para o desenhador, evita-se que a plumbagina desbatada emporcalhe o papel, as mãos e o fato.

Para o desenho geométrico deve dispor-se de um bico que permita fazer traços muito finos. Se, quando se desbasta a mina para a afiar, a fizermos rodar constantemente, obtem-se um bico de forma cónica, muito alongado que se diz «bico de cegonha». Esfregando a mina dum lado e depois do lado oposto e repetindo a operação o número de vezes necessário, a mina fica afiada em «duplo bisel», tomando a forma de cunha, com um gume muito fino, embora bastante estável, que permite obter traços rectilíneos muito finos.

As minas para os porta-lápis dos compassos de traçado são desbastadas apenas dum lado, dizendo-se que são aparadas em «bisel». O gume obtido desta forma, bastante acerado, se operarmos com cuidado, é curvilíneo. Só é de aconselhar, para o desbaste, a lixa.

Em geral, para o desenho geométrico, consideram-se necessários lápis de mina rija (N.º 3 ou 4) e de mina mediana (N.º 2). Para os compassos empregar de preferência minas N.º 3.

Para o desenho de cópia do natural e para os projectos de desenho de invenção, usam-se lápis de mina macia (N.º 1) e mediana (N.º 2). Para estas modalidades do desenho não convém a mina muito afilada, dando-se lhe forma levemente cónica e arredonda-se lhe a extremidade que não deve apresentar bico ou arestas.

1) *Os lápis devem estar sempre aparados conforme ao uso a que são destinados.*

2) *Devem conservar-se os lápis aparados numa caixa apropriada, ou*

enrolados num pedaço de cartão que envolva todo o lápis e lhe proteja a mina.

3) Cada desenhador necessita de saber aparar os seus lápis e minas tão bem quanto possível. Muitas vezes é possível classificar um desenhador pelos lápis que usa.

4) Antes de começar um desenho, verificar se todos os lápis e minas estão convenientemente preparados.

5) Deixar cair um lápis é muitas vezes inutilizá-lo. Escolher o sítio em que se coloca o lápis em uso.

6) Um mau lápis é para o desenhador um péssimo companheiro, por dificultar-lhe, ou mesmo tornar-lhe impossível, a boa execução do trabalho.

7) Os lápis de desenho só devem usar-se para desenhar, já porque são mais caros, já porque, tendo sido utilizados para escrever, quando se quiere desenhar, há que tornar a apará-los convenientemente.

8) Pedações de lápis que podem ainda utilizar-se para apontamentos já não servem para o desenho, por não se poderem segurar com firmeza na posição própria.

### Do traçado a lápis

Para traçar uma recta, a lápis, depois de colocar a régua no sítio exacto que deve ocupar, prime-se fortemente de encontro ao papel. Encosta-se o bico ou gume da mina ao bordo da régua no ponto mais à esquerda, ou mais afastado do segmento a traçar. Segura-se o lápis firme, mas suavemente, e faz-se deslizar, sobre o papel, puxando-o de modo que o extrêmo da mina se não desencoste do bordo.

O lápis deve sempre trabalhar pela parte exterior da régua, relativamente ao desenhador, como se observa na Estampa II. A posição deve ser tal que os olhos observem constantemente o traço que se está desenhando.

1) Assentar exactamente a régua ou o esquadro no sítio desejado e não deixar fugir.

2) Puxar o lápis, nunca o empurrar.

3) Não deixar afastar a mina do bordo de traçado.

4) Não carregar tanto que o traço fique vincado.

5) Não usar para desenhar o bordo chanfrado da régua graduada.

- 6) *Procurar fazer todo o traço de uma só vez.*
- 7) *Tornar a afiar a mina que já não faz o traço suficientemente fino.*

Para traçar um arco, ou uma circunferência, articular o compasso de traçado para que o porta-lápis fique trabalhando quasi verticalmente como se vê na Estampa II. Verificar se o corte da mina está, como deve, voltado para o exterior. Segurar o compasso pela pega apropriada. Assentar exactamente o extremo da ponta sêca no centro. Regular exactamente a abertura. Segurando firme, mas suavemente, fazer rodar o compasso para crescer a curva.

- 1) *Articular o compasso para o raio aproximado com que se quiere trabalhar, verificando se o compasso está afinado (nem prêso, nem lasso).*
- 2) *Assentar exactamente o extremo da ponta sêca no centro do arco.*
- 3) *Verificar se a abertura dá exactamente o raio desejado.*
- 4) *Fazer rodar o compasso (segurando-o pela pega) suave, mas continuamente, procurando que tôda a curva seja traçada de uma só vez.*
- 5) *Não carregar tanto que o traço fique vincado.*
- 6) *Evitar escrupulosamente esburacar o papel no sitio onde assenta a ponta sêca. É sinal de perfeição quasi não se distinguir o sinal deixado pelo extremo da ponta sêca.*

Letras e traços à mão livre, que às vezes são necessários para completar um desenho, podem esboçar, e corrigir-se levemente a lápis N.º 2. Depois passar a lápis N.º 3 o traço definitivo, permindo um pouco, mas sem vincar. Apaga-se suavemente e reaviva-se, se fôr necessário.

Para apagar com a borracha fixa-se cuidadosamente o papel com a mão esquerda, como se observa na Estampa II, em tórno do sitio em que se pretende esfregar, sem o que se corre o risco de amarrotar, ou até de rasgar o papel.

Para apagar um traço deve fazer-se escorregar a borracha num e noutro sentido, seguindo o mesmo traço e numa oblíqua ou perpendicularmente a êle.

- 1) *Nunca apagar sem ter o papel devidamente seguro.*
- 2) *Não pode considerar-se aceitável um desenho amarrotado, ou em que há vincos de traços que a borracha não conseguiu eliminar.*

## Do traçado a tinta. Material complementar

Para desenhar a tinta, juntaremos ao nosso material as *tintas indeléveis* necessárias e *penas litográficas*, podendo juntar-se ainda uma caneta vulgar que por vezes se torna útil. (Estampa III).

Reconhece-se que uma tinta é indelével, molhando nela um aparo muito limpo e fazendo com êle vários traços num pedaço de papel de desenho. Quando a tinta secou completamente, imerge-se o papel em água, ou lava-se em água corrente. Os traços não devem alterar-se, a tinta não deve diluir-se ou desbotar, não se produzindo, portanto, manchas ou borrões.

A tinta indelével deve secar, quando o traço não é muito grosso, quasi instantâneamente. As tintas indeléveis para desenho são muitas vezes designadas com o nome de *tinta da China*, muito embora esta designação corresponda especialmente à tinta preta. A côr mais usualmente empregada, além do preto, é o *carmin*.

As tintas para desenho devem ser perfeitamente fluídas, sendo necessário conservar os frascos respectivos cuidadosamente fechados, porque a evaporação é muito rápida e as tintas tornam-se em pouco tempo grossas e mesmo pastosas, ficando impróprias para uso. Algumas, excepcionalmente, retomam as suas propriedades pela adição de umas gotas de alcool puro.

Para desenhar à pena, como para desenhar curvas à mão livre, desenhar letras, retocar traços de tira-linhas, fazer pequenos traços e meter tinta nos tira-linhas, utiliza-se uma pena, ou aparo de aço, perfeitamente limpo, que se lava e seca num trapo todas as vezes que se usa. É conveniente ter uma caneta unicamente destinada ao aparo com que se desenha. Podem utilizar-se também penas muito pequenas e flexíveis, próprias para desenho, designadas com o nome de *penas litográficas*. Há canetas próprias para usar estas penas, como se vê na Estampa III.

Alguns frascos de tinta têm, ligado à rôlha, um pedaço de penna de ave, ou uma haste metálica, para meter tinta no tira-linhas.

Modernamente fabricam-se tubos de tinta da China com um dispositivo que permite atintar-se directamente com êle os tira-linhas.

Para atintar um tira-linhas aproximam-se lhe as lâminas por meio do parafuso de pressão, sem as fazer encostar e, com uma penna molhada na



tinta ou com dispositivo apropriado, coloca-se a tinta entre as lâminas. Deve ter-se o cuidado de voltar o tira-linhas para baixo (Estampa III) e atintá-lo sôbre um pedaço de papel, fora da fôlha de desenho.

A tinta deve deslizar suavemente entre as lâminas até atingir as suas extremidades. Não deve pôr-se um excesso de tinta que corre o risco de saltar, mas deve tomar-se a tinta suficiente para não se interromper a execução do traço que vamos fazer.

Provido de tinta o tira-linhas, regula-se o afastamento das lâminas executando com êle pequenos traços num pedaço de papel igual ao da fôlha de desenho.

Durante a execução do traçado, conserva-se o tira-linhas atintado, juntando-lhe a tinta necessária, pelo processo indicado, mas sem modificar o afastamento das lâminas.

1) *Tapar o frasco de tinta logo que acaba de usar-se.*

2) *Colocar o frasco que está em uso em sitio onde não seja provável entorná-lo enquanto desenhamos.* Frasco destapado, mal tapado, ou mal colocado é para o desenhador ameaça constante de inutilização do seu trabalho.

3) *Atintar com tôda a cautela o tira-linhas e verificar se não tem tinta no exterior das lâminas, passando-o lateralmente sôbre um papel ou um pano esticado.* A tinta no exterior do tira-linhas falseia a espessura do traço e aderindo ao bôrdo de traçado da régua vai produzir borrrões.

4) *Nunca meter um tira-linhas dentro da tinta.* Tal uso não deve tolerar-se a desenhadores principiantes e é perigoso para os que não são.

5) *Não passar a pena, ou qualquer outra coisa, entre as lâminas do tira-linhas para não salpicar a tinta, nem desregular a espessura do traço.*

6) *Quando um tira-linhas afinado e atintado não desenha, há tinta sêca entre as lâminas.* Afastar estas, lavar (sem molhar o parafuso). Enxugar e recommençar pacientemente.

7) *Lavar e enxugar bem o tira-linhas e os aparos logo que deixamos de os usar.* Não deve molhar-se o parafuso de pressão que não é fácil enxugar convenientemente e por isso se enferruja. Um tira-linhas ou aparato que se guarda húmido ou com tinta sêca, desafina-se e inutiliza-se em pouco tempo.

Para traçar uma recta a tinta, depois de atintar devidamente o tira-linhas, verificar que não tem tinta no exterior e regular a espessura do

traço a empregar num pedaço de papel igual ao do desenho, coloca-se o bôrdô da régua no sítio exacto que deve ocupar, muito ligeiramente afastado do sítio em que queremos desenhar. Encosta-se o tira-linhas à parte superior do bôrdô, collocando-o quâsi verticalmente como está indicado na Estampa III. Segura-se o tira-linhas firme, mas suavemente, e faz-se deslizar vagarosamente sôbre o papel, puxando-o de modo que não varie a inclinação do tira-linhas relativamente ao papel e à régua.

O tira-linhas trabalha pela parte exterior da régua, relativamente ao observador. A posição deve ser tal que o desenhador esteja cômодamente apoiado e que os seus olhos possam fiscalizar constantemente o traço que vai desenhando e o bôrdô da régua.

Para a perfeição do traçado é necessário mover o tira-linhas com segurança, sem excesso de velocidade, sem paragens e sem deslocções da posição.

1) *Atintar e verificar o tira-linhas, antes de começar o traçado e regular a espessura do traço.*

2) *Assentar exactamente a régua no sitio devido e não a deixar fugir.*

3) *Puxar o tira-linhas, nunca o empurrar.*

4) *Marchar sempre com a mesma velocidade e não parar, procurando cuidadosamente fazer todo o traço de uma só vez.*

5) *Evitar deslocamentos laterais do tira-linhas.*

6) *Não usar para desenhar o bordo chanfrado da régua graduada, quer voltando o chanfro para cima, quer voltando-o para baixo.*

7) *Não forçar um tira-linhas que deixa de desenhar.* Há falta de tinta, ou tinta sêca: providenciar em conformidade.

Para traçar um arco, ou uma circunferência, articular o compasso armado com o seu tira-linhas para que êste fique trabalhando quâsi verticalmente, como se observa na Estampa III. Êste procedimento já aconselhado para o traçado a lápis, considera-se indispensável para o traçado a tinta. Atintar devidamente o tira-linhas, verificar se não tem tinta no exterior e regular a espessura do traço, com abertura do compasso aproximada da que vamos empregar, traçando pequenos arcos num pedaço de papel igual ao do desenho.

Depois de preparado o compasso, segura-se pela pega e assenta-se cuidadosamente a ponta sêca no centro da curva. Regulada exactamente a abertura, segura-se firme, mas com cuidado, e faz-se rodar o compasso

vagarosamente sempre com a mesma velocidade, traçando-se a curva de uma só vez.

1) *Articular cuidadosamente o compasso para o raio aproximado com que se vai trabalhar, verificando se o compasso está afinado* (nem prêso, nem lasso).

2) *Atintar e regular a espessura do traço.*

3) *Assentar exactamente o extrêmo da ponta sêca no centro do arco.*

4) *Verificar se a abertura dá exactamente o raio desejado.*

5) *Fazer rodar o compasso* (segurando-o pela pega) *vagarosa e continuamente, traçando tôda a curva de uma só vez.*

6) *Evitar escrupulosamente o esburacar do papel no sítio onde assenta a ponta sêca.*

Os traços à mão livre são cobertos à pena com os cuidados devidos.

Trabalhando-se em bom papel, pode fazer-se desaparecer um borrão de tinta ou eliminar um traço ou parte dum traço errado, raspando com um canivete muito bem afiado. Colocada a lâmina, como se indica na Estampa III, raspa-se deslocando a lâmina suavemente para um e outro lado. Deve proceder-se com muito cuidado, para deteriorar o papel o menos possível.

Depois de raspado o papel, deve passar-se, no sítio em que se operou, com uma borracha macia e finalmente «assentar» levemente com a unha bem limpa, sem o que o papel criará «brilho». É igualmente aconselhável a passagem com uma ligeira porção de *pó de jaspe*.

A raspagem é sempre uma operação delicada e, quando mal feita, é de efeito detestável.

Quando um desenho se destina a ser aguarelado, depois da raspagem deve dar-se uma ligeiríssima aguada de *alúmen*. É necessária muita prática para evitar-se que a aguada manche no sítio em que se raspou, sendo por isso de aconselhar que se evite absolutamente o emprêgo do canivete num desenho que haja de ser aguarelado.

Depois de coberto a tinta um desenho, limpa-se cuidadosamente com a borracha e seu esfarelado, se fôr necessário. Observado cuidadosamente o desenho verifica-se se está bem «acabado». Quando se julgue conveniente «retoca-se» o desenho eliminando quaisquer excessos de tinta, raspando-os com a ponta do canivete, e completando à pena quaisquer pequenas falhas ou mínimas irregularidades que se haja notado. O retoque é quasi sempre necessário, se se quer obter o bem acabado que valoriza o desenho.

## Do colorido. Material complementar

Para colorir os nossos desenhos teremos necessidade, além das tintas que devemos usar, de *pincéis*, *godés* (\*) e um *recipiente*, um copo, por exemplo, *para água* (Estampa IV).

Godés simples, de recipiente único, servem para diluir as tintas, devendo ter a capacidade suficiente para conter tôda a tinta duma certa côr que devemos empregar na sessão de trabalho. Há godés com diferentes divisórias e planos de experiência, nos quais se estudam as misturas de tintas que desejamos empregar, quando isso se torna necessário. Dois ou três *godés simples* e um *godé de combinação* chegam para a generalidade dos trabalhos a executar.

Há *pincéis* de diversas qualidades e tamanhos, sendo êstes expressos por números que variam conforme os fabricantes. É indispensável um pincel médio (pêlo de 20 a 25 mm.). Por via de regra um pincel grosso, um médio e um fino bastam para os trabalhos correntes.

Os pincéis devem ter pêlo rijo na base e flexível na ponta. Metendo um pincel em água e sacudindo-o, deve ser possível agrupar os pêlos, com os dedos, quer em «bico», quer em «bisel»; numa ou noutra posição, premindo um pouco o pincel sôbre o papel, ou sôbre uma unha, deve curvar-se sem se desagregarem os pêlos, e, largando-o a seguir, deve tornar à primeira posição. É sempre difícil a escôlha de um bom pincel. Os melhores são os de «pêlo de marta».

É indispensável conservar os pincéis muito bem limpos, lavando-os em água corrente, ou renovada as vezes necessárias, durante o tempo preciso para que nenhum residuo de tinta se conserve no pincel, quer nos pêlos da periferia, quer nos interiores. Deve evitar-se que os pêlos tomem geitos por estarem os pincéis mal guardados.

1) *Lavar muito bem os pincéis quando se acaba de trabalhar ou quando se muda de tinta.*

2) *Quando se lava o pincel para guardar, expulsa-se o excesso de água, premindo-o com os dedos ou enxugando suavemente com um pano, e afeiçoam-se os pêlos.*

3) *Não encerrar um pincel húmido em caixa não arejada interiormente.*

---

(\*) Adaptação do francês «godets».

4) *Guardar os pincéis de modo que os pêlos não fiquem fazendo pressão contra qualquer superfície.*

5) *Não mergulhar um pincel em tinta da China, porque esta deteriora os pêlos. Há tinta preta própria para pintar.*

As tintas de aguarela podem ser obtidas em bisnagas, ou em pastilhas. As tintas indeléveis, de frasco, podem usar-se para aguarelar, mas é difícil trabalhar com elas, porque, mesmo diluídas, secam rapidamente.

Empregando tinta de bisnaga, para preparar a tinta, destapa-se a bisnaga, aperta-se ligeiramente o fundo dela e, com o pincel ligeiramente humedecido, tira-se a tinta que saiu da bisnaga, transportando-a para o godé, onde já se encontra a água em que deve diluir-se. Deve tapar-se a bisnaga logo que se tirou a tinta necessária.

Quando se usam pastilhas de tintas, humedece-se o pincel e, esfregando-o sobre a pastilha, como indica a Estampa IV, satura-se o pincel de tinta que em seguida se dilue no godé. Diluída essa camada, faz-se escorrer, dentro do godé, o excesso de tinta contido no pincel, apertando-o contra o rebordo do godé, e torna-se a saturar o pincel, esfregando-o de novo sobre a pastilha. Repete-se até se obter a concentração desejada.

Para aguarelar uma superfície extensa convém humedecê-la primeiro com água limpa, a pincel ou com uma pequena *esponja* muito limpa, embebida em água e espremida em seguida.

Nos trabalhos de aguada, ou aguarelas, deve conservar-se a superfície, em que assenta a folha de desenho inclinada, como se vê na Estampa citada. Vai-se desenhando a pincel o contôrno, e, ao mesmo tempo, vai-se fazendo avançar a tinta sobre o papel, conservando-se sempre um excesso de tinta, para evitar que seque. O excesso não deve ser tal que escorregue por si mesmo. Quando se quer recolher um excesso de tinta, exprime-se o pincel entre os dedos (ou encosta-se a um pano enxuto) e recolhe-se em seguida com êle o excesso de tinta que se quer eliminar.

1) *Empregar só boas tintas.* Uma tinta boa não é necessariamente cara. Há actualmente tintas óptimas e baratíssimas.

2) *Diluir muito bem a tinta, não deixando que se formem depósitos.*

3) *Não deixar secar a tinta deante do pincel, quando se estende a aguada.*

4) *Não tornar a passar com o pincel sobre tinta que já esteja secando.*

5) *Procurar que o pincel se mova sempre no mesmo sentido.*

6) *Absorver todos os excessos de tinta antes que esta seque.*

A correcção de defeitos duma aguada sêca, ou que está secando, quando possível, é bastante difficil.

As tintas de aguarela podem tornar-se mais opacas pela adição de «gouache» branco, embora êste modifique o tom próprio da tinta.

A «gouache» e as tintas de *têmpera* cobrem a superfície do papel e o seu emprêgo não exige cuidados tão rigorosos como a aguarela.

A «gouache» e as tintas fornecidas em boiões preparam-se humedecendo um pincel e tirando sucessivamente com êle a tinta de dentro do boião. Vai-se diluindo na água contida num godé, até se obter a consistência desejada.

As tintas de lata, em pó, são preparadas tirando um pouco de pó com uma *espátula*, ou mesmo com a lâmina do canivete, e deitando na água, onde se dilue cuidadosamente com a ajuda do pincel. Junta-se a tinta necessária para se obter a concentração conveniente.

As côres de «gouache» e de *têmpera*, pela sua opacidade, não permitem a coloração de desenhos geométricos de que se pretenda ver a construção.

1) *Não empregar tinta demasiado delgada, aguada ou diluída, de modo que não «cubra» bem, nem tão espessa que não obedeça bem ao pincel.*

2) *Evitar que se conheça o trabalho do pincel, deixando ficar riscos ou engrossamentos desagradáveis à vista.*

3) *Lavar, com o maior cuidado, os pincéis utilizados.*

4) *Não meter pincel sujo com uma tinta em boião ou lata de tinta diferente, para não estragar as tintas.*

# Programa de desenho

---

(Decreto n.º 27:081, de 14 de Outubro de 1936)

---

## 1.º ano

### a) Desenho geométrico :

*Linha recta, semi-recta e segmento de recta. Traçado da recta perpendicular: ao meio de um segmento de recta; a outra, num ponto dado sôbre esta; a outra, passando por um ponto fora desta; a um segmento de recta, num dos seus extremos. Traçado da recta paralela a outra, passando por um ponto fora desta (emprêgo do compasso e emprêgo simultâneo da régua e do esquadro). Divisão dos segmentos de recta em partes iguais.*

*Ângulos; medida dos ângulos. Construção de um ângulo: igual a outro, à soma e à diferença de ângulos; igual ao produto de um ângulo por um número inteiro. Divisão: de qualquer ângulo, em duas, quatro e oito partes iguais; do ângulo recto em três partes iguais.*

*Polígonos. Construção do triângulo: dados os três lados; dados um lado e os dois ângulos adjacentes; dados dois lados e o ângulo que formam entre si. Construção do quadrado: dado o lado; dada a diagonal. Construção do rectângulo: dados dois lados consecutivos. Construção do losango: dados o lado e o ângulo; dadas as diagonais. Construção do paralelogramo: dados dois lados e o ângulo que formam entre si.*

### b) Desenho de invenção :

*Primeiros ensaios de composição decorativa baseados nas leis da repetição linear e em superfície, da alternância, da simetria, do contraste e*

da irradiação, com elementos desenhados pelo aluno, que se repetirão por cópia ou por decalque e com elementos sugeridos pelas construções geométricas estudadas. Aplicações de cores planas: aquarela ou gouache (têmpera).

**c) Desenho de imitação à mão livre :**

*Cópia, a lápis, de objectos de uso comum.*

**2.º ano**

**a) Desenho geométrico :**

*Circunferência. Traçados: da circunferência de raio dado passando por dois pontos; da circunferência passando por três pontos. Divisão da circunferência em 2, 3, 4, 5 e 6 partes iguais, e processo geral da sua divisão aproximada em qualquer número de partes iguais. Traçado de polígonos regulares inscritos à circunferência.*

*Traçados: da tangente à circunferência num ponto desta; de tangentes à circunferência dirigidos de um ponto exterior.*

*Conhecimento de escalas gráficas simples e sua aplicação a traçados de figuras planas.*

**b) Desenho de invenção :**

*Continuação dos traçados iniciados no ano anterior.*

**c) Desenho de imitação à mão livre :**

*Cópia, a lápis, de objectos de uso comum e de sólidos geométricos.*

**3.º ano**

**a) Desenho geométrico :**

*Traçados dos arcos: em ogiva, perfeito, alongado e encurtado; abatido de três centros; aviajado, dadas as linhas verticais e os pontos de nascença. Traçados da espiral: bicêntrica; tricêntrica. Traçados de oval: dado o eixo*



maior; dado o eixo menor. Traçados de óvulo; de 4 centros dado o diâmetro da circunferência construtiva; dado o eixo e o diâmetro da circunferência construtiva.

*Elipse. Traçados da elipse: dados os eixos e recorrendo aos focos; dados os eixos e não recorrendo aos focos. Tangente à elipse num ponto dado sobre ela. Normal num ponto. Parábola. Traçado da parábola dados o eixo, o foco e a directriz. Tangente à parábola num ponto dado sobre ela. Normal num ponto. Hipérbole. Traçado da hipérbole dados o eixo transverso e os focos. Tangente à hipérbole num ponto dado sobre ela. Normal num ponto.*

**b) Desenho de invenção :**

*Continuação dos traçados iniciados no ano anterior. Estilização decorativa de fôlhas e flores naturais. Esbatidos.*

**c) Desenho de imitação à mão livre :**

*Cópia, a lápis, de objectos de uso comum e de sólidos geométricos.*

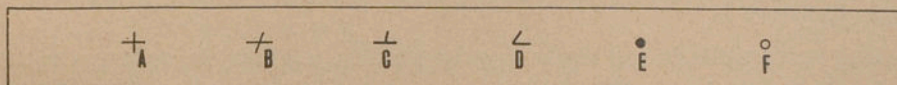


**PRIMEIRO ANO**



# PRIMEIRO ANO

1 — O *ponto*, ser geométrico sem dimensões determina uma posição e designa-se com uma letra latina maiúscula. No desenho, a posição de cada ponto pode indicar-se por algum dos seguintes modos:

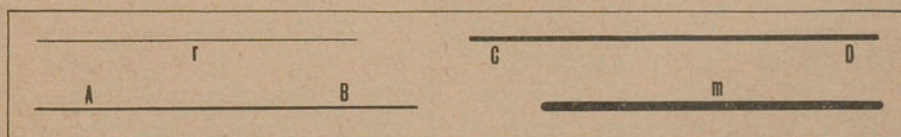


**A** e **B**, pontos existentes no cruzamento dos dois traços. **C** e **D**, pontos existentes no encontro dos dois traços. **E**, ponto centro do pequeno círculo negro. **F**, ponto centro da pequena circunferência.

2 — A *recta*, linha geométrica ilimitada em dois sentidos e dotada apenas de uma dimensão, designa-se com uma letra latina minúscula. Dois pontos **A** e **B** definem uma recta que pode designar-se com a notação **AB**.

No desenho, cada recta é figurada com um traço bem direito, de comprimento arbitrário e com maior ou menor espessura (ou largura), conforme convenha, ou seja mais agradável à vista. A *recta do desenho* é pois um traço desenhado que sugere a ideia geométrica de *recta*, não devendo confundir-se a recta com a sua representação que se designa com o mesmo nome.

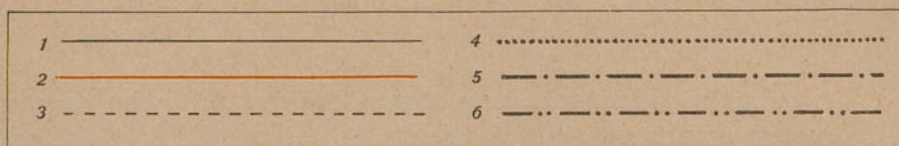
As rectas do desenho traçam-se à mão livre ou com o auxílio de uma régua, ou esquadro.



**r** e **AB**, rectas indicadas a traço fino, **CD** recta desenhada a traço médio, **m** recta figurada a traço forte.

O traço médio costuma reservar-se para indicar os dados de um problema, empregando-se o traço forte para destacar a solução ou soluções.

Nas construções devem representar-se as rectas com traço fino, quer se use o lápis (aparado em bico de cegonha ou em duplo bisel) ou a tinta preta

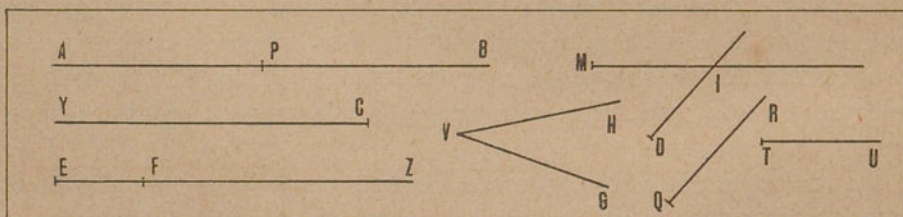


(1 e 3) ou vermelha (2), seja a linha contínua (1 e 2), seja a linha tracejada (3).

Por vezes utilizam-se também no desenho: a *linha de pontos*, ou *pontuado* (4) e as linhas a *traço-ponto* (5) e a *traço-dois-pontos* (6), podendo empregar-se outras representações convencionais, especialmente no traçado de gráficos e nas composições decorativas.

3 — Um ponto numa recta divide-a em duas *semi-rectas* com *origem* comum nêsse ponto. Cada semi-recta é ilimitada apenas num sentido que se diz *sentido da semi-recta*.

O ponto **P** separa na recta **AB** as semi-rectas: **PA** e **PB**, de origem comum **P** e dirigidas, a primeira para a esquerda e a segunda para a direita.



**CY** tem a origem em **C** e é ilimitada no seu próprio sentido, o de **C** para **Y** (da direita para a esquerda).

**EZ** e **FZ** são da mesma direcção e sentido, e têm origens diferentes.

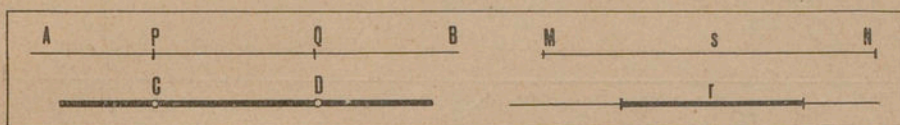
**PA** e **PB** são da mesma direcção, e têm a mesma origem, mas são de sentidos contrários. Cada uma diz-se *prolongamento* da outra.

**VG** e **VH** têm a mesma origem, mas são de direcções diferentes.

**DI** e **MI** são de direcções e origens e cruzam-se em **I**.

**QR** e **TU** são de direcções diferentes, têm origens diferentes e não se intersectam. O prolongamento de **TU** corta **QR**.

4 — Dois pontos distintos determinam a recta que une os dois pontos e são *extremos do segmento de recta* (ou apenas *segmento*) que une os dois pontos.



**P** e **Q** determinam em **AB**: a semi-recta  $\overline{PA}$ , a semi-recta  $\overline{QB}$  e o segmento  $\overline{PQ}$  de extremos **P** e **Q**.

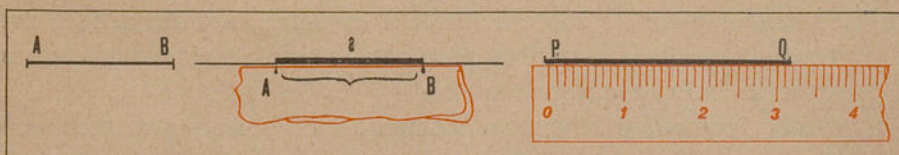
Dados dois pontos distintos **C** e **D** devem sempre distinguir-se: a recta  $\overline{CD}$  ilimitada em ambos os sentidos, a semi-recta  $\overline{CD}$  ilimitada para a direita, a semi-recta  $\overline{DC}$  ilimitada para a esquerda e o segmento  $\overline{DC}$  limitado em ambos os sentidos.

Um segmento **MN** pode considerar-se descrito por um ponto que se desloca de **M** para **N** (dizendo-se **M** origem e **N** extremidade) ou descrito por um ponto que se desloca de **N** para **M** (dizendo-se **N** origem e **M** extremidade).

Um segmento pode designar-se com uma única letra latina minúscula encimada por um traço. Escreve-se indiferentemente: o segmento  $\overline{MN}$  ou o segmento  $\overline{s}$ .

O segmento  $\overline{r}$  está marcado na recta **r**.

Para marcar-se um segmento igual a um segmento dado utiliza-se o



compasso de pontas sêcas ou uma tira de papel ou cartolina, a que se dá o nome de «burro».

Marca-se um segmento de medida dada, utilizando um duplo decímetro, ou recta graduada e colocando-se os traços que localizam os extremos do segmento bem em face da graduação.

O segmento  $\overline{a}$  é igual a  $\overline{AB}$ . Verificar-se-á que qualquer dêles mede 19 mm., o que se indica escrevendo  $\overline{a} = \overline{AB} = 19 \text{ mm.}$

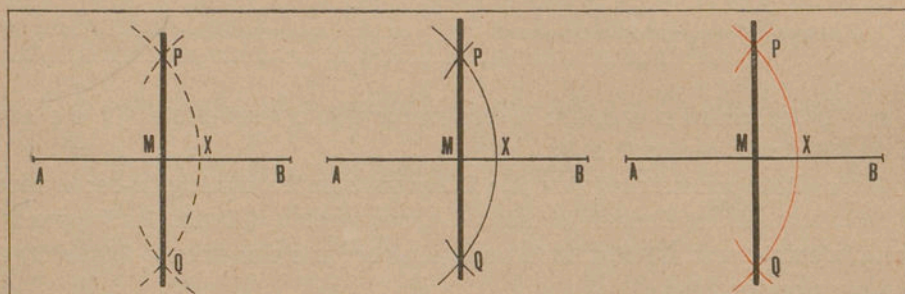
O segmento  $\overline{PQ}$  mede 32 mm., isto é,  $\overline{PQ} = 3,2 \text{ cm.}$

5 — Traçado da recta perpendicular ao meio dum segmento de recta.

Como a perpendicular ao meio de um segmento se diz *eixo* do segmento, o enunciado é idêntico ao seguinte :

**Traçado do eixo de um segmento de recta.**

DADO:  $\overline{AB}$ .



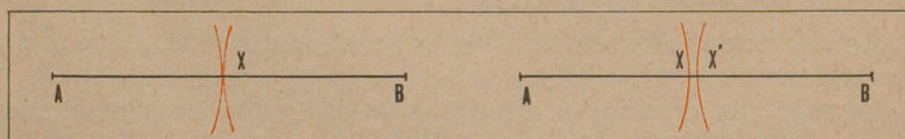
Com centro em  $A$  e raio  $\overline{AX}$  (sendo  $\overline{AX}$  maior que metade de  $\overline{AB}$ ) traça-se um arco da  $\odot[A, \overline{AX}]$  (\*). Com centro em  $B$  e o mesmo raio traçam-se arcos da  $\odot[B, \overline{AX}]$  que cortam o primeiro em  $P$  e em  $Q$ . Traça-se  $\overline{PQ}$ .

SOLUÇÃO:  $\overline{PQ}$  perpendicular ao meio de  $\overline{AB}$  ou eixo de  $\overline{AB}$ .

OBSERVAÇÕES: a) Como o ponto  $M$ , intersecção de  $\overline{PQ}$  com  $\overline{AB}$  é tal que  $\overline{AM} = \overline{MB} = \frac{1}{2} \overline{AB}$  este traçado também serve para determinar o *meio* ou *ponto médio*  $M$  do segmento, e portanto para *bissectar* (dividir ao meio, ou em duas partes iguais) o mesmo segmento  $\overline{AB}$ .

b) Nesta figura indicam-se três modos de apresentar a construção para permitir a comparação do aspecto final: à esquerda, a tracejado; a meio a traço fino, e à direita a vermelho. As construções só se conservam quando isso é expressamente determinado.

c) Se o raio tomado para fazer a construção não fôsse maior que metade

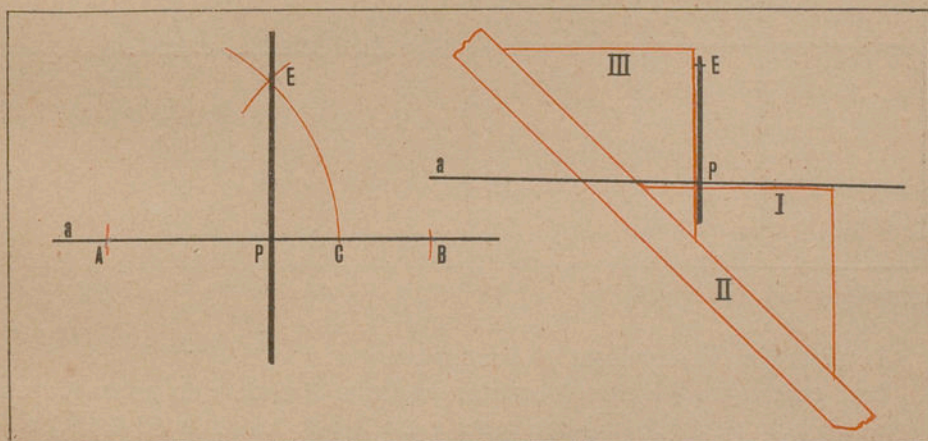


(\*) O sinal  $\odot$  é abreviatura da palavra *circunferência*. Das letras inscritas no colchete, a primeira indica o centro e as duas restantes os extremos de qualquer segmento igual ao raio.



de  $\overline{AB}$ , ou os dois arcos ficavam tangentes (à esquerda) sendo então  $X$  o ponto médio de  $\overline{AB}$ , ou os arcos não se tocavam (à direita) sendo então o raio menor que metade de  $\overline{AB}$ . Deve notar-se que o ponto médio de  $\overline{XX'}$  é o mesmo que o de  $\overline{AB}$ , o que interessa saber, quando se quere determinar o ponto médio do segmento dado por estimativa, ou aproximação.

6—Traçado da recta perpendicular a outra, num ponto dado sôbre esta.  
 DADOS:  $a$  e  $P$  existente em  $a$ .



a) **emprego do compasso** (à esquerda).

Com centro em  $P$  e raio qualquer marcam-se  $A$  e  $B$ , sendo  $\overline{AP} = \overline{PB}$ . Sendo  $C$  qualquer de  $\overline{PB}$  traça-se um arco da  $\odot[A, \overline{AC}]$  e um arco da  $\odot[B, \overline{BC}]$  que corta o primeiro, em  $E$ . Desenha-se  $PE$ .

Notar-se-á que  $PE$  é eixo de  $\overline{AB}$ , podendo empregar-se a construção do parágrafo anterior.

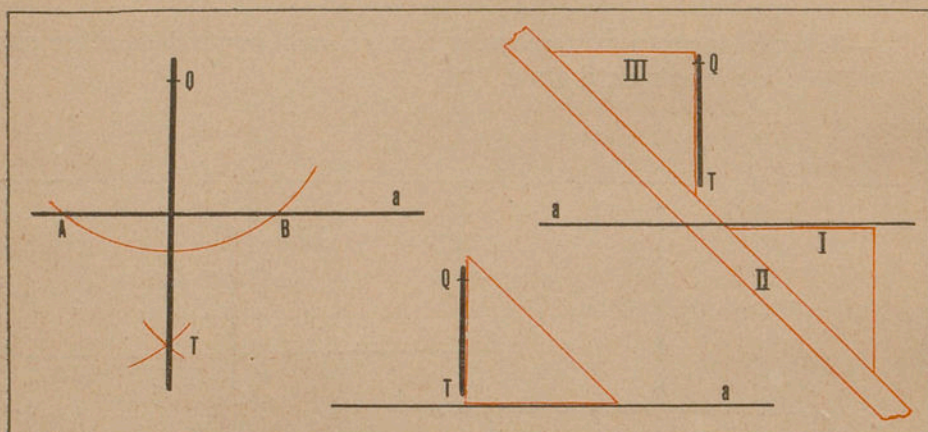
b) **emprego da régua e esquadro** (à direita).

Colocado o esquadro na posição I encostado a  $a$ , encosta-se lhe a régua na posição II. Segurando firmemente a régua, faz-se escorregar o esquadro ao longo dela, levando-o à posição III que permite desenhar  $PE$ , prolongando-se depois o traço feito, se fôr necessário.

SOLUÇÃO:  $PE$  perpendicular a  $a$  passando por  $P$  existente em  $a$ .

7—Traçado da recta perpendicular a outra, passando por um ponto fora desta.

DADOS:  $a$  e  $Q$  exterior a  $a$ .



a) **emprego do compasso** (à esquerda).

Com centro em  $Q$  e raio  $QA$  maior do que a distância do ponto à recta, traça-se o arco da  $\odot[Q, QA]$  que corta  $a$  em  $A$  e  $B$ . Arcos da  $\odot[A, QA]$  e da  $\odot[B, QA]$  cruzam-se em  $T$ . Traça-se  $QT$ .

