A Sociedade de Instrucção do Porto

o auctor

CURSO DE PHYSICA

DA

ESCOLA POLYTECHNICA

CURSO DE PHYSICA

DA

ESCOLA POLYTECHNICA

POR

ADRIANO AUGUSTO DE PINA VIDAL

Capitão de artilheria, lente de physica na escola polytechnica,
Commissionado no ensino da escola do exercito,
Socio da academia real das sciencias de Lisboa e do instituto de Coimbra, etc.

TOMO I

Introducção — Partes I e II

LISBOA
Typographia da Academia Real das Sciencias
1874

A *physica* estuda as propriedades geraes da materia, as que ella apresenta nos tres estados de aggregação, solido, liquido e gazoso, e os phenomenos do calor, da luz, da electricidade e do magnetismo.

Durante muito tempo explicaram-se os phenomenos produzidos por estes agentes, por theorias especiaes que admittiam a existencia de outros tantos fluidos differentes: hoje estas theorias tendem a ser substituidas pela da *unidade das forças physicas*.

N'esta theoria a causa unica de todos os phenomenos naturaes é o *movimento*: suppõe-se que uma substancia muito subtil e elastica, denominada *ether*, está espalhada por todo o universo, envolvendo os corpos e penetrando nos seus poros. Esta substancia está animada de movimento proprio, e constitue a materia ordinaria pela aggregação dos seus atomos: as differenças que se notam entre as moleculas dos differentes corpos proveem do arranjo interior d'estes atomos.

A quantidade de movimento do universo, assim como a quantidade de materia, não se perde, nem se cria; transforma-se. A transformação de movimento é um *phenomeno physico.*

A favor d'esta theoria ha a circumstancia notavel de a gravidade, a cohesão, o calor, a luz, a electricidade e o magnetismo se resolverem na idéa de movimento, e de estes movimentos se transformarem uns nos outros, segundo relações fixas, conhecidas algumas, porém desconhecidas ainda na maior parte.

N'um ensino classico, como aquelle para que se destina este *curso,* não convém adoptar as hypotheses arrojadas, antes de serem sanccionadas com o tempo; e como não é facil ainda explicar pela nova theoria todos os phenomenos, empregaremos, por vezes, as theorias antigas, que facilitam muito a exposição e a explicação dos factos.

Para estudar completamente os phenomenos physicos, com a vantagem de poder descobrir como consequencias outros phenomenos ainda não conhecidos, não basta a *observação* e a *experiencia,* é preciso estabelecer as *leis* dos phenomenos. É por este motivo que começamos na introducção a este curso por indicar os methodos geraes seguidos no estabelecimento das leis physicas e por descrever alguns instrumentos de medidas lineares muito perfeitos. N'esta introducção tratamos depois das nocções de mechanica indispensaveis para a intelligencia do que se segue.

Na 1.ª parte d'este curso occupamo-nos da gravidade, e das propriedades dos corpos nos tres estados de aggregação; reservando para a 2.ª parte o estudo do movimento especial d'esses corpos, de que resultam os *sons,* e o estudo d'estes.

Na 3.ª parte tratamos dos phenomenos do calor; na 4.ª da electricidade e magnetismo; na 5.ª dos phenomenos da luz, e finalmente na 6.ª parte tratamos dos *meteoros* e da sua influencia nos *climas.*

Este curso é redigido conforme o programma da cadeira de physica da escola polytechnica; e como os alumnos que se matriculam n'esta escola teem já approvação nos principios de physica, não repetimos o que se deve suppor sabido, e que já publicamos em livro separado[1] para uso dos lyceus. Teremos, por conseguinte, que nos referir a este livro, o que faremos precedendo o numero competente da lettra *p*.

[1] *Principios de physica*, por Pina Vidal. Approvados pelo governo para uso dos lyceus nacionaes. Lisboa, 1874.

CURSO DE PHYSICA

DA

ESCOLA POLYTECHNICA

INTRODUCÇÃO

CAPITULO I

Estabelecimento das leis physicas—Instrumentos de medidas lineares

1.—**Methodos geraes para o estabelecimento das leis physicas.**—Estabelece-se a lei de um phenomeno fazendo variar uma das circumstancias que influem n'elle, e medindo os valores que resultam para o effeito que se considera: a comparação de uns e outros dá a lei. Assim, por ex., querendo determinar a lei da compressibilidade dos gazes, toma-se um volume de gaz a uma pressão dada, faz-se variar esta pressão dando-lhe valores conhecidos e medem-se os volumes correspondentes. Admittindo que o volume se tornou $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, etc., quando a pressão foi 2, 3, 4, etc. vezes maior, enuncia-se immediatamente a lei dizendo que, *os volumes são inversamente proporcionaes ás pressões.*

Em geral a simples comparação dos valores obtidos pela experiencia não permitte estabelecer a lei, e então emprega-se algum dos methodos geraes, que vamos descrever.

1.º—METHODO GRAPHICO.—Este methodo é o mais racional e o mais facil: consiste em marcar sobre uma recta os valores de um dos elementos e sobre perpendiculares, levantadas nos extremos d'estes, os valores correspondentes do outro; a reunião dos extremos d'estas perpendiculares constitue uma curva, que é a representação graphica da lei. Para que a curva seja traçada com bastante exactidão convém determinar por interpolação outros pontos intermedios áquelles que as experiencias deram; e é preciso, muitas vezes, tirar uma curva media pelos pontos mais regulares, corrigindo assim os erros de algumas experiencias. Este methodo tem a vantagem de representar a continuidade de uma lei com medidas descontinuas; e permitte, medindo as ordenadas proximas correspondentes a abscissas conhecidas, formar uma tabella util nas applicações.

2.º—METHODO ALGEBRICO.—Emprega-se o methodo algebrico procurando por tentativas uma formula empirica que pareça propria para ligar as series de numeros dados pela experiencia: n'esta formula entram algumas constantes, cujos valores se obteem substituindo n'ella os valores particulares de tantas experiencias quantas são essas constantes, e resolvendo o systema de equações assim determinado. É preciso depois verificar se a formula satisfaz aos resultados das outras experiencias.

Como a fórma da funcção é escolhida por tentativas, não se podem apresentar regras a este respeito, o que torna o *methodo algebrico* mais difficil e menos racional que o *graphico;* tem porém a vantagem de representar as leis por maneira mais commoda nas applicações.

A mathematica presta grande auxilio á physica, não só para exprimir os factos já descobertos, como para descobrir outros, partindo de hypotheses vereficadas experimentalmente.

3.º—METHODO MIXTO.—Para aproveitar as vantagens dos dois methodos descriptos, emprega-se mais geralmente um terceiro, que é mixto dos dois. Começa-se por fazer o traçado graphico da lei, e depois representa-se por uma formula a curva que se traçou, o que é então muito mais facil.

No estudo dos phenomenos teremos muitas occasiões de mencionar applicações importantes d'estes methodos e, por conseguinte, de os fazer comprehender melhor.

As leis assim estabelecidas são do dominio da physica experimental; não admittem contestação, porque são a traducção dos factos.

A physica mathematica, ao contrario, estabelece as leis partindo de hypotheses, cuja veracidade ou falsidade se reconhece *á posteriòri* pelas consequencias a que conduz o desenvolvimento analytico da lei mathematica, consequencias que a experiencia póde confirmar ou não.

2.—**Importancia das medições na physica.**— Para estabelecer uma lei é preciso, por conseguinte, medir os elementos, cuja comparação a constitue.

Durante muito tempo suppoz-se que as leis da natureza eram muito simples e se podiam traduzir por enunciados mathematicos pouco complexos. Por este motivo, quando alguns resultados experimentaes se podiam reunir por uma expressão mathematica simples, admittia-se a lei como estabelecida, attribuindo algumas differenças entre o enunciado e os resultados d'outras medições aos erros inevitaveis das experiencias. É assim que, por ex., o estudo da compressibilidade dos gazes, da dilatação dos corpos, da tensão dos vapores, etc., feito primitivamente por processos e com instrumentos pouco perfeitos, levou a admittir leis muito simples para estes differentes phenomenos; porém a perfeição a que teem chegado hoje os apparelhos e processos de experimentação mostram que algumas d'ellas são, ao contrario, bastante complexas.

Estes e muitos outros exemplos, que successivamente iremos apresentando, mostram claramente a influencia dos methodos de medição no progresso de uma sciencia, como esta, completamente experimental.

O physico para estudar as leis dos phenomenos precisa por tanto além de uma aptidão especial, empregar methodos e instrumentos de medição de extraordinario rigor.

3.—Todas as medições na physica reduzem-se á medição de linhas e de pesos. De feito, as superficies e os volumes definidos geometricamente medem-se pelas suas dimensões lineares; os volumes de corpos de fórma irregular medem-se por meio dos pesos; as temperaturas, o tempo, as pressões exercidas pelos fluidos, medem-se sobre escalas rectilineas e curvilineas, etc.

Por agora tratamos apenas da medição das linhas.

4.—**Medição das linhas.**—A medição das linhas reduz-se como se sabe, á das linhas rectas, o que se faz com uma regoa graduada que serve de medida, applicando-a successivamente sobre a extensão dada, medindo o resto com as suas divisões e subdivisões.

No systema actual de medidas a unidade adoptada é o *metro;* o qual se divide e subdivide em *decimetros, centimetros* e *millimetros*, e ás vezes em meios millimetros.

Com o auxilio do nonio (p. 11) apreciam-se fracções muito pequenas d'estas ultimas subdivisões das escalas: assim estando a escala dividida em meios millimetros e o nonio em 25 partes eguaes avalia-se $\frac{1}{50}$ do millimetro. É esta geralmente a menor extensão que se aprecia com o nonio (p. 12); porém fazendo os traços muito finos e observando com uma lupa pode avaliar-se $\frac{1}{100}$ do millimetro.

O metro obteve-se com medições feitas na superficie da terra; construiu-se de platina e depositou-se nos archivos, para o reproduzir sem ser preciso renovar aquellas medições. Esta operação deve ser feita com todo o cuidado e empregando instrumentos especiaes denominados *comparadores.*

Depois de ter obtido a unidade de medida é preciso gradual-a com a maxima perfeição, o que se consegue com machinas apropriadas.

Descreveremos os instrumentos com que se fazem estas duas operações importantes, isto é, *os comparadores* e as *machinas de graduar;* porém antes d'isto vamos occupar-nos de alguns instrumentos de medição muito perfeitos.

5.—**Micrometros.**—Nas medições rigorosas é preciso frequentes vezes avaliar fracções da menor divisão de uma escala apreciavel á vista: com este fim empregam-se os *micrometros.*

Micrometro é o nome generico de diversos instrumentos, que servem para apreciar com exactidão mui pequenas dimensões lineares: taes são em physica o *nonio*, o *parafuso micrometrico*, etc., e em astronomia alguns instrumentos destinados para medir as posições relativas de astros proximos, etc.

6.—**Parafuso micrometrico.—Compasso de espessura.**—O *parafuso micrometrico* disposto para medir a espessura de laminas, o diametro de fios, etc., é um parafuso de pequeno passo e muito bem construido, isto é, cujos filetes teem por toda a parte o mesmo afastamento, que é de um ou de meio millimetro. Este parafuso tem uma cabeça circular dividida em muitas partes eguaes, 500 por ex. e atravessa uma porca fixa a um dos lados de um quadro, podendo ir de encontro ao lado opposto. Uma haste ligada ao primeiro lado do quadro e dividida em partes eguaes ao passo do parafuso indica as voltas que este faz: as divisões do disco dão fracções de volta, isto é, fracções do passo. Sendo este de meio millimetro e tendo o disco 500 divisões, aprecia-se $\frac{1}{1000}$ do millimetro.

Para avaliar a espessura de uma lamina aperta-se entre o quadro e a ponta do parafuso e leem-se as duas escalas d'este; depois retira-se a lamina e avança-se com o parafuso até encontrar o lado opposto do quadro; tornando a ler as escalas avalia-se rigorosamente o caminho que fez o parafuso, o qual é egual á espessura da lamina.

O *compasso de espessura*, fig. 1, frequentemente empregado nas officinas de construcção, é exactamente um parafuso micrometrico disposto como o que acabamos de descrever: consta de uma pequena prensa, cujo parafuso tem o passo de um millimetro e a cabeça *c* dividida em 20 partes eguaes. D'este modo o compasso avalia rigorosamente $\frac{1}{20}$ do millimetro, porém permitte apreciar

Fig. 1

$\frac{1}{100}$ do millimetro, porque os traços do cylindro *c* são muito distantes.

7.—**Espherometro.**—O *espherometro*, fig. 2, é um parafuso micrometrico disposto verticalmente, e cuja porca está fixa a uma especie de tripé com pontas d'aço, que assenta em uma lamina de vidro de faces bem planas e parallelas. Para empregar este instrumento é preciso começar por levar a ponta do parafuso ao plano das tres pontas do tripé, e é esta a operação mais delicada. Faz-se isto começando por descer bastante com o parafuso de modo que a sua ponta fique inferior áquelle plano, e que por conseguinte uma das pontas d'aço fique levantada: tocando ligeiramente com um dedo no tripé ouve-se um ruido particular e muito distincto, porque o apparelho não está bem firme: levantando o parafuso extingue-se pouco a pouco este ruido até desapparecer completamente, quando as quatro pontas estão no mesmo plano.

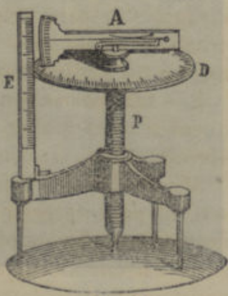


Fig. 2

Nos apparelhos mais perfeitos do sr. Perreaux, como é o da escola polytechnica que a fig. 2 representa, dispensa-se este trabalho, porque a ponta do parafuso é independente d'elle e, sendo impellida contra o disco de vidro, move na parte superior uma dupla alavanca, levanta uma agulha em que esta termina, e assim denuncia o momento em que a ponta do parafuso attinge o plano das pontas do tripé.

Conseguida esta operação leem-se as escalas, eleva-se o parafuso, colloca-se debaixo d'elle a lamina cuja espessura se quer medir e leva-se o parafuso contra ella; tornando a ler as escalas obtem-se o valor d'aquella em millesimos do millimetro.

Se a lamina é molle e não póde soffrer a pressão da ponta, ou querendo medir o diametro de um fio, é preciso collocar este ou aquella entre o disco do instrumento e uma pequena lamina de vidro; e a primeira operação faz-se tendo esta lamina por baixo da ponta do parafuso.

8.—Deu-se a este apparelho o nome de *espherometro*, porque servia particularmente para determinar a curvatura das lentes. Para este fim assenta-se sobre a superficie da lente de modo que as quatro pontas estejam em contacto com ella; depois colloca-se sobre o disco de vidro e faz-se descer ou subir a ponta do parafuso, conforme a superficie é convexa ou concava, até tocar no disco. O caminho que fez é a altura a, fig. 3, de um segmento espherico, cujo raio x é o raio da lente e cuja base é o circulo circumscripto ás tres pontas do tripé. O raio r d'este circulo vem indicado no instrumento ou determina-se pelas regras de geometria, e o valor de x calcula-se facilmente, porque temos a relação $r^2=a\,(2x-a)$ por tanto;

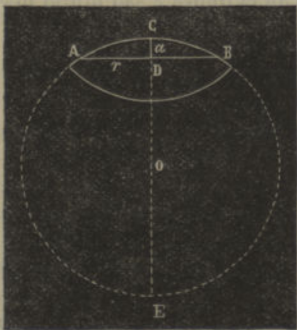


Fig. 3

$$x=\frac{r^2+a^2}{2a}.$$

Nos instrumentos de Perreaux as pontas d'aço do tripé podem aparafuzar-se em differentes pontos dos ramos da porca, aos quaes correspondem valores conhecidos de r: tem esta disposição por fim apropriar o instrumento ás lentes de differentes dimensões.

9.—Com o espherometro póde-se tambem verificar se a curvatura de uma superficie é por toda a parte a mesma: basta ajustar as quatro pontas do instrumento sobre a superficie, e deslocar aquelle sobre esta: se todas as pontas continuam a apoiar-se sobre a superficie concluimos que a curvatura d'esta é uniforme.

10.—**Microscopio micrometrico.**—Nos instrumentos muito rigorosos nos quaes a pequenissima *natureza do nonio* exige o emprego de lupa para observar as coincidencias, aproveitando o seu poder amplificante, tem-se substituido com vantagem esta disposição pela do *microscopio micrometrico*, que é uma applicação do parafuso micrometrico. É um pequeno microscopio que tem no plano da sua imagem um quadro com um fio bem tenso parallelo aos traços da graduação do instrumento; o quadro é movel por um parafuso micrometrico de grande sensibilidade.

D'este modo faz-se dirigir o fio para o ultimo traço de divisão compreendido na extensão que se quer medir, e desloca-se parallelamente a si mesmo com o parafuso até coincidir com o extremo d'esta extensão: o caminho percorrido é avaliado pelo micrometro com muita mais exactidão do que seria por um nonio.

11.—**Cathetometro.**—Em muitas experiencias de physica é preciso, como veremos, medir com todo a rigor a differença de nivel entre duas superficies liquidas, e, em geral, a differença de nivel entre dois pontos: emprega-se para esse fim o *cathetometro*, imaginado por Dulong e Petit por occasião dos seus estudos sobre a dilatação do mercurio, e aperfeiçoado depois por varios physicos e constructores.

Consta de uma regoa metallica *AB*, fig. 4, em fórma de prisma triangular, atravessada por uma haste cylindrica de aço, fixa a um tripé com parafusos de nivelamento, e terminando por um parafuso de aço *c*, que se apoia no extremo d'esta haste.

Fig. 4

A regua é d'este modo suspensa pela haste, em torno da qual póde girar muito socegadamente, porque é guiada na sua base por um annel.

Póde correr sobre o prisma uma caixa *D* composta de duas partes muito deseguaes reunidas por um parafuso *p*, que serve para mover a superior, quando a inferior se tem fixado á regoa por meio de um outro parafuso. A parte superior sustenta um systema formado por um oculo e seu nivel, movel em torno de um ponto por intermedio do parafuso *q*. O oculo assenta por dois colares sobre cavaletes, podendo girar ém torno do seu eixo de figura. O nivel descança sobre os colares do oculo.

Uma das faces da regua é dividida em meios millimetros; e um nonio traçado na caixa *D* avalia $\frac{1}{50}$ do millimetro. Póde-se tambem substituir o nonio por um microscopio micrometrico, que avalia centesimos do millimetro.

12.—Para que o cathetometro dê resultados exactos é preciso verificar as condicções seguintes, antes de o empregar:

1.°—*O eixo geometrico do oculo deve coincidir com o seu eixo optico.*[1] Verifica-se esta condição dirigindo o oculo para um objecto distante e fazendo-o girar em torno do seu eixo de figura, isto é, dentro dos anneis que o ligam ao seu supporte. Como a imagem do objecto, confundida com o crusamento dos fios do reticulo, se fórma no eixo optico, é claro que se este coincide com o eixo geometrico, isto é, com o eixo de rotação, a imagem não se desloca; porém se esta coincidencia não existe a imagem descreve uma circumferencia de circulo.

Obtem-se esta coincidencia com os parafusos que fazem mover o recticulo, e que deslocam por conseguinte o crusamento dos fios. Isto suppõe que o outro ponto do eixo optico, isto é, o centro optico da objectiva, existe por construcção no eixo geometrico.

2.°—*O eixo optico do oculo deve ser parallelo ao plano do nivel.* Para verificar esta condição cala-se o nivel por meio dos parafusos do tripé, depois inverte-se sobre os colares do oculo. É claro que se os pontos de apoio são parallelos ao plano da bolha esta não muda de posição. Acontecendo o contrario, sendo por ex. nn' a posição primitiva do nivel e oo' a do oculo, fig. 5, fazendo um angulo x

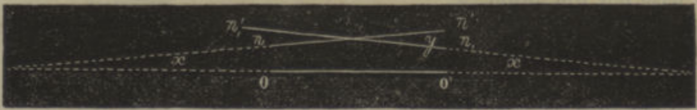


Fig. 5

para a esquerda, depois da inversão o oculo fica na mesma posição; por tanto o nivel toma a posição $n'n''$ fazendo o mesmo angulo x para a direita: o deslocamento y do nivel foi por tanto de $2x$. É preciso por conseguinte corrigir de metade do deslocamento da bolha, o que se faz por meio do parafuso proprio do nivel. (p. 135).

3.°—*O oculo deve ser perpendicular á regoa.* Para vereficar esta condição nota-se a posição da bolha, e faz-se girar o systema do oculo e do nivel de 180° em torno da regoa. Se a condição está

[1] Eixo optico de um oculo é a recta determinada pelo *centro optico* da objectiva e pelo crusamento dos fios do *recticulo*, isto é, de dois fios de aranha crusados em angulo recto, fixos a uma lamina metallica furada e collocada no plano da imagem dada por aquella lente.

satisfeita a bolha acha-se na mesma posição relativamente ao observador; aliás está na posição opposta, e dá-se movimento ao systema com o parafuso q até conseguir aquelle resultado: basta para isso fazer mover a bolha de metade do seu deslocamento; porque sendo pp' uma recta perpendicular á haste, fig. 6, e xy a posição do oculo; depois da rotação está em $x_{\prime}y_{\prime}$ e a bolha que estava em b passou para $b_{\prime}$.

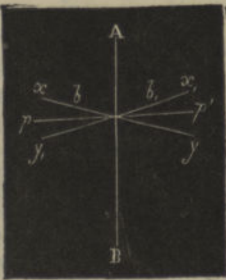


Fig. 6

4.º—A REGOA DEVE SER VERTICAL.—Para realisar esta condicção dirige-se o oculo na direcção de dois parafusos da base e move-se um d'estes até que o nivel seja horisontal; dirige-se depois o oculo para o terceiro parafuso, e move-se este até calar novamente o nivel. Assim faz-se com que este seja sempre horisontal, e como elle é perpendicular á regoa, segue-se que esta está vertical.

Tendo conseguido este resultado convém addicionar á base dois niveis perpendiculares, os quaes se calam n'esta posição do instrumento; porque assim evita-se a repetição d'estas operações, quando haja qualquer deslocamento produzido pelo movimento da caixa D. Basta evidentemente calar de novo os niveis por meio dos parafusos do tripé.

Estas verificações simplificar-se-hiam muito se podessemos confiar em que o constructor deu á regoa a posição rigorosamente perpendicular á base.

13.—**Comparadores.**—Denominam-se *comparadores* os instrumentos qne servem para verificar as medidas de comprimento. São de duas especies: comparadores para medidas que terminam nos extremos das regoas; e comparadores para escalas graduadas ou para medidas de traços.

1.º—Os primeiros constam, fig. 7, de uma mesa de ferro fundido, tendo n'um dos extremos um talão bem firme de aço C, e

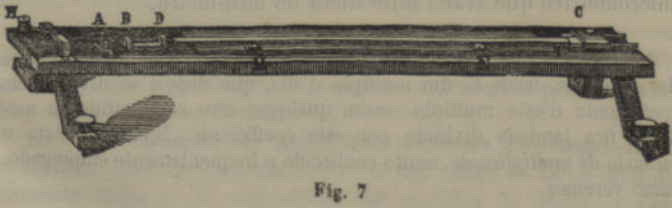


Fig. 7

proximo do outro uma haste *BD* do mesmo metal, envolvida por uma mola espiral a que se prende a extremidade d'aquella mais distante do talão. Esta extremidade *B* põe-se em contacto com o braço menor de uma alavanca angular *BAH*, cujo braço maior termina em nonio e percorre um arco dividido em millimetros.

As regoas que se querem comparar collocam-se successivamente entre o talão e o extremo mais proximo da haste *BD*, cuja mola a obriga n'este sentido; por outro lado uma segunda mola obriga a alavanca angular a encostar no outro extremo d'esta haste: as regoas alinham-se por meio das guias *M* e *N*. Se ellas dão a mesma indicação no arco é porque os seus comprimentos são eguaes: aliás avalia-se a differença em millesimos do millimetro, porque o nonio aprecia decimas do millimetro, e como o braço maior de alavanca angular é cem vezes maior que o outro, aquellas grandezas correspondem a differenças de comprimento cem vezes menores[1].

2.°—Os comparadores do segundo systema constam, fig. 8, de

Fig. 8

um banco de ferro fundido *AB*, sobre o qual existem duas regoas, uma terminada em superficie plana e a outra em aresta existente no prolongamento d'este plano. Estas duas regoas parallelas constituem uma via sobre a qual se movem dois carros, tendo cada um o seu microscopio micrometrico *M* e *M'*, que podem ser deslocados vertical e horisontalmente, conservando sempre os seus eixos verticaes. Cada microscopio tem na sua ocular dois reticulos: um fixo e o outro movel por um parafuso micrometrico que avalia millesimos do millimetro.

[1] N'este instrumento em logar de se medir directamente a grandeza desconhecida, mede-se um multiplo d'ella, que depois se divide pelo coefficiente d'este multiplo: assim qualquer erro commettido na medição fica tambem dividido por este coefficiente. N'isto consiste o *methodo de multiplicação*, muito conhecido e frequentemente empregado, como veremos.

Em frente do banco ha uma mesa de ferro fundido *CD*, que recebe as regoas e para a qual se dirigem os microscopios: ella póde subir ou descer por meio de parafusos; e tem outros parafusos que movem as regoas nos dois sentidos para as levar ao campo dos microscopios.

Para comparar duas regoas graduadas colloca-se uma sobre a mesa *CD*, e deslocam-se os carros até que os reticulos de cada microscopio, que se devem ter sobreposto, coincidam com cada um dos traços extremos da regoa. Depois colloca-se em logar d'esta a segunda regoa, que se desloca até levar um dos traços a coincidir com os reticulos de um microscopio, e vê-se se ha coincidencia com o segundo. Não a havendo, avalia-se a differença de comprimento das duas medidas movendo o reticulo movel do segundo microscopio, até que elle se confunda com o segundo traço da regoa, e como isto se faz com o micrometro este dá o valor d'aquella differença em millesimos do millimetro.

Perreaux reuniu n'um só apparelho os dois systemas de comparadores, os quaes estão, além d'isso, dispostos de modo que permittem com muita facilidade verificar a egualdade das divisões de uma escala, assim como comparar as divisões de duas regoas, que se põem ao lado uma da outra.

Concluiremos fazendo notar que a comparação só tem verdadeira importancia se as regoas são da mesma substancia, aliás deve fazer-se n'uma temperatura fixa, zero de graus, por ex.; como isto não é facil, comparam-se na temperatura do ambiente tendo em attenção as differenças dos coefficientes de dilatação das duas regoas.

14.—**Machinas de graduar.**—O physico precisa frequentemente graduar não só as medidas lineares, mas em geral as escalas de varios instrumentos: para isso recorre ás *machinas de graduar*, cuja disposição é muito variavel, mais ou menos simples, mais ou menos perfeita, conforme o fim para que se destinam.

Ha duas especies d'estas machinas, *machinas de graduar linhas rectas*, e *machinas de graduar arcos de circulo*.

Ambas são applicação do parafuso micrometrico; porque o seu orgão principal é um parafuso bem trabalhado, de passo egual a um ou a meio millimetro, e cuja cabeça graduada permitte avaliar fracções d'esta extensão.

15.—**Machinas de graduar linhas rectas.**—Estas machinas constam essencialmente de um banco de ferro fundido disposto como o do comparador de medidas de traços, o qual constitue a via sobre que se move a regoa que se quer graduar, sendo fixo em frente d'ella o buril destinado a fazer os traços. Em algumas machinas é o buril que se move sobre o banco em frente da regoa fixa. Dá movimento a uma ou a outra peça a porca de um parafuso, disposto de modo que póde girar em torno do seu eixo, sem avançar nem recuar.

O buril tem uma disposição propria para regular os comprimentos dos diversos traços, porque como se sabe nas escalas decimaes, por ex., os traços multiplos de 10 são muito grandes, os que são multiplos de 5 são um pouco menores, e todos os outros são ainda mais pequenos. Estes diversos comprimentos dos traços são obtidos directamente por peças que fazem variar a extensão do caminho do tracelete que os marca.

A fig. 9 representa a machina do gabinete de physica da escola

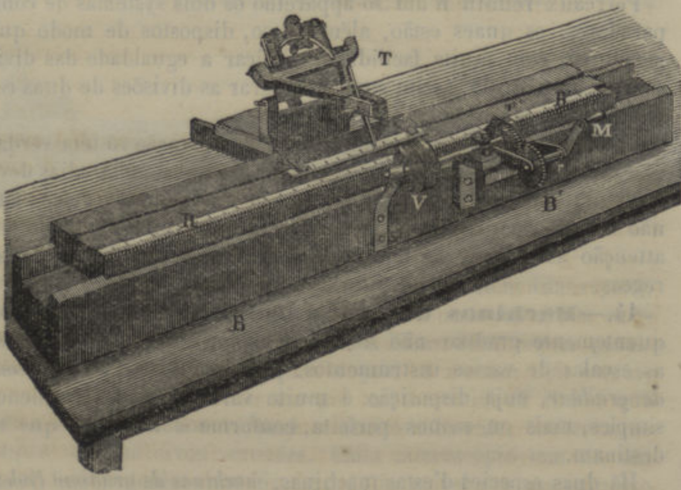


Fig. 9

polytechnica: o parafuso V, ligado ao banco BB', recebe movimento de rotação pela manivela M e pela roda dentada r que engrena na roda r' concentrica com o parafuso, e que constitue a sua cabeça dividida em partes eguaes. O parafuso endenta na regoa RR' por uma face de latão graduada e dentada em millimetros; e é sobre esta regoa que se fixa a peça destinada para ser graduada. O buril T está n'uma ramificação orthogonal do banco BB' e vê-se de lado, em maior escala, na fig. 10. Consta

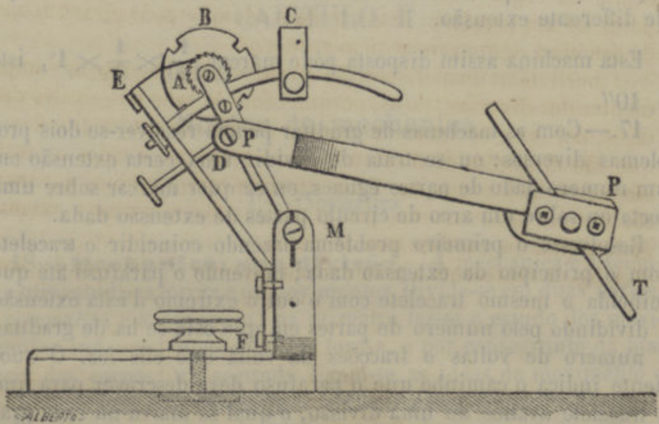


Fig. 10

de dois systemas ligados á base; um fixo EF, outro MA movel em torno do eixo M. Este systema termina por um eixo A commum ás duas rodas A e B, ambas solidamente ligadas a elle, a 1.ª é dentada e a 2.ª é chanfrada, com chanfraduras deseguaes: a mola E ligada ao extremo de EF dirige-se para os dentes da primeira; o tracelete T está invariavelmente ligado á peça PP presa com articulação á regoa AM.

O movimento do tracelete é limitado por duas peças de encontro D e C, ligadas a EF; a ultima tem uma haste perpendicular ao plano da figura e indicada por um ponto, a qual vae de encontro ao contorno da roda B ou a um dos chanfros. Depois de feito um traço exerce-se pressão sobre o systema fixo EF, e a mola E faz girar de um dente as rodas A e B, e assim se obteem periodicamente os traços mais ou menos extensos; porque o encontro C encosta successivamente um certo numero de vezes no contorno da roda B, depois em um chanfro, etc.

16.—**Machinas de graduar arcos de circulo.**—As machinas de graduar arcos de circulo constam essencialmente de um grande disco circular mui regularmente dentado, que póde estar dividido em terços de grau e ter, por conseguinte, 1080 dentes; e de um parafuso sem fim, que lhe transmitte movimento de rotação, e que tem a cabeça dividida em grande numero de partes eguàes, 120 por ex. Sobre o disco, e concentrico com elle, fixa-se o arco que se quer graduar: um buril movel no sentido dos raios e disposto como o das outras machinas marca os traços de differente extensão.

Esta machina assim disposta póde marcar $\frac{1}{120} \times \frac{1}{3} \times 1^{\circ}$, isto é, $10''$.

17.—Com as machinas de graduar podem resolver-se dois problemas diversos: ou se trata de dividir uma certa extensão em um numero dado de partes eguaes, ou se quer marcar sobre uma recta ou sobre um arco de circulo partes de extensão dada.

Resolve-se o primeiro problema fazendo coincidir o tracelete com o principio da extensão dada; movendo o parafuso até que coincida o mesmo tracelete com o outro extremo d'esta extensão e dividindo pelo numero de partes em que esta se ha de graduar o numero de voltas e fracções da volta que elle fez. O quociente indica o caminho que o parafuso deve descrever para que o tracelete avance de uma divisão, o qual se marca na roda graduada, que lhe serve de cabeça.

Para resolver o segundo problema é preciso conhecer o passo do parafuso, e fazer o quociente da grandeza de cada divisão pela d'este passo: este quociente indica evidentemente o deslocamento que se ha de dar ao parafuso para cada uma das partes eguaes que se querem traçar. Este modo de proceder tem porém o inconveniente de reproduzir qualquer pequeno erro que haja no passo do parafuso, multiplicando-o successivamente pelo numero das divisões. Evita-se isto marcando primeiramente os traços correspondentes a multiplos da extensão pedida, e dividindo depois cada um dos intervallos no numero de partes que lhe corresponde.

Nas machinas mais aperfeiçoadas ha um mechanismo para limitar automaticamente a quantidade de que deve girar o parafuso para passar de uma divisão á immediata, evitando-se d'este modo o trabalho de calcular successivamente as divisões da roda graduada em que se deve parar, e de procurar estas divisões para terminar o movimento.

CAPITULO II

Noções de mechanica

I.—Cinematica

18.—**Mechanica: sua divisão.**—A mechanica é a sciencia que estuda as forças e os movimentos. Divide-se em duas partes, a *cinematica* e a *dynamica:* na primeira faz-se o estudo dos movimentos independentemente das forças, e por conseguinte da materia dos corpos; na segunda ligam-se as idéas de movimento e de força, e por isso não se póde abstrair da materia.

19.—**Movimento.**—Dá-se o nome de *movimento* (*p.* 25) ao estado de um corpo que muda constantemente de posição no espaço.

Para estudar os movimentos começaremos por considerar apenas um *ponto* deslocando-se no espaço, e depois fallaremos dos movimentos de um *solido* ou *systema invariavel:* dá-se este nome a systemas de pontos cujas distancias mutuas não variam com o deslocamento geral.

20.—**Movimento uniforme: velocidade.**—O movimento de um ponto diz-se *uniforme* quando este percorre sobre a trajectoria espaços eguaes em quaesquer intervallos de tempos eguaes. Representando por v o caminho feito em cada segundo o espaço andado no fim do tempo t é dado pela expressão

$$e = vt.$$

É esta a formula do movimento uniforme, o qual é caracterisado pela constante v, que se denomina *velocidade*.

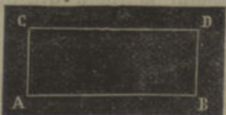


Fig. 11

Se AB, fig. 11, representar o tempo t, isto é, se contiver tantas unidades de comprimento quantos segundos comprehender aquelle tempo, e se BD representar a velocidade v, isto é, se for egual a tantas unidades de comprimento quantas houver no espaço andado na unidade de tempo, é claro que a superficie do rectangulo AD poderá servir para designar o valor do espaço e: entendendo-se que n'este espaço ha tantas unidades de comprimento quantas unidades de superficie existem n'aquella area.

21.—**Movimento variado: velocidade.**—O movimento que não é uniforme diz-se *variado*. Nos movimentos variados os caminhos percorridos em successivos intervallos de tempo eguaes não são eguaes; por conseguinte os espaços não são proporcionaes aos tempos empregados em precorrel-os.

A intensidade ou o grau de rapidez de um movimento variado muda constantemente de um instante para outro; porém n'um intervallo de tempo infinitamente pequeno admitte-se que se conserva constante. D'aqui vem o considerar-se um movimento variado como uma serie de movimentos uniformes elementares todos differentes, em geral; o que permitte definir *velocidade* d'aquelle movimento, n'um certo instante, a velocidade do movimento uniforme elementar correspondente a este instante.

22.—**Movimento uniformemente variado: acceleração.**—Entre os diversos movimentos variados consideraremos em particular um, que havemos de reconhecer n'alguns phenomenos; é o *movimento uniformemente variado*. Dá-se este nome ao movimento variado no qual a volocidade muda proporcionalmente ao tempo, o que quer dizer que a velocidade augmenta ou diminue em tempos eguaes de quantidades eguaes: no primeiro caso diz-se *uniformemente accelerado*, e no segundo *uniformemente retardado*.

Se o movimento uniformemente variado é *rectilineo*, dá-se o nome de *acceleração* ao augmento ou diminuição da velocidade em cada unidade de tempo. No movimento curvilineo uniformemente variado este acrescimo ou decrescimo de velocidade denomina-se *acceleração segundo a trajectoria*, ou *acceleração tangencial*, e é apenas uma componente da *acceleração total*, como veremos.

Assim como um movimento variado qualquer se póde considerar como uma successão de movimentos uniformes elementares, assim tambem um movimento rectilineo variado póde suppor-se como a successão de movimentos rectilineos uniformemente variados elementares. D'aqui vem o definir-se acceleração d'aquelle movimento n'um instante dado a acceleração do movimento uniformemente variado elementar correspondente.

23.—**Leis do movimento rectilineo uniformemente variado.**—As leis que vamos deduzirr eferem-se ao caso em que o movel parte do repouso.

Em virtude da definição, é claro que a velocidade v no fim do tempo t é

$$v=jt;$$

por tanto:

1.ª LEI. *No movimento rectilineo uniformemente variado a velocidade adquirida no fim de certo tempo é proporcional a este tempo.*

Para determinar o espaço percorrido no fim do tempo t seguiremos um processo notavel de Galileo. Seja AB, fig. 12, o valor do tempo t e BC o da velocidade adquirida no fim d'elle: imagine-se dividido aquelle tempo em um certo numero de partes eguaes Am, mn, etc; e tire-se a recta AC. É claro que as rectas ma, nb, pc parallelas a BC representam as velocidades adquiridas no fim dos tempos Am, An, etc.

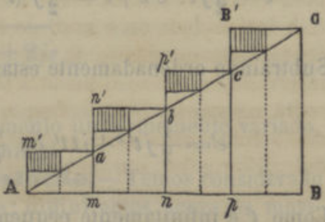


Fig. 12

Os rectangulos mm', nn', pp', etc. representam (20) os espaços percorridos em cada fracção do tempo t, com a velocidade adquirida no fim d'ella: a sua somma deve differir tanto menos do espaço procurado quanto maior é o numero de partes eguaes em que se considera dividido o tempo. É facil ver que a differença entre ella e a area do triangulo ABC tende para zero á medida que augmenta este numero; porque duplicando o numero de partes de AB, aquella differença diminue de toda a porção tracejada da figura, e assim successivamente; por tanto no limite, isto é, quando for infinito o numero de partes eguaes em que se considera dividido o tempo, ou quando se suppozer que a velocidade varia continuamente, o espaço será representado pela superficie do triangulo ABC, isto é, será

$$e=\frac{1}{2}AB\times BC=\frac{1}{2}t\times jt$$

ou

$$e=\frac{1}{2}jt^2.$$

D'aqui vem a lei seguinte:

2.ª LEI.—*No movimento uniformemente variado o espaço percorrido no fim de certo tempo é proporcional ao quadrado d'este tempo.*

24.—Esta 2.ª lei é consequencia da primeira, isto é, da definição do movimento. Reciprocamente, o movimento em que se verefica aquella lei é uniformemente variado, porque d'ella deduz-se a lei das velocidades. Supponhamos que o tempo t experimentou um acrescimo infinitamente pequeno t', e que o espaço augmentou de e': temos em virtude da lei dos espaços

$$e=\frac{1}{2}jt^2 \text{ e } e+e'=\frac{1}{2}j\,(t+t')^2=\frac{1}{2}jt^2+\frac{1}{2}jt'^2+jtt'.$$

Subtraindo ordenadamente estas egualdades vem

$$e'=\frac{1}{2}jt'^2+jtt' \text{ ou } \frac{e'}{t'}=\frac{1}{2}jt'+jt\ldots\ldots(a)$$

Como t' é infinitamente pequeno, podemos admittir que o espaço e' foi percorrido com movimento uniforme com a velocidade v do movimento variado correspondente ao tempo t: assim

$$\frac{e'}{t'}=v$$

e no limite t' e zero e por conseguinte a formula (a) converte-se em

$$v=jt.$$

25.—Fazendo nas duas formulas do movimento $t=1$, conclue-se que, *a velocidade adquirida no primeiro segundo é o dobro do espaço andado no mesmo tempo.*

Eliminando o tempo entre as duas formulas obtem-se o seguinte valor da velocidade em funcção do espaço

$$v=\sqrt{2je}.$$

26.—**Caso em que ha uma velocidade inicial.**— Se designarmos por u a velocidade inicial do movel, isto é, a velocidade no instante em que se começa a contar o tempo, temos pela definição

$$v=u\pm jt$$

sendo o signal + no caso do movimento accelerado e o signal — no retardado.

O processo do numero antecedente, applicado a este caso, dá

$$e=ut\pm\frac{1}{2}jt^2.$$

Eliminando o tempo t vem

$$v=\sqrt{u^2\pm 2je}.$$

São estas as formulas do movimento uniformemente variado, no caso de haver uma velocidade inicial.

27.—**Movimento de translação.**—Temos considerado apenas o movimento de um ponto: diffiniremos agora os movimentos de um *systema invariavel*.

Denomina-se *translação* o movimento no qual as rectas que se imaginam ligando dois a dois os pontos do systema se deslocam parallelamente a si mesmas: a translação diz-se *rectilinea* ou *curvilinea* conforme a trajectoria de qualquer ponto é recta ou curva.

N'um instante dado, todos os pontos teem velocidades eguaes e parallelas: esta velocidade commum é a velocidade do systema.

28.—**Movimento de rotação; velocidade angular.**—O movimento de um *solido* diz-se *de rotação* quando os seus differentes pontos descrevem circumferencias de circulo em torno de uma recta, a qual se denomina *eixo de rotação*.

A rotação é uniforme se os diversos pontos descrevem arcos proporcionaes aos tempos: o angulo de que gira o solido, ou cada um de seus pontos, na unidade de tempo, mede o grau de rapidez da rotação uniforme e denomina-se *velocidade angular*. É claro que n'este movimento os diversos pontos não teem a mesma velocidade, porque descrevem no mesmo tempo circumferencias de raios differentes: se designarmos por ω o comprimento do arco descripto na unidade de tempo pelos pontos collocados á distancia do eixo egual a unidade, a velocidade dos pontos á distancia r d'este eixo é dada pela expressão

$$v=r\omega.$$

O arco ω é que mede a velocidade angular do systema.

Fazendo sobre o movimento de rotação variado as mesmas considerações que fizemos sobre o movimento variado de um ponto, diremos que n'esse movimento a velocidade angular n'um instante dado é a velocidade angular do movimento uniforme elementar correspondente a este instante.

29.—**Movimento helicoidal.**—Denomina-se *helicoidal* o movimento do parafuso no interior de uma porca fixa, em virtude do qual cada um dos seus pontos descreve uma helice.—O movimento elementar do parafuso póde considerar-se como sendo uma rotação elementar em torno do seu eixo, seguida de uma translação elementar na direcção d'este mesmo eixo; porque evidentemente estes dois movimentos levam qualquer ponto do parafuso da sua posição incial á sua posição final.

Demonstra-se em mechanica que o movimento elementar de um solido, que se desloca de qualquer maneira no espaço, póde reduzir-se a uma translação infinitamente pequena, seguida de uma rotação tambem infinitamente pequena em torno de um eixo da mesma direcção que a translação; por tanto aquelle movimento elementar do solido é helicoidal, isto é, póde comparar-se ao movimento do parafuso na sua porca.

30.—**Movimento relativo.—Composição dos movimentos.**—Para se fazer idéa do estado de movimento de um ponto é preciso referir as suas posições a objectos proximos, que servem de pontos de referencia. Se estes pontos de referencia estão tambem em movimento, o movimento do primeiro denomina-se *relativo;* aliás seria *absoluto*. Pode-se determinar o movimento absoluto ou real de um ponto conhecendo o seu movimento relativo e o movimento dos pontos de referencia: faz-se com este fim a operação denominada *composição dos movimentos.*

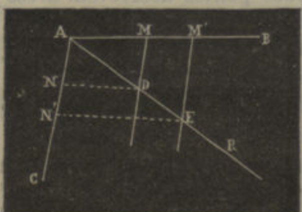


Fig. 13

Supponhamos que o ponto A, fig. 13, se desloca uniformemente com a velocidade $v=AM$ sobre a recta AB, e que esta recta se desloca parallelamente a si mesma com movimento de translação rectilinea uniforme de velocidade $v'=AN$: é claro que no fim de unidade de tempo o ponto A está no ponto D de crusamento das rectas conduzidas por M e N parallelamente a AB e AC. No fim de um tempo qualquer t a posição do movel é o ponto E de intersecção das rectas parallelas a estas conduzidas pelos pontos M' e N' determinados pelas egualdades $AM'=AM\times t$, e $AN'=AN\times t$ ou $M'E=MD\times t$. D'aqui vem

$$\frac{AM'}{AM}=\frac{M'E}{MD'}$$

por conseguinte os pontos A, D e E estão em linha recta.

Assim o movimento composto ou resultante segue a diagonal do parallelogrammo formado sobre os movimentos componentes.

Comparando os lados homologos dos triangulos semelhantes $AM'E$ e AMD tira-se $AE=AD\times t$: por conseguinte o movimento absoluto é uniforme e a sua velocidade é AD, isto é, a diagonal do parallelogrammo formado sobre as velocidades dos movimentos componentes.

31.—**Composição e decomposição de velocidades.**—Acabamos de ver que as velocidades de dois movimentos componentes se compõem exactamente como as forças (*p.* 43) pela regra do *parallelogrammo*. Havendo mais de duas velocidades a velocidade resultante ainda se obtem como pára as forças.

A regra do parallelogrammo das velocidades indica-nos tambem o meio de decompor uma velocidade em duas concorrentes (*p.* 44)

Temos supposto que os movimentos são uniformes; porém o que dissemos applica-se aos movimentos variados, considerando intervallos de tempo infinitamente pequenos.

32.—**Acceleração no movimento curvilineo.—Acceleração tangencial e centripeta.**—N'um movimento rectilineo a velocidade, e por conseguinte a acceleração, conserva constantemente a mesma direcção, que é a do movimento; porém n'um movimento curvilineo não acontece o mesmo.

Seja XY, fig. 14, uma porção da trajectoria e M e M' duas posições infinitamente proximas do movel. A velocidade v em M tem a direcção da tangente MT, e a velocidade v' em M' a da tangente $M'T'$, que póde não estar n'um mesmo plano com aquella. Conduzindo por M' a recta MA parallela a $M'T$, marcando n'uma certa escala $M'A$ egual á velocidade v e na mesma escala $M'B$ egual a v', e comple-

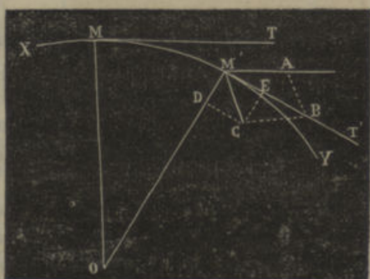


Fig. 14

tando o parallelogramo $M'ABC$, vê-se que a velocidade v' é a resultante da velocidade v e de uma outra velocidade $M'C$. O valor d'esta ultima velocidade no fim da unidade de tempo, considerando que o movimento se torna uniformemente variado a partir de M', recebe o nome de *acceleração do movimento curvilineo.*

Esta acceleração custuma decompor-se em duas: uma $M'E$ na direcção da tangente, denominada *acceleração tangencial*, e outra $M'D$ na direcção da normal, denominada *acceleração normal* ou *centripeta.*

A primeira tem evidentemente a mesma expressão que a acceleração do movimento rectilineo. O valor da segunda é $\frac{v^2}{\rho}$, representando ρ o raio de curvatura da trajectoria.

N'um movimento uniforme a primeira componente é nulla, e se é circular a segunda é constante; porque ρ é então o raio do circulo. Se este raio se torna infinito, o movimento torna-se rectilineo, e a acceleração total reduz-se á acceleração tangencial, como já sabiamos (22).

II.—Principios geraes de dynamica

33.—Costumam-se reduzir a quatro os principios ou verdades fundamentaes de que se parte em mechanica racional para estabelecer as leis geraes de dynamica. Estes principios, que vamos enunciar com as consequencias mais importantes para o nosso fim, são: o da *inercia da materia;* o da *independencia do effeito de uma força e do movimento anteriormente adquirido;* o da *independencia dos effeitos das forças simultaneas*, e o da *reacção egual e contraria á acção.*

34.—**I.—Inercia da materia.—Forças.**— A *inercia da materia* é, como se sabe (*p.* 26), a propriedade que ella possue de não poder alterar o seu estado de repouso ou de movimento sem o auxilio de uma causa externa, denominada *força.*

Força é, por conseguinte, *uma causa capaz de produzir movimento ou alteração de movimento.*

Na theoria moderna o movimento é a causa de todos os phenomenos naturaes; d'aqui vem o dizer-se que, *força é tudo que faz com que um movimento produza outro movimento.*

As forças que actuam sobre corpos incapazes de se deslocarem produzem pressões ou tensões, e medem-se pelos pesos com os *dynamometros* (*p.* 49 *e* 50).

35.—**II.—Independencia do effeito de uma força e do movimento anteriormente adquirido.**—Este principio indica-nos que o effeito de uma força é independente do estado de movimento ou de repouso do corpo sobre que actua.

Uma consequencia que pelo raciocinio se tira d'este principio, e que se verifica experimentalmente com a gravidade, é que uma força de grandeza e direcção constante imprime a um corpo movimento rectilineo uniformemente variado; porque em cada instante a força communica-lhe nova velocidade, que se addiciona á que já existe.

Se o corpo está animado de uma velocidade inicial u da mesma direcção da força, a formula $v = u \pm jt$ do n.º 26 é ainda uma consequencia d'este principio.

Se a velocidade inicial tem uma direcção differente da direcção da força, o movimento que o corpo toma sob a acção d'esta é parabolico. Temos exemplo d'isto no movimento de um corpo pesado lançado obliquamente no vacuo.

36.—**III.—Independencia dos effeitos das forças simultaneas.**—Este outro principio enuncia-se da maneira seguinte: *quando muitas forças actuam simultaneamente sobre um corpo, o effeito de cada uma é o mesmo que se actuasse só.*

É recorrendo a este principio que podemos resolver os problemas da composição e decomposição das forças e dos movimentos (*p.* 40 *a* 48).

