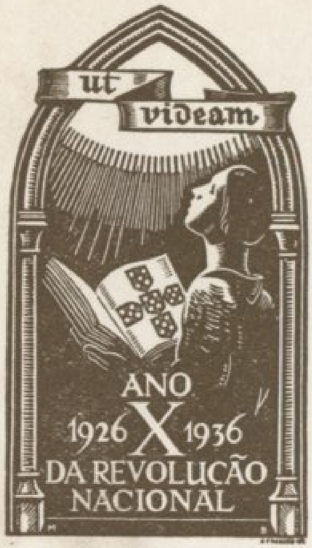
ut
videam
ANO
1926 X 1936
DA REVOLUÇÃO
NACIONAL

UNIDADES ELECTRICAS

POR

HENRIQUE TEIXEIRA BASTOS

Licenciado em Philosophia

COIMBRA
IMPRENSA DA UNIVERSIDADE
1884

DISSERTAÇÃO INAUGURAL

PARA O

ACTO DE CONCLUSÕES MAGNAS

NA

FACULDADE DE PHILOSOPHIA

DA

UNIVERSIDADE DE COIMBRA

A

MEU PAE

Vamos expôr o systema de unidades electricas actualmente adoptado.

Procuraremos desembaraçar a exposição do calculo mathematico, tanto quanto nos fôr possivel.

Parece-nos que o nosso trabalho ficará d'este modo muito mais simples e reduzido a dimensões muito menores.

A materia divide-se naturalmente em tres partes — a definição da unidade, a sua comparação com uma unidade arbitraria e a sua representação material. D'aqui a divisão d'este trabalho em tres capitulos correspondentes.

Sirva a novidade do assumpto e a exiguidade dos nossos recursos de desculpa ás muitas imperfeições que elle encerra.

Coimbra, maio de 1884.

INTRODUCÇÃO

O Congresso de electricidade, reunido em Paris em setembro de 1881, estabelecendo a uniformidade das unidades electricas, prestou á sciencia um relevantissimo serviço. Era urgente estabelecer um systema de unidades, em vista dos immensos progressos que nos ultimos tempos se têm realisado em electricidade, e que, no campo da pratica, deram logar pelo seu numero a uma nova arte — a electrotechnica.

Antes do Congresso reinava a maior confusão na nomenclatura e na definição das unidades electricas. Em geral, na avaliação da mesma grandeza, cada experimentador propunha a sua unidade, segundo as necessidades de occasião, sem se preoccupar com as relações que a deviam ligar a todas as outras. Assim, as quatro principaes grandezas que se consideram em electricidade, quantidade, intensidade, força electromotriz e resistencia, eram avaliadas segundo unidades muito diversas.

A unidade de quantidade é aquella para que existiu menor confusão, por ser tambem a determinação d'esta grandeza a menos frequente na pratica. Por um motivo analogo não eram ainda muito consideraveis as divergencias a respeito das unidades de intensidade e de força electromotriz.

Na determinação da intensidade da corrente, muitos limitavam-se a observar o galvanometro, outros empregavam como unidade de intensidade a corrente que, decompondo a agua, produz num minuto, a 0° C. e á pressão de $0^m,76$, um centimetro cubico de hydrogenio. Muitos adoptavam o *weber*, mas a unidade designada com este nome era differente na Allemanha e na Inglaterra: na Allemanha o *weber* era uma corrente fraca obtida por cinco elementos Daniell num fio telegraphico ordinario de uma milha; na Inglaterra chamava-se *weber* a uma corrente dez vezes maior.

Na determinação da força electromotriz, a unidade mais seguida era a força electromotriz de um elemento Daniell. Regnault adoptava a de um elemento thermoelectrico de cobre e bismutho cujas soldaduras estavam a 0° C. e a 100° C. A Associação Britannica empregava o *volt*.

As unidades de resistencia propostas eram as mais numerosas. Wheatstone tomava para unidade a resistencia de um fio de cobre puro, tendo de comprimento um pé inglez ($0^m,30479$) e de peso 100 grãos ($6^{gr},4799$). A unidade de Jacobi era representada por um fio de cobre de 25 pés ($7^m,61975$) de comprimento e 345 grãos ($22^{gr},4932$) de peso. Becquerel usava de um fio de prata, Hankel de um fio de ferro, Buff e Horsford de um fio de prata allemã. Marié Davy, Pouillet, De la Rive e Werner Siemens adoptavam uma columna de mercurio, a 0° C., de 1^m de comprimento e $0^{m.q.},001$ de secção (unidade Siemens). A Associação Britannica empregava o *ohm*.

As administrações telegraphicas tinham todas a sua unidade especial. Na Inglaterra empregava-se um fio de cobre, tendo um comprimento de uma milha ingleza (1609^m) e um diametro de $\frac{1}{16}$ de pollegada; na França, um fio de ferro de um kilometro de comprimento e $0^m,004$ de diametro; na Allemanha, o fio de ferro n.º 8, tendo de comprimento uma milha allemã (7420^m) e de diametro $\frac{1}{6}$ de pollegada; na Suissa, um fio de ferro de $0^m,003$ de diametro e de uma legua suissa (4800^m) de comprimento.

Das unidades propostas, só a da Associação Britannica tinha relação com as outras unidades.

Vê-se, pois, como, para as differentes grandezas electricas, era grande a divergencia na escolha da unidade. Foi a esta divergencia que o Congresso poz termo, adoptando com leves modificações o systema de unidades usado pela Associação Britannica.

Estabelecido assim um systema racional de unidades electricas, o conhecimento das unidades ha de generalisar-se cada vez mais, e será indispensavel dentro em breve.

Ao seculo actual chamam já alguns o seculo da electricidade. Orgãos especiaes, como *La lumière électrique*, em França, a *Elektrotechnische Zeitschrift*, a *Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre*, na Allemanha, divulgam os constantes progressos da sciencia electrica nas suas variadas applicações. Pode, pois, já prever-se qual será o grande papel reservado no futuro á electricidade.

Estamos inteiramente convencidos de que não virá longe o tempo em que as unidades electricas serão ensinadas nas escholas primarias, a par do systema metrico decimal.

n.º 8, tendo de comprimento uma milha allemã (7420m), e de diametro $\frac{1}{4}$ de pollegada; na Suissa, um fio de ferro de 0m,003 de diametro e de uma legua suissa (4800m) de comprimento.

Das unidades propostas, só a da Associação Britannica tinha relação com as outras unidades.

Vê-se, pois, como, para as differentes grandezas electricas, era grande a discordancia na escolha da unidade. Foi a esta divergencia que o Congresso pôz termo, adoptando com leves modificações o systema de unidades usado pela Associação Britannica.

Estabelecido assim um systema racional de unidades electricas, o conhecimento das unidades ha de generalisar-se cada vez mais, e será indispensavel dentro em breve.

Ao seculo actual chamam já alguns o *seculo da electricidade*. Orgãos especiaes, como *La lumière électrique*, em França, a *Electrotechnische Zeitschrift*, a *Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre*, na Allemanha, divulgam os constantes progressos da sciencia electrica nas suas variadas applicações. Pode, pois, já prever-se qual será o grande papel reservado no futuro á electricidade.

Estamos intimamente convencidos de que não virá longe o tempo em que as unidades electricas serão ensinadas nas escholas primarias, a par do systema metrico decimal.

CAPITULO I

I. — Unidades fundamentaes e derivadas. II. — Unidades mechanicas. III. — Systemas electricos. IV. — Determinação de v e sua significação.

I

O valor numerico de uma quantidade avalia-se pela sua relação com uma grandeza conhecida da mesma especie chamada unidade. Ha tantas unidades diversas quantas são as grandezas de differente especie que se consideram. Todos os systemas de unidades podem ser *absolutos* ou *arbitrarios*. É absoluto um systema, quando as suas unidades estão relacionadas entre si do modo mais simples; arbitrario, quando esta condição não é satisfeita. Assim, as tres unidades metro linear, metro quadrado e metro cubico, formam um systema absoluto; mas, se houver mudança numa ou duas d'aquellas unidades, o systema tornar-se-ha arbitrario.

Devemos distinguir ainda duas ordens de systemas absolutos: uma inferior, se ha apenas coordenação entre as unidades de um certo grupo de grandezas; outra superior, se esta coordenação se extende ás unidades de todas as grandezas da natureza. É claro que são preferiveis os systemas da segunda categoria.

Todos os phenomenos da natureza estão relacionados entre si do modo mais intimo: todos elles são movimentos da materia.

Todo o movimento é definido por meio de relações entre o espaço e o tempo. Somos, pois, levados a considerar tres grandezas *fundamentaes:* comprimento, massa e tempo. Todas as outras grandezas dependem d'estas, e chamam-se por este motivo *derivadas.*

As leis naturaes exprimem esta dependencia; de sorte que, escolhidas as unidades das grandezas fundamentaes (unidades fundamentaes), todas as outras (unidades derivadas) serão expressas em funcção d'aquellas.

A escolha das unidades fundamentaes é mais ou menos arbitraria; as unidades derivadas escolhem-se de modo que as formulas que as ligam ás fundamentaes, fiquem desembaraçadas de todos os coefficientes inuteis.

Designando por L, M e T um comprimento, uma massa e um tempo, e por Q uma grandeza derivada qualquer, será, em geral,

$$Q = k L^{\alpha} M^{\beta} T^{\gamma},$$

sendo k um coefficiente constante; ou, representando por lettras entre colchetes as unidades das grandezas a que essas lettras se referem,

$$[Q] = [L^{\alpha} M^{\beta} T^{\gamma}].$$

Nas expressões precedentes, o segundo membro chama-se a *dimensão* ou o *symbolo* do primeiro; e diz-se que este é, com relação a cada uma das grandezas do segundo, respectivamente dos gráos α, β e γ. O valor numerico de Q é inversamente proporcional a [Q], ou são inversamente proporcionaes as dimensões da unidade e as da grandeza que ella mede. Pode ser nullo algum dos expoentes α, β, γ; o que significa que Q é independente da grandeza fundamental respectiva. Sendo nullos dois expoentes, Q converte-se numa grandeza fundamental ou numa quantidade dependente d'ella só. Se, emfim, forem nullos os tres expoentes, Q representará simplesmente um numero abstracto.

Unidade de comprimento. — Importa escolher para unidades fundamentaes grandezas invariaveis o mais possivel. Relativamente á unidade de comprimento, deve notar-se que não ha na natureza comprimentos invariaveis que possamos tomar para termo de comparação. O unico comprimento invariavel é o comprimento de onda, no vazio, de um determinado raio do espectro. Mas esta grandeza é extremamente pequena e de difficil determinação; na pratica ter-se-hia de recorrer a um multiplo, e o erro commettido nesta determinação viria assim consideravelmente multiplicado. A unidade fundamental foi, á vista d'isto, buscar-se ao systema metrico decimal.

Theoricamente, o metro é $\frac{1}{40.000000}$ do meridiano terrestre; mas, praticamente, é um comprimento egual ao que possue a 0° C. uma regua de platina chamada *metro padrão* e guardada em Paris, nos Archivos.

Esta segunda definição é a unica rigorosa.

A Associação Britannica escolheu o metro para unidade fundamental de comprimento; Gauss e Weber adoptaram o millimetro; W. Thomson e o Congresso, o centimetro.

Unidade de massa. — Para unidade de massa escolheu-se a massa do gramma ou o *gramma-massa*, unidade já adoptada pela Associação Britannica, isto é, a massa de um centimetro cubico de agua destillada, á temperatura de 4° C.

Gauss e Weber adoptavam o *milligramma-massa*.

A massa determina-se pela balança. Vulgarmente diz-se que a balança determina pesos, o que não é exacto: no peso entram dois elementos, a massa e a acceleração da gravidade, o ultimo dos quaes é dado pelo pendulo. Mas na pratica esta distincção não tem importancia, porque, num dado logar, a gravidade é constante, e a relação de dois pesos é a das suas massas.

Adoptando-se o gramma para unidade de massa, só podia escolher-se para unidade de comprimento o centimetro, como se fez, para que a densidade da agua fosse egual á unidade. Se, por exemplo, se adoptasse o metro, a densidade da agua viria egual a um milhão, e a densidade de uma substancia seria um milhão de vezes o seu peso especifico.

Unidade de tempo. — Como unidade de tempo tem sido geralmente adoptado o segundo sexagesimal do tempo medio. Este tempo medio não é directamente determinavel; só se determinam directamente o tempo sideral e o tempo solar verdadeiro. O dia solar verdadeiro é variavel, e não pode servir, portanto, para a medição do tempo. O dia sideral tem uma relação constante com o dia solar medio: é menor do que elle $3' \, 56'' \, ^5/_9$, de sorte que o pendulo de segundos é proximamente $2 \, ^1/_2$ millimetros mais curto para o tempo sideral do que para o tempo medio.

C. Bohn admitte só como grandezas fundamentaes o comprimento e o tempo; a massa é, segundo elle, uma grandeza derivada, cujas dimensões, deduzidas da lei da gravitação de Newton, são $L^3 T^{-2}$. Mas em todas as equações da mechanica são independentes entre si a massa, o comprimento e o tempo; deve, pois, considerar-se tambem a massa como grandeza fundamental. Demais, Bohn suppõe que o coefficiente da lei de Newton é independente do meio intermediario, o que não está provado. Pelo contrario, a homogeneidade da formula que traduz esta lei, exige que se considere aquelle coefficiente funcção de L, M e T, como fizeram Herwig e Volkmann, sendo as suas dimensões $L^3 M^{-1} T^{-2}$.

II

O systema que tem por unidades fundamentaes o centimetro, o gramma e o segundo, chama-se *systema* C. G. S., e as unidades d'este systema chamam-se *unidades* C. G. S. Antes de vermos como as quantidades electricas se podem referir ás tres unidades fundamentaes, é necessario definir as unidades absolutas das principaes grandezas que se consideram em mechanica — a velocidade, a acceleração, a força e o trabalho.

Unidade de velocidade. — Velocidade de um movel é a relação entre o espaço percorrido num certo intervallo de tempo e esse intervallo. É, pois,

$$V = \frac{L}{T} = LT^{-1} \text{ e } [V] = [LT^{-1}],$$

ou a unidade de velocidade é a do movel que percorre um centimetro num segundo.

Unidade de acceleração. — Acceleração é a relação entre o augmento da velocidade num certo intervallo de tempo e esse intervallo. É, pois,

$$A = \frac{V' - V}{T} = \frac{LT^{-1}}{T} = LT^{-2} \text{ e } [A] = [LT^{-2}].$$

Assim a unidade de acceleração é a do movel cuja velocidade augmenta um centimetro por segundo.

O valor da acceleração da gravidade, em unidades C. G. S., é expresso approximadamente, em qualquer parte da superficie da terra, pela formula

$$g = 980,6056 - 2,5028 \cos 2\lambda - 0,000003\,h,$$

onde λ designa a latitude e h a altitude.

Dividindo a equação precedente por π^2, acha-se para comprimento do pendulo de segundos

$$l = 99,3562 - 0,2536 \cos 2\lambda - 0,0000003\,h.$$

Ao nivel do mar estas formulas dão:

no equador.......	$g = 978,10$	e	$l = 99,103$
a 45° de latitude...	$g = 980,61$	e	$l = 99,356$
no polo..........	$g = 983,11$	e	$l = 99,610.$

Unidade de força. — A relação $\frac{F}{A}$ entre uma força e a acceleração que ella imprime a uma massa M, num certo intervallo de tempo, depende unicamente da grandeza de M, e é

$$\frac{F}{A} = M, \text{ d'onde } F = MA = LMT^{-2} \text{ e } [F] = [LMT^{-2}].$$

A unidade de força é, pois, a que imprime á massa de um gramma a acceleração de um centimetro por segundo. Esta unidade recebeu o nome de *dyne*.

O peso de um gramma imprime á sua massa a acceleração g. O gramma vale, pois, g dynes.

Ao nivel do mar temos, portanto:

no equador...... 1 gr. $= 978^{dyn.},10$
a 45° de latitude... 1 gr. $= 980^{dyn},61$
no polo......... 1 gr. $= 983^{dyn.},11$.

Vê-se que o dyne é um pouco maior que o milligramma.

Unidade de trabalho. — Trabalho de uma força é o producto da força pelo espaço percorrido pelo seu ponto de applicação na direcção do movimento. É, pois,

$$W = FL = L^2MT^{-2} \text{ e } [W] = [L^2MT^{-2}].$$

A unidade de trabalho é, portanto, o trabalho effectuado por um dyne cujo ponto de applicação se desloca um centimetro. Esta unidade recebeu o nome de *erg*.

O kilogrammetro vale 100.000 . g ergs. Temos, portanto, ao nivel do mar:

no equador........ 1 kilogram. = 97.810000 ergs
a 45° de latitude... 1 kilogram. = 98.061000 »
no polo .... 1 kilogram. = 98.311000 » .

O erg é um pouco maior que $\frac{1}{10^8}$ do kilogrammetro.

O equivalente mechanico da unidade de calor — o trabalho correspondente á quantidade de calor necessaria para elevar 1° C. a temperatura de um gramma de agua destillada, na sua maxima densidade — vale $4,22 \times 10^7$ ergs.

III

As grandezas electricas e magneticas não podem, no estado actual da sciencia, exprimir-se directamente em funcção das grandezas fundamentaes, do mesmo modo que as mechanicas. É necessario recorrer a noções extranhas que estabeleçam esta ligação; e, segundo a nossa escolha, teremos outros tantos systemas de unidades electricas. O systema nomeia-se pela designação da noção auxiliar. Teremos assim o systema *electrostatico*, o *electromagnetico*, o *electrodynamico*, o *electrothermico*, o *electrochimico*, etc.