Notar-se-á que os dois últimos arcos só satisfazem à condição de ter o mesmo raio que pode não ser igual ao primeiro. Como  $QT$  é eixo de  $AB$  pode aplicar-se o traçado do eixo dum segmento (§ 5).

b) **emprego do esquadro** (a meio).

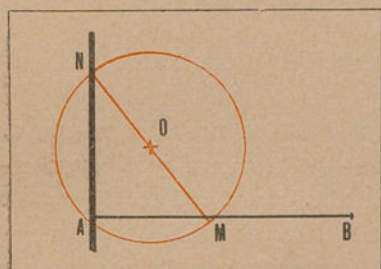
A figura mostra a posição do esquadro (construção pouco perfeita que exige muito cuidado, não sendo de aconselhar o seu uso).

c) **emprego do esquadro e da régua** (à direita).

Apoiado o esquadro a  $a$  na posição I, encosta-se-lhe a régua na posição II e fixando-se firmemente a régua, faz-se escorregar o esquadro ao longo dela, levando-o à posição III que permite traçar  $QT$ .

SOLUÇÃO :  $AT$  perpendicular a  $a$  que passa por  $Q$  exterior a  $a$ .

8 — Traçado da recta perpendicular a um segmento de recta, num dos extremos.



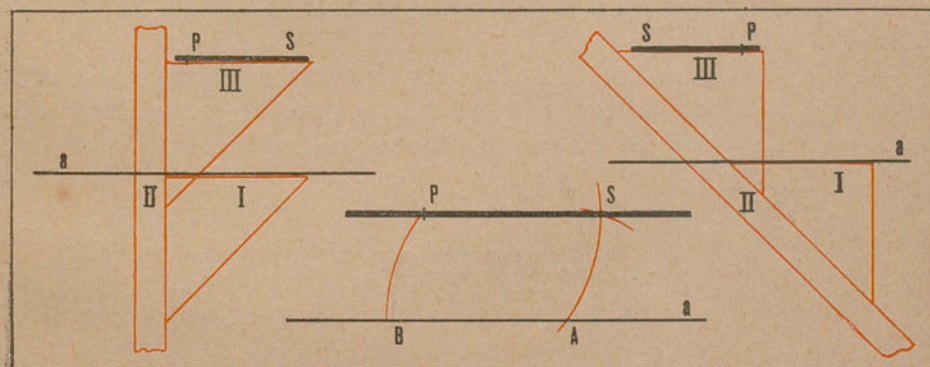
DADO:  $\overline{AB}$ .

Com centro num ponto  $O$  exterior a  $\overline{AB}$ , traça-se a  $\odot[O, OA]$  que corta  $\overline{AB}$  num ponto  $M$ . Traça-se  $MO$  que corta a  $\odot$  em  $N$ . Traça-se  $AN$ .

SOLUÇÃO :  $NA$  perpendicular a  $\overline{AB}$  no extremo  $A$  de  $\overline{AB}$ .

9 — Traçado da recta paralela a outra, passando por um ponto fora desta.

DADOS:  $a$  e  $P$  exterior a  $a$ .



a) **emprêgo do compasso** (a meio).

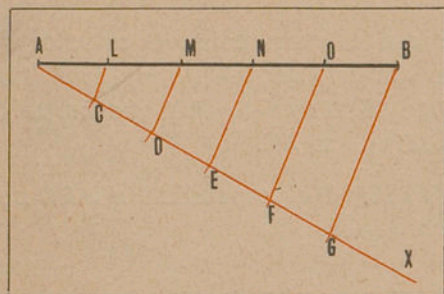
Com centro em  $P$  e raio maior que a distância de  $P$  a  $a$ , traça-se o arco da  $\odot[P, PA]$  que corta  $a$  em  $A$ . Um arco da  $\odot[A, PA]$  corta  $a$  em  $B$ . Um arco da  $\odot[A, BP]$  corta o primeiro arco em  $S$ . Traça-se  $PS$ .

b) **emprêgo simultâneo da régua e do esquadro** (à esquerda e à direita).

Apoiado o esquadro a  $a$  na posição I, encosta-se-lhe a régua na posição II. Fixando fortemente a régua nesta posição faz-se deslizar o esquadro ao longo da régua até vir ocupar a posição III que permite traçar  $PS$ .

SOLUÇÃO :  $PS$  paralela a  $a$  que passa por  $P$  exterior a  $a$ .

10 — Divisão dos segmentos de recta em partes iguais. Como exemplo, trataremos da divisão dum segmento em cinco partes iguais.



DADOS :  $\overline{AB}$  e o número 5.

Traça-se  $\overline{AX}$  e nesta semi-recta, a partir de **A**, marcam-se 5 segmentos iguais :  $AC = CD = DE = EF = FG$ . O comprimento comum destes segmentos é qualquer, convindo que seja o que à vista se afigura  $1/5$  do segmento a dividir. Une-se **G** com **B** e

traçam-se **OF**, **NE**, **MD**, **LC** paralelas a **BG**.

SOLUÇÃO : os pontos **L**, **M**, **N**, **O** tais que

$$AL = LM = MN = NO = OB = 1/5 \overline{AB}$$

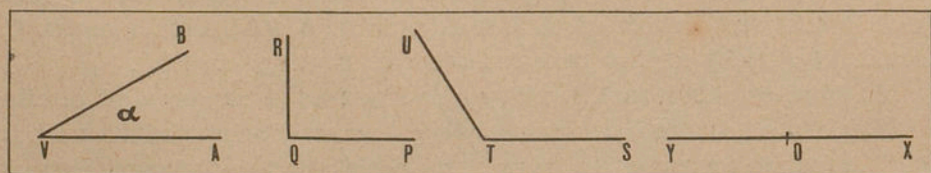
— Para dividir  $\overline{AB}$  em  $n$  partes iguais, marcar-se-iam em  $\overline{AX}$  segmentos iguais em número de  $n$ .

— Para dividir em 2, 4, 8, 16, ... partes iguais pode, usando-se a construção do § 5, dividir ao meio, dividir cada metade ao meio, dividir cada quarto ao meio, ... até conseguir-se a divisão desejada.

## ÂNGULOS

11 — Ângulos ; medida dos ângulos.

As duas semi-rectas  $\overline{VA}$  e  $\overline{VB}$  determinam o ângulo que se indica com a



notação  $\widehat{AVB}$ . As semi-rectas  $\overline{VA}$  e  $\overline{VB}$  são os *lados* e o ponto **V** é a *vértice*. Quando não possa originar-se confusão, nota-se  $\widehat{V}$ , lendo-se : ângulo em **V**.

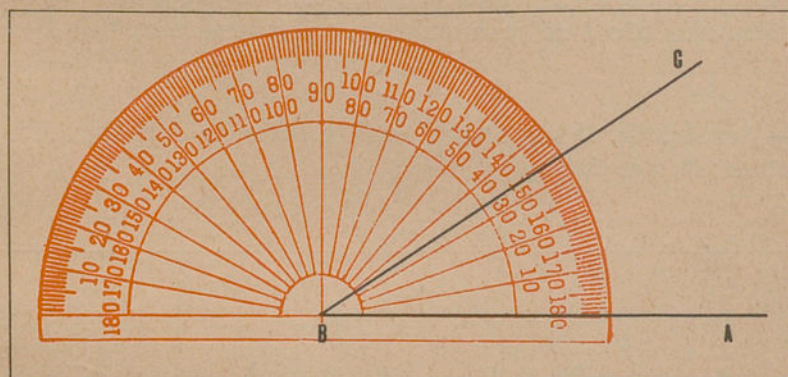
Também pode designar-se o ângulo com uma letra grega minúscula,  $\hat{\alpha}$ , lendo-se «ângulo alfa».

$\hat{Q}$  é *ângulo recto*, sendo  $\overline{QP}$  perpendicular a  $\overline{QR}$ . O ângulo recto diz-se *quadrante*, ou *ângulo de uma esquadria*.

Diz-se que formam um *ângulo raso* duas semi-rectas  $\overline{OX}$  e  $\overline{OY}$  da mesma recta e de sentidos contrários.

Pode tomar-se para medida de ângulo o *quadrante*. A unidade de medida mais usada é o *grau*. ( $^{\circ}$ ), ângulo que é  $1/90$  do quadrante.

No desenho, para medir os ângulos emprega-se o *transferidor*. Fazendo assentar a linha de referência  $0^{\circ}$ — $180^{\circ}$ , do transferidor, sôbre o lado  $\overline{BA}$  de modo que o traço central passe pelo vértice  $B$ , lê-se a graduação sob a qual passa o lado  $\overline{BC}$ . Verifica-se que  $\widehat{ABC}$  mede  $34^{\circ}$  o que se exprime escrevendo  $\widehat{ABC} = 34^{\circ}$ , ou, visto não ser de recear confusão,  $\widehat{B} = 34^{\circ}$ .

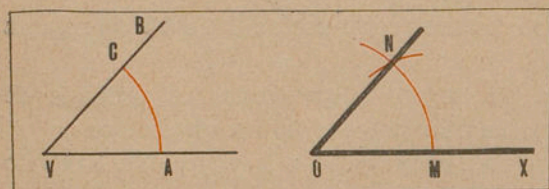


O ângulo recto mede  $90^{\circ}$ . Os *ângulos agudos* medem menos de  $90^{\circ}$  e os *ângulos obtusos* mais de  $90^{\circ}$  e menos de  $180^{\circ}$ . O ângulo de  $45^{\circ}$  diz-se *ângulo de meia esquadria*.

O ângulo raso mede  $180^{\circ}$ . Na Geometria consideram-se ângulos de medida superior a  $180^{\circ}$  que, em geral, não é necessário usar no Desenho. Quando uma semi-recta executa uma rotação completa em torno da origem, descreve um *ângulo-giro*, cuja medida é de  $360^{\circ}$ . Os ângulos de medida compreendida entre  $180^{\circ}$  e  $360^{\circ}$  chamam-se *ângulos reintrantes*, dizendo-se, por oposição, *ângulos salientes* aqueles cuja medida está compreendida entre  $0^{\circ}$  e  $180^{\circ}$ .

12 — Construção de um ângulo igual a outro.

DADOS :  $\hat{A}\hat{V}\hat{B}$  e  $\overline{OX}$ .



Com raio qualquer  $\overline{VA}$  traçam-se arcos da  $\odot[V, \overline{VA}]$  e da  $\odot[O, \overline{VA}]$  que determinam  $C$  e  $M$ . Um arco da  $\odot[M, \overline{CA}]$  corta o segundo arco em  $N$ . Traça-se  $\overline{ON}$ .

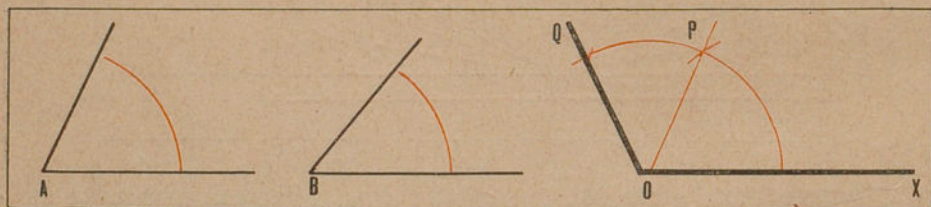
SOLUÇÃO:  $\hat{M}\hat{O}\hat{N} = \hat{A}\hat{V}\hat{B}$ , com o lado  $\overline{OM}$  coincidente com  $\overline{OX}$ .

OBSERVAÇÃO : Podia utilizar-se o transferidor, medindo previamente o ângulo dado.

O uso do transferidor é indispensável, se o ângulo é dado apenas pela sua medida, mas não é de aconselhar fora dessa hipótese.

13 — Construção de um ângulo igual à soma de dois ângulos.

DADOS :  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  e  $\overline{OX}$ .

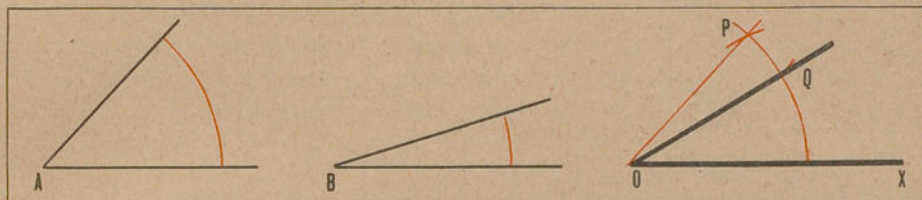


Constroem-se  $\hat{X}\hat{O}\hat{P} = \hat{A}$  e, em seguida,  $\hat{P}\hat{O}\hat{Q} = \hat{B}$ , de modo que estes dois ângulos não fiquem sobrepostos.

SOLUÇÃO :  $\hat{X}\hat{O}\hat{Q} = \hat{A} + \hat{B}$ , de lado  $\overline{OX}$ .

OBSERVAÇÃO : Quando há que somar vários ângulos, soma-se o primeiro com o segundo, a soma obtida soma-se com o terceiro,... até termos somado o último.

14 — Construção de um ângulo igual à diferença de dois ângulos.  
 DADOS :  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  e  $\overline{OX}$  ( $\hat{A} > \hat{B}$ ).

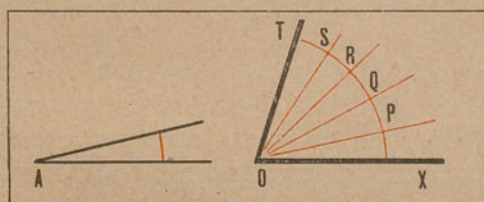


Constroê-se  $\hat{OXP} = \hat{A}$  e, em seguida,  $\hat{POQ} = \hat{B}$ , de modo que este ângulo fique sobreposto ao primeiro.

SOLUÇÃO :  $\hat{XOQ} = \hat{A} - \hat{B}$ , de lado  $\overline{OX}$ .

15 — Construção de um ângulo igual ao produto de um ângulo por um número inteiro.

Como exemplo, obteremos o produto de um ângulo pelo número 5. Vamos pois construir um ângulo *quintuplo* dum ângulo dado.



DADOS :  $\hat{A}$ ,  $\overline{OX}$  e o número inteiro 5.

Fazem-se as somas :

$$\hat{A} + \hat{A} = \hat{XOQ} = 2 \hat{A}$$

$$\hat{XOQ} + \hat{A} = \hat{XOR} = 3 \hat{A}$$

$$\hat{XOR} + \hat{A} = \hat{XOS} = 4 \hat{A}$$

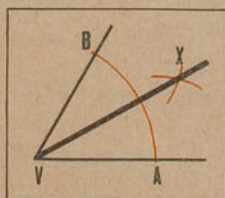
$$\hat{XOS} + \hat{A} = \hat{XOT}$$

e

SOLUÇÃO :  $\hat{XOT} = 5 \hat{A}$ , de lado  $\overline{OX}$ .

16 — Divisão de qualquer ângulo em duas partes iguais.

DADO :  $\hat{AVB}$ .

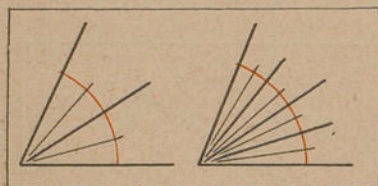


Um arco de raio qualquer e centro em  $V$  corta os lados em  $A$  e em  $B$ . Com raio qualquer (maior que metade de  $\overline{AB}$ ) traçam-se arcos da  $\odot[A, \overline{AX}]$  e da  $\odot[B, \overline{AX}]$  que se cruzam em  $X$ . Traça-se  $\overline{VX}$ .

SOLUÇÃO :  $\overline{VX}$  tal que  $\hat{AVX} = \hat{XVB} = \frac{1}{2} \hat{AVB}$ .

A semi-recta que divide um ângulo em duas partes iguais diz-se *bissectriz* do ângulo.

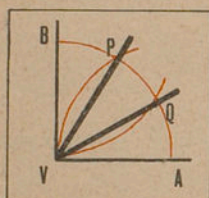
17 — Divisão de qualquer ângulo em quatro e oito partes iguais.



Dividindo ao meio cada metade dum ângulo, fica êste dividido em 4 partes iguais. Dividindo ao meio cada quarto de um ângulo, o ângulo primitivo fica dividido em 8 partes iguais.

18 — Divisão do ângulo recto em três partes iguais.

DADO :  $\hat{A}V\hat{B} = 90^\circ$ .

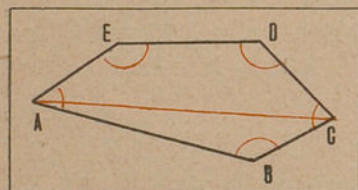


Traça-se o arco da  $\odot[V, \overline{VA}]$  de raio qualquer que determina **A** e **B**. Um arco da  $\odot[A, \overline{VA}]$  determina **P** e um arco da  $\odot[B, \overline{VA}]$  determina **Q**. Traçam-se  $\overline{VP}$  e  $\overline{VQ}$ .  
SOLUÇÃO :  $\overline{VP}$  e  $\overline{VQ}$  tais que

$$\hat{A}V\hat{Q} = \hat{Q}V\hat{P} = \hat{P}V\hat{B} = 1/3 \hat{A}V\hat{B} = 30^\circ$$

As semi-rectas que dividem um ângulo em três partes iguais chamam-se *trissectrizes* do ângulo.

19 — Os segmentos  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$ ,  $\overline{DE}$  e  $\overline{EA}$  que ligam, numa certa ordem os pontos **A**, **B**, **C**, **D** e **E** formam o polígono  $[ABCDE]$  do qual os segmentos indicados são os *lados*, sendo *vértices* os seus extremos. Os ângulos **A**, **B**, **C**, **D**, **E** indicados na figura são os *ângulos* do polígono.



São *consecutivos* dois vértices como **C** e **D** extremos dum lado  $\overline{CD}$ . Também são *consecutivos* dois lados como  $\overline{DE}$  e  $\overline{EA}$  que têm um extremo comum. Qualquer lado como  $\overline{BC}$ ,

diz-se *adjacente* aos dois ângulos **B** e **C** que têm os vértices nos extremos do lado. Também um ângulo como **C**, se diz *adjacente* aos lados  $\overline{BC}$  e  $\overline{CD}$  que existem nos lados do ângulo.

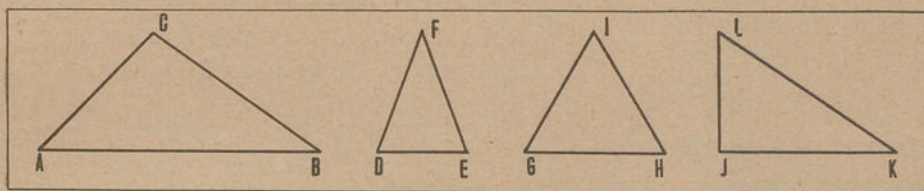
Qualquer segmento, como  $\overline{AC}$ , que une dois vértices não consecutivos chama-se *diagonal do polígono*.

Os polígonos de 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 15, 20 lados dizem-se respectivamente : *triângulo*, *quadrilátero*, *pentágono*, *hexágono*, *heptágono*, *octógono*, *eneágono*, *decágono*, *undecágono*, *dodecágono*, *pentadecágono* e *icoságono*.



O  $\triangle[ABC]$  (\*) é *escaleno* por ter os três lados desiguais.

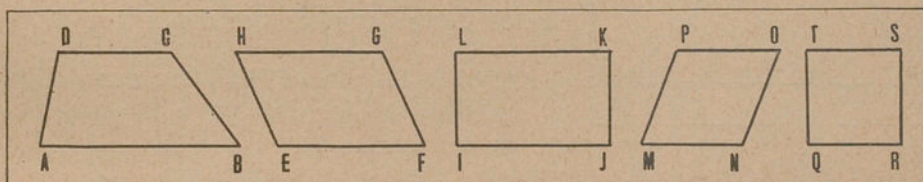
O  $\triangle[DEF]$  que tem dois lados iguais diz-se *isósceles*.



O  $\triangle[GHI]$  é *triângulo regular* ou *equilátero*, por ter todos os lados, e também todos os ângulos, iguais.

[ABC] tem um ângulo **C** obtuso, chamando-se *obtusângulo*. [DEF] é *acutângulo* por ter todos os ângulos agudos.

[JKL] é *triângulo rectângulo* por ser  $\hat{L} = 90^\circ$ . Os lados  $\overline{JK}$  e  $\overline{JL}$  adjacentes ao ângulo recto são os *catetos* e o lado  $\overline{LK}$  chama-se *hipotenusa*.



No quadrilátero [ABCD] há dois lados paralelos e outros dois que o não são: é um *trapézio*. Todos os outros quadriláteros da figura têm os lados paralelos dois a dois: são *paralelogramos*.

As diagonais dos paralelogramos cortam-se ao meio. Os ângulos do paralelogramo são dois a dois iguais.

Os paralelogramos [IJKL] e [QRST] têm todos os ângulos iguais e cada um destes é recto: são *rectângulos*. Nos rectângulos os lados são dois a dois perpendiculares e as diagonais são iguais.

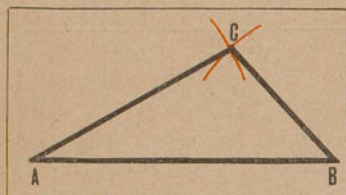
Os paralelogramos [MNOP] e [QRST] têm todos os lados iguais: são *losangos* ou *rombos*. Nos losangos as diagonais são perpendiculares entre si.

O quadrilátero [QRST] simultaneamente rectângulo e losango é um *quadrado*.

(\*) O sinal  $\triangle$  é abreviatura da palavra *triângulo*.

20 — Construção do triângulo: dados os três lados.

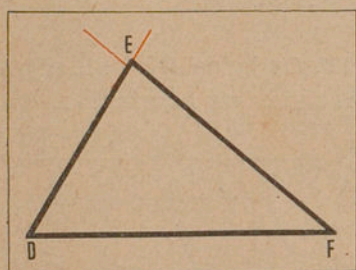
DADOS : as medidas 4 cm.; 3 cm. e 2 cm., dos três lados.



Marcado  $\overline{AB} = 4 \text{ cm.}$ , traçam-se arcos da  $\odot[A, 3 \text{ cm.}]$  (\*) e da  $\odot[B, 2 \text{ cm.}]$  que se cortam em  $C$ . Traçam-se  $\overline{BC}$  e  $\overline{AC}$ .

SOLUÇÃO: o  $\triangle[ABC]$  em que  $\overline{AB} = 4 \text{ cm.}$ ;  $\overline{AC} = 3 \text{ cm.}$  e  $\overline{BC} = 2 \text{ cm.}$

21 — Construção do triângulo: dados um lado e os dois ângulos adjacentes.



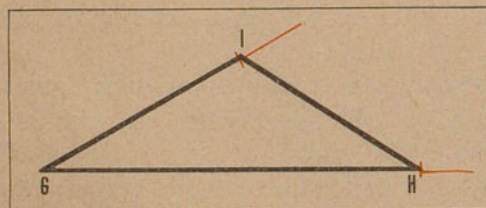
DADOS : a medida 4 cm. dum lado e as medidas  $40^\circ$  e  $60^\circ$  dos ângulos adjacentes.

Desenhado  $\overline{DF} = 4 \text{ cm.}$ , marca-se  $\hat{D} = 60^\circ$  e  $\hat{F} = 40^\circ$ . As semirectas que são os segundos lados destes ângulos cortam-se em  $E$ .

SOLUÇÃO: o  $\triangle[DFE]$  em que  $\overline{DF} = 4 \text{ cm.}$ ;  $\hat{D} = 60^\circ$  e  $\hat{F} = 40^\circ$

22 — Construção do triângulo: dados dois lados e o ângulo que formam entre si.

DADOS : a medida  $30^\circ$  dum ângulo e as medidas 6 cm. e 3 cm dos lados adjacentes.

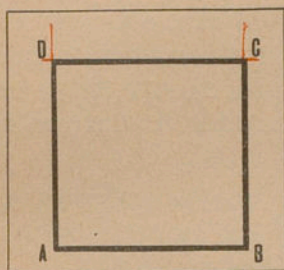


Representado  $\hat{G} = 30^\circ$ , num dos lados, marca-se  $\overline{GH} = 5 \text{ cm.}$  e, no outro, marca-se  $\overline{GI} = 3 \text{ cm.}$

SOLUÇÃO: o  $\triangle[GHI]$  em que  $\hat{G} = 30^\circ$ ;  $\overline{GH} = 5 \text{ cm.}$  e  $\overline{GI} = 3 \text{ cm.}$

(\*) A letra indica o centro e o número a medida do raio da circunferência.

23 — Construção do quadrado: dado o lado.

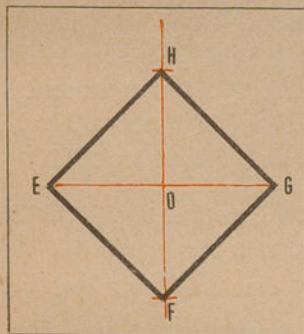


DADO : a medida 25 mm. do lado.

Marcado  $\overline{AB} = 25 \text{ mm.}$ , levantam-se as perpendiculares a  $\overline{AB}$  em  $A$  e em  $B$ . Nestas marcam-se, para o mesmo lado,  $\overline{BC} = \overline{AD} = 25 \text{ mm.}$  Traça-se  $\overline{DC}$ .

SOLUÇÃO : o quadrado  $[ABCD]$  de lado  $\overline{AB} = 25 \text{ mm.}$

24 — Construção do quadrado: dada a diagonal.



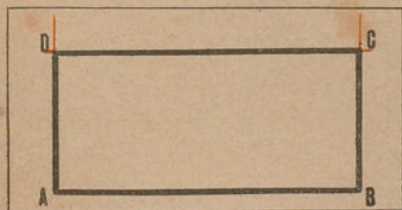
DADO : a medida 3 cm. da diagonal.

Marcado  $\overline{EG} = 3 \text{ cm.}$ , traça-se o eixo de  $\overline{EG}$  (§ 5) que determina neste segmento o ponto  $O$ . Sobre o eixo marcam-se  $\overline{OH} = \overline{OF} = 1/2 \overline{EG}$ . Traçam-se  $\overline{EH}$ ,  $\overline{FG}$ ,  $\overline{HG}$  e  $\overline{EF}$ .

SOLUÇÃO : o quadrado  $[EFGH]$  de diagonal  $\overline{EG} = 3 \text{ cm.}$

25 — Construção do rectângulo; dados dois lados consecutivos.

DADOS : as medidas 4 cm. e 18 mm. de dois lados.



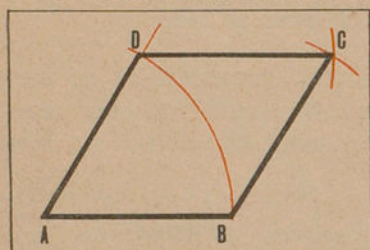
Marcado  $\overline{AB} = 4 \text{ cm.}$ , levantam-se as perpendiculares a  $\overline{AB}$  em  $A$  e em  $B$ . Nestas, para o mesmo lado, marcam-se  $\overline{AD} = \overline{BC} = 18 \text{ mm.}$  Traça-se  $\overline{DC}$ .

SOLUÇÃO : o rectângulo  $[ABCD]$  de lados  $\overline{AB} = \overline{DC} = 4 \text{ cm.}$  e  $\overline{AD} = \overline{BC} = 18 \text{ mm.}$



26 — Construção do losango; dados o lado e um ângulo.

DADOS : a medida 25 mm. do lado e a medida 60° dum ângulo.

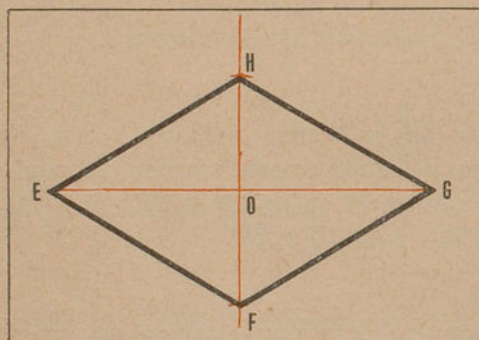


Marcados  $\overline{AB} = 25 \text{ mm.}$  e  $\hat{A} = 60^\circ$  um arco da  $\odot[A, \overline{AB}]$  corta o segundo lado do ângulo em **D**. Arcos da  $\odot[B, \overline{AB}]$  e da  $\odot[D, \overline{AB}]$  determinam **C**. Traçam-se  $\overline{BC}$  e  $\overline{DC}$ .

SOLUÇÃO : o losango  $[ABCD]$  de lado 25 mm. em que  $A = C = 60^\circ$ .

27 — Construção do losango: dadas as diagonais.

Dados : as medidas 3 cm. e 5 cm. das diagonais.



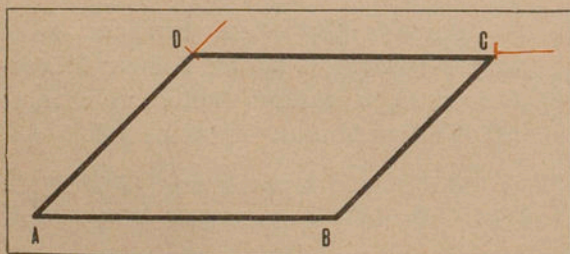
Marcado  $\overline{EG} = 5 \text{ cm.}$  traça-se o eixo (§ 5) de  $\overline{EG}$  que determina o centro **O**. No eixo marcam-se  $\overline{OH} = \overline{OF} = \frac{1}{2} \times 3 \text{ cm.} = 1.5 \text{ cm.}$  Traçam-se  $\overline{EH}$ ,  $\overline{FG}$ ,  $\overline{HG}$  e  $\overline{EF}$ .

SOLUÇÃO : o losango  $[EFGH]$  cujas diagonais são

$\overline{EG} = 5 \text{ cm.}$  e  $\overline{FH} = 3 \text{ cm.}$

28 — Construção do paralelogramo: dados dois lados e o ângulo que formam entre si.

DADOS : as medidas 4 cm. e 3 cm. de dois lados e a medida 45° do ângulo formado por estes dois lados.



Marca-se  $\overline{AB} = 4 \text{ cm.}$ ;  $\hat{A} = 45^\circ$  e  $\overline{AD} = 3 \text{ cm.}$

Traça-se por **D** a paralela a  $\overline{AB}$  e nela marca-se  $\overline{DC} = \overline{AB}$ . Traça-se  $\overline{BC}$ .

SOLUÇÃO : o paralelogramo  $[ABCD]$  cujos lados

$\overline{AB} = 4 \text{ cm.}$  e  $\overline{AD} = 3 \text{ cm.}$  formam o ângulo de 45°.

## Desenho de invenção

Quem, observando cuidadosamente uma paisagem, um objecto, qualquer realidade presente a seus olhos, a figure por meio de desenho, tal como a vê e sente, faz *desenho do natural* ou *à vista*. A minúcia e a perfeição dêste depende do querer e da capacidade do desenhador que vai observando o seu *modêlo* enquanto executa o trabalho.

Faremos *desenho de memória* representando, tão fielmente quanto as nossas faculdades o permitam, o que alguma vez observámos mais ou menos detidamente, mas que não pode ser prescutado pela nossa vista quando desenhamos.

O *desenho de invenção* não tem, como os anteriores, por objectivo dar-nos idea de qualquer realidade observada, modêlo existente, observado pela vista, ou recordado pela memória. Fantasiando uma cena que não vimos, uma expressão, uma paisagem, ou uma forma que não observámos, criamos uma *realidade de imaginação*, uma *fantasia*. Será desenho de invenção aquêle com que fixarmos no papel a fantasia por nós creada.

Desenhemos do natural uma fôlha, por exemplo. Ponhamos de parte quanto essa fôlha possa ter de particular relativamente às fôlhas da mesma planta. Regularizemos o contôrno e nervuras, recurvando ou endireitando traços, como nos agrade. Se as modificações que impusemos ao desenho não destruíram o aspecto geral, obtemos uma forma que, não sendo a da fôlha representada, sugerirá mais ou menos perfeitamente, as fôlhas da mesma planta. Fizemos desenho de invenção creando uma *fôlha estilizada*.

Faz-se igualmente desenho de invenção, quando se ornamenta um objecto ou uma superfície utilizando *motivos* sugeridos pela observação (estilizados) ou de pura fantasia. Esta modalidade do desenho diz-se *desenho decorativo*.

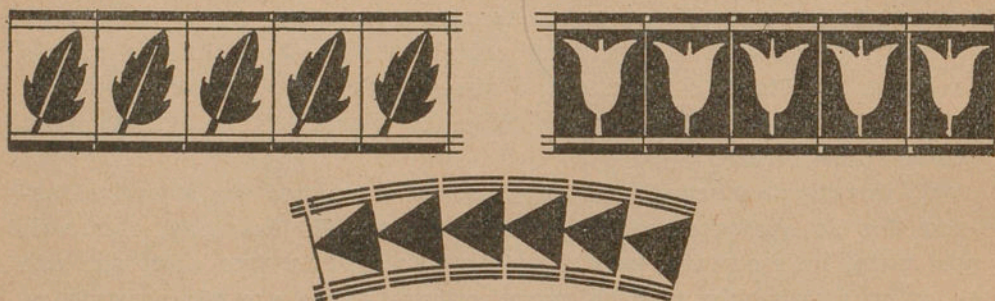
---

O estudo dêste capítulo, iniciando-se no primeiro ano, de acôrdo com o programa, estende-se e aprofunda-se nos anos seguintes.

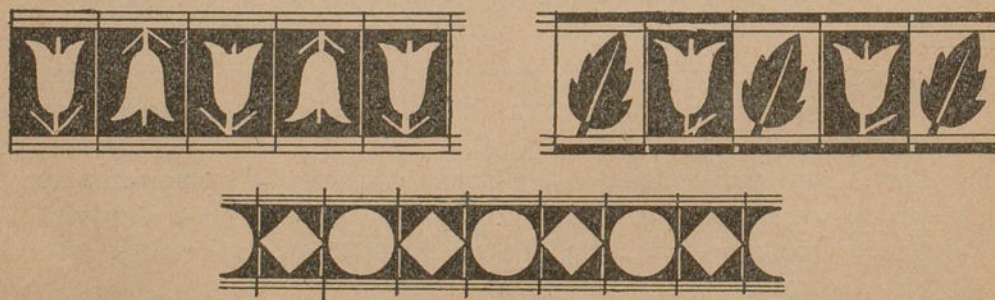
## Composição decorativa

A *decoração* ou desenho decorativo pode fazer-se livremente (na realidade seguindo normas complexas e pouco aparentes) ou submeter-se a certas regras muito simples e claras, constituindo o fundamento da *composição decorativa*.

A mais elementar das referidas regras é a *repetição* que consiste em repetir sucessivamente o mesmo elemento ou motivo, seguindo uma linha previamente escolhida.



Se repetirmos o mesmo elemento desenhado alternadamente em duas posições ou cores diversas, ou se alternarmos sucessivamente dois motivos diferentes, obteremos uma *repetição alternante* ou *alternância*.



Quando os dois elementos que constituem uma alternância diferem entre si grandemente pela forma, pela intensidade, pela cor, ou pelo tamanho, teremos uma *alternância contrastada*, ou *contraste*.



Se uma recta (figurada ou não) divide uma decoração em duas partes iguais que podem sobrepor-se dobrando a figura por aquela recta, diz-se que a composição é uma *simetria*, dizendo-se a recta *eixo da simetria*.

Pode dizer-se que a simetria é uma lei da Natureza que no-la apresenta correntemente em animais, plantas e até em formas cristalinas.



Em certos casos usa-se a *gradação* que se obtém repetindo o mesmo elemento, ou motivo alternados, diminuindo um e outros gradualmente num sentido, ou em sentidos opostos, produzindo-se neste caso uma *simetria*.



A gradação simples ou simétrica apresenta no seu conjunto a forma triangular, desenhando-se muitas vezes o triângulo que a contorna.

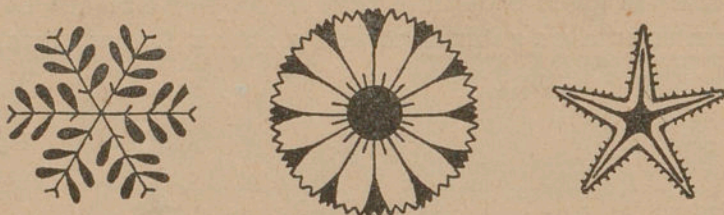
A gradação também pode obter-se com um motivo único e pode acen-



tuar-se, em todos os casos, fazendo variar a intensidade do traçado, a tonalidade da côr, ou ambas as coisas.

Uma decoração que se faz tomando como base semi-rectas da mesma origem (*centro*), fazendo ângulos iguais duas a duas, diz-se *irradiação*. As semirectas base da decoração podem ser ou não figuradas nesta.

Também a irradiação se pode considerar uma lei da Natureza, por ser vulgar encontrá-la em animais, plantas e minerais.



Nas aplicações, estas regras usam-se isoladas ou agrupadas, como mais convenha.

Na decoração de uma superfície, pode, em geral, seguir-se um dos seguintes critérios:

a) abstrair da forma da linha que limita a superfície, decorando-a como se a superfície fôsse *ilimitada*;

b) atender ao contôrno, sugereitando a decoração à influência da linha que o constitue.

A primeira maneira, naturalmente indicada quando se pretende «encher», ou quando a superfície a decorar apresenta extensão considerável relativamente aos motivos que desejamos empregar, diz-se *mosaico*.

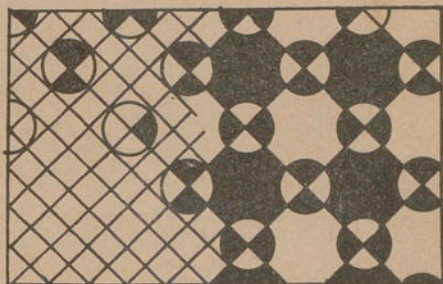
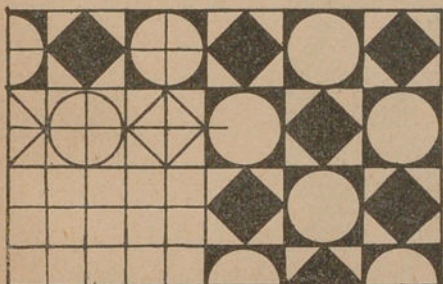
Executa-se um mosaico fazendo uma decoração linear (repetição ou alternância) segundo sucessivas linhas paralelas, da mesma maneira que usamos para forrar um bocado de parede de azulejo, repetido ou alternado, qualquer que seja a forma da porção de muro a cobrir.

Facilita-se a execução desta forma decorativa, cobrindo a superfície por meio de uma *rêde* desenhada previamente nela e constituída, em geral, por meio de segmentos de recta. Notar-se-á que, no final, a rêde pode ficar fazendo parte da decoração ou suprimir-se.

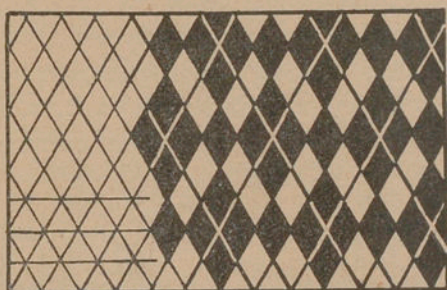


As rêdes mais simples e comodas são:

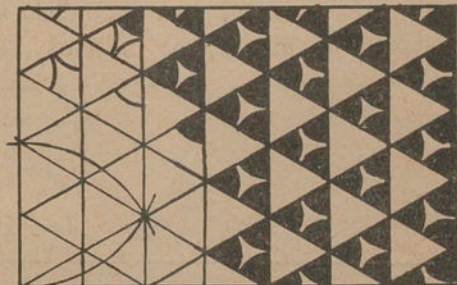
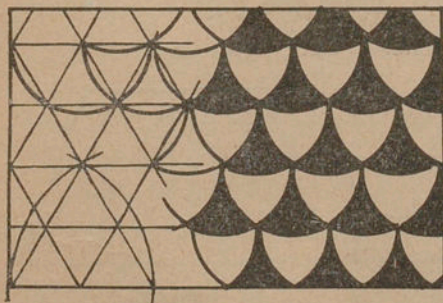
a *rêde de quadrados*, designada com o nome de *quadriculado* ou *recticula*, podendo apresentar-se *direita* ou *enviezada*;



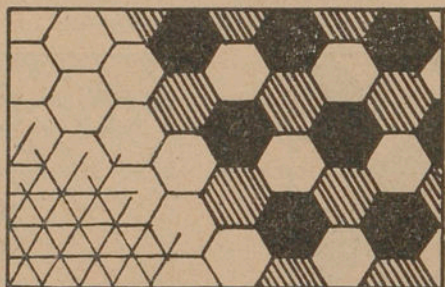
a *rêde de losangos*;



a *rêde triangular equilátera* (formando cada dois triângulos um losango que se diz *quincôncio*);

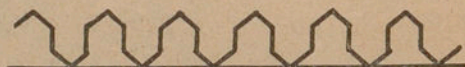
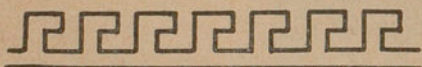


e a *rêde hexagonal regular*, também chamada *favo de mel*.