37.—**Proporcionalidade das forças ás accelerações.**—Como consequencia do principio do numero antecedente demonstra-se em mechanica que, *as forças applicadas a um mesmo corpo são proporcionaes ás accelerações que lhe imprimem*, isto é,

$$\frac{F}{F'} = \frac{j}{j'}.$$

Demonstraremos experimentalmente este principio, quando estudarmos a gravidade.

38.—**Difinição de massa.**—Já dissemos (*p.* 51) que se deve entender por *massa* de um corpo a qualidade que lhe é inherente de ceder mais ou menos facilmente á acção de uma força. De feito, sabe-se que forças eguaes applicadas a corpos differentes não lhes communicam a mesma acceleração.

Diz-se que dois corpos teem *massas eguaes* quando submettidos á acção da mesma força adquirem a mesma acceleração. Reunindo dois corpos de massas eguaes tem-se um de massa dupla, etc.; por conseguinte, a idéa de massas eguaes conduz á de massas em qualquer relação, o que mostra a possibilidade de representar as massas dos corpos por numeros escolhendo um corpo cuja massa se tome para unidade.

39. — **Relação entre a força, a massa e a acceleração que lhe communica. — Medição da massa.** — Suppondo que as forças F e F' communicam a mesma acceleração ás massas m e m', estabelece-se em mechanica que é $\frac{F}{F'}=\frac{m}{m'}$, isto é, que *as forças são proporcionaes ás massas a que imprimem a mesma acceleração.* Este principio combinado com o do num. 37 permitte-nos estabelecer a relação entre uma força, a massa e a acceleração. Supponhamos que as forças F e F' imprimem ás massas m e m' as accelerações j e j'. Consideremos uma terceira força F'' capaz de imprimir á primeira massa m a segunda acceleração j'. Comparando as forças F e F'', temos $\frac{F}{F''}=\frac{j}{j'}$: comparando F' e F'' vem $\frac{F'}{F''}=\frac{m}{m'}$. Multiplicando ordenadamente e simplificando, conclue-se

$$\frac{F}{F'}=\frac{mj}{m'j'}.$$

Assim, *as forças são proporcionaes aos productos das massas, a que se applicam, pelas accelerações dos movimentos que produzem.*

Conveciona-se tomar para *unidade de massa* a massa que sob a acção de unidade de força (um kilogramma) adquire unidade de acceleração (um metro); por tanto se fizermos

$$F'=1 \text{ e } j'=1 \text{ é } m'=1$$

e

$$\frac{F}{1}=\frac{m}{1}\times\frac{j}{1},$$

isto é,

$$F=mj \ldots\ldots\ldots (a).$$

D'aqui vem o dizer-se que o producto da massa m pela acceleração j serve de medida á força; porém mais rigorosamente deve entender-se que, o numero de kilogrammas que representa a força é egual ao producto dos numeros que indicam as relações entre a massa e a acceleração e as unidades respectivas: é assim que se deve entender a formula (a).

Se a força que sollicita o corpo é o seu peso P, a acceleração é g egual a $9^m,8$ (*p.* 102), e tem-se $P=mg$. D'esta egualdade tira-se $m=\frac{P}{g}$, o que mostra a maneira de representar numericamente a massa de um corpo.

Como um decimetro cubico de agua a 4.° pesa 1^k, e adquire a acceleração $9^m,8$, segue-se que o volume de agua que actuada por uma força equivalente a 1^k adquire a acceleração de 1^m é 9,8 decimetros cubicos. É este por tanto o valor da unidade de massa.

40.—**IV.—Principio da reacção egual e contraria á acção.**—Este ultimo principio ennuncia-se da maneira seguinte: *Quando um corpo submettido á acção de uma força actua sobre outro corpo faz apparecer immediatamente n'este uma força egual e de sentido contrario actuando sobre aquelle, que se chama reacção.* As duas forças eguaes e contrarias não se destroem, porque não actuam no mesmo corpo.

Este principio não é, assim como os outros, tão evidente, que se possa admittir á priòri; porém foi, como elles, tirado de muitas observações e comprovado pelas consequencias exactas, que d'elle se deduzem. Comtudo podemos demonstral-o experimentalmente como se segue, recorrendo ao principio de Archimedes.

Sabe-se que um corpo mergulhado n'um liquido soffre d'este uma acção, que se traduz n'uma perda de um peso egual ao peso do liquido deslocado: esta acção é acompanhada de uma reacção egual a este peso, como se demonstra tarando n'uma balança um vaso com agua, marcando o nivel d'esta, e introduzindo-lhe um cylindro de metal completamente independente da balança; o equilibrio altera-se, mas restabelece-se tirando do vaso a agua necessaria para que o nivel volte a ser o que era antes da immersão; o que prova que em consequencia d'esta houve uma reacção sobre o liquido, que fez como que augmentar-lhe o peso de uma quantidade egual á que perdeu o cylindro. É por este motivo que uma balança tendo em um dos pratos um corpo ao lado de um vaso com agua, e sendo tarada, conserva-se em equilibrio mettendo o corpo no liquido.

Uma consequencia d'este principio, facil de perceber e que se verifica praticamente, é a seguinte: Quando diversos corpos formam um systema capaz de se deformar, as suas acções mutuas não teem influencia no movimento do seu centro de gravidade. É assim que, por exemplo, debalde os homens, que enchem um wagon em repouso sobre os rails, exercem pressão sobre as suas paredes para o fazer mover, em quanto que basta um individuo collocado sobre a via e tomando com os pés apoio sobre ella para o pôr em movimento.

É pelo mesmo motivo que o centro de gravidade do systema constituido por uma boca de fogo e o seu projectil não seria deslocado depois d'este ser lançado, se a boca de fogo e o projectil não encontrassem resistencia alguma.

Generalisando esta consequencia demonstra-se em mechanica, que, uma bomba, cujo centro de gravidade descreve uma parabola no vacuo, rebentando no seu trajecto, divide-se em muitos fragmentos, cujo centro de gravidade commum continua na mesma parabola.

Nos numeros seguintes descrevemos consequencias ou applicações importantes d'este principio.

41.—**Choque dos corpos solidos.**—Os corpos brutos em virtude da inercia não podem modificar o seu movimento, nem produzil-o estando em repouso; mas um corpo posto em movimento póde transmittir este estado aos corpos que encontra no seu trajecto, produzindo o phenomeno do *choque;* porque, em virtude da mesma inercia, reparte com elles a acção que recebeu: os corpos chocados, obedecendo ao principio do numero antecedente, reagem sobre os primeiros e alteram assim o movimento.

Como o phenomeno que se nota depende da compressibilidade e da elasticidade dos corpos que se chocam, assim como da especie de movimento que possuem, consideraremos apenas o caso simples de duas espheras animadas de movimento de translação cujos centros caminham sobre a mesma linha recta; sendo as espheras ou completamente destituidas de elastecidade ou perfeitamente elasticas.

Se as massas não são elasticas deformam-se pelo choque e continuam a mover-se juntas com uma velocidade constante e commum.

Representando as massas por m e m'; as velocidades, que podem ser do mesmo sentido ou de sentidos contrarios, por v e v', e a velocidade commum depois do choque por u, se é $v > v'$ a esphera m perdeu uma quantidade de movimento egual a $m(v-u)$, e a massa m' ganhou $m'(u \mp v')$; estas quantidades são eguaes, em virtude da inercia, por conseguinte:

$$m(v-u) = m'(u \mp v').$$

D'esta egualdade tira-se

$$u = \frac{mv + m'v'}{m + m'}.$$

Se os corpos são perfeitamente elasticos acontece que depois do choque, no fim do qual a velocidade de m tem dimimuido de $v-u$, e a de m' augmentado de $u \mp v'$, a elasticidade, fazendo com que as moleculas voltem á sua posição primitiva, cria uma reacção que faz diminuir e augmentar mais as velocidades da mesma quantidade, de fórma que a velocidade de m terá diminuido de $2(v-u)$ e a de m' augmentado de $2(u \mp v)$; por conseguinte as velocidades finaes serão:

$$V = v - 2(v-u)$$

$$V' = \pm v' + 2(u \mp v').$$

Substituindo o valor de u achado no primeiro caso, vem

$$V = \frac{(m-m')v \pm 2m'v'}{m+m'}$$

$$V' = \frac{2mv \pm (m'-m)v'}{m+m'}$$

formulas que facilmente se discutem introduzindo-lhes os diversos valores das massas e das velocidades. Assim, por exemplo, no caso de massas eguaes e de $v'=0$, a massa m transmitte a sua velocidade a m' e fica parada: se empregamos uma terceira, que receba o choque da segunda, esta fica tambem parada em quanto que aquella recebe o movimento da primeira.

Isto torna-se bem visivel com o apparelho que a fig. 15 representa, composto de sete bolas de marfim de eguaes diametros, suspensas a um quadro por fios de seda, de maneira que se tocam sem se comprimirem mutuamente, e que os seus

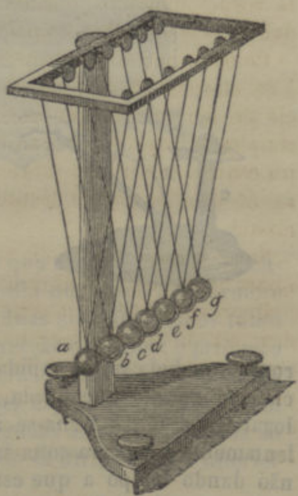


Fig. 15

centros estão na mesma linha recta; deslocando a primeira das bolas e abandonando-a sobre a segunda, só a ultima se desloca, de uma quantidade proximamente egual á que representa o choque da primeira.

Esta experiencia mostra ao mesmo tempo que o choque transmitte-se através dos corpos elasticos rapidamente sim, porém consumindo um determinado tempo. É claro que todas as espheras se deslocariam se todas recebessem o choque ao mesmo tempo.

Se o choque é muitissimo rapido, póde acontecer que as moleculas chocadas se desloquem ficando as visinhas na sua posição. É por este motivo que com um tiro de pistola póde abrir-se um furo circular n'um vidro, o qual dá passagem á bala, em quanto que um choque menos rapido faria partir e fender completamente o mesmo vidro.

Para demonstrar que a transmissão do choque de um para outro corpo exige um certo tempo servem os apparelhos que as figuras 16 e 17 representam. Com o primeiro uma carta carregada

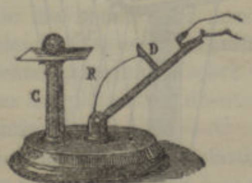


Fig. 16

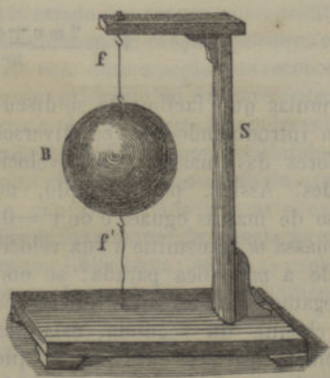


Fig. 17

com uma bola sendo rapidamente chocada é projectada a distancia, em quanto que a bola, não recebendo o choque, fica no seu logar. Com o 2.º torna-se isto bem claro porque puxando o fio lentamente a esphera solta-se em cima, e puxando-o rapidamente, não dando tempo a que este esforço se communique á parte superior, a esphera fica suspensa e parte-se o fio inferior.

42.— Choque obliquo.—Egualdade dos angulos de incidencia e de reflexão.—Supponhamos que um corpo *m*, fig. 18, perfeitamente elastico choca obliquamente na direcção *mV* um obstaculo fixo e resistente. Decompondo a sua velocidade em duas, uma *mT* no plano tangente ao obstaculo e outra *mN* na direcção da normal, é claro que a primeira não póde ser destruida pelo choque, em quanto que a segunda origina uma reacção, que dá em resultado ser substituida por outra *mn* egual e contraria, a qual composta com a primeira dá a resultante *mN'* symetrica de *mV* a respeito do obstaculo. O corpo segue por conseguinte depois do choque a direcção *OV'*, e como *xon* é egual a *n OV'* conclue-se que o *angulo de incidencia* é egual ao *de reflexão*.

Fig. 18

Demonstra-se experimentalmente esta lei com o apparelho da fig. 19: é uma banca semi-circular perfeitamente plana, que se

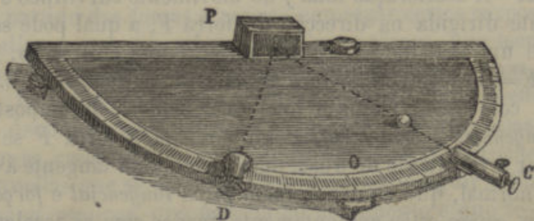


Fig. 19

nivella por meio de tres parafusos em que assenta, tendo no centro e perpendicularmente á linha media um plano de marmore *P*; em torno do centro podem girar duas alidades com os tubos *C* e *D*, cujos eixos se conservam na direcção dos raios: o primeiro serve para dar impulso a uma esphera de marfim por meio de uma mola, e o segundo para a receber depois de se reflectir em *P*. Dispondo-as de modo que sejam eguaes as suas distancias ao ponto *O* e projectando a bola, vê-se que se dirige para o interior do tubo *D*.

O caso geral do choque obliquo entre dois corpos moveis não differe do que estudamos no numero antecedente senão na consideração das componentes das velocidades.

43.—**Movimento curvilineo.—Exemplos.**—O movimento curvilineo é o que adquire um corpo em qualquer das circumstancias seguintes: 1.° recebendo uma impulsão inicial e sollicitado pela acção de uma força constante: 2.° sollicitado pela acção de uma força constante e de uma resistencia; 3.° submettido á acção de um força de direcção variavel.

O movimento pendular é um exemplo bem simples de um movimento curvilineo devido á acção de uma força e de uma resistencia.

Temos tambem como exemplo o movimento dos planetas e dos cometas em torno do sol, e dos satellites em torno dos seus planetas, em consequencia da acção combinada da attracção e da força centrifuga, que deriva da rotação.

O movimento dos projecteis submettidos á acção de uma impulsão e da gravidade é tambem um exemplo importante para notar. N'esta especie de movimento a analyse demonstra e a experiencia confirma, que a trajectoria é parabolica, abstrahindo da resistencia do ar.

44.—**Forças tangencial e centripeta: força centrifuga.**—A acceleração total j do movimento curvilineo é constantemente dirigida na direcção da força F, a qual póde ser variavel de um instante para outro em grandeza e direcção. A expressão $F=mj$ (39) liga sempre aquellas duas quantidades.

Assim como a acceleração total se considera decomposta em duas, *tangencial* e *centripeta*, assim tambem a força F se póde considerar a resultante de duas, uma dirigida na tangente á curva e outra normal, que se denominam *forca tangencial* e *força centripeta*, as quaes estão evidentemente ligadas com as accelerações respectivas do mesmo modo que a força F está ligada com a acceleração j. A força centripeta é por conseguinte egual a $\frac{mv^2}{\rho}$ (32).

A primeira força é que determina os mudanças da velocidade do movel, e é nulla no movimento uniforme; a segunda determina as mudanças successivas de direcção e é nulla no movimento rectilineo, o que a formula indica, porque então ρ é infinito.

Em virtude da inercia o movel tende a seguir, em cada instante, na direcção do caminho elementar correspondente, isto é, na direcção da tangente á curva; é a força centripeta que o obriga a seguir esta; por isso elle reage com uma força egual e contraria, denominada *força centrifuga*, cujas leis, deduzidas das expressões $F = \frac{mv^2}{\rho}$ ou $F = \frac{4m\pi^2}{T^2} R$ são já conhecidas (*p*. 56), assim como o são egualmente as experiencias que demonstram a sua existencia (*p*. 57).

As forças centripeta e centrifuga, assim como qualquer acção e a sua reacção, são eguaes e contrarias, mas não se destroem, porque não actuam no mesmo corpo. Imaginemos, por ex. que se faz girar um corpo ligado a um fio, á maneira de uma funda, a força centripeta é a que o fio exerce sobre o corpo, em quanto que a centrifuga é a que este exerce sobre aquelle tendendo a rompel-o. No movimento de um planeta em volta do sol, a força centripeta é a attracção d'este para aquelle e actua no planeta; a centrifuga é a acção do planeta sobre o sol, que tende a arrastar este para si, e actua no sol. Temos no primeiro exemplo a applicação das duas forças em corpos visinhos, e no segundo em corpos muito distantes.

III.—Applicação das forças ás machinas

45.—**Machinas.—Potencias e resistencias.**—Para tirar partido das forças é preciso empregar certos corpos, que são por ellas postos em movimento: esses corpos, que teem por fim transmittir a acção das forças, denominam-se *machinas*.

As forças applicadas ás machinas para produzir o effeito desejado denominam-se *potencias*, e os esforços que estas vencem, dizem-se *resistencias:* estas comprehendem as *resistencias uteis*, ou aquellas que se pretende vencer para conseguir o fim, e as *resistencias passivas*, que nascem do movimento e que se oppõem a elle, sem utilidade, consumindo parte da potencia.

O attrito e a resistencia dos meios, (*p*. 27 e 28), são exemplos das principaes resistencias passivas.

46.—**Machinas simples e compostas.**—As machinas, nas quaes a potencia e a resistencia são applicadas ao mesmo corpo, ou a corpos differentes que actuam directamente um sobre o outro, dizem-se *machinas simples:* são a *corda*, a *alavanca*, a *roldana*, o *sarilho*, o *plano inclinado*, o *parafuso* e a *cunha*. As machinas simples propriamente ditas, de figura invariavel, são a alavanca e o plano inclinado (*p*. 70).

As *machinas compostas* são aquellas nas quaes ha corpos intermediarios entre os que recebem directamente a acção da potencia e da resistencia: estas machinas podem considerar-se como um aggregado de machinas simples.

As machinas mais complicadas constam de tres partes distinctas: uma, o *receptor*, que recebe immediatamente a acção do motor, outra, o *operador*, collocada na extremidade opposta e que, em contacto immediato com a materia a elaborar, executa o trabalho util; finalmente a terceira, o *transmissor*, intermediaria, que consta de todas as peças que teem por fim communicar ou transmittir ao operador o exforço recebido pelo receptor.

As peças de que consta esta ultima tambem se teem chamado *mechanismos*, e n'esta denominação comprehendem-se alguns orgãos importantes, que teem por fim moderar e regular o movimento do receptor e do operador, e que se denominam *moderadores* e *reguladores*.

47.—**Trabalho das forças.**—Na applicação das forças é preciso não só vencer uma resistencia, mas produzir um certo deslocamento: a combinação dos dois elementos —força e caminho— conduz á consideração de um terceiro, denominado *trabalho da força*.

Entende-se por *trabalho de uma força constante o producto da sua intensidade* **F** *pela projecção sobre a sua direcção do caminho* **s** *percorrido pelo seu ponto de applicação*. Se for α o angulo d'este caminho com a recta conduzida na direcção da força, no sentido em que ella actua, o trabalho será $F \times s \cos \alpha$.

Sendo a força de intensidade e direcção variavel applica-se esta expressão do trabalho a cada elemento do caminho, que elle faz percorrer ao seu ponto de applicação, e a somma dos *trabalhos elementares* assim obtidos constitue o trabalho da força.

A força F e o caminho s são quantidades essencialmente positivas; porém o factor $\cos \alpha$ póde ser positivo ou negativo, e até nullo: se é positivo o trabalho diz-se motor e a força *motriz;* se é negativo o trabalho diz-se *resistente*, assim como a força; se é nullo o trabalho não existe.

A unidade adoptada na avaliação do trabalho das forças é o trabalho correspondente ao peso de um kilogramma elevado a um metro de altura: esta unidade chama-se *kilogrammetro*. A noção do trabalho é independente do tempo; porém como uma machina é tanto mais vantajosa quanto mais depressa executa um certo trabalho, attendeu-se ao tempo e adoptou-se outra unidade na avaliação dos trabalhos das machinas. Esta nova unidade é o *cavallo-vapor*, e corresponde ao trabalho de 75 kilogrammetros por segundo.

As forças podem ser representadas por linhas; por conseguinte o trabalho póde representar-se por uma superficie: e a sua avaliação reduz-se á medição d'esta, a qual exige que se tome para unidade da força a mesma linha que designa a unidade de caminho. Seja por ex. AB, fig. 20, o caminho, expresso em metros, percorrido pelo ponto de applicação de uma força, e AC a recta que contém tantos metros quantos kilogrammas vale a força, é claro que o trabalho contém tantos kilogrammetros, quantas unidades de superficie são contidas no rectangulo AD. Se a força é variavel, a superficie que se obtem marcando na direcção AB os elementos do caminho e perpendicularmente aos extremos d'estes os valores correspondentes da força, é limitada por uma linha curva, e para a sua valiação recorre-se então á *regra de Simpson*[1].

Fig. 20

48.—**Theorema das forças vivas.**—O trabalho desenvolvido pela força constante F, para deslocar de e um movel de massa m, que parte do repouso, é $T=F\times e$. Substituindo por F o seu valor mj e por e o valor $\frac{v^2}{2j}$ tirado da formula do numero 25 vem $T=\frac{1}{2}mv^2$

O producto da massa pelo quadrado da velocidade denomina-se *força viva*, e representa um trabalho, isto é, vem expresso em kilogrammetros, porque a força F é expressa em kilogrammas e o caminho e em metros.

Se o movel está animado de uma velocidade inicial v_0 da mesma direcção e sentido da força, o valor de e tirado do numero 26 é então $\frac{v^2-v^2_0}{j^2}$, e portanto o trabalho é $T=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2$.

Representando por T_m e T_r os trabalhos motores e resistentes de uma machina, podemos estabelecer a egualdade

$$\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2=T_m-T_r,$$

a qual se enuncia dizendo que, *o accrescimo da força viva adquirida durante um certo tempo, é egual ao dobro do excesso do trabalho motor sobre* o *trabalho resistente, durante o mesmo tempo*: é este o *theorema das forças vivas*.

[1] Vejam-se os nossos *Elementos de Geometria*, 2.ª ed., pag., 188.

49.—**Principio da transmissão do trabalho.**— Suppondo que o movimento de uma machina é uniforme, isto é, que $v_0 = v$, a egualdade do n.° antecedente converte-se em $T_m = T_r$: assim o trabalho motor é constantemente egual ao trabalho resistente, o que quer dizer que, a potencia e a resistencia estão entre si na razão inversa dos caminhos percorridos no mesmo tempo pelos seus pontos de applicação e segundo as suas respectivas direcções.

Por tanto, suppondo que ainda existe uma só potencia e uma só resistencia, podemos dizer que, na transmissão do trabalho da primeira, a machina tem a propriedade de modificar á vontade a resistencia vencida e o caminho percorrido por ella, com tanto que o seu producto se conserve constante. D'aqui vem o principio muito conhecido, *o que se ganha em força perde-se em velocidade.*

Se a machina não se move uniformemente, o trabalho do motor é umas vezes maior outras menor que o da resistencia, e a egualdade entre elles tem logar ainda na media: porque o movimento é periodico, e podemos sempre considerar o tempo dividido em periodos a que correspondem velocidades eguaes no principio e no fim, e em cada um d'elles dá-se a egualdade entre os dois trabalhos. No fim do movimento o valor total do trabalho motor é egual ao valor total do trabalho resistente: nenhuma porção do primeiro é perdida. Isto conclue-se ainda da egualdade do numero antecedente, porque considerando todo o tempo em que a machina se move, é claro que o primeiro membro é nullo, porque o são separadamente ambos os termos. No principio do movimento a velocidade cresce; por tanto o trabalho motor é maior que o resistente: no fim acontece o contrario. No primeiro caso o excesso do trabalho motor não se perde; transforma-se em força viva, especie de trabalho que a machina armazena; no caso contrario, o augmento de trabalho resistente é vencido por esta força viva, e por isso a machina restitue á custa da sua velocidade parte do trabalho que tinha em reserva.

Conclue-se mais do principio da transmissão do trabalho que, sendo o trabalho resistente a somma do trabalho das resistencias uteis e do trabalho das resistencias passivas, como estas nunca podem ser nullas, o trabalho util é sempre menor que o trabalho motor; e a sua relação, sempre menor que unidade, constitue o *rendimento da machina.*

A machina não cria trabalho, e, como uma parte do trabalho motor é consumida pelas resistencias passivas, póde-se affirmar que a idea do *movimento perpétuo* é completamente absurda.

PARTE I

Gravidade.—Propriedades dos corpos nos tres estados de aggregação

SECÇÃO I—GRAVIDADE

CAPITULO I

Leis geraes

50.—**Leis da gravitação.**—Para explicar muitos phenomenos, como a queda dos corpos para a superficie da terra, o movimento dos astros, etc., admittiu-se, ao principio só para os corpos celestes, a existencia de uma força, a *gravitação*, considerada como propriedade geral inherente á materia e em virtude da qual os astros se attraem mutuamente, segundo as leis seguintes estabelecidas por Newton, como consequencias das leis do movimento dos astros descobertas por Kepler:

1.ª—*Dois corpos quaesquer do systema planetario, attraem-se com uma força proporcional ás suas massas.*

2.ª—*A attracção é inversamente proporcional ao quadrado das distancias.*

Como consequencia d'estas leis demonstra-se em mechanica que, *uma esphera, composta de camadas concentricas homogeneas, attrae como se toda a sua massa estivesse reunida no centro.*

51.—**Leis da gravidade.**—As leis da gravidade são as da gravitação, como demonstrou Newton determinando por ellas a acceleração do movimento da lua, que achou egual á da queda dos corpos sub-lunares.

A acceleração d'esta queda á superficie da terra é pouco mais ou menos representada por $g=9^m,8$; sendo verdadeira a 2.ª lei, o seu valor g' á distancia a que se acha a lua, que é de 60 raios terrestres, tira-se da proporção $\frac{g'}{g}=\frac{R^2}{60^2R^2}$, isto é, será $\frac{g}{60^2}$.

Para determinar a acceleração em attenção ao movimento, como de qualquer planeta, basta considerar a acceleração centripeta ou centrifuga em um instante qualquer, no movimento curvilineo, como se este fosse circular, o que não se afasta muito da verdade: e temos (53) $j=\frac{v^2}{R}$ ou $j=\frac{4\pi^2R}{T^2}$.

Havendo identidade entre a gravidade e a gravitação deve ser

$$\frac{g}{60^2}=\frac{4\pi^2R}{T^2}.$$

Fazendo o calculo acha-se $g=9^m,7$, valor pouco differente da acceleração da gravidade: por tanto se attendermos ás causas de erro e de inexactidão, podemos dizer que está demonstrado o principio de que partimos.

52. — **Attracção universal.** — As experiencias dos dois n.ºs seguintes demonstram directamente a attracção da materia para a materia, a qual primeiramente foi só admittida nos corpos celestes; podemos pois, com mais algum fundamento do que o fez Newton, estabelecer que todas as coisas se passam como se existisse a lei geral seguinte: *A materia attrae a materia na razão directa das massas e na razão inversa do quadrado das distancias.*

A formula

$$F=\frac{Mm}{D^2}f$$

resume estas leis: M e m representam as massas das duas porções de materia; D a sua distancia, e f a attracção de unidade de massa sobre unidade de massa á distancia unidade; F representa a força attractiva de uma das porções de materia sobre a outra.

53. — **Desvio do fio de prumo pelas montanhas.** — Desde 1749 Bouguer e Lacondamine observaram que a massa de um pendulo era desviada para uma montanha e viram n'este facto uma prova das ideas de Newton sobre a attracção universal. Bouguer imaginou medir o desvio do pendulo por

um methodo que vamos descrever e que foi posto em pratica por Maskeline, em 1774, na Escossia, junto dos montes Schealien, de fórma simples e de constituição geologica conhecida, de modo que foi possivel determinar o seu volume, o seu peso e a posição do centro de gravidade.

Fez duas estações A e B, fig. 21, uma ao norte e outra ao sul da montanha no mesmo plano com o centro de gravidade G, nas quaes estabeleceu os pendulos pendentes do centro de circulos graduados verticaes, munidos de oculos; dirigiu estes oculos successivamente para a mesma estrella s na occasião das suas passagens pelo meridiano, e mediu os angulos SAX e SAY que os raios visuaes parallelos faziam com os pendulos, cujas direcções eram AX e BY. A differença entre estes angulos, isto é, o angulo YBx, que se obtem conduzindo por B a recta Bx parallela a AX, foi de $54'',6$.

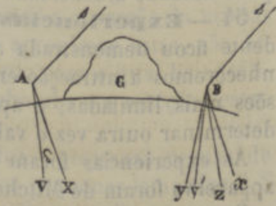


Fig. 21

Esta differença devia ser egual á differença das latitudes dos dois pontos A e B, se os pendulos fossem dirigidos para o centro da terra, isto é, se não fossem attraidos pela montanha. Suppondo que AV e BV' são as verticaes das duas estações, obtem-se na figura a differença das latitudes $V'BZ$ conduzindo por B a recta BZ parallela a AV'; porém o seu valor dado por uma triangulação foi de $42'',94$. Logo os dois pendulos foram desviados de $11'',66$, que é o o excesso do angulo YBx sobre $V'BZ$; e admittindo que são desviados egualmente o que só teria logar se os pontos A e B fossem equidistantes de G, podemos concluir que são eguaes os angulos VAX e YBV'; por conseguinte de quasi $6''$ cada um.

D'este modo ficou não só comprovada a attracção da montanha, mas calculado o desvio δ egual a XAV ou a YBV'.

O conhecimento do valor de δ permittiu calcular de uma maneira muito simples a massa, e por conseguinte a densidade media da terra; porque é evidentemente a tangente de δ egual á relação entre as forças de attracção da montanha e da terra: a primeira é egual a $\frac{mm'}{d^2}f$, sendo m a massa de montanha, m' a do pendulo e d a distancia d'este ao ponto G; a segunda é egual a $\frac{Mm'}{R^2}f$. Por conseguinte $\tan g\,\delta = \frac{mR^2}{Md^2}$.

Esta formula dá o valor de M, porque todas as outras quantidades são conhecidas. A formula $M = \frac{4}{3}\pi R^3 D$, deu para a densidade media da terra D o valor de 5 proximamente, tomando para unidade a densidade da agua.

54.—**Experiencias de Cavendish.**—No n.º antecedente ficou demonstrada a attracção das montanhas, agora reconheceremos a attracção entre duas porções de materia de dimensões mais limitadas, e aproveitaremos a nova experiencia para determinar outra vez o valor de D.

As experiencias foram feitas por Cavendish; mas a idéa e o apparelho foram de Mitchell.

Este apparelho, fig. 22, consta principalmente de duas peque-

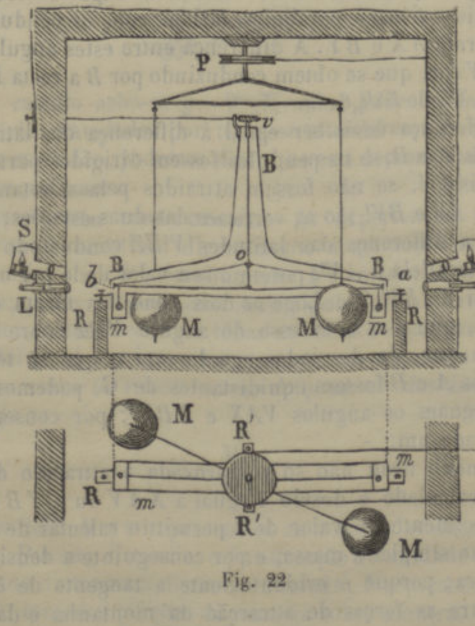


Fig. 22

nas espheras, m, m, de $0^k,729$ cada uma, suspensas aos extremos de uma alavanca ab, perfeitamente movel em torno do seu eixo e sustentada por um fio; e de duas grandes espheras M, M de chumbo, de 158^k cada uma, sustentadas por uma regua, movel em torno de um ponto, que está na direcção do fio de suspensão da alavanca. O apparelho está encerrado em uma caixa e mettido n'uma casa ao abrigo quanto possivel das agitações do ar e das mudanças de temperatura.

As duas pequenas espheras estão subtraidas á acção da gravidade, porque teem pesos eguaes e tendem a fazer girar a alavanca em sentidos contrarios; e obedecem apenas á attracção da massas de chumbo: de sorte que fazendo-lhes aproximar estas, são attrahidas e oscillam em torno de um ponto para o qual ha equilibrio entre as attracções das massas de chumbo e a reacção desenvolvida pela torsão do fio de suspensão.

Junto das espheras m, m' estão duas pequenas reguas de marfim graduadas, esclarecidas com duas pequenas lampadas S,S e observadas da parte exterior da caixa do apparelho com oculos L,L, com os quaes se toma nota de todos os movimentos da alavanca, e se observam as miras no principio da experiencia e depois de serem desviadas pela attracção das massas de chumbo.

D'esta maneira fica demonstrada a attracção.

Para determinarmos a massa e a densidade media da terra, notaremos que a posição de equilibrio corresponde á egualdade entre a attracção mutua das espheras e a força de torsão F. Esta determina-se pelas leis da torsão, que mencionamos adiante, e pela experiencia feita com o apparelho; a attracção é como se sabe representada por $\frac{mm'}{d^2} f$, sendo m e m' as massas das duas espheras (grande e pequena) e d a distancia dos seus centros na posição de equilibrio: por tanto

$$F = \frac{mm'}{d^2} f.$$

A attracção da terra sobre a pequena esphera é, como se sabe, o seu peso p, que se representa pela lei das attracções da maneira seguinte:

$$p = \frac{Mm'}{R^2} f.$$

Fazendo a comparação temos a relação seguinte

$$\frac{F}{p} = \frac{mR^2}{Md^2},$$

da qual se póde tirar o valor de M e por tanto o de D. Feito o calculo achou Cavendish $D=5{,}48$, termo medio. Baily repetiu as experiencias, descobriu e corregiu algumas causas de erro e achou, como media de duas mil experiencias, $D=5{,}67$.

Não nos deve admirar que a densidade media da terra seja cinco vezes e meia a da agua, porque a densidade media dos corpos existentes sobre a terra e na crusta do globo é de 2 a 3, e é provavel que as camadas terrestres se dispozessem na occasião do resfriamento pela ordem das suas densidades, adquirindo as inferiores ainda maior densidade pela pressão das superiores.

Estão determinadas hoje as massas dos planetas em relação ao sol, cuja massa se tomou por unidade, e tendo-se determinado a densidade media da terra é facil obter as densidades medias do sol e de todos os planetas. Por este motivo a balança de Cavendish recebeu o nome de *balança pesa-mundos*.

O peso da terra é egual a 5:700000:000000:000000:000000: kilogrammas.

55.—**A attracção considerada como movimento.** —Tudo que fica dito prova que as coisas passam-se como se existisse uma força de attração, cujas leis enunciámos. Tem-se acreditado que essa força pertence á materia e constitue, por assim dizer, uma das suas propriedades senão essenciaes pelo menos geraes. Tem-se sido levado pelos factos, pelos effeitos, pelas consequencias, a estabelecer e a admittir as causas, desattendendo a reserva com que o proprio Newton apresentou a sua theoria, pois elle disse que tudo se passava como se a attracção da materia fosse verdadeira.

No seu tempo Newton viu-se obrigado a fazer esta restricção: hoje é muito maior erro ainda, é inadmissivel mesmo, o dizer-se que a materia attrae a materia, quando isto é contrario á lei da inercia, conhecida como geral e verdadeira. Como póde a materia ser inerte contendo em si um principio de acção, attraindo a materia, sendo attraida por ella, e caminhando para ella?

Não será o ether, que enche o espaço e no qual os astros estão mergulhados, que pela reacção sobre a materia a faz tender uma para a outra, exactamente segundo as leis da gravitação e da gravidade?

Sendo assim a attracção não seria uma força intrinseca, mas o resultado da pressão do meio em que a materia mergulha; e o movimento dos corpos graves seria apenas uma transformação do movimento do ether.

D'esta maneira chegamos ás idéas de Saigey — a attracção, a gravidade, consideradas como movimento ou resultado de movimentos.

Esta idéa não é nova. Newton disse no seu livro dos *Principios: — Eu exprimo pela palavra attracção o exforço que fazem todos os corpos para se aproximarem uns dos outros, quer este exforço resulte da acção dos corpos, que se attraem mutuamente, quer resulte da acção do ether, do ar, ou de qualquer outro meio, corporal ou incorporal, que prima uns para os outros de qualquer maneira, todos os corpos mergulhados n'elle.*

Para explicar como a gravidade é o resultado dos movimentos do ether e da materia ponderavel, Saigey suppõe o ether espalhado no espaço e uma molecula qualquer mergulhada n'elle e dotada de movimento vibratorio. D'este movimento resultam choques sobre as moleculas ethereas, tanto mais violentos quanto mais proximas estas estão da materia, os quaes se communicam em todos os sentidos e a todas as distancias, por intermedio do ether; estando afinal este distribuido em camadas consecutivas em redor da materia ponderavel e com densidades cada vez maiores á medida que augmenta a distancia, porque as primeiras receberam maior choque e afastaram-se mais; e é claro que a differença de densidade estará na razão inversa da superficie das espheras, isto é, na razão inversa do quadrado das distancias.

Outra molecula, mergulhada n'este systema, encontrará do lado da primeira camadas menos densas que do lado opposto; será chocada pelo ether em todos os sentidos, porém menos do lado da primeira molecula, para a qual será por tanto impellida; e a energia d'esta acção é inversamente proporcional ao quadrado das distancias das duas moleculas.

Assim apparece a causa da gravidade e a lei segundo a qual ella actua.

O que se diz das moleculas isoladas diz-se de moleculas grupadas constituindo os corpos, e n'este caso, a variação da densidade do ether será tanto maior quanto maior for o numero das moleculas, isto é, a massa dos corpos.

Algumas objecções teem sido levantadas contra a hypothese do ether; porém, a maior de todas, que se refere á resistencia ao movimento dos astros, e por tanto á aproximação d'estes com o tempo, cae pela base, quando se considere que é o proprio ether, que combinado com a impulsão inicial, os conserva nas suas orbitas, fazendo curvilinea a sua trajectoria.

CAPITULO II

Queda dos corpos

I.—Leis da queda

56.—**Leis da queda dos corpos no vacuo.**—Estas leis são as seguintes:

1.ª—*Todos os corpos caem no vacuo com a mesma velocidade;*

2.ª—*Os espaços percorridos por um corpo na queda são proporcionaes ao quadrado dos tempos gastos em percorrel-os;*

3.ª—*A velocidade adquirida é proporcional ao tempo que decorre desde o começo da queda.*

A primeira lei demonstra-se experimentalmente com um tubo muito comprido, em que se faz o vacuo (*p.* 91). É a resistencia do ar que faz com que a lei não se verifique na atmosphera; assim como é ella que divide os liquidos na sua queda: por isso estes caem em massa no vacuo, como se reconhece com o martello d'agua (*p.* 92).

As duas ultimas leis demonstram-se com o *apparelho de Morin*, ou, retardando a queda, com o *plano inclinado de Galileo* e a *machina de Atwood*.—Mostram estas leis que o movimento dos graves é uniformemente variado (23), e por tanto que a gravidade é uma força constante (35). Isto não é absolutamente exacto (51); porém admitte-se em attenção ás pequenas distancias verticaes que se consideram sobre a terra.

57.—**Apparelho de Morin.**—N'este apparelho attenua-se quanto possivel a causa de erro proveniente da resistencia do ar, fazendo cair de pequena altura um corpo muito pesado e de pequeno volume: assim a velocidade não tem tempo de augmentar muito e por isso a resistencia é pequena. Admitte-se que esta resistencia cresce com o quadrado da velocidade.

O apparelho consta de um cylindro vertical de madeira de 2^m de altura, ao qual um peso dá movimento de rotação em torno do seu eixo. Para este fim o peso está ligado ao extremo de um fio enrolado n'um pequeno cabrestante, que termina em um roda dentada; e esta prende n'um parafuso sem fim em que termina o eixo do cylindro. Aquella roda prende pelo outro lado n'um outro parafuso sem fim pertencente ao eixo de uma ventoinha, que serve para tornar uniforme o movimento de rotação, porque se o movimento se accelera as palhetas soffrem uma resistencia rapidamente crescente com o quadrado da velocidade. Ao lado do cylindro ha dois arames verticaes, que servem de guias a um peso de ferro, que se prende superiormente a uma alavanca e se abandona quando o movimento de rotação do cylindro se tem tornado uniforme. Este peso recebe um lapis ou um pincel, que uma mola encosta a uma folha de papel enrolado no cylindro.

Da combinação dos dois movimentos, do cylindro e do grave, resulta uma curva que prova as leis: para este fim corta-se o papel pela geratriz da origem d'esta curva, e estende-se n'um plano. Seja AX, fig. 23, a horisontal do ponto de partida e AY a geratriz: dividindo aquella em partes eguaes Aa, ab, etc, as quaes correspondem a tempos eguaes, porque o movimento do cylindro é uniforme, e medindo as ordenadas correspondentes am, bn, etc., que representam evidentemente os espaços percorridos pelo corpo nos tempos Aa, $2Aa$, $3Aa$, etc., reconhece-se que estão entre si como 1, 4, 9, etc. A curva é por tanto parabolica. Assim fica demonstrada a lei dos espaços: a outra é uma consequencia immediata d'esta (24), mas tambem se póde verificar graphicamente, pelas tangentes ás curvas nos pontos m, n, o, etc.

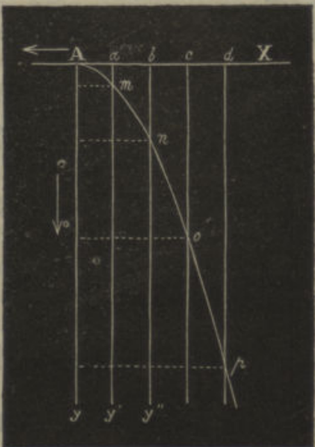


Fig. 23

58.—**Plano inclinado.**—O plano inclinado retarda a queda sem alterar as suas leis; porque sendo, fig. 24, ABC, egual a α, o angulo que elle faz com o horisonte, a acceleração g da gravidade tem só a componente util $gn = g\,sen\,\alpha$, que é uma fracção constante d'ella.

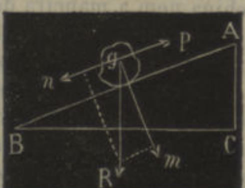


Fig. 24

Galileo demonstrou a 2.ª lei da queda dos corpos fazendo rolar uma esphera sobre um plano inclinado:

hoje faz-se esta demonstração da maneira seguinte. Fixam-se dois fios metallicos AB e CD, fig. 25, bem tensos, do maior compri-

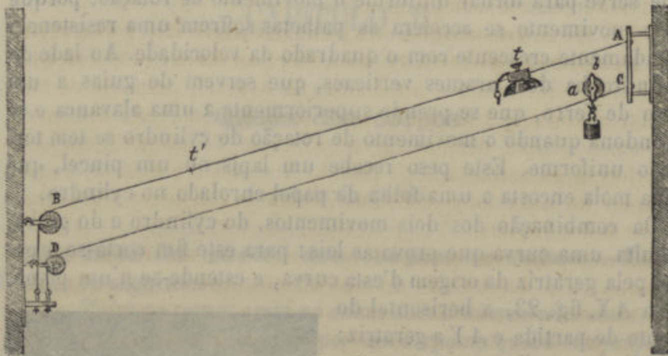


Fig. 25

mento possivel, um por cima do outro e com a inclinação de 20 a 22°: sobre o fio inferior move-se uma roldana, cuja alça suspende um peso, que mantem o seu centro de gravidade abaixo do fio. Esta roldana tem na parte superior uma peça destinada a levantar o martello do pequeno timbre t, quando passa por debaixo d'elle.

Faz-se a experiencia fixando por tentativas o timbre no fio superior a uma conveniente distancia para ser attingido pela roldana no fim de um segundo; fixando-o depois a uma distancia quadrupla, reconhece-se que é attingido no fim de dois segundos, e assim successivamente.

D'este modo fica demonstrada a 2.ª lei, isto é, $e=\frac{1}{2}gt^2$: a 3.ª representada pela formula $v=gt$ é uma consequencia d'ella (24).

59.—**Machina de Atwood.**— Não descrevemos esta machina nem a maneira de a empregar, porque isso faz-se no curso preparatorio (*p.* 94); limitar-nos-hemos a demonstrar que ella retardando a queda não altera as suas leis.

Representando por g a acceleração da gravidade e por g' a acceleração do movimento das massas m, m sobrecarregadas com o peso addicional p de massa M; é claro que este mesmo peso póde ser representado por Mg e por $(M+2m)\,g'$; logo

$$Mg=(M+2m)g' \text{ e } g'=\frac{M}{M+2m}g.$$

Assim, g' é uma fracção constante de g; por tanto as leis não são modificadas; e a velocidade da queda póde diminuir-se quanto se queira augmentando as massas m ou diminuindo M, ou fazendo uma e outra coisa.

60.—**Demonstração experimental do principio da proporcionalidade das forças ás accelerações.** —O plano inclinado e a machina de Atwood, permittindo fazer variar á vontade a força que imprime o movimento a um corpo, servem-nos para demonstrar o principio da proporcionalidade das forças ás accelerações, quando a massa é a mesma, no caso simples de uma força constante, como se considera a gravidade entre certos limites.

Sobre o plano inclinado a força que põe em movimento o corpo é $p\,sen\,\alpha$, e a acceleração do movimento, que se póde medir, é um numero que satisfaz a expressão $g\,sen\,\alpha$, representando por p e g a força e a acceleração no movimento da queda livre; as forças são por tanto proporcionaes ás accelerações.

Esta mesma lei reconhece-se com mais facilidade ainda na machina de Atwood, suspendendo no fio pesos eguaes P, compostos do mesmo numero de pesos eguaes p, e tirando successivamente 1, 2, 3, etc. d'estes pesos de um lado e collocando-os sobre os do outro. A força que produz o movimento é assim $2p$, $4p$, $6p$, etc., e as accelerações, que se medem, guardam esta mesma relação.

II.—Consequencias das leis da queda dos corpos

61.—**Formulas geraes.**—Um corpo abandonado á acção da gravidade tem, no fim do tempo t, vencido uma altura h e adquirido uma velocidade v, dadas pelas formulas,

$$h=\frac{1}{2}gt^2 \quad \text{e} \quad v=gt;$$

das quaes se tira, pela eliminação do tempo t, a formula

$$v=\sqrt{2gh},$$

que dá a velocidade em funcção do caminho percorrido.

Se o corpo estivesse já animado de uma velocidade u, as formulas seriam

$$h=ut\pm\frac{1}{2}gt^2,\quad v=u\pm gt,\quad v=\sqrt{u^2\pm 2gh}.$$

O signal $+$ é no caso do corpo ser lançado de cima para baixo, e o signal $-$ no caso de ser lançado debaixo para cima.

Com o auxilio d'estas formulas podemos determinar, n'este ultimo caso, a altura a que o corpo chega, assim como o tempo gasto para lá chegar e para voltar ao ponto de partida, etc.

62.—**Movimento dos corpos projectados obliquamente.**—Já dissemos (43) que, abstrahindo da resistencia do ar, o movimento dos graves animados de uma impulsão obliqua é parabolico.

Custuma-se demonstrar experimentalmente este principio com os liquidos fazendo esgotar a agua, que vem de um reservatorio onde se mantém em altura constante, por uma tobuladura, cuja inclinação sobre o horisonte se póde alterar á vontade. Demonstra-se a queda parabolica dos solidos com o apparelho de S'Gravesande, que é uma goteira curva tangente ao horisonte na sua base, ligada a uma prancha vertical de madeira tendo diversos anneis collocados sobre a parabola, que deve seguir o grave animado de uma impulsão horisontal quando sae da goteira. Abandonando sobre esta pequenas espheras de marfim reconhece-se que vão atravessar aquelles anneis.

63.—**Movimento dos corpos pesados sobre curvas fixas.**—O movimento dos corpos pesados sobre curvas fixas póde considerar-se como o caso geral do movimento sobre planos inclinados; porque a curva póde considerar-se formada de elementos rectilineos.

O movimento dos corpos pesados sobre planos inclinados faz-se á custa de uma componente da gravidade egual a $g\,sen\,\alpha$, sendo α o angulo que o plano faz com o horisonte; porém o caminho percorrido sobre o plano é egual a $\frac{h}{sen\,\alpha}$, sendo h a differença de nivel dos pontos de partida e de chegada: por tanto, a velocidade adquirida é $\sqrt{2g\,sen\,\alpha\times\frac{h}{sen\,\alpha}}=\sqrt{2gh}$; o que prova que dois corpos movendo-se sob a acção do seu peso, um sobre o plano inclinado e o outro sobre a vertical teem adquirido velocidades eguaes quando passam pelo mesmo plano horisontal. Assim, a velocidade adquirida por um corpo abandonado á acção da gravidade, depende apenas da altura vertical que tem descido.

Se o corpo fosse lançado sobre o plano debaixo para cima, a diminuição da velocidade seria egual ao augmento que experimentaria, se percorresse o mesmo caminho em sentido contrario.

Estudando o movimento sobre curvas consideradas como a reunião de rectas, é claro que chegamos ás mesmas consequencias; podemos, pois, estabelecer que todos os corpos que partem de differentes pontos, situados no mesmo plano horisontal, com velocidades eguaes, chegam a um segundo plano horisontal, quer descendo, quer subindo, com velocidades eguaes, quaesquer que sejam as trajectorias percorridas.

64.—**Propriedades da cycloide relativamente á queda dos corpos.**—A cycloide é como se sabe a curva plana gerada por um ponto de um circulo, que rola sobre uma recta. A curva é composta de muitos ramos, cada um dos quaes tem por base uma porção da recta egual á circumferencia movel rectificada, e por eixo o diametro d'esta circumferencia[1].

A cycloide de base horisontal gosa da propriedade de ser *brachystochrona*, nome dado do J. Bernouilli á curva de mais rapida descida. Quer isto dizer que aquella curva é a que deve seguir um movel para levar o menos tempo possivel na descida de um ponto para outro não collocados na mesma vertical, porém no mesmo plano vertical. Pareceria que a linha recta determinada pelos dois pontos, sendo o menor caminho entre elles, deveria ser o de mais rapida descida, porém a cycloide tendo na origem uma inclinação muito mais consideravel imprime ao movel uma velocidade tambem muito maior, e por isso elle attinge mais depressa o segundo ponto.

Goza ainda a cycloide de base horisontal de ser uma curva *tautochrona*, o que quer dizer que abandonando de qualquer dos seus pontos um corpo pesado sobre a sua concavidade, chega sempre ao ponto mais baixo no fim do mesmo tempo, abstraindo da resistencia do meio. Póde verificar-se grosseiramente esta propriedade com o apparelho que serviu para demonstrar a queda parabolica dos solidos; porque a goteira curva é cycloidal: abandonando varias espheras de marfim de differentes alturas sobre ella vê-se que chegam á parte inferior conjunctamente.

[1] Referimo-nos apenas á *cycloide perfeita*, que é gerada por um ponto da circumferencia do circulo movel.