As dimensões das unidades electricas foram deduzidas por Maxwell de um modo muito completo, dispondo as quantidades electricas primarias em dois grupos de tres pares, de modo que o producto das quantidades de cada par representasse um trabalho.

Vamos fazer esta deducção por um processo analogo.

As principaes quantidades primarias que se consideram em electricidade e magnetismo, são:

	SYMBOLOS
(1) Quantidade de electricidade..........	e
(2) Potencial electrico e força electromotriz..	V_e
(3) Densidade electrica.................	D
(4) Intensidade do campo electrico........	E_e
(5) Intensidade da corrente.............	I
(6) Quantidade de magnetismo..........	m
(7) Potencial magnetico...............	V_m
(8) Intensidade do campo magnetico.......	E_m
(9) Intensidade de magnetisação.........	μ

Entre estas quantidades existem as seguintes relações:

$$[eV_e]=[m\,V_m]=[L^2MT^{-2}]\ldots\ldots(1)$$

$$[eE_e]=[m\,E_m]=[L\,MT^{-2}]\ldots\ldots(2)$$

$$\left[\frac{e}{D}\right]=\left[\frac{m}{\mu}\right]=[L^2]\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

$$\left[\frac{e}{I}\right]=[T]\ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

$$[\,m\,e\,]=[L^2MT^{-1}]\ldots\ldots(5).$$

As equações (1) resultam da definição mechanica de potencial. *Potencial* num ponto é o trabalho necessario para conduzir a unidade de massa (electrica ou magnetica) desde esse ponto até ao infinito. O producto da unidade de massa pela unidade de potencial deve, pois, representar a unidade de trabalho, cujas dimensões são $[L^2MT^{-2}]$.

O trabalho gasto para conduzir a unidade de electricidade de um ponto a outro é egual á differença de potencial dos dois pontos. Esta differença de potencial chama-se *força electromotriz* entre os dois pontos, porque, se os ligarmos por um conductor, estabelece-se entre elles uma corrente. Da definição de força electromotriz resulta que as suas dimensões são as mesmas que as do potencial electrico.

O espaço onde existe um potencial (electrico ou magnetico), chama-se *campo* (electrico ou magnetico). Todos os pontos do campo que estão ao mesmo potencial, acham-se sobre uma *superficie de nivel* determinada.

A força é, em cada ponto, normal á superficie de nivel que por elle passa, ou tangente á linha de força respectiva.

O campo não tem limites; mas, para uma pequena quantidade de electricidade ou magnetismo, pode suppor-se limitado, porque, a grande distancia, a acção electrica ou magnetica é insensivel.

Intensidade do campo num ponto é a força que actua sobre a unidade de massa (electrica ou magnetica) collocada nesse ponto. Multiplicando a unidade de intensidade do campo pela unidade de electricidade ou magnetismo, obter-se-ha, pois, a unidade de força, cujas dimensões são $[LMT^{-2}]$.

As equações (3) fundam-se nas definições de densidade electrica e intensidade de magnetisação.

Densidade electrica é a quantidade de electricidade existente na unidade de superficie.

Intensidade de magnetisação de um magnete é o momento da unidade de volume, entendendo-se por momento de um magnete o producto da força de um dos polos pela distancia que os separa.

A equação (4) é a expressão da lei de Faraday.

A equação (5) estabelece a relação entre a electricidade e o magnetismo. Esta equação resulta da lei de Ampère sobre as acções electromagneticas elementares. A acção f de um elemento de corrente sobre um polo magnetico, situado na perpendicular tirada do meio do elemento, é directamente proporcional á quantidade m de magnetismo, á intensidade I da corrente e ao comprimento ds do elemento, e inversamente proporcional á distancia r do elemento ao polo. Tem-se, pois,

$$f = \frac{m\mathrm{I}ds}{r^2} \quad \text{ou} \quad \frac{fr^2}{ds} = m\mathrm{I}, \quad \text{ou ainda} \quad f\mathrm{L} = \frac{me}{\mathrm{T}},$$

por ser $\mathrm{I} = \frac{e}{\mathrm{T}}$, segundo a lei de Faraday.

Ora o primeiro membro, que é o producto de uma força por um comprimento, representa um trabalho. É, pois,

$$[L^2MT^{-2}]=[meT^{-1}] \text{ ou } [me]=[L^2MT^{-1}].$$

As equações da pagina 13 são apenas oito, em quanto que são nove as grandezas cujas dimensões se pretende determinar. Mas todas as quantidades se podem exprimir em funcção de uma d'ellas e das unidades fundamentaes.

Tomando como unidades independentes e ou m, teremos

$$(1)\ldots\ldots[e]=[e]=\left[\frac{L^2M}{mT}\right]$$

$$(2)\ldots\ldots[V_e]=\left[\frac{L^2M}{eT^2}\right]=\left[\frac{m}{T}\right]$$

$$(3)\ldots\ldots[D]=\left[\frac{e}{L^2}\right]=\left[\frac{M}{mT}\right]$$

$$(4)\ldots\ldots[E_e]=\left[\frac{LM}{eT^2}\right]=\left[\frac{m}{LT}\right]$$

$$(5)\ldots\ldots[I]=\left[\frac{e}{T}\right]=\left[\frac{L^2M}{mT^2}\right]$$

$$(6)\ldots\ldots[m]=\left[\frac{L^2M}{eT}\right]=[m]$$

$$(7)\ldots\ldots[V_m]=\left[\frac{e}{T}\right]=\left[\frac{L^2M}{mT^2}\right]$$

$$(8)\ldots\ldots[E_m]=\left[\frac{e}{LT}\right]=\left[\frac{LM}{mT^2}\right]$$

$$(9)\ldots\ldots[\mu]=\left[\frac{M}{eT}\right]=\left[\frac{m}{L^2}\right]$$

Estas formulas são exactas em qualquer systema.

Se formarmos com as grandezas precedentes as duas linhas

$$\begin{array}{cccc|cccc} e, & D, & E_m, & IeV_m & V_e, & E_e, & \mu, & m \\ m, & \mu, & E_e, & V_e & IeV_m, & E_m, & D, & e, \end{array}$$

vê-se que as quantidades da primeira linha derivam de e e m do mesmo modo que as correspondentes da segunda de m e e. A ordem das quantidades da segunda linha é exactamente a inversa da ordem das da primeira linha. As quatro primeiras quantidades da primeira linha, que são as quatro ultimas da segunda, têm e em numerador e m em denominador; as quatro ultimas da primeira linha, ou as quatro primeiras da segunda, têm m em numerador e e em denominador.

Os systemas mais importantes são o electrostatico e o electromagnetico.

O systema electrostatico funda-se na definição de unidade de electricidade deduzida da lei de Coulomb — a quantidade que, á unidade de distancia, exerce sobre uma quantidade egual a unidade de força. Temos, pois, visto serem LMT^{-2} as dimensões da força,

$$[LMT^{-2}] = \left[\frac{e^2}{L^2}\right], \text{ d'onde } [e] = \left[L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}\right],$$

e, substituindo na equação (6) da pagina 15,

$$[m] = \left[L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}\right].$$

O systema electromagnetico funda-se numa definição semelhante da unidade de magnetismo deduzida tambem da lei de Coulomb. Temos, pois, neste systema

$$[e] = \left[L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}\right], \quad [m] = \left[L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}\right].$$

Substituindo os valores de e e m nas formulas da pagina 15, temos:

SYMBOLOS	SYST. ELECTROST.	SYST. ELECTROM.
e	$\left[L^{\frac{3}{2}}\,M^{\frac{1}{2}}\,T^{-1}\right]$	$\left[L^{\frac{1}{2}}\,M^{\frac{1}{2}}\right]$
V_e	$\left[L^{\frac{1}{2}}\,M^{\frac{1}{2}}\,T^{-1}\right]$	$\left[L^{\frac{3}{2}}\,M^{\frac{1}{2}}\,T^{-2}\right]$
D	$\left[L^{-\frac{1}{2}}\,M^{\frac{1}{2}}\,T^{-1}\right]$	$\left[L^{-\frac{3}{2}}\,M^{\frac{1}{2}}\right]$
E_e	$\left[L^{-\frac{1}{2}}\,M^{\frac{1}{2}}\,T^{-1}\right]$	$\left[L^{\frac{1}{2}}\,M^{\frac{1}{2}}\,T^{-2}\right]$
I	$\left[L^{\frac{3}{2}}\,M^{\frac{1}{2}}\,T^{-2}\right]$	$\left[L^{\frac{1}{2}}\,M^{\frac{1}{2}}\,T^{-1}\right]$
m	$\left[L^{\frac{1}{2}}\,M^{\frac{1}{2}}\right]$	$\left[L^{\frac{3}{2}}\,M^{\frac{1}{2}}\,T^{-1}\right]$
V_m	$\left[L^{\frac{3}{2}}\,M^{\frac{1}{2}}\,T^{-2}\right]$	$\left[L^{\frac{1}{2}}\,M^{\frac{1}{2}}\,T^{-1}\right]$
E_m	$\left[L^{\frac{1}{2}}\,M^{\frac{1}{2}}\,T^{-2}\right]$	$\left[L^{-\frac{1}{2}}\,M^{\frac{1}{2}}\,T^{-1}\right]$
μ	$\left[L^{-\frac{3}{2}}\,M^{\frac{1}{2}}\right]$	$\left[L^{-\frac{1}{2}}\,M^{\frac{1}{2}}\,T^{-1}\right]$

Os quocientes d'estas grandezas são em alguns casos quantidades de grande importancia. Assim temos:

		SYMBOLOS	SYST. ELECTROST.	SYST. ELECTROM.
(10)	$\frac{e}{V_e}$ = capacidade electrica	C	$[L]$	$[L^{-1}T^2]$
(11)	$\frac{D}{E_e}$ = capacid. induct. especifica	C_e	1	$[L^{-2}T^2]$
(12)	$\frac{\mu}{E_m}$ = capacid. induct. magnet.	C_m	$[L^{-2}T^2]$	1
(13)	$\frac{V_e}{I}$ = resist. de um conductor	R	$[L^{-1}T]$	$[LT^{-1}]$

A ultima equação é a expressão da lei de Ohm. Vê-se que a resistencia é numericamente egual a uma velocidade, no systema electromagnetico.

Podemos dar uma interpretação physica d'este resultado.

Supponhamos um circuito fechado, formado de dois fios parallelos, indefinidos, de resistencia desprezivel, e de dois fios perpendiculares a estes, um fixo de resistencia R, o outro movendo-se parallelamente a si mesmo com uma velocidade V. Se a distancia dos fios parallelos fôr egual á unidade, e o deslocamento do fio movel fôr perpendicular ás linhas de força de um campo magnetico de intensidade egual á unidade, a força electromotriz de inducção será egual a V; e, sendo I a intensidade da corrente, será

$$I = \frac{V}{R}.$$

Para $I = 1$, é $V = R$.

Logo a resistencia de um conductor é a velocidade com que um fio de comprimento egual á unidade deve deslocar-se normalmente ás linhas de força de um campo magnetico de intensidade egual á unidade, para produzir nessa resistencia uma corrente egual á unidade.

A resistencia absoluta de um conductor não deve confundir-se com a sua resistencia especifica. Ha entre ellas a seguinte relação

$$R = R_s \times \frac{l}{s},$$

onde R_s é a resistencia especifica, l o comprimento do circuito e s a secção. É, pois,

$$[R_s] = [R \, . \, L];$$

e nos systemas electrostatico e electromagnetico temos respectivamente

$$[R_s] = [T] \quad , \quad [R_s] = [L^2 T^{-1}].$$

As dimensões da resistencia especifica são inversas das da conductibilidade electrica.

Depois do electrostatico e do electromagnetico, o systema mais importante é o electrodynamico. Neste systema parte-se da definição de unidade de corrente deduzida da formula de Ampère

$$F = k \frac{I I' \, ds \, ds'}{r^2} (2 \cos \omega - 3 \cos \theta \cos \theta'):$$

a corrente que passa num elemento egual á unidade para que exerça a unidade de força sobre um elemento egual e parallelo, situado sobre a perpendicular commum, á unidade de distancia. É, pois,

$$[I^2] = [LMT^{-2}] \text{ ou } [I] = \left[L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}\right].$$

É a dimensão que tinhamos achado no systema electromagnetico. Esta concordancia dá-se com todas as grandezas electricas e magneticas.

Deve, portanto, haver uma relação numerica constante entre as unidades correspondentes dos dois systemas. Determinando a mesma quantidade em medida electromagnetica e electrodynamica, acha-se que, para obter o valor numerico de uma quantidade no systema electrodynamico, é necessario multiplicar por uma potencia de 2 o seu valor no systema electromagnetico. O numero de unidades electrodynamicas contidas numa unidade electromagnetica é:

$$
\begin{array}{lll}
\text{Para} & e,\ D,\ I,\ V_m,\ E_m \ldots\ldots & \sqrt{2} \\
\text{»} & V_e,\ E_e,\ m,\ \mu \ldots\ldots\ldots\ldots & \dfrac{1}{\sqrt{2}} \\
\text{»} & C,\ C_e \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & 2 \\
\text{»} & C_m,\ R \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \dfrac{1}{2}.
\end{array}
$$

Uma unidade electromagnetica contem, pois, 2^{α} unidades electrostaticas, onde

$$\alpha = 1, -1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}.$$

O systema electrodynamico confunde-se essencialmente com o electromagnetico.

Tem sido julgada por alguns physicos menos exacta a deducção das dimensões das diversas grandezas electricas, tal como a apresentámos e foi feita por Maxwell pela primeira vez.

Mercadier e Vaschy observam com razão que a suppressão dos coefficientes que entram nas formulas de Coulomb sobre a electricidade e o magnetismo e na de Ampère sobre as acções electrodynamicas elementares, não pode fazer-se sem que primeiro se tenha provado que elles são independentes das propriedades do meio onde se produzem os phenomenos.

Com effeito, no caso contrario, estes coefficientes representariam uma grandeza physica exprimivel em comprimento, massa e tempo.

Aquelles physicos suppoem que, restabelecidos elles, as grandezas electricas serão expressas *de uma unica maneira* em funcção das grandezas fundamentaes.

Segundo Mercadier e Vaschy, o coefficiente da formula de Coulomb sobre a electricidade varia na razão inversa da capacidade inductiva especifica do meio; mas os coefficientes da formula de Coulomb sobre o magnetismo e o da de Ampère são independentes do meio. O systema electromagnetico seria assim o unico systema electrico racional, o que forneceria as verdadeiras dimensões das quantidades electricas.

Mas, como observa Maurice Lévy, não são concludentes as experiencias em que aquelles physicos baseiam a segunda parte da sua affirmação. Segundo M. Lévy, o coefficiente da formula de Coulomb sobre o magnetismo e o da formula de Ampère representam a capacidade inductiva magnetica do meio, quantidade que nós representámos por C_m.

J. Borgmann estudou, como Mercadier e Vaschy, a acção do meio sobre o valor dos coefficientes das formulas de electromagnetismo e electrodynamica. Segundo as experiencias de Borgmann, o meio dielectrico não influe na grandeza da força electromotriz de inducção; mas o meio magnetico influe nella de um modo apreciavel, sendo a força electromotriz de inducção proporcional ao coefficiente de permeabilidade magnetica.

Seja como fôr, a deducção que apresentámos, é perfeitamente legitima, uma vez que as definições de unidade de electricidade, de magnetismo e de corrente se supponham relativas a um meio determinado (o ar), em que os coefficientes das formulas a que nos temos referido, se podem suppor sempre eguaes á unidade. É necessario mesmo proceder assim, para que, no estado actual da sciencia electrica, seja possivel determinar as dimensões das quantidades que aquelles coefficientes possam representar.

Com effeito, das formulas

$$[\mathrm{LMT}^{-2}] = \left[k \cdot \frac{e^2}{\mathrm{L}^2}\right] \quad \text{e} \quad [\mathrm{LMT}^{-2}] = \left[k' \frac{m^2}{\mathrm{L}^2}\right]$$

deduz-se, pondo em vez de e e m os seus valores nos dois systemas:

SYST. ELECTROST.	SYST. ELECTROM.
$[k] = 1$	$[k] = [\mathrm{L}^2\,\mathrm{T}^{-2}]$
$[k'] = [\mathrm{L}^2\,\mathrm{T}^{-2}]$	$[k'] = 1.$

Como se vê, as dimensões de k e k' são reciprocas das de C_e e C_m. As dimensões de k' não concordam com a significação que M. Lévy attribue a este coefficiente.

Clausius liga a electricidade e o magnetismo por uma equação differente da equação (5) da pagina 13. Em vez de se fundar nas acções electromagneticas, Clausius parte da lei de Weber relativa á equivalencia dos magnetes e das correntes. Segundo esta lei, uma corrente fechada equivale a um folheto magnetico do mesmo contorno cujo momento seja numericamente egual ao producto da intensidade da corrente pela superficie circumscripta. É, pois,

$$\text{momento magnetico} = \text{corrente} \times \text{area}$$

ou
$$[m\mathrm{L}] = [\mathrm{I}\,\mathrm{L}^2].$$

Ora $\mathrm{I} = \dfrac{e}{\mathrm{T}}$; e, portanto,

$$\left[\frac{e\mathrm{L}^2}{\mathrm{T}}\right] = [m\mathrm{L}] \text{ ou } \left[\frac{m}{e}\right] = [\mathrm{LT}^{-1}] \ldots\ldots (14).$$

Tal é a equação que Clausius substitue á equação (5) da pagina 13.