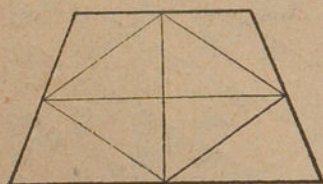
Uma *rêde* para ser útil deve ser desenhada levemente e com um escrupuloso cuidado.

Na decoração de superfícies determinadas (círculo, triângulo, quadrado, rectângulo, losango, polígonos regulares, etc.) não querendo utilizar-se um mosaico, considera-se a superfície um todo, usando-se a simetria, a gradação, a irradiação, ou as *gregas*, ou outras *bordaduras* que são,

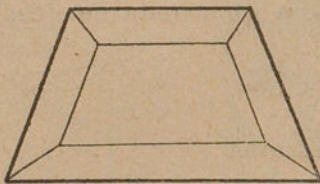


em geral, repetições simples ou alternantes acompanhando a forma do contôrno.

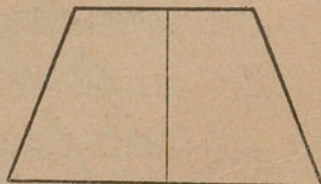
Também se pode dividir a superfície em outras que se decoram separadamente.



*decomposição poligonal*



*bordadura*



*simetria*

Sobre uma rede geométrica (quadrícula do papel quadriculado, por exemplo) podem executar-se facilmente, além do desenho geométrico, exercícios de composição de ornato, como os que vão exemplificados adiante. Considera-se exercício de grande utilidade o desenho de projectos (e mesmo de desenho acabado) feito sobre redes, utilizando segmentos e curvas diversas, uns e outros executados à mão livre.

### Do decalque

A repetição de um motivo facilita-se muito pelo uso do *decalque*.

Para decalcar uma figura dada, coloca-se sobre ela um pedaço de papel vegetal, segurando-o bem com os dedos. Desenha-se novamente, por transparência, a figura, cobrindo os seus traços com a ponta do lápis. Ter-se-á o cuidado de representar também alguns *pontos* ou *linhas de referência* que, embora não fazendo parte da figura, permitirão colocar esta de novo em boa posição, no sítio para onde se vai trasladar.

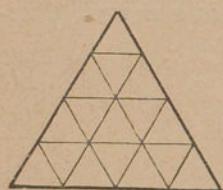
Em seguida suja-se o avesso do papel vegetal com lápis macio, nas partes onde se vê a figura desenhada.

Volta-se de novo o papel vegetal (colocando-o direito sobre o sítio onde se quere decalcar a figura) de modo que fique exactamente no lugar que se deseja, o que se consegue pelo ajuste dos pontos ou linhas de referência previamente desenhados. Com o lápis desenha-se novamente a figura que, por meio da plumbagina com que está sujo o avesso do papel vegetal, vai ficar levemente impressa no papel do desenho. Se tudo foi feito com bastante cuidado, esta figura fica igual à figura original que inicialmente se copiou.

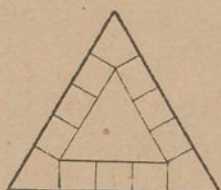
Quando a figura a decalcar deva ficar invertida relativamente ao original, como acontece na alternância e na simetria, não é necessário sujar o avesso do papel vegetal. A cópia feita nêle com lápis macio, quando se voltar o papel vegetal e se cobrirem um pouco, os traços da cópia, esta vai reproduzir a figura no papel do desenho, por meio da plumbagina do primeiro traçado.

Não deve usar-se o mesmo desenho do papel vegetal um grande número de vezes, porque ao fim de algum tempo o papel está demasiadamente vincado e a reprodução torna-se imperfeita.

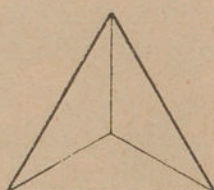
Alguns exemplos das muitas possibilidades da divisão de figuras geométricas  
para aplicações decorativas



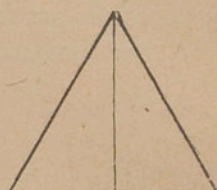
*mosaico*



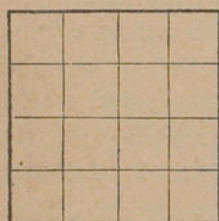
*bordadura*



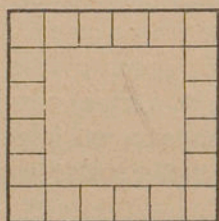
*irradiação*



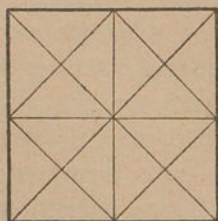
*simetria*



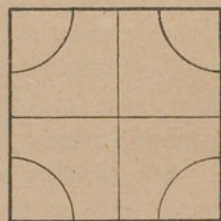
*mosaico*



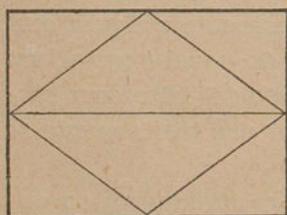
*bordadura*



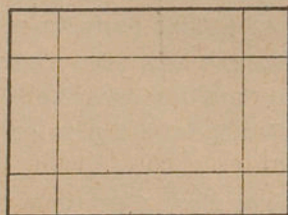
*irradiação ou decom-  
posição poligonal*



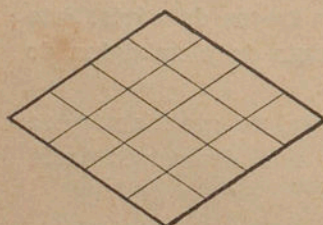
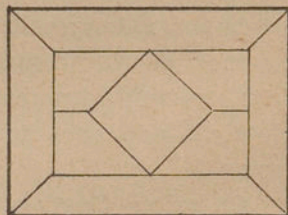
*irradiação*



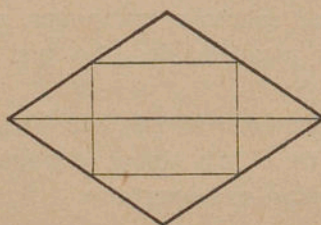
*simetria*



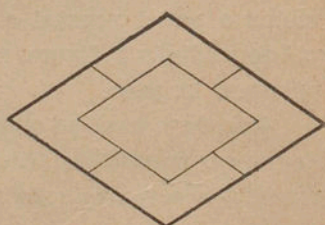
*bordadura e decomposições  
poligonais*



*mosaico*



*decomposição poligonal*



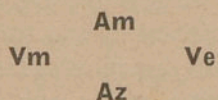
*bordadura*

## Estudo da côr

Em conformidade com a teoria de Ostwald (físico eminente a quem a ciência já tanto deve), chamaremos *côres primárias* as quatro côres: *amarelo (Am)*, *vermelho (Ve)*, *azul (Az)* e *verde-mar (Vm)*.

As côres primárias têm padrões bem definidos que convém conhecer, e fixar por observação cuidadosa e repetida. Assim, por exemplo, há variadíssimos amarelos, mas *amarelo (Am)* existe um único.

Dispondo as designações das côres primárias segundo o seguinte esquema :



chamaremos *côres consecutivas* ou *vizinhas* a duas cujas designações se encontram seguidamente quando se percorre o esquema pela periferia e *complementares* aquelas cujos nomes se encontram na mesma linha passando pelo centro. Assim: o *vermelho (Ve)*, tem como côres consecutivas o *amarelo (Am)* e o *azul (Az)*, e tem como côr complementar o *verde-mar (Vm)*.

Diremos *côres neutras*: o *branco (B)*, o *cinzento (\*) (C)* e o *preto (P)*.

As côres primárias e as neutras são as *côres fundamentais*. O tipo exacto ou *padrão* de cada uma destas côres vai indicado, com a precisão compatível com os meios gráficos de reprodução, na Estampa V.

Juntando em partes iguais duas côres primárias consecutivas, obtêm-se as côres secundárias :

*laranja (Lj)*, mistura de amarelo e vermelho :  $Lj = Am + Ve$

*violeta (Vi)*, mistura de vermelho e azul :  $Vi = Ve + Az$

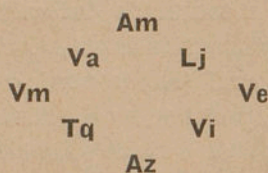
*turquesa (Tq)*, mistura de azul e verde-mar :  $Tq = Az + Vm$

*verde-alface (Va)*, mistura de verde-mar e amarelo :  $Va = Vm + Am$

---

(\*) O cinzento neutro pode obter-se por mistura de branco e preto, em partes iguais. Na estampa respectiva encontra-se o padrão do cinzento neutro.

Na *rosa das côres* da estampa citada que necessitamos de ter bem presente na memória, as côres primárias e secundárias estão representadas pelos seus padrões dispostos em sectores circulares conforme o esquema junto.



A cada côr da rosa das côres correspondem duas consecutivas e uma complementar. O laranja (**Lj**) tem como côres consecutivas o amarelo (**Am**) e o vermelho (**Ve**) e como complementar o turquesa (**Tq**). O azul é consecutivo do violeta e do turquesa e complementar do amarelo.

Consideraremos *côres básicas* para a composição as côres neutras e as da rosa das côres.

O arco-iris contém as côres da rosa das côres, começando no vermelho e terminando no violeta.

Todas as côres se podem obter pela mistura de duas ou mais côres fundamentais. A mistura de duas côres dá origem a novas côres, conforme as misturadas e a proporção em que se empregam.

Duas côres consecutivas da rosa das côres misturadas em partes iguais originam côres terciárias que estabelecem a passagem de umas para outras. Obtém-se um amarelo-alaranjado, misturando em partes iguais o amarelo e o laranja, podendo indicar-se com a notação (**Am + Lj**).

Misturando 3 partes de vermelho com 2 de laranja, obtém-se um vermelho-alaranjado ( $2 \text{ Lj} + 3 \text{ Ve}$ ) que, atendendo à composição do laranja, ( $\text{Ve} + \text{Am}$ ), é a mesma que se obteria misturando 2 partes de amarelo com 5 de vermelho ( $2 \text{ Am} + 5 \text{ Ve}$ ).

A mistura de uma côr com uma côr neutra origina novos *tons* ou *tonalidades* da mesma côr. Em particular, uma côr torna-se *escura* ou *clara*, conforme lhe juntarmos preto ou branco.

Juntando, por exemplo, 6 partes de amarelo e uma de preto ( $6 \text{ Am} + 1 \text{ P}$ ), 5 partes de amarelo e 1 de preto ( $5 \text{ Am} + 1 \text{ P}$ ) e 4 partes de amarelo e 1 de preto ( $4 \text{ Am} + 1 \text{ P}$ ), obtém-se tons sucessivamente mais escuros de amarelo.

As composições de violeta que podem indicar-se com as notações : (2 **Vi** + 1 **B**), (3 **Vi** + 2 **B**), (**Vi** + **B**), (1 **Vi** + 2 **B**), (2 **Vi** + 3 **B**) e (1 **Vi** + 3 **B**) constituem seis tonalidades de violeta, sucessivamente mais claras.

O cinzento-padrão fornece tonalidades mais escuras pela adjunção de preto e mais claras pela sua mistura com branco. Com prática podem usar-se tonalidades de cinzento para clarear ou escurecer outras côres.

A gama das côres e tonalidades possíveis é ilimitada, mas qualquer côr ou tom se pode obter com suficiente aproximação, embora não sem dificuldade, a partir das côres fundamentais, ou, o que é mais cómodo no desenho, a partir das côres básicas de que dispomos.

Assim, por exemplo obter-se-á um castanho pela mistura do violeta e do laranja ou do preto e do vermelho ou ainda por outras combinações. Um verde sêco poderá resultar da mistura do verde mar e do laranja, etc.

Sendo muito difícil, na prática, reproduzir com exactidão uma côr composta (mesmo que a tenhamos nós composto alguma vez), é prudente, quando seja de recear uma forçada interrupção do trabalho, empregar apenas côres básicas nos tons naturais.

Observando a rosa das côres, notaremos que há um diâmetro que separa os dois seguintes grupos :

*côres quentes:* amarelo, laranja, vermelho e violeta;

*côres frias:* azul, turquesa, verde-mar e verde-alface.

Com esta disposição reconhece-se que a côr complementar duma côr quente é uma côr fria, e, reciprocamente.

Convém ainda notar que, por exemplo, a côr que notaremos (**Lj** + **Ve**) tem como vizinhas o laranja e o vermelho e é uma côr quente. A sua complementar que notaremos (**Tq** + **Vm**), tem por vizinhas o turquesa e o verde-mar (complementares respectivamente do laranja e do vermelho) e é uma côr fria.

A tonalidade clara (1 **Ve** + 3 **B**) é uma côr quente e a sua complementar é a tonalidade escura (1 **Vm** + 3 **P**) que é côr fria.

Quando temos de aplicar côres num desenho, podemos empregá-las de muitas maneiras e com elas conseguir um efeito harmónico e atraente. É impossível formular regras aplicáveis a todos os casos. Nos nossos desenhos decorativos e de invenção, podemos seguir alguma das três *harmonias de côr* que vamos indicar.

I) *Harmonia das côres opostas ou de contraste.*

São as côres complementares, opostas na rosa das côres, que oferecem o maior contraste possível.

Sempre que num desenho devamos colorir duas superfícies de tamanho muito diferente, podemos empregar esta harmonia, colorindo a superfície maior com uma côr quente e a superfície menor com a sua complementar.

Para obter-se o efeito desejado as côres usadas devem ser rigorosamente complementares, o que torna o emprêgo desta harmonia mais difícil do que o das que se indicam a seguir.

II) *Harmonia das côres análogas ou vizinhas.*

Obtem-se bom efeito empregando uma côr e ambas as suas vizinhas, ou apenas uma delas. Por exemplo, o laranja «vai bem» com o vermelho e o amarelo, ou só com o vermelho, ou só com o amarelo.

Duma maneira geral deve colorir-se a superfície maior com a côr mais clara.

III) *Harmonia monocromática ou duma côr dominante.*

Consiste em usar apenas uma côr e aplicá-la pura e em vários tons, claros ou escuros, ou empregados em conjunto.

Em qualquer das harmonias indicadas pode usar-se, pura, uma das côres neutras. Pode dizer-se que estas côres «dizem bem» com todas as da rosa das côres e suas derivadas.

O emprêgo das côres neutras, e em particular do branco e do preto puros, realça consideravelmente, em muitos casos, uma decoração.

O branco e o preto puros permitem a realização de harmonias de contraste. As harmonias monocromáticas obtidas com cinzento puro e tonalidades de cinzento são de bom efeito decorativo.

O emprêgo de papel cinzento ou de outro tom liso para base simplifica



muitas vezes a execução duma decoração, dispensando-nos de colorir um *fundo* que «valorize» as côres empregadas. É assim que sôbre qualquer fundo de côr, o branco principalmente toma um «valor» muito grande.

O papel a usar pode ser mesmo um papel muito ordinário, como o vulgar papel pardo de embrulho, desde que seja consistente e que as côres empregadas o «cubram» como acontece com as tintas de têmpera, cola, ou «gouache».

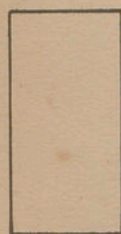
Quando se trabalha com tintas de aguarela, mais ou menos diluídas, há sempre que contar com o tom ou côr resultante para cada tinta. O colorido que se obtém é uma mistura da côr própria da tinta com a do papel em que se pinta. Se se pretende aplicar uma côr clara que cubra o tom do papel, é indispensável misturar à côr transparente de aguarela o *branco de gouache*. Na impossibilidade de obter outras côres opacas, convém dispor, ao menos, desta tinta.



CENTRO CÍRCULO VIVA  
ROMULO DE CARVALHO

Nas estampas seguintes, apresentam-se algumas composições coloridas conforme as ideias de Ostwald e algumas sugestões de composição a enriquecer com o colorido aplicado de acordo com o gosto do desenhador orientado pelas regras estabelecidas.

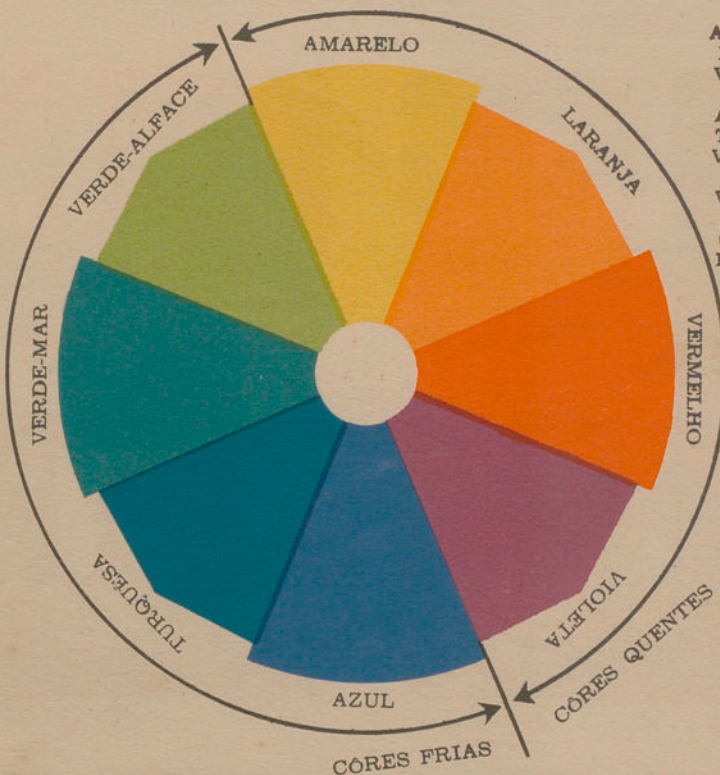
Rosa das cores padrão



BRANCO  
(NEUTRA)



CINZENTO  
(NEUTRA)



- ABREVIATURAS
- AM — AMARELO
  - LJ — LARANJA
  - VE — VERMELHO
  - VI — VIOLETA
  - AZ — AZUL
  - TQ — TURQUESA
  - VM — VERDE  
MAR
  - VA — VERDE AL-  
FACE
  - CZ — CINZENTO
  - BR — BRANCO
  - PR — PRETO



PRETO  
(NEUTRA)

I — HARMONIA DAS CÔRES OPOSTAS



VM + VE



TQ + LJ



AZ + AM



VI + VA

II—HARMONIA DAS ANÁLOGAS



VA+AM+LJ



AM+LJ+VE



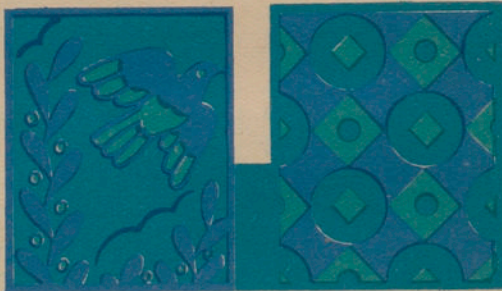
LJ+VE+VI



VE+VI+AZ



VI+AZ+TQ



AZ+TQ+VM



TQ+VM+VA



VM+VA+AM

III — HARMONIA MONOCROMÁTICA



AM+BR+CZ+PR



LJ+BR+CZ+PR



VE+BR+CZ+PR



VI+BR+CZ+PR



AZ+BR+CZ+PR



TQ+BR+CZ+PR



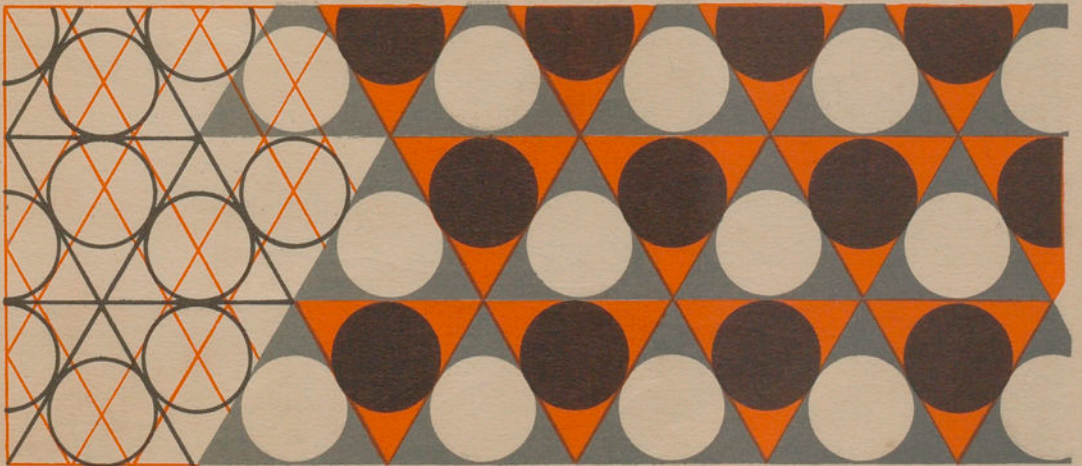
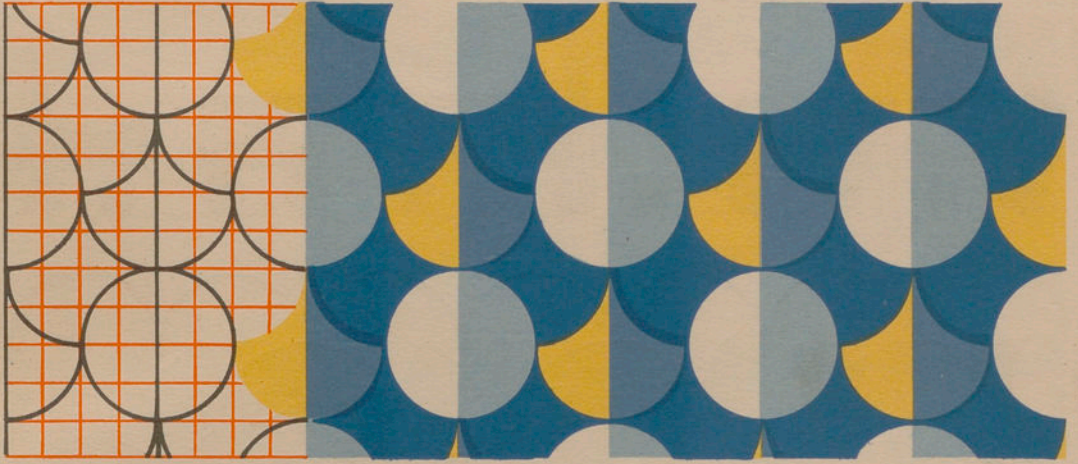
VM+BR+CZ+PR

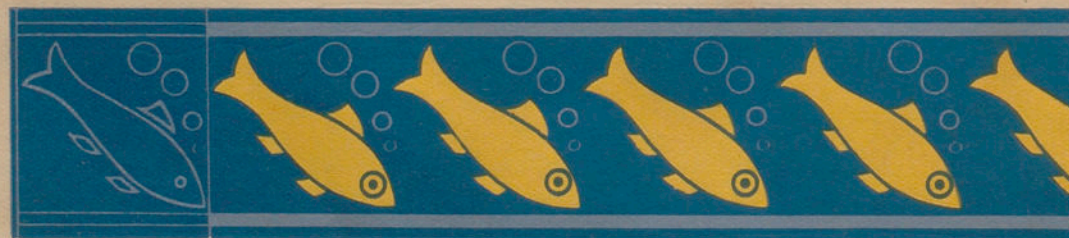
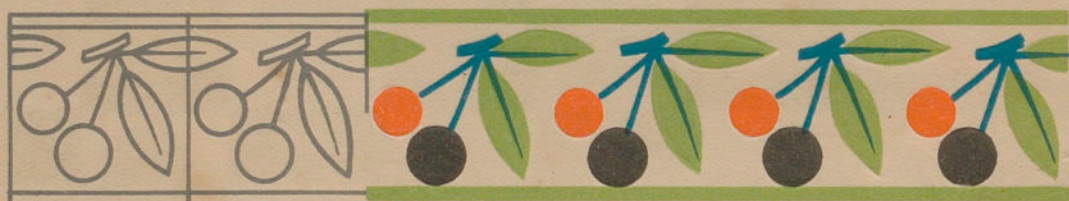
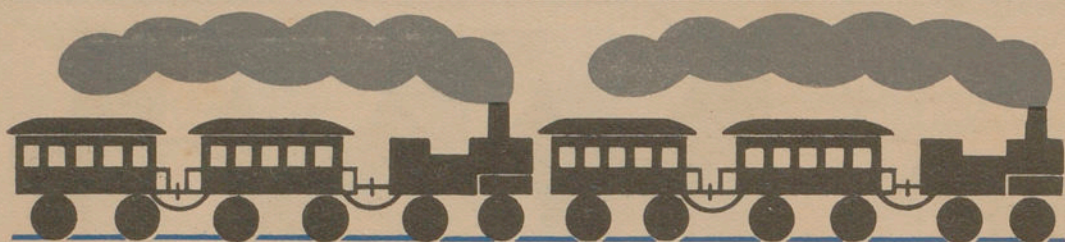


VA+BR+CZ+PR

EXEMPLOS







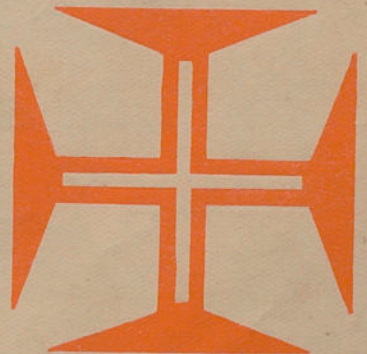




CRUZ DE AVIZ



FLOR DE LIS

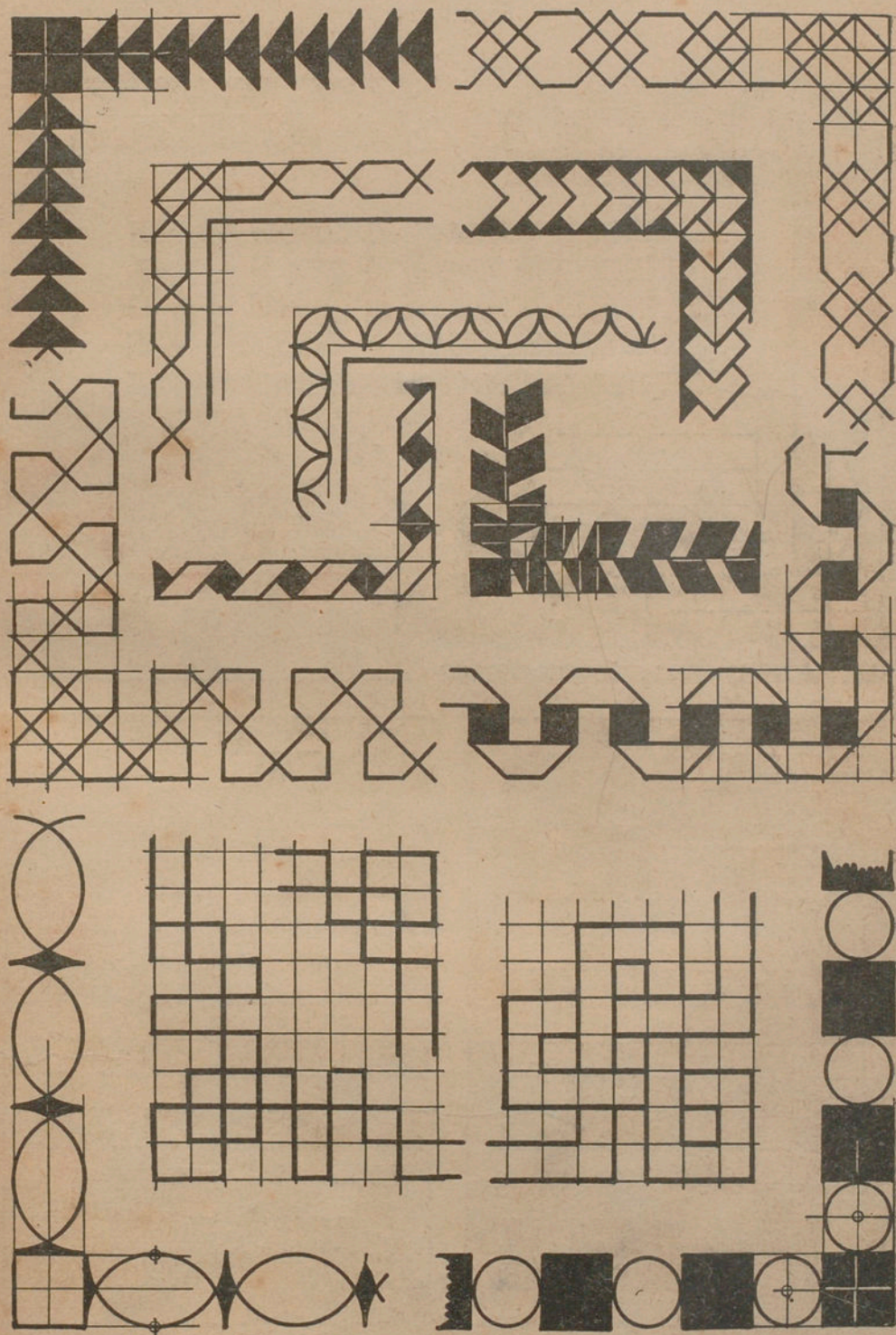


CRUZ DE CRISTO

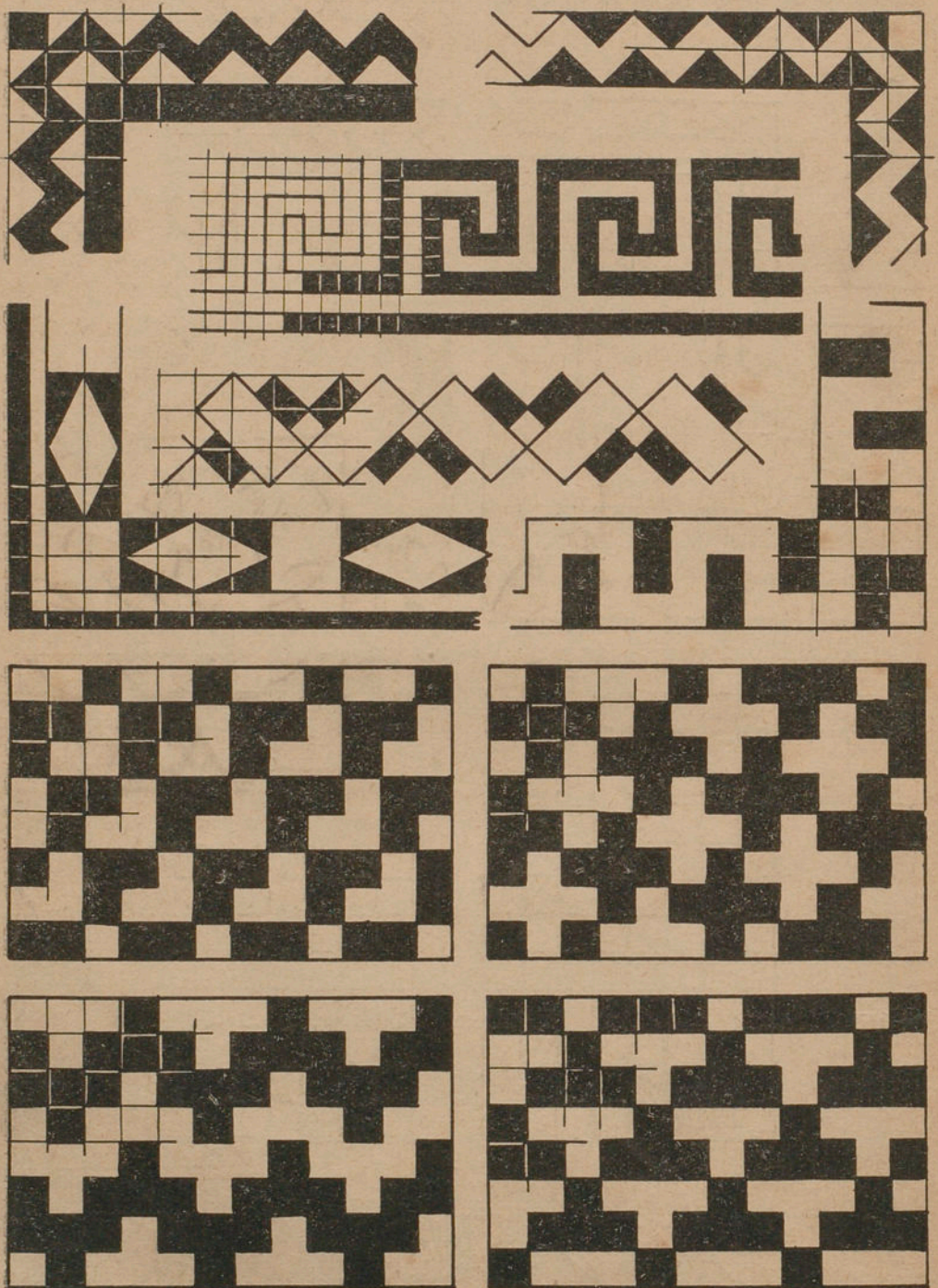


Estampa XII

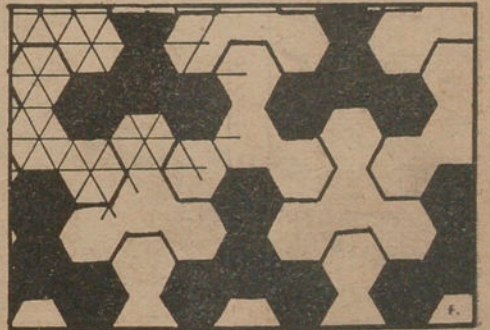
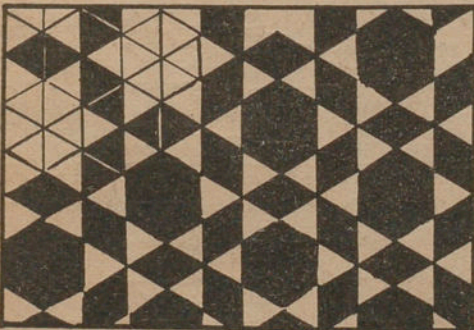
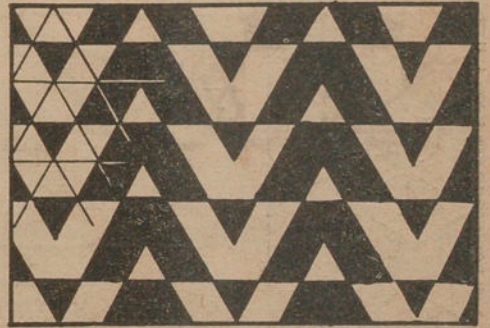
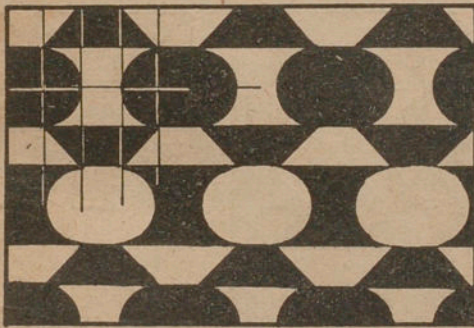
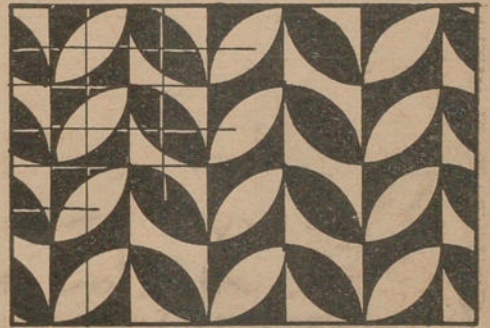
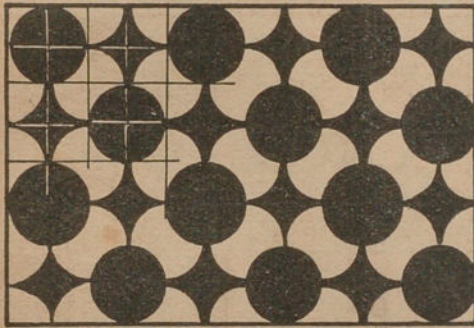
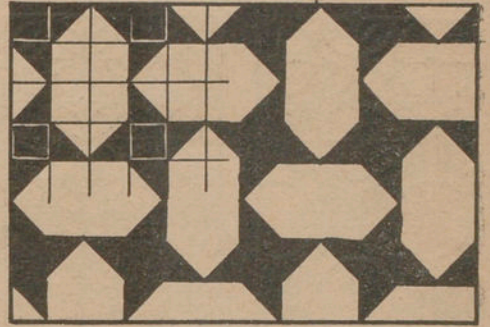
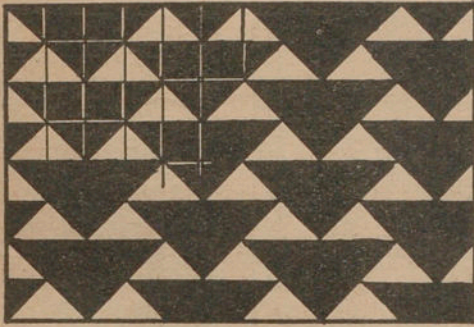
Exemplos