65.—**Acção da gravidade sobre um corpo animado de movimento de rotação em torno de um eixo horisontal apoiado n'um dos extremos.**— A fig. 26 representa um toro pesado podendo mover-se em torno de um eixo fixo a um annel, e prolongado para um dos lados. Se apoiamos o toro por esta extremidade do eixo em uma columna vertical, cae immediatamente pela acção do seu peso; porém se lhe tivermos imprimido um movimento rapido de rotação, por meio de um cordel enrolado no eixo, e desenrolado depois com rapidez, vemos que o toro conserva o eixo horisontal e gira com este em torno do ponto fixo.

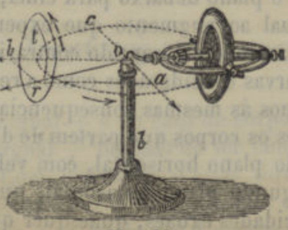


Fig. 26

Este phenomeno notavel é um resultado da composição das rotações, uma produzida pela gravidade em torno do eixo *c o a*, suppondo o toro em *t*, e outra particular ao toro em torno de *o b*: estas duas rotações, representadas por *o a* e *o b*, dão a resultante *o r*, cuja direcção procura o eixo do toro, porém que se desloca diante d'elle, porque o eixo *oa* de rotação tambem se desloca.

Faz-se esta mesma experiencia suspendendo o toro por um cordel passando pela extremidade do eixo.

CAPITULO III

Intensidade da gravidade.—Pendulo

I.—Do pendulo

66.—A gravidade mede-se pela acceleração g do movimento da queda dos corpos. O valor de g obtem-se com qualquer dos apparelhos que servem para demonstrar as leis da queda; porém muito grosseiramente, em virtude das resistencias passivas, que alteram o movimento. É com o pendulo que se obtem a medição mais rigorosa da intensidade da gravidade.

Sabe-se o que é o *pendulo* (*p.* 96 e 97), e quaes são as leis do pendulo simples (*p.* 98); por isso vamos apenas deduzir a formula d'este pendulo ideal, na qual se comprehendem as leis.

67.—**Formula do pendulo simples.**—Para deduzir a formula do pendulo suppomos que a amplitude das oscillações é muito pequena, para que se possam tomar os arcos MM', MA, etc., fig. 27, pelas suas cordas.

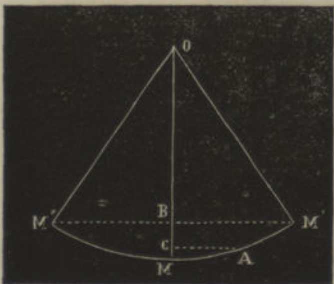


Fig. 27

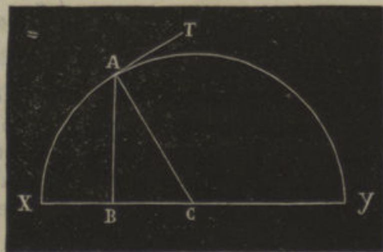


Fig 28

O ponto material partindo do repouso, em M', tem adquirido a velocidade

$$V=\sqrt{2g.\,BC}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ (1)$$

quando passa n'um ponto A.

Representando por c o comprimento OM do fio; por a o comprimento de arco MM', e por x a distancia MA, temos $BC=BM-MC=\frac{a^2}{2c}-\frac{x^2}{2c}$; substituindo em (1) vem

$$V=\sqrt{\frac{g}{c}\,(a^2-x^2)}.$$

Deduz-se a duração de uma oscillação substituindo este movimento variado por um movimento uniforme, que se complete no mesmo tempo: para este fim, sobre uma recta xy, fig 28, egual ao comprimento $2a$ do arco $M'M''$ rectificado, descreve-se uma semi-circumferencia, sobre a qual se imagina um movel animado da velocidade constante $a\sqrt{\frac{g}{c}}$. Em um ponto qualquer A a componente horisontal d'esta velocidade é

$$a\sqrt{\frac{g}{c}}\ sen\ BCA = a\sqrt{\frac{g}{c}}\ \frac{\sqrt{a^2-x^2}}{a},$$

isto é,

$$\sqrt{\frac{g}{c}}\ (a^2-x^2).$$

Assim, suppondo um outro movel percorrendo a recta xy com a velocidade V do pendulo, os dois moveis teem velocidades horisontaes eguaes nos pontos da mesma perpendicular a xy; por tanto se elles partem no mesmo instante do ponto x chegam a y no fim do mesmo tempo, que é facil determinar no movimento uniforme dividindo o espaço πa da meia circumferencia pela velocidade $a\sqrt{\frac{g}{c}}$: acha-se assim a formula conhecida

$$t = \pi\sqrt{\frac{c}{g}};$$

que dá a duração de cada uma das oscillações infinitamente pequenas do pendulo.

Não sendo infinitamente pequena a amplitude das oscillações, o calculo demonstra que o valor de t é o producto d'aquella expressão pela somma dos termos de uma serie, tanto mais convergente quanto menor é a altura h egual a BM, e que se reduz a unidade quando esta altura é zero.

Suppondo muito pequena a amplitude $2a$ das oscillações podemos attender só aos dois primeiros termos da serie, e vem

$$t = \pi\sqrt{\frac{c}{g}}\left(1 + \frac{1}{4}\ \frac{h}{2c}\right);$$

exprimindo a altura h na amplitude A, temos:

$$h = OM - OB = c - c\cos A = c(1 - \cos A).$$

Pondo o valor do coseno expresso no *seno* da metade do angulo vem

$$h=2c\ sen^2\ \frac{A}{2};$$

por tanto

$$t=\pi\sqrt{\frac{c}{g}}\left[1+\frac{1}{4}\ sen^2\ \frac{A}{2}\right].$$

N'esta formula, como se vê, A representa o angulo MOM'.

68.—**Verificação do isochronismo das pequenas oscillações do pendulo.**—Para medir a duração media de uma oscillação do pendulo, convém empregar um contador que dê quarto de segundos, e cujos ponteiros se possam á vontade pôr em movimento ou em repouso, quando se move um botão n'um sentido ou no sentido opposto. Afastando o pendulo de um angulo A, abandonando-o n'esta posição e dando movimento ao contador no mesmo instante; contando depois 100 oscillações e no fim d'ellas parando o contador, tem-se a duração da oscillação media egual a $\frac{A+A'}{2}$ dividindo o tempo por 100; suppondo que as oscillações diminuiram de A até A'.

Sem parar o pendulo podemos de uma maneira identica contar o tempo de outras 100 oscillações, e medir a duração da oscillação cuja amplitude é $\frac{A'+A''}{2}$; e assim successivamente. Fazendo isto reconhece-se que a duração media de cada oscillação diminue com a amplitude até um certo limite, e depois conserva-se constante quando esta não excede 3°; por conseguinte fica demonstrado que *as pequenas oscillações são isochronas.*

69.—**Pendulo composto.—Seu comprimento.**—O pendulo simples não póde ser realisado: por este motivo empregam-se sempre *pendulos physicos* ou *compostos* (*p.* 99), aos quaes se applica a formula do pendulo simples, tomando para comprimento c o comprimento de oscillação d'aquelles.

O *comprimento de oscillação*, ou simplesmente o *comprimento* de um pendulo physico, é, como se sabe (*p.* 100), a distancia entre o eixo de oscillação e o eixo de suspensão: este eixo é a linha fixa em torno da qual gira o pendulo; aquella é a linha parallela a esta determinada pelos pontos que oscillam como se fossem livres, e constituem os pontos materiaes de pendulos simples. A intersecção d'esta linha com o plano perpendicular ao eixo de suspensão conduzido pelo centro de gravidade da massa do pendulo denomina-se *centro de oscillação*.

70.—**Pendulo de Bordá.**—Sendo muito pesada e espherica a massa do pendulo e muito fina a haste, o centro de oscillação não dista sensivelmente do centro d'aquella, e assim é facil medir o comprimento. Foi com esta intenção que Bordá imaginou um pendulo composto formado por um fio muito fino de platina, para que o seu peso podesse desprezar-se, e por uma esphera muito pesada d'este metal: o fio é ligado na parte superior a um cutello d'aço, que descança sobre um plano da mesma substancia, fixo invariavelmente a um muro, que não trepida nem é influenciado por quaesquer agitações exteriores.

Para demonstrar que a natureza da massa do pendulo não influe no valor de g, isto é, na duração da oscillação, Bordá imaginou empregar espheras de differentes substancias, porém do mesmo raio, as quaes ligou por meio de gordura a uma calotte espherica em que fez terminar o fio do pendulo.

Para compensar o effeito da oscillação da massa do cutello separa-se primeiramente do pendulo, que se substitue por uma haste, cujo fim é fazer descer o centro de gravidade abaixo da aresta do cutello, e colloca-se superiormente um peso ligado a um parafuso, que lhe permitte subir ou descer: deslocando este peso consegue-se no fim de algumas tentativas que o cutello faça as suas oscillações no mesmo tempo em que as faz o pendulo completo, e assim tem-se a certeza de que elle não altera o movimento d'este.

Conseguido isto resta medir o comprimento do pendulo, o que Bordá fazia ajustando por debaixo da esphera de platina um plano, de modo a ser-lhe tangente, e medindo com um comparador a distancia D d'este plano áquelle em que repousa o cutello. O comprimento do pendulo é proximamente egual a esta distancia menos o raio r da esphera, que se póde medir com um pequeno espherometro, ou melhor ainda determinando-lhe o volume, pelo quociente do peso pelo peso especifico. Hoje mede-se mais facilmente a distancia D com o cathetometro, dirigindo um raio visual para a aresta do cutello e outro tangente á parte inferior da esphera.

É preciso ter sempre em attenção as variações causadas pelas mudanças da temperatura: n'outra parte indicaremos a maneira de fazer as correcções que ellas exigem.

Obtem-se d'este modo um comprimento c: o calculo demonstra que o comprimento c_i do pendulo simples synchrono com este pendulo composto é $c_i = c\left(1 + \frac{2}{5}\frac{a^2}{c^2}\right)$.

71.—**Pendulo reversivel de Kater.**— O methodo de Bordá para a determinação do comprimento do pendulo composto não é absolutamente rigoroso, como se acaba de ver: querendo maior rigor póde empregar-se o *pendulo de Kater*, que se funda na propriedade notavel descoberta por Huyghens de serem reciprocos os eixos de suspensão e de oscillação. Esta propriedade indica que tomando o eixo de oscillação para eixo de suspensão da massa do pendulo, o eixo de suspensão primitivo é o novo eixo de oscillação.

O pendulo de Kater consta de uma barra de latão terminada em ambos os extremos em agulhas de madeira e de baleia, e tendo perto d'elles dois cutellos d'aço voltados um para o outro, para que se possa suspender por qualquer d'elles: a massa do pendulo é uma lente metallica, que se póde fixar n'um ou n'outro extremo. Entre os cutellos ha duas pequenas massas, que se podem deslocar sobre a barra a fim de que a oscillação do pendulo depois de algumas tentativas gaste o mesmo tempo, quer oscille por um quer pelo outro cutello. Quando isto se consegue o comprimento do pendulo é a distancia entre as arestas dos dois cutellos, a qual se mede rigorosamente com um comparador.

72.—**Determinação da duração de uma oscillação.—Methodo das coincidencias.**—Para medir o tempo muito pequeno t de uma oscillação, mede-se a duração de muitas e divide-se pelo numero d'ellas (68), isto é, emprega-se o methodo de multiplicação (nota da pag. 18); d'este modo qualquer erro commettido fica muito reduzido.

O numero de oscillações que o pendulo faz n'um certo tempo determina-se por um methodo muito rigoroso, conhecido pelo nome de *methodo de coincidencias*, e que póde pôr-se em pratica com o pendulo de Bordá ou com o de Kater: este methodo, além da sua perfeição, tem a grande vantagem, como se vae ver, de dispensar a contagem do numero de oscillações.

O pendulo suspende-se fixamente dentro de um armario de vidro em que está encerrado um bom relogio astronomico com pendula de segundos e em frente d'elle: a uma distancia de 8 a 10 metros colloca-se um oculo, cujo eixo deve estar no plano vertical conduzido pelo fio ou pela agulha do pendulo e por um traço marcado na pendula do relogio, na posição de equilibrio de um e outro. Faz-se a experiencia abrindo o armario; dando impulso ao pendulo, e tornando a fechar aquelle para evitar as influencias das agitações atmosphericas. Em geral, o pendulo caminha mais depressa que o relogio, de modo que ha um momento em que passam ambos no plano vertical do oculo e no mesmo sentido: ha então uma *coincidencia*, e observa-se a indicação do relogio. Depois começam a desviar-se em sentidos contrarios e passado certo tempo tornam a passar por aquelle plano vertical, porém em sentidos oppostos; e é claro que até esta occasião o pendulo tem feito mais uma oscillação que o relogio: em seguida tornam a passar no mesmo sentido, isto é, ha segunda *coincidencia*, e o pendulo tem feito mais duas oscillações que o relogio. Notando n'este o momento d'esta segunda coincidencia, e sendo n o numero de segundos que a separa da primeira, é claro que o numero de oscillações que o pendulo fez n'este tempo foi $n+2$; seria de $n-2$ se o pendulo caminhasse mais lentamente que o relogio: a duração de cada uma é por conseguinte $\frac{n}{n+2}$ ou $\frac{n}{n-2}$, conforme o pendulo é mais ou menos veloz que a pendula.

Querendo tornar ainda mais pequeno o erro commettido n'esta avaliação, póde fazer-se este calculo observando C coincidencias no tempo N, por ex. O numero de segundos decorridos entre duas coincidencias, é então $\frac{N}{C}$, e o numero de oscilações do pendulo entre ellas $\frac{N}{C} \pm 2$; por tanto no tempo N o numero de oscillações é

$$\left(\frac{N}{C} \pm 2\right) C = N \pm 2C,$$

Um arco graduado disposto junto do pendulo permitte medir a amplitude das oscillações. Se for a o arco correspondente á primeira coincidencia e a' o que corresponde á ultima, toma-se para amplitude a media entre estas, isto é, $\frac{a+a'}{2}$.

II.—Intensidade da gravidade

73.—**Applicação do pendulo á determinação da intensidade da gravidade.**—Recorrendo á formula do pendulo

$$t=\pi\sqrt{\frac{c}{g}}\left[1+\frac{1}{4}\,sen^2\,\frac{A}{2}\right]$$

e tendo determinado, como se disse, o valor de c, de t e de A, póde calcular-se o de g; é preciso porém attender ainda á perda de peso que o ar faz soffrer á massa do pendulo: quanto á resistencia que elle oppõe ao movimento, está demonstrado que ella não áltera o isochronismo das oscilações muito pequenas; o que faz é diminuir a sua amplitude até as extinguir.

Representando por P o peso da massa do pendulo e por p o de um egual volume d'ar, é claro que a força que sollicita aquella massa é $P-p$, e como as forças são proporcionaes ás accelerações communicadas á mesma massa, segue-se que o pendulo em logar de dar a gravidade g no vacuo dá uma acceleração g', cujo valor é $g'=g\left(1-\frac{p}{P}\right)$. Esta formula mostra como se calcula g tendo medido g'.

Das experiencias de Bessel e dos calculos de Poisson conclue-se que a perda de peso p não é a mesma no estado de repouso ou no estado de movimento, e que é maior n'este ultimo: de modo qne se deve multiplicar p por um coefficiente f maior que unidade e dependente da fórma do pendulo. Póde obter-se a determinação experimental d'este coefficiente fazendo oscillar o pendulo em dois meios differentes, o ar e agua, por ex.; porque se obteem duas equações a duas incognitas, t e f. O valor de f é segundo Bessel 1,956, e segundo Poisson, no caso do pendulo ser formado por uma esphera e por um fio muito fino, é 1,5.

Borda e Cassini determinaram com o pendulo descripto no numero 70 tendo 4 metros de comprimento a intensidade da gravidade no observatorio de Paris, e acharam g=9^m,8088. Biot, Arago, Mathieu e Bouvard acharam sensivelmente o mesmo valor pelo mesmo processo, porém com um pendulo de $0^m,76$ de comprimento.

Bessel attendendo á influencia do ar sobre o pendulo em movimento obteve o valor $g=9^m,8096$ para a intensidade da gravidade em Paris.

74.— **Variação da gravidade com a latitude.**— A intensidade da gravidade cresce do equador para os polos por dois motivos, ambos devidos ao movimento de rotação da terra; em 1.º logar por causa do achatamento d'esta nos polos, do qual resulta que os pontos de um meridiano distam cada vez menos do centro da terra á medida que avançam para os polos; em 2.º logar por causa da força centrifuga, que contrabalança parte da attracção terrestre.

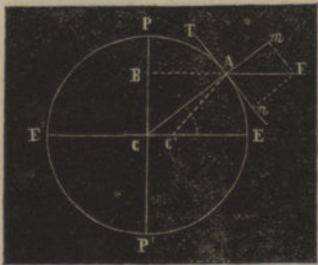


Fig. 29

Para estudarmos esta ultima influencia, consideremos, fig. 29, um ponto A de latitude ACE egual a λ, e decomponhamos a força centrifuga AF em duas forças, uma horisontal An, que não influe na gravidade[1], e outra Am opposta a esta. Designando por r o raio AB do parallelo do ponto A, é claro que temos

(44) $AF=\dfrac{4\pi^2 r}{T^2}$; e como $Am=AF\cos\lambda$ e $r=R\cos\lambda$ vem

$Am=\dfrac{4\pi^2 R}{T^2}\cos^2\lambda$, sendo R o raio terrestre no ponto A.

A gravidade g n'este ponto é por tanto a differença entre a attracção terrestre G e a força Am, isto é,

$$g=G-\frac{4\pi^2 R}{T^2}\cos^2\lambda \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (1)$$

[1] Na hypothese que fazemos da terra ser espherica esta componente não desapparece e transtorna as condições do equilibrio; porém como a terra é espheroidal, a attracção que passa por c não é normal á superficie e é decomposta em duas, uma segundo a normal Ac' e outra na direcção da tangente AT, a qual destroe a componente An da força centrifuga. É a condicção de equilibrio entre ellas que no estado de fluidez primitivo do globo determinou a fórma do meridiano.

No equador é $g = G\left(1 - \frac{4\pi^2 R}{GT^2}\right)$. Substituindo em logar de R o raio medio da terra, por T o seu valor 86400″ e por G o valor $9^m,8088$ achado em Paris para g (o que introduz um pequeno erro na formula), acha-se $g = G\left(1 - \frac{1}{289}\right) = G\left(1 - \frac{1}{17^2}\right)$. Mostra esta expressão que, se o valor de T fosse 17 vezes mais pequeno, isto é, se a terra girasse em torno do seu eixo com uma velocidade 17 vezes maior, a gravidade seria nulla no equador: e que, se a velocidade de rotação da terra ainda fosse maior, a força centrifuga excederia a attracção terrestre no equador, e os corpos em logar de cahirem seriam repellidos da superficie do globo.

Demonstra-se em mechanica que o valor G da attracção terrestre augmenta do equador para os polos proporcionalmente ao quadrado do coseno da latitude: substituindo na formula (1) em logar de G o valor $G_0 + C\cos^2\lambda$, e $1 - \operatorname{sen}^2\lambda$ em logar de $\cos^2\lambda$ acha-se afinal uma expressão da fórma

$$g = A + B\operatorname{sen}^2\lambda:$$

fazendo λ egual a 0° e a 90° vê-se que A representa a intensidade da gravidade no equador e B o excesso da gravidade no polo sobre o valor de A.

75.—**Comprimento do pendulo de segundos.**— Substituindo na formula do pendulo simples $t = \pi\sqrt{\frac{c}{g}}$, o valor de $t = 1$, isto é, sujeitando o pendulo á condição de oscillar em um segundo, acha-se para o seu comprimento $c = \frac{g}{\pi^2}$. Substituindo por g o seu valor estabelecido no numero antecedente, vem

$$c = \frac{A}{\pi^2} + \frac{B}{\pi^2}\operatorname{sen}^2\lambda$$

ou

$$c = A_{\prime} + B_{\prime}\operatorname{sen}^2\lambda$$

designando por $A_{\prime}$ o comprimento do pendulo de segundos no equador e por $B_{\prime}$ o seu excesso no polo.

Poder-se-hiam determinar as constantes $A_{\prime}$ e $B_{\prime}$ por meio de duas observações feitas em duas latitudes conhecidas; porém é melhor recorrer a todas as observações dignas de confiança: assim chegou-se á equação

$$c=0^{m},99102557+0^{m},00507188\ sen^2\ \lambda,$$

que se encontra em alguns tratados de physica e de geodesia.

É preferivel porém, segundo o sr. Brito Limpo[1], a formula

$$c=0^{m},99093899+0^{m},00519247\ sen^2\ \lambda \ldots\ldots\ldots (1)$$

que está mais d'accordo com os resultados experimentaes.

Temos assim, empregando esta formula, para Lisboa na latitude 38°, 43′, 13″, 1 do observatorio do infante D. Luiz,

$$c=0{,}99299067;$$

por tanto a gravidade

$$g=9{,}80041.$$

76.—Substituindo na formula (1) do numero antecedente em logar de $sen^2\ \lambda$ o seu valor $\frac{1}{2}(1-cos\ 2\ \lambda)$, multiplicando ambos os membros por π^2, e notando que $\pi^2 c=g$, vem a formula

$$g=9^{m},806\ (1-0{,}002613\ cos\ 2\lambda),$$

muito commoda para calcular a gravidade g em qualquer latitude λ. Note-se que fazendo $\lambda=45°$ vem $g=9^{m},806$; por conseguinte designando por g' a gravidade n'esta latitude podemos escrever mais simplesmente

$$g=g'\ (1-0{,}002613\ cos\ 2\ \lambda).$$

77.—**Achatamento da terra nos polos.**— O achatamento da terra nos polos é um facto reconhecido nas medições

[1] *Memoria sobre a determinação do comprimento do pendulo* por F. A. de Brito Limpo. Lisboa, 1865.

geodesicas, e explicado pela rotação em torno do eixo, como se sabe, suppondo que a terra esteve primitivamente no estado fluido (p. 57).

Empregando os coefficientes estabelecidos no numero 75 e recorrendo á formula do achatamento deduzida em mechanica, acha-se o valor $\frac{1}{293,19}$ muito proximo do que foi estabelecido em quasi todas as operações geodesicas, segundo os calculos de Bessel e de Struve[1].

78.—**Variação da gravidade com a altitude.**— A attracção terrestre varía na razão inversa do quadrado das distancias; de modo que despresando a variação da força centrifuga, e representando por g_h e g a gravidade n'uma altitude qualquer h e ao nivel do mar, e por R o raio medio da esphera terrestre[2] podemos escrever a relação $\frac{g_h}{g} = \frac{R^2}{(R+h)^2} = R^2\,(R+h)^{-2}$.

Desenvolvendo pela regra do binomio e despresando os termos em que entram potencias de h, cujo valor é muito pequeno relativamente a R, vem sensivelmente

$$g_h = g\left(1 - \frac{2h}{R}\right).$$

A fracção $\frac{2h}{R}$ é sempre pequenissima nas alturas que se consideram sobre a terra, e é por isso que no estudo da queda dos graves se estabeleceu que a gravidade era uma força constante e aquelle movimento uniformemente variado. Substituindo em logar de g o seu valor em funcção de g', isto é, da gravidade na latitude 45°, vem a formula geral

$$g_h = g'\left(1 - 0{,}002613 \cos 2\,\lambda\right)\left(1 - \frac{2h}{R}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots (a)$$

79.—**Variação da gravidade no interior do globo.** —Demonstra-se mui facilmente que a resultante das attracções de uma camada homogenea e de espessura infinitamente pequena sobre qualquer ponto interior é nulla; de modo que suppondo a terra formada de camadas concentricas homogeneas, podemos

[1] Veja-se Brito Limpo, memoria já citada.

[2] O seu valor segundo os calculos mais modernos é 6367520ᵐ,4.

no estudo da gravidade n'um ponto interior do globo, abstrair completamente de toda a porção comprehendida entre a superficie e a esphera concentrica conduzida pelo ponto que se considera.

Como a densidade da terra cresce muito para o centro, não podemos concluir immediatamente que a gravidade augmenta ou diminue. Representando por d a distancia ao centro, expressa em fracção do raio, a densidade póde representar-se segundo Roche pela formula

$$\delta=10,6(1-0,8d^2),$$

que dá o valor 2,1 á superficie da terra e 10,6 no centro.

Partindo d'esta expressão Roche achou que a gravidade g' á distancia d do centro é

$$g'=1,92gd\,(1-0,2d^2),$$

isto é, augmenta até á profundidade egual a $\frac{1}{6}$ do raio, na qual excede a gravidade á superficie mais de $\frac{1}{15}$, e diminue depois, tornando-se egual a g a um terço do raio, e continuando a diminuir até ao centro, onde é nulla.

O accrescimo da gravidade abaixo da superficie foi plenamente demonstrado por Airy com um pendulo collocado no fundo de uma mina a 384 metros de profundidade, e que fez marchar comparando-o com outro collocado na superficie. No fim de 24 horas o primeiro tinha avançado de $2\frac{1}{4}$ oscillações, o que representa um accrescimo da gravidade egual a $\frac{1}{19190}$, muito proximo do que se deduz da formula de Roche.

III.—Outras applicações do pendulo

80.—**Invariabilidade do plano de oscillação do pendulo.**—Esta lei, de que se tirou grande partido, como veremos, para demonstrar o movimento diurno da terra, é uma consequencia da inercia, e verifica-se praticamente com o apparelho representado na fig. 30: fazendo oscillar o pendulo *P* em um plano que passa pela linha 0 — 180 do circulo graduado *AB*, e dando

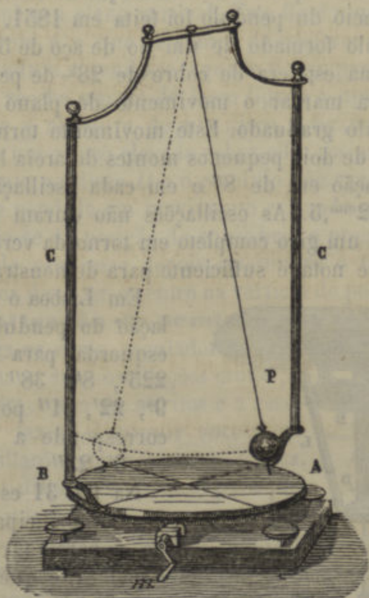


Fig. 30

ao mesmo tempo movimento rapido de rotação ao caixilho *CC* que o suspende, por meio de um circulo dentado e da manivela *m*, reconhece-se que oscilla sempre segundo aquella linha. Um observador que acompanhasse o caixilho veria, pois, desviar-se em sentido contrario o plano de oscillação do pendulo.

81. — **Demonstração do movimento diurno da terra por meio do pendulo. — Pendulo de Foucault.** — Em consequencia da propriedade demonstrada no nunumero antecedente um observador, collocado no polo terrestre, vê o plano de oscillação do pendulo fazer um giro completo em 24 horas de Leste para Oeste, ou vice-versa, conforme está no polo boreal ou no polo austral; e um observador, collocado entre o polo e o equador, vê o plano de oscillação do pendulo descrever n'aquelle mesmo tempo, em torno da vertical, um angulo

tanto menor quanto menor é a latitude. No equador, como as tangentes aos differentes meridianos são parallelas entre si, não se reconhece movimento apparente do plano de oscillação.

A 1.ª experiencia para a demonstração do movimento diurno da terra por meio do pendulo foi feita em 1851, por Foucault, com um pendulo formado de um fio de aço de 50^m de comprimento e de uma esphera de cobre de 28^k de peso, munida de uma ponta para marcar o movimento do plano de oscillação, sobre um circulo graduado. Este movimento torna-se mais sensivel por meio de dois pequenos montes de areia humida. A duração da oscillação era de 8$''$ e em cada oscillação verificou-se um desvio de 2^{mm},5. As oscillações não duram tanto quanto é necessario para um giro completo em torno da vertical; comtudo o desvio que se nota é sufficiente para demonstrar o facto [1].

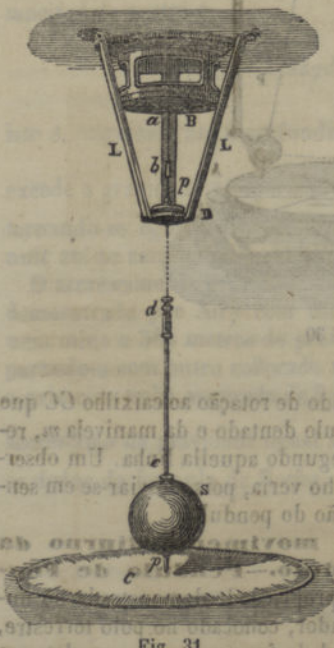


Fig. 31

Em Lisboa o plano de oscillação do pendulo desvia-se da esquerda para a direita de 225°, 8$'$, 38$''$ por dia, ou 9°, 22$'$, 51$''$ por hora, o que corresponde a desviar-se 1.° em 6$'$, 23$''$

Na fig. 31 estão representadas as principaes disposições do apparelho construido por Froment, e que o gabinete de physica da escola polytechnica possue. A esphera *S* tem 15 centimetros de diametro; é de chumbo coberta de latão, e tem na parte inferior uma ponta d'aço *p*: superiormente está ligada a uma haste tambem d'aço *de*, a que se prende um comprido fio de ferro. A suspensão é feita de uma maneira especial para evitar a queda da esphera no caso de rotura do fio. No tecto do edificio prende-se a lanterna *B*, que tem no centro da base inferior uma abertura co-

[1] É possivel conservar o movimento recorrendo ao emprego de electro-imans.

nica em que entra uma peça com a mesma fórma, a qual recebe um extremo do fio *ab* de aço muito fino, perfeitamente cylindrico e homogeneo, para que possa oscillar com a mesma facilidade em todas as direcções, e para que as suas oscillações se conservem sempre no mesmo plano vertical. Este fio é o que trabalha mais, por conseguinte é o que se rompe de preferencia; para evitar a queda do pendulo, prende-se aquelle fio na parte inferior a uma porca *b*, que recebe um fio de ferro ligado a uma peça *p* de maior diametro que a abertura de um disco *D* ligado ao tecto por tres peças *L*,*L*, e um pouco elevada sobre elle: assim se o fio se parte a peça *p* assenta no disco *D* e o pendulo não cae.

Para pôr o pendulo em movimento evitando qualquer impulso lateral, desvia-se da posição de equilibrio e prende-se com um fio a uma parede proxima; depois queima-se o fio. O circulo graduado inferior deve ter o centro na vertical do ponto de suspensão.

82.—**Applicação do pendulo aos relogios.**—O pendulo emprega-se como regulador nos relogios de parede, porque são isochronas as suas oscillações muito pequenas; porém como os attritos e a resistencia do ar fazem diminuir successivamente as oscillações até se tornarem nullas, é precisa uma disposição especial para prepetuar o movimento.

Fig. 32

A fig. 32 representa o mechanismo com o qual o pendulo regula o andamento dos relogios: o pendulo é suspenso por uma lamina muito flexivel *A* e é abraçado por uma forquilha *C*, que serve para transmittir o movimento á haste *CD* e ao eixo horisontal *DE* e afinal a um *escapo d'ancora*, isto é, a um arco de circulo *FG* terminado por duas palhetas recurvadas, que penetram nos intervallos dos dentes de uma roda *R*, denominada *roda de encontro*. Esta roda tende a girar para a direita, movida pelo peso *P* ou por uma mola; porém estando o pendulo na posição de equilibrio, um dos dentes da roda encosta na palheta *F* e não ha movimento. Oscillando o pendulo e elevando-se esta palheta a roda gira, mas como se abaixa então a outra palheta, elle pára immediatamente: na oscillação seguinte, eleva-se esta extermidade, a roda cede um pouco, porém abaixa-se a palheta F, que vae prender aquella n'um intervallo immediato; por tanto por cada oscillação dupla do pendulo a roda avança de um dente, e póde transmittir este movimento a um ponteiro movel sobre um mostrador. Os dentes e as palhetas do escapo teem uma fórma propria para aquelles imprimirem um certo impulso a estas na occasião de os deixarem, e são estes impulsos successivos que fazem perpetuar o movimento.

83.—**Pendulo cycloidal.**—Com a disposição que fica descripta, se variarem os impulsos dados pelo escapo, e se variar tambem a resistencia do ar, poderá variar a amplitude das oscillações e por conseguinte a sua duração, porque o arco percorrido pelo pendulo não é infinitamente pequeno.

Esta consideração fez com que Huyghens imaginasse tornar a duração das oscillações independente da amplitude, fazendo descrever ao pendulo um arco de cycloide; para o que basta suspendel-o por uma lamina metallica muito flexivel, que se applica sobre o contorno de dois arcos cycloidaes. Sendo o diametro dos circulos geradores d'estas cycloides metade do comprimento da oscillação do pendulo, o centro de oscillação descreve tambem uma cycloide e as oscillações são isochronas, mesmo para as grandes amplitudes; porque esta curva é *tautochrona* (64).

Apesar d'isto este systema foi abandonado, porque a resistencia do ar era muito sensivel sobre a parte flexivel do pendulo cycloidal, e voltou-se ao systema do pendulo circular.

84.—**Pendulo conico applicado aos relogios.**—O pendulo circular, além do inconveniente da falta de isochronismo, tem o grande defeito, commum ao pendulo cycloidal, de não poder ser posto em communicação com o relogio senão por intermedio de um escapo, que promove choques repetidos e uma trepidação contraria á regularidade do movimento.

Por este motivo tem-se ultimamente empregado como regulador nos relogios um pendulo, que merece o nome de *pendulo conico*, porque a sua massa descreve um circulo horisontal base de um cone gerado pela sua haste. N'este systema não ha escapo; a ultima roda denominada *roda de coroa*, porque tem os dentes perpendiculares ao seu plano, transmitte movimento de rotação a um carrete de eixo vertical; este eixo prolonga-se para a parte exterior e põe em movimento uma agulha horisontal, que tem n'um dos extremos uma fenda onde entra a ponta em que termina o pendulo. Com esta disposição é transmittido movimento conico ao pendulo, o qual serve de regulador; porque se diminue a energia do motor o pendulo aproxima-se mais da vertical e descreve um circulo menor; se augmenta aquella energia o pendulo afasta-se e descreve um circulo maior: assim ha compensação e as revoluções são isochronas.

85.—**Emprego geral do pendulo.**—A formula do pendulo tem a grande vantagem de permittir calcular a acceleração f correspondente a qualquer força, suppondo que esta faz oscillar um pequeno pendulo collocado a grande distancia, para se poder considerar a força de direcção constante. Temos assim a expressão: $t=\pi\sqrt{\frac{c}{f}}$. Se a intensidade da força muda por qualquer circumstancia para f', temos tambem $t'=\pi\sqrt{\frac{c}{f'}}$; por tanto $\frac{t^2}{t'^2}=\frac{f'}{f}$.

Representando por N e N' os numeros de oscillações feitas no mesmo tempo T temos: $T=Nt=N't'$, ou $\frac{N^2}{N'^2}=\frac{f}{f'}$, o que prova que as accelerações são proporcionaes aos quadrados dos numeros de oscillações feitas no mesmo tempo.

86.—**Formula geral do movimento vibratorio.**—Convém frequentemente, como se verá, exprimir a velocidade do movimento pendular no tempo T de uma oscillação e no tempo t decorrido desde o principio d'esta. Para conseguir este resultado recorre-se á formula

$$V=\sqrt{\frac{g}{c}(a^2-x^2)}\dots\dots\dots\dots\dots\dots (1)$$

estabelecida no num. 67; e exprime-se $\sqrt{a^2-x^2}$ n'aquellas quantidades.

A fig. 33 mostra que $\sqrt{a^2-x^2}=AB=a \text{ sen } ACX$.

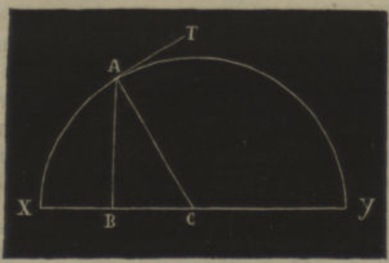


Fig 33

Em logar d'este angulo podemos substituir o numero $\frac{XA}{a}$ por que se representa o arco quando o raio é unidade de medida, e em logar do arco AX o producto da velocidade pelo tempo t. Como a meia circumferencia πa é percorrida no tempo T, aquella velocidade é $\frac{\pi a}{T}$; por conseguinte $AX = \frac{\pi a}{T} \times t$, e

$$V = \sqrt{a^2 - x^2} = a \; sen \, \pi \frac{t}{T}$$

Introduzindo este valor na expressão (1) e representando o factor constante por c, vem a formula

$$V = C \; sen \, \pi \frac{t}{T}$$

que pretendiamos estabelecer, e que é a *formula geral do movimento vibratorio*, de mui frequente applicação, como veremos.

CAPITULO IV

Peso dos corpos.—Balanças

I.—Peso.—Centro de gravidade.—Equilibrio dos solidos submettidos á acção da gravidade

87.—**Peso absoluto e relativo.**—Entende-se por *peso absoluto de um corpo* (p. 76) *a resultante de todas as acções da gravidade sobre cada uma das suas moleculas*. A expressão do peso é, como sabe (39), $P = mg$, designando por m a massa do corpo e por g a acceleração da gravidade. Todas as circumstancias que influem n'esta acceleração (71 e 75) influem do mesmo modo no peso absoluto dos corpos, de modo que a massa $m = \frac{P}{g}$ é constante.

Para fazer idéa do peso dos differentes corpos é preciso considerar o de um como unidade e comparar com elle os pesos dos outros; obteem-se assim os *pesos relativos*. No systema legal de medidas a unidade de peso é o *gramma*, isto é, o peso de um centimetro cubico de agua pura na temperatura de 4°.

Os pesos relativos, que se obteem com a balança, não variam de um logar para outro; porque as causas de variação influem tanto no corpo, cujo peso se aprecia, como nos padrões de peso, que para este fim se empregam. Assim, o numero de grammas que representa o valor do peso de um corpo é sempre o mesmo; o que varía é o valor do gramma. Se tomarmos para unidade este valor na latitude 45° e ao nivel do mar, será na altitude h e na latitude λ (78)

$$p=\left(1-0{,}002613\cos 2\lambda\right)\left(1-\frac{2h}{R}\right).$$

88.—**Peso especifico.**—Denomina-se *peso especifico de um corpo homogeneo o peso absoluto da unidade de volume:* sendo P o peso do corpo de volume V, o peso especifico p é egual a $\frac{P}{V}$; por tanto $P=Vp$.

Se o corpo não é homogeneo, a relação entre o peso e o volume é o *peso especifico medio*.

O peso especifico varía de um corpo para outro, e é constante para um corpo, cuja temperatura não muda; por conseguinte é uma especie de coefficiente que caracteriza os corpos, e que por este motivo convém que não varie de um paiz para outro com as unidades escolhidas para medir os pesos e os volumes. Consegue-se isto comparando os pesos especificos com um peso especifico que se toma para unidade, e referido á mesma unidade de volume: o corpo cujo peso especifico se toma para unidade é a agua a 4°.

Temos assim para um corpo qualquer $P=Vp$; e para um volume egual d'agua $P'=Vp'$; por conseguinte

$$\frac{P}{P'}=\frac{p}{p'}=\pi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

O quociente $\frac{p}{p'}$, que representamos por π, é o *peso especifico* *relativo:* obtem-se, como se vê, dividindo o peso P do corpo pelo peso P' de um egual volume d'agua a 4°, o que torna o quociente independente das unidades que nos diversos paizes se empregam para medir os pesos e os volumes.

89.—O peso de um corpo exprime-se, por conseguinte, no seu peso relativo da maneira seguinte: $P=P'\pi$, ou $P=Vp'\pi$. Assim o peso de um corpo é egual ao producto do seu volume pelo seu peso especifico relativo e pelo peso especifico da agua. Só quando tomarmos este peso especifico para unidade poderemos escrever $P=V\pi$: porém não deve esquecer, quando assim fizermos, que no segundo membro se subentende a unidade de peso, e que o volume V é avaliado em centimetros cubicos.

O peso especifico dos gazes e dos vapores refere-se ao ar, e não á agua, e então p' já não é unidade, mas sim o peso de um litro d'ar a 0° e á pressão 760^{mm}, cujo valor é como veremos, na latitude 45°, $1^{gr},293$: por tanto o peso de um volume V do gaz ou vapor de peso especifico π é, n'aquella latitude, $P=V\pi\times 1^{gr},293$; sendo n'este caso o volume expresso em decimetros cubicos.

90.—**Massa especifica.**—**Densidade.**—Por analogia denominamos *massa especifica* de um corpo homogeneo (*p.* 53) a massa de unidade de volume; por conseguinte sendo V o volume de um corpo de massa m, a massa especifica d é egual a $\frac{m}{V}$. Se o corpo não é homogeneo, este quociente representa a *massa especifica media*.

Avaliam-se tambem as massas especificas comparando-as com a massa especifica da agua. Assim, para um corpo qualquer é $m=Vd$; e para um egual volume d'agua $m'=Vd'$: por tanto

$$\frac{m}{m'}=\frac{d}{d'}=\delta.$$

O quociente $\frac{d}{d'}$, que representamos por δ, é a *massa especifica relativa*.

Como é $P=mg$ e $P'=m'g$, temos $\frac{P}{P'}=\frac{m}{m'}$; por conseguinte $\pi=\delta$. Assim, o numero que exprime o peso especifico relativo de um corpo é o mesmo que representa a sua massa especifica relativa: é a esse numero que damos a denominação de *densidade*. Obtem-se o seu valor, como dissemos, dividindo o peso P pelo peso P' de um egual volume d'agua a 4°.

Os corpos sob o mesmo volume pesam uns mais que outros: os mais pesados teem mais massa, mais massa especifica e por conseguinte maior densidade: esses corpos dizem-se mais *densos*.

A densidade considerada como acabamos de dizer não é uma coisa abstracta, e designa perfeitamente esta qualidade dos corpos de serem, debaixo do mesmo volume, uns mais pesados que outros, ou de terem uns mais e outros menos massa.

91.—**Centro de gravidade.**—O ponto de applicação do peso de um corpo denomina-se *centro de gravidade:* é propriamente o centro de forças parallelas (47) devidas á gravidade; por tanto goza das propriedades d'este ponto. D'aqui vem est'outra definição: *centro de gravidade de um corpo é um ponto sobre o qual o corpo está em equilibrio em todas as posições.*

A respeito da posição d'este ponto em alguns casos particulares, e da sua determinação pratica, dissemos o sufficiente no num. 80 dos *Principios de physica.*

92.—**Equilibrio dos solidos submettidos á acção da gravidade.**—A consideração do centro de gravidade é muito importante para determinar ás condições de equilibrio dos solidos submettidos á acção da gravidade: este equilibrio realisa-se suspendendo o corpo ou apoiando-o, e póde ser *indifferente, estavel* e *instavel* (*p.* 81, 82 e 83).

II.—Balanças

93.—**Difinição.**—Denominam-se *balanças* os instrumentos com os quaes se mede o peso relativo dos corpos. Fundam-se nas condições de equilibrio das forças applicadas aos extremos de uma alavanca interfixa.

As balanças podem ser de *braços eguaes* ou de *braços deseguaes:* antes de as descrevermos vamos indicar as condições a que as primeiras precisam satisfazer, porque são d'esta especie as balanças rigorosas, que se empregam nos laboratorios.

94.—**Condições de exactidão das balanças.**—Diz-se *exacta* a balança cujo travessão toma a posição horisontal quando os pratos estão vasios e quando estão carregados com pesos eguaes; isto exige:

1.° *que os braços do travessão sejam eguaes em peso*, para se equilibrarem, *e em comprimento*, para continuarem a equilibrar-se carregados com pesos eguaes. Esta condição suppõe que os pontos de suspensão dos pratos e da balança estão em linha recta, o que convém ainda para que, nas oscillações da balança, se conserve a egualdade dos braços da alavanca.

2.° *que o centro de gravidade da balança esteja abaixo do eixo de suspensão e no plano perpendicular ao travessão conduzido por este.* Realisada esta ultima condição o equilibrio dá-se na posição horisontal do travessão (*p.* 81). Se o centro de gravidade coincidisse com o eixo de oscillação, o equilibrio teria logar em qualquer posição, isto é, seria *indifferente;* se lhe fosse superior, seria irrealisavel, porque só poderia dar-se o *equilibrio instavel*, e a balança seria doida.

A condição da egualdade dos braços é muito difficil de realisar, e dispensa-se bem tendo o cuidado de empregar sempre o methodo de *pesagens dobradas de Bordá* (*p.* 87).

95.—Condicções de sensibilidade das balanças. —Uma balança é tanto mais sensivel quanto menor é a differença de pesos dos dois pratos que ella acusa, ou quanto maior é o angulo que o seu travessão faz com o horisonte para uma determinada differença de pesos. Para deduzir as condicções de sensibilidade, represente-se por $AB=2l$, fig. 34, o comprimento do travessão; por g o centro de gravidade do systema na posição de equilibrio horisontal, á distancia $gS=\delta$ do eixo de suspensão, e por p a differença de pesos dos dois pratos, a qual faz inclinar o travessão do angulo $BSB'=\alpha$, obrigando a subir o centro de gravidade para g'.

Fig. 34

N'esta posição do travessão ha equilibrio entre a acção do peso p, que tende a fazel-o girar com o braço de alavanca SM, e a acção do peso π do systema, que actua com o braço $g'N$; por tanto $p \times SM = \pi \times g'N$, e como é $SM = l \cos \alpha$ e $g'N = \delta \operatorname{sen} \alpha$, vem

$$p\, l \cos \alpha = \pi \delta \operatorname{sen} \alpha;$$

por conseguinte

$$\text{tang. } \alpha = \frac{pl}{\pi \delta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Esta tangente tem sempre um valor finito; porque p e l são quantidades essencialmente finitas, e nenhuma das grandezas π e δ póde ser zero; o angulo α é por tanto sempre menor que 90°, o que quer dizer que ha sempre uma posição inclinada de equilibrio para um peso p.

É claro que a balança será tanto mais sensivel quanto maior for o angulo α, ou a *tang* α, para o mesmo peso p: d'aqui veem as *condições de sensibilidade* seguintes:

1.ª — *Os braços do travessão devem ser grandes;*

2.ª — *O travessão deve ter pouco peso;*

3.ª — *A distancia do centro de gravidade ao eixo de suspensão deve ser pequena.*

Estas condições suppõem que os tres pontos de suspensão do travessão estão em linha recta; que o travessão não verga, e que são muito pequenos os attritos.

A formula (1) mostra que a sensibilidade da balança é independente da carga total: isto só é verdade quando os tres pontos A, B e S estão em linha recta. Se os braços do travessão vergam um pouco, esta condição já não tem logar e a sensibilidade da balança diminue tanto mais quanto maior é a carga.

Para demonstrarmos esta verdade supponhamos que os dois braços do travessão AS e BS, fig. 35, fazem com a horisontal

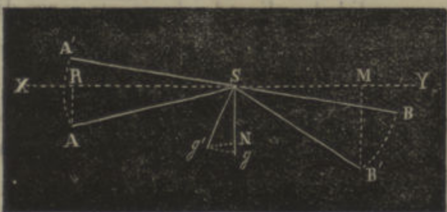


Fig. 35

XY o angulo δ, quando os pratos estão vasios; que estes recebem os pesos P e $P+p$, e que o travessão descreve o angulo $A'SA$ ou BSB' egual α, em virtude d'esta differença de pesos.

A condição de equilibrio é agora

$$P\times SR+\pi\times g'N=(P+p)SM$$

ou

$$Pl\, cos\, (\alpha\delta)+\pi\delta\, sen\, \alpha=(P+p)l\, cos\, (\alpha+\delta);$$

resolvendo-a em ordem a *tang* α vem

$$tang\, \alpha=\frac{pl\, cos\, \beta}{-(2P+p)\, sen\, \beta+\pi\delta}$$

Esta formula mostra que a sensibilidade diminue com o augmento da carga P.

Se os pontos A e B fossem superiores a S, a formula seria

$$tang\, \alpha=\frac{pl\, cos\, \beta}{(2P+p) sen\, \beta+\pi\delta},$$

que só differe da primeira na mudança do signal de β. N'este caso a sensibilidade cresceria com a carga.

As balanças pouco sensiveis dizem-se *preguiçosas;* as que são exageradamente sensiveis tornam-se *doidas*, porque difficilmente se equilibram horisontalmente.

96.—**Alcance das balanças.**— Entende-se por *alcance* de uma balança a maior carga que ella póde receber sem prejuizo das suas qualidades. Excedendo-se esta carga diminue-se a sensibilidade da balança, como dissemos, porque os seus braços vergam. Nas balanças do commercio, exceptuando as que se destinam para pesar metaes e pedras preciosas, indica-se quasi sempre o alcance. Nas que se empregam para pesar objectos preciosos, assim como nas balanças de laboratorio e pharmarcia indica-se o alcance e a sensibilidade.

97.—**Balança de gabinete.**—Esta balança, a mais perfeita que se conhece e construida especialmente para observações que exigem rigor, descança em uma base horisontal, com parafusos de nivelamento, por intermedio de uma columna vertical ôca, terminando superiormente em um plano d'aço ou d'agatha: n'este plano assenta o travessão da balança, por meio de um cutello d'aço aguçado, mas sempre um pouco arredondado, fixo na sua parte media.

O travessão, com a fórma de losango muito alongado e aberto para que tenha o menor peso possivel com a necessaria solidez, tem na parte superior e media um parafuso com dois discos: um é symetrico em relação ao eixo do parafuso e serve para se fazer subir ou descer o centro de gravidade, a fim de se modificar á vontade a sensibilidade da balança; o outro é disymetrico, porque tem uma lacuna de um lado, e serve para deslocar lateralmente o centro de gravidade, a fim de o collocar sempre na perpendicular ao travessão conduzida pelo eixo de suspensão. Preso ao travessão ha um fiel comprido prolongado para a parte inferior em frente de um arco graduado.

O travessão termina em dois pequenos parafusos, que se podem mover no sentido do seu comprimento, e que servem para regular a vontade a condição da egualdade dos braços, condição que o experimentador não deve confiar absolutamente do fabricante.

Com o fim de diminuir quanto possivel os attritos e conseguir que os braços do travessão sejam sempre eguaes, a suspensão dos pratos faz-se com ganchos que apoiam em cutellos collocados nas extremidades do travessão e de arestas voltadas para a parte superior. A estes ganchos prendem-se os fios de prata que suspendem os pratos, os quaes teem mui pouca massa. Por construcção devem estar no mesmo plano as arestas dos tres cutellos; ou então, o que é melhor, o cutello medio póde deslocar-se para que o experimentador regule aquella condição. Para que o cutello medio não esteja constantemente descançando sobre o plano d'aço, um systema, constituido por uma forquilha e por uma haste collocada no interior da columna, e a que se dá movimento com uma pequena alavanca convenientemente disposta na parte inferior da balança, faz levantar o travessão. Nas balanças mais modernas a suspensão dos pratos faz-se tambem por planos d'agatha que assentam sobre as arestas do cutello, e a forquilha que levanta o travessão tem uma disposição especial para ao mesmo tempo levantar os pratos, aliviando assim os dois cutellos. A balança está encerrada em uma caixa envidraçada, que a preserva da influencia da atmosphera, pela sua agitação ou pela humidade que contém. Além d'isso uma substancia ávida da humidade, collocada no interior da caixa, absorve os vapores aquosos.