Os resultados a que se chega, usando de uma ou de outra formula, differem apenas na unidade electrostatica de magnetismo. Segundo Clausius é, com effeito, no systema electrostatico,

$$[m] = \left[L^{\frac{5}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}\right],$$

ao passo que precedentemente achámos

$$[m] = \left[L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}\right].$$

Esta divergencia é pouco importante, porque na pratica nunca se torna necessario medir electrostaticamente a quantidade de magnetismo. Mas Clausius insiste em que a equação (14) é a unica exacta nos dois systemas electrostatico e electromagnetico. Eis as suas proprias palavras: «Para chegar á sua equação Maxwell faz entrar em calculo a força que uma corrente exerce sobre um polo magnetico. Ora a força que uma corrente exerce sobre um polo magnetico, é uma força electromagnetica; d'aqui resulta que uma equação derivada d'esta força só pode considerar-se exacta no systema de medidas dynamicas, fundado nas forças electrodynamicas, mas não no systema de medidas estaticas, fundado nas forças electrostaticas».

No que acaba de lêr-se, parece haver certa confusão. Os systemas electrostatico e electromagnetico fundam-se nas definições de quantidade de electricidade e de magnetismo deduzidas da lei de Coulomb; mas o primeiro systema de forma alguma exclue as acções magneticas. Clausius substitue tambem a palavra *electromagnetico* por *electrodynamico*, sendo certo que esta ultima denominação é especialmente applicada ao systema fundado na formula de Ampère sobre as acções electrodynamicas elementares.

Everett segue as ideias de Clausius sobre as dimensões da unidade electrostatica de polo magnetico.

J. J. Thomson sustenta que os dois referidos pontos de partida para a definição electrostatica de quantidade de magnetismo conduzem ao mesmo resultado, mas que a equação

$$\text{momento magnetico} = \text{corrente} \times \text{area}$$

deve ser substituida por

$$\text{momento magnetico} = C_m \times \text{corrente} \times \text{area},$$

onde C_m é a capacidade inductiva magnetica do meio.

Teremos então, com effeito,

$$[m\,\mathrm{L}] = \left[C_m \cdot \frac{e}{\mathrm{T}} \cdot \mathrm{L}^2\right] = \left[\frac{\mu}{\mathrm{E}_m} \cdot \frac{e}{\mathrm{T}} \cdot \mathrm{L}^2\right].$$

Das equações (2) e (3) da pagina 13 deduz-se

$$\left[\frac{\mu}{\mathrm{E}_m}\right] = \left[\frac{m^2\mathrm{T}^2}{\mathrm{L}^3\mathrm{M}}\right].$$

Substituindo e fazendo as reducções, obtem-se

$$[me] = [\mathrm{L}^2\mathrm{M}\,\mathrm{T}^{-1}],$$

isto é, recáe-se na equação (5) da pagina 13.

Mas não pode ter logar esta equação, e obter-se-hão as dimensões achadas por Clausius, se o coefficiente k' da formula de Coulomb sobre o magnetismo fôr directamente proporcional á capacidade inductiva magnetica do meio, como admitte M. Lévy, e não inversamente proporcional, como deriva das dimensões por nós deduzidas, e suppõe J. J. Thomson. Só a experiencia poderá decidir qual dos dois modos de ver é o verdadeiro.

Segundo Maxwell, a força magnetica entre um polo e uma corrente é independente do meio, o que está de harmonia com as experiencias de Faraday ácerca da influencia do meio sobre as correntes electricas induzidas por um magnete em movimento.

Como se vê, toda a questão resulta da grande incerteza que ainda ha ácerca do modo como variam com o meio os coefficientes das formulas de Coulomb e de Ampère.

Conhecida a sua relação com certas quantidades d'esse meio (indice de refracção, por exemplo), seria possivel exprimi-los directamente em funcção das grandezas fundamentaes, do mesmo modo que as grandezas mechanicas. Quando se tiver conseguido isto, haverá então um unico systema de unidades electricas, porque as differentes quantidades da electricidade só serão exprimiveis de uma unica maneira em funcção de L, M e T. É a opinião de Mercadier e Vaschy, recentemente expressa tambem por Yves Machai.

Segundo este physico, os systemas electricos actuaes são apenas provisorios, pelo menos debaixo do ponto de vista theorico. Comprehende-se assim a diversidade de opiniões que ultimamente se têm apresentado sobre as verdadeiras dimensões das grandezas electricas.

IV

Dos dois systemas — electrostatico e electromagnetico — preferiu o Congresso o ultimo, apezar de ter tido o primeiro por defensores physicos distinctissimos como Clausius e Wiedemann. O primeiro systema é, com effeito, de notavel simplicidade, mas o segundo é muito mais commodo na pratica.

Conduz a um resultado interessante a comparação das unidades da mesma quantidade nos dois systemas. Como a grandeza absoluta de cada unidade está na razão inversa do valor numerico da quantidade que ella mede, dividindo as dimensões electrostaticas das diversas quantidades pelas suas dimensões electromagneticas, acha-se o numero de unidades electrostaticas contido numa unidade electromagnetica. Este numero é egual a uma potencia de uma certa velocidade v; e temos:

Para e, D, I, V_m, E_m v
» V_e, E_e, m, μ . . . . v^{-1}
» C, C_e . . . . v^2
» C_m, R . . . . v^{-2}.

No systema electrostatico, a capacidade inductiva especifica do ar é egual á unidade; esta quantidade é, pois, representada por v^2 no systema electromagnetico. Neste systema, a capacidade inductiva magnetica do ar é egual á unidade; esta quantidade é representada, portanto, por v^{-2} no systema electrostatico.

Como observa Clausius, é pouco correcto dizer-se que o numero de unidades electrostaticas contidas numa unidade electromagnetica seja uma potencia de uma velocidade; mas este modo de dizer é usado apenas como expressão abreviada, querendo significar-se com elle que a relação entre a quantidade correspondente a uma certa unidade electromagnetica e a quantidade da mesma especie que corresponde á unidade electrostatica respectiva, é expressa pelo mesmo numero que a potencia de uma velocidade v.

Clausius compara as unidades dos dois systemas depois de exprimir as unidades electromagneticas em electrostaticas ou inversamente. Representa por $v.\ s.\ [q_m]$ o valor electrostatico da unidade electromagnetica, e por $v.\ d.\ [q_s]$, o valor electromagnetico da unidade electrostatica, onde $v.\ s.$ e $v.\ d.$ são as iniciaes de *valor staticus* e de *valor dynamicus*.

Comparando agora $v.\ s.\ [q_m]$ com q_s ou $v.\ d.\ [q_s]$ com q_m, acha-se que a sua relação é expressa, não por uma potencia de v, mas por uma potencia da relação entre v e a unidade de velocidade, o que é numericamente o mesmo.

Segundo Clausius, a relação entre a unidade electrostatica de magnetismo e a unidade electromagnetica é, não v^{-1}, mas $\frac{v}{[LT^{-1}]}$. Esta discordancia resulta da unidade electrostatica de polo magnetico que elle adopta.

Clausius chama *velocidade critica* á velocidade v, por analogia com uma denominação semelhante introduzida por Andrew na theoria do calor; e chama *systema critico* áquelle em que a unidade de comprimento é egual á velocidade critica. Neste systema, a relação entre a unidade electrostatica e a unidade electromagnetica da mesma quantidade seria sempre egual a 1; esta quantidade teria, pois, sempre o mesmo valor numerico nos dois systemas.

O systema critico não tem importancia pratica, porque v não foi ainda determinado exactamente.

Vejamos agora quaes os principaes methodos que se têm seguido na determinação de v. Estes methodos consistem em medir a mesma quantidade q nos dois systemas. Teremos assim, de um modo geral,

$$q = n \times u_e = n' \times u_m,$$

onde n e n' são os valores numericos de q nos dois systemas, e u_e e u_m as unidades respectivas. É, pois,

$$\frac{u_m}{u_e} = \frac{n}{n'} = v^\alpha,$$

sendo $$\alpha = 1, -1, 2, -2;$$

e $$v = \sqrt[\alpha]{\frac{n}{n'}}.$$

Methodo de Weber e Kohlrausch. — A primeira determinação de v é devida a Weber e Kohlrausch, cujo methodo consiste em avaliar a mesma quantidade de electricidade em medida electrostatica e depois em medida electromagnetica.

A quantidade de electricidade medida era a carga de uma garrafa de Leyde, que, electrostaticamente, é egual ao producto da sua capacidade pela differença de potencial das armaduras. A capacidade da garrafa era determinada por comparação com a de uma esphera, cuja capacidade é, em medida electrostatica, egual ao raio. A differença de potencial das armaduras era medida, ligando-as com os electrodos de um electrometro absoluto.

Para avaliar em medida electromagnetica a carga da garrafa, era esta descarregada atravez de um galvanometro.

Observando o desvio extremo θ da agulha, a quantidade de electricidade pode calcular-se pela formula

$$e = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{HT}{G} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2},$$

onde H é a componente horizontal do magnetismo terrestre, T o periodo de uma vibração simples da agulha sob a acção da terra, e G a constante do galvanometro, quantidades que devem ser conhecidas.

Por este methodo obtiveram Weber e Kohlrausch

$$v = 3,1074 \times 10^{10}.$$

A propriedade dos isoladores solidos chamada *absorpção electrica* torna difficil o calculo exacto da capacidade da garrafa de Leyde. A capacidade apparente varia segundo o tempo decorrido entre o carregar ou descarregar da garrafa e a medida do potencial: quanto maior é este tempo, maior é o valor obtido para a capacidade. Ora, como o tempo gasto em fazer a leitura do electrometro é grande comparativamente com o tempo durante o qual tem logar a descarga atravez do galvanometro, o calculo da carga, em medida electrostatica, conduz a um resultado muito alto; e o valor de v vem, portanto, grande de mais.

Methodo de W. Thomson. — Sir W. Thomson empregou outro methodo fundado na medida electrostatica e electromagnetica da força electromotriz.

Fazia passar uma corrente constante num fio de resistencia conhecida.

A força electromotriz era medida electrostaticamente, ligando as extremidades do fio com os electrodos de um electometro absoluto.

A intensidade da corrente no fio era avaliada por um electrodynamometro; e, multiplicando-a pela resistencia, obtinha-se o valor electromagnetico da força electromotriz.

O valor de v achado d'este modo por Thomson foi

$$v = 2{,}825 \times 10^{10}.$$

Este valor é a media dos valores obtidos em sete experiencias, o mais alto dos quaes foi

$$v = 2{,}92 \times 10^{10} \text{ e o inferior } v = 2{,}754 \times 10^{10}.$$

Methodo de Maxwell. — Maxwell empregou um methodo em que as duas forças electromotrizes, em vez de serem medidas separadamente, são directamente oppostas uma á outra.

Os polos de uma bobina de grande resistencia onde passa uma corrente, são ligados com dois discos parallelos, um dos quaes (o menor) é movel, de modo que se exerce uma attracção entre elles, dévida á mesma differença de potencial que determina a corrente. Ao mesmo tempo, outra corrente percorre em sentido contrario duas bobinas circulares, fixas nas costas dos discos, produzindo-se tambem entre elles uma repulsão. Regula-se a sua distancia de maneira que a attracção seja exactamente equilibrada pela repulsão.

Sendo E a differença de potencial dos dois discos, em medida electromagnetica, a attracção F entre elles é

$$F = \frac{E^2 a^2}{8 v^2 b^2},$$

onde a é o raio do disco menor e b a sua distancia ao disco fixo. A repulsão F' observada é expressa por

$$F' = 2\pi n n' \frac{2A}{B} I^2,$$

onde n e n' são os numeros de voltas dos fios das bobinas fixas aos discos, I a intensidade da corrente respectiva e

$$\frac{2A}{B} = [E_c\, tg^2\gamma - 2(F_c - E_c)] \frac{b' \operatorname{sen}\gamma}{2\sqrt{a_1 a_2}},$$

sendo a_1 e a_2 os raios medios das bobinas, b' a distancia media dos seus planos e E_c e F_c as funcções ellipticas completas para o modulo

$$c = \operatorname{sen}\gamma = \frac{2\sqrt{a_1 a_2}}{\sqrt{(a_1 + a_2)^2 + b'^2}}.$$

Temos, portanto,

$$\frac{E^2 a^2}{8 v^2 b^2} = 2\pi n n' \frac{2A}{B} I^2.$$

Quando b' é pequeno a respeito de a', é proximamente

$$\frac{2A}{B} = \frac{2a'}{b'}.$$

A media de 12 experiencias foi

$$v = 2{,}88 \,.\, 10^{10}.$$

Methodo de Stoletow. — Stoletow, professor da Universidade de Moscow, empregou um methodo fundado na medida electrostatica e electromagnetica da capacidade de um condensador de lamina de ar.

É uma modificação do methodo de Weber e Kohlrausch, que consiste principalmente em substituir a garrafa de Leyde por um *condensador absoluto*, isto é, um condensador de ar cuja capacidade pode ser exactamente deduzida da sua forma e dimensões.

O condensador é formado por dois discos parallelos, um dos quaes é movel e munido de um annel de guarda *(guard-ring)*.

Este methodo pode fornecer resultados muito exactos, porque elimina uma causa de erro importante, a absorpção electrica, e permitte a determinação directa da capacidade do condensador, que no methodo de Weber e Kohlrausch só se obtinha indirectamente.

Ayrton e Perry empregaram o mesmo methodo, chegando a resultados quasi identicos aos de Stoletow.

A corrente de uma bateria passava atravez de uma bobina de resistencia conhecida, com cujos polos se fazia communicar o condensador para o carregar. A intensidade I da corrente que atravessava a bobina, era dada por um galvanometro

$$I = \frac{H}{G} \cdot \operatorname{tg} \varphi,$$

onde φ é o desvio da agulha, H a componente horizontal do magnetismo terrestre e G a constante do galvanometro. A differença de potencial nas extremidades da bobina é, pois,

$$V_e = RI = \frac{H \cdot R}{G} \cdot \operatorname{tg} \varphi,$$

onde R é a resistencia; e a carga do condensador será, em medida electromagnetica,

$$e = V_e C = \frac{HR}{G} . C . \operatorname{tg} \varphi,$$

sendo C a capacidade.

Desligando do circuito os electrodos do condensador e os do galvanometro, a agulha d'este voltará á sua posição de equilibrio. Se os ligarmos agora entre si, a agulha soffrerá um novo desvio θ, e a descarga será

$$e = \frac{2}{\pi} . \frac{HT}{G} . \operatorname{sen} \frac{\theta}{2},$$

onde T é o periodo de vibração da agulha do galvanometro.

A comparação dos dois valores de e dá

$$C = \frac{2}{\pi} . \frac{T}{R} . \frac{\operatorname{sen} \frac{\theta}{2}}{\operatorname{tg} \varphi}$$

A capacidade do condensador, em medida electrostatica, é

$$c = v^2 C = \frac{S}{4 \pi \delta},$$

onde S é a superficie dos discos e δ a sua distancia. Temos, pois,

$$\frac{S}{4 \pi \delta . v^2} = \frac{2}{\pi} . \frac{T}{R} . \frac{\operatorname{sen} \frac{\theta}{2}}{\operatorname{tg} \varphi}.$$

Por este processo acharam Ayrton e Perry

$$v = 2,98 \times 10^{10}.$$

As experiencias de Stoletow differem das de Ayrton e Perry no seguinte:

1) a lamina de ar comprehendida entre os dois discos do condensador era muito mais estreita;

2) em vez de empregar uma só descarga obtida por meio de uma bateria, Stoletow fazia uso de uma serie de descargas (100 por segundo) obtidas por meio de um commutador, á custa de uma pequena pilha (elemento Latimer Clark).

É esta a principal vantagem do modo de operar de Stoletow, porque com uma pequena pilha mais facilmente se consegue e conserva constante uma isolação perfeita.

Pode adoptar-se para v o numero redondo 3×10^{10}.

Este numero concorda notavelmente com os numeros achados, em unidades C. G. S., para velocidade da luz no vazio: $3{,}08 \times 10^{10}$, segundo os methodos astronomicos; $3{,}004 \times 10^{10}$, segundo as experiencias de Cornu; $2{,}98 \times 10^{10}$, segundo as de Foucault.

Esta concordancia é um argumento a favor da theoria electromagnetica da luz de Maxwell.

Maxwell demonstrou, com effeito, pelo calculo, que a velocidade V de propagação no ar das perturbações electromagneticas é egual a v, o que corrobora a asserção de que a luz é um phenomeno electromagnetico.

Em meios differentes do ar, a velocidade V é inversamente proporcional á raiz quadrada do producto das capacidades inductivas dielectrica e magnetica; ao passo que v, nesses meios, é inversamente proporcional ao seu indice de refracção.

Ora a capacidade magnetica dos meios transparentes differe muito pouco da do ar; de modo que V depende principalmente nesses meios da capacidade dielectrica. O indice de refracção de um meio transparente deve, pois, ser proximamente egual á raiz quadrada da sua capacidade dielectrica.

Não ha experiencias exactas a este respeito. Comtudo o facto incontestavel de ser no ar $v = V$ e a rotação electromagnetica do plano de polarisação da luz descoberta por Faraday estabelecem intima ligação entre os phenomenos electromagneticos e os phenomenos luminosos.

Acabamos de ver que v representa a velocidade da luz e, no ar, a velocidade de propagação das perturbações electromagneticas.

Maxwell deduz para v outra significação muito interessante.

Imaginemos dois planos parallelos electrisados do mesmo modo. Estes planos repellir-se-hão mutuamente, no estado de repouso; mas, se os deslocarmos parallelamente no mesmo sentido com uma certa velocidade, deve haver attracção entre elles, segundo as leis de Ampère, porque as duas superficies equivalerão a duas correntes parallelas e do mesmo sentido. Ora para uma certa velocidade V_1 deve haver equilibrio entre a attracção e a repulsão.

Vamos mostrar que $V_1 = v$.