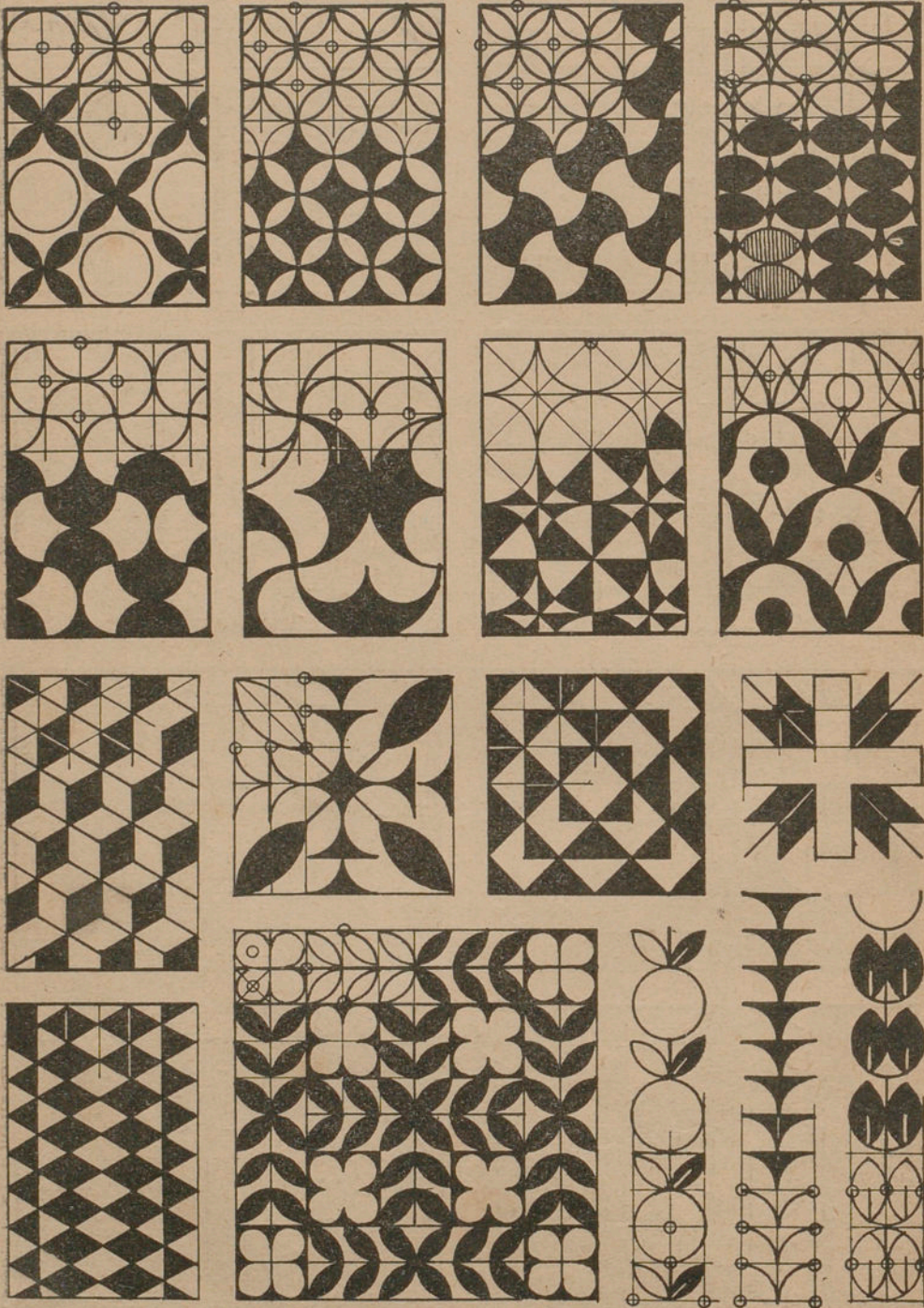
Exemplos



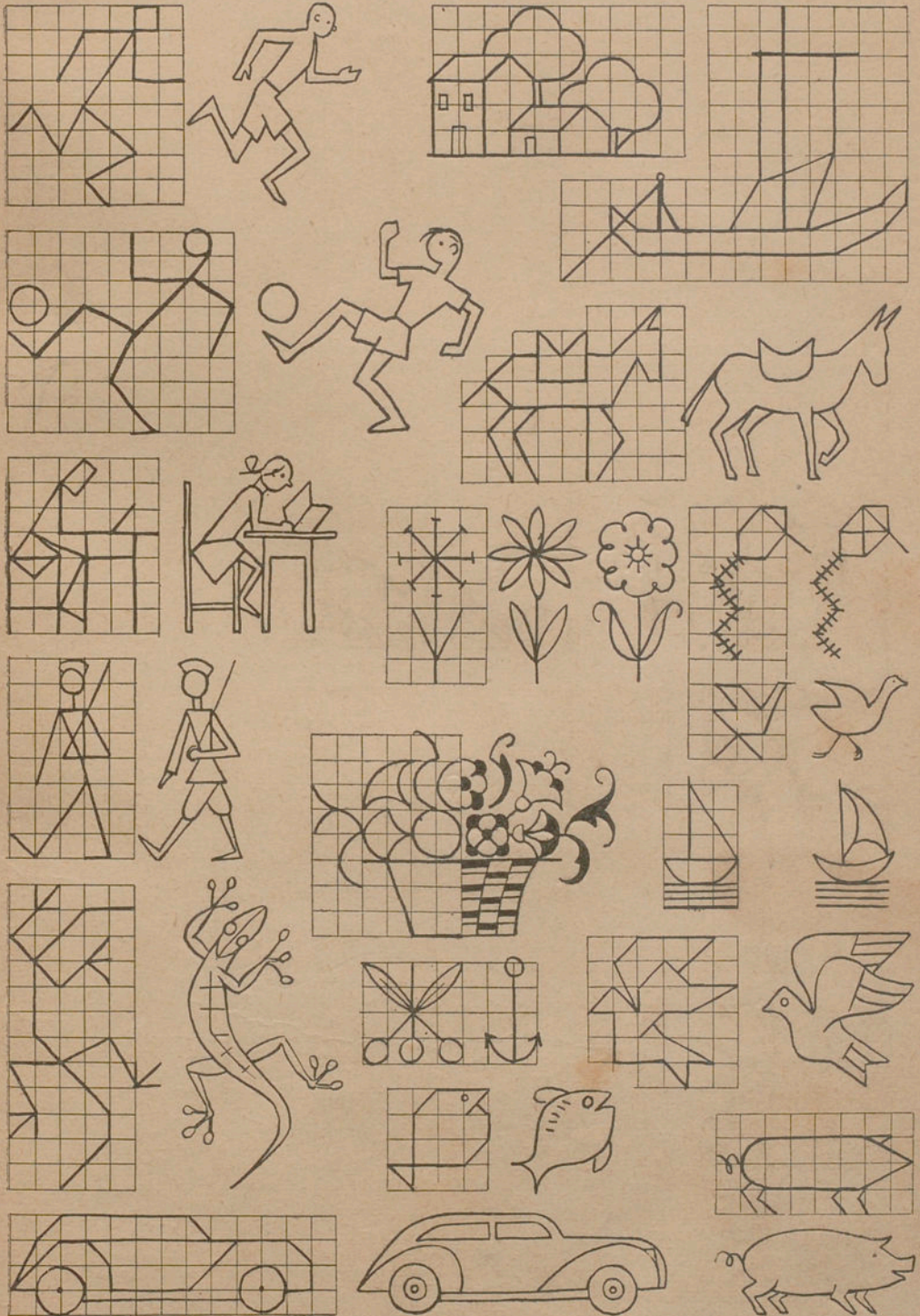
Exemplos



Exemplos



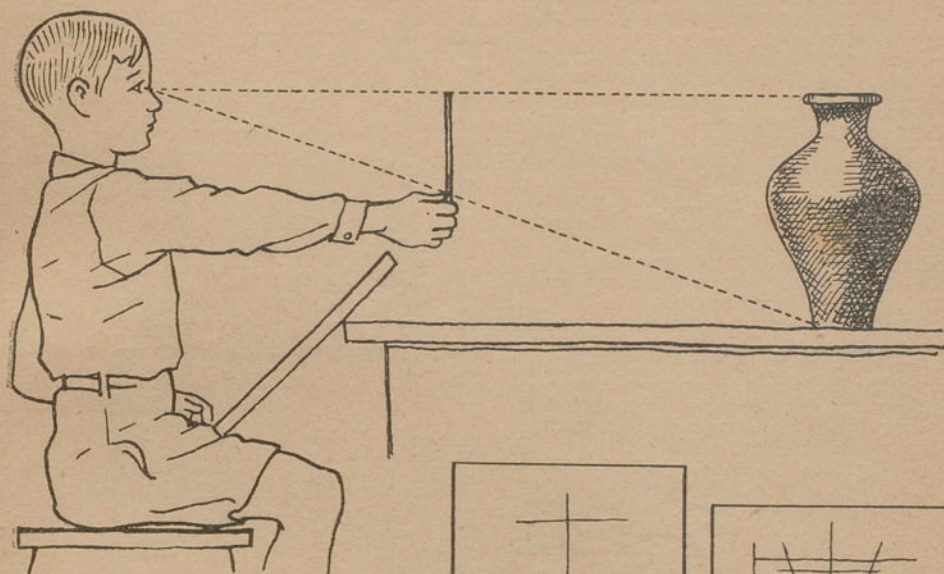
Exemplos







## BREVES NOÇÕES SÔBRE A FORMA DE EXECUTAR UM DESENHO DE IMITAÇÃO À MÃO LIVRE

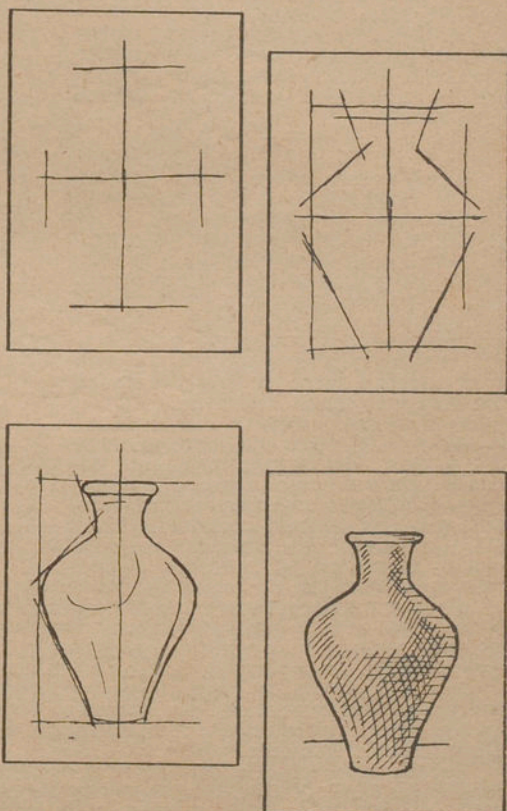


Para representar um objecto colocado diante de si, deve o desenhador ter o papel bem estendido e apoiado de modo que os seus raios visuais dirigidos para a parte central da fôlha de desenho sejam sensivelmente perpendiculares a esta.

O modelo, sem ficar demasiadamente afastado do observador, não deverá distar dos seus olhos menos do que o triplo da maior dimensão observada de frente (largura ou altura do objecto).

Em muitos modelos é possível imaginar um eixo central e segmentos perpendiculares a êle, como se indica na figura. É necessário observar com muito cuidado a posição relativa destes segmentos, conservando escrupulosamente as relações das distâncias entre êles.

A figura mostra como, conservando fechado um dos olhos, pode avaliar-se a grandeza do segmento do desenho que deve representar certo segmento do modelo. O lápis coloca-se num plano vertical, em face do modelo, vertical, oblíqua ou horizontalmente, conforme a linha a observar. Ter-se-á o cuidado de conservar o braço estendido. Com um pouco de treino comparam-se as



distâncias entre diversos pontos do modelo, permitindo respeitar a «proporção» dos diferentes segmentos do objecto e da sua representação.

Aproveitando as linhas fundamentais, procurar-se-á desenhar um contôrno poligonal que se aproxime da forma do contôrno observado no objecto. Este polígono será a base de que se parte para desenhar mais facilmente as curvas do contôrno.

Observando, comparando e aperfeiçoando sucessivamente o desenho chega-se a obter uma figura cuja exactidão é facilitada pela habilidade do desenhador, mas depende essencialmente da sua atenção, esforço e persistência.

Logo que o contôrno se considera satisfatório, embora ainda não definitivo, vai-se começando a representar os promenores, marcando as regiões claras e sombreadas (claros e escuros), anotando e acentuando as curvas do modelo que mais se destaquem à vista e melhor caracterizem a sua forma.

Um desenho suficientemente trabalhado deve sugerir, o mais exactamente possível, o contôrno aparente, a iluminação, o volume e a posição do objecto representado.

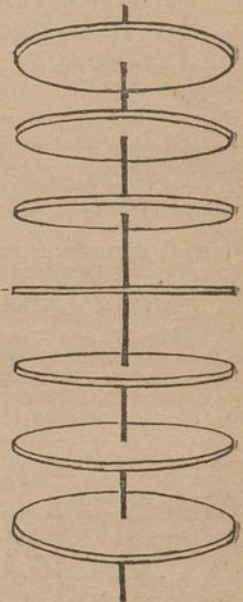
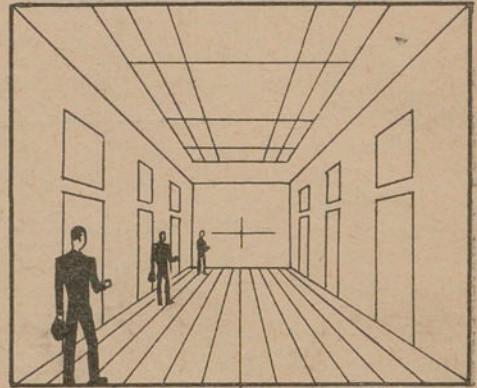
Se estivermos colocados no extremo de um comprido corredor observando uma pessoa que caminha nêle, e se afasta de nós, reconhecemos que a pessoa observada parece diminuir à medida que aumenta a distância que nos separa dela. As paredes dão-nos a aparência de convergirem uma para a outra, tendendo a intersectar-se segundo uma certa vertical. Análogamente, o sobrado e o teto sugerem-nos a ideia de dois planos que vão concorrer numa horizontal.

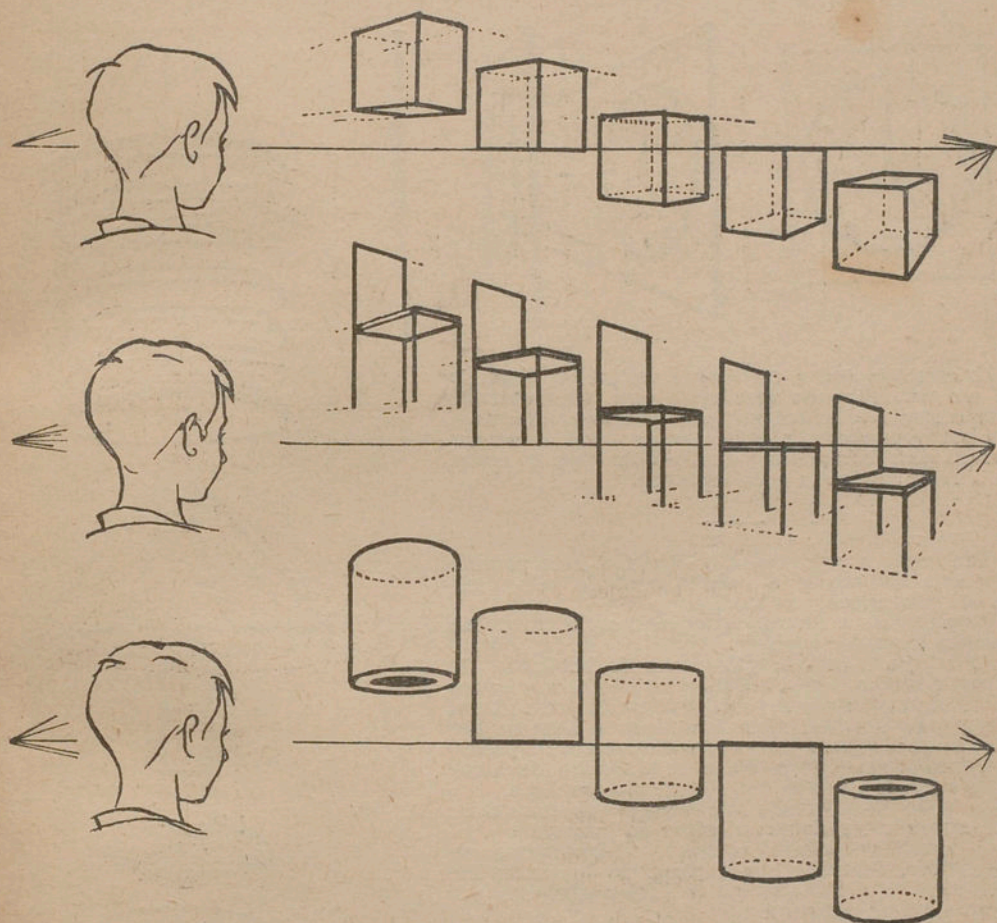
Se o desenhador tiver diante de si, substituindo a fôlha do desenho, uma chapa plana de vidro transparente colocada verticalmente (*quadro*), representa nela facilmente uma vertical (*vertical principal*) e uma horizontal (*linha do horizonte*) representando as duas linhas anteriormente referidas e que, observadas com um dos olhos (*ponto de vista*), são «cobertas» pela sua representação.

A vertical principal e a linha do horizonte intersectam-se num ponto (*ponto principal*) onde se nos afigura que concorrem as representações de todas as rectas perpendiculares ao quadro. O plano horizontal que passa pela linha do horizonte também passa pelos nossos olhos e diz-se *plano do horizonte*, ou *horizonte*.

No corredor referido, um rato que foge de nós, ao mesmo tempo que se afasta, parece que «sobe», aproximando-se do horizonte. Pelo contrário, um pássaro voando sempre à mesma altura, quando o seu vôo o distancia de nós, dá-nos a ideia de que «desce», aproximando-se do horizonte.

Quando representamos pelo desenho o que estamos observando não poderemos deixar de atender às indicações da *perspectiva de observação* que nos permite representar os objectos como na realidade se apresentam à nossa vista.





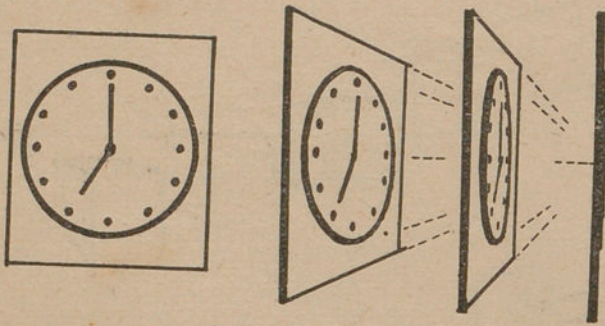
Um círculo paralelo ao plano do horizonte é visto segundo uma elipse cuja forma varia com a sua distância àquele plano. Quando está acima do horizonte, vêmo-lo por baixo, e, quando está abaixo daquele plano, observamos a sua face superior. Se o círculo estiver no plano do horizonte é visto como se fôra um segmento de recta e diz-se que está *rasante* relativamente ao observador. Com o auxílio do lápis, como foi indicado, descobrem-se facilmente os comprimentos dos eixos da elipse que no desenho figura o círculo observado.

Interessa comparar as posições que um sólido pode ocupar relativamente ao plano do horizonte.

Se o objecto está todo acima do horizonte vêmo-lo por baixo, não podendo portanto observar-se senão uma porção do contôrno da parte superior. Estando o modelo acima do horizonte, mas com uma face assente nêle, esta face é representada por um segmento de recta.

Quando o plano do horizonte corta a figura distinguimos parte do seu contôrno superior e parte do seu contôrno inferior.

Estando o modelo abaixo do horizonte, mas com uma face neste plano, essa é representada por um segmento de recta. Se o objecto estiver totalmente abaixo do horizonte, vê-se a sua face superior e parte do contôrno da face inferior.



É exercício útil e facilmente realizável, dispondo de um paralelepípedo rectângulo com todas as faces diversamente coloridas, numerar as faces e arestas e, em seguida, observar e anotar as faces e arestas visíveis quando se observa o modelo de cima, de baixo, de frente, da direita e da esquerda.

Em geral, a representação de um objecto permite descobrir facilmente a posição ocupada pelo desenhador em relação ao modelo.

Observando a figura reconhecemos facilmente as posições a seguir indicadas.

O relógio é cortado pelo plano do horizonte. No primeiro caso o relógio foi visto de frente. Nos outros dois casos aquele objecto estava numa parede vertical, à esquerda do observador. Mantendo a direcção dos raios visuais, quanto mais nos aproximamos da parede (perpendicularmente a ela e caminhando de lado) mais «estreito» se nos vai afigurando o relógio.

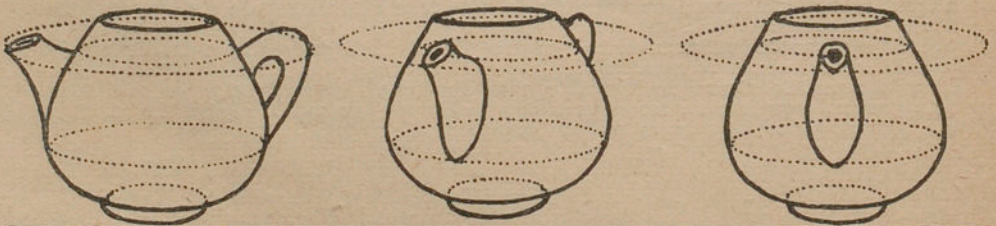
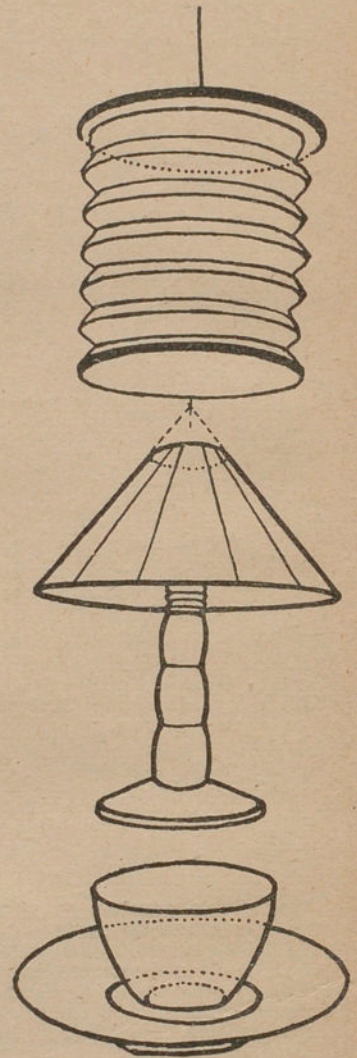
O balão foi observado por baixo, o que quer dizer que estava completamente acima do horizonte.

O candieiro estava colocado, relativamente ao observador, de modo que o plano do horizonte lhe cortava o pé. E por isso que se «vê» o *abat-jour* por baixo e a base por cima.

A chávena e o pires, na posição em que normalmente os vemos em cima de uma mesa, foram vistos por cima. Estavam abaixo do horizonte.

O aspecto do bule redondo, mesmo rodando em torno do eixo, varia muito, conforme a posição em que são observados o bico e a asa.

Quando observamos um desenho de qualquer sólida devemos procurar descobrir a posição do desenhador relativamente ao modelo, o que nos permite melhor compreender e apreciar o desenho.



**SEGUNDO ANO**

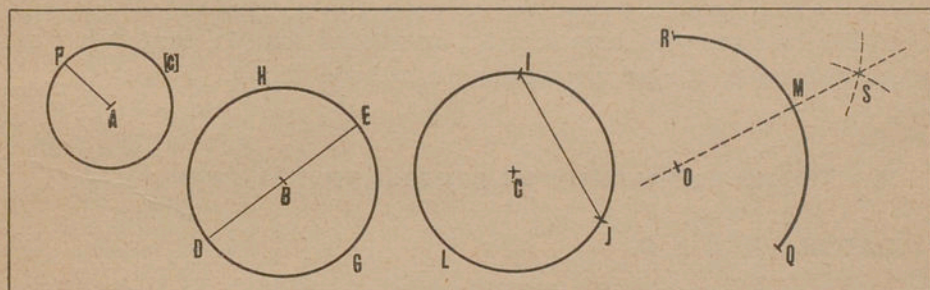


## SEGUNDO ANO

29 — *Circunferência* é o lugar geométrico dos pontos dum plano equidistantes dum ponto do mesmo plano (*centro da circunferência*).

Pode designar-se uma circunferência com uma letra latina minúscula inscrita num colchete [ ].

Todos os pontos da  $\odot[c]$  distam 8 milímetros do seu centro **A**. Diz-se indiferentemente raio da circunferência qualquer segmento, como  $\overline{AP}$ , com um extremo na  $\odot$  e outro no seu centro, ou a distância comum (8 mm.) de qualquer dos pontos da  $\odot$  ao centro. Para indicar-se esta  $\odot$  pode usar-se qualquer das notações:  $\odot[c]$ , ou  $\odot[A, \overline{AP}]$ , ou  $[A, 8 \text{ mm.}]$ .



A recta **DE** passa pelo centro **B** da  $\odot$ ; o segmento  $\overline{DE} = 2 \overline{BE}$  é um *diâmetro da circunferência*. Os pontos **D** e **E** dividem a  $\odot$  em duas *semi-circunferências*:  $\widehat{DHE}$  e  $\widehat{DGE}$ .

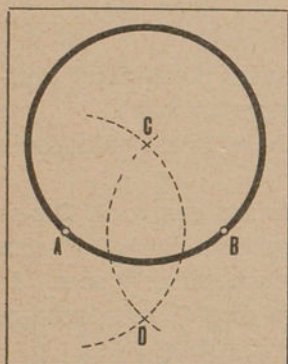
De maneira geral, dois pontos **I** e **J** duma  $\odot$  determinam nela dois arcos  $\widehat{IJ}$  e  $\widehat{ILJ}$ ; o segmento **IJ** é uma *corda* e a recta **IJ** é uma *secante*.

O eixo da corda **RQ** (não desenhada) diz-se também *eixo do arco RQ*, e determina neste arco o seu *ponto médio M*. O eixo contém a *bissectriz* do ângulo **ROQ** (não assinalado na figura) e que se diz *ângulo ao centro*, ou apenas *ângulo do arco QR*.

Para *bissectar* um arco **RQ** ou determinar o seu ponto médio, pode traçar-se o eixo de **RQ**, ou traçar arcos da  $\odot[R, \overline{RS}]$  e da  $\odot[Q, \overline{RS}]$  (sendo  $\overline{RS}$  maior que metade de **RQ**) que determinam **S**. Ligando este ponto com o centro **O** da  $\odot$  a que pertence o arco, obtem-se **OS** que determina **M**.

30 — Traçado da circunferência de raio dado, passando por dois pontos.

DADOS : **A**, **B** e o raio 15 mm.



Os arcos da  $\odot[A, 15 \text{ mm.}]$  e da  $\odot[B, 15 \text{ mm.}]$  determinam **C**. Traça-se a  $\odot[C, 15 \text{ mm.}]$ .

SOLUÇÃO : a  $\odot[C, 15 \text{ mm.}]$  que passa por **A** e **B** e tem de raio 15 mm.

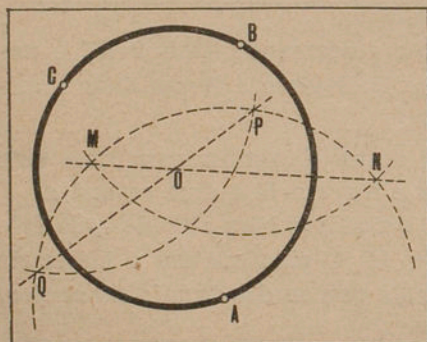
OBSERVAÇÕES : a) Os arcos traçados também determinam **D** e por isso a  $\odot[D, 15 \text{ mm.}]$  (não traçada) também é solução.

b) A recta **CD** é eixo de **AB** (§ 5) e nela existem os centros de todas as  $\odot$  que passam por **A** e **B**.

c) Há duas soluções, uma solução, ou não há solução, conforme o raio dado é maior que, igual a, ou menor que metade de **AB**.

31 — Traçado da circunferência passando por três pontos.

DADOS : **A**, **B** e **C**.



Traçam-se **MN** eixo de **AB** (§ 5) e **PQ** eixo de **AC** que determinam **O**. Traça-se a  $\odot[O, OA]$ .

SOLUÇÃO : a  $\odot[O, OA]$  que passa por **A**, **B** e **C**.

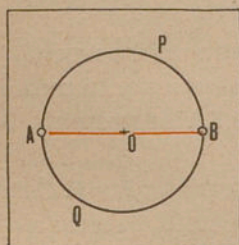
OBSERVAÇÕES : a) Pode escrever-se  $\odot[ABC]$  que se lê : circunferência que passa por **A**, **B** e **C**.

b) O eixo de **BC** também passa por **O**, podendo traçar-se como verificação.

c) Só não haveria solução, se os três pontos dados estivessem em linha recta.



32 — Divisão da circunferência em duas partes iguais.



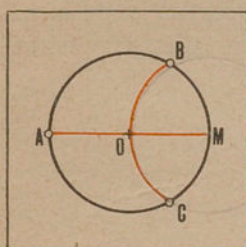
DADOS : a  $\odot[O, \overline{OA}]$  e o número 2.

Traça-se o diâmetro  $\overline{AB}$ .

SOLUÇÃO : **A** e **B**, tais que

$$\widehat{APB} = \widehat{BQA}$$

33 — Divisão da circunferência em três partes iguais.



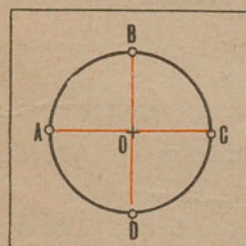
DADOS : a  $\odot[O, \overline{OA}]$  e o número 3.

Traça-se o diâmetro  $\overline{AM}$ . O arco da  $\odot[M, \overline{MO}]$  determina **C** e **B**.

SOLUÇÃO : **A**, **B** e **C**, tais que

$$\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CA}$$

34 — Divisão da circunferência em quatro partes iguais.



DADOS : a  $\odot[O, \overline{OA}]$  e o número 4.

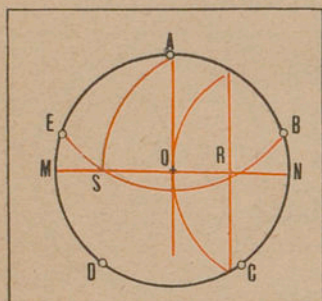
Traça-se o diâmetro  $\overline{AC}$  e, em seguida, o diâmetro  $\overline{BD}$  perpendicular ao primeiro.

SOLUÇÃO : **A**, **B**, **C** e **D** tais que

$$\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD} = \widehat{DA}$$

35 — Divisão da circunferência em cinco partes iguais.

DADOS : a  $\odot[O, \overline{OA}]$  e o número 5.



Traça-se  $AO$  e o diâmetro  $\overline{MN}$  perpendicular a esta recta. Determina-se o ponto médio  $R$  de  $\overline{ON}$ . Um arco da  $\odot[R, \overline{RA}]$  determina  $S$  em  $\overline{MN}$ .

Um arco da  $\odot[A, \overline{AS}]$  determina  $B$  e  $E$ . Com o mesmo raio, fazendo centro em  $B$ , determina-se  $C$  e fazendo centro em  $E$ , determina-se  $D$ .

SOLUÇÃO :  $A, B, C, D$  e  $E$ , tais que

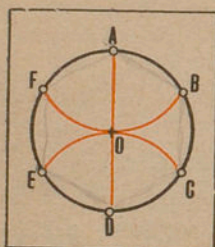
$$\widehat{AB} = \widehat{CB} = \widehat{CD} = \widehat{DE} = \widehat{EA}$$

OBSERVAÇÕES : a) Para determinar  $R$  traçou-se um arco da  $\odot[N, \overline{NO}]$ , poupando-se o traçado de outro arco para obter o eixo de  $\overline{ON}$ .

b) A construção exige muito cuidado. Deve verificar-se a determinação. Qualquer pequena diferença notada deve ser corrigida por tentativas, se não se quiser repetir a construção.

36 — Divisão da circunferência em seis partes iguais.

DADOS : a  $\odot[O, \overline{OA}]$  e o número 6.



Traça-se o diâmetro  $\overline{AD}$ . Um arco da  $\odot[A, \overline{OA}]$  determina  $B$  e  $F$  e um arco da  $\odot[D, \overline{OA}]$  determina  $C$  e  $E$ .

SOLUÇÃO :  $A, B, C, D, E$  e  $F$ , tais que

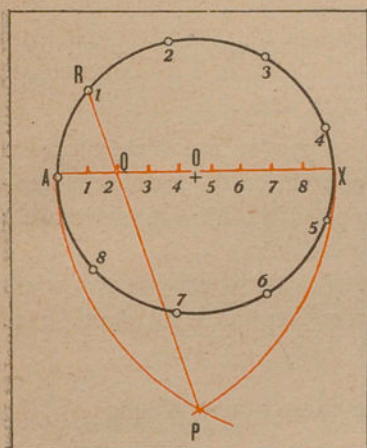
$$\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD} = \widehat{DE} = \widehat{EF} = \widehat{FA}$$

OBSERVAÇÃO :  $A, C$  e  $E$  dividem a  $\odot$  em três partes iguais e  $B, D, F$  são respectivamente os pontos médios de  $\widehat{AC}$ , de  $\widehat{CE}$  e de  $\widehat{AE}$ .

Pode fazer-se a divisão em seis partes, obtendo  $A, C$  e  $E$  que dividem a  $\odot$  em três partes iguais e traçando  $AO, CO$  e  $EO$  que determinam respectivamente  $D, F$  e  $B$ .

37 — **Divisão aproximada da circunferência em qualquer número de partes iguais.** Como exemplo, trataremos da **divisão da circunferência em 9 partes iguais.**

DADOS : a  $\odot[O, \overline{OA}]$  e o número 9.



Traça-se o diâmetro  $\overline{AX}$  que se divide em 9 partes iguais (§ 10), designando-se por **Q** o segundo ponto da divisão a contar de **A** para **X**. Arcos da  $\odot[A, \overline{AX}]$  e da  $\odot[X, \overline{AX}]$  determinam **P**. Traça-se **PQ** que determina **R**.

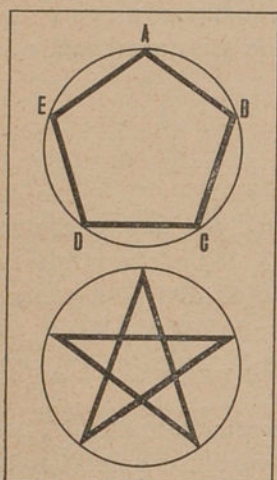
O arco  $\widehat{AR}$  é aproximadamente  $\frac{1}{9}$  da  $\odot$ . Marcam-se sucessivamente arcos iguais a este. Corrige-se por tentativas, diminuindo ou aumentando, muito ligeiramente a abertura do compasso. Feita a correção, marcam-se cuidadosamente os pontos de divisão.

SOLUÇÃO : o conjunto dos 9 pontos que dividem a  $\odot$  em 9 arcos iguais.

OBSERVAÇÃO. Para a divisão em qualquer outro número de partes iguais substitue-se neste exemplo o número 9 pelo número que fôr dado.

38 — **Traçado de polígonos regulares inscritos à circunferência.** Como exemplo, trataremos do **traçado do pentágono regular inscrito na circunferência.**

DADOS : a  $\odot[O, OA]$  e o número 5.



Divide-se a  $\odot$  em 5 partes iguais (§ 35). Unem-se sucessivamente os pontos de divisão, como indica a figura, na parte superior.

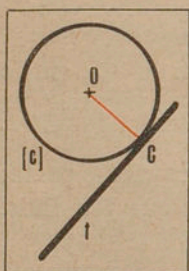
SOLUÇÃO : o pentágono regular  $[ABCDE]$  inscrito na  $\odot$ .

OBSERVAÇÕES : a) Para qualquer outro polígono substitue-se neste exemplo o número 5 pelo número de lados que deve ter o polígono.

b) Se se unirem os pontos da divisão, como está indicado na parte inferior da figura, obtém-se o *pentágono regular estrelado* ou *estrêla de cinco pontas* ou *Signo Saimão*.

c) A partir da divisão da  $\odot$  em partes iguais constroem-se variados *polígonos estrelados* de uso freqüente na decoração.

39 — Traçado da tangente à circunferência num pouco desta.

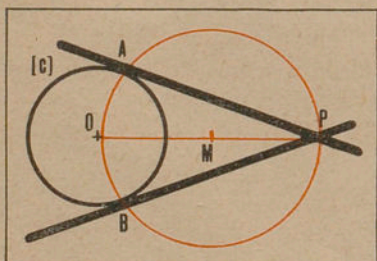


DADOS : a  $\odot[c]$  e  $C$  existente na  $\odot$  (*ponto de contacto*).

Traça-se o raio  $OC$ . Por  $C$  traça-se  $t$  perpendicular a  $OC$ .

SOLUÇÃO :  $t$  tangente à  $\odot[c]$  no ponto  $C$  da  $\odot$ .

40 — Traçado de tangentes à circunferência dirigidas de um ponto exterior.



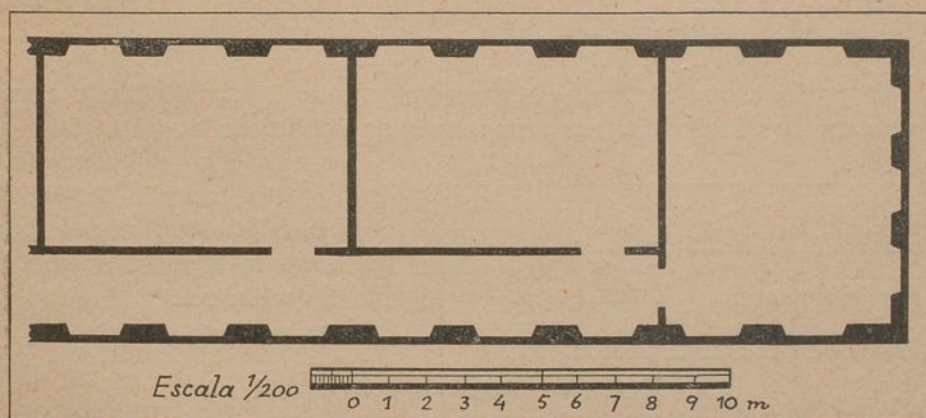
DADOS : a  $\odot[c]$  e  $P$  exterior à  $\odot$ .

Sendo  $O$  o centro da  $\odot$ , traça-se  $OP$  e determina-se o seu ponto médio  $M$  (§ 5). A  $\odot[M, MO]$  determina na dada  $A$  e  $B$ . Traçam-se  $PA$  e  $PB$ .

SOLUÇÃO :  $PA$  e  $PB$  que são tangentes à  $\odot[c]$  e passam por  $P$  exterior à  $\odot$ .

## Conhecimento de escalas gráficas simples e sua aplicação a traçados de figuras planas

41 — Observando a planta junta de parte de um edifício, reconheceremos que nela estão representadas três vastas salas e parte do corredor que lhes dá acesso. Duas das salas, as que têm apenas três janelas, são



iguais e cada uma delas (não contando os vãos das janelas) tem a forma rectangular e mede 8 m.  $\times$  5 m.

Como a planta está feita na *escala 1/200* (um para duzentos) cada uma daquelas salas está representada por um rectângulo que mede 4 cm.  $\times$  2,5 cm., porque  $8 \text{ m.} \times 1/200 = 0,04 \text{ m.}$  e  $5 \text{ m.} \times 1/200 = 0,025 \text{ m.}$

Medindo, na planta, a largura do corredor, encontramos 9 mm., o que significa que o corredor tem a largura de 1,8 m., porque  $9 \text{ mm.} \times 200 = 1800 \text{ mm.}$

Na escala 1/200 :

a) Cada segmento do natural é representado por um segmento igual a 1/200 do primeiro.

b) Cada segmento do desenho representa um segmento do natural igual a 200 vezes o do desenho.

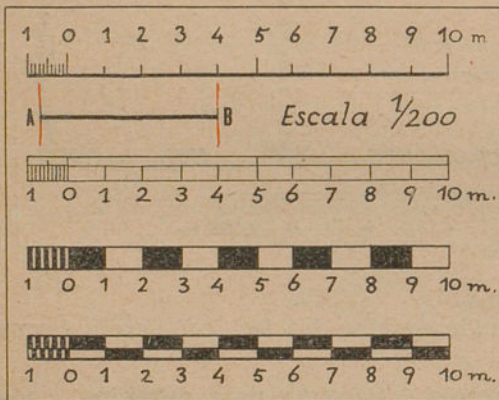
c) Se forem  $n$  e  $d$  as medidas (expressas na mesma unidade) dum segmento do natural e da sua representação no desenho, aqueles números estão ligados pela proporção

$$\frac{(\text{desenho})}{(\text{natural})} = \frac{d}{n} = \frac{1}{200}$$

42 — Na escala 1/200 cada metro é representado por

$$1 \text{ m.} \times 1/200 = 0,005 \text{ m.} = 5 \text{ mm.}$$

Marcando numa recta sucessivos segmentos de 5 mm., dividindo o primeiro em 10 partes iguais e numerando os pontos de divisão, como se indica na figura, obtem-se a *escala gráfica simples 1/200*. As pequenas divisões, neste caso, representam décimos do metro, isto é, decímetros.