98.—**Maneira rigorosa de pesar.**—Para fazer uma pesagem com todo o rigor, é preciso muita paciencia e muito cuidado em regular a balança, cuja sensibilidade se póde modificar em relação ao peso que se deve empregar.

A balança deve estar bem firme em um local livre de agitações do ar e do solo: antes de começar a operação deve abaixar-se lentamente a forquilha, e se o fiel não vem ao zero, leva-se a esta posição movendo os parafusos da base. Estando regulada a balança colloca-se o corpo em um dos pratos e grãos de chumbo no outro, e regula-se o equilibrio por fim com areia e até com pedaços de papel: depois substitue-se o corpo por pesos padrões. Reconhece-se facilmente que é pequeno o peso de n grammas e grande o de $n+1$, para haver equilibrio; por conseguinte começam-se a empregar decigrammas, até que o peso esteja comprehendido entre n^{gr},n' e n^{gr},n' e mais um decigramma; procede-se do mesmo modo com os centigrammas, até determinar o numero n'' por falta, depois empregam-se os milligrammas até obter o numero n''': é claro que o peso procurado é $n^{gr},n'n''n'''$ com um erro inferior a um milligramma.

As caixas dos pesos teem alem dos grammas, 9 decigrammas, 9 centigrammas e 9 milligrammas, subdivididos em 5, 2, 1 e 1, o que é sufficiente para formar todos os numeros digitos; estes pesos são laminas de latão, prata, platina e aluminio.

99.—**Construcção dos pequenos pesos.**—Nos ensaios scientificos podem não offerecer sufficiente garantia estes pequenos pesos fornecidos pelo commercio, e com que se contenta mesmo o commercio dos metaes e das pedras preciosas: é preciso então que o physico faça os pesos, o que é extremamente facil.—Toma-se um fio fino de platina passado muitas vezes na fieira e tal que um metro proximamente pese 1 gramma. Lima-se a extremidade até fazer este peso exacto, e colloca-se sobre uma regua rectilinea para se avaliar rigorosamente o seu comprimento. Cortam-se 5, 2, 1, 1, 1 decimos para formar 5, 2, 1, 1, 1, decigrammas. Com este ultimo decigramma formam-se os centigrammas puxando-o á fieira e procedendo depois como se procedeu com o primeiro fio. Com um centigramma obteem-se semelhantemente os milligrammas.

100.—**Balança de Roberval.**—A balança de Roberval, fig. 36, muito empregada no commercio, porque tem os pratos desembaraçados de cadeias, consta de um parallelogrammo articulado nos pontos a, b, c, d, de modo que as hastes ad, bc em que se apoiam os pratos são sempre verticaes: tanto o travessão, como a alavanca dc occulta na base do instrumento, assentam na sua parte media por meio de cutellos o e e.

É facil verificar que dois pesos eguaes se equilibram sempre n'esta balança, quaesquer que sejam as suas posições nos pratos: porque estando por exemplo nas posições p e p', como a figura representa, podemos considerar em cada um dos pontos a, b duas forças eguaes e contrarias áquelles pesos, as quaes não destroem o equilibrio do systema, e temos assim as forças $q_{\prime}$ e $q'_{\prime}$

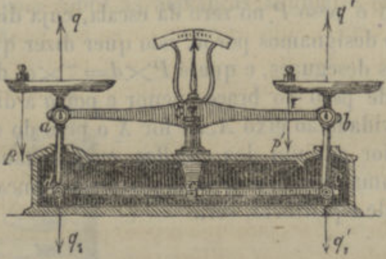


Fig. 36

eguaes a p e p', actuando a distancias eguaes do fulcro, e dois binarios pq, $p'q'$, cuja acção é destruida pela resistencia dos pontos fixos o, c, que existem no seu plano.

101.—**Balança romana.**—Como primeiro exemplo de balanças de braços deseguaes, descreveremos a *balança romana*. Consta esta balança de um travessão BC, fig. 37, suspenso em A

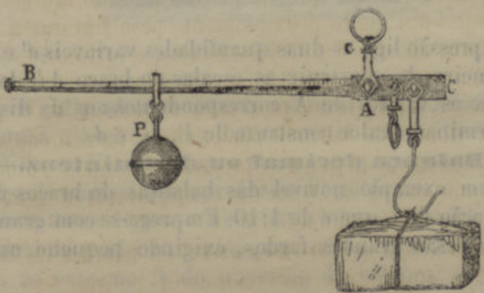


Fig. 37

por um cutello, tendo os braços AC e BC muito deseguaes. O maior AB é graduado e percorrido por um annel do qual pende um peso P; o mais pequeno AC tem dois cutellos aos quaes se suspendem ganchos ou estrados que hão de receber os corpos: a graduação de um dos lados do braço maior serve para os pesos suspensos a um cutello, a do outro lado refere-se aos pesos suspensos no outro cutello; e assim se consegue, fazendo mui pequeno um dos braços da alavanca, medir grandes pesos sempre com o peso P.

O travessão, quando descarregado no braço menor, só está horisontal tendo o peso P no zero da escala, cuja distancia ao eixo de suspenssão designamos por d: isto quer dizer que os dois braços teem pesos deseguaes, e que é $P\times d=\pi\times a$, designando por π o excesso de peso do braço menor e por a a distancia do seu centro de gravidade ao eixo A. Se for X o peso do corpo collocado no braço maior em um dos cutellos, cuja distancia ao eixo de suspensão chamamos d', e D o braço de alavanca do peso P na nova posição de equilibrio, será

$$P\times D=\pi\times a+X\times d':$$

subtraindo ordenadamente as duas egualdades vem

$$P\ (D-d)=X\times d'$$

d'onde

$$X=\frac{P}{d'}\ (D-d).$$

Esta expressão liga as duas quantidades variaveis d' e X, e mostra a maneira de construir as escalas do braço AB da balança; porque dá os valores de X correspondentes aos da distancia d', para determinado valor constante de P, D, e d.

102.—**Balança decimal ou de Quintenz.**—Esta balança é um exemplo notavel das balanças de braços deseguaes n'uma relação fixa, que é de 1:10. Emprega-se com grande vantagem para pesar grandes fardos, exigindo pequeno numero de pesos.

Veja-se a sua descripção nos nossos *Principios de Physica*, n.º 89.

103.—**Balança centesimal ou de Sanctorius.**—Esta balança, representada na fig. 38, consta de uma caixa de madeira CD ligada a uma haste tambem de madeira H, vertical e ôca. Dentro da caixa ha tres alavancas, duas angulares com os extremos nos angulos da caixa, e uma rectilinea mn com um cutello em que assentam os angulos b, b das primeiras. Nos cantos da caixa ha quatro capsulas d'aço em que se apoiam os vertices de quatro cones ligados aos extremos das alavancas angulares: sobre a caixa colloca-se um estrado E que recebe os corpos, e cujos angulos teem tambem quatro capsulas pelas quaes o estrado se apoia sobre as alavancas angulares por intermedio de outros cones.

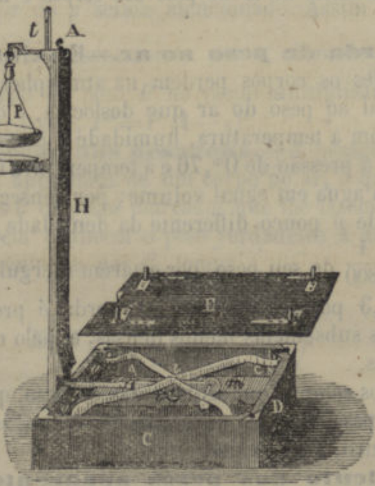


Fig. 38

Os corpos collocados no estrado exercem pressão directamente sobre as duas alavancas angulares, e estas transmittem-na á alavanca rectilinea. Esta tem no extremo *m* o seu ponto de apoio; a um terço do comprimento, contado d'este ponto, o seu cutello, e no outro extremo liga-se a uma haste vertical, movel dentro da haste vertical de madeira, prolongamento da caixa, e presa superiormente ao extremo *A* do travessão da balança: no outro extremo *B* d'este travessão está suspenso o prato *P*, que ha de receber as medidas de peso. Na parte horisontal da haste de madeira ha um plano d'aço em que assenta o cutello do travessão; sobre este ha um fiel.

Um cursor *q* da alavanca rectilinea e um parafuso *p* do braço maior do travessão, servem para regular esta balança, que é centesimal.

III.—Influencia do ar no peso dos corpos e nas pesagens

104.—**Perda de peso no ar.**—Em virtude do principio de Archimedes os corpos perdem na atmosphera uma parte do seu peso egual ao peso do ar que deslocam, o qual varía necessariamente com a temperatura, humidade e pressão.

O ar secco á pressão de $0^m,76$ e á temperatura 0^o pesa 773 vezes menos que a agua em egual volume; por conseguinte, os corpos cuja densidade é pouco differente da densidade da agua perdem entre $\frac{1}{700}$ e $\frac{1}{800}$ do seu peso, por estarem mergulhados no ar, isto é, quasi $1^{gr},3$ por kilogramma. A perda é proporcionalmente maior para as substancias menos densas, e, pelo contrario, menor para as outras.

Supporemos sempre que as medidas de peso, que servem como padrões nas pesagens, são marcadas no vacuo, isto é, com o seu valor verdadeiro, e constante.

105.—**Calculo dos pesos apparentes.**—Um corpo cujo peso absoluto e constante no vacuo é P, tem no ar um peso P' apparente que convém calcular; porque é o que actua nas balanças. Representando por d a densidade, ou o peso especifico relativo do corpo nas circumstancias em que se acha, e por p o do ar nas mesmas circumstancias é (89) o seu volume $\frac{P}{d}$, e $\frac{P}{d}p$ o peso do ar deslocado expresso em grammas: por tanto

$$P'=P-\frac{P}{d}p=P\left(1-\frac{p}{d}\right).$$

O valor de p varía com todas as circumstancias atmosphericas, isto é, com a pressão, a temperatura e a humidade: na pressão de $0^m,76$ e na temperatura e humidade eguaes a zero é, como veremos, 0,001292[1].

Para os corpos cuja densidade é muito grande, como acontece

[1] Veja-se o artigo que publicámos no numero XVI do jornal da Academia Real das Sciencias de Lisboa.

com os pesos padrões, as variações de p com aquellas circumstancias atmosphericas não influem apreciavelmente na fracção $\frac{p}{d}$, que, por este motivo, se toma com o valor constante correspondente ao valor de p acima mencionado. Assim conhecido o valor de $\frac{p}{d}$, que representaremos por ε, obtem-se o peso apparente de um corpo de peso P no vacuo multiplicando este peso pelo factor $1-\varepsilon$, isto é, $P'=P(1-\varepsilon)$.

106. — **Correcção das pesagens.** — A pesagem com a balança dá o peso apparente de um corpo no ar, o qual é egual a $P(1-\varepsilon)$, sendo P os pesos marcados que lhe fazem equilibrio.

Querendo porém conhecer o peso verdadeiro X do corpo, cuja densidade representamos por d', temos

$$X\left(1-\frac{p}{d'}\right)=P\left(1-\varepsilon\right).$$

Substituindo em logar de ε o seu valor $\frac{p}{d}$ e tirando o valor de X vem

$$X=P\frac{d'(d-p)}{d(d'-p)}.$$

Esta expressão mostra que a correcção é inutil, quando o corpo cujo peso se procura é da mesma natureza que os pesos padrões; porque fazendo $d=d'$ vem $X=P$. Vê-se tambem que a correcção só tem verdadeira importancia quando os corpos que se pesam teem pequena densidade.

SECÇÃO II—PROPRIEDADES DOS CORPOS NOS TRES ESTADOS DE AGGREGAÇÃO

CAPITULO I

Constituição physica dos corpos. Forças moleculares

I.—Generalidades. Attracção molecular

107.—**Idéa da constituição physica dos corpos.**—As propriedades da materia, assim como muitos phenomenos physicos, levam-nos a admittir que os corpos são uns aggregados de pequenissimas particulas,—de moleculas— mantidas a distancias infinitamente pequenas, que podem variar entre limites muito apertados.

Esta aggregação das moleculas, assim como o seu afastamento ou aproximação sob a influencia de causas externas, explica-se pela consideração de duas forças oppostas, uma attractiva —a *cohesão*—, outra repulsiva,— ambas rapidamente enfraquecidas com o augmento da distancia, tornando-se nullas quando esta attinge um limite mui pequeno.

Sem nos importarmos por agora investigar a natureza ou a origem d'estas forças, ou dos movimentos que se explicam por ellas, trataremos de provar por varias experiencias que tudo se passa como se aquellas forças existissem.

A *molecula*, essa minima porção de materia que o physico póde considerar no estado livre, o limite da divisibilidade em fim, considera-se ainda composta de particulas denominadas *atomos*, que só chimicamente se podem separar, que são homogeneos na molecula de um corpo simples, e heterogeneos na molecula dos compostos.

108.—**Cohesão e adhesão nos solidos.**—Reconhece-se a cohesão entre as moleculas dos corpos solidos na resistencia que estes corpos oppõem á separação d'aquellas particulas, e no facto d'ellas, depois de afastadas dentro de certo limite, retomarem as suas posições.

Os phenomenos da congelação dos liquidos, acompanhados da crystallisação, demonstram egualmente que as moleculas estão submettidas a uma attracção mutua. Reconhece-se isto muito bem na seguinte experiencia de Gervez. Faça-se fundir o acetato de soda em pequena quantidade d'agua; deixe-se resfriar o licor, evitando que fique sobre as paredes do vaso a menor parcella de substancia solida, e quando tenha adquirido a temperatura ordinaria deite-se uma grande gota sobre uma lamina de vidro. Se tocarmós o centro da gota com uma vareta tendo na sua extremidade uma parcella de acetato de soda solido, veremos solidificar immediatamente a gota em torno do ponto de contacto, e estenderem-se em todos os sentidos até ao bordo da gota raios da substancia solidificada, formados por pequenos crystaes orientados de um modo particular.

Explica-se este phenomeno, dizendo que a particula solida tocando o liquido attraiu as suas moleculas, que se precipitaram sobre ella em pequenos crystaes. Cada um d'estes constituiu-se depois um centro de attracção, para o qual se precipitaram outras moleculas, e assim successivamente.

Se em logar de tocarmos a gota tocarmos todo o licor com uma parcella de acetato de soda solido, veremos transformar-se completamente em massa branca e compacta, na qual reconheceremos, pelo tacto, uma grande elevação de temperatura. Veremos mais adiante a que isto é devido.

A cohesão, que se manifesta entre as superficies dos corpos em contacto, recebe tambem a denominação de *adhesão*. Reconhece-se a adhesão entre os solidos em muitas circumstancias differentes, e costuma demonstrar-se com dois discos de vidro ou de marmore, P, P', fig. 39, que se põem em contacto de modo que não fique entre ellas alguma bolha d'ar: suspendendo-os por um d'elles o outro não cae, mesmo carregando-o com pesos p. Para que não se attribua o phenomeno á pressão atmospherica, introduz-se o apparelho da fig. 39 debaixo do recipiente da machina pneumatica, faz-se o vacuo e os discos conservam-se adherentes.

Fig. 39

O phenomeno é mais notavel tendo molhado as superficies que se levam ao contacto; porém é então devido principalmente á adhesão entre os solidos e o liquido.

109.—**Cohesão nos liquidos e sua adhesão para os solidos.**—A cohesão nos liquidos é quasi nulla, porque as moleculas cedem aos mais pequenos esforços; porém não é nulla, porque introduzindo uma vareta de vidro em agua, no alcool, no azeite, etc., e retirando-a depois, observa-se que no extremo da vareta vem adherente um pequeno globulo liquido, proveniente sem duvida da attracção das moleculas liquidas que o constituem; ao mesmo tempo se reconhece a adhesão do liquido para o solido. Vê-se tambem, quando se lança um pouco de liquido, agua por exemplo, sobre uma superficie coberta de pó ou revestida de qualquer substancia gorda, a formação de gotas, que provam evidentemente a cohesão nos liquidos.

Mostra-se tambem a cohesão nos liquidos e a sua abhesão para os solidos, suspendendo horisontalmente a um dos pratos de uma balança um disco de vidro, que se applica sobre um liquido, agua ou mercurio, por exemplo; reconhece-se então que é preciso collocar pesos no outro prato para separar o disco da superficie do liquido, o qual antes da separação eleva-se um pouco adherente a este. Esta experiencia feita com o mercurio, que não molha o vidro, demonstra que ha tambem cohesão entre os liquidos e os solidos que não são molhados.

Uma pequena gota de mercurio adhere á superficie de uma lamina de vidro, que se inclina, em quanto que rola sobre uma folha de papel, cuja superficie é menos unida. Aproximando duas pontas de vidro dos lados oppostos de uma gota de mercurio, esta fica suspensa, e afastando aquelles lentamente a gota allonga-se, por isso que a adhesão do mercurio para o vidro predomina sobre a cohesão propria do liquido, em virtude da qual este tende a tomar a fórma espherica.

Deitando algumas gotas de agua de sabão sobre uma pequena lamina vertical de latão e sobre uma agulha do mesmo metal apoiada sobre ella e muito movel em torno de um fulcro, e afastando lentamente esta agulha, fig. 40, o liquido estende-se, acompanhando-a; abandonando-a é levada contra a lamina como se o liquido fosse uma forte mola. Esta experiencia de Dupré mostra de uma maneira notavel a grande cohesão dos liquidos, assim como a sua adhesão para os solidos. Emprega-se um liquido de grande viscosidade para exagerar o

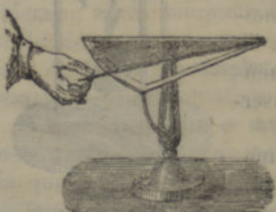


Fig. 40

phenomeno; porém este manifesta-se do mesmo modo com qualquer outro.

Por meio de calculos mathematicos estabeleceu Dupré: 1.° que a attracção mutua de duas porções do mesmo liquido, situadas dos dois lados de uma secção plana, é de 7000 kilogrammas por centimetro quadrado, isto é, quasi 7000 vezes maior que a pressão atmospherica; 2.° que n'um cubo d'agua de um millesimo de millimetro de lado ha muito mais de 125000 milhões de moleculas.

110.—**Cohesão nos gazes e entre os gazes e os solidos.**—Não é facil demonstrar experimentalmente a cohesão entre as moleculas dos gazes, porque tendem sempre a afastar-se umas das outras; comtudo não podemos deixar de a admittir depois de demonstrada entre as moleculas dos liquidos, e sabendo que os gazes, debaixo de circumstancias determinadas, passam ao estado liquido.

A cohesão entre os gazes e os solidos conhece-se e prova-se quando estes se mergulham em liquidos, porque levam bolhas adherentes que se separam; prova-a tambem o phenomeno da condensação dos gazes no interior de corpos muito porosos, como o carvão vegetal, o pó muito fino, etc.

Introduzindo em uma campanula contendo o gaz ammoniaco sobre a tina de mercurio, um fragmento de carvão aquecido ao rubro para que o ar tenha sido expulso dos seus poros, reconhece-se que o gaz é immediatamente absorvido: o volume do gaz condensado nos poros do carvão é 90 vezes o d'este. Para reduzir o gaz a um volume tão pequeno, comprimindo-o pelos meios ordinarios, liquifazer-se-hia; por tanto devemos admittir que o carvão produz esta liquifação, e reconhece-se, com effeito, que os gazes mais condensaveis são absorvidos em maiores proporções.

A absorpção dos gazes pelos solidos é um facto mais geral do que se tem supposto, e observa-se até nos metaes apparentemente mais compactos.

Graham reconheceu que a platina, o cobre, o ouro, a prata, o ferro e o palladio absorvem o hydrogenio. A platina aquecida ao rubro absorve 15 vezes o seu volume d'este gaz, e o palladio, cujo poder absorvente é muito superior ao dos outros metaes, absorve 600 vezes o seu volume de hydrogenio depois de aquecido só a 100°.

Se notarmos que o espaço occupado pelos poros d'estes metaes é uma pequena fracção do seu volume apparente, concluiremos que o hydrogenio é reduzido a um volume muitissimo menor;

assim, se suppozermos que os poros da platina occupam a millesima parte do volume apparente d'este metal, é claro que o hydrogenio é reduzido a um volume 15000 vezes menor, e que por tanto a sua pressão, se se conservasse gazoso, seria de 15000 atmospheras. Não podemos pois deixar de admittir que o hydrogenio, não obstante não ter sido ainda liquifeito pelos meios ordinarios, é reduzido ao estado liquido pela absorpção dos metaes.

Mostrámos que a precipitação das moleculas durante a crystallisação produz calor; é provavel por tanto que a precipitação das moleculas de um gaz sobre um solido dê o mesmo resultado. Sabe-se, de feito, que dirigindo um jacto de hydrogenio sobre a esponja de platina esta é aquecida ao rubro e inflamma o gaz: é n'este principio que se funda o fuzil de gaz hydrogenio.

111. — **Dissolução. — Diffusão.** — Nas dissoluções reconhece-se ainda a attracção entre moleculas de substancias differentes: assim o assucar, o sal etc., desapparecem quando se deitam em agua; por tanto as suas moleculas, não obstante a cohesão, foram separadas, porque a agua exerceu sobre ellas uma attracção preponderante.

Dois liquidos differentes justapostos misturam-se tambem intimamente, ainda mesmo que esteja o mais denso na parte inferior; este phenomeno denomina-se *diffusão*, e a sua causa é a acção attractiva das moleculas liquidas postas em presença. Deitando com cuidado uma porção d'agua pura sobre a agua contendo em dissolução corpos solidos, ou sobre o acido sulfurico, chlorhydrico, etc., reconhece-se que no fim de um tempo maior ou menor os liquidos estão perfeitamente misturados: é por esse tempo que se aprecia o poder diffusivo das substancias. Graham reconheceu que as substancias crystallisaveis são as que melhor se diffundem, em quanto que as substancias gelatinosas se diffundem muito pouco.

Obtem-se com os liquidos e os gazes os mesmos effeitos que com os solidos e os liquidos, isto é, um liquido póde dissolver certos gazes: a agua de Seltz é uma dissolução do acido carbonico na agua; a agua ordinaria tem em dissolução os gazes da atmosphera, e é por isso que podem respirar os animaes aquaticos.

A diffusão observa-se tambem entre os gazes: collocando um por cima do outro dois balões de vidro de egual capacidade e munidos de torneiras, contendo o inferior acido carbonico e o superior hydrogenio na mesma temperatura e pressão, e estabelecendo communicação entre elles, reconhece-se no fim de algum tempo, em ambos os balões, uma mistura uniforme dos dois gazes, não obstante sêr muito mais denso o acido carbonico. Esta experiencia é devida a Berthollet. Por analogia admitte-se, que a diffusão dos gazes é o resultado da attracção mutua das suas moleculas.

Os phenomenos capillares e de endosmose são tambem, como se sabe, o resultado das acções moleculares.

112.—**Força repulsiva.**—Não obstante a cohesão, as moleculas dos corpos não se tocam; por tanto existe uma força repulsiva, que a contrabalança.

Reconhece-se a existencia d'esta força sempre que se comprime um corpo; porque se encontra resistencia, e porque as moleculas afastam-se procurando as suas posições primitivas, quando cessa a compressão.

Como o calor tem por effeito, como se sabe, augmentar a força repulsiva que actua sobre as moleculas, tem-se admittido que esta força é devida á mesma causa do calor.

113.—**As forças moleculares consideradas como movimento.**—Vimos (55) como Saigey explica a attracção de duas moleculas mergulhadas no ether. Para explicar a *cohesão* elle suppõe que entre as moleculas se acham atomos ethereos, que transmittem os choques, conservando-se a materia inerte e movendo-se para o lado para onde é impellida; precisou porém de outro principio e recorreu á hypothese da rotação molecular do padre Secchi.

N'esta rotação as moleculas devem arrastar consigo uma atmosphera de atomos ethereos, atmosphera que tem um limite muito retrictos, dentro do qual estes atomos, participam directamente da rotação molecular. Quando, pois, as moleculas estão em taes distancias que as suas atmospheras não se tocam, a cohesão não se manifesta; quando vão ao contacto a força apparece.

Para explicar a affinidade faz notar Saigey que ella actua durante certo tempo para perturbar um equilibrio; os corpos em presença saturam-se um do outro e depois apparece novo equilibrio. Este phenomeno explica-o Saigey pela mesma hypothese antecedente. Entre moleculas homogeneas as atmospheras são semelhantes, não ha razão para que uma modifique a outra, e a cohesão manifesta-se. Se as moleculas são differentes, ha differença nas suas atmospheras, estas podem fundir-se uma na outra e modificar por conseguinte a posição das suas moleculas respectivas.

II.—Relação entre as forças moleculares nos tres estados de aggregação

114.—Curvas de Poncelet.—Vimos quaes são os factos que teem feito admittir a existencia das forças moleculares attractivas e repulsivas, as quaes decrescem mui rapidamente com o augmento da distancia, tornando-se nullas para distancias apreciaveis. Não conhecemos a lei da variação d'estas forças e não podemos asseverar que ellas existam; apenas podemos dizer que as coisas se passam como se isto fosse assim.

Para representar o que se sabe pela experiencia e o que se conclue pelo raciocinio a respeito d'estas forças, admittindo a sua existencia para facilidade do estudo e da exposição dos factos, marcaremos, como fez Poncelet, as distancias de duas moleculares contiguas de um corpo, a partir de uma origem fixa e commum, O, fig. 41, sobre uma linha horisontal Ox, e perpendicu-

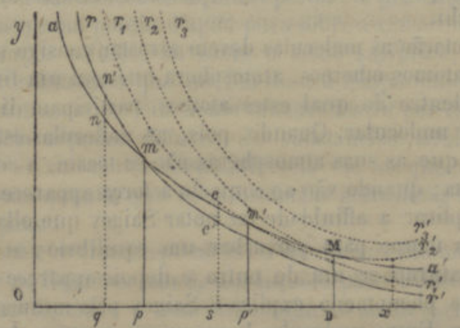


Fig. 41

larmente a esta, e pelos extremos d'aquellas as intensidades das forças moleculares que lhes correspondem.

Juntando os extremos d'estas perpendiculares obteem-se duas curvas, cuja fórma indica a lei da variação de cada uma das forças com a distancia. Apesar de não ser conhecida a fórma das curvas podemos dizer que, em 1.° logar ellas devem aproximar-se rapida e indifinidamente do eixo Oy, sem nunca o tocarem, pois que as moleculas dos corpos são impenetraveis e a sua distancia nunca póde tornar-se nulla; em 2.° logar, como a intensidade das forças diminue rapidamente com a distancia as curvas devem aproximar-se rapidamente do eixo Ox; e como a diminuição da intensidade é continua, as curvas, desde uma certa distancia em relação a Oy, devem voltar para Ox as suas convexidades.

115.—**Corpos solidos.**—Nos corpos solidos ha uma posição de equilibrio natural das moleculas para a qual as forças attractivas e repulsivas são da mesma intensidade; por conseguinte representando por Op a distancia que separa duas moleculas e por pm o valor da intensidade das forças attractivas e repulsivas, é claro que as duas curvas devem cortar-se no ponto m, e de maneira que a attracção exceda a repulsão para a parte direita, e seja, pelo contrario, excedida para a esquerda: a 1.ª corresponde ao caso em que o afastamento das moleculas augmenta, e a 2.ª ao caso em que diminue.

Se obrigarmos por meio de um esforço de compressão, a aproximar mais as moleculas, a repulsão excederá a attracção, e ellas tenderão a afastar-se com uma força representada pela differença das duas ordenadas correspondentes á nova abcissa. Se pelo contrario as afastarmos da sua posição primitiva de equilibrio a attracção predominará e as moleculas tenderão a aproximar-se.

N'este caso ha, por conseguinte, equilibrio estavel.

Se aquecermos o corpo augmenta a força repulsiva entre as moleculas, crescem por tanto as ordenadas da curva rr', que passará á posição $r_{\prime}r'_{\prime}$ cortando a curva das attracções em um ponto m'.

Segue-se, pois, que pela acção do calor foi augmentado o volume do corpo; porque a distancia das suas moleculas para a qual as forças se equilibram é agora $Op' > Op$.

116.—**Corpos liquidos.**—Por ser cada vez menor a resistencia que um solido oppõe á compressão e á tracção á medida que augmenta a temperatura, e por augmentar com esta o coefficiente de dilatação do corpo, como prova a experiencia, segue-se que, continuando o aquecimento, a curva das repulsões tomará posições taes que o angulo das tangentes ás duas curvas no ponto de intersecção irá successivamente diminuindo, até que, tornando-se nullo para uma certa temperatura, as duas curvas serão tangentes. Se for M o ponto de tangencia, será OD a distancia de equilibrio das moleculas. O corpo terá então equilibrio estavel para todos os casos de aproximação das moleculas, e instavel para todos de afastamento, porque tanto em um como em outro caso a repulsão predominará.

Isto é o que caracterisa os liquidos, que, como se sabe, são compressiveis e voltam a seus volumes primitivos quando cessa a compressão, e não podem subsistir como liquidos, na ausencia de uma pressão externa que impede a vaporação.

117.—**Corpos gazosos.**—Continuando ainda o aquecimento, a curva das repulsões eleva-se para $r_3\ r'_3$, deixa de encontrar a das attracções, e as moleculas afastam-se ou tendem a afastar-se.

Este estado é o caracteristico dos corpos gazosos, nos quaes como se sabe não ha equilibrio possivel entre as forças moleculares.

Resumindo, diremos que nos *solidos* o equilibrio é estavel; nos *liquidos* é estavel sómente nos casos de aproximação das moleculas; nos *gazes* não ha equilibrio possivel entre a força attractiva e a força repulsiva.

118.—As curvas que ficam traçadas representam a transição regular de um estado de aggregação para o immediato. Nem sempre isto acontece. Nem sempre os corpos se fundem para se vaporarem depois. Ha muitos casos em que os solidos se transformam directamente em vapores. Assim a camphora, por exemplo, na temperatura ordinaria reduz-se a vapor. Demonstra-se facilmente pesando-a. Se collocarmos sobre agua um cylindro de camphora, com altura sufficiente para que uma parte fique fóra do liquido, a camphora pela sua evaporação imprimirá ao liquido um movimento de vae-vem, e o cylindro em pouco tempo apparecerá cortado na superficie da agua.

O arsenico aquecido não se funde, volatilisa-se. Para operar a fusão é preciso aquecel-o em tubos de ferro fechados.

O gelo ao ar livre reduz-se directamente a vapor.

CAPITULO II

Propriedades particulares dos solidos

I.—Estructura

119.—**Caracteres dos solidos.—Estructura.**—Os solidos teem ordinariamente volume e fórma constante, em consequencia da sua grande cohesão: é preciso empregar um exforço para os dividir. Além d'isso, como dissemos, é estavel o equilibrio das suas moleculas, quer se exerça um esforço para as afastar, quer para as aproximar.

Dá-se o nome de *estructura* à disposição relativa das moleculas.

120.—**Estructura regular, irregular, e organica.**—A estructura póde ser *regular*, *irregular* e *organica*.

É *regular* nos crystaes, e *irregular* nos corpos em que as moleculas pela sua disposição não constituem massas polyedricas, com figuras geometricas determinadas. Comtudo estas massas apresentam, quando se quebram, uma fractura perfeitamente crystallina, senão bem apparente ao menos visivel com o microscopio.

A estructura *organica* é a que se reconhece nas partes solidas dos vegetaes e dos animaes. Debaixo da acção da vida as moleculas dispozeram-se em fibras ao lado umas das outras, e d'aqui veem as differentes propriedades que aquelles corpos apresentam no sentido das fibras ou perpendicularmente a ellas.

121.—**Diversas propriedades particulares.**—Os solidos possuem propriedades particulares, que os tornam proprios para serem empregados nas artes: estas propriedades são, a *elasticidade*, *dureza*, *fragilidade*, e *ductilidade*. A primeira reconhece-se quando as moleculas não são desviadas da sua posição primitiva além de certo limite, que é o limite da elasticidade: as outras são todas dependentes de um desvio permanente das moleculas.

Trataremos apenas da elastecidade, porque as outras propriedades foram descriptas no curso preparatorio, (*p.* **114** a **117**).

II.—Elasticidade

122.—**Definições.**—A *elasticidade* é, como se sabe (*p.* 24), a propriedade que os corpos teem de readquirir o volume e a fórma primitiva, quando cessa a causa que alterou esta e aquelle: se isto se faz completamente, os corpos dizem-se *perfeitamente elasticos*.

O exforço que as moleculas, desviadas da sua posição, empregam para voltar ao logar primitivo, denomina-se *força elastica*.

Só a *elasticidade de compressão* é uma propriedade geral; porque a alteração do volume e fórma dos liquidos e gazes só póde fazer-se por um exforço de compressão. Nos solidos a elasticidade maifesta-se ainda por *tracção*, por *flexão* e por *torsão*.

A elastecidade tem um *limite*, que é representado pelo maior grau de alteração de fórma e volume, que o corpo póde experimentar sem perder a faculdade de voltar ao estado primitivo.

123.—**I.—Elasticidade de tracção ou de tensão.**—Estuda-se a elasticidade de tracção carregando com diversos pesos barras ou fios das substancias, cuja elastecidade se pretende observar, e medindo com o cathetometro o augmento que resulta para a distancia entre dois pontos de antemão marcados sobre ellas.

Wertheim, com o fim de medir a elasticidade dos metaes, e especialmente a do ferro e do aço, apertou as extremidades das barras entre duas peças d'aço estriadas como as limas, e que estavam solidamente fixas pela parte superior a uma parede bastante resistente, e pela parte inferior a uma caixa, destinada a receber os pesos e a trasmittir, sem o menor abalo, os exforços de tracção. Para este fim a caixa descançava no solo por meio de tres parafusos, e podia abaixar-se, dando movimento a estes, até carregar a barra.

Com o apparelho assim disposto foi facil a Wertheim medir com todo o rigor a elastecidade em differentes temperaturas.

124.—**Leis da elasticidade de tracção.—Modulo de elasticidade.**—Representando por P a força que actua sobre uma peça prismatica para distendel-a; por c o comprimento primitivo d'esta; por Ω a area da sua secção e por a o seu alongamento total; a experiencia mostra que, emquanto não se excede o limite de elasticidade, o alongamento[1] é proporcional á força de tracção P, ao comprimento c e inversamente proporcional á secção Ω, isto é,

$$a = k \frac{P c}{\Omega}$$

A relação constante $\frac{1}{k}$ entre a força $\frac{P}{\Omega}$ por unidade de superficie e o alongamento $\frac{a}{c} = i$ por unidade de comprimento, representa-se por E e denomina-se *modulo* ou *coefficiente de elasticidade*, por ser propria para medir a elasticidade. A equação

$$E = \frac{P}{\Omega\, i}$$

considera-se *fundamental da sciencia da resistencia dos materiaes*. O valor de E determina-se experimentalmente conhecendo P e Ω e medindo i.

Fazendo na formula $\Omega = 1$ e $i = 1$, vem $E = P$; por conseguinte o modulo de elasticidade é a força ficticia de extensão capaz de produzir um alongamento unidade em uma barra de comprimento e secção eguaes a unidade; ou o peso capaz de duplicar o comprimento d'esta barra. Diz-se *ficticia*, porque se deduz da formula suppondo-a applicavel a qualquer alongamento, o que só se póde fazer dentro dos limites da elastecidade.

É claro que na formula deve exprimir-se Ω em centimetros quadrados ou em metros quadrados, etc., conforme o alongamento é expresso em centimetros ou em metros.

Wertheim concluiu das suas experiencias sobre os metaes que:

1.° O coefficiente de elasticidade não é constante para um mesmo metal; todas as circumstancias que augmentam a densidade fazem-no augmentar e reciprocamente;

[1] O alongamento nunca desapparece completamente quando cessa o esforço, e consta de duas partes: uma que presiste e que é muito pouco sensivel para cargas pequenas, denominada *alongamento permanente*; e outra que desapparece e que se denomina *alongamento elastico*. É a esta que nós referimos.

2.º O coefficiente de elasticidade diminue constantemente com a elevação de temperatura desde —15° até +100° em uma relação mais rapida do que aquella que se deduziria da dilatação correspondente. Fazem excepção o ferro e o aço, cujo coefficiente de elastecidade cresce com a temperatura até 100°.

125.—**II.—Elasticidade de compressão.**—Não se têem feito experiencias directas com o fim de conhecer os encurtamentos dos prismas sujeitos a exforços de compressão; porque seria preciso que taes primas fossem compridos e de pequena secção transversal, o que concorreria para os dobrar, sem se comprimirem sensivelmente; apesar d'isto diversas observações sobre a flexão têem mostrado que o coefficiente de elasticidade n'este caso póde ser o mesmo que no da tracção; de fórma que poderemos applicar, aos effeitos da compressão, as leis acima indicadas, que, assim, ficam referindo-se ao augmento ou diminuição do comprimento.

Assim o alongamento ou encurtamento i para unidade de comprimento, sob a carga P, é $\frac{P}{E}$: por tanto se é c o comprimento primitivo da barra, a formula seguinte dá o comprimento c' que ella daquire sob aquella carga, quer no caso de uma tracção, como no da compressão

$$c' = c\left(1 \pm \frac{P}{E}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (a)$$

tomando o signal + para o primeiro caso e o signal — para o segundo.

126.—**Mudança de volume durante a tracção e a compressão.**—A barra que se alonga sob um exforço de tracção diminue de secção, e o volume total augmenta e a densidade diminue, como se devia esperar, porque as moleculas afastam-se.

Não ha porém perfeito acordo entre a theoria e as experiencias de varios physicos acerca da relação entre o alongamento de unidade de comprimento e o augmento de unidade de volume. Admittiremos que esta relação é de 3 : 1, como concluiu Wertheim das suas experiencias, não obstante dos calculos de Poisson e das experiencias de Cagniard de Latour resultar o valor de 2 : 1.

A compressão deve dar um resultado identico, isto é, uma diminuição de volume egual a um terço da diminuição de comprimento. Por conseguinte a formula seguinte dá o valor do volume

v' que adquire a barra traida ou comprimida pela carga P no sentido do seu comprimento:

$$v' = v\left(1 \pm \frac{1}{3}\,i\right) = v\left(1 \pm \frac{1}{3}\frac{P}{E}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots (b)$$

127.—**Compressibilidade cubica.**—No caso em que a barra é egualmente comprimida em todos os pontos da sua superficie, conclue-se das experiencias de Wertheim que o coefficiente de compressibilidade cubica é egual ao de compressibilidade linear; por tanto a formula que liga os volumes v e v' que a barra tem antes e durante a compressão é

$$v' = v\left(1 - \frac{P}{E}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (c)$$

Dos calculos de Poisson conclue-se que o coefficiente de compressibilidade cubica é $\frac{3}{2}$ do coefficiente de compressibilidade linear.

128.—**III.—Elasticidade de flexão.**—Supponhamos que se fixa horisontalmente por um dos extremos uma barra prismatica e que se carrega no outro extremo com um peso: a barra dobra-se e toma uma curvatura para a qual ha equilibrio entre esta carga e a reacção da barra. Retirando a carga, observa-se, dentro de certos limites, que a barra toma a posição primitiva, depois de oscillar para um e outro lado. Isto é devido sem duvida á elasticidade de compressão e de tracção; porque as camadas superiores augmentam de extensão, em quanto que as inferiores são comprimidas, e umas e outras reagem, não se tendo excedido o limite da elasticidade, e procuram as dimensões primitivas.

Entre as camadas distendidas e as comprimidas existe evidentemente uma que não muda de comprimento, não obstante mudar de fórma, como acontece a todas: essa camada denomina-se *camada de fibras neutras*.

Para medir o desvio que soffre a barra quando sobrecarregada, póde empregar-se um cathetometro, que se dirige para ella em quanto está horisontal e depois, quando se tem curvado: obtem-se d'este modo uma quantidade sensivelmente proporcional ao arco descripto, e que por tanto póde medir o desvio da barra.

Aproveita-se a elastecidade de flexão nos dynamometros, nas molas e nos barometros e manometros metallicos.

129.—**Leis da elasticidade de flexão.**—Designando por c o comprimento livre da barra; por l e e as dimensões da sua secção transversal, sendo a primeira horisontal e a segunda vertical; por P a carga e por δ o desvio ou a flexão, a theoria demonstra a formula seguinte, que a experiencia verifica

$$\delta = \frac{P\,c^3}{F\,l e^3}$$

D'esta formula concluem-se as leis seguintes: 1.ª *a flexão é proporcional á carga;* 2.ª *é proporcional ao cubo do comprimento;* 3.ª *inversamente proporcional á largura;* 4.ª *ao cubo da espessura;* 5.ª *e a um coefficiente que depende da substancia da barra.*

Fazendo na formula $\delta=1$; $c=1$; $l=1$ e $e=1$, vem $F=P$. Vê-se pois que o coefficiente F, denominado *coefficiente de elasticidade de flexão* é a carga capaz de produzir o desvio unidade n'uma barra prismatica de comprimento unidade e de secção quadrada egual a unidade.

Da 1.ª lei conclue-se que a barra abandonada á sua elasticidade executa oscillações isochronas; porque não obstante diminuir a amplitude d'estas, diminue tambem proporcionalmente a força que tende a levar a barra á posição de equilibrio, e é esta a condição do isochronismo, como se demonstra em mechanica De mais, temos uma prova d'este isochronismo na constancia da altura do som, que a barra dá quando as oscillações são muito rapidas.

130.—**IV.—Elasticidade de torsão.**—Para torcer um fio ou uma barra fixa-se-lhe um dos extremos e applica-se no outro um binario, constituido por duas forças eguaes e contrarias actuando n'um plano perpendicular ao eixo da peça. Fazendo isto as moleculas que estavam n'uma recta parallela a este eixo são obrigadas a tomar novas posições, em maiores distancias, distribuindo-se por uma curva helicoidal, e reagem tanto mais quanto maior é o desvio que soffrem, chegando a um certo ponto em que o binario da reacção eguala o primeiro. É por este motivo que qualquer d'elles recebe indistictamente a denominação de *binario de torsão*. O angulo de que se desvia qualquer molecula é o *angulo de torsão*, que se mede pelo arco descripto com o raio egual a um metro.

As experiencias feitas sobre a elasticidade de torsão teem por fim estabelecer uma relação entre o angulo de torsão e o binario de torsão. Consideraremos separadamente o caso dos fios muito finos e o das varas rigidas.

131.—**Leis da elasticidade de torsão dos fios.** —Coulomb verificou as leis mathematicas da torsão dos fios metallicos muito finos pelo *methodo das oscillações*, com o apparelho da fig. 42. Consta de um systema de suspensão com uma

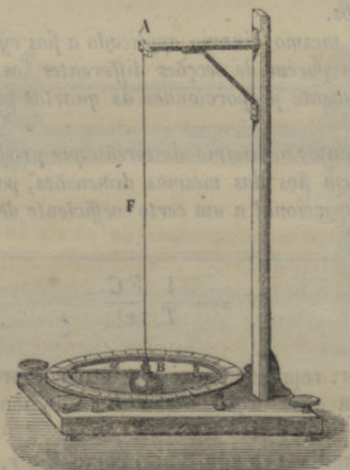


Fig. 42

pinça A para apertar um dos extremos dos fios F, os quaes se carregam com uma esphera B, da qual parte um ponteiro a, destinado a medir os angulos de torsão sobre um circulo graduado horisontal, cujo centro está na vertical do ponto A, ou no prolongamento do fio.

A lei capital que Coulomb verificou primeiramente foi a do isochronismo das oscillações, da qual se conclue a proporcionalidade entre o binario de torsão e o angulo de torsão. Reconhece-se o isochronismo procedendo de um modo identico ao que foi descripto no n.° 68: faz-se desviar a esphera B de uma certa quantidade e observa-se com um oculo distante a passagem do ponteiro a pela sua posição primitiva de equilibrio, e n'este momento põe-se em movimento o contador, o qual se pára depois de contar bastantes d'estas passagens: dividindo o tempo pelo numero d'estas obtem-se a duração de uma oscillação. Repetindo a mesma experiencia, porém para oscillações bastante differentes em amplitude, e isto quantas vezes se queira, reconhece-se que são isochronas.

Reunindo esta lei com as outras temos as seguintes:

1.ª—*O angulo de torsão é proporcional ao binario de torsão.*

2.ª—*Para o mesmo binario de torsão applicado a fios de comprimentos diversos, os angulos de torsão são proporcionaes aos comprimentos dos fios.*

3.ª—*Para o mesmo binario applicado a fios cylindricos do mesmo comprimento porém de secções differentes, os angulos de torsão são inversamente proporcionaes ás quartas potencias dos raios das secções.*

4.ª—Finalmente, *o binario de torsão que produz um certo angulo de torsão em fios das mesmas dimensões, porém de natureza differente, é proporcional a um certo coefficiente de torsão T.*

A formula

$$\alpha = \frac{1}{T}\,\frac{FC}{r^4}$$

reune estas leis: representando por C o comprimento dos fios; por r o raio da sua secção, e por F o momento do binario de torsão.

Fazendo α egual a unidade, assim como C e r, vem $F=T$; por conseguinte o coefficiente de torsão é o valor particular do momento do binario para o caso de torsão egual a unidade com um fio de comprimento e secção tambem unidade.

132.—**Torsão das varas rigidas.**—As leis do numero antecedente foram estabelecidas por Coulomb para os fios metallicos muito finos e cylindricos.

Para verificar estas leis nas vergas rigidas empregou Wertheim o apparelho representado na fig. 43: consta de um banco de ferro AB, tendo duas roscas de torno C e D: a primeira póde correr ao longo do banco e fixar-se em qualquer posição, e recebe um dos extremos da vara, que se deve apertar contra ella, de modo que não se desloca, o que se verifica por meio de um ponteiro vertical a, preso á vára. O outro extremo d'esta entra e aperta-se n'um eixo ôco E, o qual está ligado a uma roldana R, em cuja gola passam dois fios em sentidos contrarios. Estes fios teem um dos extremos ligados a pontos oppostos de um mesmo diametro, sendo o outro extremo de um ligado ao peso P, em quanto que

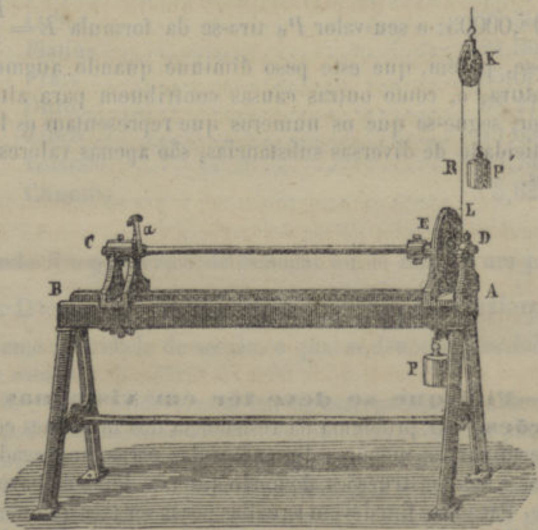


Fig. 43

o outro passa na roldana fixa K e prende-se depois ao outro peso egual P'. A acção d'estes dois pesos constitue o binario de torsão, cujo momento F é egual a $2Pa$, representando por a o raio da roldana. Em uma das faces d'esta está um circulo graduado para cujo zero aponta a alidade L antes da torsão. O desvio α d'esta alidade no fim d'esta, mede o angulo de torsão.

Das experiencias de Wertheim conclue-se que as leis de Coulomb não são applicaveis ás varas rigidas, e que apenas se podem considerar como leis limites de que os factos se aproximam tanto mais quanto menor é o angulo de torsão e maior a relação entre o comprimento das varas e a sua secção.

133.—**Limite de elasticidade.**—Entende-se por limite de elasticidade o menor exforço capaz de produzir alguma das seguintes alterações permanentes, alongamento, contracção, flexão e torsão.

Não ha apparelhos sufficientemente delicados que sirvam para determinar o seu valor: para determinar o limite de elasticidade de tracção convencionou-se considerar menor peso capaz de produzir alongamento permanente aquelle que, para unidade de comprimento e de secção, produz um alongamento permanente i_e de $0^m,00005$: o seu valor P_e tira-se da formula $E = \frac{P_e}{i_e}$.

Note-se, porém, que este peso diminue quando augmenta a temperatura, e, como outras causas contribuem para alterar o seu valor, segue-se que os numeros que representam os limites da elasticidade de diversas substancias, são apenas valores approximados.

III.—Resistencia á rotura

134.—**Fim que se deve ter em vista nas construcções.**—O problema da resistencia dos materiaes consiste em determinar as menores dimensões das peças empregadas nas machinas e nas construcções, de modo que não deixe de haver estabilidade. Para este fim devem aquellas peças ser taes que nenhuma parte d'ellas supporte acções de forças capazes de lhes alterar a elasticidade perfeita. De feito, se os exforços applicados a um corpo, e que tendem a distendel-o, comprimil-o ou curval-o, augmentam de modo a exceder o limite da elasticidade, a deformação torna-se permanente, e, com um pequeno accrescimo de carga ou com a demora da acção, mais tarde ou mais cedo produz-se a rotura.

A rotura manifesta-se em circumstancias muito diversas de um corpo para outro, e até no mesmo corpo. Assim a madeira racha muito facilmente com o machado no sentido das fibras, e muito difficilmente no sentido transversal.

135.—**Resistencia absoluta ou tenacidade.—Modulo de rotura.**—A resistencia que uma barra ou fio, de secção egual á unidade, oppõe á rotura pela tracção denomina-se *absoluta* ou *tenacidade*, e está sujeita ás leis seguintes:

1.ª *A minima carga que produz a rotura é independente do comprimento quando a substancia é homogenea;*

2.ª *É proporcional á secção.*

Os numeros seguintes representam em kilogrammas os valores das cargas de rotura para fios metallicos de dois millimetros de diametro:

Ferro	249,659
Cobre	137,399
Platina	124,690
Prata	85,062
Ouro	68,216
Zinco	49,690
Estanho	15,740
Chumbo	5,623

Sendo R o peso capaz de esmagar ou de romper um prisma de secção Ω temos $\frac{R}{\Omega} = P_r$, designando por P_r o exforço correspondente á unidade de secção, o qual se denomina *modulo* ou *carga de rotura*.