Sejam σ e σ' as densidades electricas nos dois planos parallelos, em movimento.

A intensidade da corrente que passa atravez da unidade de largura, será para os dois planos, em medida electrostatica, σV_1 e $\sigma' V_1$, e, em medida electromagnetica, $\frac{\sigma V_1}{v}$ e $\frac{\sigma' V_1}{v}$.

A repulsão electrostatica entre os dois planos será, para cada unidade de superficie, $2\pi\sigma\sigma'$; e a repulsão electromagnetica, $2\pi\sigma\sigma'\left(\frac{V_1}{v}\right)^2$.

Para que a attracção seja egual á repulsão, deve ser·

$$2\pi\sigma\sigma' = 2\pi\sigma\sigma'\left(\frac{V_1}{v}\right)^2 \text{ ou } v = V_1.$$

A velocidade v é, pois, aquella com que devem mover-se parallelamente e na mesma direcção duas superficies electrisadas, para que haja equilibrio entre as acções oppostas das duas superficies.

A experiencia não é realisavel na pratica: as intensidades $\frac{\sigma V_1}{v}$ e $\frac{\sigma' V_1}{v}$ são necessariamente muito pequenas, porque V_1 é sempre muito pequeno relativamente a v.

Rowland conseguiu, todavia, obter uma corrente capaz de desviar uma agulha magnetisada, fazendo girar em volta de um eixo vertical um prato de ebonite electrisado. Este prato tinha $0^m,21$ de diametro e $0^m,005$ de espessura; era dourado sobre as duas faces, excepto em volta do eixo de rotação, e girava com uma velocidade de 61 voltas por segundo.

Estava collocado entre dois discos de vidro fixos, cuja face voltada para o prato de ebonite era dourada e communicava com a terra. O disco movel era electrisado por meio de uma machina electrica, e ia actuar sobre um systema astatico de agulhas magnetisadas encerradas numa caixa de latão collocada acima do disco de vidro superior.

Observava-se um pequeno desvio da agulha, dependente da carga.

CAPITULO II

I. — Determinação das unidades absolutas. II. — Unidades praticas.

I

Definidas theoricamente as unidades absolutas, é necessario proceder agora á sua determinação pratica, isto é, achar o seu valor em funcção de unidades arbitrarias conhecidas.

A unidade absoluta de resistencia e a de força electromotriz, são aquellas cuja determinação é mais importante, porque a avaliação d'estas grandezas é a que se apresenta mais frequentemente na pratica.

Depois d'estas, as quantidades que mais importa conhecer na pratica são a intensidade da corrente, a quantidade de electricidade e a capacidade electrica.

Não pode effectuar-se a medida de algumas d'estas quantidades, sem se ter previamente determinado outras, como mostram as formulas que as relacionam.

Vamos indicar como se mede em unidades absolutas, no systema electromagnetico: 1) a intensidade da corrente, 2) a quantidade de electricidade, 3) a força electromotriz, 4) a capacidade electrica, 5) a resistencia.

Intensidade da corrente — Os instrumentos de que se faz uso para a medida electromagnetica das correntes, em unidades absolutas, são os galvanometros e os electrodynamometros, segundo se utilisa a acção de uma corrente sobre um magnete ou a acção reciproca de duas correntes.

Os galvanometros ordinarios não dão o valor absoluto da intensidade da corrente, que, para o mesmo apparelho, é proporcional a uma funcção complexa do angulo de desvio; emprega-se antes a bussola das tangentes ou a bussola dos senos.

Nestes apparelhos a agulha move-se horisontalmente no centro de um annel vertical, onde está enrolado o fio por onde se faz passar a corrente.

Na bussola das tangentes, a agulha é muito pequena relativamente ao raio do annel, e a intensidade da corrente é proporcional á tangente do angulo do desvio e dada pela formula

$$I = \frac{rH}{2n\pi} . \operatorname{tg} \theta,$$

onde H é a componente horizontal do magnetismo terrestre, r o raio do annel e n o numero de voltas do fio. O angulo θ mede-se, collocando previamente o circulo vertical no plano do meridiano magnetico. Requer-se a leitura mais exacta do desvio da agulha: para isso a divisão que percorre o ponteiro que termina a agulha, tem um pequeno espelho sobre que elle se reflecte; é necessario que o ponteiro coincida de cada vez com a sua imagem reflectida.

Cada galvanometro tem o seu angulo de maior sensibilidade. Na bussola das tangentes, mostra o calculo que este angulo é de 45°.

O erro commettido no emprego da bussola das tangentes é insignificante, quando o diametro do annel for 8 a 10 vezes maior que o comprimento da agulha. Se não se quizer desprezar o comprimento L da agulha, a intensidade da corrente é dada pela formula

$$I = \frac{rH}{2n\pi} \operatorname{tg} \theta \left[1 - \frac{3L^2}{16r^2} (1 - 5 \operatorname{sen}^2 \theta) \right].$$

Gaugain, para evitar a correcção proveniente de L, colloca a agulha a uma distancia do centro do circulo vertical egual a $\frac{r}{2}$.

O fio era enrolado sobre um tronco de cone de altura egual a metade do raio, cujo vertice era o ponto de suspensão da agulha. Sendo r o raio medio do tronco, era

$$I = \frac{5\sqrt{5}}{16} \cdot \frac{Hr}{n} \cdot \operatorname{tg} \theta.$$

Helmoltz modificou a disposição de Gaugain, substituindo o tronco de cone por duas bobinas parallelas de secção rectangular em que a altura está para a largura como $\frac{36}{31}$. A agulha está egualmente distante das duas bobinas, cuja distancia é egual ao raio.

Na bussola dos senos não é necessario que a agulha seja muito pequena relativamente ao raio do annel vertical, que é movel.

Opera-se, collocando o annel no plano do meridiano magnetico e deslocando-o depois no sentido do desvio, até que a agulha se ache de novo no plano do circulo vertical. A intensidade da corrente é então dada pela formula

$$I = \frac{rH}{2n\pi} \operatorname{sen} \theta,$$

onde θ é o angulo das duas posições da agulha. A bussola dos senos permitte medidas muito exactas.

A sensibilidade do galvanometro varia com a resistencia exterior. Suppondo desprezivel a espessura da camada isoladora do fio, a sensibilidade é maxima quando a resistencia exterior fôr egual á interior. O apparelho tem muitas vezes dois circuitos, cada um dos quaes pode ser empregado isoladamente: um é formado por um fio espesso, enrolado duas ou tres vezes, de pequenissima resistencia; o outro consta de um fio delgado, que dá maior numero de voltas e possue uma resistencia maior. Na avaliação de correntes intensas emprega-se o circuito de fio mais espesso e menos resistente; quando a corrente é fraca, usa-se do circuito mais resistente.

A intensidade de uma corrente não é dada pelo desvio da agulha do galvanometro, senão quando a resistencia r d'este é desprezivel. No caso contrario, é necessario observar o desvio da agulha depois da introducção de uma resistencia addicional conhecida ρ. Sendo R a resistencia onde circula a corrente cuja intensidade I se quer medir, é

$$I = \frac{E}{R}.$$

A intensidade I_1 dada pelo galvanometro, antes da introducção de ρ, é

$$I_1 = \frac{E}{R+r};$$

a intensidade I_2, depois da introducção de ρ, é

$$I_2 = \frac{E}{R+r+\rho}.$$

D'estas tres equações tira-se

$$I = \frac{I_1 I_2 \rho}{I_2 (r+\rho) - I_1 r}.$$

Pode tambem produzir-se por meio de um *shunt* uma derivação da corrente principal. Sendo I_1 e I_2 as intensidades da corrente, antes e depois da introducção do shunt, e α a resistencia d'este, é

$$I_1 = \frac{E}{R+r}, \quad I_2 = \frac{E\alpha}{Rr + R\alpha + \alpha r};$$

d'onde

$$I = \frac{r I_1 I_2}{\alpha (I_1 - I_2)}.$$

Por meio do shunt podem dar-se ao galvanometro diversos gráos de sensibilidade.

Nos galvanometros muito sensiveis, convem que o fio seja cada vez mais grosso, á medida que augmenta a distancia ao centro.

A fórma da bobina é tambem muito importante. Sendo circulares ao espiras do galvanometro, demonstrou W. Thomson que, para se obter a sensibilidade maxima, a superficie exterior da bobina devia ser uma superficie de revolução cuja generatriz tem por equação

$$x^2 = (a^2 y^2)^{\frac{2}{3}} - y^2,$$

onde os x são parallelos ao eixo da bobina e os y perpendiculares.

Estes principios foram applicados por Thomson na construcção do seu galvanometro de espelho.

Dos electrodynamometros o mais usado é o de Weber. Este apparelho é essencialmente constituido por duas bobinas, uma fixa e a outra movel e suspensa no interior da primeira por um systema bifilar. O instrumento é tanto mais sensivel quanto mais compridos e mais proximos forem os fios e menos pesada a bobina suspensa.

A bobina movel é muito menor do que a outra, e o seu plano de equilibrio é perpendicular ao plano das espiras da bobina fixa.

O apparelho dispõe-se de modo que este ultimo plano coincida com o do meridiano magnetico.

Fazendo passar nas duas bobinas correntes eguaes, a bobina movel soffre o deslocamento de um angulo α quando as correntes forem do mesmo sentido, de um outro angulo α' quando forem de sentido contrario; e será

$$I^2 = \frac{P\, d^2}{4\, G.\, g} (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha'),$$

onde P é o peso da bobina suspensa, d a distancia dos dois fios, G e g as constantes das duas bobinas.

No electrodynamometro da Associação Britannica, em vez de uma unica bobina fixa e outra movel, empregam-se quatro bobinas, duas fixas e duas moveis. As bobinas fixas são parallelas e distantes $0^m,25$; as moveis são tambem parallelas. As bobinas moveis podem receber um movimento horizontal e outro vertical; mas a principal vantagem do apparelho consiste em ser possivel imprimir por meio de um parafuso ao systema suspenso uma torsão que annulle o desvio e, portanto, a acção magnetica da terra. Sendo β o angulo de torsão, é

$$I^2 = \frac{P\,d^2}{2\,G.\,g.\,l}.\operatorname{sen}\beta,$$

onde l é comprimento dos fios.

O electrodynamometro é exclusivamente empregado no caso de correntes alternativas, e offerece a grande vantagem de ser independente das variações do magnetismo terrestre.

Conhecidas, em unidades absolutas, as constantes que entram nas formulas precedentes, vê-se que a determinação de I se reduz á medida de um angulo.

A lei de Ohm fornece um meio indirecto de determinar a intensidade da corrente, quando fôr conhecida a força electromotriz e a resistencia.

As electrolyses permittem egualmente a determinação da intensidade absoluta da corrente.

Segundo as experiencias de W. Thomson, a unidade electromagnetica absoluta de intensidade, decompondo a agua, põe em liberdade, num segundo, $0^{gr},00104$ de hydrogenio.

Seja A o equivalente chimico de um metal relativamente ao hydrogenio; o peso d'este metal precipitado num segundo pela unidade de corrente quando se faz a electrolyse de um dos seus saes, isto é, o seu equivalente electrochimico, será

$$E = A \times 0^{gr},00104.$$

O peso P precipitado no fim do tempo t por uma corrente de intensidade I é

$$P = I E t$$

d'onde

$$I = \frac{P}{E t}.$$

Este methodo não dá resultados precisos, por não serem conhecidos com sufficiente exactidão os equivalentes electrochimicos dos metaes.

Joule empregava o methodo seguinte. Suspendia a um dos pratos de uma balança muito sensivel uma bobina horizontal, movel entre duas bobinas semelhantes fixas. A corrente percorria as tres bobinas de modo que se sommavam as acções das duas bobinas fixas sobre a bobina movel.

Para que esta voltasse á sua posição normal, era necessario collocar no outro prato da balança um determinado peso P, proporcional ao quadrado da intensidade da corrente I. Seria, pois,

$$P = k I^2.$$

A constante k determinava-se uma vez por todas, comparando as indicações do instrumento com as de uma bussola das tangentes.

Para avaliar a grandeza da unidade absoluta de intensidade, vamos compara-la com a chamada *unidade chimica de corrente* — a corrente que, decompondo a agua, desenvolve num minuto, a 0° C. e á pressão normal, um centimetro cubico de hydrogenio.

Determina-se, em medida electromagnetica, esta unidade, intercalando no mesmo circuito uma bussola de tangentes e um voltametro, e comparando as acções exercidas nos dois apparelhos. O volume normal V_0 do gaz desenvolvido deduz-se do volume observado V pela formula

$$V_0 = V\frac{p}{p_0} \cdot \frac{1}{1+0,003663\,t},$$

onde p é a pressão indicada pelo barometro diminuida da pressão da columna de agua do voltametro e da tensão do vapor de agua á temperatura do gaz, e p_0 a pressão athmospherica normal.

Acha-se assim

1 unidade chimica de corrente = 0,0095 C. G. S.

e 1 unidade C. G. S. de corrente = 105,263 unidades chimicas.

A unidade absoluta de intensidade da corrente é, pois, grande de mais para os usos praticos.

Quantidade de electricidade. — A quantidade de electricidade transportada por uma corrente atravez da secção de um conductor, num segundo, é em unidades absolutas numericamente egual á sua intensidade.

A unidade absoluta de quantidade de electricidade é, pois, como a de corrente, tambem demasiado grande.

Pode avaliar-se a quantidade de electricidade de um condensador, descarregando-o atravez de um galvanometro. A agulha soffre uma impulsão θ, e só volta á sua posição de equilibrio depois de uma serie de oscillações. A quantidade de electricidade é dada pela formula

$$e = \frac{H}{G} \cdot \frac{T}{\pi} \cdot 2 \operatorname{sen} \frac{\theta}{2},$$

onde H é a acção horizontal da terra, G a constante do galvanometro, T o periodo de uma oscillação simples da agulha sob a acção da terra e θ a impulsão da agulha.

Vê-se que para o mesmo apparelho a quantidade de electricidade é proporcional ao seno de metade da impulsão da agulha.

Força electromotriz. — A medida absoluta da força electromotriz pode fazer-se directa ou indirectamente.

A medida directa faz-se, determinando o trabalho total produzido pela corrente e examinando o aquecimento do circuito. Este trabalho no fim do tempo t é $V_e I t$, onde V_e é a força electromotriz e I a intensidade da corrente.

Sendo R_1 a resistencia de uma parte do circuito e Q o numero de unidades de calor produzidas nessa parte, é, representando por R a resistencia total,

$$V_e I t = . Q \frac{R}{R_1} . 4{,}22 . 10^7 \text{ C. G. S.}$$

e

$$V_e = \frac{Q}{I t} \cdot \frac{R}{R_1} . 4{,}22 . 10^7 \text{ C. G. S.},$$

onde $4{,}22 . 10^7$ representa uma unidade de calor, em unidades absolutas. Tudo se reduz, pois, a determinar Q para a parte R_1 do circuito, a relação $\frac{R}{R_1}$ e I.

Este methodo foi usado por Joule e Thomson.

A medida directa nem sempre é possivel, mas recorre-se então a medidas indirectas.

A lei de Ohm permitte determinar a força electromotriz, se forem conhecidas a intensidade da corrente e a resistencia.

Quando a força electromotriz resulta de uma acção chimica, pode deduzir-se o seu valor do calor de combinação das substancias a cuja reacção é devida a corrente.

Seja n o numero de elementos de que se compõe a pilha, I a intensidade da corrente e V_e a força electromotriz. O trabalho produzido pela corrente no fim do tempo t, será $n V_e I t$.

Este trabalho deve ser egual ao trabalho correspondente ao calor que produz, no tempo t, a acção chimica que se dá na pilha. Mas o numero de equivalentes de um metal que entram em reacção, durante um tempo t, nos n elementos da pilha, é

$$0{,}00104\, n I t;$$

e sendo Q o calor que corresponde a um equivalente, o calor total produzido na pilha, será

$$0{,}00104\, n I t Q.$$

A este calor equivale um trabalho representado por

$$0{,}00104 \,.\, 4{,}22 \,.\, 10^7 \,.\, n I t Q.$$

Temos, pois, $$n V_e I t = 43888 \,.\, n I t Q,$$

d'onde $$V_e = 43888\, Q.$$

Este methodo conduz a resultados inexactos por não estarem rigorosamente determinados os calores de combinação, e por se produzirem mais ou menos nas pilhas acções secundarias, a que não se attende.

A força electromotriz pode ainda determinar-se electrostaticamente por meio do electrometro absoluto, como fez W. Thomson, ou por meio da balança de torsão, como recentemente fez J. B. Baille; e basta depois multiplicar o valor obtido por 3×10^{10} para termos a sua expressão no systema electromagnetico. Este methodo é o unico applicavel quando a força electromotriz é incapaz de produzir uma corrente; mas não é rigoroso por não se conhecer ainda o valor exacto de v, como já dissemos.

As forças electromotrizes têm sido determinadas por muitos experimentadores.

Assim, a força electromotriz de um elemento Daniell foi medida, entre outros pelos observadores seguintes:

EXPERIMENTADORES	RESULTADOS
Bosscha.........	1 Daniell $= 1{,}0258 \times 10^8$ C. G. S.
Wüllner.........	» $= 1{,}115 \times 10^8$ » » »
Thomson........	» $= 1{,}079 \times 10^8$ » » »
Kohlrausch......	» $= 1{,}138 \times 10^8$ » » »
Crova..........	» $= 1{,}1022 \times 10^8$ » » »
Müller..........	» $= 1{,}0747 \times 10^8$ » « »
Poggendorff.....	» $= 1{,}02 \times 10^8$ » » »
Regnault........	» $= 1{,}1244 \times 10^8$ » » »
Latimer Clark....	» $= 1{,}11 \times 10^8$ » » »

Vê-se que a unidade absoluta de força electromotriz é extremamente pequena.