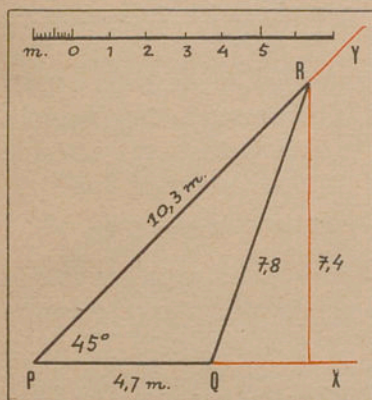


Em vez dum simples traço, usam-se muitas vezes duas paralelas bastante próximas, adoptando-se, entre outras, as disposições indicadas.

A simples inspecção da figura mostra que um segmento do desenho igual a  $\overline{AB}$  representa um comprimento de 4,7 m.

As pontas de um compasso que se assentaram nas extremidades do segmento a medir (tendo o cuidado de não modificar a abertura) collocam-se sobre a escala. Fixa-se primeiro, por tentativas, a que corresponde à medida das unidades, e verifica-se depois qual a divisão dos décimos a que encosta a outra ponta. Pode obter-se o mesmo resultado com uma tira de papel ou cartolina em cujo bordo rectilíneo se marcam os extremos do segmento a medir.

43 — Para representar um triângulo com dois lados de 4,7 m. e de 10,3 m. medindo o ângulo por eles formado  $45^\circ$  e empregando a escala  $1/200$ , começa-se por desenhar  $\widehat{XOY} = 45^\circ$  (os ângulos não se modificam com o emprêgo das escalas).



Sôbre  $\widehat{OX}$  marca-se

$$\overline{PQ} = 4,7 \text{ m.} \times 1/200 = 2,35 \text{ cm.}$$

e sôbre  $\widehat{OY}$  marca-se

$$\overline{PR} = 10,3 \text{ m.} \times 1/200 = 5,15 \text{ cm.}$$

Se estiver desenhada a escala gráfica, dispensam-se estas operações, tomando-se directamente os comprimentos de  $\overline{PQ}$  e  $\overline{PR}$  na escala.

Completa-se a representação traçando  $\overline{QR}$ .

No desenho a altura relativa a  $\overline{PQ}$  mede 3,7 cm. e por isso o triângulo representado tem de altura  $3,7 \text{ cm.} \times 200 = 7,4 \text{ m.}$  que é o número que se obtém, medindo directamente êsse comprimento na escala.

Convém observar que sendo os segmentos do desenho  $1/200$  dos correspondentes do natural, as áreas do desenho são  $1/200^2 = 1/40000$  das áreas correspondentes do natural.

$$\text{A área do } \triangle[\overline{PQR}] \text{ é de } 1/2 \times 2,35 \text{ cm.} \times 3,7 = 4,3 \text{ cm}^2.$$

$$\text{A área do } \triangle \text{ que êste representa é de } 1/2 \times 4,7 \text{ m.} \times 7,4 \text{ m.} = 17,2 \text{ m}^2.$$

$$\text{Notar-se-á que é } 4,3 \text{ cm}^2 \times 40000 \times 172000 \text{ cm}^2 = 17,2 \text{ m}^2.$$

44 — No estabelecimento das escalas gráficas há que ter-se em atenção a grandeza da unidade que se figura no desenho.

Assim, por exemplo, na escala  $1/50000$  cada metro seria representado por  $1 \text{ m.} \times 1/50000 = 0,00002 \text{ m.}$  que não pode figurar-se. Um quilómetro é representado por  $1000 \text{ m.} \times 1/50000 = 0,02 \text{ m.}$  Marcam-se por isso comprimentos de 2 cm. e gradua-se a escala em quilómetros.

Na escala  $1/10$  cada metro é representado por um decímetro. Para traçar a escala gráfica, marcam-se segmentos de  $1\text{ cm.}$  e gradua-se a escala em decímetros.

45 — Nas escalas, usa-se de preferência o numerador  $1$ , mas pode utilizar-se qualquer fracção.

Por exemplo a escala  $2/5$  indica que 2 unidades do desenho repre-

sentam 5 das mesmas unidades no natural. Pode notar-se que

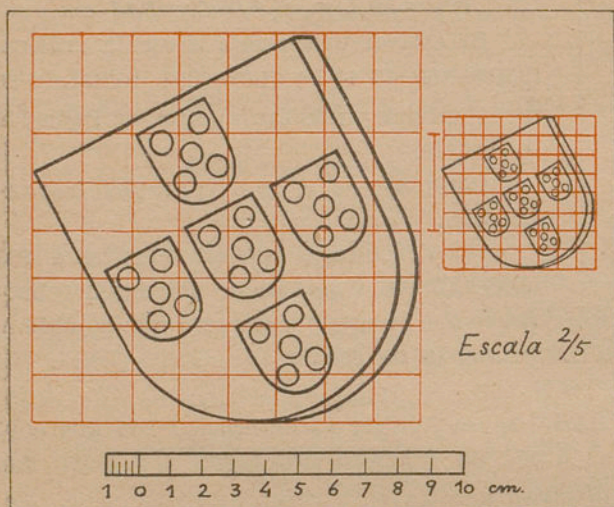
$$2/5 = 1/2,5$$

isto é, cada segmento do desenho representa um segmento 2,5 vezes maior.

Para traçar a escala gráfica, como

$$1\text{ cm.} \times 2/5 = 4\text{ mm.}$$

tomam-se segmentos de  $4\text{ mm.}$ , cada um representando  $1\text{ cm.}$  Na figura as pequenas divisões



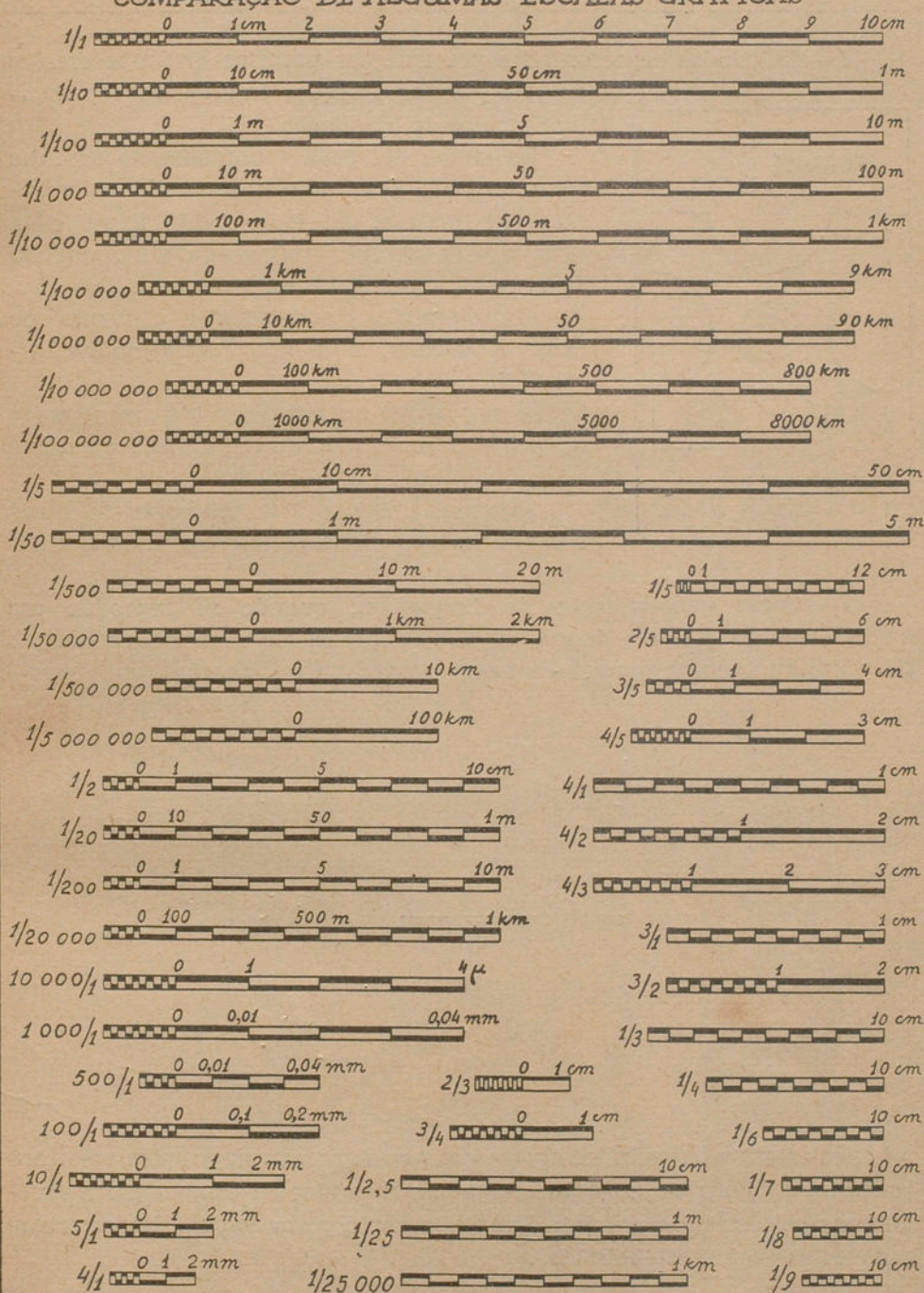
representam quintos de centímetro, isto é,  $2\text{ mm.}$

Na figura está desenhado à esquerda um modelo decorativo (*natural*) e à direita a sua *redução* a  $2/5$ .

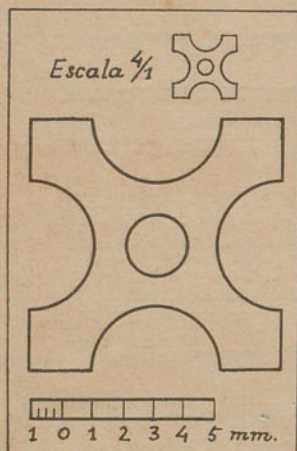
O *quadriculado* facilita a reprodução em escala, principalmente quando no modelo há curvas que não são arcos de  $\odot$ . Se o desenho apresenta quadriculado próprio, utiliza-se êste. De contrário, faz-se um quadriculado, a lápis, sôbre o modelo ou, preferivelmente, em papel transparente que se coloca sôbre o modelo.



## COMPARAÇÃO DE ALGUMAS ESCALAS GRÁFICAS



46 — As escalas representadas por fracções próprias dizem-se *escalas de redução*. As fracções impróprias representam *escalas de ampliação*.



Na *escala 4/1* cada 4 unidades do desenho representam 1 das mesmas unidades do natural. Pode notar-se que  $4/1 = 1/0,25$ , isto é, cada segmento do desenho representa um segmento do natural 4 vezes menor.

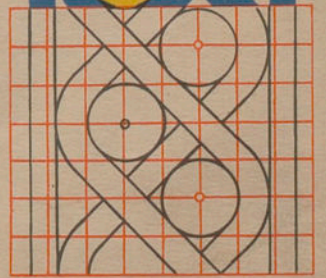
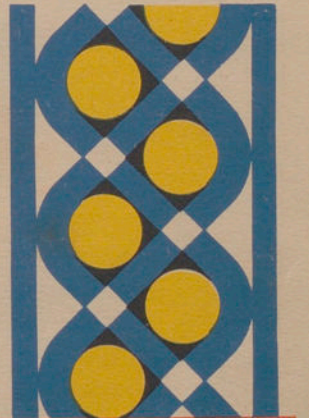
Considerando como *modelo* a figura de cima, a debaixo é a sua *ampliação* na *escala 4/1*.

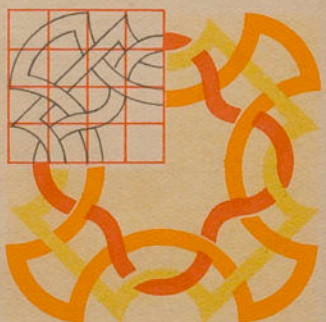
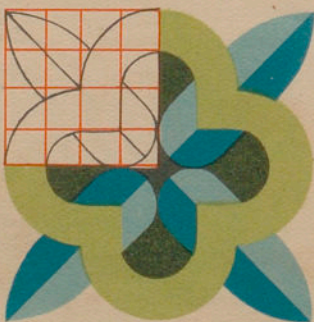
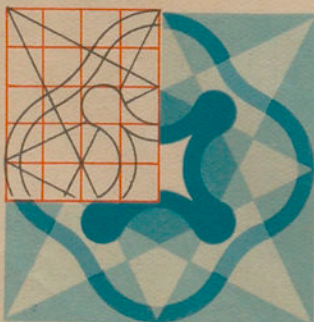
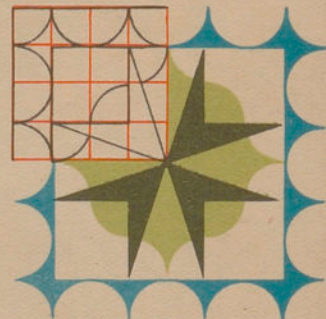
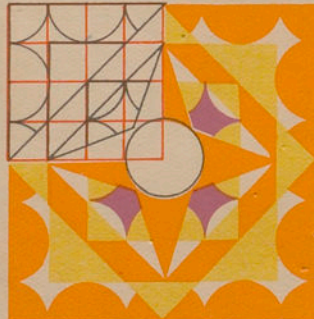
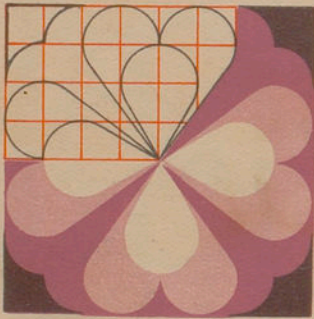
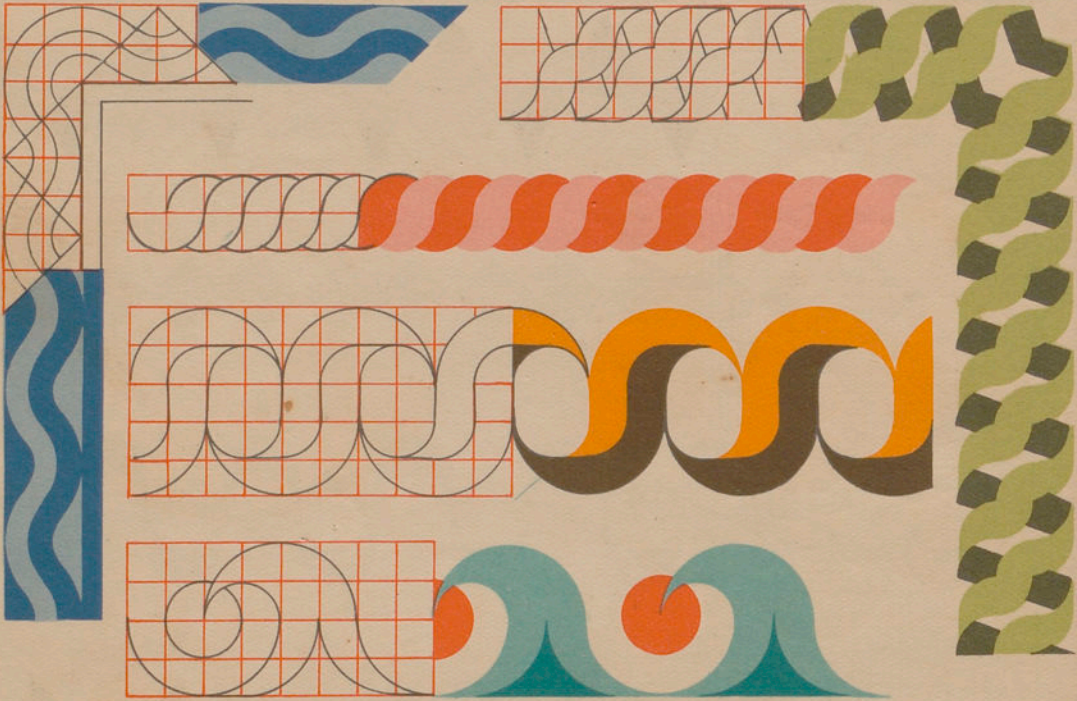
Se na figura anterior considerarmos como *modelo* o desenho da direita, o da esquerda é a sua *ampliação* na *escala 5/2*.

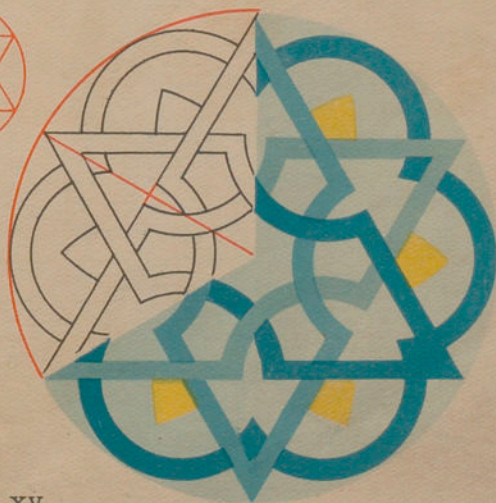
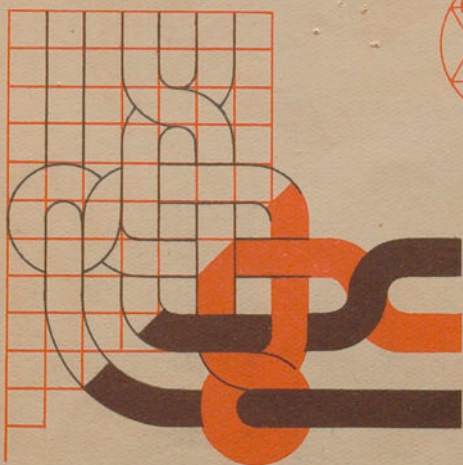
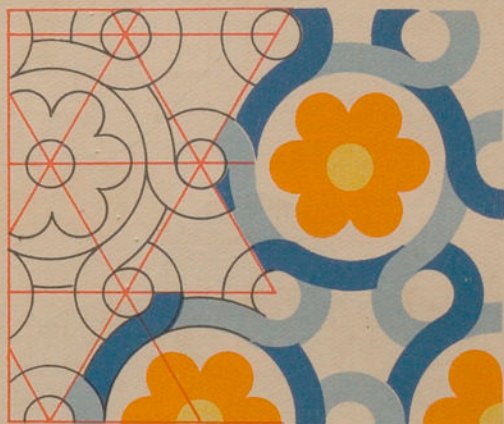
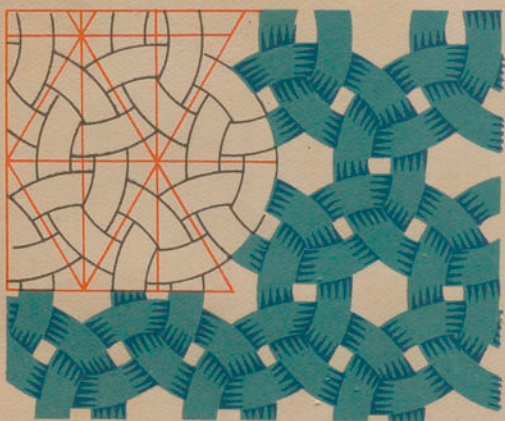
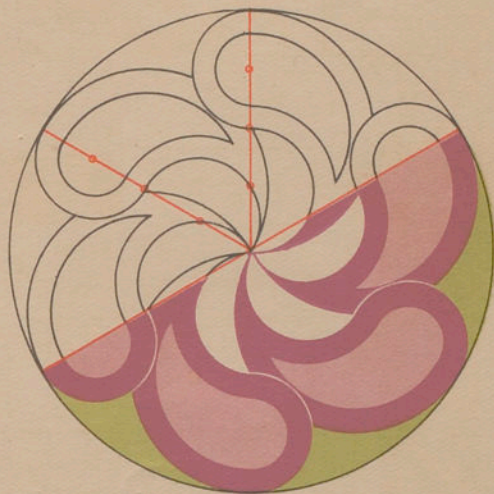
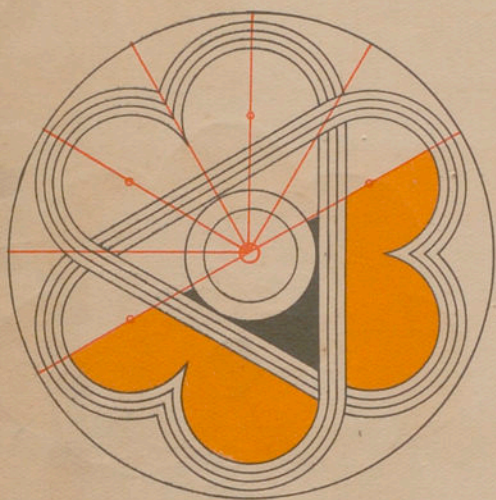
As *escalas 5/2* e  $2/5$ , tal como as *escalas 4/1* e  $1/4$ , dizem-se *escalas inversas*.

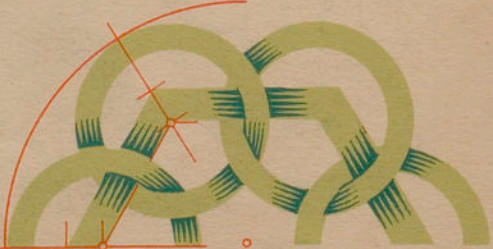
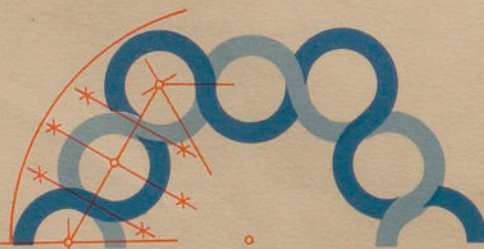
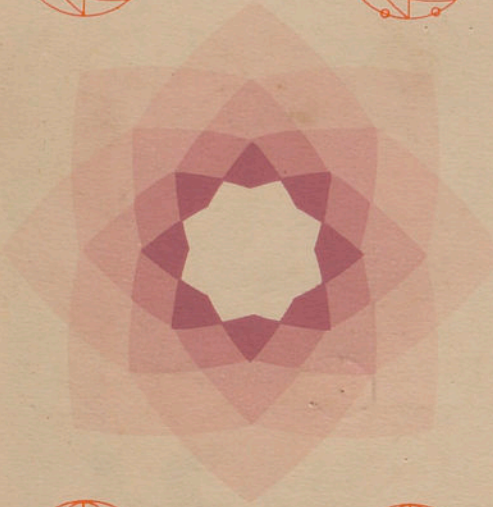
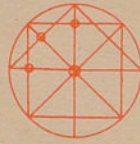
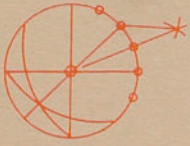
47 — Como generalização de linguagem, quando se reproduz um *modelo* com as mesmas dimensões, diz-se que se desenha em *verdadeira grandeza* ou que se emprega a *escala 1/1*, ou *escala natural*.

Nas estampas seguintes, apresentam-se algumas composições coloridas conforme as ideias de Ostwald e algumas sugestões de composição a enriquecer com o colorido aplicado de acordo com o gosto do desenhador orientado pelas regras estabelecidas.