136.—Se considerarmos barras carregadas com o seu proprio peso podemos calcular o comprimento, que devem ter para se romperem, pela formula $P = C\,p$, na qual P é a carga de rotura, C o comprimento e p o peso especifico. Não é preciso considerar a secção, porque o peso e a resistencia á rotura lhe são proporcionaes. Acham-se assim em numeros redondos os comprimentos seguintes expressos em metros:

Ferro	550
Prata	263
Latão	160
Ouro	120
Estanho	30
Bismutho	22
Zinco	11
Chumbo	5

137.—É necessario conhecer o valor da tenacidade das differentes substancias, quando estas se devem empregar para supportar determinados exforços, como acontece na construcção das caldeiras para as machinas de vapor, nas pontes suspensas, etc.

138.—**Limite dos exforços permanentes.**—As substancias empregadas nas construcções, já por estarem expostas ao tempo, como a acções chimicas que alteram a sua composição, a oscillações e cargas accidentaes, etc., não devem supportar permanentemente exforços correspondentes ao limite de elasticidade; mas, segundo Poncelet, apenas metade d'estes exforços. Se não é possivel calcular o limite de elasticidade exprime-se a *resistencia permanente na carga de rotura* pela formula $P' = \frac{1}{m} P_r$, sendo m egual a 5, 10, 15, etc., conforme as circumstancias.

139. — **Resistencia relativa.** — A resistencia á rotura pela flexão denomina-se *relativa* e está submettida ás leis seguintes:

1.ª *A força necessaria para produzir a rotura é inversamente proporcional ao comprimento da barra;*

2.ª *É directamente proporcional á largura e ao quadrado da espessura, se a barra é rectangular, sendo esta dimensão parallela á direcção da força.*

Estas leis deduzem-se analyticamente e confirmam-se pela experiencia.

140.— **Consequencias das leis.—Curva de egual resistencia.**—Como consequencia das leis diremos que é sempre preferivel empregar barras de secção rectangular em logar de barras de secção quadrada equivalente, sempre que o lado maior do rectangulo fique parallelo á direcção do exforço exercido.

Podemos estabelecer mais, como consequencia da 1.ª lei, que supponde um prisma encastado por uma das extremidades e carregado na outra a resistencia opposta á rotura nas differentes secções é tanto maior quanto mais proximas estão da secção de encastramento; por conseguinte para não sobrecarregar as peças e para economisar material convém dar-lhes uma fórma tal que por toda a parte apresentem egual resistencia. Suppondo constante a largura, demonstra o calculo que a espessura deve variar de tal maneira, que a secção longitudinal da barra seja parabolica. Se a barra fixa no meio é carregada em ambas as extremidades deve apresentar aquella fórma de um e outro lado.

Teremos occasião de notar uma applicação d'isto nos balanceiros das machinas de vapor.

141.—**Resistencia dos cylindros ôcos e dos tubos em geral.**—Um cylindro ôco de paredes não mui delgadas resiste mais á flexão e a todos os exforços que um massiço de egual secção recta e da mesma substancia. Isto comprehende-se facilmente porque na primeira parte da resistencia é applicada a um braço de alavanca maior; e além d'isso como as moleculas collocadas perto do eixo não são sensivelmente desviadas é mais conveniente supprimil-as reunindo-as no exterior.

A natureza apresenta muitos factos que comprovam este principio; com effeito os orgãos dos animaes expostos a pressões externas, a choques, ao risco de rotura, são ôcos; são ôcos os ossos, as pennas das aves, etc. Na industria aproveita-se o principio na construcção das columnas, dos mastros e vergas dos navios, das pontes tuneis, etc.

142.—Resistencia transversa.—Denomina-se *resistencia transversa* a que oppõem os prismas aos exforços perpendiculares a qualquer das suas faces e que tendem a fractural-o transversalmente, ou segundo uma direcção parallela á direcção do exforço.

Fig. 44

É a resistencia transversa que se vence com as tesouras; um dos ramos d'estas *B*, fig. 44, sustenta a barra *ac* proximo da secção de rotura, e o outro *A* apoia-se junto d'esta mesma secção, mas do lado opposto.

CAPITULO III

Dos liquidos

I.—Compressibilidade e elasticidade dos liquidos

143.—Caracteres dos liquidos.— Os liquidos, em quanto se mantem constante a pressão sobre elles, conservam o seu volume; porém a sua forma é essencialmente variavel, porque em virtude da sua quasi nulla cohesão, as moleculas escorregam com muita facilidade umas sobre outras, e amoldam-se perfeitamente á fórma dos vasos.

Apesar d'isto ha sempre alguma adherencia entre as moleculas liquidas, como já dissemos (109), a qual oppõe uma certa difficuldade ao seu movimento, e que recebe o nome de *viscosidade*.

A viscosidade é muito pequena em alguns liquidos, como o ether e o alcool; e muito grande em outros, como o acido sulfurico, os oleos gordos, etc.

144.—Compressibilidade e elasticidade dos liquidos.—Durante muito tempo acreditou-se que os liquidos eram destituidos de compressibilidade; e por isso se denominaram *fluidos incompressiveis*, por opposição aos gazes que se chamaram *fluidos compressiveis*.

Hoje porém está plenamente demonstrada a *compressibilidade* dos liquidos, posto que muito pequena, e até a sua *elasticidade perfeita*; porque se reconhece sempre que depois de comprimidos, os liquidos retomam o seu volume primitivo, quando cessa o exforço de compressão.

Vamos dar noticia das principaes experiencias feitas para medir o *coefficiente de compressibilidade*, isto é, a diminuição de unidade de volume sob unidade de pressão. Os instrumentos empregados para este fim recebem a denominação generica de *piezometros*.

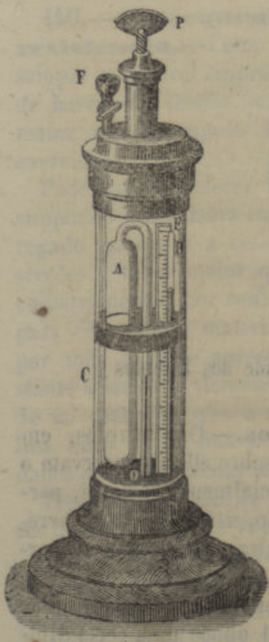


Fig. 45

145.—Piezometro de Œrested.—A fig. 45 representa o *piezometro de Œrested* aperfeiçoado por Despretz e Saigey. Consta de um cylindro de vidro de paredes muito fortes apoiado sobre uma base metallica e ligado superiormente a uma virola tambem metallica, que se póde fechar com uma tampa munida de um funil *F* e de um corpo de bomba com embolo de parafuso *P*. Dentro do vaso introduz-se um reservatorio de vidro *A* prolongado com um tubo capillar, que deve mergulhar n'um banho de mercurio *O;* e ao lado um thermometro, que não se vê na figura, e um manometro *B* de ar comprimido constituido por um tubo cheio d'ar, fechado superiormente e com o extremo inferior aberto no banho de mercurio.

O tubo capillar está dividido em partes de egual capacidade, que se precisa calcular, assim como a capacidade do reservatorio *A*. Isto faz-se da seguinte maneira geral: pesa-se o vaso; enche-se completamente de mercurio a zero de graus; torna-se a pesar e acha-se o augmento de peso p, que dividido pela densidade D do mercurio a zero dá o seu volume, ou a capacidade do vaso n'esta temperatura. Para calcular a capacidade de uma divisão introduz-se mais mercurio. que occupa por exemplo n divisões, e mede-se o augmento de peso do vaso p'; é claro que aquella capacidade é egual a $\frac{p'}{D n}$.

Para medir a compressibilidade de um liquido, agua, por exemplo, enche-se o vaso e o tubo d'este liquido e mette-se dentro do cylindro C, no fundo do qual existe mercurio; fecha-se o cylindro e enche-se de agua, que se deita pelo funil F. Exerce-se uma forte pressão com o parafuso P, e nota-se a divisão a que sóbe o mercurio no tubo capillar e no manometro, depois de deixar resfriar o liquido que aqueceu pela compressão, até que o thermometro desça á sua posição primitiva. Representando por V a capacidade do reservatorio A; por v a de cada divisão do tubo, por n o numero de divisões de que diminuiu o volume, e por P a pressão, o coefficiente de compressibilidade é $\frac{nv}{VP}$. Œrested achou para a agua o coefficiente egual a 46 millionesimas; e admittiu que este numero representava a compressibilidade real, porque suppoz que o reservatorio conservava um volume constante, em consequencia de soffrer a mesma pressão por fóra e por dentro. Isto não é verdade, o reservatorio diminue de volume, tanto quanto o faria uma massa de vidro que o enchesse; de sorte que aquelle resultado representa apenas o *coefficiente de compressibilidade apparente*.

146.—**Experiencias de Colladon e Sturm.**—Colladon e Sturm, repetindo as experiencias de Œrested, não só modificaram o apparelho, mas attenderam de algum modo á compressibilidade do vidro. O piezometro foi disposto horisontalmente, e mettido n'um reservatorio com agua, a fim de se manter constante a temperatura: a pressão foi medida por um manometro bem graduado e comprido, collocado fóra do piezometro. Para fazerem a correcção da compressibilidade do vidro, determinaram a compressibilidade linear de uma vareta cylindrica d'esta substancia, que acharam egual a 0,0000011; e admittindo que a vareta não mudava de secção concluiram que a compressibilidade cubica era o triplo d'aquella, isto é, 0,0000033. Estabeleceram por tanto que para corrigir os resultados das experiencias era preciso juntar-lhe este numero. Depois dos trabalhos d'estes physicos os calculos de Poisson estabeleceram a relação de $\frac{3}{2}$ entre as duas compressibilidades cubica e linear (127); de sorte que a correcção segundo elles deve ser de 0,0000016. As experiencias de Wertheim porém mostram que a relação é de unidade; por tanto que aquella correcção deve ser de 0,0000011.

As duvidas que a este respeito se apresentam, e a circumstancia de em alguns casos o resultado das esperiencias ser inferior á correcção, assim como a de poder ser differente a compressibilidade de um cylindro de vidro da do vaso piezometrico, que póde ter densidade, composição e qualidade differente, fazem perder a confiança no methodo de Colladon e Sturm.

147.—**Experiencias de Regnault.**—Para evitar estas duvidas Regnault modificou o apparelho por fórma que podesse medir ao mesmo tempo a compressibilidade do liquido e do vaso.

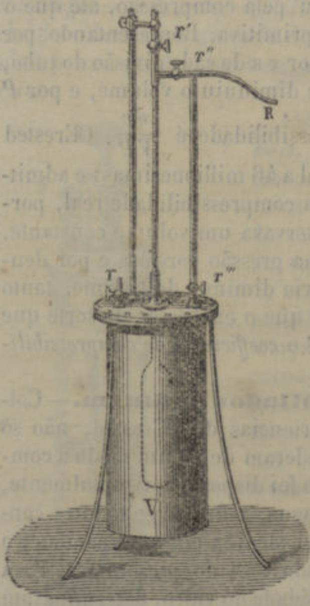


Fig. 46

Deu ao vaso piezometrico uma figura geometrica exacta; era por exemplo, espherico ou cylindrico de bases hemisphericas, e terminando por um longo tubo perfeitamente calibrado e graduado, fig. 46.

O instrumento foi introduzido em um cylindro de cobre cheio de agua, com a tampa perfeitamente ajustada e munida de 3 orificios, um destinado a deixar passar o tubo piezometrico, outro munido de uma torneira *r*, que serve para estabelecer communicação do interior do cylindro com a atmosphera; finalmente do terceiro parte um tubo que vae ligar-se ao tubo de piezometro e que está em communicação com um reservatorio de ar comprimido: tem este tubo duas torneiras r'', r''' com o fim de porem alternada ou simultaneamente em communicação com este reservatorio o cylindro de cobre e o interior do piezometro. Ha ainda uma quarta torneira r' na extremidade do tubo d'este e que permitte pol-o em communicação com a atmosphera. O cylindro de cobre mergulha-se tambem n'uma tina com agua para evitar as variações da temperatura.

Com o apparelho assim disposto é possivel, por tanto, exercer uma pressão interna, uma pressão externa, ou simultaneamente uma pressão interna e externa, e notar em todos os casos a elevação ou diminuição da columna do piezometro. Para fazer a experiencia procede-se da maneira seguinte:

1.º—Abrem-se as torneiras r e r' e fecham-se as r'' e r''', para que a pressão atmospherica p actue interior e exteriormente ao piezometro, e nota-se a posição do nivel do liquido no tubo: seja n o numero de divisões indicadas.

2.º—Abre-se a torneira r''' e fecha-se r, para que a pressão P do ar contido no reservatorio se exerça exteriormente, conservando-se o interior do piezometro á pressão p: o nivel elevar-se-ha até n', e $n'—n$ representará a diminuição de capacidade do piezometro sob a pressão $P—p$.

3.º—Abre-se r'' e fecha-se r', para que a pressão P se exerça dentro e fóra do piezometro: o nivel baixa a n'', e $n—n''$ representa a compressibilidade apparente do liquido.

4.º—Fecha-se r''' e abre-se r, para que a pressão P se exerça só no interior do piezometro: o nivel baixa a n''', e $n—n'''$ representa a compressibilidade do liquido e a distensão do piezometro submettido apenas á pressão interna $P—p$.

Com estes dados e recorrendo ás fórmulas de Lamé, fundadas sobre hypotheses relativas ao estado molecular dos solidos, Regnault determinou a compressibilidade absoluta da agua, do cobre, do latão e do vidro, formando successivamente o reservatorio do piezometro com estas trez ultimas substancias, sendo espherico para as duas primeiras e cylindrico para a ultima.

Os coefficientes de compressibilidade achados para a agua são os seguintes:

Em reservatorio de cobre	0,000047709
Em reservatorio de latão	0,000048288
Em reservatorio de vidro	0,000046677

148. — **Experiencias de Grassi.** — Os trabalhos descriptos foram feitos só com a agua e á temperatura ordinaria: além d'isso basearam-se nas formulas de Lamé, cuja exactidão foi contestada por Wertheim.

Servindo-se das novas formulas d'este e aproveitando os trabalhos e o apparelho de Regnault, Grassi determinou a compressibilidade de muitos outros liquidos em diversas temperaturas, que obteve fazendo aquecer ou resfriar a agua do vaso em que está contido o piezometro.

D'este modo reconheceu que a compressibilidade da agua é proporcional á pressão e diminue quando a temperatura augmenta; em quanto que a compressibilidade do ether, do alcool e do chloroformio augmenta com a temperatura e tambem sensivelmente com a pressão.

De todos os liquidos experimentados o ether é o mais compressivel e o mercurio o menos.

II.—Equilibrio dos liquidos

149.—**Hydrostatica.**—Dá-se este nome á sciencia que trata das condições de equilibrio dos fluidos, e das pressões que elles exercem sobre si mesmos, e sobre as paredes dos vasos que os conteem.

A palavra designa propriamente a *estatica da agua*, ou a sciencia do equilibrio das aguas; porém applica-se hoje ao equilibrio de todos os fluidos —liquidos e gazes— apesar de se empregar tambem a palavra *pneumostatica* para designar o equilibrio d'estes ultimos.

150.—**Principio de Pascal.—Equilibrio dos liquidos sem peso.**—Abstrahindo da viscosidade dos liquidos, isto é, admittindo completa mobilidade das moleculas, e suppondo os liquidos subtraidos á acção da gravidade, e abandonados apenas ás suas acções interiores, conclue-se evidentemente que elles, tomando a fórma dos vasos em que se introduzem, manteem-se de modo que as suas moleculas ficam a distancias eguaes em todos os sentidos em torno de qualquer ponto, apresentando as mesmas propriedades em todos elles; e que se por qualquer circumstancia se faz variar aquella distancia, as moleculas reagem para as readquirirem, desenvolvendo forças elasticas eguaes em todas as direcções e em todos os pontos.

Assim, imaginando um liquido sem peso fechado por um envolucro solido, uma pressão exercida em uma porção d'este fará aproximar as moleculas, que tomarão novas distancias, ainda eguaes em todos os sentidos; porém reagirão, para tomarem as distancias primitivas desenvolvendo uma repulsão elastica, a qual se exerce egualmente sobre a parede. Esta dilatando-se reage tambem para conservar o liquido comprimido; de sorte que tanto este como o vaso estão no estado de *tensão*.

Para haver equilibrio é preciso que, a repulsão reciproca entre as moleculas liquidas, seja egual em todos os sentidos, sobre todos os elementos eguaes que se consideram tanto no interior do liquido, como sobre as paredes. Esta repulsão é que se denomina *pressão do liquido* sobre o elemento considerado: e n'isto consiste o *Principio de Pascal* ou *da egualdade de pressão*.

Se considerarmos um vaso cheio de um liquido, e em um ponto da parede exercermos uma pressão P por meio de um embolo de superficie S; e se em outro ponto abrirmos um orificio egual a esta superficie, e n'elle collocarmos outro embolo, é claro que para manter o equilibrio deveremos applicar-lhe uma força egual a P: se o segundo embolo tiver uma superficie $2S$, $3S$, etc., a força empregada para evitar o seu deslocamento deverá ser $2P$, $3P$, etc. Assim, a pressão exercida sobre uma porção plana da superficie de um liquido transmitte-se com egual intensidade sobre cada porção egual de superficie: n'isto consiste o *principio da egual transmissão das pressões*, e é d'este modo que Pascal o enunciou.

Em geral, sendo P a pressão exercida sobre um liquido por um embolo de superficie S, cada unidade d'esta transmittirá a pressão $\frac{P}{S}$, que será recebida por inteiro sobre cada unidade de superficie da parede: por conseguinte se abrirmos orificios de secções S', S'', etc., e os fecharmos com embolos, deveremos para manter o equilibrio applicar-lhes forças P', P'', etc., respectivamente eguaes a $S'\frac{P}{S}$, $S''\frac{P}{S}$, etc.: logo $P'=S'\frac{P}{S}$, $P''=S''\frac{P}{S}$, etc.,

isto é,

$$\frac{P}{S}=\frac{P'}{S'}=\frac{P''}{S''}=\text{etc.}$$

o que demonstra que *as pressões são proporcionaes ás superficies*.

O principio seguinte estabelecido por Archimedes (*p.* 127): *para que um liquido esteja em equilibrio é necessario e sufficiente que cada molecula seja egualmente premida em todos os sentidos*, considera-se hoje como consequencia do principio que Pascal apresentou muitos seculos depois.

151.—A *prensa hydraulica* (*p.* 121) é, como se sabe, uma applicação muito importante do principio, da egual transmissão das pressões.

152.—**Principio fundamental do equilibrio dos liquidos pesados.**—A gravidade, actuando sobre as moleculas liquidas, faz nascer pressões particulares, que modificam o seu estado de equilibrio, sem contudo destruir as suas propriedades fundamentaes: assim, a pressão deixa de ser a mesma em todos os pontos, porém conserva-se constante em todos os sentidos no mesmo ponto, sobre uma superficie muito pequena, e o principio da egual transmissão das pressões ainda é applicavel; porém attendendo á gravidade chega-se a resultados particulares, que vamos mencionar, começando pelo seguinte, que é considerado o *principio fundamental do equilibrio dos liquidos pesados: Em um liquido pesado, em equilibrio, todos os pontos de uma camada horisontal teem a mesma pressão.*

Para demonstrar este principio consideremos dois pontos A e B da mesma camada horisontal, e imaginemos que elles são os centros de dois pequenos circulos eguaes, verticaes e parallelos, os quaes podemos suppor bazes de um cylindro liquido. Este cylindro está em equilibrio, porque por hypothese o está todo o liquido; por tanto as pressões exercidas na direcção do seu eixo pelo liquido exterior devem ser eguaes e contrarias, porque as outras pressões perpendiculares ás geratrizes não podem influir sobre o equilibrio no sentido horisontal. Assim, os pontos A e B teem n'um certo sentido a mesma pressão: logo teem-na em todos, porque, em virtude do principio de Pascal, a pressão em cada ponto é a mesma em todos os sentidos.

Este raciocinio é independente da natureza do liquido; por conseguinte o principio fundamental do equilibrio é applicavel a qualquer massa liquida, quer seja homogenea, quer seja composta de differentes liquidos sobrepostos.

153.—Generalisando o principio do numero antecedente, e applicando um raciocinio identico a um liquido submettido á acção de quaesquer forças, conclue-se que para haver equilibrio deve ser constante a pressão em todos os pontos de uma camada perpendicular á sua resultante.

154.—**Variação da pressão com a profundidade.** —*A pressão em um elemento plano qualquer é egual á pressão em outro egual, superior ou inferior, augmentada ou diminuida do peso do cylindro liquido, que tem por base aquelle elemento e por altura a differença de nivel entre ambos.*

Para demonstrarmos este principio, começaremos por considerar dois elementos m, m', fig. 47, collocados na mesma vertical: é claro que o elemento inferior m recebe além da pressão transmittida ao elemento m' todo o peso do cylindro liquido mm': se os elementos fossem m' e m'' chegariamos ao mesmo resultado substituindo o segundo por m, collocado na vertical do primeiro e na horisontal do segundo, e como todos os pontos da mesma camada horisontal teem a mesma pressão, o que concluimos para m é applicavel a m''.

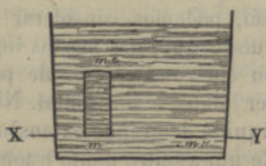


Fig. 47

Este principio é, de mais, de mui facil demonstracção experimental.

Representando por s a area do elemento plano, por h a differença de nivel entre os dois e por d a densidade do liquido, a differença das pressões é representada por shd.

155.— Superficies de nivel.— Superficie livre dos liquidos.— Em um fluido dá-se o nome de *camadas* ou *superficies de nivel* ás camadas da mesma pressão: assim, n'um liquido submettido apenas á acção da gravidade, as superficies de nivel são horisontaes; n'um liquido submettido a quaesquer forças, as superficies de nivel são perpendiculares á resultante d'estas forças.

A superficie livre de um liquido em equilibrio é uma superficie de nivel, porque todos os seus pontos teem a mesma pressão; por tanto essa superficie deve ser em cada ponto perpendicular á direcção da resultante das forças que actuam o liquido: se este está submettido apenas á acção da gravidade, a superficie livre é horisontal.

Se dermos movimento de rotação a um vaso com agua, notaremos que a superficie do liquido torna-se concava, e tanto mais quanto maior fôr a velocidade da rotação. Isto é devido a que, n'este caso, o liquido está submettido á acção da gravidade e da força centrifuga, e que a resultante d'estas forças é obliqua, o que obriga a superficie a tornar-se concava para lhe ser normal.

A fórma da terra explica-se por este modo. Se ella estivesse submettida apenas ás attracções mutuas das suas moleculas ficaria espherica; porém como estava tambem submettida á acção da força centrifuga, proveniente do seu movimento de rotação, adquiriu, quando fluida, uma fórma que é, em cada ponto, normal á resultante das duas forças.

156.—**Nivel dos mares.**—Como, n'uma pequena extensão, podemos considerar parallelas as differentes verticaes, segue-se que, nas massas liquidas em equilibrio contidas em vasos ou em reservatorios de pequena secção, a superficie livre deve ser plana e horisontal. Não succede o mesmo n'uma superficie liquida de grande extensão, como a dos mares, cuja direcção muda de um a outro ponto e toma a fórma sensivelmente espherica.

As aguas dos mares estão em continuo movimento de subida e descida, constituindo o phenomeno das *marés;* o *nivel dos mares* é uma superficie media entre o preamar e o baixamar.

Sempre que não dissermos o contrario supporemos que os liquidos estão submettidos apenas á acção da gravidade.

157.—**Liquidos sobrepostos.**—Para que se dê o equilibrio entre liquidos heterogeneos contidos no mesmo vaso, suppondo que elles não exercem acção chimica nem dissolvente uns sobre os outros, é preciso que as superficies de separação sejam horisontaes; porque só assim é constante a pressão em todos os pontos de qualquer camada horisontal.

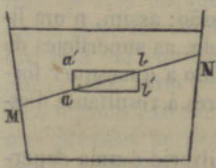


Fig. 48

De feito, suppondo que a superficie *MN*, fig. 48, de separação de dois liquidos, agua e mercurio, por ex., é inclinada; conduzindo as horisontaes e verticaes por quaesquer dois dos seus pontos *a* e *b*, vemos que a pressão em *b* é egual á pressão em *a'*; porém a pressão em *a* é egual á pressão em *a'* augmentada do peso da columna d'agua *aa'*; em quanto que a pressão em *b'* é egual á pressão em *b* mais o peso da columna de mercurio *bb'*: como as duas columnas *aa'* e *bb'* teem a mesma altura e densidades differentes, conclue-se que a pressão nos pontos *a* e *b'*, de nivel, não é a mesma, o que é contrario ao principio fundamental do equilibrio (152).

Para que o equilibrio seja estavel, é preciso mais que os liquidos se disponham pela ordem das suas densidades decrescentes debaixo para cima. Esta disposição dos liquidos faz-se em virtude do principio de Archimedes (*p.* 139), do mesmo modo que um solido, mergulhado n'um liquido mais ou menos denso que elle, fluctua ou se precipita no fundo do vaso. Assim deitando n'um tubo agua, azeite e mercurio, agitando-o para misturar estes liquidos e deixando-o depois em repouso, vê-se no fim de algum tempo o mercurio no fundo tendo por cima agua, e esta coberta com o azeite; e isto porque em quanto as particulas do mercurio estão misturadas na parte superior com os outros liquidos soffrem uma impulsão inferior ao seu peso e precipitam-se, em quanto que as particulas dos outros liquidos situadas em baixo são impellidas para a parte superior, pela razão contraria: o equilibrio só póde ter logar quando os liquidos se teem completamente separado, pela ordem das suas densidades, e com superficies de separação horisontaes.

158.—O que dizemos no numero antecedente suppõe evidentemente que os liquidos não podem misturar-se; porque de outro modo manifesta-se a *diffusão* (111), que se observa, por ex., deitando com muito cuidado alcool córado de vermelho sobre agua pura: nas camadas em contacto reconhece-se em pouco tempo a mistura dos dois liquidos, não obstante estar na parte inferior o mais denso. Observa-se um phenomeno identico na embocadura dos rios: a agua doce d'estes constitue uma camada sobre a agua salgada do mar, cuja base é em parte misturada com esta.

159.—**Pressão sobre o fundo dos vasos.**—A pressão que um liquido exerce sobre uma superficie horisontal s é evidentemente egual ao peso de um cylindro liquido, que tem por base esta superficie e por altura a distancia que a separa da superficie livre do liquido: a sua expressão é shd, sendo d a densidade d'este liquido e h a distancia mencionada.

A pressão de um liquido sobre o fundo horisontal do vaso, que o contém, é, por conseguinte, egual ao peso de uma columna liquida, cuja base é o fundo do vaso e cuja altura é a sua distancia á superficie livre do liquido. Esta pressão é pois independente da fórma dos vasos e da quantidade de liquido, e só dependente da superficie do fundo e da altura d'este. Demonstra-se este principio, como se sabe (*p.* 123), com o apparelho de Haldat, ou com o de Pascal aperfeiçoado por Masson. N'este ultimo a pressão do liquido contido nos diversos vasos é exercida sobre um disco metallico suspenso a um dos extremos do travessão de uma balança, e equilibrada por pesos collocados no outro extremo.

Nos vasos cylindricos a pressão exercida no fundo é por tanto egual ao peso do liquido; nos vasos alargados para a parte superior é menor, e nos adelgaçados é maior. A confusão entre aquella pressão e o peso do liquido deu logar ao celebre *paradoxo hydrostatico.*

160.—**Pressão vertical de baixo para cima.**—Como a pressão, que se exerce n'um ponto de qualquer massa liquida, se transmitte em todos os sentidos com a mesma intensidade, segue-se que uma superficie horisontal deve experimentar inferiormente uma pressão de baixo para cima egual á que soffreria de cima para baixo, se o liquido actuasse em sentido contrario.

Assim, *a pressão exercida por um liquido de baixo para cima é egual ao peso de um cylindro liquido, que tem por base a superficie horisontal premida e por altura a sua distancia á superficie livre do liquido.*

Demonstra-se experimentalmente este principio com um tubo aberto em ambas as extremidades, cuja base inferior se tapa com um disco sustentado por um fio, e que se introduz em agua: deitando-lhe este liquido na parte interior, reconhece-se que o disco só cae quando o nivel interior coincide sensivelmente com o nivel exterior.

161.—**Pressão lateral.**—*A pressão exercida por um liquido sobre uma porção plana da superficie lateral de um vaso é egual ao peso de uma columna liquida, que tem por base a superficie premida, e por altura a distancia do seu centro de gravidade á superficie livre do liquido.*

Fig. 49

Consideremos a superficie *ab*, fig. 49; a pressão no ponto *a* é a pressão da camada horisontal *aa′*, isto é, o peso do filete liquido *am*, cuja altura é a distancia d'aquelle ponto á superficie livre do liquido: as pressões nos outros pontos comprehendidos entre *a* e *b* crescem com a distancia que os separa d'esta superficie; e como as pressões são normaes á parede, fazendo *am′* egual a *am* e *bn′* egual a *bn*, é claro que a pressão total sobre a superficie *ab* é representada pelo peso da columna liquida *am′n′b*, a qual é evidentemente equivalente á columna cylindrica de base *ab* e de altura egual á media das alturas *am′* e *bn′*: esta media *gp′* egual a *gp* corresponde ao centro de gravidade *g* da superficie premida, o que demonstra o principio, que Pascal verificou experimentalmente com uma machina apropriada.

Demonstra-se em mechanica que o principio é geral, e que se applica a qualquer superficie plana ou curva.

O ponto de applicação da pressão lateral denomina-se *centro de pressão*, e fica sempre um pouco abaixo do centro de gravidade da superficie premida; porque as pressões parciaes, que formam a pressão total, augmentam com a profundidade.

162.—**Paradoxo hydrostatico.**—Vimos que a pressão de um liquido no fundo de um vaso póde ser maior ou menor que o peso do liquido; comtudo, em todos os casos, qualquer que seja a fórma dos vasos, pesando estes acha-se um peso egual ao peso do liquido augmentado do peso do vaso. Isto explica-se perfeitamente, notando que sendo solidarias as paredes do vaso, transmitte-se á balança não só a pressão que o liquido exerce no fundo, mas as componentes verticaes das pressões exercidas nas paredes lateraes. Se o vaso é alargado estas componentes são dirigidas para baixo, se é adelgaçado são dirigidas para cima, de modo que a resultante de todas as pressões verticaes exercidas pelo liquido é egual ao peso d'este. As componentes horisontaes das pressões lateraes destroem-se mutuamente duas a duas, sem que, bem entendido, deixem de exercer um esforço que tende a quebrar e a desjunctar as paredes do vaso.

163.—**Equilibrio dos liquidos em vasos communicantes.**—Para que haja equilibrio entre os liquidos contidos em vasos communicantes, é preciso e basta que as pressões transmittidas por elles ao tubo de communicação sejam taes que, em todos os pontos de qualquer camada horisontal d'este tubo, haja a mesma pressão. Se os liquidos são da mesma densidade, isto só tem logar elevando-se á mesma altura nos vasos.

Se os liquidos são de densidades differentes, se são por ex., mercurio e agua, é claro que o primeiro enche o tubo de communicação e eleva-se n'um dos vasos, em quanto que o segundo fica sobre elle no outro vaso. Seja por ex. MN, fig. 50, a superficie de separação dos liquidos de densidades d e d' e h, h' as alturas a que sobem sobre esta superficie. Para haver egualdade de pressão n'uma camada horisontal XY deve ser

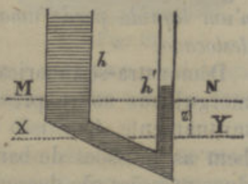


Fig. 50

$$(h'+z)d'=hd+d'z, \text{ isto é, } hd=h'd'.$$

Assim, n'este caso os liquidos devem elevar-se sobre a superficie de separação a alturas inversamente proporcionaes ás suas densidades.

Estes resultados são conhecidos (*p.* 131 e 132), e verificam-se facilmente pela experiencia.

Suppondo que em cada vaso ha muitos liquidos, é claro que além das condições mencionadas no n.º 157 deve haver a relação seguinte entre as alturas h, h', h'', etc., e as densidades d, d', d'' dos liquidos de um vaso, e as alturas $h_{,}$, $h_{,}'$, $h_{,}''$, e as densidades $d_{,}$, $d_{,}'$, $d_{,}''$, dos liquidos do outro vaso

$$hd+h'd'+h''d''+\ldots=h_{,}d_{,}+h_{,}'d_{,}'+h_{,}''d_{,}''+\ldots$$

III.—Equilibrio dos corpos mergulhados e fluctuantes nos liquidos

164.—**Principio de Archimedes.**—Um corpo mergulhado n'um liquido soffre em todos os pontos pressões eguaes ás pressões do liquido nas camadas horisontaes d'esses pontos: a sua resultante é uma força vertical actuando de baixo para cima, egual ao peso do liquido deslocado; denomina-se *impulsão do liquido* e é directamente opposta á gravidade. D'aqui vem o principio seguinte descoberto por Archimedes: *um corpo mergulhado n'um liquido perde uma parte do seu peso egual ao peso do liquido deslocado.*

Demonstra-se theoricamente este principio notando que o corpo mergulhado soffre pressões lateraes do liquido, que se destroem mutuamente, (por isso não caminha lateralmente); e soffre tambem as pressões de baixo para cima e de cima para baixo: estas duas pressões são deseguaes, e a primeira é maior que a segunda de uma quantidade egual ao peso do liquido deslocado pelo corpo; este é por tanto o valor da resultante de todas as pressões que o corpo soffre, e como é contraria a gravidade, diz-se que o corpo perde aquelle peso.

Para fixar as idéas costuma-se considerar um cubo mergulhado, tendo quatro faces verticaes e duas horisontaes, fig. 51: é claro que as pressões sobre duas faces verticaes oppostas são eguaes e contrarias (161); a pressão de cima para baixo sobre a face horisontal superior é egual ao peso do parallelipipedo rectangulo de base cd e de altura bc, em quanto que a pressão de baixo para cima sobre a face horisontal inferior é egual ao peso do paralle-

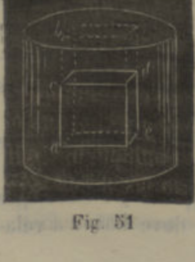


Fig. 51

lipipedo de base *ae* e altura *ab*: e a differença entre estas duas pressões é evidentemente o peso do cubo de liquido *ad*, isto é, do volume de liquido deslocado pelo corpo.

Costuma-se demonstrar experimentalmente este principio da maneira seguinte: suspende-se a um dos pratos da balança hydrostatica um cylindro ôco e a este um massiço de volume egual á capacidade do primeiro; tara-se a balança e depois faz-se mergulhar o segundo cylindro em agua; a balança desequilibra-se denunciando uma perda de peso do lado dos cylindros, e retoma a posição horisontal enchendo d'agua o cylindro ôco.

165.—**Corpos fluctuantes.**—Se o corpo mergulhado no liquido é menos denso do que este, a impulsão é maior que o seu peso e obriga o corpo a subir até que as duas forças se equilibrem, isto é, até que o corpo desloque um volume do liquido cujo peso seja egual ao seu. Verifica-se esta condição dos corpos fluctuantes com um vaso de vidro *V*, fig. 52, posto em communicação com um tubo *b* e tendo uma torneira *r*. Deitando agua no vaso até uma altura *a* marcada por um cursor do tubo *b*, e mergulhando n'ella uma esphera de latão, vê-se que o nivel sobe; porém fazendo sair o liquido pela torneira *r* até que o nivel desça a *a*, é claro que se obtem o volume de liquido que o corpo desloca. Pesando-o acha-se um peso egual ao d'este.

Fig. 52

166.—**Centro de impulsão.**—Dá-se este nome ao centro de gravidade do liquido deslocado por um corpo; porque é n'esse ponto que actua a *impulsão* do liquido.

167.—**Condições de equilibrio dos corpos mergulhados e fluctuantes.**—São duas as condições de equilibrio dos corpos mergulhados e fluctuantes: 1.ª *é preciso que estes corpos desloquem um peso de liquido egual ao seu*[1]; 2.ª *que o seu centro de gravidade e o de impulsão estejam na mesma vertical.*

[1] Ha factos que parecem estar em contradicção com este principio. Assim um fio de platina fluctua sobre o mercurio, que é menos denso que elle, e as agulhas d'aço podem fluctuar na agua. Explica-se este phenomeno pela depressão do liquido junto do corpo fluctuante não molhado, a qual faz o mesmo effeito que augmentar o volume do liquido deslocado pelo corpo.

É por um phenomeno semelhante que alguns insectos caminham so-

A primeira condição é consequencia do principio de Archimedes; em quanto ella não se realisa o corpo desce ou sobe, cedendo á maior das duas forças oppostas a que está submettido, o seu peso e a impulsão do liquido. Não tendo logar a segunda condição estas forças constituem um binario, que faz girar o corpo até que os seus pontos de applicação estejam na mesma vertical.

168.—**Estabilidade do equilibrio.—Metacentro.** —Em um corpo homogeneo completamente mergulhado o centro de gravidade confunde-se com o de impulsão; por conseguinte o equilibrio tem logar em qualquer posição, isto é, é *indifferente*. Se o corpo mergulhado não é homogeneo, o equilibrio é *estavel* estando o centro de gravidade abaixo do centro de impulsão; porque desviando-se um pouco d'esta posição, as forças applicadas n'estes pontos constituem um binario, que leva o corpo á posição primitiva; em quanto que estando o centro de gravidade na parte superior, o equilibrio é *instantaneo* ou *instavel*, porque o binario de que fallámos faz voltar o corpo, levando o centro de gravidade para a parte inferior.

Nos corpos fluctuantes isto não é assim; de feito elles teem quasi sempre o centro de gravidade acima do de impulsão, e nós vemos que se manteem em equilibrio estavel. Isto resulta de que sendo geralmente fixa a posição do centro de gravidade, a do centro de impulsão muda com as posições do corpo, porque muda a fórma do volume do liquido deslocado; póde acontecer por tanto, que não obstante a posição elevada do centro de gravidade, o binario faça retomar o corpo a posição primitiva, quando se desvia um pouco.

Seja, por ex., o corpo A, fig. 53, e g e i os centros de gravidade e de impulsão na linha XY: se elle tem uma configuração tal e está disposto de modo que nas posições B, por ex., a vertical do centro de impulsão encontra a recta XY n'um ponto m superior ao centro de gravidade, o equilibrio é estavel; porque o binario a que está submettido leva o corpo á posição primitiva. Se acontecesse o contrario, como se vê em C, o equilibrio seria evidentemente instantaneo.

O ponto m denomina-se *metacentro* e póde definir-se: *o ponto de encontro da recta que passa pelos centros de gravidade e de impulsão na posição de equilibrio, com a vertical do novo centro de*

as aguas sem se molharem; porque uma substancia gorda das suas patas determina a depressão, que importa uma maior deslocação de volume.

impulsão correspondente ás posições que o corpo toma quando se desvia um pouco d'aquella.

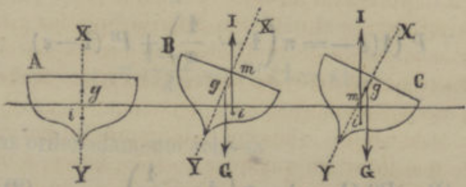


Fig. 53

Assim, a condição da estabilidade do equilibrio dos corpos fluctuantes é que o seu centro de gravidade seja inferior ao *metacentro*.

IV.—Determinação da densidade dos solidos e dos liquidos

169.—**Methodos geraes.**—Dissemos que a *densidade* de um corpo é a relação dos pesos de eguaes volumes do corpo e da agua a 4°: a densidade é, por conseguinte, variavel com a temperatura; e como a agua não está a 4°, é preciso fazer correcções, que serão indicadas mais tarde, e de que abstraimos por agora.

São tres os methodos geraes empregados na determinação da densidade dos solidos e liquidos, a saber: 1.° *methodo da balança hydrostatica;* 2.° *methodo do frasco;* 3.° *methodo dos areometros.*

170.—**I.—Methodo da balança hydrostatica.**—
I.—CORPOS SOLIDOS.—Suspende-se o corpo por um fio a um dos pratos da balança, e tara-se com chumbo ou areia; depois substitue-se o corpo por pesos padrões P e será (106)

$$P\,(1-\varepsilon)=\pi\left(1-\frac{p}{x}\right)\ldots\ldots\ldots\ldots\;(1)$$

designando por π o peso do corpo e por x a sua densidade. Mergulhando o corpo na agua, cuja densidade supporemos egual

a

1, o seu peso torna-se $\pi\left(1-\frac{1}{x}\right)$ e restabelece-se o equilibrio collocando no prato pesos padrões P'; por tanto é

$$P\,(1(\varepsilon - = \pi\left(1-\frac{1}{x}\right)+P'\,(1-\varepsilon)$$

ou

$$(P-P')\,(1-\varepsilon)=\pi\left(1-\frac{1}{x}\right) \ldots\ldots \quad (2)$$

Dividindo (1) por (2) vem $\frac{P}{P-P'}=\frac{x-p}{x-1}$

d'onde se tira

$$x=\frac{P}{P'}+p\left(1-\frac{P}{P'}\right)$$

O primeiro termo $\frac{P}{P'}$ é, como se sabe (*p.* 146, 1.°), o valor que se obtem despresando a correcção determinada pela influencia do ar.

II.—CORPOS LIQUIDOS.—Suspende-se a um dos pratos da balança um corpo não atacado pelos liquidos, uma esphera de vidro por ex., e tara-se no ar; depois mergulha-se no liquido cuja densidade x se quer conhecer e compensa-se a perda do peso com pesos padrões P: será

$$\pi\left(1-\frac{p}{d}\right)=\pi\left(1-\frac{x}{d}\right)+P\,(1-\varepsilon) \ldots \quad (3)$$

designando por π o peso do corpo.

Tira-se o corpo do liquido, equilibra-se novamente no ar, tirando os pesos P, e mergulha-se em agua; se forem P' os pesos que é preciso empregar para compensar a impulsão n'este liquido, teremos

$$\pi\left(1-\frac{p}{d}\right)=\pi\left(1-\frac{1}{d}\right)+P'(1-\varepsilon) \ldots\ldots \quad (4)$$

Estas egualdades convertem-se em

$$\pi \frac{x-p}{d} = P\,(1-\varepsilon)$$

$$\pi \frac{1-p}{d} = P'\,(1-\varepsilon)$$

dividindo-as ordenadamente acha-se

$$x = \frac{P}{P'} + p\left(1 - \frac{P}{P'}\right).$$

171. — OBSERVAÇÃO. — Reconhece-se que na determinação das densidades desapparece o factor $(1-\varepsilon)$, que reduz os pesos padrões do vacuo para o ar; porque se faz sempre uma relação entre elles: por este motivo deixaremos de fazer esta correcção.

Para mais simplicidade deixaremos tambem de indicar, nos processos seguintes, a correcção das pesagens; porque o que fica exposto n'este methodo é sufficiente para se concluir a maneira de proceder nos outros.

172. — **II. — Methodo do frasco.** — I. — CORPOS SOLIDOS. — Para os solidos emprega-se um frasco de boca larga, fig. 54, com rolha esmerillada, ôca, prolongada por um tubo delgado. Começa-se por determinar o peso P do corpo; depois colloca-se n'um dos pratos de uma balança, ao lado do frasco cheio d'agua até um nivel determinado t, e tara-se a balança com areia ou grãos de chumbo.

Fig. 54

Introduz-se o corpo dentro do frasco, limpa-se este, tendo o cuidado de deixar o liquido no mesmo nivel que precedentemente, e colloca-se na balança, addicionando-lhe os pesos P' necessarios para restabelecer o equilibrio: estes pesos representam o peso de um volume d'agua egual ao do corpo, por conseguinte $\frac{P}{P'}$ é a densidade d'este.

Com os corpos reduzidos a pó emprega-se exclusivamente este methodo.

II. — CORPOS LIQUIDOS. — O frasco para os liquidos é de paredes mui delgadas e de boca estreita: equilibra-se na balança; depois enche-se do liquido e determina-se um augmento de peso P; faz-se o mesmo com a agua e acha-se um peso P': a densidade do liquido é dada pela relação $\frac{P}{P'}$.

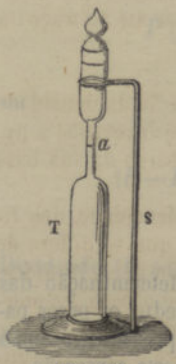


Fig. 55

Para operar n'uma temperatura bem difinida, zero de graus por ex., emprega-se o frasco de Regnault, fig. 55, formado por um tubo T fechado inferiormente e prolongado superiormente por um collo estreito, com um traço a na sua parte media, e terminado por um funil, que se póde fechar com rolha esmerillada: o traço a limita a capacidade do frasco, que se enche dos liquidos na temperatura desejada. Por meio do supporte s colloca-se o frasco no prato da balança, e tara-se vasio; depois retira-se da balança, enche-se do liquido, mergulha-se em gelo fundente e tira-se com papel absorvente todo o liquido que excede o traço a. Colloca-se novamente na balança, e o peso P neccessario para restabelecer o equilibrio é o peso do liquido. Determina-se da mesma maneira o peso P' de um volume egual d'agua, na mesma temperatura, e tem-se a densidade $\frac{P}{P'}$.


Fig. 56

173. — **Methodo dos areometros.** — I. — CORPOS SOLIDOS. — Na medição da densidade dos solidos emprega-se o *areometro de Nicholson*, fig. 56, cujo corpo principal é um cylindro ôco de latão terminado em cones: o inferior suspende uma pyramide conica lastrada com a base concava e voltada para cima; o superior tem uma haste com um prato na extremidade e com um traço a certa altura, denominado *ponto de afflloramento*. Faz-se fluctuar o areometro na agua e collocam-se no prato os pesos A necessarios para que o instrumento mergulhe até ao traço; depois tiram-se os pesos, colloca-se um fragmento do corpo no mesmo prato e os pesos P necessarios para que o areometro mergulhe da mesma quantidade: é claro que a differença $A-P$ é o peso do corpo.

Por este motivo, isto é, porque o apparelho mede os pesos dos corpos, recebeu o nome de *areometro-balança*.

Para determinar a perda de peso do corpo na agua, isto é, o peso de um volume d'este liquido egual ao volume do corpo, colloca-se este sobre a base do cone inferior, o que faz com que o instrumento mergulhe menos, e collocam-se no prato superior os pesos P' necessarios para o areometro mergulhar até ao traço: a relação $\frac{A-P}{P'}$ é a densidade do corpo solido.

O instrumento permitte tambem a determinação da densidade dos corpos menos densos que a agua; para isso inverte-se a pyramide conica inferior, e colloca-se o corpo debaixo da sua base concava.

II.—CORPOS LIQUIDOS.—Na determinação da densidade dos liquidos emprega-se o *areometro de Fahrenheit*, que só differe do antecedente em ser de vidro, para não ser atacado pelos liquidos.—Pesa-se o areometro n'uma balança e acha-se o peso A: mergulha-se no liquido cuja densidade se pretende determinar, e collocam-se no prato os pesos P necessarios para o fazer mergulhar até ao traço; é claro que $A+P$ é o peso do systema fluctuante, e por tanto do volume do liquido deslocado: faz-se a mesma operação na agua e acha-se o peso P'; $A+P'$ é o peso de um egual volume d'este liquido; por tanto a densidade do primeiro é egual á relação $\frac{A+P}{A+P'}$.

O methodo do areometro é muito facil e expedito; porém não é susceptivel de grande rigor.

174.—Casos particulares a que é preciso attender na determinação da densidade dos solidos.

I.—CORPOS SOLUVEIS NA AGUA.—Para determinar a densidade de um corpo soluvel na agua, emprega-se em logar d'este liquido um outro, que não ataque o corpo, e cuja densidade d' seja conhecida; determinam-se assim os pesos P e P'' de eguaes volumes do corpo e do liquido e tem-se

$$\frac{P}{P''}=\frac{vd}{vd'} \text{ ou } d=d'\,\frac{P}{P''}$$

Para determinar, por exemplo, a densidade do assucar emprega-se o azeite ou a essencia de therebentina. Se empregar-mos o methodo do frasco, e o liquido for volatil deveremos servir-nos de um frasco cujo tubo estreito da rolha termine em funil com tampa, á maneira do frasco de Regnault.

II. — CORPOS QUE TEEM CAVIDADES (vulgarmente denominados *porosos*). — Procede-se de duas maneiras: ou reduz-se o corpo a pó e emprega-se o methodo do frasco, que deve ficar aberto sob o recipiente da machina pneumatica, mantido o vacuo, para que seja expulso todo o ar; e então a densidade refere-se ao volume real: ou cobre-se o corpo com uma camada de cera ou verniz, e procede-se depois á maneira ordinaria, corrigindo o resultado do peso e densidade da cera: então a densidade refere-se ao volume apparente. Se for P o peso do corpo, p o augmento de peso depois de coberto de cera, cuja densidade d é conhecida, e P' o peso do corpo mergulhado na agua, será

$$P'=P+p-\frac{P}{X}-\frac{p}{d},$$

por tanto

$$X=\frac{P}{P-P'+p\left(1-\frac{1}{d}\right)}.$$

III. — CORPOS QUE NÃO PODEM ESTAR EM CONTACTO COM OS LIQUIDOS. — Quando póde resultar do contacto com os liquidos alguma alteração na densidade, determina-se o volume do corpo pelo methodo do *volumenometro*, adiante descripto, e divide-se depois o seu peso pelo volume: o quociente representa a densidade. É o que deve fazer-se com a polvora, por exemplo, cujos grãos formados pela justaposição de materias heterogeneas não podem ser mergulhados nos liquidos, que os molham, sem soffrerem alteração.

175. — **Areometros de volume variavel.** — Os areometros de Nicholson e de Fahrenheit denominam-se *de volume constante e peso variavel;* porque se fazem sempre mergulhar até ao mesmo ponto, ajuntando-lhes pesos, que variam com os solidos e liquidos sobre que se opera. Com o fim não só de medir a densidade dos liquidos, como o grau de concentração das dissoluções, empregam-se outros areometros denominados *de peso constante e volume variavel;* porque não se sobrecarregam de differentes quantidades nos liquidos de diversas densidades. São completamente de vidro, e constam geralmente de um tubo estreito ligado a um corpo cylindrico, terminado por uma esphera lastrada.

Designando por p o peso do areometro e por v a parte do seu volume mergulhada n'um liquido de densidade d, tem-se, em virtude do principio do equilibrio dos corpos fluctuantes, $p=vd$.

Como exemplos d'esta especie de areometros mencionaremos os *areometros de Baumé* (*p.* 150), que se graduam por fórma que dão, uns o grau de concentração das dissoluções mais densas que a agua, e outros o das dissoluções menos densas; e o *alcoometro de Gay-Lussac* (*p.* 151), que dá a quantidade de alcool absoluto contido n'um liquido composto de alcool e agua.

176.—**Theoria geral dos areometros de volume variavel.**—O fundamento da graduação dos areometros de Baumé, e outros, consiste no principio seguinte, que vamos demonstrar: conhecendo os pontos de afloramento em dois liquidos de densidades conhecidas, o ponto de afloramento em qualquer outro liquido define rigorosamente a sua densidade.