Capacidade electrica. — A capacidade de um condensador é expressa pela relação entre a sua carga e a differença de potencial das armaduras, ou

$$C=\frac{e}{V_e}.$$

A differença de potencial é egual á força electromotriz da fonte electrica com que se carrega o condensador.

Determinando e e V_e pelos processos precedentemente expostos, obtem-se C em unidades electromagneticas.

Quando a força electromotriz que produz a carga, é capaz de manter uma corrente, descarrega-se o condensador atravez de um galvanometro. A capacidade é dada pela formula

$$C=\frac{2T}{\pi R}\cdot\frac{\operatorname{sen}\frac{\theta}{2}}{\operatorname{tg}\varphi},$$

onde T é o periodo de uma vibração simples da agulha sob a influencia da terra, θ o desvio produzido pela descarga, e φ o desvio produzido pela força electromotriz V_e num galvanometro de tangentes, depois de ter a corrente atravessado a resistencia R.

Costuma fazer-se variar a resistencia R até que $\varphi=45$. Então a formula é

$$C=\frac{2T}{\pi R}\cdot\operatorname{sen}\frac{\theta}{2}.$$

Fleeming Jenkin determinou d'este modo a capacidade de um condensador de mica e folha de estanho, que achou egual a 10^{-14} unidades absolutas.

Vê-se que a unidade electromagnetica de capacidade é immensamente grande. É o que já mostrava a formula $C = \frac{e}{V_e}$, porque, como vimos, a unidade de quantidade é bastante grande e a de força electromotriz muitissima pequena.

Resistencia. — Na determinação da unidade absoluta de resistencia têm sido geralmente empregados dois processos completamente distinctos, segundo se define a resistencia como um trabalho, ou como a relação da força electromotriz para a intensidade da corrente.

No primeiro caso, faz-se applicação da lei de Joule

$$R = \frac{4,22 . 10^7 \times Q}{I^2 t},$$

onde Q é o calor desenvolvido durante o tempo t pela corrente de intensidade I; no segundo caso, applica-se a lei de Ohm

$$R = \frac{V_e}{I}.$$

O primeiro processo foi usado por Joule. A quantidade de calor Q era determinada pela elevação de temperatura da agua contida num vaso, onde mergulhava o fio conductor. A intensidade da corrente era medida pela bussola das tangentes.

Lippmann modificou o methodo de Joule, tornando-se desnecessario medir quantidades de calor e conhecer o equivalente mechanico do calor; o que é importante, porque a incerteza do seu valor exacto introduz um erro provavel vizinho de $\frac{1}{100}$. O fio cuja resistencia R se quer conhecer, é introduzido num vaso collocado, como um calorimetro, num recinto de temperatura constante.

Faz-se passar no fio uma corrente cuja intensidade I se mede; e espera-se que, em consequencia do calor desenvolvido pela corrente, o vaso tenha chegado a uma temperatura estacionaria, o que se verifica por meio de um thermometro mergulhado no vaso.

Feito isto, interrompe-se a corrente, e põe-se em movimento um motor no vaso que já contem o fio metallico, até que a temperatura estacionaria tome o mesmo valor que precedentemente. É então

$$RI^2 = W,$$

sendo W o trabalho gasto, d'onde se deduz o valor de R.

O apparelho deve conter uma das disposições conhecidas que permittem a medida de W.

O artificio d'este modo de operar está em produzir o trabalho W e a energia electrica RI^2 no mesmo vaso. A sua vantagem é comparada por Lippmann á que haveria em substituir duas pesagens simples successivas, feitas com balanças differentes e pesos differentes por uma dupla pesagem de Borda: torna-se inutil conhecer a quantidade de calor desenvolvido, como o peso da tara numa dupla pesagem.

No segundo processo a que nos referimos, não pode utilisar-se a força electromotriz devida ás acções chimicas, não só porque não é sufficientemente constante, mas tambem porque não é possivel determina-la exactamente, sem o conhecimento da resistencia. Recorre-se, pois, á força electromotriz produzida por inducção num conductor movendo-se num campo magnetico uniforme, a qual é uma funcção definida da intensidade do campo, da velocidade do conductor e da direcção do movimento a respeito das linhas de força.

As experiencias variam conforme a natureza do phenomeno

*

de inducção empregado. Ha, pois, tantos meios distinctos de determinar uma resistencia pela inducção, quantas são as maneiras differentes de a obter: inducção por uma corrente, por um magnete, pela terra.

Vamos indicar os principaes methodos empregados. Estes methodos podem dividir-se em dois grupos, segundo empregam correntes variaveis ou correntes constantes. Começaremos pela exposição dos primeiros; depois passaremos á dos ultimos.

Methodo de Kirchhoff. — Kirchhoff foi o primeiro que determinou, em medida electromagnetica, a resistencia de um fio.

Empregava duas bobinas de grande resistencia, cujo coefficiente de inducção reciproca M era deduzido da sua forma e posição. O circuito comprehendia alem d'isto, um galvanometro e uma bateria B. Entre dois pontos do circuito estava a resistencia R que se queria determinar.

Seja I a corrente produzida pela bateria B, que determina um desvio constante da agulha do galvanometro. Afastando de repente as duas bobinas até uma posição em que o coefficiente de inducção seja nullo, produz-se uma corrente I′, e a agulha do galvanometro recebe uma impulsão.

A resistencia R era dada approximadamente pela formula

$$R = \frac{MI}{I'}.$$

Methodos de Weber. — Weber empregou dois methodos differentes, sendo as correntes de inducção produzidas, num pela acção da terra, noutro por um magnete.

1) Uma bobina circular de diametro proximamente egual a um metro soffria uma rotação em volta de um diametro vertical. O fio da bobina ligava-se com um galvanometro de tangentes.

Imprimindo á bobina uma rotação de 180°, a partir de um plano perpendicular ao plano do meridiano magnetico, produzir-se-ha uma corrente induzida pela acção do magnetismo terrestre, e a quantidade de electricidade posta em movimento será

$$e = \frac{2 \mathrm{H} n \pi r^2}{\mathrm{R}},$$

sendo n o numero de voltas do fio e r o raio da bobina.

Sendo θ a impulsão da agulha do galvanometro, teremos por outro lado

$$e = \frac{2 \mathrm{HT}}{\mathrm{G} \pi} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2},$$

onde G é a constante do galvanometro.

Temos, pois, egualando os dois valores de e,

$$\mathrm{R} = n \pi^2 r^2 \frac{\mathrm{G}}{\mathrm{T} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}}.$$

Vê-se que R vem independente de H, e só depende da superficie total circumscripta pelo fio, da constante do galvanometro e do periodo de uma oscillação simples da agulha sob a acção da terra.

2) O segundo methodo de Weber consiste em fazer oscillar um magnete de momento magnetico consideravel no centro da bobina de um galvanometro.

Estas oscillações originavam no fio do galvanometro correntes de inducção, que pela sua vez actuavam sobre o magnete, diminuindo-lhe a amplitude das oscillações. A diminuição era menor estando o circuito fechado do que quando estava aberto; e determinava-se de cada vez o decrescimento logarithmico das oscillações, isto é, o logarithmo neperiano da relação das amplitudes de duas oscillações successivas.

A resistencia R do circuito é dada pela formula

$$R = \frac{G^2 m^2}{2A(\alpha - \alpha_0)} + 2L\alpha,$$

onde G é a constante do galvanometro, m o momento magnetico do magnete, A o seu momento de inercia, α e α_0 as relações entre o decrescimento logarithmico e o periodo de vibração da agulha, quando o circuito está fechado e quando aberto, L o coefficiente de *self-induction* do fio.

De todas estas quantidades, a de determinação mais difficil é o momento magnetico da agulha; é necessario que ella seja feita em condições identicas áquellas em que se acha o magnete quando se faz oscillar.

Methodo de Thomson. — Este methodo foi o adoptado pela Associação Britannica.

Tinha sido nomeada uma commissão encarregada de fixar o valor da unidade absoluta de resistencia, já anteriormente determinado por Weber. Foram membros d'esta commissão em differentes epochas, Williamson, Wheatstone, Thomson, Miller, Matthiessen, Jenkin, Varley, Balfour Stewart, C. W. Siemens, Maxwell, Joule, Esselbach, Bright, Foster, Latimer Clark, Forbes e Hockin.

O methodo empregado foi indicado por Thomson; as experiencias foram feitas por Balfour Stewart, Jenkin e Maxwell.

Uma bobina circular gira com velocidade uniforme em volta de um eixo vertical. Um pequeno magnete de forma espherica está suspenso por um fio de seda no interior da bobina. O magnetismo terrestre determina na bobina uma corrente induzida, que vae actuar sobre o magnete e o desvia do meridiano magnetico.

A corrente muda periodicamente de direcção relativamente á bobina, mas a sua direcção absoluta conserva-se invariavel, e o magnete é desviado na mesma direcção em que se faz a rotação.

O apparelho compõe-se de cinco partes: 1) o motor, 2) a bobina, 3) um regulador da força centrifuga, 4) uma escala com o seu telescopio, pelo qual se observam os desvios do magnete, 5) uma balança electrica, pela qual a resistencia da bobina se compara com a de um fio metallico.

O motor consistia num volante de chumbo, que se movia á mão, e communicava o seu movimento á bobina por uma roldana e uma serie de correias.

A bobina formava a parte mais importante do apparelho. Era sustentada por um supporte de latão, ligado por tres cavilhas do mesmo metal a uma base de pedra e podendo ser exactamente nivelado por meio de tres fortes parafusos. Era de fio de cobre e dividida em duas partes para permittir a suspensão do magnete. O fio de cada uma d'ellas era enrolado sobre um annel de latão, formado de duas metades distinctas, isoladas por caoutchouc vulcanisado, para impedir a formação de correntes de inducção nos anneis. O fio era enrolado no mesmo sentido em cada annel; e as suas extremidades eram soldadas a duas peças de cobre isoladas por caoutchouc vulcanisado e fixas aos anneis. Cada uma d'estas peças era munida de um forte parafuso, e apresentava uma cavidade com mercurio. As duas cavidades podiam ser reunidas por uma barra de cobre amalgamado, obtendo-se então um circuito fechado.

A velocidade de rotação era determinada por meio de um curto parafuso de largo diametro, que engrenava com uma roda de 100 dentes. Nesta roda havia um braço que a cada revolução (100 da bobina) levantava uma mola, que ia bater sobre uma campainha. O instante em que tinha logar cada choque, era observado num chronometro. Uma segunda roldana communicava o movimento ao regulador.

O magnete estava suspenso no interior de uma caixa cylindrica de madeira, fixa á extremidade de um longo tubo de latão sustentado por uma tripeça da mesma substancia, assente sobre o supporte do apparelho. A mesma tripeça sustentava um tubo curto de latão que, na sua extremidade, segurava uma caixa de vidro contendo um espelho. Este espelho, ligado ao magnete por uma haste rigida de latão, estava suspenso por um simples fio de seda, protegido contra as correntes de ar por uma caixa de madeira com uma abertura que deixava ver o espelho. O fio de seda estava fixo a uma peça movel que permittia a producção de uma torsão, e podia ser levantado ou abaixado por meio de uma pequena roldana.

O regulador da força centrifuga, devido a um dos membros da commissão, era muito aperfeiçoado, e reduzia o movimento a uma uniformidade tal que os desvios do magnete podiam ser observados com a maxima exactidão.

A escala e o telescopio não merecem descripção especial; eram collocados a uma distancia do espelho de perto de tres metros.

A balança electrica era uma modificação da ponte de Wheatstone; e permittia comparar a resistencia R do fio da bobina com a resistencia R_1 d'um fio de prata allemã. Dois ramos eram formados por fios de prata allemã tendo exactamente o mesmo comprimento e secção, e, portanto, a mesma resistencia.

Quando a agulha do galvanometro permanecia em repouso, R nunca era egual a R_1, com exactidão, por causa das variações de temperatura. A modificação principal foi a introducção de uma caixa de resistencia em derivação, que permittia fazer variar muito pouco a relação das duas resistencias, tornando possivel a sua determinação com grande rigor.

A resistencia da bobina era dada, com sufficiente approximação, pela formula

$$R = \frac{G k \omega}{2 \operatorname{tg} \varphi (1 + \tau)} \left[1 + \frac{k M}{G H} \sec. \varphi - \frac{2 L}{G k} \left(\frac{2 L}{G k} - 1 \right) \operatorname{tg}.^2 \varphi \right].$$

G é a area total envolvida pelo fio;

k, a força magnetica no centro da bobina, devida á unidade de corrente;

M, o momento magnetico do magnete;

L, o coefficiente de self-induction do fio;

H, a componente horisontal do magnetismo terrestre;

$M H \tau$, o coefficiente de torsão do fio suspenso;

φ, o angulo entre o eixo do magnete e o meridiano magnetico;

ω, a velocidade angular da bobina.

G e *k* deduzem-se pelo calculo das dimensões da bobina.

$\frac{M}{H}$ determina-se, observando o desvio produzido no magnete de um magnetometro.

L determina-se pelo calculo.

$\omega = \frac{2n\pi}{T}$, sendo n o numero de revoluções executadas em T segundos.

φ deduz-se da formula

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{\delta}{D},$$

onde D é a distancia da escala ao espelho, e δ a leitura da escala feita a partir da parte da escala mais proxima do espelho.

Para determinar o coefficiente de torsão do fio, faz-se girar o magnete até torcer o fio 360° pouco mais ou menos. Sendo δ' a differença da leitura devida á torsão, é

$$\tau = \frac{\delta'}{4\pi D - \delta'}.$$

A commissão achou que eram insignificantes as correcções relativas á não coincidencia do eixo de rotação com a vertical, á differença de posição entre o centro do magnete e o centro da bobina e á irregularidade do campo magnetico devida á presença do ferro ou magnetes junto do apparelho.

Calculadas as constantes do apparelho, a formula anterior converteu-se em

$$R = \frac{1}{T\delta} 538145581730 + \frac{\delta}{T} 3055{,}5,$$

onde ha apenas a determinar a velocidade de rotação e o desvio da agulha.

As experiencias foram realisadas em junho de 1863 e setembro de 1864 no King's College.

Recentemente, lord Rayleigh e Arthur Schuster determinaram o valor da unidade absoluta de resistencia, servindo-se de apparelhos analogos aos da Associação Britannica mas mais aperfeiçoados; e acharam que o valor obtido pela Associação Britannica para a unidade absoluta de resistencia era grande de mais.

Foram diversas as modificações introduzidas por lord Rayleigh e Schuster.

Tomaram-se disposições para subtrahir melhor o magnete ás trepidações e ás correntes de ar.

O motor que se movia á mão, foi substituido por um motor de agua; e a velocidade era regulada por meio da torneira de admissão e pelo attrito dos dedos do experimentador sobre a corda de transmissão do movimento.

A innovação mais importante foi o modo de medir a velocidade de rotação da bobina: a Associação Britannica tinha empregado um contador do numero de voltas e um chronometro; Rayleigh e Schuster serviram-se de um methodo stroboscopico.

Sobre o eixo de rotação collocou-se um disco dividido em sectores eguaes, alternadamente brancos e negros, que se observava com uma luneta. Entre o olho e a ocular havia uma disposição que só permittia ver o disco durante tempos muito curtos, succedendo-se regularmente. Consistia num diapasão, cujas vibrações eram entretidas electricamente, e que tinha em cada ramo uma placa com uma fenda. Estas fendas coincidiam quando o diapasão estava em repouso; quando vibrava, dava-se esta coincidencia uma vez por cada vibração simples, e via-se só então o disco.

Se, durante uma vibração simples, a rotação do disco correspondia exactamente ao angulo de dois sectores negros vizinhos, parecia immovel; parecia, pelo contrario girar no sentido da rotação ou em sentido contrario, segundo o angulo percorrido era maior ou menor.

Regulava-se a velocidade de modo que o disco parecesse immovel.

Sendo n o numero de sectores negros, o disco fazia então $\frac{1}{n}$ voltas durante uma vibração simples do diapasão, cujo periodo era $\frac{1}{N}$ do segundo, sendo N o numero de vibrações por segundo.

A rotação completa do eixo executava-se, pois, em $\frac{n}{N}$ segundos.

O disco tinha cinco anneis concentricos, divididos respectivamente em 60, 32, 24, 20 e 16 sectores, o que permittia operar com cinco velocidades differentes.

Como a declinação podia variar durante a experiencia, observava-se uma bussola de variações collocada a distancia conveniente.

Os resultados das experiencias preliminares de Rayleigh foram as seguintes:

1) O valor do coefficiente de self-induction empregado pela Associação Britannica é muito fraco.

2) Escaparam provavelmente alguns erros na medida das constantes geometricas do circuito.

3) As correntes induzidas no proprio annel que serve de supporte aos fios, são insignificantes (diminuem o desvio da agulha $\frac{1}{8000}$ do seu valor).

4) O calor desenvolvido pelas correntes no circuito não altera de modo sensivel a sua resistencia.

5) É insignificante a variação do magnetismo da agulha.

Segundo Rayleigh e Schuster, a principal causa de erro resulta da medida das constantes geometricas do circuito; e é conveniente o emprego de uma bobina de maior diametro; a da Associação Britannica tinha proximamente $0^m,32$ de diametro.

Nas experiencias definitivas de Schuster, o magnete espherico foi substituido por um systema de quatro agulhas magnetisadas de 5 mm. de comprimento, collocadas segundo as arestas horizontaes e parallelas de um cubo muito pequeno de cortiça. Se o comprimento das agulhas é 2,3 vezes maior do que o das arestas do cubo, o systema equivale a um magnete infinitamente pequeno collocado no centro do cubo, menos pesado ainda do que a esphera, para o mesmo momento magnetico.