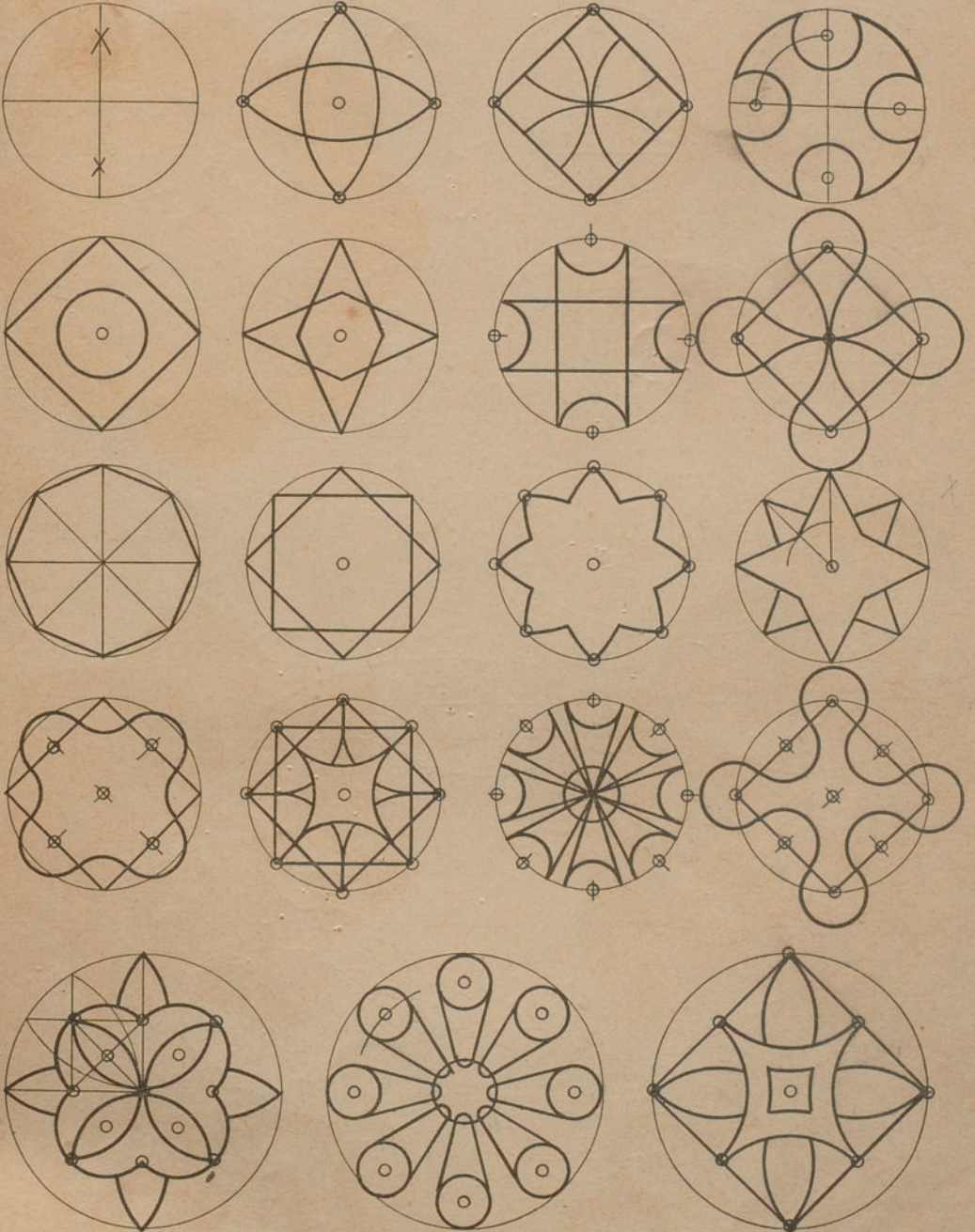




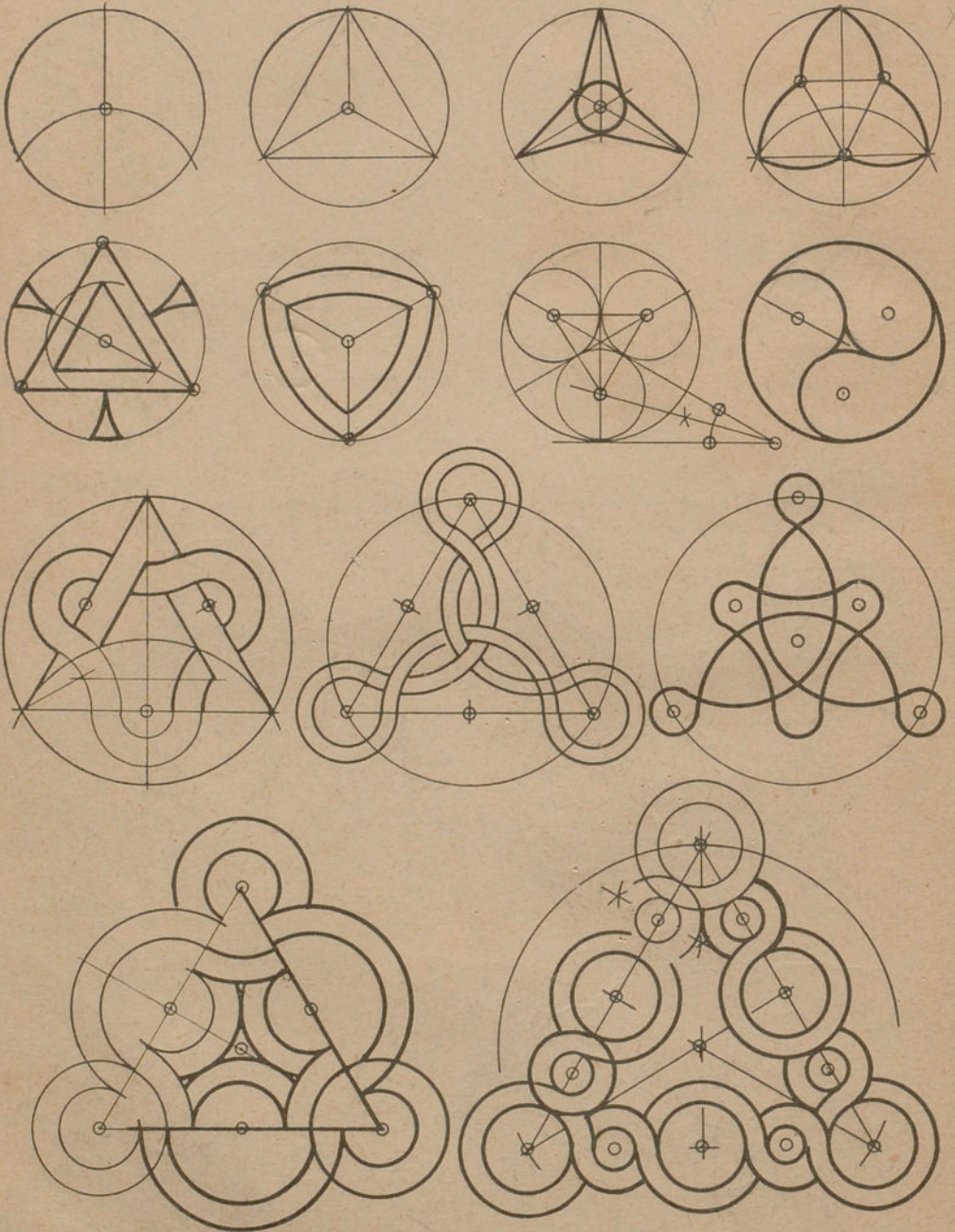




Exemplos

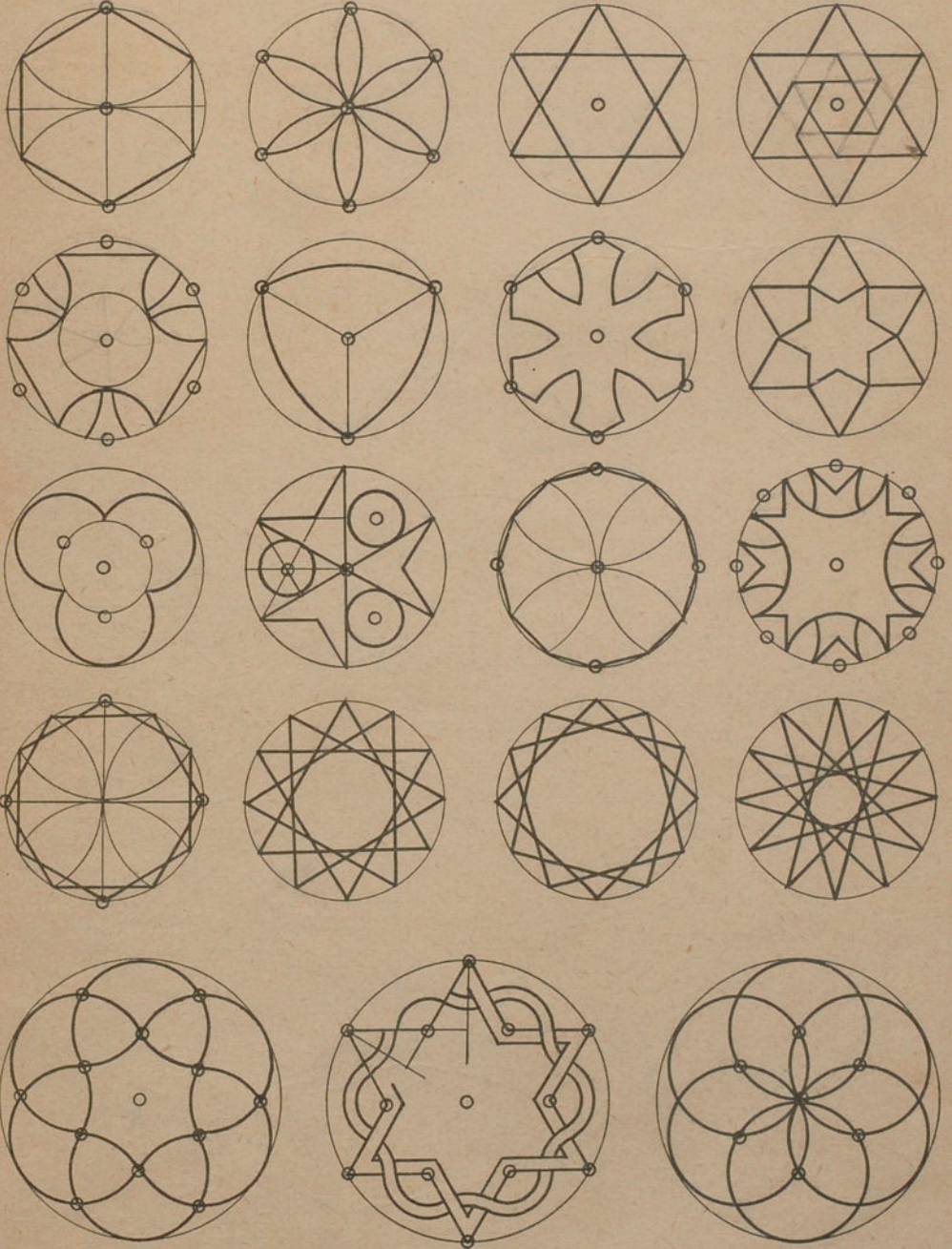


Exemplos

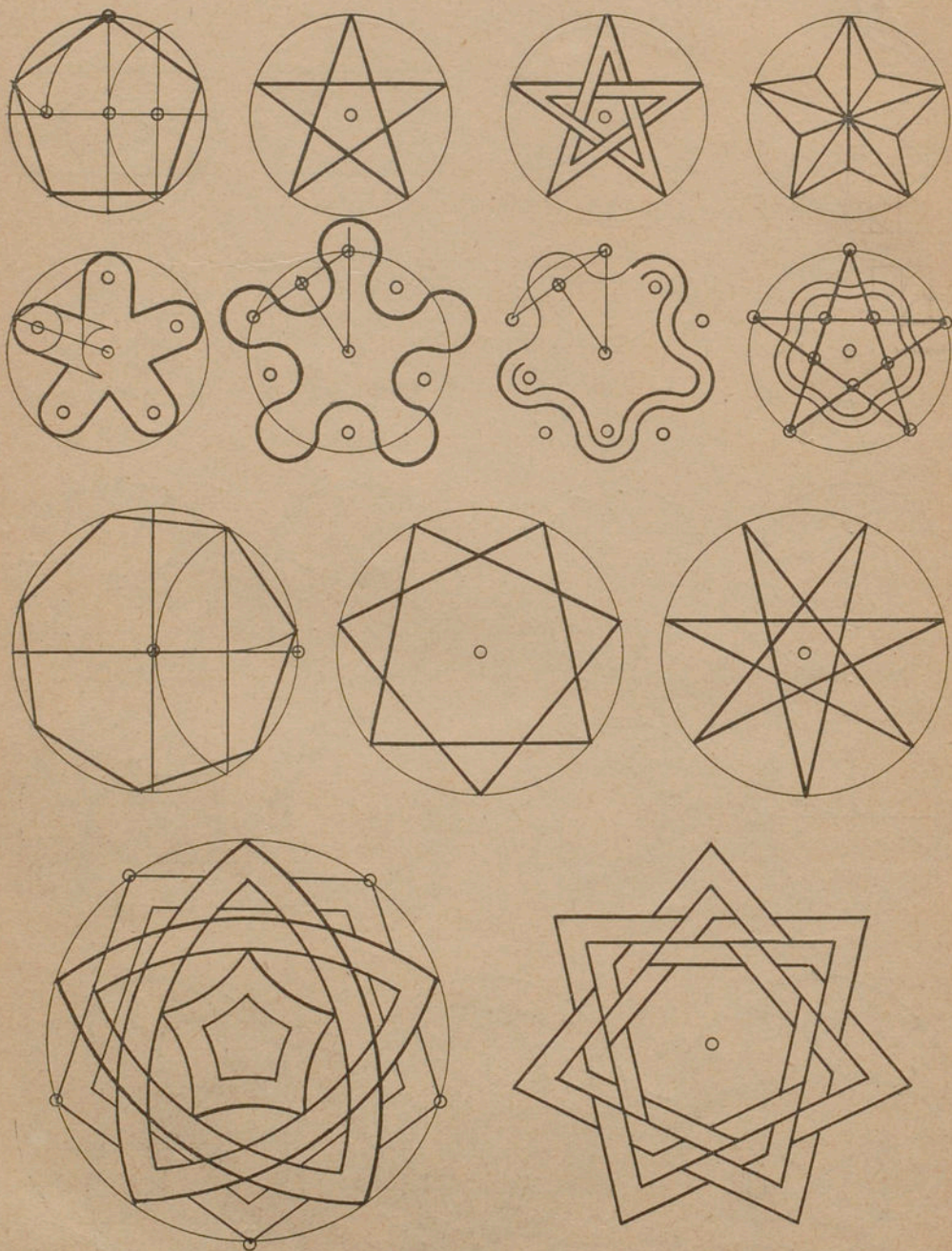




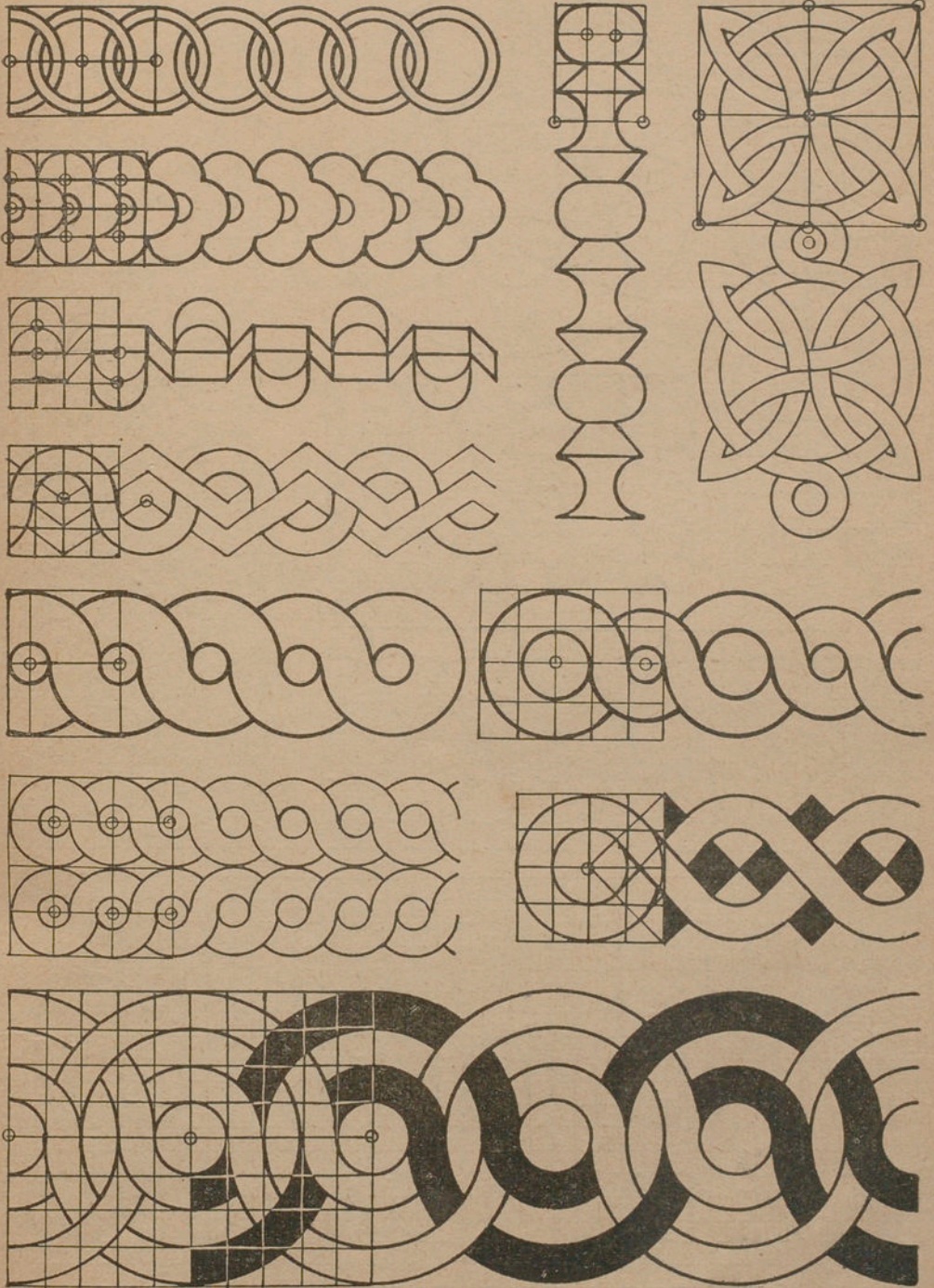
Exemplos



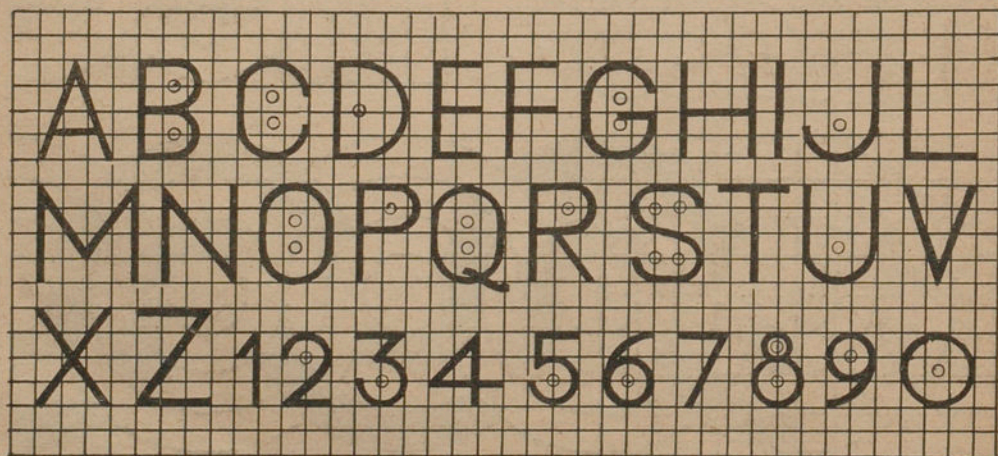
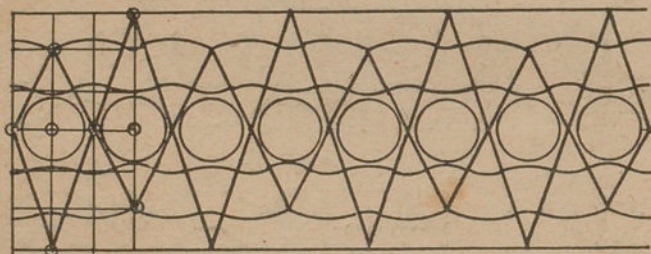
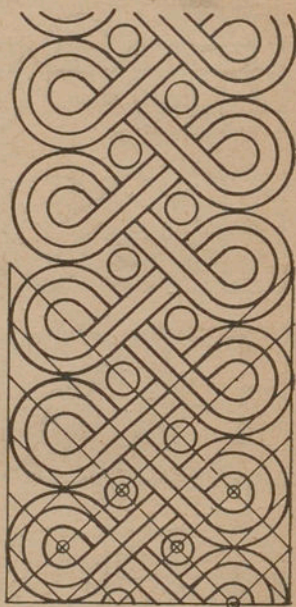
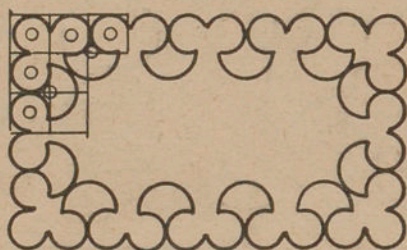
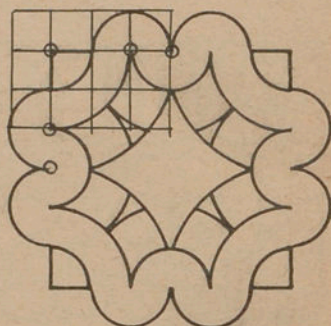
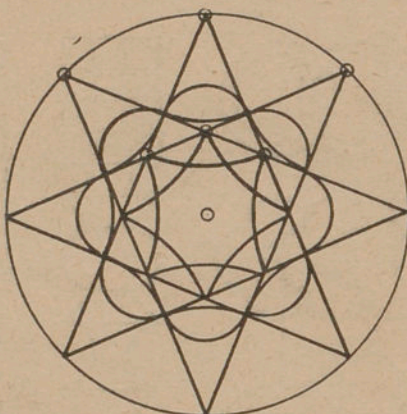
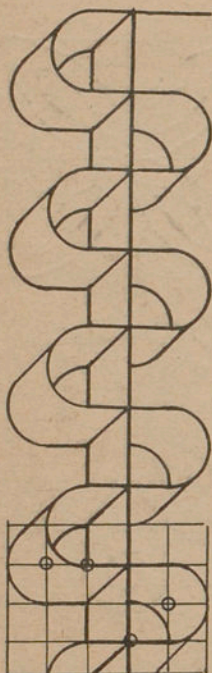
Exemplos



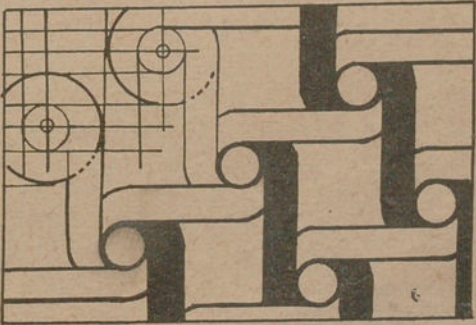
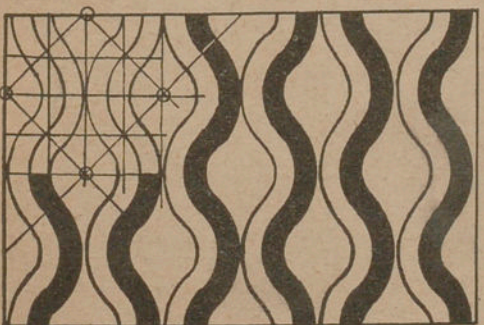
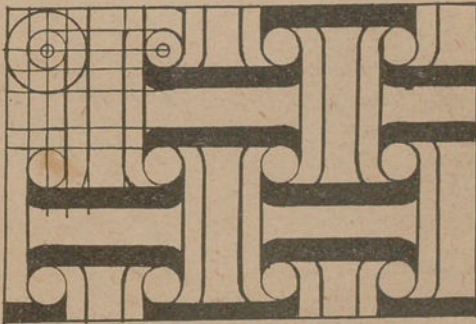
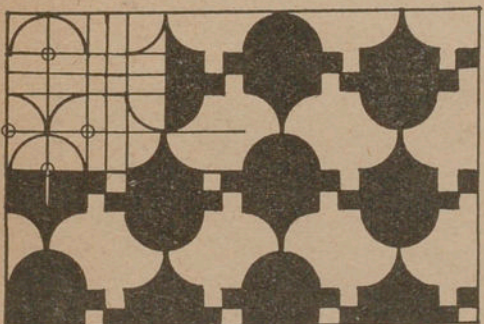
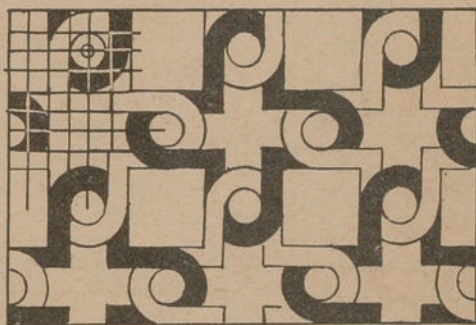
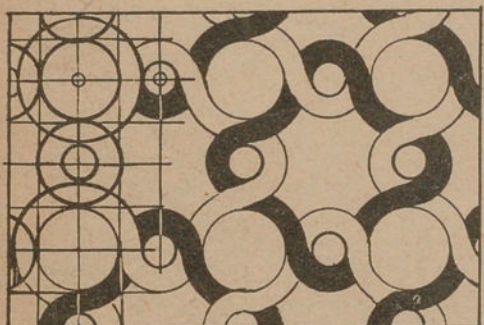
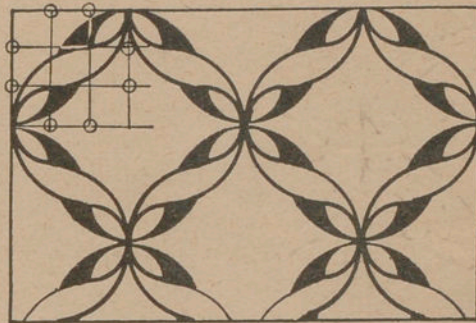
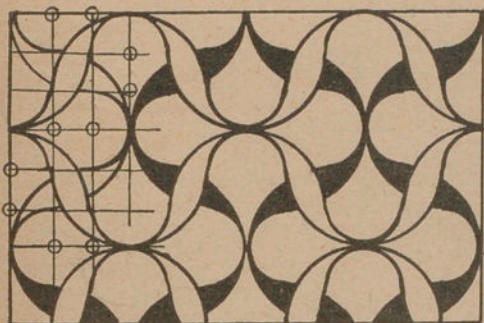
Exemplos



Exemplos



Exemplos





**TERCEIRO ANO**

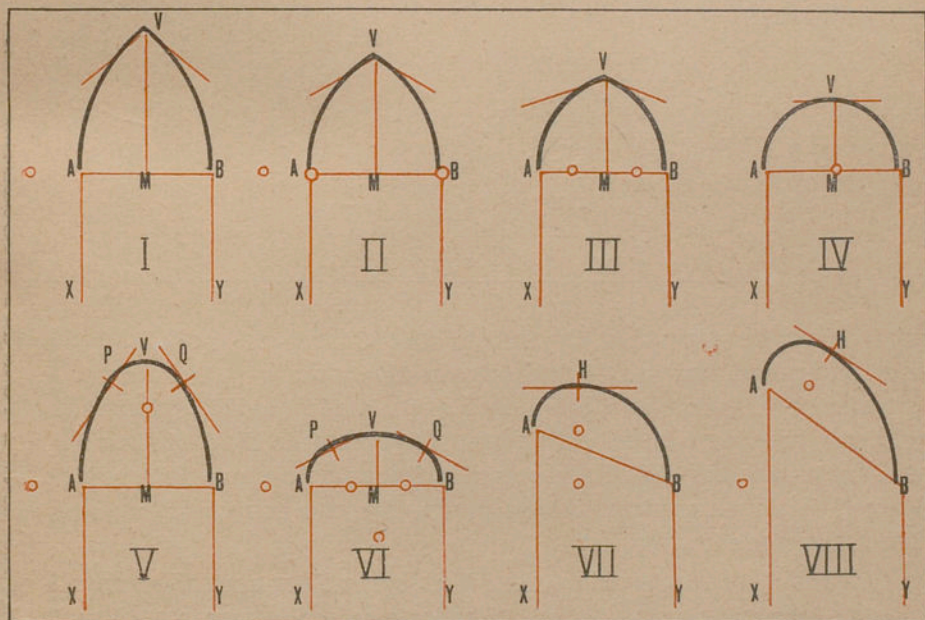




## TERCEIRO ANO

48—Os arcos em ogiva, abatido de 3 centros e aviajado são curvas abertas, limitadas e constituídas por arcos de  $\odot$  em número de: dois ( $\widehat{AV} = \widehat{BV}$ ) nos arcos em ogiva (I, II e III), dois ( $\widehat{AH}$  e  $\widehat{BH}$ ) no arco aviajado (VII e VIII) e três ( $\widehat{AP} = \widehat{BQ}$  e  $\widehat{PQ}$ ) no arco abatido de três centros (VI).

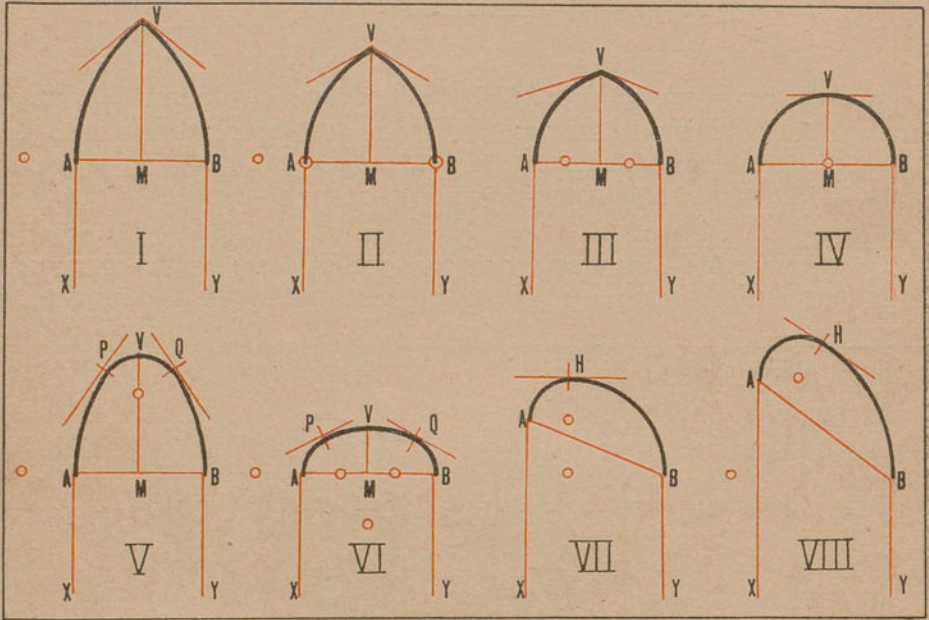
Os extremos **A** e **B** do arco são os seus *pontos de nascença*, ou *nascenças* e  $\overline{AB}$  é a *linha das nascenças*. As paralelas **AX** e **BY** (que não fazem



parte do arco) são tangentes ao arco nas nascenças e dizem-se *pés direitos* ou *linhas verticais*, dizendo-se *vão* ou *abertura* a distância entre essas paralelas. Qualquer perpendicular às linhas verticais é uma *horizontal*.

Os arcos de  $\odot$  que constituem o arco abatido e o arco aviajado têm nos extremos comuns a mesma tangente, dizendo-se *arcos concordantes*. Os dois arcos que formam uma ogiva não são concordantes.

Os arcos em ogiva e abatido têm a linha das nascenças horizontal e são simétricos em relação a **VM** (*eixo do arco*), chamando-se *flecha* o



comprimento do segmento de vertical **VM**. O arco aviajado tem a linha das nascenças oblíqua e não tem eixo de simetria.

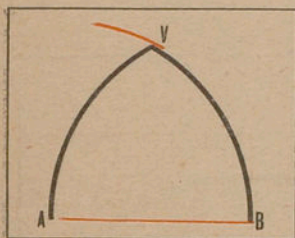
A flecha do arco abatido é menor que metade do vão, ao contrário da flecha dos arcos em ogiva, ou do *arco sobre-elevado de 3 centros* (V) em que a flecha é maior que metade do vão. Dando-se o nome de *arco de volta inteira* (IV) a uma semicircunferência de diâmetro horizontal, a sua flecha é igual a metade do vão.

O  $\triangle[AVB]$ , de vértices no vértice **V** da ogiva e nas suas nascenças **A** e **B**, diz-se *triângulo da ogiva*. Este  $\triangle$  é sempre *isósceles*, por ser  $\overline{AV} = \overline{BV}$ . O arco em ogiva diz-se: *perfeito* (II) se  $[AVB]$  é equilátero\*, dizendo-se *alongado* (I) se  $\overline{AV} > \overline{AB}$  e *encurtado* (III) se  $\overline{AV} < \overline{AB}$ .

(\*) A flecha da ogiva perfeita é igual ao vão multiplicado por  $1/2 \times \sqrt{3}$  que vale aproximadamente 0,85.

(\*\*) Repete-se, nesta página, a figura da página anterior para comodidade do leitor.

49 — Traçado do arco em ogiva perfeito.

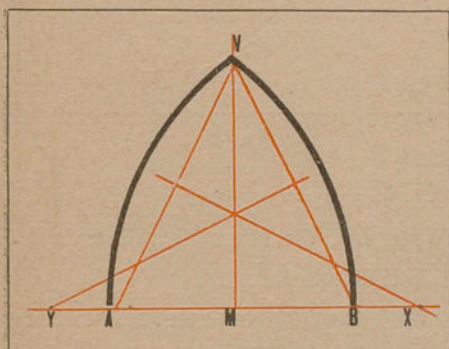


DADOS : os pontos de nascença **A** e **B** (ou o vão  $\overline{AB} = 26 \text{ mm.}$ ).

Arcos da  $\odot[\overline{A, \overline{AB}}]$  e da  $\odot[\overline{B, \overline{AB}}]$  determinam **V**.

SOLUÇÃO : o arco em ogiva perfeito  $[\overline{AVB}]$ .

50 — Traçado do arco em ogiva alongado.

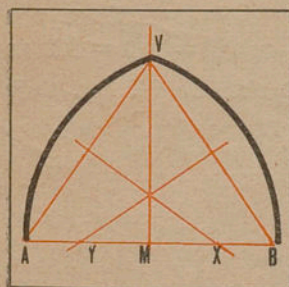


DADOS : os pontos de nascença **A** e **B** (ou o vão  $\overline{AB} = 32 \text{ mm.}$ ) e a flecha,  $32 \text{ mm.}$

Traça-se **MV** eixo de  $\overline{AB}$  e marca-se  $\overline{MV} = 32 \text{ mm.}$  Os eixos de  $\overline{AV}$  e de  $\overline{BV}$  determinam os centros **X** e **Y** em **AB**.

SOLUÇÃO : o arco em ogiva alongado  $[\overline{AVB}]$ .

51 — Traçado do arco em ogiva encurtado.



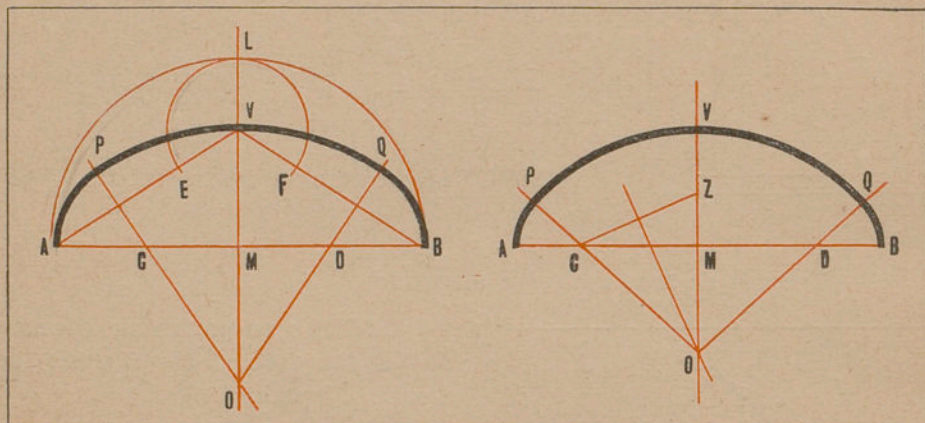
DADOS : os pontos de nascença **A** e **B** (ou o vão  $\overline{AB} = 33 \text{ mm.}$ ) e a flecha,  $24 \text{ mm.}$

Traça-se **MV** eixo de  $\overline{AB}$  e marca-se nêlo  $\overline{MV} = 24 \text{ mm.}$  Os eixos de  $\overline{AV}$  e de  $\overline{BV}$  determinam os centros **X** e **Y** em **AB**.

SOLUÇÃO : o arco em ogiva encurtado  $[\overline{AVB}]$ .

52 — Traçado do arco abatido de três centros.

DADOS : os pontos de nascença **A** e **B** (ou o vão  $\overline{AB} = 48 \text{ mm.}$ ) e a flecha  $15 \text{ mm.}$



Traça-se  $\overline{MV}$  eixo de  $\overline{AB}$  e marcam-se

$$\overline{MV} = 15 \text{ mm. e } \overline{ML} = 1/2 \times 48 \text{ mm.} = 24 \text{ mm.}$$

A  $\odot[V, \overline{VL}]$  determina **E** em  $\overline{AV}$  e **F** em  $\overline{BV}$ . Os eixos de  $\overline{AE}$  e de  $\overline{BF}$  cruzam-se em **O** (de  $\overline{MV}$ ) e determinam **C** e **D** em  $\overline{AB}$ .

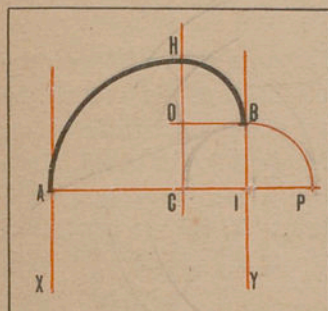
Arcos da  $\odot[C, \overline{AC}]$ , da  $\odot[D, \overline{AC}]$  e da  $\odot[O, \overline{OV}]$  completam o arco.

SOLUÇÃO : o arco abatido  $[APVQB]$  de centros **C**, **O** e **D**.

OBSERVAÇÃO : Com os mesmos dados podem obter-se outros arcos abatidos do seguinte modo :

Traçada  $\overline{MV}$  e marcado  $\overline{MV} = 15 \text{ mm.}$ , marcam-se  $\overline{AC} = \overline{BD} = \overline{VZ}$  de comprimento arbitrário, mas menor que a flecha. O eixo de  $\overline{CZ}$  (ou o de  $\overline{DZ}$ ) determina **O** em  $\overline{MV}$ . Obtidos os centros **C**, **O** e **D**, traçam-se os arcos como foi indicado.

53 — Traçado do arco aviajado : dadas as linhas verticais e os pontos de nascença.



DADOS : os pontos de nascença **A** e **B** e as verticais **AX** e **BY**.

Traçam-se as horizontais **AC** e **BO**, cortando a primeira **BY** em **I**.

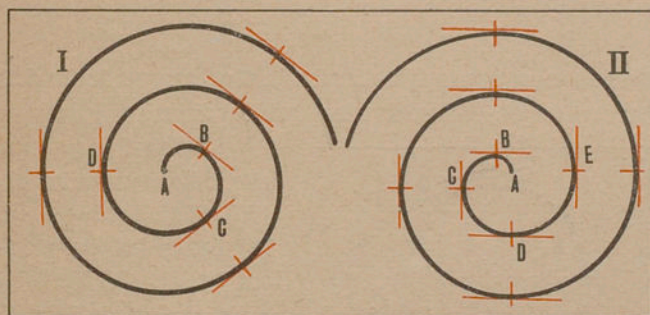
Marca-se  $\overline{IP} = \overline{BI}$ .

O eixo de  $\overline{AP}$  determina os centros **O** e **G**.

SOLUÇÃO : o arco aviajado [**AHB**].

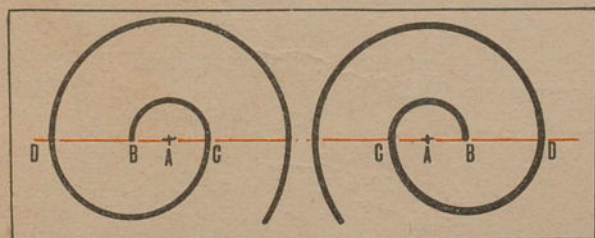
54 — As espirais são curvas abertas ilimitadas com uma forma característica que se diz *enrolamento em espiral*.

O enrolamento pode fazer-se «para a direita» (no sentido do movimento dos ponteiros de um relógio), como em (I) dizendo-se *espiral dextrógira*, ou «para a esquerda» (no sentido contrário ao do movimento dos ponteiros de um relógio), como em (II) chamando-se então *espiral sinistrógira* ou *levógira*.



As espirais que estudaremos têm um *ponto origem* ou *polo A* e são constituídas por arcos de  $\odot$  : **AB**, **BC**, ..., dois a dois concordantes e em número ilimitado.

55 — Traçado da espiral bicêntrica.



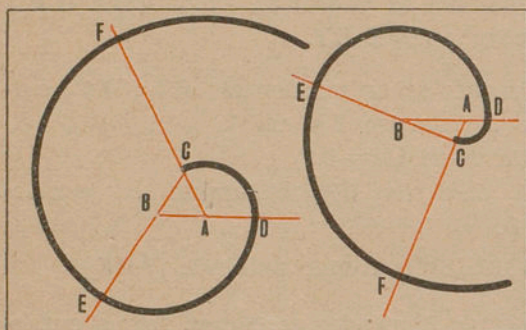
DADOS : **A** e **B**.

Traçam-se semi- $\odot$  de centros sucessivamente em **A**, **B**, **A**, **B**, **A**, ...

SOLUÇÃO : a espiral bicêntrica [**BCD**...].

56 — Traçado da espiral tricêntrica.

DADOS : A, B e C, não em linha recta.



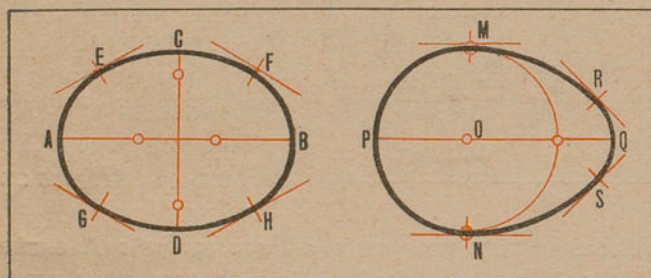
Traça-se o  $\Delta[ABC]$  e prolongam-se todos os lados no mesmo sentido, obtendo-se as semirectas  $\overline{AC}$ ,  $\overline{CB}$  e  $\overline{BA}$ . Traça-se  $\widehat{CD}$  de centro A,  $\widehat{DE}$  de centro B,  $\widehat{EF}$  de centro C,  $\widehat{FG}$  de centro A, ...

SOLUÇÃO : a espiral tricêntrica [ $CDEF\dots$ ].

OBSERVAÇÃO : a) Prolongando os lados do  $\Delta[ABC]$  no sentido contrário obtinham-se as semirectas  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CA}$ .

b) Para primeiro centro pode tomar-se qualquer dos pontos dados.

57 — A oval (à esquerda) e o óvulo (à direita), são curvas fechadas constituídas por quatro arcos de  $\odot$  concordantes dois a dois.



Na oval os arcos são dois a dois iguais ( $\widehat{EG}=\widehat{HF}$  e  $\widehat{EF}=\widehat{GH}$ ). No óvulo há dois arcos iguais ( $\widehat{MR}$  e  $\widehat{NS}$ ) e uma semi- $\odot$  [ $MPN$ ] dizendo-se a  $\odot$  a que esta pertence *circunferência construtiva*.

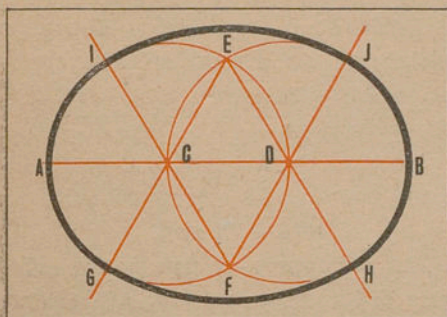
Na oval consideram-se dois eixos :  $\overline{AB}$ , eixo maior e  $\overline{CD}$  eixo menor. No óvulo há apenas um eixo  $\overline{PQ}$ , maior que o diâmetro da  $\odot$  construtiva.

A oval é constituída por dois arcos abatidos concordantes e iguais : [ $AECFB$ ] = [ $AGDHB$ ] ou por dois arcos sobre-elevados concordantes e iguais : [ $CFBHD$ ] = [ $CEAGD$ ]. O óvulo é constituído por uma semi- $\odot$  [ $MPN$ ] e por um arco sobre-elevado [ $MRQSN$ ].

58 — Traçado da oval: dado o eixo maior.

DADO: o eixo maior,  $\overline{AB} = 47 \text{ mm}$ .

Divide-se  $\overline{AB}$  em três partes iguais  $\overline{AC} = \overline{CD} = \overline{DB}$ . Traça-se a  $\odot[C, \overline{CA}]$  e a  $\odot[D, \overline{CA}]$  que determinam  $E$  e  $F$ . Desenham-se  $\overline{EG}$ ,  $\overline{ED}$ ,  $\overline{FG}$  e  $\overline{FD}$  que determinam  $G$ ,  $H$ ,  $I$  e  $J$ . Arcos da  $\odot[E, \overline{EG}]$  e da  $\odot[F, \overline{EG}]$  completam a curva.

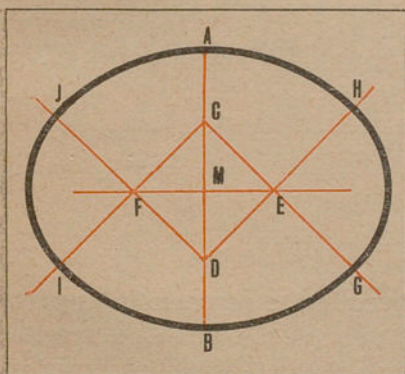


SOLUÇÃO: a oval  $[AIJBHG]$ .

OBSERVAÇÃO: Pode fazer-se variar a forma da oval, construindo dois arcos abatidos de 3 centros simétricos em relação a  $\overline{AB}$  (§ 52).

59 — Traçado da oval: dado o eixo menor.

DADO: o eixo menor,  $\overline{AB} = 36 \text{ mm}$ .



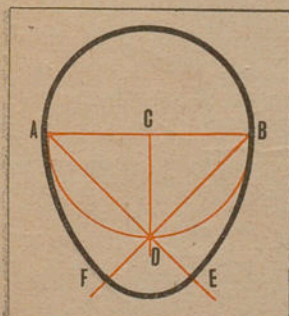
Traça-se  $\overline{ME}$  eixo de  $\overline{AB}$ . Neste segmento marcam-se  $\overline{MC} = \overline{MD}$  de comprimento arbitrário e, em  $\overline{FE}$ , marcam-se  $\overline{ME} = \overline{MF}$  também de comprimento arbitrário. (Na figura junta marcou-se  $\overline{MC} = \overline{MD} = \overline{ME} = \overline{MF} = 1/4 \overline{AB}$ ).

Traçam-se  $\overline{CE}$ ,  $\overline{CF}$ ,  $\overline{DE}$  e  $\overline{DF}$ . Um arco da  $\odot[D, \overline{DA}]$  determina  $J$  e  $H$  e um arco da  $\odot[C, \overline{DA}]$  determina  $I$  e  $G$ . Arcos da  $\odot[E, \overline{EH}]$  e da  $\odot[F, \overline{EH}]$  completam a curva.

SOLUÇÃO: a oval  $[AHGBIJ]$ .

60 — Traçado do óvulo: dado o diâmetro da circunferência construtiva.

DADO: o diâmetro da circunferência construtiva,  $\overline{AB} = 27 \text{ mm}$ .

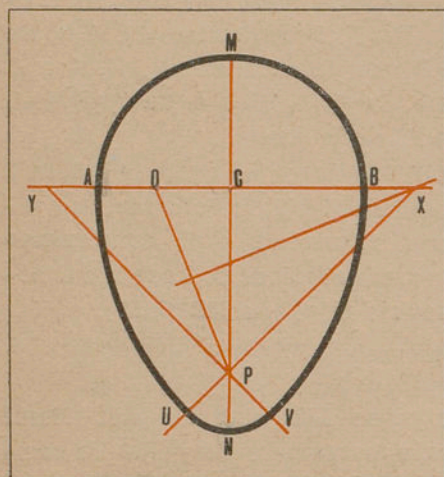


Traça-se o eixo de  $\overline{AB}$  que determina  $D$ . Traçam-se  $\overline{AD}$  e  $\overline{BD}$ .

Um arco da  $\odot[A, \overline{AB}]$  determina  $E$  e um arco da  $\odot[B, \overline{AB}]$  determina  $F$ . Um arco da  $\odot[D, \overline{DE}]$  completa a curva.

SOLUÇÃO: o óvulo  $[ABEF]$ .

61 — Traçado do óvulo: dado o eixo e o diâmetro da circunferência construtiva.



DADOS : o eixo,  $\overline{MN} = 49 \text{ mm.}$  e o diâmetro da circunferência construtiva  $\overline{AB} = 34 \text{ mm.}$

No eixo de  $\overline{AB}$  marcam-se :  
 $\overline{CM} = 1/2 \times 34 \text{ mm.} = 17 \text{ mm.}$

e  $\overline{MN} = 49 \text{ mm.}$

Em  $\overline{AC}$  marca-se um ponto arbitrário  $Q$  e marca-se  $\overline{NP} = \overline{AQ}$ . O eixo de  $\overline{QP}$  determina  $X$  em  $\overline{AB}$ . Marca-se  $\overline{CY} = \overline{CX}$ . Traçam-se  $\overline{XP}$  e  $\overline{YP}$ . Um arco da  $\odot[X, \overline{XA}]$  determina  $U$  e um arco da  $\odot[Y, \overline{YA}]$  determina  $V$ . Um arco da  $\odot[P, \overline{PV}]$  completa a curva.

SOLUÇÃO : o óvulo  $[AMBVNU]$ .

## Cónicas

62 — Dado um cone de revolução (na figura estão representadas partes das duas fôlhas da superfície cônica) e um plano que não passe pelo vértice do cone, o plano secciona a superfície lateral de algum dos seguintes modos:

I) Se o plano é perpendicular ao eixo do cone, a secção é uma *circunferência* ;

II) Se o plano é oblíquo, mas não é paralelo a nenhuma geratriz, a secção é uma curva fechada que se chama *elipse* ;

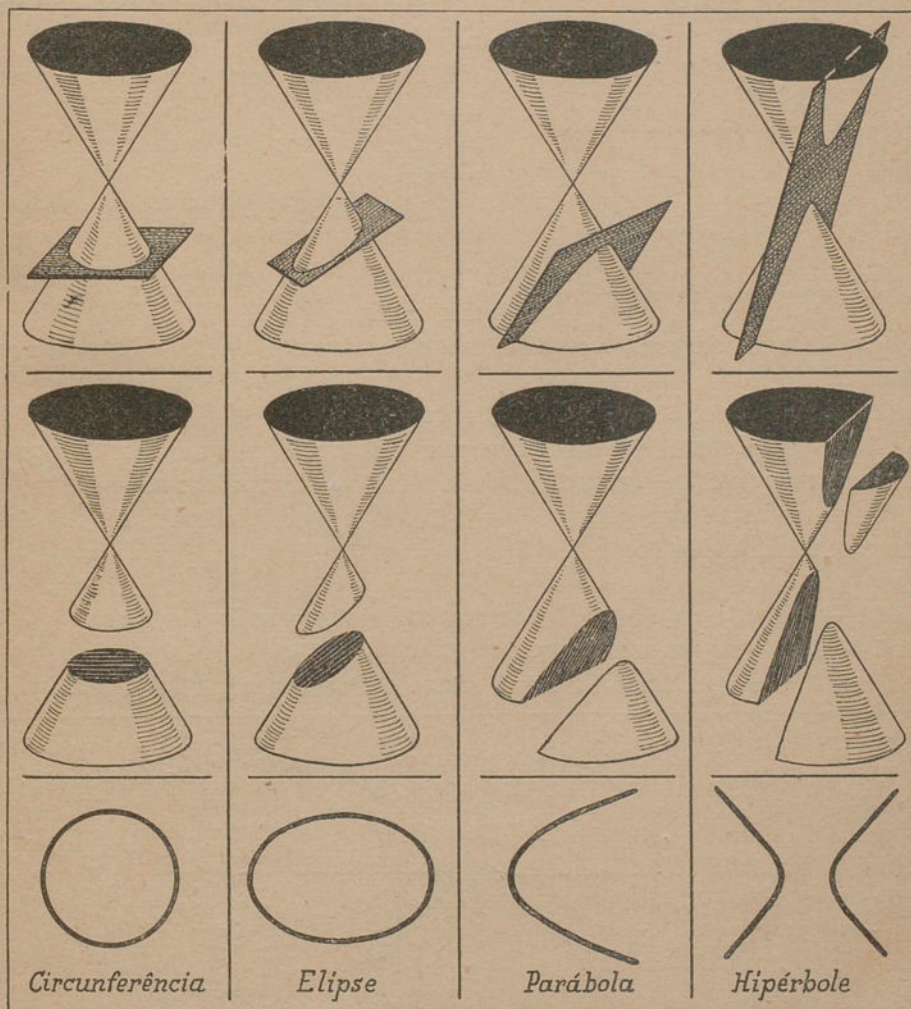
III) Se o plano é paralelo a uma única geratriz, a secção é uma curva aberta de um só ramo : a *parábola* ;

IV) Se o plano é paralelo a duas geratrizes, a secção é uma curva aberta constituída por dois ramos : *hipérbole*.



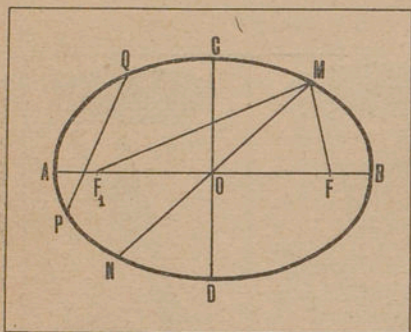
A circunferência pode considerar-se um caso particular da elipse. As curvas indicadas têm a designação comum de *secções cónicas* ou apenas de *cónicas*.

Com o feixe luminoso de uma lanterna eléctrica de algibeira figu-



ram-se fácilmente a circunferência, a elipse, a parábola e um ramo da hipérbole, como vai indicado na Estampa XVII.

63—*Elipse* é o lugar geométrico dos pontos de um plano tais que a soma das distâncias de cada um a dois pontos fixos do plano (*focos*) é constante.



*Focos* : **F** e **F<sub>1</sub>**. *Centro* : **O**, ponto médio de **FF<sub>1</sub>**.

*Corda* : **PQ**, segmento de extremos na elipse.

*Diâmetro* : **MN**, corda que passa pelo centro.

*Eixo maior* : **AB**, o maior dos diâmetros.

*Eixo menor* : **CD**, o menor dos diâmetros.

*Vértices* : **A**, **B**, **C** e **D**, extremos dos eixos.

Também se chama *eixo maior* ao comprimento de **AB** e *eixo menor* ao comprimento de **CD**.

*Distância focal* é o comprimento de **FF<sub>1</sub>**.