Sejam V e V' os volumes do instrumento até aos graus n e n' de afloramento nos liquidos de densidades d e d': tem-se $Vd=V'd'$; por tanto o volume de $n-n'$ divisões é $V-V'=V'\frac{d'-d}{d}$, e o de cada divisão $\frac{V'(d'-d)}{d(n-n')}$.

Suppondo que o areometro mergulha até ao grau N n'um liquido de densidade X; é claro que a parte mergulhada do instrumento tem o volume $V'+(N-n')\frac{V'(d'-d)}{d(n-n')}$; por conseguinte

$$\left[V'+(N-n')\frac{V'(d'-d)}{d(n-n')}\right]X=V'd'$$

ou

$$X=\frac{d'}{1+(N-n')\dfrac{d'-d}{d(n-n')}}$$

Para applicar esta formula ao *pesa-saes de Baumé* basta fazer $d=1$, $n=0$, $d'=1{,}116$ e $n'=15$: obtem-se assim a formula

$$X=\frac{144}{144-N}$$

Para deduzir a formula do *pesa-licores* de Baumé deve substituir-se na formula geral $d=1$, $n=10$, $d'=1{,}085$ e $n'=0$; acha-se d'este modo $X=\frac{128}{118+N}$.

Esta theoria suppõe, como se vê, que o tubo do areometro é perfeitamente cylindrico.

177.—**Volumetros e densimetros de Gay-Lussac.** —Os *volumetros* são areometros, que medem directamente os volumes de pesos eguaes dos differentes liquidos; e dão, por conseguinte, mediante um calculo muito simples, o valor da densidade.

Representando por v' e v as proções do volume do areometro mergulhadas no liquido de densidade d, e na agua, é $v'd=v$; por tanto tem-se $v'=\frac{v}{d}$.

Para substituir os volumes pelos numeros de divisão da haste do areometro, imaginou Gay-Lussac dar-lhe a fórma simples de um tubo cylindrico: hoje porém empregam-se *volumetros* com a fórma ordinaria dos areometros, e graduam-se de modo, que não influe esta differença de fórma.

Supponhamos lastrado o instrumento de maneira que na agua mergulhe só até ao meio do tubo, e marque-se 100 na linha de nivel; mergulhe-se n'um liquido de densidade conhecida 1,25, por ex., e será o numero de divisões correspondente $\frac{100}{1,25}=80$, o qual se marca na nova linha de nivel; divida-se o intervallo em 20 partes eguaes, prolonguem-se estas para cima e para baixo, e fica graduado o instrumento, o qual serve para liquidos mais densos e menos densos que a agua.

Querendo escalas muito extensas empregam-se dois instrumentos distinctos, um para liquidos mais densos e outro para liquidos menos densos do que a agua; e lastram-se de modo que o primeiro mergulhe n'este liquido até á parte superior da haste, e o segundo até á parte inferior.

Para graduar então o segundo instrumento mergulha-se n'um liquido de densidade 0,80, por ex.; será o numero da divisão correspondente $\frac{100}{0,80}=125$; divide-se o intervallo entre 100 e 125 em 25 partes eguaes, e prolonga-se a escala para a parte superior. Podem-se reunir no mesmo instrumento as duas escalas, constituindo um *volumetro universal*, empregando um lastro addicional que se suspende a um gancho em que termina o areometro, e que o faz mergulhar até ao n.º 100 superior da escala descendente, em quanto que sem este lastro mergulha em agua pura até ao n.º 100 inferior da escala ascendente collocada do lado opposto do tubo e pertencente aos liquidos menos densos que a agua. Por um modo identico obtem-se um *areometro universal* com as duas escalas de Baumé.

Graduam-se muitas vezes os volumetros por outra maneira. Em logar de fazer variar a densidade do liquido em que se mergulham, conservam-se mergulhados na agua, e faz-se variar o seu peso deixando-os abertos e mudando-lhes convenientemente o lastro.

A formula $Nd=100$ dá o valor da densidade de um liquido conhecido o numero correspondente N do volumetro; basta, como se vê, um calculo arithmetico muito simples, que consiste em dividir 100 por N. Para dispensar este trabalho na occasião da experiencia, pode-se ter feito o calculo e indicado em logar dos numeros N as densidades correspondentes d. O instrumento é então um verdadeiro *densimetro*.

178.— **Densimetro de Rousseau.**— O *densimetro de Rousseau* é especialmente destinado para medir a densidade de liquidos, dos quaes se dispõe de pequenas quantidades. Tem a fórma dos areometros ordinarios, com uma capsula na parte superior da haste, para receber o liquido, cuja densidade se pretende determinar.

Gradua-se este instrumento lastrando-o primeiramente de modo que mergulhe em agua distillada a 4° até á parte inferior da haste; deitando esta agua na capsula até a um traço, que limita a capacidade de um centimetro cubico, e marcando 20 graus por ex., na linha de nivel. Dividindo o intervallo entre 0 e 20 em vinte partes eguaes e continuando as divisões para a parte superior, temos a escalla, na qual cada uma das divisões representa $\frac{1}{20}$ do gramma, isto é, 0,05.

Feito isto mede-se a densidade de um liquido, da bilis, por ex., mergulhando o instrumento em agua e deitando na capsula um centimetro cubico do liquido. Se a nova linha de nivel indicar 20,5 divisões, será a densidade $20,5 \times 0,05 = 1,025$.

V.—Capillaridade

179.—**Phenomenos capillares.**—Os phenomenos observados quando os liquidos estão contidos em espaços muito apertados, ou quando se considera, em vasos de qualquer secção, a porção adjacente ás paredes, parecem fazer excepção ás leis do equilibrio dos liquidos. Os phenomenos são principalmente a desnivellação do liquido e a fórma da sua superficie livre; e denominam-se *capillares*, por serem muito pronunciados nos *tubos capillares*, isto é, nos tubos cujo pequenissimo diametro é comparavel á grossura dos cabellos.

Mergulhando o extremo de um tubo capillar n'um liquido, nota-se umas vezes elevação, e outras depressão do liquido interior a respeito do nivel geral exterior: elevação quando o tubo é molhado pelo liquido; depressão quando o não é. No primeiro caso a columna elevada termina por uma superficie concava para o exterior; no segundo o *menisco* é convexo. A experiencia faz-se muito bem com dois vasos communicantes, um dos quaes é capillar, em quanto que o outro tem um diametro muito maior. Deitando-lhes agua, por ex., vê-se que ella sobe muito mais no tubo capillar, terminando por uma superficie concava; deitando-lhes mercurio observa-se uma depressão no tubo capillar e um menisco convexo. A elevação ou a depressão é tanto maior quanto menor é o diametro do tubo. O aparelho representado na fig. 57 serve para demonstrar estes phenomenos: sobre uma prancha de madeira estão quatro tubos capillares *a*, *b*, *c*, *d*, em communicação com tubos mais grossos *A*, *B*, *C*, *D*; *a* tem o mesmo diametro que *c*, *b* o mesmo que *d*; porém o diametro d'estes ultimos é menor que o dos primeiros. Na parte media da prancha ha uma escala de divisões arbitrarias com um zero no meio. Deitando mercurio nos tubos *A* e *B*, e agua em *C* e *D*, até que o nivel em todos suba ao zero da escala, reconhece-se que nos dois primeiros tubos capillares o liquido fica abaixo do

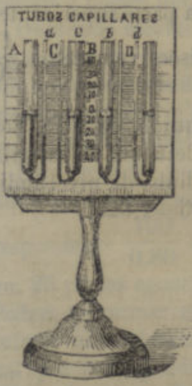


Fig. 57

zero, e nos dois ultimos acima; a depressão e a elevação é maior nos tubos *b* e *d* de menor diametro.

Entre laminas bastante proximas notam-se resultados identicos.

Estes phenomenos explicam-se completamente pela consideração de forças attractivas entre as moleculas liquidas muito proximas, e entre ellas e as moleculas dos solidos em contacto, forças que se tornam insensiveis quando as distancias a que se exercem são apreciaveis.

180.—**Theoria dos phenomenos capillares.**[1]— Seja *abcd*, fig. 58, o tubo capillar introduzido no liquido de nivel *XY:* supponhamos para fixar as idéas que o liquido sobe apresentando o nivel *mpn*.

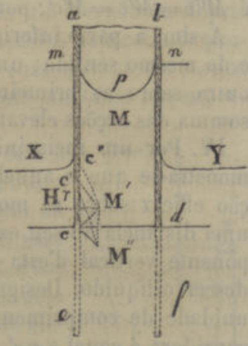


Fig. 58

I. Chamando ρ a distancia a que chega a acção do solido sobre o liquido, denominada o *raio da attracção sensivel*, é claro que qualquer molecula liquida *M*, distante do tubo menos que ρ, será attraida pelas moleculas d'este comprehendidas na esphera, cujo centro é *M* e cujo raio é ρ. A resultante d'estas attracções é evidentemente normal ao tubo, se a molecula *M* não está a uma distancia dos seus extremos menor que ρ; e não póde fazer subir nem descer o liquido. Por conseguinte se o nivel *mpn* não chega ao extremo superior do tubo, é só no extremo inferior que devem actuar as forças moleculares capazes de fazerem subir ou descer o liquido.

II. Consideremos por tanto uma molecula liquida M' situada no interior do tubo, a uma distancia $M'c$ do seu extremo inferior menor que ρ. Marcando o ponto c' da aresta *ac* symetrico de *c* a respeito da horisontal $M'H$, e o ponto c'' á distancia de M' egual a ρ, vê-se que a porção $c'c''$ da aresta actua efficazmente sobre M'. Suppondo o tubo vertical, a componente vertical d'esta acção é debaixo para cima, isto é, tende a elevar o liquido. Por mais estreito que seja o tubo capillar o seu raio é muito maior que ρ; por conseguinte a somma das componentes verticaes das attracções do annel inferior do tubo sobre o liquido é proporcional ao

[1] *Leçons de physique*, par M. P. Desains, t. I, p. 591.

perimetro p do tubo. Designando por α a componente vertical d'esta acção correspondente a unidade de comprimento d'este perimetro, a somma de que se trata é representada por $p\alpha$.

III. Imaginemos o tubo prolongado por um outro *cdef* do mesmo diametro, com as paredes constituidas por moleculas liquidas, reunidas sem mudança de densidade nem d'outras propriedades physicas. A parte inferior do tubo real exerce sobre as moleculas liquidas contidas na parte superior do tubo ficticio á distancia de *cd* inferior a ρ, uma acção perfeitamente identica á que consideramos acima, e que tende tambem a elevar o liquido. De feito, considerando uma molecula M'' symetrica de M' a respeito de *cd* é $M''c = M'c = M'c'$; por tanto $c'c'' = c'r$, sendo $M''r = M'c'' = \rho$.

Assim, a parte inferior do tubo real exerce duas acções eguaes e do mesmo sentido; uma sobre as ultimas camadas que contém, outra sobre as primeiras camadas contidas no tubo ficticio. A somma das acções elevatorias é pois egual a $2p\alpha$.

IV. Por um raciocinio identico ao que temos empregado, demonstra-se que o annel superior do tubo ficticio exerce uma acção efficaz sobre as moleculas liquidas contidas no tubo real a uma distancia do seu extremo inferior menor que ρ; e que a componente vertical d'esta acção é de cima para baixo, isto é, faz descer o liquido. Designando por α' o seu valor correspondente a unidade de comprimento do perimetro do tubo, a acção que se considera é egual a $p\alpha'$.

V. É facil vêr que não ha outras acções capazes de fazerem elevar ou deprimir o liquido; porque as paredes do tubo ficticio não podem fazer mover o liquido que contém, e as acções do tubo real e do tubo ficticio destroem-se mutuamente, assim como as acções reciprocas de duas moleculas liquidas collocadas em qualquer posição, isto em virtude do principio da egualdade da acção e da reacção.

VI. No caso de ser $2p\alpha$ maior que $p\alpha'$ o liquido eleva-se com uma força representada por $p(2\alpha - \alpha')$; no caso contrario o liquido deprime-se cedendo á força $p(\alpha' - 2\alpha)$ ou $-p(2\alpha - \alpha')$.

A força que determina a subida ou descida é por tanto egual a $\pm p(2\alpha - \alpha')$.

Como os solidos são molhados no caso da ascenção e não o são no caso contrario, e como α representa a cohesão do solido para o liquido, e α' a cohesão entre as moleculas liquidas, póde reconhecer-se n'este resultado o seguinte theorema de Clairaut: *um liquido é molhado quando a cohesão entre as suas moleculas é inferior ao dobro da sua cohesão para o solido.*

N'esta theoria fica tambem comprovada a seguinte lei que a experiencia verifica: *as ascenções e depressões são independentes da pressão exterior, mas dependem da natureza do liquido e do vaso.*

VII. Resta explicar a fórma das superficies. A intima ligação que existe entre as ascenções ou depressões e a fórma dos meniscos é evidente *á priori*; não se comprehende que um liquido se eleve junto ás paredes d'um vaso sem que a sua superficie fique concava, nem que se deprima sem que se torne convexo. Porém para que isto se comprehenda melhor, imaginemos o liquido contido n'um tubo capillar decomposto em cylindros annulares concentricos; é claro que o mais exterior, estando em contacto com o tubo, soffre directamente a acção capillar e é elevado ou deprimido, em quanto que os outros serão arrastados pela cohesão propria do liquido, e serão por conseguinte successivamente menos elevados ou menos deprimidos, terminando por tanto em superficie concava ou convexa.

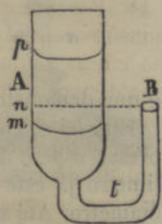


Fig. 59

Faz-se uma esperiencia muito simples, com o vaso representado na fig. 59, para demonstrar a dependencia que existe entre a desnivellação da columna liquida e a fórma da superficie. O vaso *A* prolonga-se por um tubo quasi capillar *t*, duas vezes dobrado em angulo recto. Deitando-lhe gota a gota agua fortemente córada, reconhece-se elevação no tubo *t* e o menisco concavo, em quanto o nivel em *A* não chega a *m;* chegando a esta altura o menisco está no extremo *B* do tubo capillar: deitando depois mais liquido, o menisco *B* diminue de curvatura até se tornar plano, quando chega a *n* no tubo *A*, isto é, quando ha egualdade de nivel: continuando a deitar liquido, o nivel em *B* fica inferior ao do vaso em *A*, e o menisco torna-se convexo, até constituir uma gota em *B*, quando o nivel chega a *p*.

Demonstraremos mais adiante que as ascenções e as depressões, pelo facto de determinarem a curvatura das superficies não contrariam as leis da hydrostatica.

181.—**Leis das ascenções e das depressões.**—Limitámos-nos a explicar as ascenções e depressões; porém a mesma theoria demonstra as seguintes *leis numericas:*

1.ª (Lei de Jurin.) *As ascensões e depressões nos tubos capillares estão na razão inversa dos diametros d'estes, quando não excedem dois millimetros.*

2.ª *As ascenssões e depressões entre laminas muito proximas estão na razão inversa da sua distancia;*

3.ª *Estas ascenções e depressões são metade das que teem logar nos tubos de diametro egual á distancia das laminas.*

I.—A força $\pm p(2\alpha-\alpha')$, que faz subir ou descer o liquido, é equilibrada pelo peso da columna liquida elevada ou deprimida; por conseguinte, no caso dos tubos cylindricos de secção s, este peso é $sa\delta$ representando por a a elevação ou a depressão, e por δ a densidade do liquido, e despresando o peso do menisco.

Assim, $\pm p(2\alpha-\alpha')=sa\delta$ e

$$a=\pm\frac{p}{s}\,\frac{2\alpha-\alpha'}{\delta}=\pm\frac{p}{s}\,c^2\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(a)$$

sendo c^2 uma constante especifica apenas dependente da natureza do vaso e do liquido.

Substituindo p por $2\pi r$ e s por πr^2, sendo r o raio do tubo, vem

$$a=\pm\frac{2}{r}\,c^2\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

o que demonstra a primeira lei.

Esta lei é, como se vê, deduzida na hypothese de se poder despresar o peso do menisco. Para diametros superiores a meio millimetro já este peso é apreciavel, e tanto mais quanto maior é o diametro. Até ao diametro de 3^{mm} admitte-se que o menisco é semi-espherico, e attendendo ao seu peso conclue-se que as alturas a augmentadas de um terço do raio do tubo é que são inversamente proporcionaes a este raio, o que foi verificado por Gay-Lussac e Desains.

II.—Para considerar o caso das laminas, supponhamos um tubo prismatico de secção rectangular com as dimensões C e D. Temos então $p=2(C+D)$ e $s=CD$; substituindo estes valores na expressão (a) vem $a'=\pm\frac{2(C+D)}{CD}c^2=\pm 2c^2\left(\frac{1}{D}+\frac{1}{C}\right)$. Suppondo C infinito, passamos para o caso de duas laminas parallelas indifinidas e vem

$$a'=\pm\frac{2}{D}\,c^2\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

o que demonstra a segunda lei.

Se attendessemos ao peso do menisco, supposto cylindrico, achavamos uma formula, que foi verificada por Gay-Lussac.

III.—Fazendo na formula (2) $D=2r$ vem $a'=\pm\frac{1}{r}c^2$, isto é, $a'=\frac{1}{2}a$, o que demonstra a terceira lei.

182.—**Demonstracção experimental das leis das ascenções e depressões.**—Demonstra-se a lei das ascenções nos tubos capillares com o apparelho de Gay-Lussac, representado na fig. 60: consta de um vaso de vidro *V*, cujo bordo superior está n'um plano, que se torna horisontal por meio da base *B* de parafusos calantes, e que recebe uma barra metallica em que se fixam os tubos do mesmo comprimento e de differentes diametros, e um parafuso de duas pontas e de comprimento conhecido. Para fazer a experiencia deita-se no vaso agua ou alcool até á altura conveniente, tendo antes lavado os tubos com acido sulfurico concentrado, depois com agua distillada e afinal com o liquido empregado na experiencia. Faz-se aflorar a ponta inferior do parafuso no nivel do liquido, e dirige-se o cathetometro para a outra ponta e para cada uma das columnas liquidas. O caminho que o oculo faz de cada vez, subtrahido do comprimento do parafuso dá a ascenção em cada tubo. Reconhece-se d'este modo que é sensivelmente constante o producto da ascenção pelo diametro do tubo, o que prova a lei.

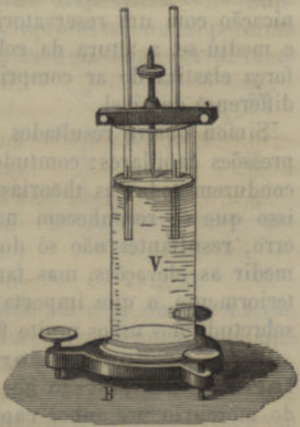


Fig. 60

O diametro dos tubos mede-se com um microscopio micrometrico, ou pesando a columna de mercurio que occupa uma extensão *c*; pois que é $P=\pi r^2 cD$, sendo *D* a densidade do mercurio.

A 3.ª lei demonstra-se com duas laminas parallelas, que se mergulham em agua conservando uma distancia, que se faz variar, para a compararmos com os diametros dos diversos tubos.

Finalmente, a segunda lei demonstra-se com dois vidros bem planos ligados por meio de uma charneira vertical fazendo um certo angulo, que se faz variar á vontade. Mergulhando-os em agua fortemente córada, vê-se subir esta a alturas que variam com as distancias, e a fórma da curva é uma consequencia da lei.

As experiencias de Gay-Lussac foram poucas e feitas com pequeno numero de tubos. Simon repetiu-as empregando um grande numero de tubos de diametros muito differentes, cujo valor minimo era $0^{mm},12$, em quanto que Gay-Lussac não empregou tubos de diametro inferior a $0^{mm},50$. Os diametros dos tubos na parte superior do liquido foram medidos com o microscopio, e a elevação dos liquidos foi determinada pelo seguinte meio indirecto. A extremidade livre do tubo capillar foi posta em communicação com um reservatorio d'ar successivamente comprimido, e mediu-se, a altura da columna liquida, que fazia equilibrio á força elastica do ar comprimido quando tinha desapparecido a differença de nivel.

Simon obteve resultados contrarios ás leis das ascenções e depressões capillares; comtudo ainda se admittem estas leis, a que conduzem todas as theorias mathematicas da capillaridade, por isso que se reconhecem nas experiencias de Simon causas de erro, resultantes não só do methodo indirecto empregado para medir as elevações, mas tambem de que o tubo era molhado interiormente, o que importa diminuição do diametro, apreciavel sobretudo nos tubos muito finos.

183.—**Acção do calor sobre os phenomenos capillares.**—Está provado por varias experiencias que a depressão do mercurio nos tubos capillares augmenta com a temperatura, e que acontece o contrario ás elevações da agua, alcool, ether, oleo do naphta, e sulphureto de carboneo, e por conseguinte dos liquidos que molham os vasos.

As formulas empiricas que traduzem a lei da diminuição das ascenções capillares com o augmento de temperatura, mostram que para determinado valor d'esta a ascenção desapparece, e que continuando o aquecimento a ascenção converte-se em depressão. A formula pertencente á agua dá a elevação nulla para a temperatura de 550°, que não póde realisar-se; porém a formula do ether dá a temperatura de 191°, a que póde levar-se aquelle liquido dentro de um tubo fechado, contendo o tubo capillar, e a experiencia confirmou aquella previsão.

N'esta experiencia reconheceu-se ainda a ligação intima entre a fórma do menisco e a elevação ou depressão. O menisco é plano quando a elevação desapparece, isto é, quando a temperatura é de 191°, e torna-se convexo quando apparece a depressão produzida pela elevação da temperatura além d'aquelle limite.

184.—Concluiremos esta theoria dos phenomenos capillares demonstrando que os factos observados não fazem excepção ás leis geraes da hydrostatica. Como é preciso para o equilibrio que a pressão seja a mesma em todos os pontos de uma camada horisontal, não deve haver a mesma pressão na superficie plana do liquido exterior e nas superficies curvas dos meniscos capillares, visto que estes não estão no nivel d'aquella. Esta differença de pressão existe, como se vae vêr, e é tambem consequencia das acções moleculares.

185.—**Pressão molecular nos liquidos.**—I.—Supponhamos, em primeiro logar, que os liquidos terminam por uma superficie plana xy, fig. 61, e seja m uma molecula distante d'esta superficie da quantidade mn, menor que o raio ρ da attração sensivel. Fazendo centro em m, e descrevendo uma esphera com o raio ρ, é claro que todas as moleculas liquidas comprehendidas n'ella exercem attracção sobre m: conduzindo o plano x' y' symetrico de x y a respeito de m, vê-se que a porção su-

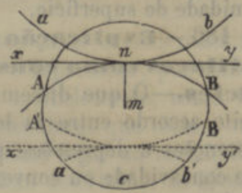


Fig. 61

perior do hemispherio inferior limitada por x' y' destroe a acção da parte activa do hemispherio superior; de sorte que a resultante das attracções sobre m é egual á acção da calotte espherica $x'cy$, cuja altura é $\rho - mn$. Esta acção, sempre normal á superficie, é por conseguinte maxima para os pontos da superficie livre, e vae diminuindo sucessivamente até á distancia m n egual a ρ, para a qual é nulla. A acção de cada molecula transmitte-se em todos os sentidos a todas as moleculas inferiores, de sorte que a acção resultante nas moleculas de uma fila normal á superficie cresce desde esta superficie até a uma parallela distante de ρ, e conserva-se depois constante e egual a este maximo.

Assim, á superficie dos liquidos existe uma camada de espessura egual ao raio de attracção sensivel, composta de moleculas todas attraidas para a parte inferior, normalmente á superficie, constituindo como que uma especie de pellicula de espessura egual áquelle raio, que exerce pressão como se fosse uma membrana elastica. Esta *pressão molecular*, denominada tambem *tensão molecular na superficie*, transmitte-se em todos os sentidos, e mantem-se o equilibrio, porque nascem forças repulsivas, quando as moleculas se aproximam. O seu valor, nos liquidos terminados por superficie plana, referido a unidade de superficie, representa-se por A.

II.—Se o liquido termina por uma superficie anb com uma concavidade bastante grande para ser apreciavel n'uma extensão comparavel ao raio de attracção sensivel, conduzindo a superficie $a'b'$, symetrica d'ella a respeito da molecula m, vê-se que a acção resultante sobre esta molecula é só a das moleculas comprehendidas na porção da esphera $a'cb'$; por tanto menor que no caso da superficie plana. O seu valor constante, correspondente á unidade de superficie, representa-sa por $A-M$.

III.—Se a superficie liquida é convexa, AnB por ex., a acção sobre uma molecula m provém das moleculas comprehendidas em $A'cB'$, e é maior que no caso da superficie plana; póde por tanto representar-se por $A+M'$ o seu valor constante referido a unidade de superficie.

186.—**Explicação das ascenções e depressões capillares como consequencia da fórma das superficies.**—O que dissemos no numero antecedente mostra o perfeito accordo entre as leis da hydrostatica e os phenomenos das ascenções e depressões, pelo facto de estas serem acompanhadas de concavidade ou convexidade da superficie.

Supponhamos que se introduz em agua um tubo de vidro, que é molhado, fig. 62: já sabemos que ha elevação e que o menisco é concavo, vamos porém mostrar que aquella é consequencia da fórma d'esta superficie. Sendo concavo o menisco D a sua pressão é $A-M$, em quanto que é A n'um ponto exterior C; e como as pressões transmittidas tanto pelo tubo como pelo ponto C devem ser eguaes n'uma camada horisontal MN, tem-se

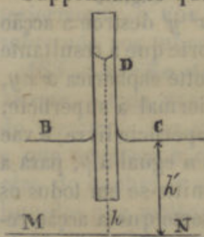


Fig. 62

$$A-M+h=A+h', \quad \text{isto é,} \quad h=M+h';$$

por tanto o nivel deve ser mais elevado em D do que em C.

Se a superficie fosse convexa a pressão seria $A+M'$, e ter-se-hia tambem $A+M'+h=A+h'$, ou $h=h'-M'$; por tanto haveria depressão.

Se a superficie do liquido dentro do tubo fosse plana, não haveria differença de nivel: porque seriam eguaes as pressões moleculares dentro e fóra.

187.—**Valor da pressão molecular.**—Para completar a theoria de todos os phenomenos capillares, seria preciso determinar a equação da superficie dos meniscos, pela condição de que o peso do liquido levantado ou deprimido equilibrasse a differença de pressões.

Foi por esta consideração que Laplace primeiro, e depois Poisson, estabeleceram o seguinte valor para representar a pressão M ou M'

$$C\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}\right)$$

no qual C é uma constante positiva, que muda com a natureza dos corpos em contacto, e R e R' são os raios de curvatura principaes em cada ponto da superficie.

Esta formula applicada aos differentes casos considerados no n.º 181 demonstra as leis das ascenções e depressões; por conseguinte a theoria da capillaridade póde estabelecer-se, como fez Laplace, não considerando as acções moleculares que teem a sua séde na base dos tubos, mas sim as que teem logar no vertice das columnas liquidas. Estas acções não podem determinar as ascenções ou depressões, como dissemos; porém explicam a fórma da superficie, concava ou convexa, da qual aquellas são consequencias, em virtude da differença da pressão molecular.

Para se comprehender como as acções moleculares do vertice da columna determinam a sua curvatura, basta notar que os pontos da superficie capillar a distancia das paredes egual ou superior ao raio da attracção sensivel, estão apenas submettidos á acção molecular do liquido, em quanto que os pontos mais proximos soffrem além d'isso a acção das paredes: a resultante das duas acções é em geral obliqua; e tanto mais quanto mais proximos estão das paredes os pontos considerados, e por isso a superficie, que lhe deve ser normal, torna-se curva.

Isto mostra que o angulo da parede com o plano tangente ao menisco no ponto em que ella o encontra deve ser constante: este angulo denomina-se *angulo de concordancia*. Uma experiencia muito simples, que se faz deitando mercurio pouco a pouco n'uma ampolha de vidro demonstra a constancia d'este angulo; porque se vê variar a superficie do liquido com a direcção da parede, de modo que sendo ao principio muito convexa, chega a tornar-se plana e até concava na parte superior.

188. — **Movimentos produzidos pela capillaridade.** — Um liquido introduzido n'um tubo conico, disposto horisontalmente, caminha para o lado mais estreito se o molha, como acontece quando se introduz tinta n'um tira-linhas: se o liquido não molha o tubo o movimento produz-se em sentido

contrario. Explicam-se estes phenomenos pela pressão molecular $A \pm \frac{2C}{R}$, que cresce com o raio R quando os meniscos são concavos, e decresce ao contrario quando são convexos, porque no primeiro caso o segundo termo tem o signal *menos*, e no segundo o signal *mais;* e como o raio R varia no mesmo sentido que o raio do tubo, conclue-se que o movimento ha de fazer-se, no primeiro caso para o lado mais estreito, e no segundo para o mais largo.

Duas laminas de vidro muito proximas, que se mergulham em agua ou em mercurio, são fortemente aproximadas; e o mesmo se reconhece com dois corpos leves, que se fazem fluctuar n'um liquido, que molhe ambos ou nenhum: faz-se esta experiencia com espheras de cortiça, que se mettem em agua, e com outras cobertas com uma camada de negro de fumo, para não serem molhadas por este liquido. Se uma das laminas fosse molhada e outra não, haveria afastamento entre ellas, como se reconhece mergulhando em agua uma esphera de cortiça no estado natural e outra coberta de negro de fumo, e aproximando uma da outra.

Estes phenomenos são ainda produzidos pelas acções capillares, e explicam-se da maneira seguinte. Se as laminas são ambas molhadas, eleva-se o liquido até E, fig. 63, de sorte que os pontos como B, B, soffrem exteriormente a pressão atmospherica e interiormente esta pressão diminuida do peso do liquido elevado a respeito do nivel geral MN (154); predominando a primeira força, as laminas são levadas ao contacto. Suppondo que as laminas não são molhadas, o liquido deprime-se entre ellas até P, e os pontos A, A, soffrem interiormente só a pressão da atmosphera e exteriormente esta pressão augmentada do peso de uma columna liquida da altura $MA;$ por conseguinte ha ainda aproximação.

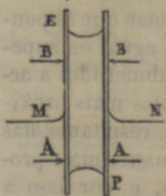


Fig. 63

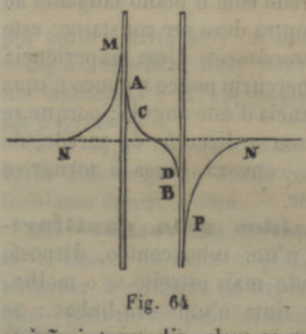


Fig. 64

Se uma das laminas é molhada e outra não, o liquido dispõe-se como mostra a fig. 64; eleva-se exteriormente até M, junto da primeira, deprime-se junto da segunda até $P;$ porém, entre ellas, tendo de se elevar de um lado e abaixar-se do outro, toma uma posição intermedia, eleva-se menos junto da primeira e deprime-se menos junto da segunda; de sorte que ha pontos d'aquella, como *A*, que soffrem interiormente a pressão atmospherica e exteriormente esta pressão diminuida do peso do liquido elevado, e ha pontos d'este, como *B*, que soffrem de dentro a pressão atmospherica mais o peso do liquido *B D*, e de fóra só a pressão atmospherica. N'este caso, por tanto, ambas as laminas são movidas para fóra, isto é, afastam-se, cedendo á pressão maior.

189.—**Condição do equilibrio dos liquidos submettidos apenas ás acções moleculares.—Experiencias de Plateau.**— Um liquido sem peso está submettido apenas ás acções moleculares, que exerce sobre si mesmo; por conseguinte deve ter uma pressão constante por toda a parte, e a condição de equilibrio será (187), para qualquer ponto da sua superficie, representada pela formula

$$\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}=constante \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (a)$$

e reciprocamente, todas as superficies que a satisfizerem serão figuras possiveis de equilibrio.

N'um espaço capillar a acção da gravidade é insignificante em relação á cohesão; porém consegue-se qualquer massa liquida sem peso, mergulhando-a em outra da mesma densidade e sem acção sobre ella. Plateau fez experiencias curiosas a este respeito com o apparelho da fig. 65, empregando o azeite em suspensão

Fig. 65

n'uma mistura em proporções convenientes de agua e alcool. O apparelho é uma caixa parallelipipeda de faces de vidro, assente sobre quatro parafusos calantes, munida de torneira para deixar sair o liquido, e tendo uma tampa movel com um orificio central por onde se introduzem as peças necessarias para a experiencia.

Tendo deitado na caixa o liquido formado de agua e alcool, introduz-se pela parte superior uma pipeta com o azeite, córado se se quizer fazer a experiencia mais saliente, e deixa-se sair este liquido. Reconhece-se assim que elle toma a fórma espherica, a qual satisfaz a formula (a).

É esta a fórma mais estavel, e a unica possivel n'estas circumstancias; porque Plateau demonstrou que a meridiana das outras figuras de revolução em equilibrio não encontram o eixo, por conseguinte prolongam-se indifinidamente, e para obter estas figuras é preciso recorrer ao apoio de peças solidas, ás quaes o liquido adhere, e que servem para limitar uma porção d'elle.

Introduzindo na caixa um annel apoiado sobre um tripé e fazendo-lhe adherir o azeite, obtem-se uma lente biconvexa com as superficies do mesmo raio.

Dispondo um acima do outro a distancia conveniente dois anneis eguaes de raio R, um apoiado sobre um tripé e o outro sustido por um arame vertical, obtem-se um cylindro perfeito, terminado por bases esphericas. Com esta fórma, um dos raios de curvatura principaes da superficie cylindrica é egual a R e o outro é infinito, por tanto a equação de equilibrio é $\frac{1}{R}=c$; porém como o cylindro termina por bases esphericas, cujos raios de curvatura todos eguaes representamos por r, e como, para haver equilibrio, deve ser constante a pressão em todos os pontos, temos tambem $\frac{1}{R}=c=\frac{1}{r}+\frac{1}{r}=\frac{2}{r}$, isto é $r=2R$. Esta consequecia theorica foi verificada por Plateau, medindo com o cathetometro a altura do segmento espherico, e deduzindo depois o raio.

Com figuras polyedricas obteem-se novas figuras de equilibrio, cujas faces são planas, convexas ou concavas, conforme a quantidade de azeite empregado é sufficiente, em excesso, ou em falta. As faces planas satizfazem a condição do equilibrio, porque é $\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}=0$.

A experiencia mais curiosa faz-se da maneira seguinte: introduz-se no apparelho um arame vertical, com um disco horisontal na sua parte media; apoia-se no fundo e fixa-se superiormente a uma peça, que o obriga a girar dando movimento a uma manivella; faz-se-lhe adherir uma esphera de azeite de modo que o disco passe pelo centro, e imprime-se-lhe movimento de rotação: vê-se então achatar-se a esphera pelo effeito da força centrifuga, e sabe-se que a esta causa se attribue o achatamento da terra. Se o movimento se torna muito rapido a esphera divide-se em duas partes, uma interior que é um espheroide, e outra exterior que é um annel, cuja forma, disposição e movimento reproduzem perfeitamente o phenomeno notavel que apresenta o planeta Saturno: é esta experiencia que a figura 65 representa.

190.—**Figuras de equilibrio no ar.**—As experiencias do numero antecedente são muito delicadas e exigem muitos cuidados. Plateau conseguiu figuras identicas de equilibrio com simples laminas de azeite adherentes aos esqueletos metalicos mergulhados no alcool; e teve a idéa de realisar as mesmas figuras no ar com um liquido viscoso, cujas laminas muito delgadas teem pequenissimo peso, que póde despresar-se. O liquido viscoso póde ser simplesmente agua de sabão; porém juntando-lhe 60 por cento de glycerina obteem-se laminas muito brilhantes que presistem muitas horas[1].

A figura mais simples é a espherica, que se obtem soprando com um tubo uma gotta liquida. Recebendo a esphera sobre o apoio circular de que fallámos no numero antecedente, ajustando-lhe superiormente o outro annel egual, e levantando-o a altura conveniente, forma-se um cylindro perfeito de bazes convexas, como devia ser: elevando mais o annel superior, o cylindro aperta-se na sua parte media e constitue a figura que Plateau denominou *onduloide*.

Assentando na superficie do liquido o circulo de arame, seguro a um arame vertical por trez em angulo recto, e retirando-o depois, obtem-se uma lamina perfeitamente plana e horisontal, o que prova que está subtrahida á acção da gravidade, que a deveria tornar concava. Introduzindo todo o esqueleto no liquido, obteem-se mais tres laminas juntas aos tres angulos rectos e perpendiculares á primeira, as quaes actuando sobre esta dão-lhe a fórma convexa, opposta á que a gravidade lhe daria, o que prova que as laminas obdecem apenas ás suas acções mutuas.

Introduzindo no liquido um esqueleto formado de dois circulos verticaes perpendiculares entre si, e retirando-o verticalmente

[1] O liquido glycerico é uma combinação definida de oleato de soda, agua e glycerina; e póde preparar-se dissolvendo com um calor moderado o oleato de soda na agua e juntando-lhe a glycerina.

veem-se duas superficies reunidas por uma ellipse, cujo eixo maior é o diametro commum aos dois circulos.

Com um esqueleto cubico, fazem-se varias figuras de equilibrio todas regulares. A primeira que se obtem pela simples introducção no liquido, quando se retira d'elle, está indicada na fig. 66: a acção reciproca das seis laminas quadradas fal-as con-

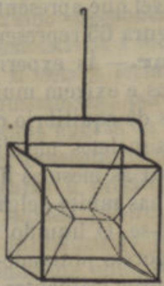


Fig. 66

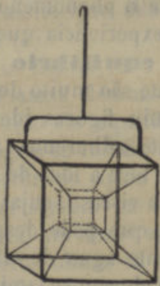


Fig. 67

Fig. 68

vergir no centro em uma pequena lamina tambem quadrada, desdobrando-se cada uma em dois trapesios. Fazendo desaparecer a lamina central, tocando-a com um papel absorvente, transforma-se a figura em outra, ainda regular. Se, em quanto a figura está completa, se sopra ligeiramente a lamina central, esta toma a posição perpendicular á que tinha antes.

Ajustando no liquido o quadrado inferior do esqueleto, em quanto está formada a primeira figura normal, aparece nova figura com um pequeno cubo no centro, fig. 67: fazendo desapparecer uma das faces d'este cubo reaparece aquella figura.

Com um esqueleto em fórma de octaedro regular obtem-se a figura 68, que é uma estrella composta de seis planos com um ponto commum no centro do octaedro, e reunidos a doze outros planos formados pelas doze arestas d'este.

Finalmente, as figuras podem variar ao infinito, e são todas submettidas a leis invariaveis apresentadas por Plateau, e ligadas aos principios da theoria das acções moleculares.

Das experiencias de Plateau conclue-se que o raio de attracção sensivel no liquido glycerico é inferior a $\frac{1}{17000}$ do millimetro.

VI.—Noções da hydrodynamica dos liquidos

191.—Denomina-se *hydrodynamica* a parte da physica que estuda o movimento dos fluidos. Trataremos apenas por agora da hydrodynamica dos liquidos.

192.—**Theorema de Torricelli.**—Das suas experiencias sobre o movimento dos liquidos concluiu Torricelli o seguinte theorema, conhecido pelo seu nome: *a velocidade de um liquido, á saída de um orificio praticado na parede de um vaso, é a que adquire um corpo caindo de uma altura egual á distancia do nivel do liquido ao centro de gravidade do orificio.* Representando por h esta distancia, a velocidade v do esgoto é, por conseguinte, dada pela formula $v=\sqrt{2gh}$.

A altura h recebe ordinariamente a denominação de *carga*.

Este principio suppõe que o orificio é feito em *parede delgada;* que o seu diametro é muito pequeno relativamente ao do vaso, e que o orificio e a superficie livre do liquido soffrem a mesma pressão externa. Havendo uma differença de pressão é preciso substituil-a por uma columna liquida equivalente, e addicional-a ou subtrahil-a ao valor de h, conforme a pressão maior tem logar na superficie do liquido ou no orificio.

193.—**Verificação experimental do theorema de Torricelli.**—Póde-se fazer a demonstração experimental do theorema de Torricelli observando a veia liquida, que sae de um orificio praticado na parede lateral de um vaso. A veia apresenta, como se sabe, a fórma sensivelmente parabolica; medindo a amplitude d'esta curva, ou o seu alcance, n'um determinado plano horisontal, a uma distancia conhecida do orificio, póde-se deduzir a velocidade de impulsão.

Seja, por ex., y a altura do orificio acima do plano horisontal onde se mede o alcance da veia, que designamos por x: é claro que, em virtude da acção da gravidade, as moleculas liquidas venceriam a altura y n'um tempo t dado pela formula $y=\frac{1}{2}gt^2$; e que em virtude da velocidade inicial v no orificio percorreriam com movimento uniforme o espaço x no mesmo tempo; por tanto

$x=vt$. Eliminando o tempo entre estas formulas obtem-se o seguinte valor da velocidade

$$v=x\sqrt{\frac{g}{2y}}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (1)$$

O apparelho, que se emprega para fazer a experiencia, tem differentes orificios collocados uns por cima dos outros na mesma vertical; permitte por conseguinte variar o valor de y e medir o correspondente de x. Feito isto vê-se que a velocidade dada pela formula (1) é mui pouco differente da que dá o theorema de Torricelli. A differença explica-se pelos attritos e pela resistencia do ar.

Encontra-se uma demonstracção do theorema de Torricelli no facto de um liquido, projectado debaixo para cima quasi verticalmente, attingir com pequenissima differença a altura do nivel no reservatorio. De feito, fazendo v egual a zero na formula $v=u-gt$, e substituido o valor de t na formula

$$h=ut-\frac{1}{2}gt^2$$

acha-se $u=\sqrt{2gh}$.

194.—Consequencias do theorema de Torricelli. —1.ª Substituindo na formula (1) do numero antecedente o valor de v dado pelo theorema do Torricelli tem-se

$$x\sqrt{\frac{g}{2y}}=\sqrt{2gh},\quad \text{por tanto}\quad x^2=4hy.$$

Mostra esta expressão que variando h e y de modo que o seu producto seja constante, o valor de x não varía. É uma consequencia que se verifica com o apparelho mencionado no numero antecedente; porque as veias liquidas, que partem de orificios equidistantes do nivel do liquido e do plano horisontal onde se medem as amplitudes, encontram-se n'este plano.

2.ª—Conclue-se do theorema de Torricelli que a velocidade do esgoto é proporcional á raiz quadrada da carga, e não á carga, como se julgou.

3.ª—Vê-se que a velocidade é independente da densidade do liquido; de sorte que um vaso despeja-se sempre no mesmo tempo qualquer que seja o liquido que contenha. Comprehende-se bem este principio notando que a força que impelle a camada liquida do orificio é proporcional á densidade, assim como a massa da mesma camada; por tanto a velocidade deve ficar constante.

195. — **Despesa. — Contracção da veia fluida.** — Denomina-se *despesa* a quantidade de liquido esgotado n'um certo tempo. Mantendo constante a velocidade v do esgoto, e admittindo que o volume de liquido esgotado no tempo t é o de um cylindro de comprimento vt e de secção egual á secção s do orificio, podemos calcular a despesa pela formula $D = std\sqrt{2gh}$, sendo d a densidade do liquido.

Recolhendo o liquido em um vaso e pesando-o não se acha o peso dado pela formula, porém apenas $0{,}62\,D$. Admittido o theorema de Torricelli, que dá o valor da velocidade v, este desaccordo não póde provir senão da hypothese que fizemos da veia liquida ser um cylindro com a secção egual a s, quando a experiencia mostra que a veia se contrae á saída do orificio até um certo ponto, continuando depois em um cylindro de secção egual a $0{,}62\,s$, o que explica a relação achada entre a *despesa effectiva* e a *despesa theorica*.

Explica-se em parte a *contracção da veia* notando que os differentes filetes convergem para o orificio, difficultando a saída do liquido correspondente ao centro d'este: e esta explicação está comprovada pelo effeito das paredes grossas ou dos *tubos addicionaes*, que augmentam a despesa, por isso mesmo que a sua attracção sobre o liquido faz dilatar a parte contrahida da veia.

Os tubos conicos convergentes dão uma despesa maior que os cylindricos, e os tubos divergentes ainda a augmentam mais.

Nos tubos de grande comprimento relativamente á secção, a despesa é muito menor; porque as grandes fricções diminuem muito a velocidade. É o que se verifica experimentalmente nos aqueductos.

196. — **Constituição da veia liquida em parede delgada.** — Suppondo que o esgoto se faz de cima para baixo, reconhece-se que a veia liquida, a partir da secção contrahida, apresenta-se cylindrica ou ligeiramente conica; primeiramente limpida e transparente como uma haste de crystal, depois turva, mais grossa e discontinua, isto é, composta de gotas separadas umas das outras, como se reconhece com o mercurio, porque se póde ver através d'elle; com a agua, porque cortando-a rapidamente com uma carta, esta deixa de ser molhada algumas vezes. Esta parte da veia apresenta-se-nos comtudo como continua e formada de engrossamentos successivos denominados *ventres*,

que parecem immoveis, reunidos por partes adelgaçadas, denominadas *nós*.

Savart, empregando um methodo optico particular, reconheceu que estas apparencias são devidas a que as gotas separadas, que constituem a parte turva, succedendo-se rapidamente, deixam na retina uma impressão continua; e que os ventres e os nós são devidos a que essas gotas se achatam e se alongam alternadamente durante a queda.

Duas coisas é preciso pois explicar: 1.ª a divisão da veia em gotas, a uma certa distancia do orificio; 2.ª a passagem successiva das gotas de nós a ventres, isto é, a sua mudança periodica de nós durante a queda, ou por outra a sua vibração.

N'outro tempo explicava-se a formação das gotas pelo augmento de velocidade com o tempo, que a gravidade imprimia ás moleculas; porém como a separação se faz quando a veia é debaixo para cima, esta explicação é inadmissivel. Esta circumstancia, segundo Plateau, faria apenas adelgaçar a veia, mas nunca produzir a rotura.

Partindo das suas experiencias sobre o equilibrio dos liquidos subtraidos á acção da gravidade, Plateau explicou completamente este facto.

De feito, elle notou que o cylindro de azeite formado na mistura do alcool e da agua, quando se alonga, afastando as suas extremidades, chega a romper-se, excedendo um certo limite, apresentando em primeiro logar adelgaçamentos, que depois desapparecem, produzindo cada um uma pequena esphera, em quanto que os engrossamentos dão espheras de maiores dimensões. Assim, o cylindro transforma-se em uma serie de grandes gotas separadas por uma serie de outras mui pequenas, exactamente como se observa na parte turva da veia liquida. D'esta maneira attribue Plateau a divisão da veia a um effeito das acções moleculares.

As oscillações das gotas são o resultado de movimentos vibratorios communicados ao liquido pelo proprio vaso, ao qual se transmittem as vibrações produzidas pelo choque das gotas contra o corpo sobre que caem, assim como todas as vibrações propagadas no solo. Savart demonstrou que isto era assim, porque reconheceu que as vibrações das gotas podem ser extinctas ou exageradas, quando subtraidas ou submettidas á influencia de outras vibrações.

197.—**Esgoto em tubos capillares.**— Das experiencias feitas em tubos capillares conclue-se que a velocidade do esgoto é proporcional á carga h, e não á sua raiz quadrada; inversamente proporcional ao comprimento l dos tubos, e proporcional á quarta potencia do diametro d.

A despesa por segundo expressa em millimetros cubicos é dada pela formula $D = K\frac{hd^4}{l}$, sendo K um coefficiente de despesa, variavel para as diversas substancias e para a mesma com as temperaturas: o seu valor para a agua é 183,783 millimetros cubicos, sendo a carga h expressa em millimetros d'agua.

O theorema de Torricelli, não attendendo por fórma alguma á adherencia dos liquidos para com os solidos em contacto, considera os liquidos como dotados de fluidez perfeita.

O caso extremo dos tubos capillares mostra a influencia das acções moleculares, que se exercem em toda a veia sobre um grande comprimento; por isso as leis do esgoto n'estes tubos não dependem só da pressão, mas tambem das dimensões dos tubos, da temperatura e da natureza do liquido.

198.—**Esgoto constante.—Fluctuador de Prony.** — O que dissemos no n.° 195 suppõe que a velocidade do esgoto se conserva constante durante a experiencia.

Consegue-se a velocidade constante dispondo as coisas de modo que o nivel do liquido no reservatorio não varie: póde servir para este fim o *fluctuador de Prony*. É um reservatorio cheio d'agua, na qual fluctua um vaso, que, por meio de hastes verticaes, suspende inferiormente um outro vaso destinado a receber o liquido esgotado. O volume d'agua deslocado pelo fluctuador tem um peso egual ao d'este, sommado com o peso do vaso inferior e das hastes de ferro. Á medida que o liquido se esgota o nivel tende a baixar; porém, como aquelle vem augmentar o peso do fluctuador, este desloca mais um volume egual ao que tem saído, e o nivel fica sempre constante.

A fig. 69 representa o apparelho que possue o gabinete de physica da escola polytechnica; póde, porém, ser disposto de maneira differente, sendo sempre a sua theoria a que deixamos expendida.

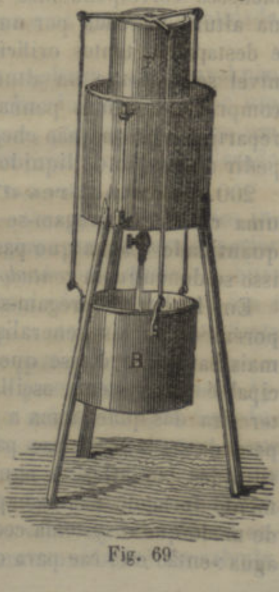


Fig. 69

O fluctuador de Prony é o melhor apparelho para obter um nivel constante. Ha outro meio mais simples, porém mais imperfeito para conseguir o mesmo resultado. Consiste em fazer esgotar o liquido de um reservatorio sempre completamente cheio, porque recebe mais liquido do que aquelle que deixa esgotar.

O *frasco de Mariotte* (*p.* 191) tambem se emprega com vantagem para obter um esgoto constante.

199.—**Medição directa da despesa.—Unidade adoptada.**—A unidade geralmente adoptada entre nós para medir a despesa da agua é a *penna d'agua*, que corresponde a 140 litros por hora: é a quantidade d'agua que sae por um orificio de $0^m,0062$ de diametro em tubo de $0^m,0155$ de comprimento, sendo $0^m,128$ a carga. O annel tem oito pennas. Em França adoptou-se a *pollegada d'agua* ou modulo de Prony, que corresponde a 20 metros cubicos por 24 horas; é a quantidade d'agua que sae por um orificio de 2 centimetros de diametro em parede de 17 millimetros de espessura, e com a carga de 2 centimetros sobre a parte superior do orificio.