Outros observadores, anteriormente a Rayleigh e Schuster, tinham duvidado da exactidão dos resultados obtidos pela Associação Britannica e determinado de novo a unidade absoluta de resistencia, servindo-se de apparelhos differentes dos que ella empregou. Taes foram Kohlrausch, Rowland, H. Weber.

Methodos de Kohlrausch, Rowland e H. Weber. — Kohlrausch empregou um methodo analogo ao segundo methodo de Weber, cuja descripção se encontra nos *Poggendorffs Annalen, Ergänzungsband VI.*

O methodo de Rowland consiste essencialmente no seguinte:

Um circuito fixo é atravessado por uma corrente constante de intensidade I; ao lado está um circuito movel de resistencia R. Afastando este segundo circuito até ao infinito, desenvolve-se nelle uma corrente induzida de intensidade α, e é

$$\alpha = \frac{IM}{R},$$

sendo M o potencial dos dois circuitos um sobre o outro, quando são atravessados por correntes eguaes á unidade. Se, em vez de afastar o circuito induzido, o deixarmos no seu logar e invertermos o sentido da corrente inductora, desenvolve-se uma corrente induzida de intensidade dupla da precedente

$$\alpha = \frac{2IM}{R}, \text{ d'onde } R = \frac{2IM}{\varphi}.$$

M é dado pelo calculo, I por uma bussola das tangentes; φ determina-se, observando a impulsão produzida pela corrente induzida num galvanometro.

H. F. Weber, de Zurich, emprega tres methodos differentes: 1) usando das correntes produzidas pela inducção magnetica; 2) empregando as correntes produzidas pela acção das correntes; 3) baseando-se no calor desenvolvido por uma corrente num circuito.

Estes methodos conduziram sensivelmente ao mesmo resultado.

Methodos de Marcel Brillouin, Fröhlich e Roiti. — Marcel Brillouin apresentou ultimamente um methodo fundado em que, no systema electromagnetico, a relação de um coefficiente de inducção para uma resistencia é um tempo. A determinação da resistencia depende assim das medidas de comprimento necessarias ao calculo de um coefficiente de inducção e de uma medida de tempo.

Brillouin emprega as correntes de inducção produzidas pela rotação de um magnete no interior de uma bobina espherica fixa. Pode dar-se a este magnete uma velocidade consideravel, que se mede. As extremidades do fio da bobina estam ligadas a um circuito complexo, onde se produzem correntes de amplitudes e phases differentes, mas todas do mesmo periodo.

O circuito é regulado de modo que seja nullo o desvio que toma a bobina movel de um electrodynamometro sob a influencia das correntes.

Eis as condições para que o electrodynamometro se conserve sempre a zero:

1) As duas bobinas são percorridas pela mesma corrente: é preciso que ella seja constantemente nulla.

2) As duas bobinas são percorridas por correntes differentes: é preciso que uma das correntes seja constantemente nulla, ou que a differença de phase das duas correntes seja $\frac{\pi}{2}$.

3) A bobina fixa é composta de duas bobinas identicas percorridas em sentido inverso por correntes differentes.

Sendo a corrente da bobina movel

$$a \cos 2\pi \frac{t}{T},$$

e as outras duas

$$b \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + \varepsilon\right), \quad c \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + \delta\right),$$

a condição é

$$b \cos \varepsilon = c \cos \delta,$$

que se converte em $b^2 - c^2 = 0$, quando fôr a primera corrente egual á somma das outras duas.

Marcel Brillouin indica dois methodos correspondentes aos dois ultimos modos de empregar o electrodynamometro.

1) Os fios conductores formam tres circuitos — (0), (1), (2).

O circuito (0) comprehende a bobina espherica dentro da qual gira o magnete, a bobina movel de um electrodynamometro e uma bobina inductora. O circuito (1), percorrido por uma corrente induzida de primeira ordem, comprehende uma bobina induzida pelo circuito (0) e uma bobina inductora. O circuito (2), percorrido por uma corrente induzida de segunda ordem, comprehende uma bobina induzida pelo circuito (1), a bobina fixa do electrodynamometro e um rheostato.

Para uma velocidade de rotação conveniente pode, por meio do rheostato, reduzir-se a zero o desvio do electrodynamometro, tornando egual a $\frac{\pi}{2}$ a differença de phase entre a corrente principal e a induzida de segunda ordem.

Ter-se-ha sensivelmente

$$\frac{L_1 L_2 - M_{1.2}^2}{R_1 R_2} k^2 = 1,$$

onde L_1 e L_2 são os coefficientes de self-induction dos circuitos (1) e (2); R_1 e R_2, as suas resistencias; $M_{1.2}$, o coefficiente de inducção entre (1) e (2); k a velocidade de rotação.

O modo mais simples de usar d'esta equação consiste em fazer outra experiencia, na qual R_1 augmente r, e $M_{1.2}$ se torne em ~~augmente~~ $m_{1.2}$, conservando-se constantes as outras quantidades.

Virá então

$$\left(M_{1.2}^2 - m_{1.2}^2\right) k^2 = r R_2.$$

$M_{1.2}$ e $m_{1.2}$ calculam-se directamente; k é medido em segundos. R_2 será expresso na resistencia conhecida r.

2) A corrente produzida pela rotação do magnete no interior da bobina espherica atravessa a bobina movel de um electrodynamometro differencial, e bifurca-se para atravessar em sentido contrario as duas partes da bobina fixa.

Mas cada uma das correntes derivadas atravessa antes um rheostato e uma bobina. As duas bobinas são identicas, e uma d'ellas está sujeita á inducção de outra bobina collocada no circuito da corrente principal.

Podem regular-se os dois circuitos derivados, de modo que, para uma velocidade conveniente, o desvio seja nullo. Teremos então

$$R^2 - r^2 = \frac{4\pi^2}{T^2}(L + l - 2N)(l + 2m - 2M - L),$$

onde R, r, L, l, são as resistencias e os coefficientes de self-induction dos circuitos derivados; M e m, os coefficientes de inducção entre cada um d'elles e o circuito principal, e N o seu coefficiente de inducção mutua.

O melhor modo de usar d'esta equação consiste em fazer tres determinações com a mesma velocidade de rotação, e com tres valores differentes R, R$'$, R$''$ e L, L$'$, L$''$ da resistencia e do coefficiente de self-induction do circuito derivado induzido. As tres equações correspondentes darão

$$\frac{R'^2 - R^2 + \frac{4\pi^2}{T^2}(L' - L)^2}{L' - L} = \frac{R''^2 - R^2 + \frac{4\pi^2}{T^2}(L'' - L)^2}{L'' - L}.$$

Esta equação só contem differenças entre coefficientes de self-induction, que se calculam facilmente.

J. Fröhlich serve-se só de acções electrodynamicas para a determinação da unidade absoluta de resistencia.

Colloca ao lado um do outro dois circuitos, um induzido, e outro inductor contendo uma pilha constante.

Produz-se uma força electromotriz instantanea, quando se fecha o circuito da pilha ou se estabelece um shunt entre os seus dois polos; e mede-se a corrente resultante com um electrodynamometro.

Suppõe-se que, durante toda a duração de um periodo variavel, a pilha conserva uma força electromotriz e uma resistencia invariaveis.

Colloca-se uma das bobinas do electrodynamometro no circuito inductor, e a outra no induzido.

Fechando o circuito da pilha, seja Q_A a acção electrodynamica entre duas porções determinadas do circuito induzido e do inductor.

Se reunirmos depois os dois polos da pilha por um fio conveniente, pode supprimir-se a força electromotriz no circuito inductor, sem mudança nem na resistencia nem no coefficiente de self-induction.

A acção electrodynamica é Q_B. Tem-se

$$Q_B - Q_A = \frac{MI^2}{R^2}.$$

Q_B e Q_A medem-se pelas impulsões relativas a cada uma das phases da experiencia; M, coefficiente de inducção dos dois circuitos, é dado pelo calculo; I é a intensidade final da corrente produzida pela pilha no circuito inductor, que se mede facilmente.

R, resistencia do circuito induzido, fica assim determinado em unidades absolutas.

A. Roiti emprega um methodo analogo ao de Rowland.

Serve-se de um solenoide fechado no qual circula uma corrente primaria, e de um galvanometro no qual se lança á vontade uma derivação da corrente principal ou as correntes induzidas directas, resultantes de um certo numero de interrupções do circuito principal. As resistencias são escolhidas de modo que o desvio accusado pelo galvanometro fique o mesmo nos dois casos.

Seja e a quantidade total de electricidade que circula no galvanometro, a cada interrupção do circuito principal, e n o numero d'estas interrupções por segundo; o desvio do galvanometro será o mesmo que se o instrumento fosse atravessado por uma corrente de intensidade $I = n e$.

Sendo i a intensidade da corrente primaria, M o coefficiente de inducção mutua do solenoide e do circuito induzido, que faz μ voltas do exterior para o interior do solenoide, é $e = \frac{\mu M}{R} i$.

É, pois,

$$R = n \cdot \mu M \frac{i}{I};$$

d'onde se deduz, em unidades absolutas, R, resistencia do circuito do galvanometro.

Methodo de Lorenz. — Em todos os methodos até agora empregados se tem feito uso de correntes variaveis. Estas correntes produzem extra-correntes nos circuitos, e dão logar a uma correcção difficil, porque o coefficiente de self-induction só se determina com uma certa approximação. Foi esta uma das causas do valor pouco exacto achado pela Associação Britannica.

Lippmann observa que a resistencia de um conductor só é bem definida, no caso do emprego de correntes constantes. Então, a intensidade da corrente é a mesma em todos os pontos da secção do conductor; sendo a corrente variavel, a intensidade é maior na peripheria do que no centro.

O primeiro methodo em que se emprega uma corrente constante, é o de Lorenz (1873). Neste methodo utilisa-se a inducção de uma bobina circular sobre um disco de cobre concentrico, animado de movimento de rotação no plano da bobina.

Uma corrente constante, de forma circular, faz girar um disco de cobre concentrico, percorrido radialmente por uma corrente; reciprocamente, imprimindo ao disco de cobre um movimento de rotação, produz-se uma differença de potencial entre o centro e a peripheria, expressa por $C\omega I$, em que I é a intensidade da corrente que percorre a bobina, ω a velocidade de rotação do disco, e C um coefficiente que se acha pelo calculo, e é constante para o mesmo apparelho. Uma mola toca a peripheria do disco, e outra o centro. Se estas duas molas se puzerem em communicação com um galvanometro, observar-se-ha, pois, um desvio da agulha.

Intercalando no circuito de que faz parte a bobina a resistencia R que se quer medir, será RI a differença de potencial nas suas extremidades. Pondo em communicação estas extremidades, por meio de fios metallicos, com as molas do disco, as duas correntes serão do mesmo sentido ou do sentido contrario, conforme o sentido da rotação.

Fazendo com que se dê o ultimo caso, será, para uma velocidade conveniente

$$C\omega I = RI \quad \text{ou} \quad R = C\omega,$$

e o galvanometro então não soffrerá desvio.

Este methodo apresenta o inconveniente de não ser possivel calcular C com approximação conhecida, por causa das integraes ellipticos que se encontram no começo do calculo. Mas recentemente Lorenz modificou o seu methodo de modo que aquella difficuldade desapparece.

Supponhamos o disco collocado no interior de um solenoide infinito, e movendo-se em volta do eixo do solenoide. Será

$$C = \frac{4\omega S}{d},$$

onde S é a superficie do disco e d a distancia dos filetes do solenoide.

Este valor, muito simples, não é sensivelmente alterado para um solenoide de comprimento finito, ainda que muito superior ao seu raio. Lorenz propõe, pois, a substituição da bobina por um cylindro de latão munido de um passo de parafuso, no qual se enrola uma unica camada de um fio de cobre isolado.

Dando, por exemplo, ao cylindro um comprimento de 1 metro e um diametro de $0^{m},333$, o valor de C é apenas menor 5 a 6 por cento. O valor de C será sufficientemente grande, tomando-se o passo do parafuso egual a $0^{mm},5$ e o diametro do disco egual a $0^{m},3$.

Methodo de Carey Foster e Maxwell. — Este methodo, imaginado em 1874, consiste em fazer mover em volta de um eixo vertical uma bobina cujo circuito fica aberto.

Não se produz, portanto, nenhuma corrente; mas a acção da terra origina uma força electromotriz de inducção, cujo valor attinge o maximo V_e, quando o plano da bobina coincide com o do meridiano magnetico. Neste momento, as extremidades do fio induzido são postas em communicação, durante um tempo muito curto, por meio de dois fios (f, f'), com as extremidades da resistencia R a medir, na qual circula uma corrente de sentido contrario á transportada pelos fios, cuja intensidade é dada por uma bussola das tangentes.

Esta corrente é fornecida por uma pilha constante, e a sua intensidade I regula-se por um rheostato, até que um galvanometro, collocado no trajecto de um dos fios (f, f'), não offereça desvio algum. Nesta occasião, a differença de potencial entre as extremidades da resistencia a avaliar é tambem V_e.

As duas forças electromotrizes têm respectivamente por expressão

$$V_e = 2n\pi SH \quad \text{e} \quad V_e = IR.$$

S é superficie total envolvida pelo fio da bobina, H a componente horizontal do magnetismo terrestre; n o numero de voltas da bobina por segundo.

Egualando as duas expressões de V_e, vem

$$IR = 2n\pi SH \ \text{e} \ R = 2n\pi \frac{SH}{I} = 2n\pi \frac{S}{k \operatorname{tg} \alpha},$$

onde k é a constante da bussula e α o desvio da agulha.

O artificio d'este methodo consiste em só fechar o circuito da bobina durante um tempo muito curto, obtendo-se assim uma corrente constante. Esta ideia é de Maxwell.

Methodos de Lippmann. — Lippmann apresentou diversos methodos.

Já fallámos do seu methodo thermoscopico, modificação do de Joule.

Outro methodo, identico ao precedente, foi proposto por Lippmann, sem saber que elle já tinha sido imaginado por Carey Foster e Maxwell; e a proposito d'elle sustentou Lippmann uma discussão com Marcel Brillouin, que se encontra nos *Comptes rendus hebdomadaires de l'Académie des Sciences.*

Lippmann deixa o circuito aberto para evitar a correcção do coefficiente de self-induction; só quando o plano da bobina passa no plano do meridiano magnetico é que as suas extremidades se poem em communicação com um circuito. Lippmann suppõe, de resto, que a força electromotriz nas duas extremidades do fio da bobina é independente da sua capacidade.

Ora Brillouin observa que, estando o circuito aberto, o seu estado, a cada instante, depende da inducção pela terra, da inducção do circuito sobre si mesmo e da capacidade do fio; não varia de uma maneira simples como para um circuito fechado, mas de um modo complicado, porque a corrente é variavel de uma secção a outra do fio, sendo só nulla nas extremidades. Estabelece-se, pois, na bobina, um estado variavel, tendo por periodo a duração de uma rotação; a differença de potencial não terá o seu valor maximo, na posição supposta.

A este phenomeno, observa Brillouin, sobrepor-se-ha um estado oscillatorio, de periodo muito curto, que tornará as experiencias muito variaveis, a não ser que seja invariavel a velocidade de rotação. Qualquer variação na velocidade faz nascer estas oscillações; e é inevitavel uma variação brusca de velocidade, quando as extremidades do fio se puzerem em communicação com os contactos do circuito fixo.

Brillouin conclue por dizer que o emprego dos circuitos abertos introduz uma complicação grande.

Mas Lippmann respondeu vantajosamente a estas objecções.

Fez ver que os phenomenos de inducção a que Brillouin se refere, longe de prejudicarem o methodo, têm uma acção insensivel, como mostra a experiencia: os membros da Associação Britannica fizeram girar rapidamente um circuito, no centro do qual se achava a agulha de uma bussola, e observaram que, estando o circuito aberto, a agulha não soffria desvio.

Em quanto á variação brusca de velocidade a que Brillouin allude, Lippmann mostra que se pode tornar insensivel a acção de um pequeno attrito periodico, e cita apparelhos onde isto se consegue (rheotomos differenciaes, etc.).

Brillouin tinha apresentado um exemplo numerico em que não se podia desprezar a capacidade do fio, como fazia Lippmann. Mas Lippmann mostra, a seu turno, com dados numericos que só não seria desprezivel a capacidade do fio, empregando-se bobinas de dimensões impraticaveis.

Usando bobinas de dimensões correntes, o methodo é, pois, perfeitamente applicavel.

Outro methodo de Lippmann é o seguinte.

Um disco de cobre, egual ao de Lorenz, é movel em volta do seu eixo, que é parallelo á agulha de declinação. Sob a influencia do magnetismo terrestre produz-se uma força electromotriz de inducção, dirigida radialmente, que se recolhe por meio de duas molas, situada uma no centro e a outra na peripheria. Oppõe-se esta força electromotriz á que existe nas extremidades da resistencia R, percorrida por uma corrente cuja intensidade se faz variar e se mede como no methodo de C. Foster e Maxwell.

Teremos

$$R=\frac{nS}{k\operatorname{tg}\alpha},$$

onde S é a superficie do disco, n o numero de voltas que ella faz por segundo, k a constante do galvanometro e α o desvio da agulha.

Em logar do disco, é mais facil usar de um simples fio metallico que represente um dos seus raios, e faze-lo girar no interior de um annel circular fixo, que a sua extremidade toca constantemente.

Para fazermos ideia dos valores achados para a unidade absoluta de resistencia pelos diversos experimentadores, comparemo-la com a unidade Siemens — a resistencia, a 0° C., de uma columna de mercurio, de 1 metro de comprimento e $0^{m.q.}{,}001$ de secção.