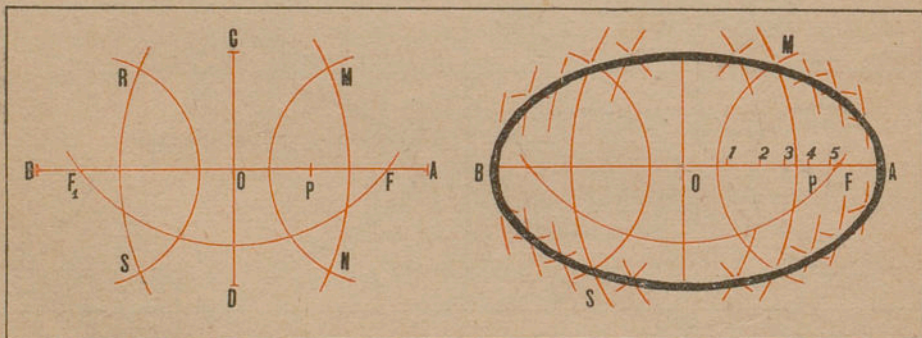
*Raios vectores de M* são os segmentos **MF** e **MF<sub>1</sub>**. A soma dos dois raios vectores de cada ponto da elipse é igual ao eixo maior: **MF + MF<sub>1</sub> = AB**.

Deve notar-se que **CF = CF<sub>1</sub> = 1/2 AB** e que, por isso, a  $\odot[C, OA]$  determina em **AB** os focos **F** e **F<sub>1</sub>**.

64—**Traçado da elipse: dados os eixos e recorrendo aos focos.**

**I—Emprêgo do compasso :**

**DADOS :** o eixo maior, **AB = 5 cm.** e o eixo menor, **CD = 3 cm.**



Em duas perpendiculares marcam-se os eixos : **OA = OB = 2,5 cm.** e **OC = OD = 1,5 cm.** Um arco da  $\odot[C, OA]$  determina os focos **F** e **F<sub>1</sub>**.

Marca-se **P** qualquer em  $\overline{OF}$ . Traçam-se arcos da  $\odot[F, AP]$  e da  $\odot[F_1, AP]$ . Arcos da  $\odot[F, BP]$  e da  $\odot[F_1, BP]$  determinam nos anteriores **M, N, R e S** que são pontos da elipse.

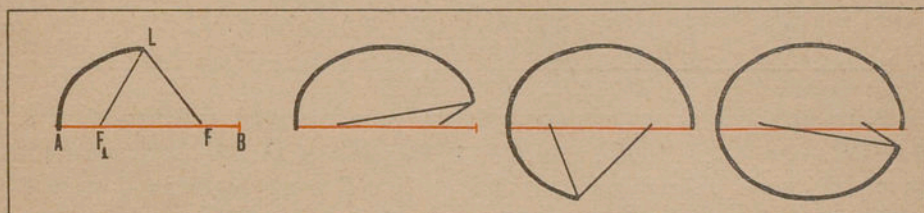
Obtêm-se os pontos que queiramos, tomando pontos **1, 2, 3, ...**, em  $\overline{OF}$  e procedendo analogamente.

Determinados pontos em quantidade e posições consideradas convenientes, traça-se a curva «à mão livre», procurando obter-se a maior regularidade. Despreza-se qualquer ponto que pareça menos bem determinado.

SOLUÇÃO : a elipse [**AMCRBSDN**].

II) **Processo do jardineiro** (movimento contínuo).

DADOS: o eixo maior,  $\overline{AB} = 24 \text{ mm}$ , e o eixo menor,  $20 \text{ mm}$ .

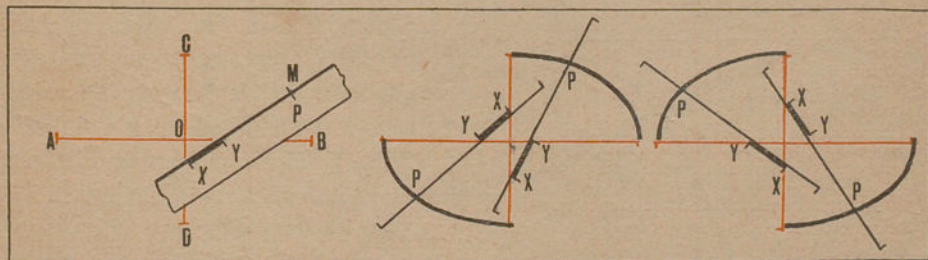


Determinam-se os focos **F e F<sub>1</sub>**. Colocando o papel sobre a prancheta, fixam-se alfinetes em **A e B** e ata-se-lhes uma linha forte, de modo que fique bem esticada entre os alfinetes. Mudam-se estes, conservando a linha atada, para **F e F<sub>1</sub>**. Esticando a linha entre os alfinetes com a ponta de um lápis, faz-se rodar este, de modo que a ponta vai descrevendo a elipse. Na figura estão indicadas quatro posições do cordel durante o traçado.

### 65 — Traçado da elipse: dados os eixos e não recorrendo aos focos.

I) **Processo da «régua de papel».**

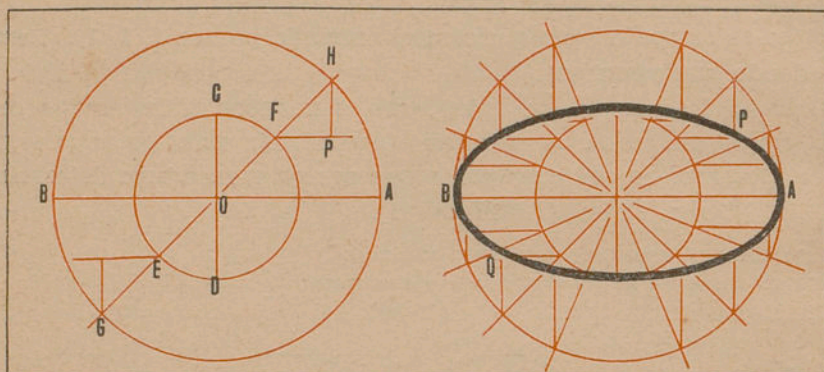
DADOS: o eixo maior,  $\overline{AB} = 33 \text{ mm}$ , e o eixo menor,  $\overline{CD} = 22 \text{ mm}$ .



Marcados os eixos, no bordo bem direito de uma tira de papel ou cartolina (um cartão de visita, por exemplo) marca-se cuidadosamente  $\overline{XP} = \overline{OA}$  e  $\overline{YP} = \overline{OC}$ , de modo que as marcações de **X e Y** fiquem bem encostadas respectivamente ao eixo menor e ao eixo maior. Marcam-se, junto da marcação de **P**, pontos como **M** que pertencem à elipse. Na figura, ao meio, e à direita, indicam-se quatro posições ocupadas pelo bordo da tira, durante o traçado da elipse.

II) **Emprêgo do compasso**

DADOS : o eixo maior,  $\overline{AB} = 42 \text{ mm.}$  e o eixo menor,  $\overline{CD} = 21 \text{ mm.}$



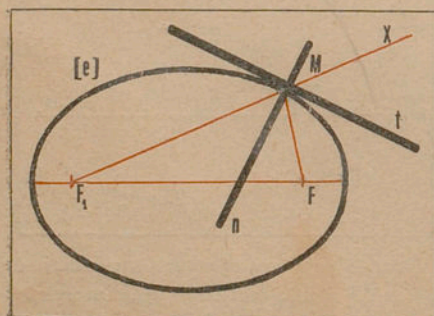
Marcados, em duas perpendiculares, os eixos ( $\overline{OA} = \overline{OB} = 21 \text{ mm.}$  e  $\overline{OC} = \overline{OD} = 11 \text{ mm.}$ ), traçam-se a  $\odot[\mathbf{O}, \overline{OC}]$  e a  $\odot[\mathbf{O}, \overline{OA}]$ . Qualquer recta que passe por  $\mathbf{O}$  determina na primeira  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{F}$  e na segunda  $\mathbf{G}$  e  $\mathbf{H}$ . Por  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{F}$  conduzem-se paralelas a  $\overline{AB}$  e por  $\mathbf{H}$  e  $\mathbf{G}$  conduzem-se paralelas a  $\overline{CO}$  que determinam nas primeiras  $\mathbf{P}$  e  $\mathbf{Q}$  que são pontos da elipse.

Quando se quer construir a elipse completa, é cómodo dividir a  $\odot$  num número conveniente de partes iguais (no caso da figura, 16 partes), simplificando-se o traçado das paralelas.

SOLUÇÃO : a elipse  $[\mathbf{APCBQD}]$ .

66 — **Tangente e normal à elipse num ponto dado sôbre ela.**

DADOS : a elipse  $[\mathbf{e}]$  e um ponto  $\mathbf{M}$  da elipse.



Desenham-se os raios vectores  $\mathbf{MF}$  e  $\mathbf{MF}_1$  e prolonga-se um dêles para o lado de  $\mathbf{M}$ . Traçam-se as bissectrizes :  $\mathbf{t}$  de  $\mathbf{FMX}$  e  $\mathbf{n}$  de  $\mathbf{FMF}_1$ .

SOLUÇÃO :  $\mathbf{t}$  tangente e  $\mathbf{n}$  normal à elipse  $[\mathbf{e}]$  em  $\mathbf{M}$  da curva.

OBSERVAÇÕES : a) A tangente e a normal num ponto são perpendiculares entre si.

b) A tangente em cada vértice é perpendicular ao eixo respectivo.

c) A normal em cada vértice contém o eixo respectivo.

67 — *Parábola* é o lugar geométrico dos pontos do plano equidistantes dum ponto (*foco*) e duma recta (*directriz*) do mesmo plano.

*Foco* : **F** ; *Directriz* : **d**.

*Vértice* : **V**, ponto médio do segmento  $\overline{PF}$  perpendicular a **d**, conduzido por **F**.

*Corda* : **RS**, segmento de extremos na parábola.

*Diâmetro*:  $\overline{EY}$ , semi-recta de origem na parábola, perpendicular à directriz e que não corta esta recta.

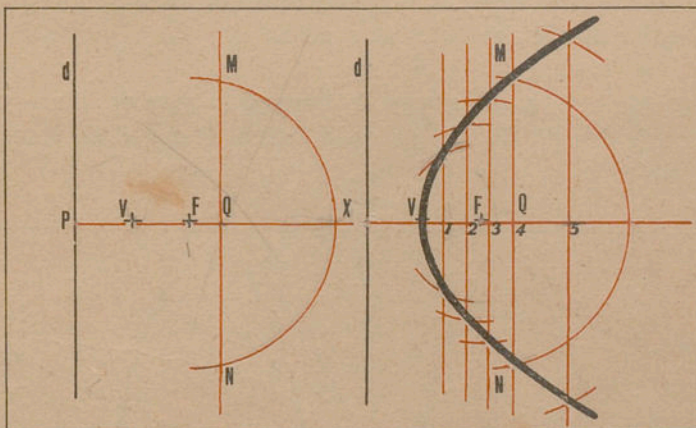
*Eixo*,  $\overline{VX}$ , diâmetro com origem no vértice.

*Parâmetro* é o comprimento de  $\overline{PF}$  (distância do foco à directriz).

*Raio vector* de **M** é o segmento  $\overline{MF}$ . O comprimento do raio vector de cada ponto é igual à distância do mesmo ponto à directriz,  $\overline{MF} = \overline{MD}$ .

68 — **Traçado da parábola: dados o eixo, o foco e a directriz.**

**DADOS** : o foco **F**, a directriz **d** (parâmetro, 14,5 mm.) e portanto, o eixo  $\overline{VX}$ . (Será  $\overline{VX}$  perpendicular a **d** e  $\overline{PV} = \overline{VF}$ ).



Marca-se **Q** qualquer, em  $\overline{VX}$ . Traça-se a paralela **MN** a **d**. O arco da  $\odot[\mathbf{F}, \mathbf{PQ}]$  determina **M** e **N** que são pontos da parábola.

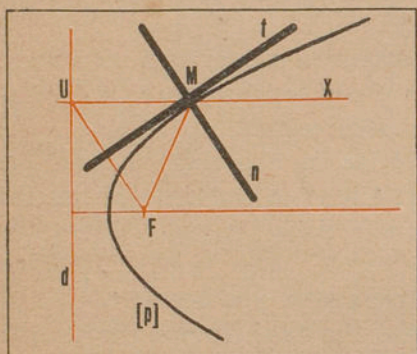
Para obter-se outros pontos da curva, marcam-se pontos 1, 2, 3, ... em  $\overline{VX}$  e procede-se a partir de cada um como foi indicado a partir de **Q**.

Determinados pontos em posições e quantidade consideradas convenientes, traça-se o arco da parábola que se deseja «à mão livre», procurando a maior regularidade do traçado, mesmo com desprezo de qualquer ponto que pareça menos bem determinado.

SOLUÇÃO : a parábola [MVN].

69 — Tangente e normal à parábola num ponto dado sôbre ela.

DADOS : a parábola [p] e um ponto M da parábola.



Desenha-se o raio vector **FM**, traça-se **UM** paralela ao eixo. Traçam-se as bissectrizes: **t** de **F<sub>1</sub>MU** e **n** de **F<sub>1</sub>MX**.

SOLUÇÃO : **t** tangente e **n** normal à parábola [p] em **M** da curva.

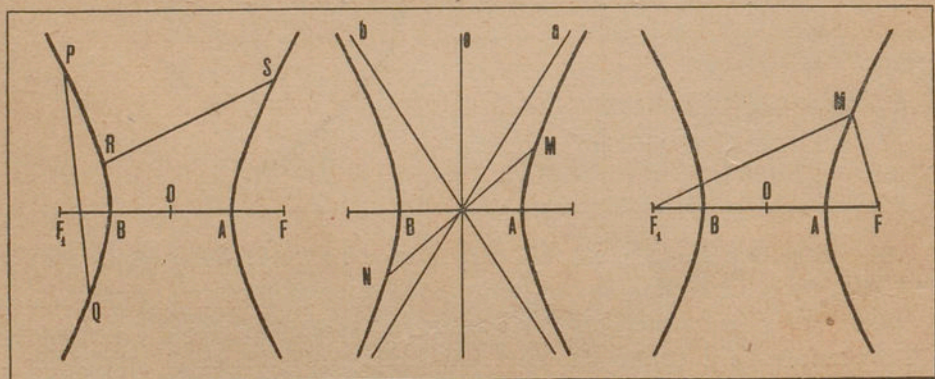
OBSERVAÇÕES : a) A normal no vértice contém o eixo.

b) A tangente em **M** é o eixo de **UF**. Esta propriedade característica pode utilizar-se para traçar a tangente. Também, como consequência, **n** é paralela a **UF**.

c) A tangente no vértice é perpendicular ao eixo.

d) A normal no vértice contém o eixo.

70 — *Hipérbole* é o lugar geométrico dos pontos dum plano tais que a diferença das distâncias de cada um a dois pontos fixos do plano (*focos*) é constante.



Focos :  $F$  e  $F_1$ . Centro :  $O$ , ponto médio de  $\overline{FF_1}$ .

Cordas :  $\overline{PQ}$  e  $\overline{RS}$ , segmentos de extremos na hipérbole.

Diâmetro :  $\overline{MN}$ , corda que passa pelo centro.

Eixo da hipérbole ou apenas eixo :  $e$ , é o eixo de  $\overline{FF_1}$ .

Assintotas :  $a$  e  $b$ , rectas que passam pelo centro e das quais a hipérbole se aproxima indefinidamente.

Eixo transverso :  $\overline{AB}$ , é o menor dos diâmetros; existe em  $\overline{FF_1}$ . Também se chama eixo transverso ao comprimento de  $\overline{AB}$ .

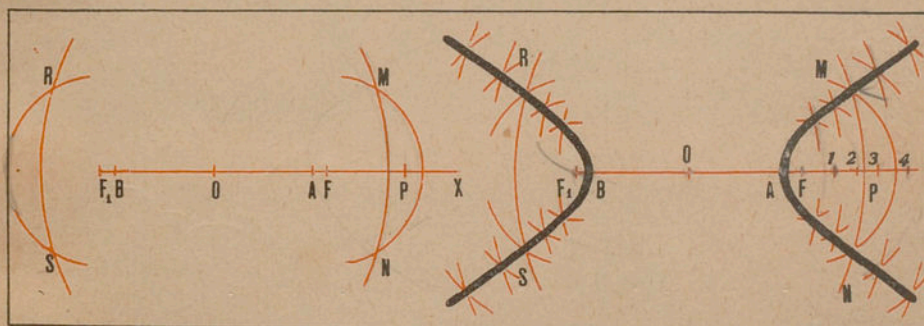
Vértices :  $A$  e  $B$ , extremos do eixo transverso.

Distância focal é o comprimento de  $\overline{FF_1}$ .

Raios vectores de  $M$  são os segmentos  $\overline{MF}$  e  $\overline{MF_1}$ . A diferença entre o raio vector maior e o raio vector menor de cada ponto é igual ao eixo transverso  $\overline{MF_1} - \overline{MF} = \overline{AB}$ .

71 — Traçado da hipérbole: dado o eixo transverso e os focos.

DADOS : o eixo transverso,  $\overline{AB} = 25 \text{ mm.}$  e os focos  $F$  e  $F_1$  (distância focal  $\overline{FF_1} = 29 \text{ mm.}$ ).



Numa recta, como indica a figura, marcam-se :  $\overline{OA} = \overline{OB} = 12,5 \text{ mm.}$  e  $\overline{OF} = \overline{OF_1} = 14,5 \text{ mm.}$

Marca-se  $P$  qualquer em  $\overline{FX}$ . Traçam-se arcos da  $\odot[F, \overline{AP}]$  e da  $\odot[F_1, \overline{AP}]$  e, em seguida, os arcos da  $\odot[F, \overline{BP}]$  e da  $\odot[F_1, \overline{BP}]$  que determinam nos primeiros pontos  $M, N, R$  e  $S$  que são da hipérbole.

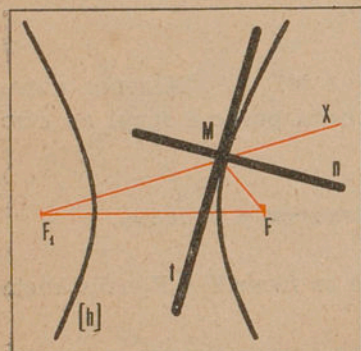
Obtêm-se os pontos que quisermos, tomando pontos  $1, 2, 3, \dots$  em  $\overline{FX}$  e procedendo a partir de cada um como se procedeu a partir de  $P$ . Determinados pontos em quantidade e posições consideradas convenientes, tra-

çam-se os arcos dos dois ramos da curva «à mão livre», procurando a maior regularidade, mesmo que seja necessário abandonar qualquer ponto que se julgue menos bem determinado.

SOLUÇÃO : a hipérbole [RBSMAN].

72 — Tangente e normal à hipérbole num ponto dado sôbre ela.

DADOS : a hipérbole [h] e um ponto M da hipérbole.



Desenham-se os raios vectores  $\overline{MF}$  e  $\overline{MF_1}$  e prolonga-se um dêles para o lado de M. Traçam-se as bissectrizes :  $t$  de  $\overline{FMF_1}$  e  $n$  de  $\overline{FMX}$ .

SOLUÇÃO :  $t$  tangente e  $n$  normal à hipérbole [h] em M da curva.

OBSERVAÇÕES : a) A normal e a tangente são perpendiculares entre si.

b) As tangentes nos vértices são perpendiculares ao eixo transverso.

c) As normais nos vértices contêm o eixo transverso.

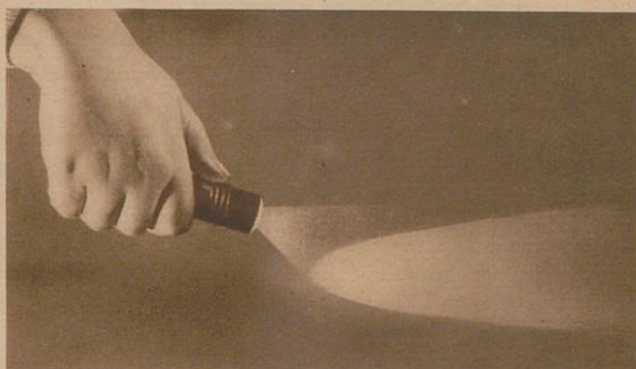
Nas estampas seguintes, além de estudos de esbatido e de estilização, apresentam-se exemplos de composições decorativas de base geométrica e feitas sôbre estilizações de elementos vegetais.



A lâmpada eléctrica de algibeira e as cónicas



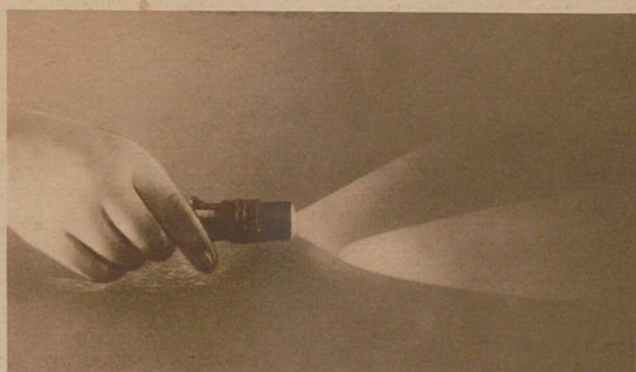
*Circunferência*



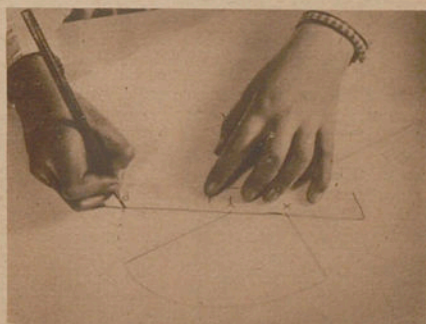
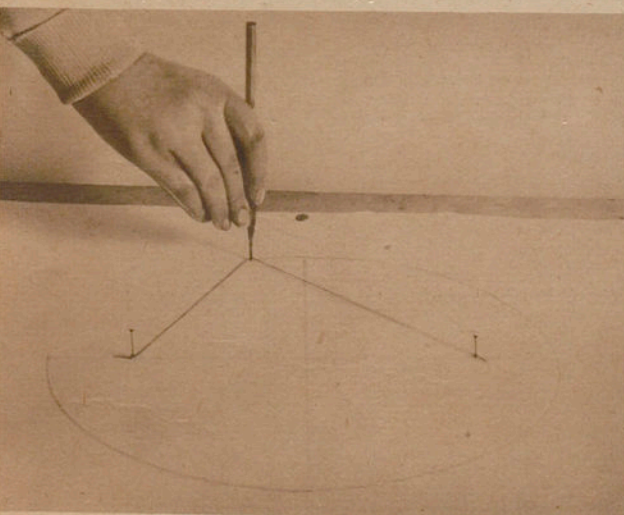
*Segmento de parábola*



*Elipse*



*Segmento dum ramo de hipérbole*



*Traçado da elipse  
com a régua de papel*

*Traçado da elipse  
por movimento continuo  
(Processo do jardineiro)*

## ESBATIDOS

Na aguada plana a cõr é aplicada uniformemente no tom desejado. Contrariamente, o esbatido é uma gradação de tons da mesma cõr. Partindo, num certo sentido, dum tom claro distinguem-se, no esbatido, tons da mesma cõr sucessivamente menos claros até se chegar a tonalidades tão escuras quanto convenha. A passagem de qualquer tom a outro deve fazer-se por meio de tonalidades intermédias, evitando-se a justaposição de tons exageradamente diferentes.

Executa-se um esbatido a pincel como se dá uma aguada plana. Simplesmente em vez da tinta ser sempre a mesma, aplica-se a tinta sucessivamente e de cada vez mais leve.

Dissolve-se a tinta, no godê de composição, em três ou quatro graus de intensidade. Aplica-se a mais forte, com a prancheta inclinada para o desenhador. A seguir, com a primeira tinta ainda fresca, encosta-se-lhe a segunda aplicação, com a tinta imediata. Depois faz-se nova aplicação com tinta ainda mais clara, operando sucessivamente do mesmo modo até se utilizar só agua. As tintas fundem-se e o esbatido está feito. Quando sêca toda a cõr pode repetir-se o mesmo trabalho. Convém fazer um esbatido por várias vezes e sem partir duma tinta muito forte, ou de tonalidade muito escura.

Também se pode obter uma gradação dividindo o espaço a esbater em zonas. No nosso exemplo são 6 as zonas escolhidas e accentuou-se a diferença de tons para melhor compreensão. Aplica-se uma aguada plana nas seis zonas. Deixa-se secar. Aplica-se a segunda aguada da zona 2 à zona 6. A terceira aguada, aplicada depois da anterior ter secado, vai da zona 3 até à zona 6. Continua-se até ter que dar aguada plana só na zona 6. Obteremos deste modo um *esbatido por escalões* em que se distingue mais ou menos a passagem dum tom a outro, ao contrário do que acontece no *esbatido contínuo* que indicamos precedentemente, quando o esbatido foi bem feito.

Como se faz um esbatido

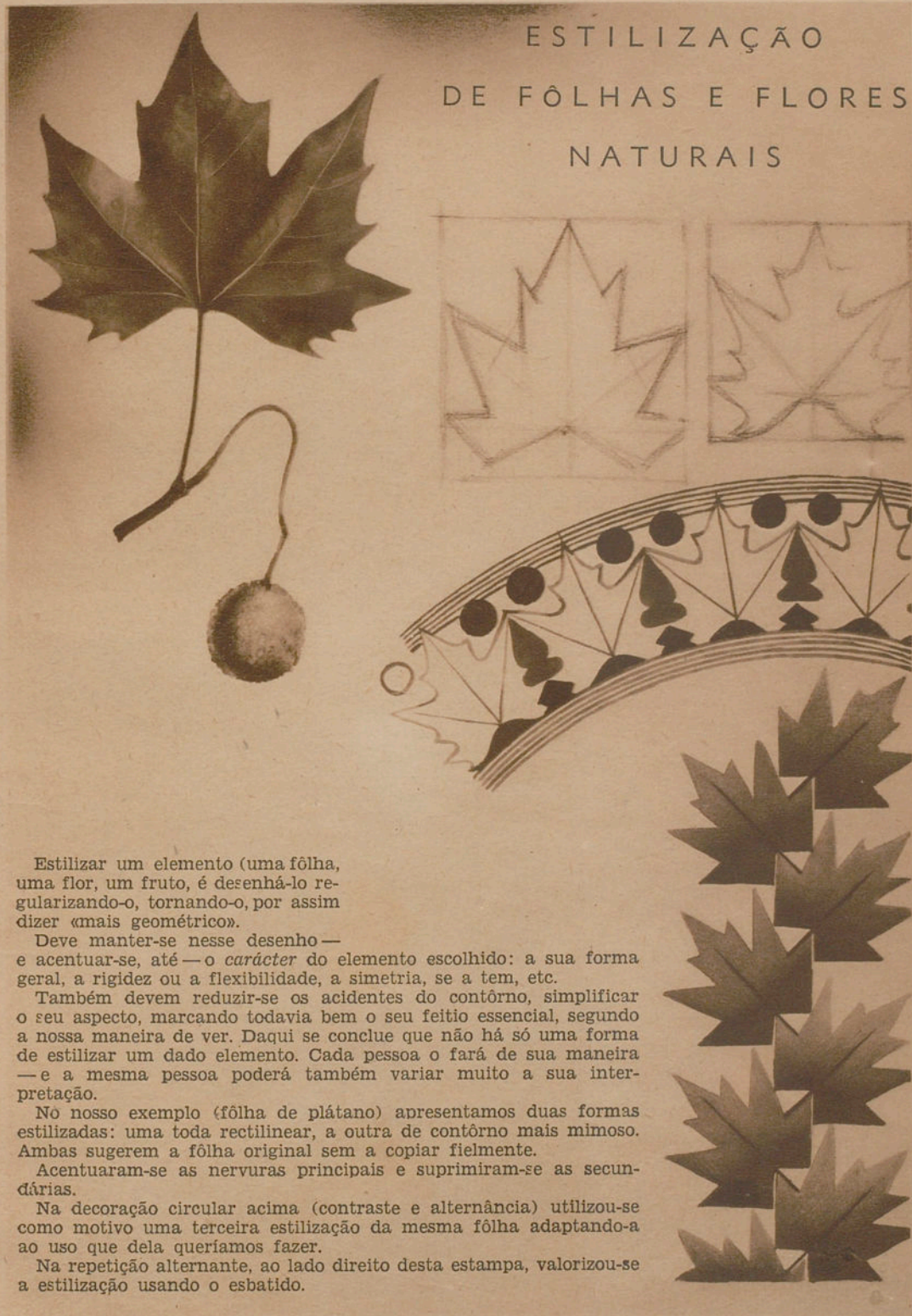


Esbatido contínuo

Esbatido feito com seis aguadas planas



ESTILIZAÇÃO  
DE FÔLHAS E FLORES  
NATURAIS



Estilizar um elemento (uma fôlha, uma flor, um fruto, é desenhá-lo regularizando-o, tornando-o, por assim dizer «mais geométrico».

Deve manter-se nesse desenho — e acentuar-se, até — o *carácter* do elemento escolhido: a sua forma geral, a rigidez ou a flexibilidade, a simetria, se a tem, etc.

Também devem reduzir-se os acidentes do contôrno, simplificar o seu aspecto, marcando todavia bem o seu feitiço essencial, segundo a nossa maneira de ver. Daqui se conclue que não há só uma forma de estilizar um dado elemento. Cada pessoa o fará de sua maneira — e a mesma pessoa poderá também variar muito a sua interpretação.

No nosso exemplo (fôlha de plátano) apresentamos duas formas estilizadas: uma toda rectilinear, a outra de contôrno mais mimoso. Ambas sugerem a fôlha original sem a copiar fielmente.

Acentuaram-se as nervuras principais e suprimiram-se as secundárias.

Na decoração circular acima (contraste e alternância) utilizou-se como motivo uma terceira estilização da mesma fôlha adaptando-a ao uso que dela queríamos fazer.

Na repetição alternante, ao lado direito desta estampa, valorizou-se a estilização usando o esbatido.



OLIVEIRA  
(PAZ)

PALMA  
(VICTÓRIA)



LOURO  
(GLÓRIA)

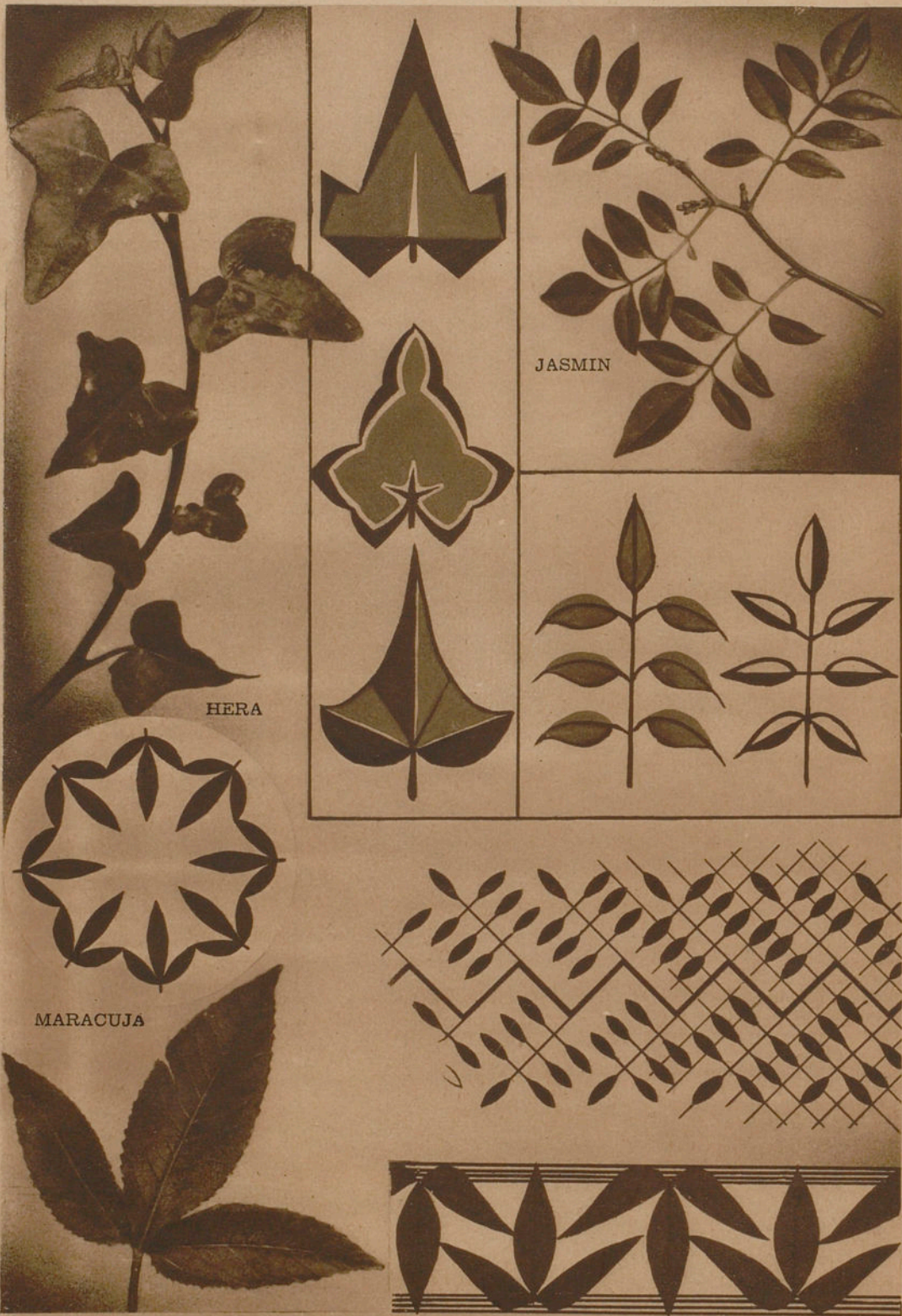


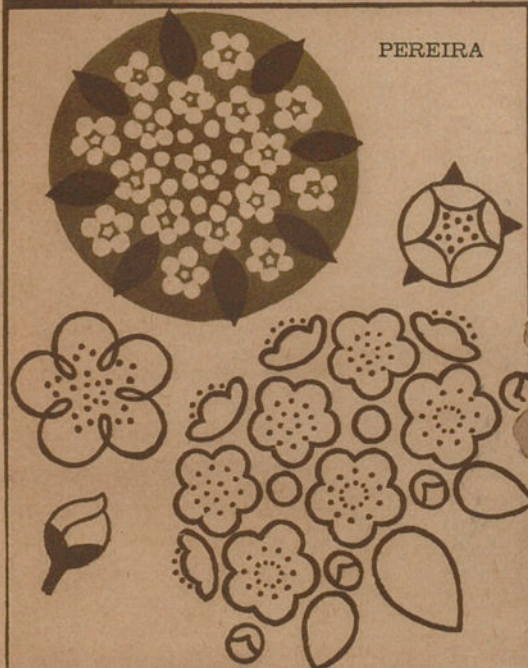
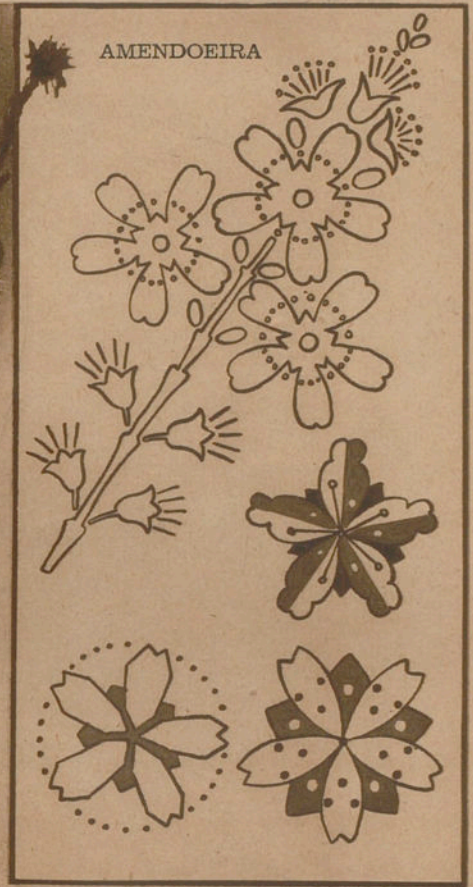
CARVALHO (FORÇA)



*O escudo nacional tem em volta  
uma corça de louro e carvalho*

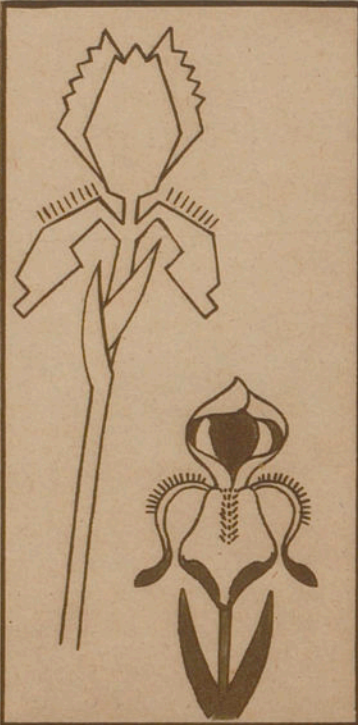




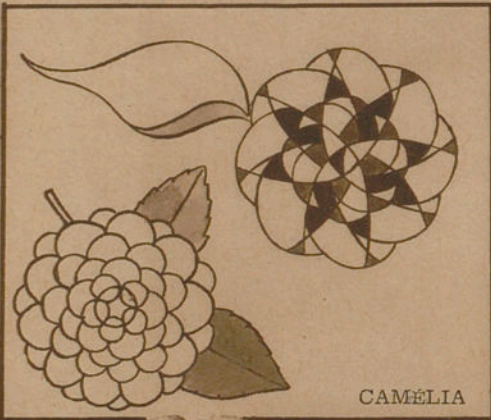




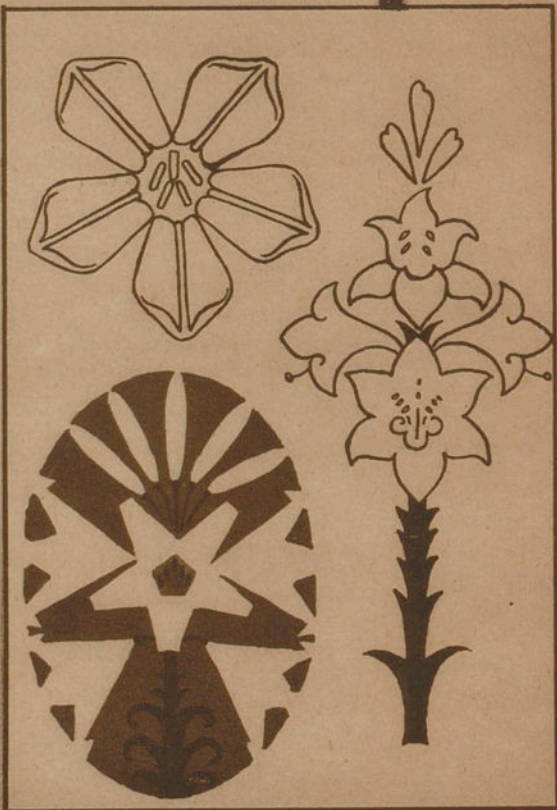
LÍRIO  
(INOCENCIA)



AÇUCENA  
(PUREZA)