Mede-se directamente, em *pennas d'agua*, a despesa de uma fonte ou machina hydraulica com uma tina, cujas paredes teem orificios situados todos no mesmo plano horisontal, e com as dimensões correspondentes á penna d'agua, quando o nivel está na altura marcada por um indicador. Recebendo a agua na tina e destapando tantos orificios quantos sejam precisos para que o nivel se conserve na altura do indicador, é claro que a despesa comprehende tantas pennas quantos são os orificios abertos. Uns repartimentos que não chegam ao fundo da tina, servem para impedir a agitação do liquido junto dos orificios.

200.—**Contadores d'agua.**—Na distribuição das aguas de uma cidade empregam-se apparelhos especiaes, que registram a quantidade d'agua que passou e foi recebida para consumo; por isso se denominam *contadores*.

Em Lisboa empregam-se differentes systemas de contadores; porém está mais generalisado o do sr. Pinto Bastos, porque é o mais barato: é d'esse que daremos noticia. A sua parte principal é um systema oscillante de tres chapas, a primeira ou a terceira das quaes toma a posição horisontal em consequencia do peso da agua, que cae para um dos dois compartimentos constituidos por ellas. A agua entra por um tubo para o compartimento formado pelas chapas inclinadas, e as coisas estão dispos- de modo que o systema cede quando se tem recebido um litro de agua: então esta cae para o outro compartimento, e ha nova oscillação para o lado opposto, quando tem entrado outro litro d'agua.

Em cada oscillação para a direita, isto é, de dois em dois litros, o eixo faz avançar de um dente uma roda dentada, a qual tem 50 dentes e registra portanto a passagem de 100 litros. Por cada volta completa d'esta roda avança de uma divisão o ponteiro de um mostrador, que indica metros cubicos; depois de um giro completo d'este ponteiro avança um outro ponteiro de uma divisão sobre um segundo mostrador, que representa dezenas de metros cubicos; um terceiro mostrador registra as centenas.

201.—**Machinas que elevam a agua pela acção do seu peso.— Parafuso de Archimedes.**— O parafuso de Archimedes é machina muito engenhosa propria para elevar a agua. Consta de um canal enrolado em espiral em torno de um eixo inclinado ao horisonte de 45°, e disposto de maneira que mergulha na agua a sua abertura inferior. Dando-lhe movimento de rotação em torno do eixo, por meio de uma manivella ou por qualquer outro machinismo, a agua sóbe dirigindo-se successivamente de espira em espira, e vae descarregar-se pela outra extremidade do canal. N'esta machina a agua sobe pela mesma força que tende a fazel-a descer, isto é, pelo seu proprio peso.

Esta machina é muito util para elevar uma grande quantidade d'agua com mui pouca força.

Quando se trata de elevar a agua a uma altura consideravel não basta um parafuso, porque sendo inclinado precisaria ter um grande comprimento e seria pesadissimo; póde-se então com um segundo parafuso elevar a agua que um primeiro houver elevado para um reservatorio, e assim successivamente.

202.—**Carneiro hydraulico.**— O *carneiro hydraulico*, inventado por Montgolfier, faz subir a agua a uma altura superior ao seu nivel, em virtude do choque produzido, quando subitamente se fecha a torneira de um tubo de descarga; o seu fim é utilisar a força de uma queda d'agua para elevar uma parte d'esta mesma agua a um nivel superior ao de partida.

Custuma-se demonstrar nos cursos o principio do *carneiro hydraulico* com um apparelho, em que a subida da agua é produzida não só pela velocidade adquirida por uma columna d'este liquido, mas pelo ar comprimido. Consta este apparelho de um reservatorio, constantemente alimentado por uma fonte qualquer, prolongado inferiormente por um tubo vertical, dobrado em angulo recto e terminado por uma abertura munida de uma valvula, que se conserva aberta pelo seu proprio peso: um pouco antes do extremo o tubo liga-se com um balão de vidro, no qual entra quasi até ao fundo um comprido tubo de descarga, recurvado superiormente, e destinado a dar esgoto ao liquido depois de elevado. No canal de ligação do tubo horisontal com o balão ha outra valvula, que se fecha de cima dara baixo, e abre de baixo para cima.

A agua que vem do reservatorio corre ao longo do tubo horisontal, abre esta ultima valvula, e penetra no balão até que a fecha pelo seu peso: quando isto acontece, a agua continuando a correr sae pela primeira valvula, porém fecha-a tambem logo depois, em consequencia da pressão exercida pela parte inferior: interrompida a saída, a agua tendo grande velocidade adquirida reage sobre a primeira valvula, que levanta, entrando nova porção para o balão, e comprimindo o ar ahi encerrado. Ao mesmo tempo diminue a pressão sobre a outra valvula, que se abre, e deixa sair nova porção de liquido, e torna a fechar-se a primeira valvula. É então que o ar comprimido no balão obriga a agua a subir pelo tubo vertical.

Com este apparelho podem-se mostrar outros effeitos do ar comprimido, tirando o tubo de descarga e substituindo-o por pequenas tuboladuras ou por um torniquete, a que a agua, impellida pelo ar, imprime movimento.

203.—**Pressão dos liquidos em movimento.**—A pressão que um liquido, em movimento n'um tubo, exerce sobre as paredes d'este não é a mesma que no estado de equilibrio: é geralmente menor, e tanto mais quanto maior é a velocidade do esgoto.

Bernouilli demonstrou a este respeito o principio seguinte: *a pressão em um ponto é egual á pressão hydrostatica H subtraída da que corresponde á altura H' do liquido, que seria capaz de produzir a velocidade no ponto considerado, se o tubo terminasse n'elle.* Assim, se a velocidade effectiva fosse egual á velocidade theorica, a pressão seria nulla; se a primeira é superior á segunda, como acontece em alguns tubos, a pressão $H-H'$ é negativa.

Esta consequencia do theorema de Bernouilli foi verificada por Venturi adaptando a um tubo cylindrico, por onde se faz o esgoto da agua de um reservatorio, um tubo recurvado mergulhado em agua pelo extremo inferior. A agua sóbe n'este tubo até uma certa altura, o que prova que a pressão no interior do primeiro é menor que no exterior.

Com um tubo conico, que augmenta mais a despesa que o cylindrico, o liquido eleva-se mais, por tanto é maior a diminuição de pressão.

Explica-se esta diminuição de pressão dos liquidos em movimento pela circumstancia das moleculas serem impellidas umas contra as outras no sentido do eixo do tubo, não tendo, em virtude da velocidade de esgoto, tempo para transmittirem egualmente a pressão no sentido perpendicular, isto é, contra as paredes: por conseguinte a pressão é maior no sentido do eixo.

204.—**Choque das veias liquidas.**—Terminaremos estas breves noções de hydrodynamica mencionando umas experiencias curiosas de Savart, que provam mais uma vez a cohesão entre os solidos e os liquidos em movimento. Fazendo dirigir uma corrente d'agua sobre um pequeno disco collocado a uma certa distancia e normalmente ao tubo de esgoto, vê-se que a agua adherindo ao disco constitue um lençol circular, com a parte central delgada e transparente e com os bordos mais grossos, turvos e cobertos de estrias radiantes, lançando gotas em todos os sentidos; por conseguinte perfeitamente comparavel á veia liquida (196). A figura e as dimensões do lençol variam com a pressão, com o diametro e substancia do disco e com a sua distancia ao orificio do tubo de esgoto, assim como com a temperatura e a natureza do liquido: a veia liquida póde ser dirigida verticalmente de baixo para cima ou de cima para baixo, e póde tambem ser horisontal.

Estes phenomenos são o resultado das relações entre quatro forças a que o liquido esté submettido: 1.ª a força de projecção proveniente do choque; 2.ª a gravidade; 3.ª a sua cohesão propria; 4.ª a cohesão para o disco. Assim, sendo muito grande a primeira força, o que se consegue com uma queda d'agua elevada, e predominando sobre as outras, a parte principal do lençol d'agua é quasi horisontal; em quanto que é mais ou menos convexa, e até se fecha inferiormente, quando a pressão contra o disco é pequena, predominando a acção da gravidade e a cohesão do liquido. Reconhece-se a influencia da cohesão do liquido para o disco variando a distancia d'este, assim como o seu diametro e a natureza da sua substancia.

Savart fez experiencias notaveis do choque de duas veias oppostas, saindo horisontalmente de orificios eguaes ou deseguaes, com cargas tambem eguaes ou deseguaes: porém ellas interessam mais particularmente a hydraulica do que a physica propriamente dita, por isso limitamo-nos a mencional-as.

CAPITULO IV

Dos gazes

I.—Equilibrio dos gazes

205.—**Caracteres dos gazes.**—Os solidos são caracterisados, como se sabe, pela constancia da sua forma e volume; em quanto que os liquidos, conservando o volume constante, não variando as suas circumstancias, não teem fórma fixa e tomam a dos vasos em que se encerram. Com os gazes acontece isto mesmo, porém com a differença que não se podem conservar em vasos abertos, como acontece aos liquidos, abstraindo da perda que a evaporação lhes faz soffrer.

Esta circumstancia resulta do predominio constante da força repulsiva sobre a cohesão, constituindo um dos caracteres distinctivos dos gazes—a sua *expansibilidade*—, a qual se demonstra muito facilmente fazendo a experiencia da bexiga no recipiente da machina pneumatica (*p.* 153). Outro caracter que destingue os gazes dos liquidos é a sua grande *compressibilidade*, que se prova com o *fuzil d'ar* (*p.* 22), fig. 70, ao mesmo tempo que se reconhece a

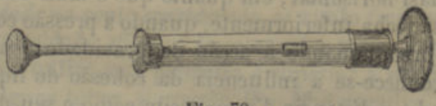


Fig. 70

sua perfeita elasticidade; porque o gaz fortemente comprimido reage para retomar o volume primitivo, e retoma-o quando cessa o exercicio da força compremente.

Na theoria moderna da unidade das forças physicas admitte-se que as moleculas dos gazes estão animadas em todos os sentidos de um movimento extremamente rapido, que as dispersaria se não encontrassem obstaculo algum, e que determina, quando encerradas em espaço fechado, pressões mutuas e contra as paredes d'este, sem perda de movimento em consequencia da elasticidade perfeita de que se suppoem dotados os gazes.

206.—**Equilibrio dos gazes.—Principio de Pascal.**—As condições do equilibrio dos gazes fazem parte da hydrostatica (149). Como os gazes são compressiveis e elasticos, e as suas moleculas gosam de perfeita mobilidade, concluimos que o *Principio de Pascal* é-lhes applicavel do mesmo modo que aos liquidos. Assim: 1.° *N'um gaz em equilibrio é constante a pressão em todos os sentidos em torno de qualquer ponto*; 2.° *A pressão exercida em um ponto da sua massa transmitte-se em todos os sentidos com egual intensidade;* de modo que, *a pressão total é proporcional á superficie premida.*

É em consequencia d'esta egualdade de transmissão das pressões que uma bolha de sabão, ou uma ampolha de vidro fundido, toma a fórma espherica quando se sopra interiormente.

207.—**Peso dos gazes.—Superficies de nivel.**—Apesar da sua espansibilidade, os gazes são attraidos pela terra, isto é, são pesados, o que se demonstra pesando um balão em que se tem feito o vacuo e depois cheio de um gaz. É em consequencia d'esta propriedade que os gazes se podem trasvasar, como os liquidos.

Os gazes exercem, por conseguinte, duas especies de pressões, uma devida á sua expansibilidade, outra ao seu peso. E attendendo a este podemos tornar-lhes extensivas as consequencias do principio de Pascal, que foram estabelecidas para os liquidos. Assim 1.° *n'um gaz em equilibrio é constante a pressão em todos os pontos de uma camada horisontal;* isto é, as *superficies de nivel* são horisontaes; 2.° *a pressão por unidade de superficie em qualquer camada é egual á pressão em outra, superior ou inferior, augmentada ou diminuida do peso de uma columna gazosa de altura egual á differença de nivel entre ellas e de base egual á unidade de superficie.*

Como as densidades dos gazes são pequenissimas, é claro que é inapreciavel a differença de pressão de um ponto para outro em qualquer massa gazosa limitada; e póde admittir-se ainda o principio de Pascal como se o gaz não fosse pesado. Porém n'uma grande massa como na atmosphera, já não acontece assim e a pressão decresce apreciavelmente desde o nivel do mar até ás regiões mais elevadas.[1] E como ha sempre communicação entre

[1] Admitte-se que a atmosphera tem a altura limitada a 50 ou 60 ki-

uma casa e o ar exterior, podemos apreciar a pressão d'este n'uma certa camada pela pressão no interior d'aquella.

208.—**Principio de Archimedes.—Baroscopio.—Aereostatos.**—Sendo applicaveis aos gazes, como aos liquidos, o principio de Pascal e todas as suas consequencias, exercendo e transmittindo pressões como elles, é claro que o principio de Archimedes deve ser-lhes extensivo.

Não se costuma demonstrar rigorosamente este principio, não obstante ser isso facil; e limitamos-nos geralmente a provar a existencia da impulsão do ar, o que se faz com o *baroscopio*, fig. 71. Tendo equilibrado no ar as duas espheras, grande e pequena, e introduzindo o apparelho debaixo do recipiente da machina pneumatica, reconhece-se, feito o vacuo, que o travessão pende para o lado da esphera maior. É porque ambas readquirem a parte do seu peso, que a impulsão do ar tinha neutralisado, a qual é maior para a esphera mais volumosa.

Fig. 71

Se enchermos depois o recipiente da machina pneumatica com um gaz mais denso que o ar, o acido carbonico, por ex., veremos inclinar-se o travessão em sentido contrario.

Representando por V o volume de um corpo de densidade D mergulhado no ar, cuja densidade representamos por d, é claro que o corpo está submettido á acção de duas forças oppostas, uma o seu peso egual a VD, outra a impulsão do ar representada por Vd; a resultante d'estas forças é por tanto $V(D-d)$: e conforme ella é nulla, positiva ou negativa, assim o corpo se conserva em equilibrio, desce ou sóbe na atmosphera.

Esta ultima circumstancia é a que se dá nos *aereostatos*[1]. Para representar a força ascencional de um balão, seja V o volume do hydrogenio que o enche, v o volume de todos os corpos que elle

lometros (*p.* 157). Este limite tem logar quando ha equilibrio entre a acção da gravidade e a força espansiva do ar, a qual decresce muito rapidamente nas altas regiões, por causa da pequenissima densidade do ar e da sua muito baixa temperatura.

[1] Veja-se a sua descripção nos nossos *Principios de Physica* n.os 195 a 197.

transporta comprehendendo o estofo de que é formado, δ e d as densidades em referencia á agua do hydrogenio e do ar na pressão e temperatura que tem no momento da ascenção e p o peso do balão e seus accessorios, com exclusão do peso do hydrogenio.

É claro que a impulsão do ar se representa por $(V+v)d$, e a força ascencional F, egual á differença entre ella e o peso total do balão, por

$$F=(V+v)d-p-V\delta$$

Esta formula permitte calcular aproximadamente o volume V, e por tanto o raio do balão supposto espherico, para uma certa força ascencional F, que não deve exceder 4 a 5 kilogrammas e para uma certa carga p: e ella demonstra o que dissemos no n.º 197 dos *Principios de Physica*, ácerca da constancia da força ascencional em quanto o balão não está completamente dilatado; porque em virtude da lei de Mariotte a densidade d do ar é proporcional á pressão e o volume V varía na razão inversa d'esta; por tanto o producto Vd conserva-se constante: os pesos p e $V\delta$ são constantes; só o termo muito pequeno vd diminue com a subida do balão, e as suas variações affectam muito pouco o valor de F[1]. Depois do balão ter attingido o maximo volume, F diminue continuamente com d, porque V conserva-se constante; e torna-se nullo para um valor de d dado pela equação

$$(V+v)d-p-V\delta=0$$

Por meio d'esta formula podemos calcular aproximadamente o raio que deve ter o balão para attingir uma certa camada; tendo porém o cuidado de reduzir as densidades d e δ á pressão e temperatura d'essa camada, o que se faz como veremos n'outro logar.

Querendo subir mais deitam-se fóra saccos d'areia, d'este modo diminue o valor de p, mais do que vd, e a força ascencional torna-se maior que zero. Para descer abre-se a valvula superior e deixa-se sair algum hydrogenio; assim diminue mais Vd do que $V\delta$, e torna-se negativa a força ascencional, isto é, o balão aproxima-se do solo.

O calculo das dimensões do balão não se consegue senão aproximadamente, mesmo porque o peso p e o volume v, comprehendendo o peso e o volume do estofo, dependem d'ellas.

[1] Apesar d'isto a subida do balão não se faz com movimento uniformemente accelerado, em consequencia da resistencia do ar.

II. — Pressão atmospherica. — Barometros.

209. — **Medição da pressão atmospherica.** — Sabe-se que o ar exerce pressões sobre os corpos mergulhados n'elle e em todos os sentidos, as quaes se demonstram por experiencias conhecidas (*p.* 159). A pressão em qualquer ponto é só dependente da superficie de nivel de que faz parte, isto é, da distancia d'esta ao limite da atmosphera. Entende-se por *pressão atmospherica* o peso de um cylindro de ar com a altura egual a esta distancia e a base de um centimetro quadrado.

Mede-se esta pressão repetindo a celebre experiencia de Torricelli (*p.* 160): vendo, por ex., que ella é equilibrada pelo peso de uma columna de mercurio de 76 centimetros, conclue-se que o seu valor é $13^{gr},59 \times 76 = 1^{k},033$, por ser 13,59 a densidade do mercurio.

A este peso dá-se o nome de *atmosphera*, e toma-se para unidade na comparação das pressões dos gazes. Nas applicações despreza-se, ás vezes, a fracção, e considera-se a *atmosphera* egual a um kilogramma.

210. — **Barometros.** — Denominam-se *barometros* os instrumentos que medem a pressão atmospherica, a qual póde ser equilibrada pelo peso de uma columna de mercurio, como na experiencia de Torricelli, ou pela elastecidade de laminas metallicas: d'aqui vem a distincção de *barometros de mercurio* e *barometros metallicos*[1].

211. — **Barometros de mercurio.** — Os barometros de mercurio podem ser de *tina* ou de *syphão*. Citaremos como exemplo dos primeiros o *barometro de Fortin* (*p.* 164), cuja tina é de fundo movel para permittir o transporte do instrumento, enchendo o tubo de mercurio; e para conseguir que o nivel da tina corresponda sempre ao zero fixo da escala. Como exemplo dos barometros de syphão mencionaremos o de Gay-Lussac (*p.* 165), que com a modificação de Bunten permitte o transporte, invertendo o tubo sem risco da passagem do ar para o ramo maior.

[1] A descripção d'estes ultimos deve ver-se nos nossos *Principios de Physica* n.º 168.

Nos barometros de mercurio é preciso que este liquido seja bem puro e que a camara barometrica seja vacuo perfeito. Realisam-se estas duas condições procedendo da maneira seguinte.

Lava-se muito bem o tubo com acido azotico e depois com agua; secca-se bem, e fecha-se á lampada n'um dos extremos: enche-se pouco a pouco de mercurio chimicamente puro, que se obtem lavando-o com um acido diluido e destillando-o depois; colloca-se sobre uma grelha inclinada para fazer ferver o liquido, a fim de expulsar o ar e a humidade da columna mercurial; acaba-se de encher com mercurio puro e inverte-se sobre uma tina d'este liquido, de modo que não fique alguma bolha d'ar. Se o tubo pertence a um barometro de syphão, dobra-se á lampada pela parte capillar, depois de cheio por esta maneira.

212.—**Barometro de Regnault.**—Nas experiencias rigorosas de gabinete emprega-se o *barometro fixo de Regnault*, fig. 72, constituido por um longo tubo de Torricelli voltado sobre uma tina de ferro fixa a uma prancha suspensa na parede. O tubo é bastante comprido para que seja vasta a camara barometrica, e por tanto inapreciavel a força elastica de alguma porção de gaz ou vapor n'ella contida; além d'isso tem um grande diametro, $2^{mm},5$ a 3^{mm}, para que não seja sensivel a depressão capillar. Este barometro não tem escala; mede-se a altura barometrica começando por ajustar no nivel do mercurio da tina a ponta inferior de um parafuso *a* movel n'uma força *e* fixa á tina, e dirigindo depois o oculo de um cathetometro estabelecido a distancia para a ponta superior do parafuso e para o nivel do mercurio no tubo. Esta distancia, medida na escala do cathetometro, addicionada ao comprimento conhecido do parafuso, dá o valor da altura barometrica.

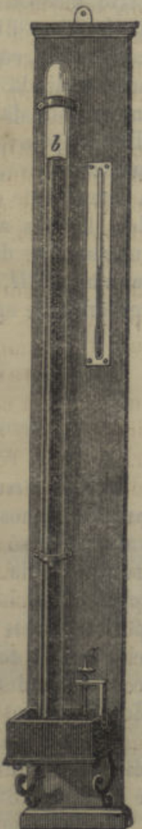


Fig. 72

213.—**Correcção das alturas barometricas.**—Para que as alturas barometricas sejam comparaveis, e para que possam medir as pressões é preciso fazer algumas correcções:

1.° Como o mercurio se dilata com o calor, é claro que variando a temperatura a mesma pressão é representada por alturas diversas: devemos por conseguinte referir todas as alturas á uma temperatura fixa, zero de graus, por ex. O effeito da variação da temperatura faz-se sentir tambem sobre a escala, cujas dimensões mudam de extensão, variando por tanto o numero comprehendido n'uma altura dada.

É para fazer a *correcção das temperaturas*, que os barometros são acompanhados de thermometros. N'outra parte d'este curso daremos a theoria d'esta correcção.

2.ª Outra correcção a fazer é a da capillaridade, que faz deprimir a columna barometrica. Nos barometros fixos póde dispensar-se esta correcção empregando tubos de grande diametro; porém nos barometros portateis ella tem muita importancia.

No nosso *Curso de meteorologia* descrevemos o methodo pratico de fazer as duas correcções mencionadas, por meio de tabellas.

3.ª Para comparar as alturas barometricas de dois logares é precisa ainda uma terceira correcção, proveniente da variação da intensidade da gravidade; porque a pressão da atmosphera é equilibrada pelo peso de uma columna de mercurio, o qual, para a mesma altura, varía de um logar para o outro proporcionalmente á intensidade da gravidade. Assim, as alturas que equilibram em dois logares a mesma pressão são inversamente proporcionaes ás intensidades da gravidade n'esses logares; por tanto para converter a altura H, lida n'um logar cuja gravidade é g, na altura x correspondente em outro logar de intensidade g', temos

$$\frac{x}{H}=\frac{g}{g'} \quad \text{ou} \quad x=H\frac{g}{g'}.$$

214. — Variações da pressão atmospherica. — A pressão atmospherica n'um logar não apresenta sempre o mesmo valor; não só este valor varía de dia para dia, mas varía tambem durante o dia. Estas variações são de duas especies; umas *irregulares* ou *accidentaes*, porque não seguem lei conhecida; outras perfeitamente *regulares*, observadas no decurso de cada dia, e por isso mesmo conhecidas pelo nome de *variações diurnas*. Estas parece dependerem da marcha do sol. No mesmo dia ha, em geral, dois maximos e dois minimos a horas determinadas e invariaveis.

Em Lisboa, na altitude de $94^{m},3$ a pressão atmospherica media de 17 annos (1856 a 1872) é de $755^{mm},41$. Ao nivel do mar é de $764^{mm},32$, media de 8 annos (1856 a 1863).

Costuma-se tomar para *altura normal do barometro* 760^{mm}; com tudo a media geral das pressões ao nivel do mar em todas as latitudes é um pouco superior a este numero.

215. — **Usos do barometro. — Indicação do tempo.** — O barometro, além de ser indispensavel em um grande numero de experiencias em que se precisa do valor da pressão atmospherica, serve muitas vezes com vantagem para medir a differença de nivel de dois logares, e as altitudes, com o auxilio de formulas apropriadas.

Serve tambem o barometro para indicar as mudanças provaveis do tempo: é com este fim que ao lado da escala estão as expressões *muito secco, firme, bom tempo, variavel, chuva ou vento, muita chuva* e *tempestade.*

Pretende-se justificar o emprego d'estas expressões, porque, nos nossos climas, o barometro marca mais de 758 millimetros durante o bom tempo, e menos durante a chuva; e porque quando, durante certo numero de dias, indica 758 millimetros ha, termo medio, tantos dias bons quantos maus. Baseada n'esta correspondencia observada entre a altura do barometro e o estado do ceu, fez-se a escala seguinte, contando de nove em nove millimetros acima e abaixo de 758:

Altura, em millimetros	Estado da atmosphera
785	Muito secco
776	Firme
767	Bom tempo
758	Variavel
749	Chuva ou vento
740	Muita chuva
731	Temporal

Note-se porém que esta escala é o resultado de antigas observações feitas em Paris, e que as coincidencias geralmente observadas entre as mudanças de tempo e as variações do barometro dependem da posição especial do continente europeu.

Só podemos certificar que as indicações do barometro são muito provaveis quando sóbe ou desce lentamente, isto é, durante dois ou tres dias; no primeiro caso indica bom tempo, e no segundo chuva: os movimentos rapidos, tanto de descida como de subida, presagiam mau tempo.

216. — **Medição das alturas pelo barometro.** — Uma das mais importantes applicações do barometro é a medição das alturas. Funda-se esta applicação em que a differença das altu-

ras barometricas de dois pontos provém da differença de peso das columnas d'ar, a qual é principalmente causada pela differença de nivel entre aquelles.

Se a densidade do ar fosse constante, é claro que a differença das alturas barometricas lidas nas duas estações estaria para a differença de nivel d'estas na razão inversa das densidades do mercurio e do ar. Sendo a densidade d'aquelle liquido 10500 vezes proximamente a do ar, é claro que por cada millimetro de descida do barometro teriamos subido 10500 millimetros, isto é, $10^m,5$.

Este calculo não é applicavel senão a pequenissimas alturas; porque, como o ar é muito compressivel, a sua densidade diminue muito com a altura.

Partindo da lei de Mariote, Halley e depois Newton, estabeleceram uma formula que liga as alturas barometricas de duas estações com a differença de nivel d'estas, despresando a variação da gravidade e suppondo que a densidade do ar varía apenas pelo effeito da compressão. A formula é

$$X = \frac{1}{C} \log \frac{H}{h}$$

na qual X é a differença de nivel, H e h as alturas barometricas na estação inferior e superior e C uma constante.

Para estabelecer uma formula barometrica deve-se attender tambem á variação da temperatura do ar, á sua humidade e á variação da intensidade da gravidade com a latitude e as altitudes, porque todas estas circumstancias fazem alterar a densidade dos gazes.

Foi Laplace quem primeiramente estabeleceu uma formula n'estas condições, a qual, com os coefficientes modernamente aceitos e de accordo com o que estabelecemos no n.º 76, é

$$X = 18405^m(1 + 0,002613 \cos 2\lambda)\left[1 + \frac{2(T+t)}{1000}\right] \log \frac{H}{h}$$

representando por T e t as temperaturas na estação inferior e na estação superior, e tomando-lhes a media para designar a temperatura supposta constante em toda a extensão considerada.

Para alturas não superiores a 1000 metros o sr. Babinet transformou aquella formula, na seguinte, muito mais simples e que despensa os logarithmos,

$$X=16000\left[1+\frac{2(T+t)}{1000}\right]\frac{H-h}{H+h}.$$

Para fazer a medição de uma altura com o barometro, deve-se escolher um dia em que o ar esteja socegado, e convém que se façam simultaneamente as observações do barometro e do thermometro nas duas estações.

217.—Com a formula barometrica podem resolver-se algumas outras questões. Assim, tendo determinado a altura h e a temperatura t n'uma estação, e substituindo por H e A os valores correspondentes ao nivel do mar, o valor de X representa a altitude d'aquella estação. Inversamente, conhecendo esta altitude, podemos concluir o valor da pressão H ao nivel do mar.

Finalmente, a formula barometrica póde dar uma idéa do valor da altura da atmosphera. Para este fim admitte-se que a pressão h no limite d'esta é de uma fracção do millimetro, e que a temperatura é de — 60°, e toma-se para T o valor 0 e para H o de $0^m,76$. Acha-se assim para X um valor de 48 a 50 kilometros.

218.—**Esgoto dos liquidos pela acção do ar.**— É a pressão do ar que faz subir a agua nas *bombas* (*p.* 183 a 186); que determina o esgoto no *syphão* (*p.* 188), nos vasos de Tantalo (*p.* 189), etc.

III.—Compressibilidade dos gazes.—Applicações

219.—**Lei de Mariotte.**—É conhecida entre nós pela denominação de *lei de Mariotte*, a seguinte lei estabelecida por Mariotte e Boyle, ácerca da compressibilidade dos gazes: *os volumes que um gaz apresenta a uma temperatura constante, quando se submette a differentes pressões, estão na razão inversa das pressões.*

Assim, sendo V e V' os volumes de um gaz sob as pressões P e P' temos $\frac{V}{V'}=\frac{P'}{P}$. D'esta proporção tira-se $PV=P'V'$, o que permitte enunciar a lei de outro modo dizendo que, *é constante o producto do volume de um gaz pela pressão que supporta.*

E como para massas eguaes os volumes estão na razão inversa das densidades, sendo d e d' as densidades correspondentes aos volumes V e V', temos $\frac{d}{d'}=\frac{V'}{V}$. Combinando esta proporção com a primeira conclue-se $\frac{P}{P'} = \frac{d}{d'}$. D'aqui vem o seguinte terceiro enunciado da lei: *as densidades de um gaz submettido a differentes pressões são directamente proporcionaes a estas pressões.*

Conclue-se da lei que, *os pesos de volumes eguaes dos gazes a differentes pressões são proporcionaes a estas pressões*; porque o são ás densidades, como se sabe.

220.—**Demonstração da lei de Mariotte.**—Mariotte demonstrou a lei para pressões maiores que uma atmosphera com um tubo recurvado de ramos muito deseguaes, sendo o menor fechado e o maior aberto; este tubo é ligado a uma prancha de madeira; a partir de um traço commum o ramo menor está dividido em partes de egual capacidade, e o maior está graduado em centimetros e millimetros. Faz-se a demonstração deitando mercurio pelo ramo aberto até subir em ambos os ramos ao traço commum, o que se consegue com algumas tentativas: d'este modo fica encerrada no ramo menor uma porção de ar, que soffre a pressão da atmosphera. Deitando mais mercurio até que a differença de nivel nos dois ramos seja de 76 centimetros, reconhece-se que o volume do ar se reduziu a metade, e n'este caso soffre evidentemente a pressão de duas atmospheras, uma da atmosphera outra da columna de mercurio. Se o tubo tem dimensões sufficientes póde-se reduzir o volume do ar a um terço, deitando mercurio até estabelecer uma differença de nivel egual a duas vezes 76 centimetros. E assim fica demonstrada a lei para este caso.

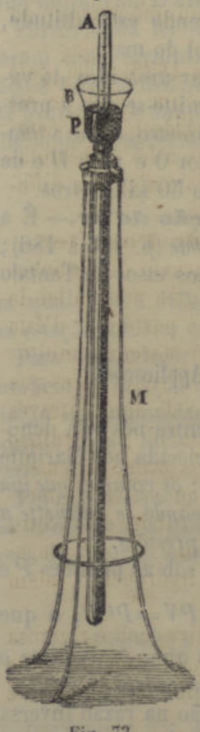


Fig. 73

Fig. 74

Para fazer a demonstração no caso em que o ar se dilata, isto é, para pressões menores que uma atmosphera, emprega-se o apparelho representado na fig. 73: é uma tina *PM*, ou vaso de vidro prolongado no fundo em fórma de tubo, que se enche de mercurio, no qual se mergulha um tubo recto graduado. Este tubo recebe mercurio e uma pequena porção de ar, e volve-se sobre a tina. Elevando ou baixando o tubo até que o nivel do mercurio n'elle contido coincida com a superficie livre do mercurio da tina, temos a certeza que o ar soffre a pressão da atmosphera: feito isto nota-se o seu volume *A B*. Depois eleva-se o tubo, fig. 74, para que o ar possa occupar maior volume; vê-se elevar-se tambem o mercurio dentro do tubo, e quando a columna levantada *C D* é egual a metade de 76 centimetros reconhece-se que o volume *A C* do ar é duplo do primitivo, e a pressão que soffre é de meia atmosphera, porque esta columna de mercurio equilibra a outra meia. Levantando mais o tubo até que a columna de mercurio attinja a altura de dois terços de 76 centimetros, a pressão que soffre o ar é apenas de um terço de atmosphera, e o seu volume é triplo do primitivo, etc.

Œrested e Swendren verificaram depois (em 1826) a lei pelo processo de Mariotte até 8 atmospheras, e com um cano de espingarda até 68 atmospheras; o processo empregado não foi comtudo bastante rigoroso para poder certificar que a lei é absolutamente verdadeira, além de que elles reconheceram algumas differenças, que attribuiram aos erros da observação.

221.—**Experiencias de Despretz e de Pouillet.**— Despretz encarando a questão por outro lado tratou de reconhecer primeiro se todos os gazes estão sujeitos a uma mesma lei de compressibilidade, sem se importar com a fórma particular d'esta lei. Para esse fim mergulhou em uma tina com mercurio muitos tubos da mesma altura, contendo até ao mesmo nivel os gazes que queria estudar, e fechou tudo em um vaso cheio de agua, através da qual fez variar a pressão exercida com um embolo de parafuso e transmittida ao mercurio da tina, e d'elle aos gazes. Augmentando progressivamente a pressão reconheceu que o nivel do mercurio não subia á mesma altura nos differentes tubos, e concluiu que os acidos sulfuroso e sulphydrico, o ammoniaco e o cyanogenio se comprimiam mais que o ar, e que o hydrogenio, além de 15 atmospheras, se comprimia menos.

D'estas experiencias conclue-se de uma maneira facil e rigorosa que, cada gaz possue uma lei especial de compressibilidade, e que por tanto a lei de Mariotte, ainda que se applique a algum, não é geral.

Esta consequencia foi perfeitamente confirmada por Pouillet, que, por meio de um apparelho especial, conseguiu comprimir os gazes até 100 atmospheras.

222.—**Experiencias de Dulong e Arago.**—Estes physicos, tendo, em 1829, sido encarregados de medir as tensões maximas do vapor d'agua em temperaturas elevadas, e precisando empregar um manometro de ar comprimido, trataram de o graduar, não segundo a lei de Mariotte, porém sugeitando o ar a pressões conhecidas; e d'este modo poderam reconhecêr o grau de exactidão d'esta lei.

Para este fim seguiram o processo de Mariotte, modificando-o comtudo em attenção ás grandes pressões de que careciam. O apparelho era formado por um tubo manometrico de quasi dois metros de altura, fechado superiormente; e communicando inferiormente por uma tuboladura com um reservatorio. Do outro lado d'este, e communicando tambem com elle por meio de outra tuboladura, empregaram, preso a grandes madeiros, um tubo aberto, formado de treze de dois metros cada um, ligados uns aos outros por virolas de ferro, das quaes partiam duas cordas que passando em roldanas sustentavam pesos. Esta disposição tinha por fim aliviar os tubos inferiores do peso dos superiores.

O tubo menor era cheio de ar secco e envolvido por uma manga de vidro em que circulava uma corrente de agua fria, para annular o aquecimento produzido pela compressão do ar, de modo a manter-se constante a sua temperatura. Além d'isso, para medir os volumes do ar nas differentes pressões estava applicado a uma regua metallica graduada e munida de nonio.

Entre os dois tubos havia um reservatorio com dois terços da sua capacidade com mercurio, o qual enchia tambem as tuboladuras de communicação. Uma bomba aspirante-premente aspirava agua de um deposito proximo, e, levando-a para o reservatorio, obrigava pela pressão a subir o mercurio nos dois tubos. A altura do mercurio no tubo maior apreciava-se por escalas de millimetros, munidas de nonios, que se applicavam nos tubos á medida que o mercurio subia. Assim, fazendo variar a pressão no reservatorio, medindo o volume do ar no tubo menor, e a differença de nivel do mercurio nos dois tubos, para ter o valor da pressão, obtinha-se a lei da compressibilidade d'aquelle gaz. Os volumes do ar no tubo menor eram um pouco inferiores aos que se deduziam da lei de Mariotte: porém como as differenças eram muito pequenas, attribuiram-n'as aos erros commettidos na medição, e admittiram a lei de Mariotte para o ar, pelo menos até á pressão de 27 atmospheras, maxima a que chegaram.

Podemos notar já que a circumstancia da experiencia dar sempre para o ar uma compressibilidade superior á que suppõe a lei de Mariotte, mostra que as differenças observadas não são provavelmente provenientes dos erros da medição, mas tambem da inexactidão d'aquella lei. É o que se conclue das experiencias feitas em 1847, pelo sr. Regnault, nas quaes as medições são muito mais perfeitas e algumas causas de erro attenuadas.

223.—**Experiencias de Regnault.**—Nas experiencias de Dulong e Arago empregava-se sempre a mesma massa d'ar, que se reduzia a volumes cada vez menores; de sorte que o erro commettido na medição d'estes, sendo constante em absoluto, tornava-se relativamente crescente, isto é, augmentava exactamente quando as pressões eram maiores e quando havia maior interesse em examinar a exactidão da lei.

Regnault nas suas experiencias fez desapparecer este inconveniente, empregando o tubo menor de 3 metros de comprimento aberto superiormente e posto em communicação por um tubo com torneira com um reservatorio, no qual previamente comprimia o ar até ao ponto desejado. Tendo feito o vacuo no tubo, punha-o em communicação com este reservatorio, e assim tinha um volume constante de ar em pressões iniciaes differentes, que eram dadas pelo tubo maior. Augmentava depois a pressão até reduzir o volume a metade proximamente, indicada por um traço, e media a nova pressão P_1. D'este modo, qualquer que fosse a pressão inicial P_0 a reducção do volume era sempre a mesma, portanto quaesquer que fossem as pressões finaes a sensibilidade das medidas era constante. Os volumes inicial e final V_0 e V_1, eram medidos pesando o mercurio que enchia o tubo até a parte superior, e até ao traço collocado na parte media.

Outra modificação importante do methodo de Regnault resulta principalmente das disposições do apparelho. No apparelho de Dulong e Arago o reservatorio com a bomba era collocado entre os tubos, e por tanto sempre em communicação com estes; e como a bomba não vedava completamente, o liquido escapava-se, a pressão diminuia e o mercurio descia gradualmente nos dois tubos. No apparelho de Regnault o reservatorio era collocado fóra do canal de communicação dos dois tubos, por conseguinte, estabelecida n'estes a pressão que se queria, interceptava-se a communicação com elles.

Finalmente, as pressões eram medidas com muito mais exactidão, porque na parte do tubo collocada dentro da torre, onde se estabeleceu o apparelho havia referencias fixas a distancias rigorosamente medidas com o cathetometro, e este apparelho apreciava a distancia do nivel do mercurio á referencia mais proxima. Além de 9^m, que era a altura da torre, os tubos estavam ligados a um mastro, e não se podia empregar o cathetometro; porém os tubos eram rigorosamente graduados em millimetros, e d'este modo a pressão podia ser avaliada certamente com um erro não superior a meio millimetro. Uma especie de caminho de ferro vertical, em que se movia uma cadeira, permittia a subida do observador e do cathetometro até á parte superior da torre. Uma cadeira semelhante corria ao longo do mastro, quando era preciso subir mais.

Regnault empregou para ligar os tubos de 3^m, que constituiam o ramo maior do apparelho, uma disposição engenhosa, geralmente empregada depois em outros apparelhos. Os estremos superior de um tubo e inferior do tubo superior tinham virolas metallicas de superficie conica, cujas bases planas eram apertadas contra uma rodela de sola, por meio de um annel de gola interior conica, composto de duas partes articuladas, cujas distancias se variavam por meio de um parafuso. Assim, apertavam-se bem os tubos, evitando a saída do mercurio. Regnault não empregou o systema de contrapesos para aliviar os tubos inferiores; porém conseguiu um resultado identico apoiando os tubos contra o poste de madeira, por intermedio de uns estribos metallicos.

Os resultados das experiencias, mencionados no numero seguinte, foram correctos da dilatação do mercurio e da sua compressibilidade; da differença da pressão atmospherica nas duas extremidades do tubo maior, e do augmento de volume do tubo menor pelo effeito da pressão interior. Estas correcções não se podiam fazer no methodo de Dulong e Arago, porque as variações que introduziam eram inferiores ao erro das suas medições.

224.—Resultados das experiencias de Regnault. —Mostram estas experiencias que a relação $\frac{V_0 P_0}{V_1 P_1}$, egual á unidade na lei de Mariotte, é para o ar, azote e acido carbonico maior que a unidade, e tanto mais quanto maior é a pressão inicial P_0; o que resulta necessariamente de ser V_1 menor do que suppõe a lei, ou a compressibilidade real maior do que a calculada.

Conclue-se, pois, que o azote, o acido carbonico e tambem o oxygenio teem, como o ar, uma compressibilidade crescente com a pressão e segundo leis especiaes para cada um. O mesmo succede, como o demonstrou Despretz, ao acido sulfuroso, ao ammoniaco e ao cyanogenio.

Para o hydrogenio, pelo contrario, a relação $\frac{V_0 P_0}{P_1 V_1}$ é sempre menor que unidade, e diminue á medida que a pressão augmenta; o que mostra que o volume V_1 é maior do que o calculado, e por conseguinte que o hydrogenio afasta-se da lei de Mariotte, tendo, porém, uma compressibilidade menor, e decrescente com o augmento de pressão.

Póde explicar-se o augmento de compressibilidade dos gazes com a pressão pela sua cohesão, que se torna tanto mais energica quanto mais proximas estão já as moleculas. A particularidade que apresenta o hydrogenio explica-se pela circumstancia de elle ser um metal, como se prova em chimica, em estado de grandissima rarefação.

A lei de Mariotte póde considerar-se, pois, como uma lei limite; nenhum gaz a segue, porém, em quanto um grande numero se afasta d'ella em um sentido, ha um gaz, o hydrogenio, que se afasta d'ella em sentido contrario.

Além d'isso, como teremos occasião de notar, parece certo que a compressibilidade diminue muito com a temperatura, por fórma que os gazes do primeiro grupo seguem a lei de Mariotte em temperaturas elevadas e pódem, além d'estas, afastar-se d'ella em sentido contrario e portar-se como o hydrogenio á temperatura ordinaria. E é provavel que este gaz competentemente resfriado siga a lei de Mariotte, para se afastar depois no mesmo sentido dos outros gazes

Concluindo, notaremos que as differenças entre a lei real de compressibilidade e a lei de Mariotte são tão difficeis de observar, que só um methodo tão perfeito de experimentação como o de Regnault, as póde accusar; por isso nas applicações desprezam-se e emprega-se sempre aquella lei, quando os gazes não se aproximam da condensação.

225.—**Manometros.**—Os manometros são instrumentos que medem a força elastica do ar, ou de qualquer gaz contido em espaço fechado.

Os manometros destinados para pressões superiores á da atmosphera graduam-se em *atmospheras*, isto é, tomando para unidade a pressão correspondente á altura de 76 centimetros de mercurio, ou $1^{k},033$. Estes manometros são de tres especies: *de ar livre; de ar comprimido*, e *metallicos*.

Os manometros, que servem para avaliar forças elasticas inferiores á pressão atmospherica, denominam-se *manometros de rarefação*, e graduam-se em millimetros.

A descripção de todos estes apparelhos deve lêr-se nos nossos *Principios de Physica* n.^{os} 174 a 177.

226.—**Manometro barometrico de Regnault.**—O *manometro barometrico de Regnault* é frequentemente empregado para medir com muito rigor tensões menores que a pressão atmospherica, e póde-se dizer que é uma modificação do seu *barometro fixo* (211), por isso que é formado por este barometro, tendo mergulhado na mesma tina um segundo tubo identico ao d'aquelle, porém aberto superiormente e prolongado por um tubo estreito dobrado em angulo recto, no qual está uma tubuladura de tres vias, que permitte estabelecer a communicação com a machina pneumatica e com o espaço em que se deve fazer o vacuo. Á medida que se extrae o ar d'este espaço, o mercurio sóbe no tubo, e a differença de nivel entre elle e o barometro, medida com o cathetometro, dá a tensão do ar.

227.—**Medição de volumes.—Stereometro de Say.** —Mede-se o volume de um corpo ou pelo principio de Archimedes, ou pela determinação da densidade; porém se o corpo não pode ser mergulhado em agua, sem alteração da sua densidade, nenhum d'estes meios convém empregar, e póde-se então, recorrendo á lei de Mariotte, usar um processo na verdade menos rigoroso do que estes.

O processo, imaginado por Say em 1797, faz-se com um instrumento, que elle denominou *stereometro*, composto de um tubo não capillar *n*, fig. 75, soldado a um reservatorio superior *V*, que se póde tapar hermeticamente com um disco de vidro *O*, e que tem duas graduações, uma em partes de egual capacidade, em fracções do centimetro cubico, por ex., outra em partes de egual comprimento, isto é, em centimetros e millimetros. Estas duas graduações coincidem, quando o tubo é bem calibrado.

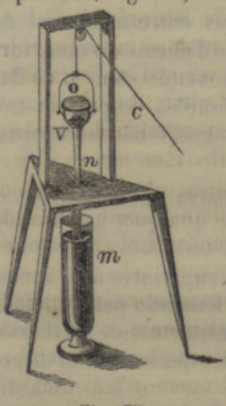


Fig. 75

Para medir o volume de um corpo introduz-se este no reservatorio *V*, e mergulha-se o tubo no mercurio de uma tina profunda *m*, de maneira que o nivel corresponda ao zero das duas escalas. N'estas circumstancias tapando o reservatorio, temos, á pressão atmospherica, encerrado um volume de ar egual a $V-x$, chamando V a capacidade do reservatorio e do tubo até ao zero, e x o volume do corpo.

Levanta-se depois o tubo por meio de um fio *c*, para que não se altere a temperatura; o ar expandindo-se, occupa mais a capacidade de um certo numero *n* de divisões, e o mercurio eleva-se no tubo da altura *h* acima do nivel da tina. Representando por *v* a capacidade de cada divisão do tubo, o volume occupado pelo ar é então $V-x+nv$, á pressão $H-h$; temos, pois, segundo a lei de Mariotte,

$$\frac{V-x+nv}{V-x}=\frac{H}{H-h}$$

d'onde se tira

$$x=V+n\,v-\frac{H\,n\,v}{h}$$

Para empregar esta formula é preciso ter determinado previamente os valores de v e V: o 1.º obtem-se facilmente pesando o mercurio que occupa um certo numero de divisões, e dividindo o peso por este numero e pela densidade do mercurio; o 2.º determina-se depois, fazendo a experiencia que descrevemos, antes de ter collocado o corpo no reservatorio V; tem-se então a expressão $\frac{V+n\,v}{V}=\frac{H}{H-h}$, da qual se tira o valor de V.

228.—**Volumenometro de Regnault.**—Dá-se geralmente o nome de *volumenometros* aos instrumentos destinados a applicar o methodo de Say, que acabamos de descrever.

O *volumenometro do sr. Regnault* consta de dois tubos de vidro de egual diametro, ligados a uma prancha vertical apoiada sobre uma base, e postos em communicação por uma torneira de tres vias, que se obtem addicionando-lhe ao seu canal ordinario um segundo prependicular e terminado n'aquelle. Esta torneira serve para estabelecer a communicação entre os dois tubos, isolando-os da atmosphera, ou communicando-os simultaneamente com esta, e serve tambem para interceptar a communicação entre elles, pondo um em communicação com o exterior.

Um dos tubos é aberto; o outro é um pouco menor e prolongado por um tubo mais delgado dobrado horisontalmente, o qual póde por-se em communicação com um balão destinado a conter o corpo, cujo volume se procura. Além d'isso o tubo menor tem uma dilatação na sua parte superior e dois traços, um acima e outro abaixo d'ella, com o fim de limitarem uma certa capacidade.

Se deitarmos mercurio pelo tubo recto até que chegue em ambos ao nivel do traço inferior do outro tubo, estando aberta a torneira no balão e mettido n'este o corpo, teremos á pressão atmospherica H um volume de ar $V+v-x$, chamando V o volume do balão até ao traço superior e v a capacidade do tubo entre os dois traços.

Se fecharmos a torneira e deitarmos mais mercurio até que chegue ao traço superior, haverá uma differença de nivel h nos dois tubos, e o volume do ar estará reduzido a $V-x$, á pressão $H+h$, teremos pois:

$$\frac{V-x}{V+v-x}=\frac{H}{H+h}$$

d'onde

$$x=V-\frac{v\,H}{h}.$$

Mede-se o volume v levando o mercurio ao traço superior, fazendo-o sair depois por meio da torneira até que desça ao traço inferior, pesando-o e dividindo o peso pela sua densidade. O volume V calcula-se depois fazendo uma experiencia sem o corpo, e recorrendo á formula

$$\frac{V}{V+v}=\frac{H}{H+h}$$

229.—O apparelho de Regnault é um verdadeiro manometro de ar livre, que se emprega de preferencia ao manometro barometrico (226), porque serve tambem para medir pressões muito pouco superiores á da atmosphera; exige porém, o emprego de um barometro que avalie esta ultima pressão. Emprega-se o apparelho como manometro dispensando o balão, e pondo o tubo menor em communicação com o espaço onde está o gaz. A differença de nivel entre o mercurio dos dois tubos, addicionada ou subtraída da altura barometrica, dá a pressão procurada; addicionada no caso do nivel no tubo maior ser superior, subtraída no caso contrario.

230.—**Sympiezometro.**—Dá-se este nome a um pequeno instrumento fundado na elasticidade do ar, e que substitue com vantagem o barometro, principalmente nas observações a bordo, onde este instrumento não é de uso commodo.

Consta essencialmente de um tubo de vidro aberto superiormente, recurvado na parte inferior e ligado a um reservatorio: este encerra um certo volume de ar, separado da atmosphera por uma columna de um liquido pouco volatil, como é qualquer oleo gordo, o qual acaba de encher o reservatorio e occupa parte do tubo. Com esta disposição compreende-se que a subida ou descida do nivel do liquido n'este tubo possa medir sobre uma escala a descida ou subida da pressão atmospherica; porém como as variações de volume do ar tambem são produzidas pelas mudanças de temperatura, a escala feita em uma temperatura não serve para qualquer outra, e deve ser accrescentada ou subtraída da subida ou descida que o nivel adquire com o accrescimo ou decrescimo da primeira.

É preciso, pois, que o instrumento indique a temperatura do ar n'elle encerrado, e que a escala das pressões seja movel e possa adaptar-se a qualquer temperatura: para este fim o reservatorio do sympiezometro contém o reservatorio de um thermometro, e ao lado do tubo d'aquelle está uma escala de temperaturas sobre que se move a escala de pressões. Mede-se a pressão atmospherica levando um indicador d'esta escala em frente do numero de graus d'aquella egual ao que dá o thermometro, e lendo na primeira o numero indicado pelo nivel do oleo.