EXPERIMENTADORES	RESULTADOS
Weber	1 U. S. $= 1{,}0257 \times 10^9$ C. G. S.
Kohlrausch	» $= 0{,}9717 \times 10^9$ » » »
Lorenz	» $= 0{,}9337 \times 10^9$ » » »
Associação Britannica	» $= 0{,}9536 \times 10^9$ » » »
F. Weber	» $= 0{,}9550 \times 10^9$ » » »
Rayleigh	» $= 0{,}9672 \times 10^9$ » » »

Estas determinações têm valores differentes.

A primeira afasta-se de todas as outras, e deve por isso ser posta de parte. Em quanto ás cinco restantes, Rothen dá o valor 1 ás de Kohlrausch e Lorenz, o valor 3 á da Associação Britannica, e á de Weber e á de Rayleigh e Schuster o valor 2.

Obtem-se então, como media,

$$1 \text{ U. S.} = 0{,}9563 \times 10^9 \text{ C. G. S.},$$

ou

$$1{,}0457 \text{ U. S.} = 10^9 \text{ C. G. S.}$$

10^9 unidades absolutas de resistencia (ohm) seriam, pois, representadas, a 0° C., por uma columna de mercurio de 1 millimetro quadrado de secção e $1^m,0457$ de comprimento.

III

As medidas absolutas mostram que as unidades C. G. S. não podem ser usadas na pratica. Com effeito, as unidades absolutas de força electromotriz e de resistencia são extremamente pequenas; pelo contrario, as de intensidade da corrente, quantidade de electricidade e capacidade electrica são grandes de mais.

Á vista d'isto, a Associação Britannica e o Congresso decidiram multiplicar as unidades absolutas por potencias de 10, de expoentes positivos ou negativos, para obter grandezas utilisaveis na pratica.

A unidade arbitraria de resistencia mais usada na pratica era a unidade Siemens, proximamente egual a 10^9 unidades absolutas; a de força electromotriz, o Daniell, pouco differente de 10^8 unidades absolutas. O Congresso adoptou, pois, como já tinha feito a Associação Britannica, para unidade pratica de resistencia 10^9 unidades absolutas; e para unidade pratica de força electromotriz, 10^8 unidades absolutas. Á primeira foi dado o nome de *ohm*, á segunda o de *volt*, em homenagem aos dois physicos Ohm e Volta.

Assim se entende a resolução do Congresso: «Les unités pratiques, l'ohm e le volt, conserveront leurs définitions actuelles: 10^9 pour l'ohm et 10^8 pour le volt.»

D'este modo, a unidade pratica de intensidade da corrente será, segundo a lei de Ohm, egual a 10^{-1} unidades absolutas; deu-se-lhe o nome de *ampère*. A unidade pratica de quantidade de electricidade será, segundo a lei de Faraday, egual a 10^{-1} unidades absolutas; deu-se-lhe o nome do *coulomb*. A unidade pratica de capacidade electrica será, segundo a definição d'esta quantidade, egual a 10^{-9} unidades absolutas; recebeu o nome de *farad*.

É o que consta das seguintes resoluções do Congresso: «On appelle ampère le courant produit par un volt dans un ohm. On appelle coulomb la quantité d'électricité définie par la condition qu'un ampère donne un coulomb par second. On appelle farad la capacité définie par la condition qu'un coulomb dans un farad donne un volt.»

A Associação Britannica só tinha definido o ohm e o volt; as outras denominações são do Congresso.

A unidade de corrente era conhecida pelo nome de *weber*. Na Inglaterra designava-se assim a corrente produzida por um volt num ohm; mas esta quantidade era dez vezes maior do que a unidade empregada na Allemanha pelo proprio Weber, e que tambem se chamava *weber*.

Foi para evitar esta confusão e ao mesmo tempo para juntar o nome de um francez aos dos sabios inglezes, allemães e italianos que tinham dado o nome ás outras unidades que o Congresso propoz o nome de *ampère*.

Ultimamente Clausius propoz o nome de *weber* para a unidade pratica de magnetismo.

Em resumo, temos:

UNIDADES PRATICAS		SEU VALOR
Resistencia..................	ohm	$=10^9$ C. G. S.
Força electromotriz	volt	$=10^8$ » » »
Intensidade da corrente	ampère	$=10^{-1}$ » » »
Quantidade de electricidade...	coulomb	$=10^{-1}$ » » »
Capacidade electrica.........	farad	$=10^{-9}$ » » »

Seria facil, pela escolha de unidades fundamentaes convenientes, converter o systema de medidas pratico num systema simples onde desapparecessem as potencias de 10: bastaria tomar para unidade de comprimento $0^m,01 \times 10^9$, para unidade de massa /11 $1^{gr} \times 10^{-1}$, conservando para unidade de tempo o segundo.

O facto de ser necessario empregar uma unidade de comprimento tão grande e uma unidade de massa tão pequena é caracteristico da electricidade.

Uma unidade um milhão de vezes maior que a unidade principal costuma designar-se, antepondo o prefixo *mega* ao nome d'aquella unidade; uma unidade um milhão de vezes menor designa-se, antepondo o prefixo *micro.*

Clausius propõe uma nomenclatura para a designação de todos os multiplos e submultiplos da unidade principal.

Consiste em antepôr ao nome da unidade principal os nomes ordinarios latinos ou gregos, correspondentes aos expoentes da potencia de 10, pela qual a unidade tem de ser multiplicada, devendo empregar-se o nome latino, quando o expoente fôr negativo, e o grego, quando fôr positivo.

Assim, para o metro, a quinta unidade inferior ($1^m \times 10^{-5}$)

chamar-se-hia *quintometro;* a quinta unidade superior ($1^m \times 10^5$), *pemptometro.*

A unidade de massa a que ainda agora nos referimos ($1^{gr} \times 10^{-11}$) seria um *undecigramma;* a unidade de comprimento ($\cancel{1}0^m,01 \times 10^9 = 1^m \times 10^7$), um *hebdometro.* /5

O systema pratico seria, pois, o systema electromagnetico *undecigramma-hebdometro-segundo.*

CAPITULO III

I. — Padrões electricos. II. — Padrão de resistencia. III. — Padrão de força electromotriz. IV. — Conclusão.

I

Até agora apenas definimos as unidades, e achamos o seu valor em funcção de unidades conhecidas.

Como vimos, as medidas absolutas são muitissimo difficultosas, e é claro que não é possivel na pratica avaliar, em unidades absolutas, as grandezas electricas pelos processos longos e delicados que expozemos no capitulo precedente.

É necessario proceder á representação material das unidades, analogamente ao que se fez, quando se introduziu o systema metrico decimal.

Definido o metro e calculado por Delambre o seu valor em toezas, construiu-se um padrão, que se depositou em Paris, e de que se mandaram copias para toda a parte. É segundo estas copias que nós medimos os nossos comprimentos; seria impossivel compara-los com o meridiano, a todo o instante.

Convem seguir o mesmo processo para as unidades electricas: estabelecer padrões typos e, á face d'elles, construir copias, que servirão para os usos da pratica, e devem ser, de quando em quando, comparadas com o padrão original.

É difficil construir padrões que representem, com exactidão, o volt, o ampère, o coulomb e o farad.

Obtidos os padrões de resistencia e força electromotriz, poderiam dispensar-se padrões para as outras unidades; porque seria facil deduzir d'estas grandezas os valores das outras. Mas a sua construcção não offereceria grandes difficuldades.

Pelo que diz respeito á intensidade da corrente, é o electrodynamometro que convem adoptar, por ser applicavel tanto ás correntes constantes como ás variaveis; devia ser construido, de forma que o desvio da bobina movel indicasse logo em ampères a intensidade da corrente. Para padrão de quantidade de electricidade poder-se-hia usar de um condensador que se carregásse de um coulomb para a differença de potencial de um volt. Como padrão de capacidade poderia empregar-se o mesmo condensador; a sua capacidade seria a de um farad.

As medidas far-se-hião pelos processos conhecidos, em que se acha a relação de duas grandezas da mesma especie.

II

Todo o padrão deve ser invariavel e facilmente reproductivel.

Relativamente ao padrão de resistencia, é necessario averiguar qual é o metal ou liga que satisfaz melhor áquellas condições.

Vamos, pois, estudar, sob o ponto de vista da conductibilidade electrica, os metaes e as ligas.

Metaes. — Priestley foi o primeiro que tentou determinar o poder conductor dos metaes, fazendo passar a mesma descarga atravez de dois fios de metal differente, do mesmo comprimento e da mesma grossura; repetia a experiencia até que um dos fios fundisse: o que fundia mais facilmente era o peior conductor. Davy tomava fios de diversos metaes, do mesmo comprimento e do mesmo diametro, e investigava quantos elementos Wollaston podia cada um d'elles descarregar.

Estes processos eram muito imperfeitos.

Becquerel e Pouillet determinaram os poderes conductores por processos mais aperfeiçoados; mas as primeiras determinações rigorosas são as Matthiessen.

Este physico mostrou que o poder conductor dos metaes varia muito rapidamente com a temperatura, e que, ainda á mesma temperatura e para um dado metal, está longe de ser constante a resistencia especifica. Isto é devido a diversas causas: á maior ou menor pureza do metal, á maior ou menor homogeneidade da sua massa e á diversidade da estructura molecular.

Matthiessen reconheceu que os metaes, no estado em que se encontram no commercio, apresentam grandes differenças na conductibilidade, ainda a uma mesma temperatura. As experiencias eram feitas com fios metallicos, do mesmo comprimento e da mesma secção.

Os resultados obtidos para os differentes cobres do commercio são:

	PODER CONDUCTOR
Cobre puro...............	100 a 15°,5 C.
Lago superior (não fundido)...	98,8 a 15°,5 »
Dito (fundido)............	92,6 a 15° »
Burra Burra..............	88,7 a 14° »
Primeira escolha...........	81,3 a 14°,2 »
Cobre brilhante............	72,2 a 15°,7 »
Cobre doce...............	71 a 17°,3 »
Demidoff.................	59,3 a 12°,7 »
Rio Tinto................	14,2 a 14°,8 »

Relativamente á homogeneidade, deve notar-se que ella é alterada frequentemente nos fios metallicos pela presença de cavidades.

É sabido que os fios de alguns metaes requerem muito cuidado, quando se passam á fieira. Assim, o cobre e a prata não sendo bastante recosidos em quanto se passam á fieira, tornam-se muito frageis, e quebram facilmente pela flexão. Examinando com cuidado a fractura vê-se que o fio apresenta uma cavidade; de modo que tal fio pode ser considerado como um tubo extremamente fino.

É facil explicar esta falta de homogeneidade: ao passar o fio pelos orificios da fieira, a parte externa, aquecendo-se, soffre um recosimento e torna-se menos dura e mais fragil do que a parte interna; no fim de algum tempo, a parte interna, muito fragil, cede á pressão exterior e deixa uma cavidade, ao passo que a parte externa é bastante forte para continuar a resistir á pressão.

Quando se reduz o fio a um diametro muito pequeno, descobrem-se muito facilmente estas cavidades: nos pontos em que ellas existem, o fio torna-se visivelmeete mais fino, em consequencia da rapida juncção das paredes da cavidade.

Pelo que respeita á estructura molecular, observou Matthiessen que esta causa estava intimamente ligada á variação da conductibilidade com a temperatura. Assim, quando um fio de cobre se aquece a 100° C. e depois se resfria, o seu poder conductor é variavel, ainda para uma dada temperatura; mas, se o aquecermos a 100° C., durante alguns dias, o poder conductor altera-se permanentemente, o que evidentemente é consequencia do arranjo molecular.

Matthiessen observou que, em alguns metaes, uma variação de arranjo molecular não importa alteração na conductibilidade electrica. Assim, o cadmio puro, que, a frio, é extremamente ductil, torna-se quebradiço e crystallino a 80° C., sem apresentar differença no seu poder conductor, e pelo resfriamento torna-se de novo ductil.

Mas estes casos são excepcionaes.

Segundo Matthiessen, o poder conductor dos metaes mais puros decresce, em geral, com a temperatura 29,3 por cento proximamente, entre 0° C. e 100° C., a não ser o ferro, cuja conductibilidade entre aquelles limites diminue 38,2 por cento.

A conductibilidade a t° C. pode exprimir-se, d'um modo approximado, pela formula

$$C_t = C_0 \left(1 - kt + k't^2\right)$$

*

onde k e k' são coefficientes determinados pela experiencia, sendo proximamente

$$k = 0{,}0037674,\ k' = 0{,}00000834,$$

para um grande numero de metaes puros, entre 0° C. e 100° C.

Estes coefficientes só são approximados, porque Matthiessen achou que, ainda para fios do mesmo metal chimicamente puro, não é a mesma a variação da conductibilidade com a temperatura.

Assim, para dois fios de cobre (n.° 1 e n.° 2) acharam-se os seguintes valores, entre 0° C. e 100° C.:

	N.° 1	N.° 2
0°	100	100
20°	92,6	92,4
40°	86,3	85,6
60°	80,4	79,6
80°	75,1	74,4
100°	70,5	70.

As experiencias de Matthiessen sobre a acção da temperatura na conductibilidade electrica dos metaes foram feitas com um apparelho, cuja descripção se encontra nas *Philosophical Transactions* de 1862.

Estas experiencias realisaram-se com a prata, cobre, ouro, zinco, cadmio, estanho, chumbo, mercurio, etc.

Este ultimo metal merece attenção especial. É relativamente facil obte-lo no estado de pureza. A influencia da temperatura no seu poder conductor, entre 0° C. e 100° C., é muito pequena, apenas de 8,3 por cento, de modo que uma differença de temperatura de 1° C. produzirá unicamente uma differença no poder conductor de perto de 0,08 por cento. A resistencia especifica do mercurio a t^0 C. é deduzida da sua resistencia a 0° C. pela formula

$$R_t = 96190\,(1 + 0{,}0007485\,t - 0{,}000000498\,t^2).$$

Segundo as experiencias de W. Siemens, é possivel obter padrões de resistencia, por meio do mercurio, com uma exactidão de 0,05 por cento.

As experiencias mais recentes que conhecemos sobre a estructura molecular dos metaes e a sua variação com a temperatura são as de Kalischer (*Berichte des deutschen chemischen Gesellschaft*, 1882).

Os metaes observados eram reduzidos a folhas e a fios.

As folhas de zinco, não crystallinas, apresentavam-se crystallinas pelo aquecimento a 150° C.; o cadmio apresentava vestigios de estructura crystallina, que pelo aquecimento se tornava muito nitida. As folhas de ferro, cobre e chumbo apresentavam distinctamente estructura crystallina; as de platina eram nitidamente formadas de innumeros octaedros e tetraedros. Não se apresentavam crystallinos, nem ao rubro, o nickel, o aluminio, o magnesio, a prata e o ouro.

Kalischer mostrou que os metaes, que, laminados, apresentavam estructura crystalina ou a adquiriram pela acção do calor, tinham sempre a estructura crystalina, quando fundidas.

As experiencias feitas com fios metallicos são, no nosso caso, as mais interessantes. Os fios de platina, ouro e prata, não crystallinos, adquiriam estructura crystallina pelo aquecimento ao rubro.

Os fios de cobre não se tornam crystallinos nem pelo aquecimento ao rubro, mas ao microscopio nota-se uma differença entre a estructura molecular dos fios aquecidos ao rubro e a dos não aquecidos; os primeiros apresentam um aggregado de particulas, que, apesar de estarem distribuidas irregularmente e mostrarem aspectos diversos, parecem approximar-se de uma forma determinada; os segundos apresentam uma textura listrada. Os fios de zinco tornam-se crystalinos pelo aquecimento a 300° C.; os de cadmio, pelo aquecimento a 150° C. Entre os fios de ferro (e aço) aquecidos ao rubro e os não aquecidos não foi possivel notar-se differenças de estructura. A estructura crystallina era observada, produzindo uma corrosão com uma solução de sulfato ou azotato de cobre, com o acido azotico, agua regia, etc.

Das suas experiencias conclue Kalischer:

O estado crystallino é o estado natural da maior parte dos metaes; em alguns pode ser destruido mais ou menos facilmente por acções mechanicas, noutros permanece.

O calor produz estructura crystallina, o que explica, pelo menos em parte, a diminuição da conductibilidade electrica com a temperatura.

Wiedemann e Franz admittem que as conductibilidades electricas dos metaes são proporcionaes ás suas conductibilidades calorificas.

Mas esta lei tem sido ultimamente contestada. Weber achou que a relação $\frac{k_0}{c_0}$ da conductibilidade calorifica para a electrica, a 0° C., varia com a natureza do metal e pode ser expressa pela formula

$$\frac{k_0}{c_0} = a + bc_0,$$

onde c_0 é o calor especifico a zero, e

$$a = 0{,}08880 \,.\, 10^4, \quad b = 0{,}1365 \,.\, 10^4.$$

Segundo Kirchhoff e Hanssemann a relação enunciada por Franz e Wiedemann verifica-se, exceptuando o cobre.

Segundo Lorenz, aquella relação tem logar para os corpos mais conductores, e pode ser expressa por $\frac{k_0}{c_0} = CT$, onde C é uma constante e T a temperatura absoluta.

Seria interessante verificar a lei de Wiedemann e Franz no caso dos fios metallicos.

Ligas. — Relativamente ás ligas, ha umas cuja conductibilidade é intermedia entre as dos metaes componentes, outras cuja conductibilidade é mais fraca, e pode até ser inferior á do metal menos conductor.

O primeiro caso dá-se com as ligas de chumbo, estanho, cadmio e zinco; o segundo, com as ligas de ouro e prata, de prata e platina, e com a liga conhecida pelo nome de *prata allemã*.