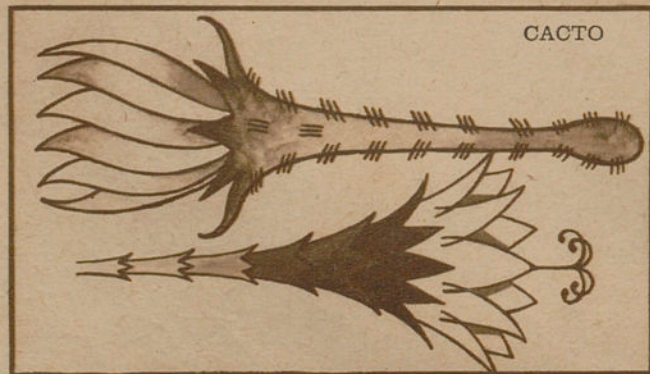
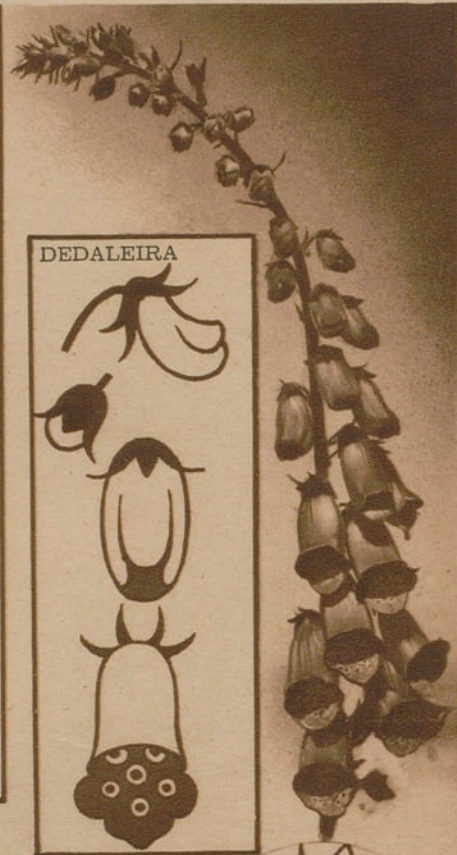


CAMELIA



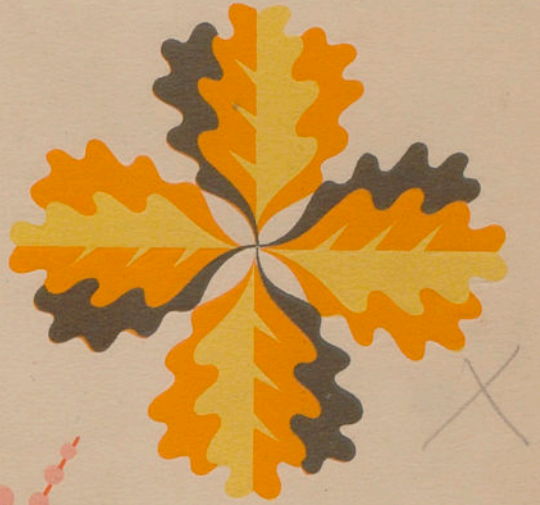


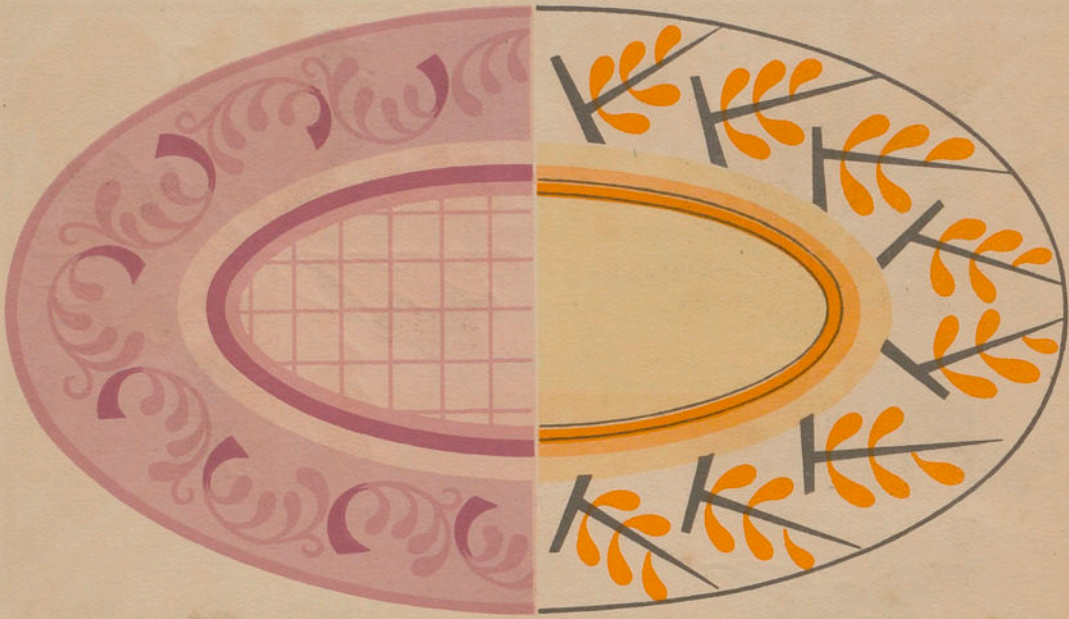




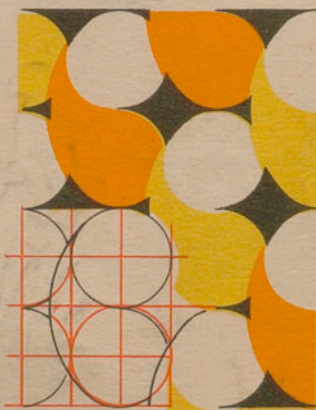
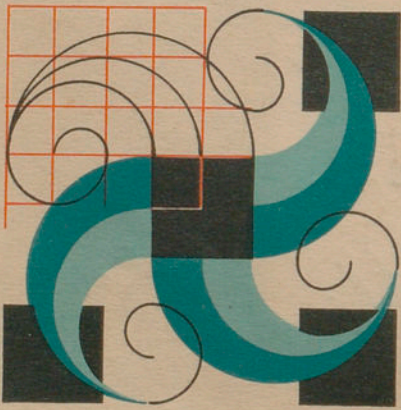
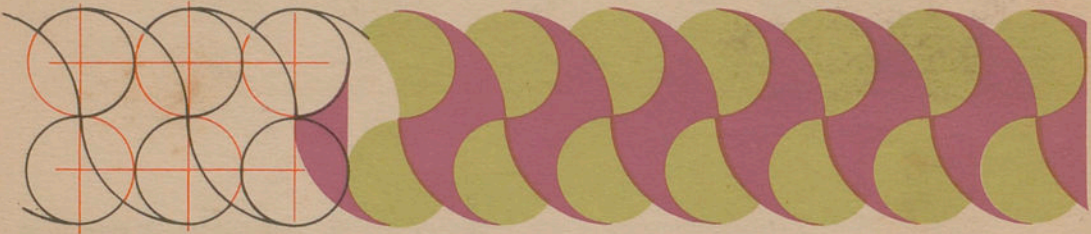






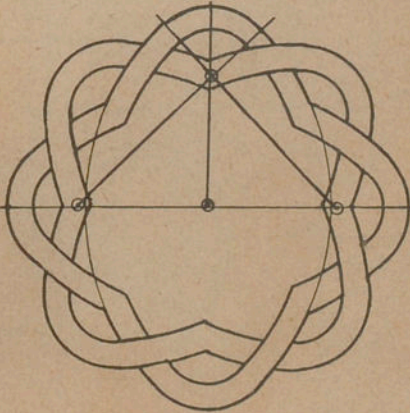
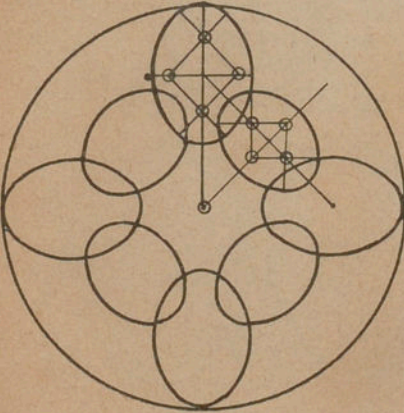
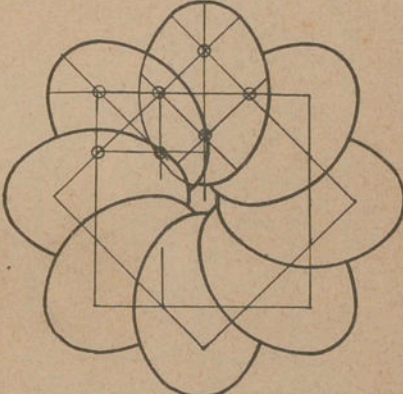
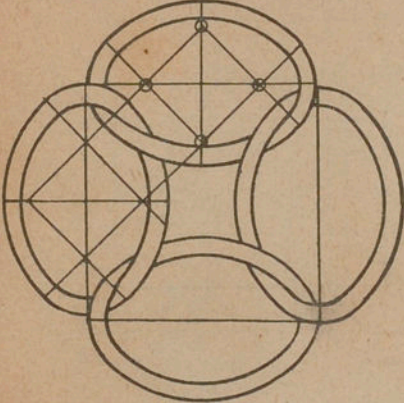
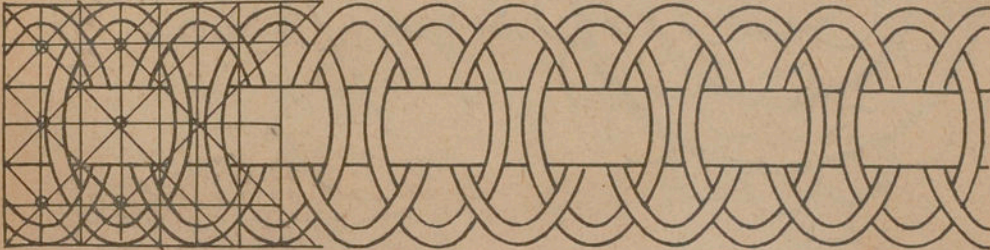
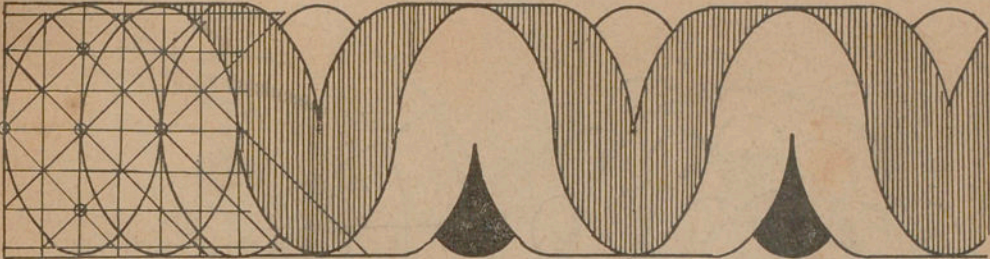




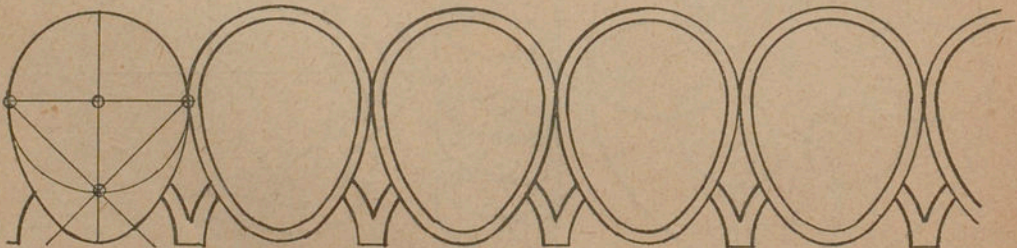
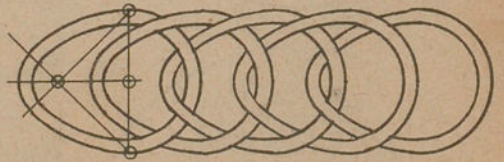
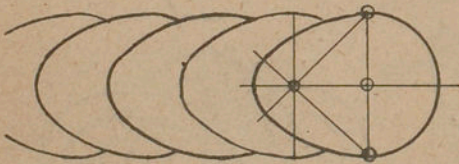
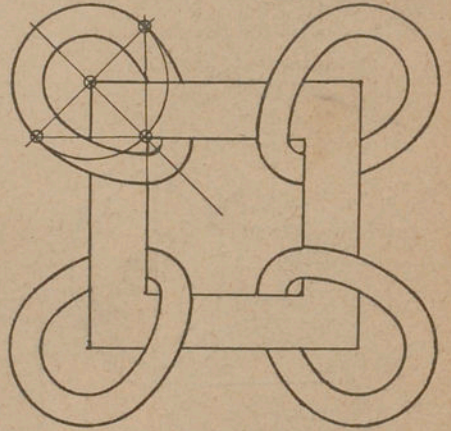
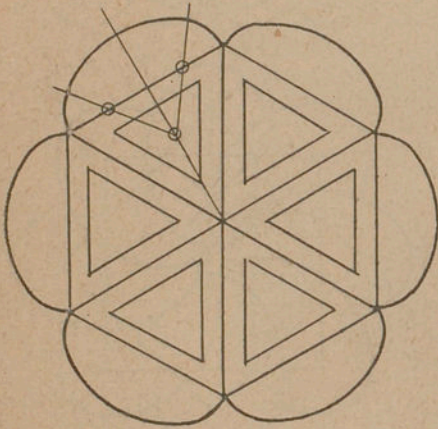
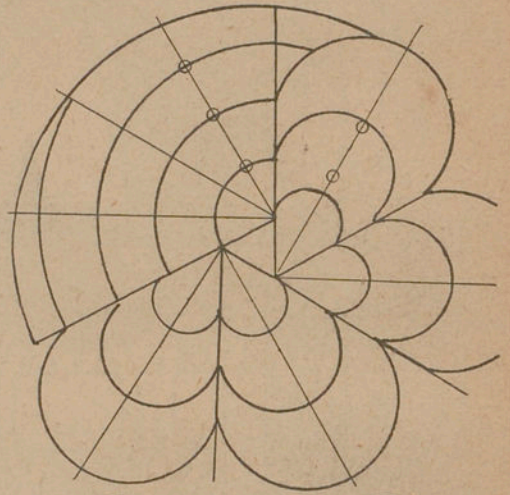
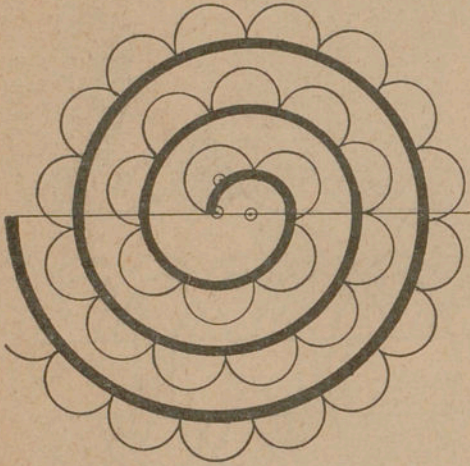




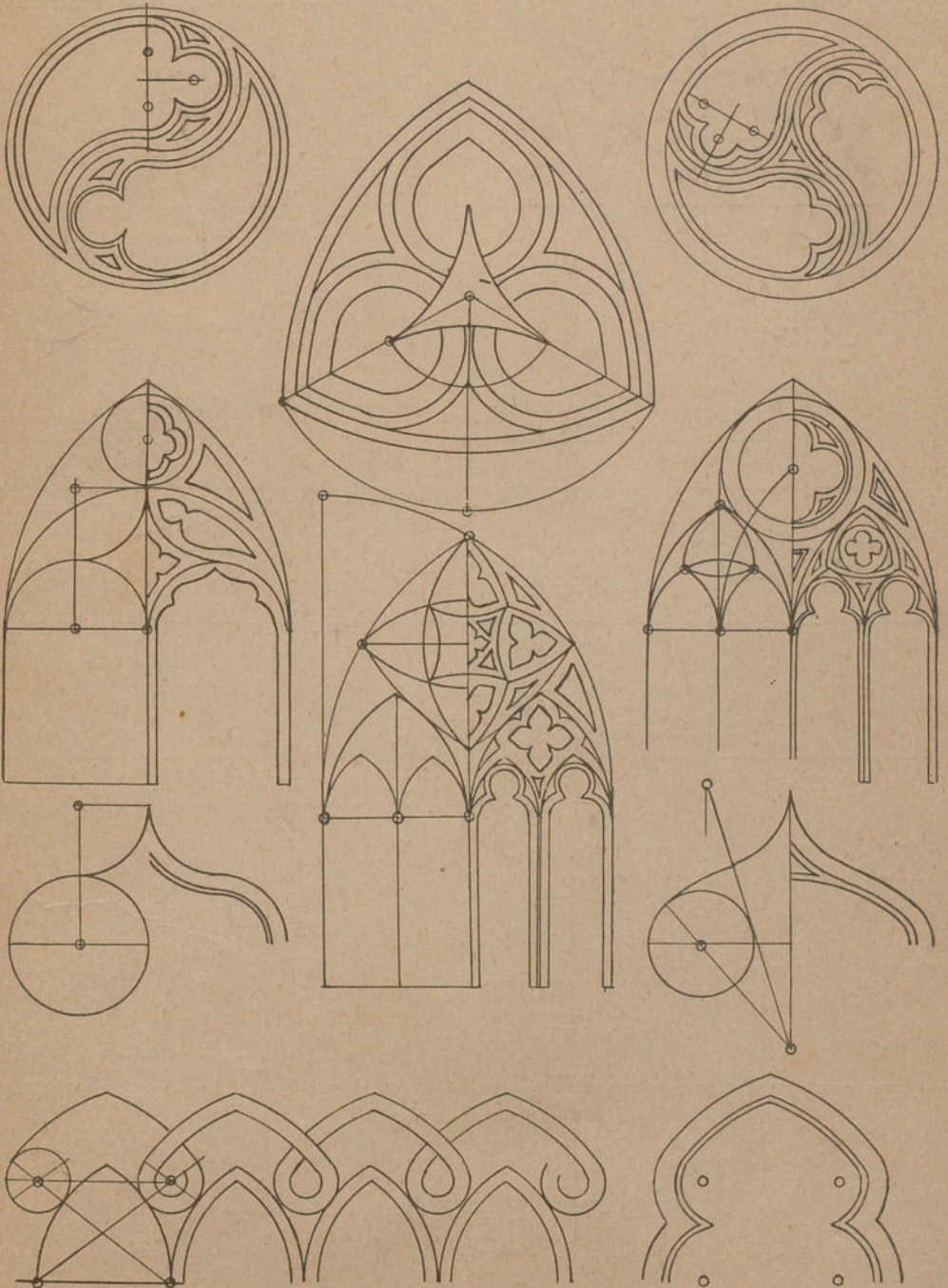
Exemplos



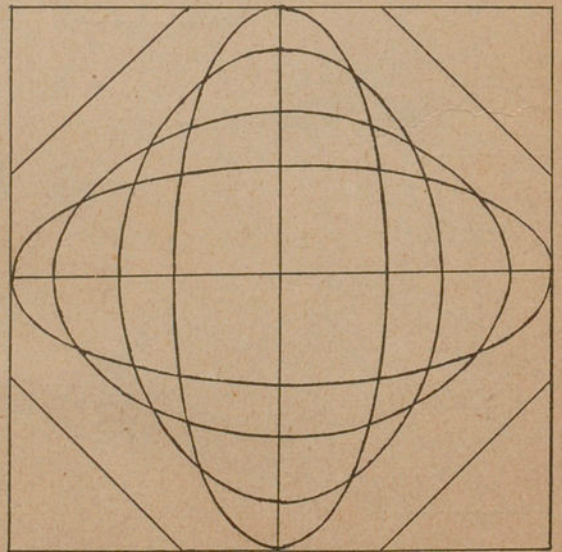
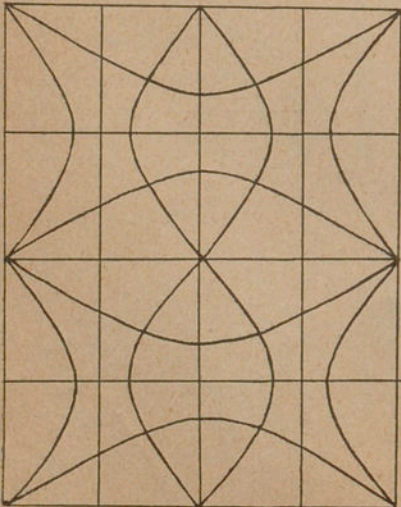
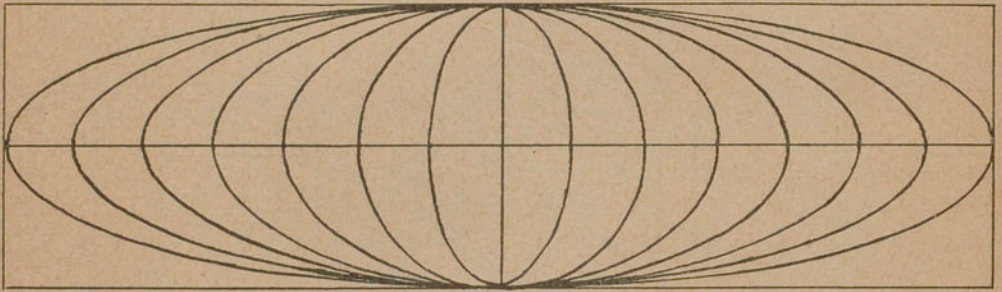
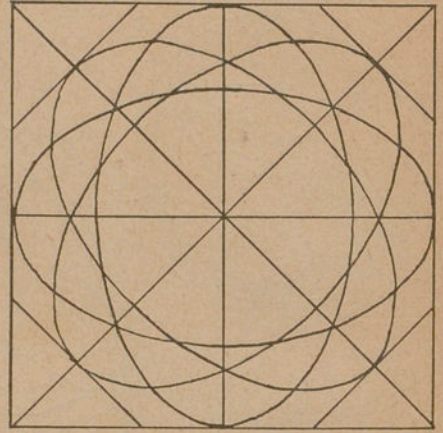
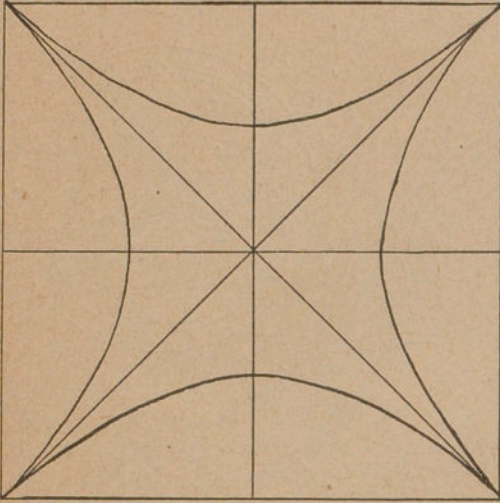
Exemplos

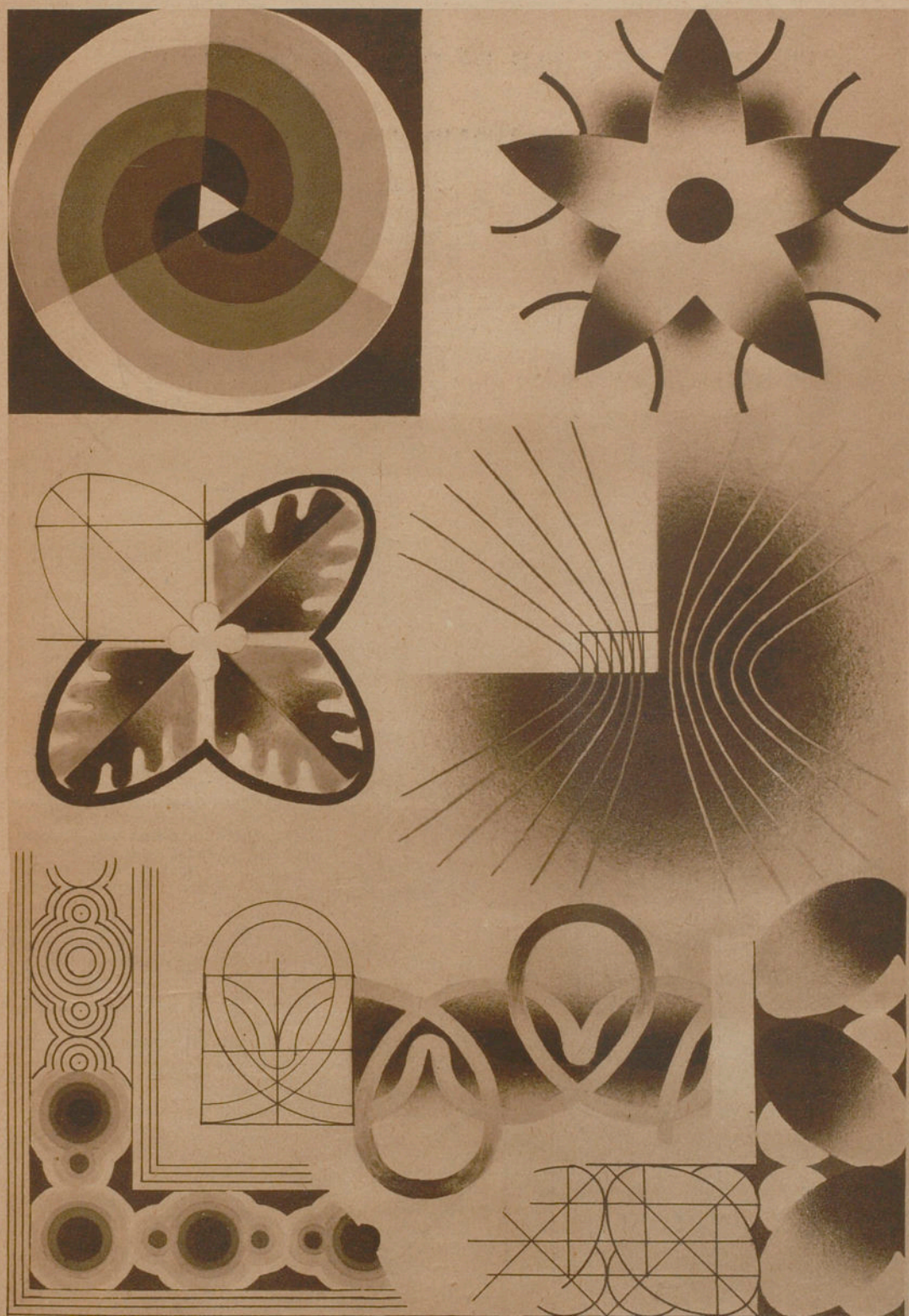


Exemplos



Exemplos





## PROCESSOS PRÁTICOS DE DECORAÇÃO REPETIDA

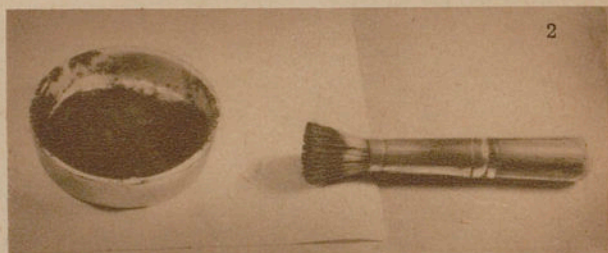
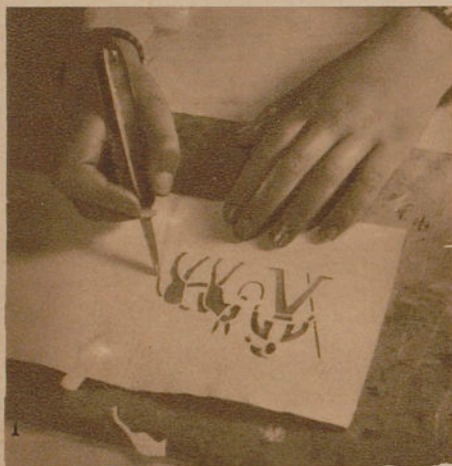
### A ESTAMPILHA

Num pedaço de papel forte (ou cartolina) desenhe-  
mos levemente o motivo decorativo a reproduzir. Recor-  
tando e abrindo, a canivete, o motivo (1) obtere-  
mos o *padrão* ou *estampilha* que vamos usar.

Desfaçamos tinta em pouca água (2) para obter uma  
espessura razoável. A experiência nos ensinará a obter  
a consistência mais conveniente para cada tinta.

Completar-se-á o nosso material com um pincel de  
pêlo curto e rijo que designaremos com o nome de  
*marcador* (2).

Sôbre a fôlha do desenho que queremos decorar  
coloque-*mos* o padrão segurando-o firmemente (3).



Bem molhado o mar-  
cador na tinta, «bate-  
se» esta normalmente  
à superfície a decorar,  
como se indica na figu-  
ra. Repete-se o nú-  
mero de vezes que  
desejamos, colocando  
sucessivamente as es-  
tampilhas nas posições  
adequadas (4).

Quanto mais simples  
fôr o contôrno do mo-  
tivo a estampilhar  
maior probabilidade  
temos de obter bom  
resultado.

É por êste processo  
que se marcam os le-  
treiros nos caixotes  
(com letras abertas em  
fôlhas de zinco) e que  
se fazem algumas de-  
corações murais.





1

## O CARIMBO DE BATATA

Corte-se uma batata, determinando nela uma face bem plana. Desenhe-se nesta face um elemento decorativo simples. Com o canivete recorte-se o motivo a reproduzir. Desbaste-se até certa profundidade (1), deitando fora a parte da superfície que não pertence à figura que se quer repetir. Está feito o *carimbo de batata*.

Desfaz-se tinta espessa (de preferência tinta de tâmara), num godê de fundo plano. Conservar-se-á no godê uma camada pouco profunda de tinta.

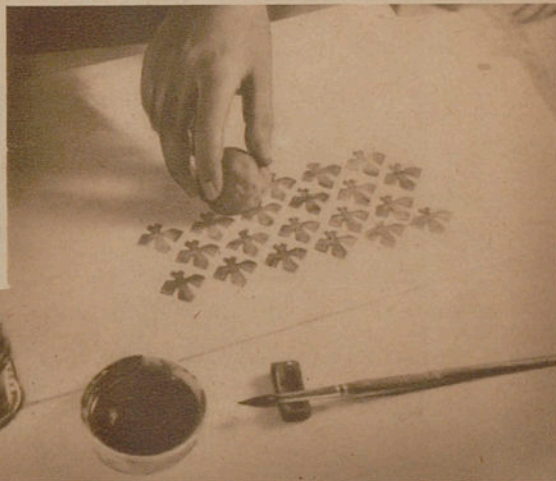
Atinta-se o carimbo assentando-o na tinta (2). Coloca-se, em seguida, no sítio escolhido na folha de papel. Prime-se um pouco (3) e levanta-se depois com cuidado, como se faz com um carimbo vulgar. Impresso o primeiro motivo, repete-se quantas vezes convenha.

Em vez da batata, que se trabalha muito facilmente ao fim de poucas experiências, pode usar-se qualquer substância macia e de alguma elasticidade, como madeira, cortiça, ou borracha.

Empregando carimbos podem obter-se decorações

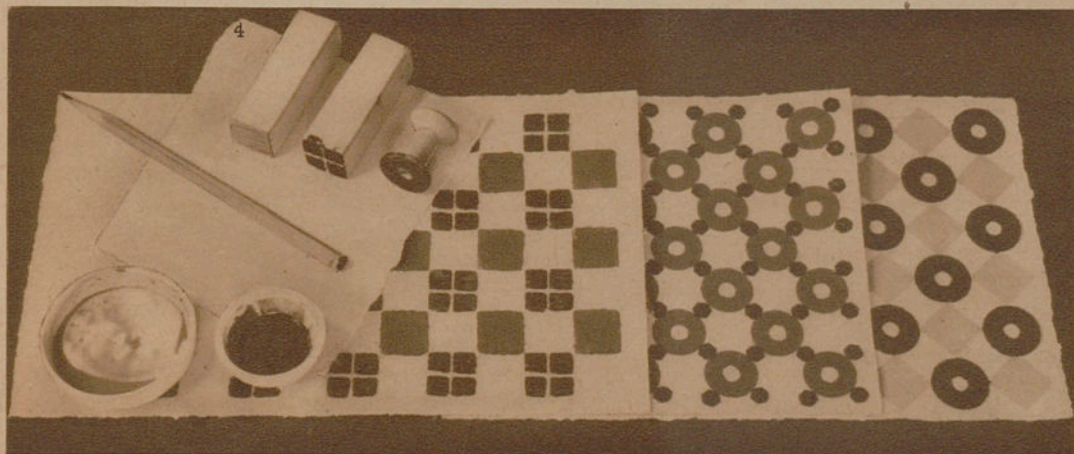


2



3

vistas com elementos muito simples. Por exemplo, topos de dois pequenos paralelepípedos e de um lápis, ainda por aparar, e um carrinho de linha (4) permitem arranjar combinações, a várias cores, de um belo decorativo.

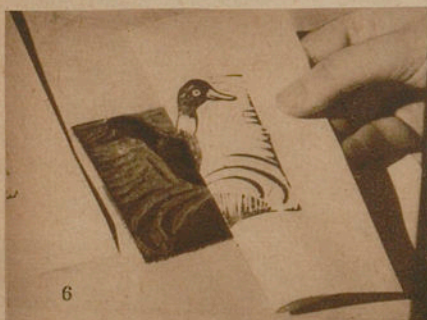
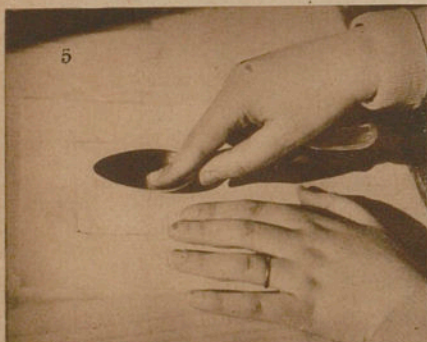
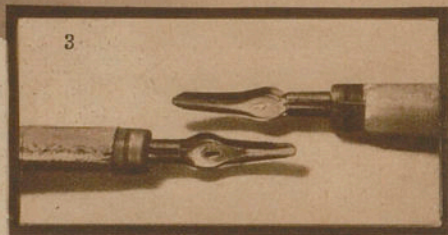
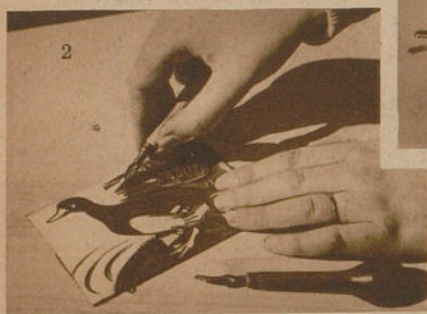


4

## O LINOLEO

(ou gravura em oleado)

## Material necessário :



Um pedaço de oleado liso e espesso, para sobrado (linoleo). Não serve, para este efeito, o oleado fino (de mesa), policrômico, ou com relevos.

Pequenas goivas (goivinhas), com o formato indicado na figura (1, 2 e 3), para gravar o oleado. Pode usar-se o canivete, mas torna-se difícil o trabalho.

Tintas: de aguarela ou de têmpera, para desenhar e pintar no oleado (1 e 2) e tinta de impressão tipográfica (1 e 4). Também pode imprimir-se usando tinta de têmpera.

Um rôlo de atintar (de gelatina ou de borracha), dos usados nas oficinas tipográficas (1 e 4).

É necessário dispor de uma superfície plana uniforme para distribuir a tinta, atintando o rôlo (4). Serve um pedaço de vidraça ou de mármore com uma fase bem lisa.

Fôlhas de papel para imprimir.

Para tirar provas à mão, usa-se uma colher de sopa (1 e 5) com que se prime o papel sobre a gravura previamente atintada.



## BREVES INDICAÇÕES PARA A EXECUÇÃO DA GRAVURA EM OLEADO (LINOLEO)

Prepara-se o pedaço de oleado que queremos utilizar, pintando a sua superfície lisa (face superior) a branco. Deixa-se secar bem.

Desenha-se, com lápis macio, num papel delgado, o motivo ou composição que se quer reproduzir. É este o *projecto*. É necessário que este desenho fique o mais perfeito possível, porque depois é muito difícil corrigir qualquer êrro.

Inverte-se o desenho, colocando-o sôbre a face do oleado prèviamente pintada de branco. Segura-se bem e, com lápis rijo, decalca-se com muito cuidado.

Pinta-se a negro (ou qualquer outra côr) a figura que queremos imprimir.

Desbasta-se, cortando com as goivinhas, a parte do oleado que continuou pintada a branco (*Estampa XXXVI-2*). É necessário não ter pressa e trabalhar com o maior cuidado, porque qualquer erro cometido no corte não pode corrigir-se. Lava-se, para tirar a tinta com que distinguimos o que deve ser impresso.

É manifesto que com o hábito pode dispensar-se o desenho do *projecto* e as pinturas prèvias, gravando-se directamente, sem perder de vista que na gravura aparece invertida a figura que desejamos obter. Tal processo não é de aconselhar, visto que conduz freqüentemente ao insucesso e, portanto, ao desânimo.

Verifica-se se o rôlo de atintar está escrupulosamente limpo. Ao fim de cada sessão de trabalho é indispensável limpar muito bem o rôlo.

Coloque-se sôbre a vidraça ou mármore um pouco de tinta de impressão. Passe-se sôbre a tinta repetidamente e em direcções diferentes o rôlo, até se conseguir que este fique com uma camada não muito espêssa, mas muito homogênea, de tinta (*Estampa XXXVI-4*).

Pode atintar-se a tinta de têmpera, mas a tinta de impressão é preferível.

Passa-se o rôlo atintado sôbre a gravura que se mantém apoiada numa superfície plana. Ao mesmo tempo que se faz rolar o atintador, prime-se um pouco. Verifica-se se toda a gravura está bem atintada. Só a prática conduz a um atintamento suficientemente perfeito.

Coloca-se, sôbre a gravura atintada, uma fôlha de papel e «afaga-se» cuidadosamente com a colher, como se indica na *estampa* XXXVI-5. Há que percorrer todo o desenho, sem mecher o papel.

Levanta-se o papel cuidadosamente, como se indica na *estampa* XXXVI-6. Está impresso o nosso motivo de decoração (*Estampa* XXXVI-7).

Os erros maiores vêm: de um mau atintamento, de não segurar bem o papel quando se imprime com a colher e de não se premir com esta uniformemente quando se percorre o desenho para imprimir.

A gravura de oleado pode montar-se em madeira e utilizar-se, com essa montagem, em tipografia, tal como se se tratasse de zincogravura.

Uma fôlha de linoleo pode dar 10.000 impressões.

---

### Nota

Os processos práticos de decoração repetida (estampilha, carimbo e linoleo) não fazem parte do programa da disciplina de Desenho.

Consideramos os referidos processos Trabalhos Manuais de segura acção educativa e úteis ensinamentos para a vida prática. Porque utilizam directa e imediatamente o Desenho, simplificando-o quando há que fazer numerosas repetições, aqui se lhes consagrou êste breve capítulo final.

# Índice

---

PREFÁCIO .....	V
ADVERTÊNCIA .....	VII
DO PRIMEIRO MATERIAL :	
Seu uso e conservação .....	IX
Do traçado a lápis .....	XVI
Do traçado a tinta. Material complementar .....	XVIII
Do colorido. Material complementar .....	XXII
PROGRAMA .....	XX

---

Primeiro ano .....	1
Segundo ano .....	43
Terceiro ano .....	65



ACABOU DE IMPRIMIR-SE  
ESTA OBRA NO DIA QUA-  
TRO DE OUTUBRO DE MIL  
NOVECENTOS E TRINTA E  
SETE, NA TIPOGRAFIA DE  
«O JORNAL DO COMÉRCIO  
E DAS COLÓNIAS», RUA  
DOUTOR LUIZ DE ALMEI-  
DA E ALBUQUERQUE, NÚ-  
MERO CINCO, EM LISBOA

1937





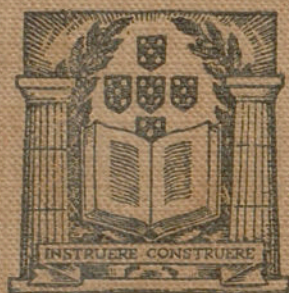


RÓ  
MU  
LO



CENTRO CIÊNCIAS VVA  
UNIVERSIDADE COIMBRA

\*1329743520\*



Preço : Esc. ████████

LIVRARIA SÁ DA COSTA • EDITORA  
24, L. POÇO NOVO • LISBOA