Estas ultimas ligas são aquellas cuja resistencia especifica é menos variavel. Segundo as experiencias de Matthiessen, a resistencias d'estas ligas a 0° C. e a percentagem da sua variação até 20° C. são:

	RESISTENCIA ESPECIFICA	VARIAÇÃO 1° A 20°
Liga de platina e prata ..	24660	0,031
Prata allemã	21170	0,044
Liga de ouro e prata	10990	0,065

A variação da resistencia d'estas tres ligas com a temperatura é dada approximadamente pelas seguintes formulas:

Liga de platina e prata $R_t=R(1+0,00031t \quad +0,000000152t^2)$
Prata allemã ...... $R_t=R(1+0,0004433t+0,000000152t^2)$
Liga de ouro e prata $R_t=R(1+0,0006999t+0,000000062t^2)$

onde R é a resistencia a zero.

Comparadas com os metaes, as ligas apresentam um poder conductor menos variavel com a temperatura; mas nunca existe nellas homogeneidade perfeita, nem egualdade de estructura.

Kalischer estudou a estructura de differentes ligas, em laminas e em fios.

No primeiro estado, muitas das ligas de cobre com o zinco apresentavam a estructura crystallina, que se observava muito distinctamente no latão.

Todas as folhas de tomback apresentavam a estructura crystallina, mas nas de bronze não foi possivel desbobri-la.

Os fios de latão não se tornavam crystallinos nem pelo aquecimento ao rubro; mas ao microscopio notava-se differença na estructura molecular, analoga á que nas mesmas condições apresentavam os fios de cobre, mas menos nitida.

Têm applicação ás ligas os resultados que apresentámos sobre a relação das conductibilidades calorificas e electricas dos metaes.

As tres ligas citadas são aquellas cuja conductibilidade é menos variavel. Constituem ellas, com o mercurio, as substancias mais proprias para a construcção de um padrão.

Pouillet e Siemens preferiram o mercurio.

A Associação Britannica construiu para os usos praticos um padrão provisorio de prata allemã representando o ohm, servindo-se do apparelho descripto summariamente quando nos occupámos da determinação da unidade obsoluta de resistencia feita por aquella Associação.

Na pratica é effectivamente mais commodo o uso de um fio metallico; mas o padrão original deve antes ser de mercurio, porque, como vimos, é facil obte-lo no estado de pureza, e a sua conductibilidade varia muito pouco com a temperatura. Deve apenas notar-se que a sua superficie se altera ao contacto dos fios metallicos, o que exige a frequente renovação do mercurio.

O Congresso resolveu, pois:

«L'unité de resistence (ohm) sera réprésentée par un colonne de mercure de $0^{m.q.}$,001 de section à la temperature de 0^{o} C.»

Das experiencias realisadas até á reunião do Congresso não era possivel deduzir o comprimento exacto d'esta columna.

Por isso foi resolvido:

«Une Commission internationale sera chargée de determiner, par de nouvelles expériences, pour la pratique, la longeur de la colonne de mercure de $0^{m.q.}$,001 de section à la température de 0^{o} C. qui representera la valeur de l'ohm.»

Conhecido o valor exacto do ohm em columna de mercurio, toda a difficuldade se reduz a obter um tubo perfeitamente calibrado, ou poder calcular exactamente a sua capacidade.

O calculo de Crova é muito simples.

Toma-se um tubo quasi capillar e de paredes tão delgadas quanto seja possivel. Fazendo correr um indice de mercurio ao longo d'elle, examina-se se o seu diametro varia muito pouco, como é necessario, de uma a outra extremidade.

Dada esta condição, gradua-se o tubo em millimetros por meio da machina de dividir, e divide-se em seguida em n partes eguaes, cada uma de l millimetros (l variará de 40 a 60 millimetros). Faz-se depois correr ao longo do tubo um indice de mercurio, cujo comprimento é inferior a l, fazendo coincidir o seu centro successivamente com o meio do intervallo das grandes divisões.

Sejam h, h', h'', h''' os comprimentos d'este indice, quando o seu meio se acha ás distancias $\frac{l}{2}, \frac{3l}{2}, \frac{5l}{2}$ contadas a partir de uma extremidade do tubo, e s, s', s'' as secções do tubo nesses pontos.

Não sendo os tubos muito irregulares, num comprimento de 40 a 60 millimetros, o volume interior é comparavel ao de um tronco de cone.

A capacidade interior do tubo entre os pontos $\frac{l}{2}$ e $\frac{3l}{2}$ pode~~m~~ comparar-se ao volume de um tronco de cone, de altura l, cujas bases têm por areas s e s' (expressas em millimetros quadrados), O comprimento do cylindro de $0^{m.q.},001$ da secção, equivalente ao tronco de cone, será $\frac{l}{\sqrt{ss'}}$; e este comprimento será para os outros troncos de cone

$$\frac{l}{\sqrt{s' s''}} \quad \frac{l}{\sqrt{s'' s'''}} \quad \frac{l}{\sqrt{s^{(n-1)} s^{(n)}}}.$$

Ficam nas extremidades duas porções de tubo, cada uma de comprimento egual a $\frac{l}{2}$, que podemos considerar cylindros, de secção s e $s^{(n)}$.

O comprimento do cylindro de $0^{m.q.},001$ de secção, equivalente ao comprimento do tubo será, pois,

$$L = l\left(\frac{1}{2s} + \frac{1}{2s^{(n)}} + \frac{1}{\sqrt{ss'}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{s^{(n-1)} s^{(n)}}}\right);$$

ou, por ser $shd = p$,

$$L = \frac{ld}{p}\left(\frac{h+h_n}{2} + \sqrt{hh'} + \sqrt{h'h''} + \ldots + \sqrt{h^{(n-1)}h^{(n)}}\right),$$

onde d é a densidade do mercurio e p o peso do indice.

Um processo de calculo menos rigoroso consiste em considerar os troncos de cone como cylindros.

Construido um padrão typo de resistencia, é facil construir por comparação padrões metallicos, que possam ser facilmente usados na pratica, empregando para isso os methodos conhecidos de comparação de resistencias.

III

É extremamente difficil construir um padrão de força electromotriz.

Este padrão deve possuir uma força electromotriz constante, e egual a um volt. Não pode ser senão uma pilha thermoelectrica, uma pilha hydroelectrica, ou uma machina magnetoelectrica ou dynamoelectrica. As machinas magneto e dynamoelectricas são manifestamente incommodas para os usos ordinarios.

Os elementos thermoelectricos são muito variaveis: a força electromotriz depende não só da natureza dos dois metaes que os constituem, mas da differença de temperatura das soldaduras. Em certos elementos a força electromotriz é proporcional á differença de temperatura das duas soldaduras; é o que se dá nos elementos bismutho-cobre, cobre-prata e sobretudo cobre-ouro. Noutros só ha proporcionalidade para uma differença de temperaturas muito pequena; no elemento bismutho-antimonio, por exemplo, a proporcionalidade deixa de existir desde que a temperatura das soldaduras não está comprehendida entre 16° C. e 35° C. Ha emfim elementos que apresentam o phenomeno da inversão: a uma certa temperatura, dependente do estado das duas soldaduras, a corrente muda de sentido.

O padrão de força electromotriz deve ser, pois, uma pilha hydroelectrica.

Destas não podem evidentemente servir para padrões aquellas em que ha polarisação.

Têm-se feito diversas tentativas para construir um elemento hydroelectrico que represente o volt. Mercadier e Esselbach modificam o Daniell, de modo que, segundo elles, se obtem uma força electromotriz de um volt; mas este resultado é ainda contestavel.

Mercadier substituiu o sulfato de cobre pelo azotato de cobre, e a agua acidulada contem uma parte de acido sulfurico para doze de agua. Esselbach não dá indicações precisas sobre a modificação a fazer.

Tem-se procurado obter ao menos um elemento de força electromotriz constante.

O Daniell, que é dos mais uniformes, apresenta variações na força electromotriz que podem chegar até 5 %. Lodge apresenta um elemento, modificação do de Daniell, que tem, segundo elle, uma força electromotriz de 1^{volt},08.

Warren de la Rue construiu uma pilha de um só liquido, cuja força electromotriz é de 1^{volt},03 proximamente. A pilha compõe-se de zinco não amalgamado e de um fio de prata coberto de chloreto de prata e mergulhado em agua salgada. Forma-se o chloreto de zinco, e o chloreto de prata é reduzido, dando prata esponjosa que fica adherente ao fio de prata.

Muirhead fez experiencias com 60 elementos de chloreto de prata de W. de la Rue. Com quanto já sejam bastante uniformes, não podem ainda servir para padrão: a força electromotriz dos diversos elementos podia variar até $\frac{1}{80}$ do seu valor medio.

A força electromotriz dos diversos elementos hydroelectricos varia sobretudo com o grau de concentração das soluções e com a sua maior ou menor alterabilidade. Segundo as experiencias de A. Voller, A. Stepanoff e outros, a temperatura influe tambem nestas variações. Assim a força electromotriz do elemento Daniell decresce um pouco com o augmento de temperatura.

De todos os padrões de força electromotriz propostos o melhor é o de Latimer Clark.

Latimer Clark, depois de quatro annos de experiencias, foi conduzido á descoberta de uma pilha, de força electromotriz sensivelmente constante. É formada de mercurio puro como elemento negativo e de zinco puro como elemento positivo, separados por uma pasta, obtida fazendo ferver o sulfato de mercurio ao minimo numa solução saturada de sulfato de zinco.

Para preparar o elemento Latimer Clark, forma-se uma solução saturada de sulfato de zinco em agua a ferver; depois do resfriamento, separa-se a solução dos crystaes, e mistura-se com o sulfato mercuroso puro, até formar uma pasta espessa; faz-se ferver tudo para expulsar o ar; lança-se depois a pasta sobre o mercurio preliminarmente aquecido num vaso de pilha conveniente. Um pedaço de zinco puro é então suspenso na pasta, e o vaso fechado com um mastique de parafina. O contacto com o mercurio obtem-se com um fio de platina descendo até ao mercurio por um tubo de vidro collado no interior do vaso, ou antes por meio de um pequeno tubo de vidro exterior, soldado ao vaso e abrindo, perto do fundo, no mercurio.

O sulfato mercuroso encontra-se no commercio; mas é possivel prepara-lo, dissolvendo mercurio puro, em excesso, no acido sulfurico aquecido abaixo do seu ponto de ebullição.

O sulfato mercuroso deve ser bem lavado com agua destillada. É necessario que não contenha sulfato mercurico, cuja presença se revela pela còr amarellada da sua solução na agua.

A força electromotriz dos elementos assim construidos é notavel pela sua uniformidade, e é constante, tendo-se o cuidado de não fechar o circuito.

Foram comparados entre si grande numero de elementos, alguns dos quaes construidos ha muitos mezes; a maior variação da força electromotriz nunca era superior a um millesimo do valor medio.

Raras vezes tinha logar uma divergencia tão grande, que podia ser devida a pequenas differenças de temperatura.

Fizeram-se algumas experiencias para determinar a variação da força electromotriz do elemento Latiner Clark com a temperatura; achou-se que a força electromotriz decresce com a temperatura 0,06 por cento proximamente, para cada gráo centigrado.

Este elemento não pode servir para a producção de correntes, porque a sua força electromotriz decresce então immediatamente. Para ser utilisado como padrão de força electromotriz, devem estas ser determinadas por meio de electrometros condensadores, ou outros apparelhos que não exijam uma corrente prolongada.

A sua força electromotriz foi cuidadosamente determinada com o electrodynamometro e com a bussola dos senos, por meio da formula

$$E = IR.$$

Achou-se:

Com o electrodynamometro (18 observações).. $1^{volt},45736$

Com a bussola dos senos (13 observações.... $1^{volt},45621$

Media........ $1^{volt},45678$

Como não merecem confiança as decimaes de ordem superior á terceira, pode dizer-se que a força electromotriz do elemento Latimer Clark é $1^{volt},457$. Este valor é exacto, á temperatura 15°,5 C.

Na determinação d'esta força electromotriz empregou-se uma nova disposição, cujo fim era evitar que os elementos produzissem alguma corrente.

O elemento L. Clark está em communicação com as extremidades do instrumento de medida por intermedio de um galvanometro; uma pilha auxiliar está tambem em communicação com essas extremidades, de maneira a enviar para o instrumento uma corrente do mesmo sentido. Regula-se a força da pilha auxiliar, fazendo variar o numero de elementos ou empregando um rheostato, de modo que seja contrabalançada exactamente a força do elemento typo, e se reduza a zero o desvio da agulha do galvanometro. D'este modo, as extremidades do instrumento de medida estão a uma differença de potencial egual á força electromotriz do elemento L. Clark, e a corrente que atravessa o instrumento, é toda fornecida pela pilha auxiliar.

O elemento L. Clark reunia todas as condições para ser um padrão de força electromotriz, se a sua força electromotriz representasse exactamente um volt. Como tal não succede, só pode ser adoptado provisoriamente. As suas applicações são evidentes:

1) Serve para determinar por comparação a força electromotriz dos outros elementos.

2) Um condensador, cuja capacidade seja de $\frac{1}{1,457}$ farad, carregado pelo elemento typo, conterá uma unidade de quantidade (1 coulomb).

3) Serve para manter uma corrente de intensidade conhecida atravez de um circuito. Para produzir num circuito uma corrente egual a um ampère, basta introduzir no circuito um fio de $1^{ohm},457$ de resistencia, de pôr em communicação, atravez de um galvanometro, com as extremidades d'este fio, os polos do elemento typo, e de fazer variar a intensidade da corrente no circuito, de modo que a agulha do galvanometro não soffra desvio. A corrente que passa no circuito, será egual a um ampère.

IV

Vê-se que a construcção dos padrões apresenta difficuldades, mas isto de forma alguma deve ser obstaculo á adopção do systema de que nos temos occupado.

É immensa a simplificação que elle introduz nos calculos numericos, o que o torna eminentemente pratico.

Se não é possivel construir padrões que representem as unidades com exactidão mathematica, a experiencia cada vez nos tornará mais proximo este limite, de que por ultimo só nos afastará o erro inherente a toda a observação humana.

Pouco importa que os padrões, uma vez construidos, tenham mais tarde de ser modificados.

Esta consideração, que não obstou á adopção quasi geral do systema metrico, não deve ter agora mais peso.

Mas, para que todo o systema possa ser estabelecido na pratica dentro em breve, é necessario que em todos os paizes civilisados se façam sem cessar novas experiencias, porque a todos elles interessa o rapido estabelecimento das unidades.

Por isso resolvera unanimemente o Congresso:

«Le Congrès des electriciens émet le vœu que le Gouvernement français se mette en rapport avec les autres puissances pour nommer un Comité exécutif chargé des recherches nécessaires pour établir les unités.»

De harmonia com esta resolução reuniu-se em Paris, em 16 de outubro de 1882, uma conferencia internacional de electricidade.

A segunda reunião teve logar este anno, no ministerio dos negocios estrangeiros, tendo-se feito representar todos os paizes civilisados. Effectuou-se a primeira sessão a 28 de abril. Na ultima sessão, a conferencia votou por unanimidade as seguintes resoluções, a respeito das unidades electricas:

1.ª *résolution.* — L'ohm légal est la résistance d'une colonne de mercure de 1 millimètre carré de section et de 106 centimètres de longueur, à la température de la glace fondante.

2.ª *résolution.* — La conférence émet la vœu que le Gouvernement français veuille bien transmettre cette résolution aux divers États et en recommande l'adoption internationale.

3.ª *résolution.* — La conférence recommande la construction d'étalons primaires en mercure conformes à la résolution précédemment adoptée, et concurremment, l'emploi d'échelles de résistances secondaires en alliages solides, qui seront fréquemment comparées entre elles et avec l'étalon primaire.

4.ª *résolution.* — L'ampère est le courant dont la mesure absolue est de 10^{-1} en unités électromagnétiques C. G. S.

5.ª *résolution.* — Le volt est la force électromotrice qui soutient le courant d'un ampère dans un conducteur dont la résistance est l'ohm légal.

BIBLIOGRAPHIA.

BLAVIER. — Des grandeurs électriques et de leur mesure en unités absolues.

CAZIN ET ANGOT. — Traité théorique et pratique des piles électriques.

EVERETT. — Units and physical constants.

GORDON. — A physical treatise on electricity and magnetism.

HERWIG. — Physikalische Begriffe und absolute Maasse.

H. WEBER. — Der Rotationsinduktor, seine Theorie und seine Anwendung zur Bestimmung des Ohm in absoluten Maassen.

JENKIN. — Electricity and magnetism.

JAMIN. — Cours de physique de l'École Polytechnique.

MASCART ET JOUBERT. — Leçons sur l'électricité et le magnétisme.

MAXWELL. — A treatise on electricity and magnetism.

M. LÉVY. — Sur les unités électriques.

Reports of the committee on electrical standards.

ROTHEN. — Les mesures électriques.

Annalen des Physik und Chemie — 1881, 1882, 1883.

Annales de Chimie et de Physique — 3.ª série, t. XVII; 5.ª série, t. XXVIII; 6.ª série, t. I.

Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft — 1882.

Comptes rendus hebdomadaires de l'Académie des Sciences — 1882, 1883.

Journal de physique — T. I, II, III, VIII, X, XI, XII.

La Nature — 1884, n.º 571.

Philosophical Transactions — 1862, 1874, 1878.

Poggendorffs Annalen — Ergänzungsband, VI.

Revue scientifique — 1881, 1882, 1883.

Errata principal. — Onde se ler E para representar a força electromotriz (pag. 30, 31, 40, 41), leia-se V_e.

INDICE

1884

F. BASTOS - DISSERTAÇÃO INAUGURAL

PHILOSOPHIA