231.—**Peso dos gazes.—Influencia da latitude e da altitude.**—A densidade dos gazes e dos vapores determina-se em relação ao ar e em referencia á pressão de 760^{mm} e á temperatura de zero de graus. Por este motivo para avaliar o peso de V litros de um gaz, n'estas circumstancias, não basta, como dissemos no numero 89, multiplicar este volume pela densidade, é preciso multiplical-o ainda pelo peso de um litro de ar *normal*, isto é, de ar secco, a 760^{mm} de pressão e a zero de graus.

Este peso é, porém, variavel com a latitude e a altitude; porque varía com estas circumstancias a pressão da columna de 760^{mm} de altura; e, como se sabe (219), o peso dos gazes debaixo de volume constante é proporcional á pressão.

Tomando para unidade o peso da columna de 760^{mm} de mercurio na latitude 45° e na altitude zero, o seu valor p na latitude λ e altitude h é (78)

$$p=\left(1-\frac{2h}{R}\right)\left(1-0{,}002613\cos 2\lambda\right)$$

Tendo-se calculado que na latitude 45° e altitude zero um litro de ar normal pesa $1^{gr},292673$, concluimos que o seu peso nos logares de latitude λ e altitude h é

$$1^{gr},292673\left(1-\frac{2h}{R}\right)\left(1-0{,}002613\cos 2\lambda\right)$$

Para a latitude de Lisboa este valor é proximamente $1^{gr},292$; e é d'elle que nos serviremos sempre.

O peso de um centimetro cubico de ar normal, em Lisboa, é por conseguinte $0^{gr},001292$; e como um egual volume de agua pesa um gramma, o numero 0,001292, ou a fracção $\frac{1}{774}$, representa a densidade do ar normal em relação á agua.

232.—**Problemas em que se applica a lei de Mariotte.**

1.°—*Sendo* **d** *a densidade de um gaz á pressão* **H**, *qual será o seu valor á pressão* **h**?

Como as densidades são proporcionaes ás pressões, tem-se $\frac{x}{d}=\frac{h}{H}$, isto é, $x=d\frac{h}{H}$.

É assim que se resolve uma das questões mencionadas no numero 208.

2.°—*Sendo* $1^{gr},292$ *o peso de um litro de ar secco em Lisboa, á pressão de* 760^{mm} *e á temperatura zero, qual é o peso do mesmo volume de ar á pressão* **H**, *sendo identicas as outras circumstancias?*

Da lei de Mariotte conclue-se, como dissemos, que os pesos de volumes eguaes dos gazes são proporcionaes ás pressões; por conseguinte temos $\frac{X}{1^{gr},292}=\frac{H}{760}$, isto é, $X=1^{gr},292\frac{H}{760}$.

Assim, para converter o peso de um certo volume de gaz a uma dada pressão no peso a outra pressão, é preciso multiplical-o pela relação entre a nova pressão e a primeira. Faremos frequentes applicações d'este resultado.

IV.—Diffusão.—Osmose e Absorpção dos gazes

233.—**Diffusão dos gazes.—Experiencia de Berthollet.**—A *diffusão* (111) ou a mistura expontanea é muito mais rapida entre os gazes do que entre os liquidos, em consequencia da sua força expansiva; e a experiencia mostra que o é tanto mais quanto maior é a differença entre as densidades dos dois gazes postos em contacto.

Berthollet reconheceu, fazendo a experiencia descripta no n.° **111**, que a pressão dos gazes misturados era em cada balão a mesma que havia antes da mistura. Parece, pois, que não obstante haver desde o principio da experiencia a mesma pressão sobre as superficies de separação dos dois gazes, não havia equilibrio, o qual só tem logar depois d'estes gazes se terem intima e uniformemente misturado. Podemos admittir que cada um dos gazes se espalha no balão que primitivamente não occupa, como se este balão estivesse vasio, e assim compreende-se facilmente que a pressão não tenha mudado; porque representando por V e V' os volumes do hydrogenio e do acido carbonico á pressão P, como estes gazes passam a occupar o volume $V+V'$, as suas forças elasticas x e y são, segundo a lei de Mariotte:

$$x=\frac{VP}{V+V'} \qquad y=\frac{VP}{V+V'}$$

d'onde

$$x+y=P,$$

como demonstra a experiencia.

234.—**Lei de Dalton sobre a mistura dos gazes.**— A experiencia de Berthollet foi generalisada. Reconhece-se que os gazes, qualquer que seja o seu numero, diffundem-se completamente uns nos outros, quando não exercem entre si acção chimica, de modo que cada um occupa no fim de algum tempo o volume total da mistura, e possue uma força elastica que só depende do seu novo volume.

Dalton ennunciou este resultado de uma maneira geral, dizendo que: *a força elastica da mistura dos gazes, que não actuam chimicamente uns sobre os outros, é egual á somma das forças elasticas que teria cada gaz se occupasse só o volume total da mistura.*

Para verificar esta lei introduzem-se em campanulas graduadas invertidas sobre o mercurio, os volumes $v, v', v''...$ de differentes gazes seccos, cujas pressões $p, p', p''...$ se obteem tirando da pressão atmospherica a altura do mercurio, elevado nas campanulas acima do nivel das tinas; trasvasam-se depois todos os gazes para uma unica campanula, e mede-se o volume V e a pressão P da mistura.

Se os gazes se comportam como se estivessem sós as suas novas pressões são $p\frac{v}{V}$; $p'\frac{v'}{V}$; $p''\frac{v''}{V}$ . . . . . . e a experiencia mostra que é

$$P=p\frac{v}{V}+p'\frac{v'}{V}+p''\frac{v''}{V}+\ldots\ldots$$

235. — Da formula do numero antecedente tira-se a egualdade:

$$P\,V=p\,v+p'\,v'+p''\,v''+\ldots\ldots$$

a qual liga as pressões e volumes dos gazes misturados com a pressão e volume da mistura, e que empregaremos dentro dos limites em que é applicavel a lei de Mariotte a cada um dos gazes que entram n'aquella.

236. — **Osmose dos gazes.** — A diffusão através de membranas ou diaphragmas, isto é, a *osmose dos gazes*, é um phenomeno semelhante ao da endosmose e exosmose dos liquidos (*p.* 137).

Demonstra-se a osmose dos gazes com o apparelho do dr. Beclard, fig. 76: é uma campanula *C*, invertida sobre a agua de

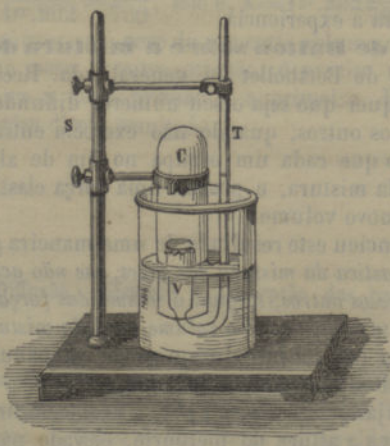


Fig. 76

um grande copo, contendo mais de metade o gaz acido carbonico, por ex.: no seu interior está introduzido um pequeno vaso *V* fechado superiormente por uma membrana, e prolongado inferiormente por um tubo recurvado T: e n'este vaso e em parte do tubo está outro gaz, o ar, por ex, limitado por um pequeno index liquido. Mostra a experiencia que, com esta disposição, o index sóbe, o que indica ser a quantidade de acido carbonico que entra para o vaso V superior á quantidade de ar que sae. É preciso conservar durante a experiencia o mesmo nivel no copo e na campanula, para que o gaz contido n'esta supporte sempre a mesma pressão, que é a da atmosphera.

A osmose dos gazes reconhece-se tambem na seguinte curiosa experiencia de Saint-Claire Deville. Desenvolve-se o hydrogenio em um vaso e dirige-se para a atmosphera por um tubo de terra porosa; desenvolve-se o acido carbonico em outro vaso e dirige-se por um tubo que envolve o primeiro. Faz-se passar só o hydrogenio e inflamma-se á saída; depois faz-se passar o acido carbonico e reconhece-se não só, diminuição na chamma, resultado sem duvida do acido carbonico, que atravessou o vaso poroso e foi juntar-se ao hydrogenio, mas que póde-se inflammar o jacto do acido carbonico, o que prova que o hydrogenio está misturado com elle. No fim de algum tempo apaga-se a primeira chamma; porque é muito grande a quantidade de acido carbonico misturado com o hydrogenio.

Graham e Bunsen fizeram varias experiencias com o fim de apreciarem a velocidade com que os gazes se misturam; porém os resultados a que chegaram não estão de accordo: apenas parece provado que os volumes de gaz entrado e saido durante a experiencia estão n'uma razão constante, que é unidade quando os gazes misturados teem densidades eguaes.

237.—**Absorpção dos gazes pelos liquidos.**—Os liquidos absorvem, ou dissolvem, uma certa porção dos gazes postos em contacto com elles, não havendo acção chimica; e restituem-os completamente, quando se expõem no vacuo, ou n'uma atmosphera indefinida composta de gazes differentes dos que se consideram. O peso do gaz absorvido depende da temperatura, e da natureza do liquido e do gaz, e está, além d'isso, subordinado ás leis seguintes, conhecidas pelo nome de *leis da absorpção dos gazes pelos liquidos:*

1.ª lei.—*É constante a relação entre o volume do gaz absorvido por um liquido e o volume d'este, tomando o primeiro na pressão em que se acha exteriormente.* Esta relação, constante para os mesmos corpos, varía com a temperatura e com a natureza d'estes e denomina-se *coefficiente de absorpção* ou *de solubilidade*. Este coefficiente tem, na temperatura de 10 a 12.°, os valores seguintes para o acido carbonico, oxygenio, azote e hydrogenio 1; 0,046; 0,025; 0,020.

Se o representarmos em geral por s, e chamarmos V o volume do liquido, é claro que o volume do gaz dissolvido reduzido á pressão exterior será Vs; e sendo d a sua densidade, o seu peso será $P = Vsd$.

D'aqui se conclue um segundo ennunciado da lei: *o peso do gaz dissolvido é proporcional á densidade do gaz collocado superiormente; ou á pressão d'este gaz*, por isso que, em virtude da lei de Mariotte, as densidades são proporcionaes ás pressões.

Isto explica porque o gaz já dissolvido n'um liquido se perde completamente quando se expõe o liquido no vacuo; e porque se augmenta a quantidade de gaz dissolvido n'um liquido augmentando a pressão do gaz. É n'este principio que se funda o fabrico das aguas gazozas artificiaes, como a agua de Seltz, por ex.

2.ª lei.— *Estando uma mistura de gazes em presença de um liquido, este absorve cada um como se fosse só, com a pressão que tem na mistura.*

Esta lei explica o facto do ar dissolvido na agua ser mais rico em oxygenio que o ar atmospherico. De feito, sendo H a pressão atmospherica, a pressão do oxygenio é $0,21\,H$ e a do azote $0,79\,H$ (234): por tanto os volumes absorvidos d'estes gazes reduzidos á pressão H são, por unidade de volume de agua:

$$0,21 \times 0,046 = 0,00966 \text{ e } 0,79 \times 0,025 = 0,01975;$$

vê-se, pois, que a agua absorve quasi 33 por cento de oxygenio e 67 de azote.

Como consequencia d'esta lei podemos dizer que um gaz dissolvido n'um liquido deve perder-se pouco a pouco, quando se expõe o liquido n'uma atmosphera de gazes estranhos; porque sendo a pressão d'estes sem influencia sobre o gaz dissolvido, este desenvolve-se como se estivesse no vacuo. Esta consequencia tem sido verificada pela experiencia: assim uma dissolução concentrada de ammoniaco na agua perde todo o gaz quando se expõe ao ar; e uma campanula cheia de hydrogenio collocada sobre uma tina com agua só contém no fim de algum tempo azote e oxygenio, que a agua lhe cedeu, em quanto que o hydrogenio foi pouco a pouco absorvido por ella e depois perdido na atmosphera.

238.— **Absorpção dos gazes pelos solidos.**— N'outro logar descrevemos já a absorpção dos gazes pelos solidos, em especial pelo carvão e pelos metaes, e vimos que esta absorpção depende principalmente da natureza das substancias. Em temperaturas muito elevadas certos metaes tornam-se permeaveis para os gazes: assim o ferro e a platina na temperatura rubra deixam-se atravessar pelo hydrogenio, e o palladio n'uma temperatura mais inferior apresenta o mesmo phenomeno em mais alta escala.

Graham admitte que o hydrogenio, o oxygenio e o oxydo de carbone, que ainda não foram liquifeitos pelos meios ordinarios, existem no estado liquido nos metaes que os absorvem em grande escala, ou n'um estado de combinação solida. Segundo Fabre o hydrogenio no palladio saturado está no estado de combinação chimica.

V.—Machinas de rarefazer e comprimir os gazes

239.—**Machina pneumatica ordinaria.**—As *machinas pneumaticas*, fundadas na elasticidade e expansibilidade do ar, são apparelhos cujo fim é extrair o ar de um vaso ou de qualquer espaço fechado.

As machinas ordinarias, fig. 77, constam de dois cylindros *C*, *C*,

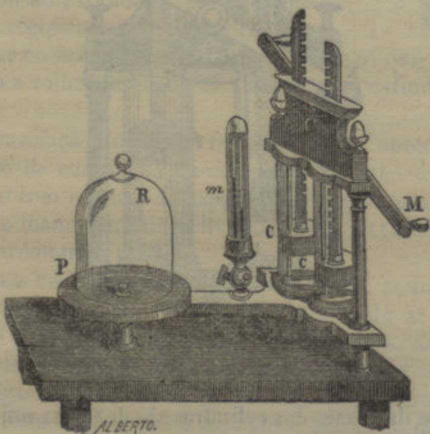


Fig. 77

ou corpos de bomba, assentes n'uma base metallica, postos em communicação entre si por canaes que partem da sua base e vão reunir-se ao centro em um canal horisontal, conhecido pela denominação de *canal de aspiração;* este canal termina em rôsca e abre-se no centro de um disco *P*, a que se dá o nome de *platina* da machina, sobre a qual se ajusta uma campanula *R*, que é o recipiente. Em cada um dos cylindros move-se um embolo, formado de muitas rodelas de coiro, fortemente apertadas e muito justas ao cylindro: o seu centro é aberto e munido de valvula de mola, que se abre de baixo para cima; os dois embolos movem-se em sentido contrario, por meio de uma manivella *M*, que dá movimento alternativo a um carrete dentado a que prendem as suas hastes dentadas: d'este modo quando um desce sóbe o outro.

Vê-se esta disposição na fig. 78, que representa um córte vertical segundo o eixo dos cylindros.

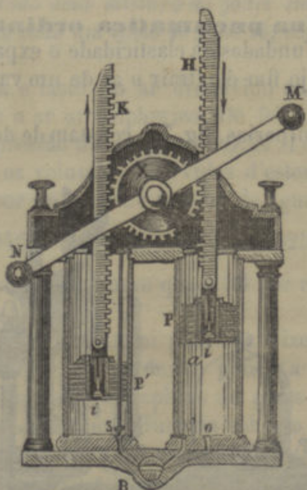


Fig. 78

Os orificios das bases dos cylindros são de fórma conica, e n'elles ajustam perfeitamente uns cones *s*, *s*, ligados aos extremos de hastes metallicas *a*, que atravessam os embolos com grande attrito; estas hastes saem pela parte superior dos cylindros, mas teem um engrossamento no interior d'estes, que lhes limita o movimento. Esta disposição de *valvulas* tem por fim abrir a communicação com o recipiente, quando o embolo começa a subir, e fechal-a tão depressa começa a descer: comtudo esta segunda operação não se consegue sem que algum ar seja levado para o recipiente. Este inconveniente não existe nas machinas construidas pelos irmãos Breton, de Paris, nas quaes os embolos fecham as valvulas de aspiração antes de começarem a descer: para este fim as hastes d'estas teem a extremidade superior ligada a uma pequena alavanca, que as obriga a descer quando os embolos, no fim da sua carreira ascencional, tocam uma pequena haste vertical articulada com o extremo opposto da alavanca.

No canal de aspiração ha uma torneira *R*, representada na fig. 79, e que é notavel; por isso que permitte estabelecer ou interceptar a communicação dos cylindros com o reciptente, e, além d'isso, póde estabelecer a communicação da atmosphera com qualquer d'estas capacidades. Tem um canal rectilineo *C*, perpendicular ao plano da figura, e um outro curvo *ob*, que se póde fechar com a rolha metallica *b*. Com a posição da figura, a torneira intercepta todas as communicações; porém se tirarmos a rolha *b*, estabelece-se a communicação do recipiente com a atmosphera. Dando á torneira uma rotação de 90°, o canal *C* põe em communicação o recipiente com os cylindros: fazendo-a girar no mesmo sentido de outros 90°, e tirando a rolha, fazem-se communicar os cylindros com a atmosphera.

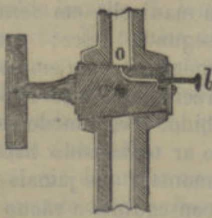


Fig. 79

O grau de rarefação do ar no recipiente póde apreciar-se com um *manometro de rarefacção* encerrado n'um tubo de vidro em communicação com o canal de aspiração. Póde empregar-se com o mesmo fim o manometro de ar livre de Regnault (228), ou o seu manometro barometrico (225).

Nas machinas mais modernas de Breton frères, assim como nas de Ducrétet, os embolos são cheios e a expulsão do ar faz-se por umas valvulas praticadas nos fundos dos cylindros, as quaes se podem examinar e tirar muito facilmente, o que não acontece nas machinas antigas. Nas machinas construidas por Ducrétet, aquellas valvulas fecham-se por molas espiraes e abrem-se para a parte inferior, cedendo estas molas á tensão do ar comprimido debaixo dos embolos.

240.—**Jogo da machina.—Lei da rarefação do ar no recipiente.**—Para pôr a machina em acção ajusta-se sobre a platina o recipiente ou o vaso em que se quer fazer o vacuo;

para conseguir este resultado é preciso muitas vezes atarrachar o vaso, que póde ser tubolar, á extremidade do canal de aspiração, e então não serve nem a platina nem o recipiente da machina: o vaso ou tubo termina, por conseguinte, em virola metallica munida de torneira e de rosca de parafuso.

Feito isto, dispõe-se a torneira *R* de modo que estabeleça a communicação entre os cylindros e o recipiente, interceptando com a rolha *b* toda a communicação com a atmosphera; dá-se movimento á manivella e passam-se os phenomenos seguintes: desce um embolo, sóbe o outro; o primeiro fecha a abertura inferior, e por conseguinte o ar que está debaixo d'elle não póde ir para o recipiente, é fortemente comprimido, levanta a valvula do embolo e perde-se na atmosphera; pelo contrario, o segundo embolo abre a communicação inferior e permitte que o ar do recipiente se espalhe no espaço, que elle deixa debaixo de si. Dando movimento á manivella em sentido contrario, o primeiro embolo sóbe e o segundo desce; por conseguinte passam-se os mesmos phenomenos, porém em corpos de bomba diversos: o 1.º recebe ar do recipiente, o 2.º expulsa para a atmosphera o ar que tinha recebido. D'este modo comprehende-se como no fim de algum tempo o ar tenha sido bastante rarefeito no recipiente: o calculo demonstra que jámais por esta fórma se póde extraír todo o ar; por conseguinte o vacuo absoluto não se póde assim alcançar.

De feito, seja *V* a capacidade do recipiente e do canal de aspiração; *v* a de cada cylindro e *H* a pressão do ar no recipiente, e supponhamos que um embolo está na parte inferior: quando este embolo chega ao limite da sua excursão, o ar que occupava o volume *V* passa a ter o volume $V+v$, e a sua força elastica, que era *H*, torna-se em virtude da lei de Mariotte

$$X=H\frac{V}{V+v}$$

Abaixando o embolo não se altera por este facto esta pressão, apenas se perde uma porção do ar; porém o outro embolo sóbe e a nova porção de ar do recipiente á pressão *X*, espande-se no espaço $V+v$, e adquire a força elastica

$$X_1=X\frac{V}{V+v}$$

Substituindo o valor de X vem

$$X_1 = H\left(\frac{V}{V+v}\right)^2$$

No fim de n excursões de um embolo temos, por conseguinte,

$$X_{n-1} = H\left(\frac{V}{V+v}\right)^n.$$

Assim ao mesmo tempo que o numero de excursões do embolo cresce em progressão arithmetica, a força elastica do ar no recipiente decresce em progressão geometrica, cuja razão é $\frac{V}{V+v}$; e para que um termo qualquer seja nullo é preciso que $n = \infty$. É impossivel, por tanto, chegar a uma tensão nulla; porém o calculo mostra que a rarefação do ar no recipiente póde levar-se tão longe quanto se queira, continuando o jogo da machina. Na pratica não se reconhece isto, porque chega-se a um limite em que a rarefação não augmenta. Explica-se este resultado pelas imperfeições inevitaveis da machina, isto é, pela existencia de fendas e juntas, que deixam entrar o ar em quantidade egual á que é extraída.

Ainda além d'esta causa, que limita a rarefação do ar, ha outra que tambem não é possivel evitar. O embolo, quando chega ao limite inferior da sua excursão, não assenta perfeitamente na base do cylindro, deixa sempre debaixo de si um pequeno espaço, denominado *espaço nocivo*, no qual o ar se accumula; por tanto sempre que o ar do cylindro na fraca pressão do recipiente, reduzido ao pequenissimo volume do espaço nocivo, não adquire uma tensão superior á pressão atmospherica, cessa o esgoto, porque esse ar não póde levantar a valvula do embolo.

Se representarmos por u a capacidade do espaço nocivo, a pressão x que o ar deve ter no cylindro para se converter na pressão atmospherica H, quando reduzido ao volume u, é $\frac{u}{v}H$; por tanto quando a pressão do ar no recipiente tem este valor cessa a rarefação. A fracção muito pequena $\frac{u}{v}$ representa, por tanto, a potencia da machina, e póde fazer $\frac{u}{v}H$ egual a um millimetro.

241.—**Torneira de Babinet.**—As machinas ordinarias mais perfeitas teem entre os dois cylindros, em frente do canal de aspiração, uma torneira imaginada por Babinet, a fim de levar mais longe a rarefação. Esta torneira está indicada em *B* na fig. 78, e tem varios canaes: um atravessa-a completamente na direcção do canal de aspiração dos cylindros e communica com outro perpendicular e na direcção do canal do recipiente. Servem estes canaes para deixar trabalhar a machina como dissemos, isto é, como se não houvesse a torneira.

Ha outro canal perpendicular ao canal transversal e dirigido do eixo para um dos lados. Dando movimento de rotação de 90° á torneira, este ultimo canal juntamente com o segundo de que fallámos põe um dos cylindros em communicação com o recipiente: ao mesmo tempo este cylindro communica com o outro por intermedio de um canal feito na massa metallica que une os cylindros, e de outro canal que atravessa a torneira, n'uma secção differente d'aquella em que estão os outros canaes.

Esta disposição não serve em quanto a força elastica do recipiente não attinge o limite $H\frac{u}{v}$: depois dá-se movimento á torneira e então só um dos cylindros recebe o ar do recipiente, quando o seu embolo sobe, e quando desce este ar é aspirado pelo outro cylindro, cuja valvula se acha aberta; e ahi se accumula até adquirir debaixo do embolo a tensão sufficiente para se escapar para a atmosphera.

Esta operação termina evidentemente quando o segundo cylindro não póde aspirar o ar do primeiro, isto é, quando o ar que enche o espaço nocivo d'aquelle e a capacidade *c* do canal de communicação com elle, á pressão $H\frac{u}{v}$, dilatado no espaço $v+c$, attinge a pressão X do recipiente, assim

$$X=H\frac{u}{v}\times\frac{u+c}{v+c}, \text{ ou proximamente } X=H\frac{u^2}{v^2}.$$

Esta pressão chega a ser tão pequena, que não é accusada pela differença de nivel do mercurio nos dois ramos do manometro; é preciso para a apreciar substituir este liquido por acido sulfurico concentrado.

242.— **Machina de Bianchi.**— As machinas pneumaticas ordinarias teem sido substituidas com vantagem pelas machinas de Bianchi, que sendo completamente fabricadas de ferro fundido, são susceptiveis de terem maiores dimensões, e de serem empregadas para fazer promptamente o vacuo em apparelhos de grande capacidade.

As machinas de Bianchi teem só um cylindro; porém disposto de modo que desempenha o papel dos dois cylindros das machinas ordinarias, porque esgota o ar tanto na subida como na descida do embolo. A fig. 80 indica a disposição do cylindro, do embolo, das valvulas e do canal de aspiração. A haste do embolo é articulada a uma manivela, que recebe movimento de rotação de uma grande roda, que se move á mão: d'este modo, para ceder aos movimentos lateraes da manivella, o cylindro é oscillante em torno dos munhões O e O' collocados na base. O primeiro d'estes munhões O é furado e põe o cylindro em communicação com o recipiente, por intermedio do tubo l e de uma das aberturas o e o', fechadas e abertas alternadamente pela haste t movida pelo embolo. O embolo tem a valvula s', que se abre de baixo para cima e que permitte a saída do ar inferior por um tubo praticado na sua haste: a valvula s, que se abre tambem de baixo para cima, serve para dar saída ao ar superior ao embolo. N'uma pequena tina a deita-se azeite, que desce por um espaço annelar da haste do embolo, espalha-se n'um tubo praticado na massa d'este e chega a uma gola do seu contorno.

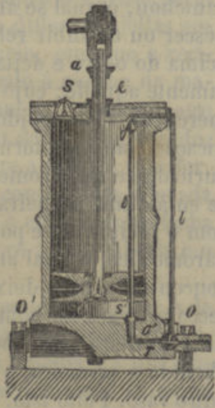


Fig. 80

É muito facil compreender agora o jogo d'esta machina: quando o embolo desce, desce a haste t, que fecha o orificio o', abrindo o orificio o; portanto o ar do recipiente espalha-se sobre o embolo; ao mesmo tempo que este comprime o ar inferior, o qual levanta a valvula s' e perde-se na atmosphera: quando o embolo sobe, fecha-se o orificio o e abre-se o'; o ar do recipiente entra para a parte inferior do embolo, e o que está em cima, sendo comprimido, levanta a valvula s e sae para a atmosphera.

Em r póde collocar-se uma torneira de Babinet, que estabeleça a communicação do recipiente apenas com a parte inferior do corpo de bomba, ao mesmo tempo que communique esta com a parte superior. D'este modo leva-se muito mais longe a rarefação.

243.—**Machina pneumatica de mercurio.**— As machinas pneumaticas de mercurio aproveitam o vacuo barometrico, que é muito mais perfeito, que o produzido por um embolo movido em um cylindro.

Estas machinas, que foram aperfeiçoadas pelo sr. Alvergniat, constructor de Paris, teem a disposição seguinte: ligado a uma prancha vertical está um barometro constituido por um vaso de vidro ligado a um tubo recto, prolongado por um grande tubo de cautchou, o qual se abre n'um outro vaso de vidro, susceptivel de descer ou de subir relativamente ao primeiro. Estando este vaso acima do outro e deitando-lhe mercurio, póde-se encher completamente aquelle; cujo ar é deslocado atravessando um funil com mercurio. Conseguido isto fecha-se completamente esta communicação com uma torneira e faz-se descer o vaso de vidro: o mercurio desce no barometro fazendo o vacuo no vaso superior. Abre-se então uma torneira de tres vias que estabelece communicação com o recipiente, e por tanto espalha-se uma porção de ar no vacuo barometrico, o qual atravessa um reservatorio com acido sulfurico concentrado, para deixar a sua humidade e chegar completamente secco ao contacto com o mercurio. Depois dá-se movimento á ultima torneira para permittir a communicação para o exterior, abrindo a primeira, e eleva-se o vaso movel para expulsar o ar do outro vaso. Feito isto, torna-se a dar ás torneiras a posição antecedente, faz-se descer o reservatorio de mercurio e assim se aspira uma nova porção de ar.

D'este modo estando o mercurio bem secco, póde levar-se o vacuo até um decimo de millimetro de mercurio; porém a operação é incommoda por muitissimo demorada. Attenua-se um pouco este inconveniente, começando por fazer o vacuo no recipiente com uma machina ordinaria, e terminando a operação com a machina de mercurio.

244.—**Applicações da machina pneumatica.**—São conhecidas muitas experiencias feitas com a machina pneumatica (*p.* 180), a qual é, como veremos no decurso do estudo da physica, um dos seus mais constantes auxiliares. Não é, porém, dos usos scientificos d'esta machina que agora queremos tratar, mas sim das applicações que a industria faz d'ella.

Emprega-se a machina pneumatica para facilitar e activar a evaporação dos xaropes; para attraír e fazer passar através dos tecidos o gaz inflammado destinado a chamuscal-os; e para aproveitar a pressão atmospherica como motor nos *caminhos de ferro atmosphericos*. N'estes está estabelecido entre os rails um tubo em que se movem os embolos ligados a um wagon: fazendo o vacuo adiante d'aquelles, a pressão atmospherica exercida do lado opposto impelle os embolos e por tanto o wagon. Esta applicação apresenta, comtudo, varios inconvenientes que não a tem deixado desenvolver, aproveitando a grande vantagem de se prestar a inclinações muito fortes e inadmissiveis com a locomotiva.

245.—Machinas de compressão.—As machinas de compressão teem por fim accumular o ar, ou qualquer outro gaz, em um espaço fechado. As machinas ordinarias teem o aspecto geral das machinas pneumaticas ordinarias; porém differem d'ellas em que as valvulas se abrem em sentido contrario, em que o recipiente é muito resistente, está fortemente ligado á platina da machina e protegido por uma rede metallica, e em que o manometro de rarefação é substituido por um manometro de ar comprimido.

N'estas machinas quando o embolo desce abre a valvula inferior, e o ar comprimido fecha a sua valvula; por conseguinte é levada uma porção de ar para o recipiente. Quando o embolo sobe fecha a valvula inferior, a pressão atmospherica abre a sua valvula e o ar penetra no cylindro.

Se representarmos por V a capacidade do recipiente, por v a de cada cylindro e por H a pressão do ar antes da compressão, isto é, a pressão atmospherica, é claro que por cada descida de um embolo entra para o recipiente um volume v de ar á pressão H, e que no fim de n excursões do embolo tem entrado um volume nv: por tanto o volume total do ar á pressão H é $V+nv$: reduzindo-o ao volume V do recipiente, a sua pressão é $H_n = H\dfrac{V}{V+nv}$.

Parece que esta pressão póde crescer indefinidamente; porém o *espaço nocivo* vem estabelecer um limite impossivel de exceder-se: este limite dá-se quando a pressão no recipiente eguala a pressão $\dfrac{v}{u}H$ do ar do cylindro, reduzido ao pequeno volume do espaço nocivo; porque este ar já não tem força para penetrar no recipiente. Assim, sendo $u=\dfrac{1}{60}v$, a machina não póde comprimir o ar além de 60 atmospheras.

246.—Bombas de compressão.— As machinas de compressão propriamente ditas são perigosas e muito pouco empregadas nas experiencias de physica. São, pelo contrario, muito commodas e muito frequentemente empregadas as *bombas de compressão*, tambem denominadas *bombas de mão*.

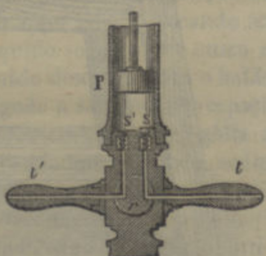


Fig. 81

Constam de um cylindro dentro do qual se move um embolo sem valvula: na base do cylindro ha duas valvulas S, S', fig. 81, cada uma das quaes communica com um dos tubos t ou t'; a 1.ª abre-se debaixo para cima e aspira o gaz do reservatorio posto em communicação com o tubo t, ou o ar da atmosphera; a 2.ª abre-se de cima para baixo e leva o gaz aspirado para o recipiente com que communica o tubo t'. A manobra é facilima, porque o operador fixa a bomba com os pés sobre os rebordos da base, e com as duas mãos segura no cabo em que termina a haste do embolo.

Esta bomba serve tambem para fazer o vacuo em qualquer recipiente; basta para isso communical-o com o tubo t e pôr o tubo t' em communicação com a atmosphera.

Empregam-se frequentemente as bombas de compressão para fazer dissolver um gaz na agua; para este fim teem a fórma propria para se ligarem ao vaso onde está o liquido.

Nas bombas mais simples dispensa-se a valvula de aspiração e substitue-se por um orificio praticado na parte superior do cylindro, pelo qual penetra o ar para este quando o embolo passa para a parte superior, não podendo depois sair quando o embolo, na descida, attinge a sua altura.

247.—A fig. 82 representa a machina de compressão do gabi-

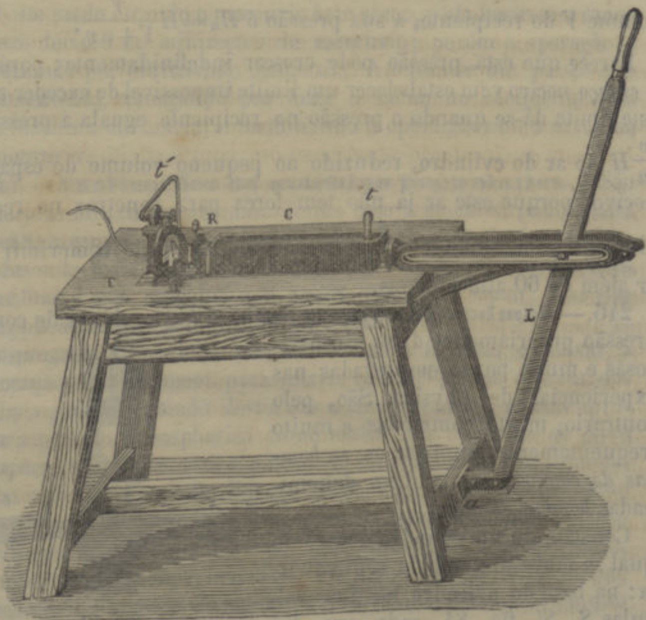


Fig. 82

nete de physica da escóla polytechnica, construida por Salleron. O cylindro, disposto horisontalmente, está dentro de uma tina C, que se enche de agua; tem n'um dos extremos um tubo t por onde entra o ar ou outro qualquer gaz e no outro uma valvula conica, que se abre de dentro para fóra, e estabelece communicação com o tubo R; este tubo póde-se fechar com uma tampa de parafuso, ou pôr em communicação com o vaso onde se quer comprimir o ar ou o gaz; além d'isso communica sempre com o manometro M por meio do canal t'. Dentro do cylindro move-se o embolo, cuja haste, mantida entre duas guias horisontaes, é articulada com a alavanca inter-resistente L.

248.—**Effeitos do ar comprimido.**—Costuma-se mostrar a grande tensão do ar comprimido adaptando uma bomba de compressão a um reservatorio metallico contendo agua, e atravessado por um tubo que se abre proximo do fundo, e que se póde fechar por uma torneira exterior ao vaso. Accumula-se n'este uma grande massa de ar, que a bomba aspira da atmosphera, e que entra pelo tubo, atravessa a agua e dirige-se para cima d'ella. Fechando a torneira para tirar a bomba, e abrindo depois aquella, a agua repuxa a uma grande altura; e ajustando no extremo do tubo um torniquete, ou qualquer outra figura, a agua saindo com grande força imprime-lhe movimento. No carneiro hydraulico produzem-se effeitos analogos. Na *fonte de Herão* (*p.* 192) a agua repuxa tambem pela acção do ar comprimido.

Na *fonte de circulação* observa-se um bonito effeito do ar comprimido. O apparelho é constituido por dois balões de vidro ligados por dois tubos; um recto e de grande diametro; outro quasi capillar e contornado em curvas mais ou menos graciosas. O primeiro tubo prolonga-se dentro de um balão, adelgaçando-se e terminando no orificio do tubo capillar. Este mesmo balão tem uma abertura pela qual se introduz um liquido córado, e que se fecha depois com uma rolha. Volta-se o apparelho collocando na parte superior este balão, para que o liquido se reuna no outro e no tubo recto; depois inverte-se, e o liquido descendo para o balão inferior comprime o ar, que sendo obrigado a saír por um espaço apertado, onde afflue o liquido, divide este, o qual passa gotta a gotta, circulando com o ar no tubo estreito, apresentando assim uma illusão optica, que deu o nome ao apparelho; porque parece que as diversas voltas do tubo estão em movimento.

249.—**Applicações do ar comprimido.**—Tem-se utilisado em muitas circumstancias differentes a grande tensão do ar comprimido, sendo notavel principalmente o partido que d'elle se tem tirado n'estes ultimos annos para estabelecer os alicerces das pontes. Grandes machinas de compressão, movidas por machinas de vapor, introduzem o ar em tubos ou caixões, que se fazem penetrar no solo a grandes profundidades, e a sua grande tensão obriga a saír a agua e facilita os trabalhos no fundo. Para fazer a transição d'esta camara de trabalho para a atmosphera ha uma *camara de equilibrio*, que se põe alternadamente em communicação com esta ou com aquella, para permittir os movimentos nos dois sentidos.

Tem-se querido aproveitar a tensão do ar comprimido para substituir a do vapor da agua em machinas, que serão descriptas n'outra parte.

Utilisa-se a bomba de compressão no reconhecimento das fendas ou orificios dos tubos de canalisação do gaz illuminante: para este fim comprime-se o ar na região que se quer explorar, e reconhecem-se as fendas pela descida do manometro e pelo som que produz a saída do gaz comprimido. É de certo muito melhor este meio do que aproximar a chamma de uma vela para inflammar o gaz, que se escapa; o que póde produzir explosões, se o gaz está já misturado com bastante ar.

Mencionaremos por fim uma applicação importante do ar comprimido, feita pela administração dos telegraphos de Paris, para dirigir de um ponto para outro os despachos, cuja transmissão electrica gastaria muito tempo e seria incompativel com as exigencias do serviço. Nas duas estações ha reservatorios onde o ar é comprimido pela agua da cidade, e este ar é dirigido para um tubo de cobre, que liga as duas estações, pela parte posterior de um embolo, precedido de varias caixas com os despachos: este comboio caminha assim, n'um ou n'outro sentido, com a velocidade media de 500 metros por minuto.

VI.—Esgoto dos gazes

250.— Reacção produzida pelo esgoto dos gazes. —Um gaz contido n'um vaso fechado, com força elastica superior á pressão atmospherica, escapa-se por um orificio que se lhe abra, com uma força dependente das pressões interior e exterior. A saída do gaz é acompanhada de uma reacção, que tende a impellir o vaso em sentido contrario ao do esgoto. Póde-se mostrar esta reacção por experiencia, introduzindo ar comprimido no torniquete hydraulico, que entra logo em movimento de rotação muito rapido: ou fazendo ferver a agua n'um vaso espherico de metal, posto em communicação com um tubo movel em torno de um eixo vertical e recurvado em sentidos oppostos nos extremos: o vapor esgota-se imprimindo movimento de rotação ao tubo em sentido contrario ao do esgoto.

O recuo das armas de fogo é devido á mesma causa; a polvora decompondo-se pelo fogo produz em muito pouco tempo um grande volume de gazes, que exercem grande pressão em todos os sentidos; mas sendo o projectil expellido, a pressão sobre o fundo da arma não é contrabalançada por uma pressão opposta, e ha deslocamento para traz.

Póde-se mostrar bem este effeito com um balão metallico *S*, fig. 83, supportado por um carro de tres rodas sobre uma lampada de

Fig. 83

alcool, e munido de uma tuboladura *t*. Introduzindo-lhe agua e aquecendo-a com a lampada depois de ter rolhado o tubo, vê-se que a rolha é expellida quando se tem accumulado uma grande porção de vapores, e ao mesmo tempo o carro é impellido para traz.

O movimento dos foguetes, e de outras peças que compõem os fogos de artificio, é devido á mesma causa.

251.—**Velocidade do esgoto dos gazes.**—Entende-se por velocidade de um gaz, que sae por um orificio, o espaço percorrido durante um segundo por uma molecula, que se suppõe continuar em movimento uniforme: é claro que ella deve medir-se pelo volume de gaz esgotado em um segundo, e não pela massa, que depende da densidade variavel durante o esgoto.

Para pressões não muito consideraveis póde-se applicar ao esgoto dos gazes o theorema de Torricelli (192): e assim, representando por H a altura de uma columna homogenea de gaz, equivalente á differença das pressões interna e externa, temos

$$V = \sqrt{2gH}$$

Como a altura H é inversamente proporcional á densidade do gaz, podemos dizer que a velocidade V é inversamente proporcional á raiz quadrada d'esta densidade.

252. — **Aspiradores.** — Emprega-se frequentemente nas experiencias de physica um apparelho muito simples, que determina correntes d'ar ou de qualquer outro gaz, obrigando-as a seguir um certo caminho. É um vaso cheio de agua, munido de uma torneira inferior e de uma tuboladura superior, que o põe em communicação com os tubos que devem ser atravessados pelo ar ou pelo gaz, e que se abrem na atmosphera ou no espaço onde este gaz se contém. A agua, saindo, determina a aspiração do gaz: conhecido o seu volume, a temperatura e a pressão atmospherica póde calcular-se o volume d'este.

O apparelho assim disposto é um *aspirador simples*, que não póde aspirar um volume de ar superior á sua capacidade: ligando dois vasos identicos, de modo que o liquido esgotado do superior seja recebido no inferior, e invertendo depois a sua posição, consegue-se com a mesma agua aspirar volumes consideraveis de ar ou de qualquer outro gaz: o apparelho é um *aspirador duplo*.

253. — **Esgoto constante dos gazes. — Gazometros.** — Os gazes contidos em espaços fechados pódem-se fazer esgotar em corrente, como os liquidos, e por orificios praticados nas paredes d'esses espaços, ou por tubos adaptados a orificios. Os apparelhos em que isto se consegue chamam-se *gazometros*.

Querendo um esgoto constante de gaz, adapta-se á capacidade que o contém um apparelho, do qual se faz o esgoto de um liquido com uma velocidade constante; porque o liquido caindo na capacidade em que o gaz existe faz saír d'esta capacidade e n'um tempo dado, por um orificio ou por um tubo, um volume de gaz egual ao do liquido, que entrou durante o mesmo tempo.

O gazometro do gaz de illuminação é uma cisterna com agua, na qual mergulha uma grande campanula de ferro equilibrada com pesos e com uma cadeia metallica, que passa em roldanas. O gaz, que provém da distillação da hulha, é conduzido por tubos para debaixo da campanula, e eleva esta até que mergulha apenas de alguns decimetros, porque n'esta altura suspende-se a entrada do gaz. Abrindo os canaes de distribuição, o gaz espalha-se n'elles e a campanula vae descendo, de modo que a pressão no interior não varía, como é preciso para que o esgoto seja constante.

Compensa-se o augmento da perda de peso da campanula, quando desce na agua, com as cadeias de suspensão dos pesos, que a equilibram.

254.—**Contador do gaz das illuminações.**—Differentes são os apparelhos que servem para medir a velocidade das correntes gazozas; alguns serão descriptos na *Meteorologia*, agora descreveremos apenas o contador do gaz de illuminação por ser instrumento muito usado.

As duas fig.[s] 84 e 85 representam o apparelho visto de frente e de lado. O gaz chega pelo tubo t á camara b, da qual passa para

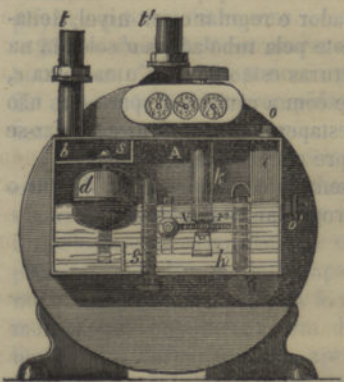


Fig. 84

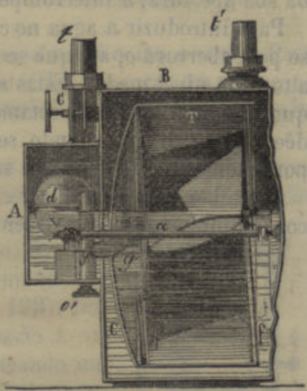


Fig. 85

a camara maior A, pela abertura s, regulada pela valvula de fluctuador d, a qual mergulha na agua, que occupa metade proximamente da capacidade do apparelho. O gaz passa depois pelo tubo g para a camara B; para este fim aquelle tubo tem uma ramificação, que se abre n'um tambor T, tambem metade mettido em agua, e que está dividido por paredes obliquas destinadas a receberem a pressão do gaz e a transmittirem movimento de rotação ao eixo. Por fim o gaz dirige-se para os canos de distribuição pelo tubo t'.

O eixo do tambor termina em parafuso sem fim V, que communica o movimento por meio de uma roda dentada horisontal *r* a um eixo vertical, o qual por fim move o contador, que se vê na parte superior. Este contador tem tres mostradores todos divididos em dez partes eguaes: cada uma das divisões do 1.º representa um metro cubico de gaz; o 2.º marca as voltas completas do ponteiro do primeiro, por conseguinte indica dezenas de metros cubicos, e o 3.º marca as voltas completas do ponteiro do segundo, por tanto indica centenas.

Como a capacidade do tambor varía com o nivel da agua, é preciso que o apparelho a regule: de feito, baixando este nivel augmenta aquella capacidade e o productor é lesado; pelo contrario, elevando-se o nivel, passa menos gaz em cada revolução e o consummidor é prejudicado. O fluctuador regula o nivel minimo, por que fecha a valvula *s* e não deixa passar gaz; o tubo *g* regula o maximo, porque recebe agua, quando o nivel passa para cima da sua abertura, e interrompe a communicação com a caixa *B*.

Para introduzir a agua no contador e regular o seu nivel, deita-se pela abertura *o*, até que se esgote pela tuboladura *o'* soldada na altura do nivel medio. Estas aberturas estão feitas n'uma caixa *e*, que não communica directamente com a camara *A*, para que não dêem saída ao gaz quando se destapem. A communicação faz-se por intermedio do syphão *h* sempre cheio de agua.

O tambor não póde girar em sentido contrario, a fim de que o consummidor não possa fazer retrogradar os ponteiros.

PARTE II

Acustica

Noções preleminares

255.—**Som. Acustica.**—Dá-se o nome de *som* a uma impressão particular excitada no orgão do ouvido pelo movimento vibratorio dos corpos elasticos. Denomina-se *acustica* a parte da physica que estuda os sons.

256.—**Condições para a producção do som.**—Para haver som, é preciso, por conseguinte: 1.° um corpo em vibração; 2.° uma serie não interrompida de meios elasticos, que transmittam as suas vibrações até nós.

1.° Demonstra-se por experiencias muito simples que, *os corpos estão em vibração quando produzem som.* Isto é visivel nas cordas tensas e friccionadas com um arco; e reconhece-se n'uma campanula de vidro, fig. 86, percutida com um martello, aproximando-lhe um pendulo *a* ou uma ponta *b*, (*p.* 199). Demonstra-se tambem com um diapasão a vibração dos corpos sonoros, aproximando um pequeno pendulo do extremo de um dos seus ramos, etc.

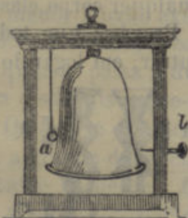


Fig. 86

Deitando areia sobre uma chapa metallica fixa pelo centro, e friccionando esta com um arco, vê-se saltar a areia accumulando-se segundo certas linhas em que não ha vibração: estas linhas denominam-se *linhas nodaes*.

Demonstra-se a vibração do ar nos instrumentos de vento, com um tubo de orgão com uma face de vidro, que se faz cantar por meio de um folle especial (270), e no qual se introduz, suspensa por um fio, uma pequena caixa com o fundo constituido por membrana bem tensa e coberta de areia fina; fazendo isto vê-se saltar esta, o que demonstra a vibração do ar. E para que não se attribua este effeito ao jacto de ar introduzido pelo folle, faz-se percorrer a membrana ao longo do tubo, porque se reconhece que a vibração da areia é maxima em certos pontos e nulla em outros: os primeiros são os *ventres* de vibração e os ultimos os *nós* (*p*. 206).

Deve-se ao sr. Lissajous um methodo notavel, denominado *methodo optico*, com o qual se consegue tornar visiveis as vibrações dos corpos sonoros: consiste em fixar ao corpo vibrante um pequeno espelho; em fazer incidir sobre este um delgado feixe luminoso, e em observar por ultimo o raio reflectido, ao qual o espelho imprime as suas vibrações: o raio reflectido póde ser recebido em um oculo ou projectado sobre um alvo.

2.º Não havendo uma serie interrompida de meios elasticos que nos transmittam as vibrações, póde haver corpo vibrante; porém o ouvido não é affectado, isto é, não ha som. Demonstra-se isto com a experiencia do timbre metallico, introduzido no recipiente da machina pneumatica (*p*. 199). Depois de se ter extincto o som, torna-se a ouvir deixando entrar o ar para o recipiente, ou tocando o timbre com uma vara elastica de madeira ou de metal, movel dentro de uma caixa de coiro. Isto explica a necessidade de assentar o timbre sobre uma almofada de substancia não elastica, afim de que as vibrações não se communiquem á atmosphera pela platina da machina.

257.—**Transmissão do som por todos os corpos elasticos.**—O ar é o meio transmissor ordinario dos sons; porém qualquer corpo elastico o póde substituir.

Prova-se que todos os gazes transmittem os sons, fazendo-os entrar, em logar do ar, para o recipiente da machina pneumatica onde está o timbre. Em egualdade de pressão o som é tanto mais fraco quanto menos denso é o gaz: assim, com o hydrogenio, ou com uma mistura d'este gaz e do ar, o som ouve-se muito mal.

Fig. 87

Demonstra-se a transmissão dos sons pelos vapores com um balão de vidro, fig. 87, dentro do qual está suspensa uma campainha por fios de linho não torcidos, e que tem virola metallica com rosca e torneira *r* para se lhe fazer o vacuo. Na rosca ajusta-se, depois de feito o vacuo, uma segunda torneira *R*, *R'* de capsula, que recebe o liquido volatil, ether por ex., e o introduz dentro do balão, aberta a torneira *r*, sem permittir a entrada do ar: para este fim a torneira *R* não é furada e tem apenas uma cavidade, que recebe o liquido n'uma posição e o derrama para a parte inferior na posição diametralmente opposta. O som da campainha, que não se ouvia antes da introducção do ether, ouve-se depois; por conseguinte é transmittido pelos vapores, que o ether espalhou no vacuo.

Tocando uma campainha dentro de um vaso com agua, ou com qualquer outro liquido, ouvimos o som. Se os liquidos transmittem os sons é porque propagam as vibrações que se lhe communicam: as duas experiencias seguintes tornam evidente este facto.

Friccionando com um pedaço de panno uma vara de madeira ligada ao fundo de um vaso, ouve-se um som; se enchermos o o vaso com agua e fizermos fluctuar n'este liquido uma membrana bem tensa, ligada a um arco de metal ou de madeira, e sobre ella espalharmos areia fina, veremos esta resaltar, em consequencia das vibrações communicadas através do liquido.

Sabe-se que o som de um diapasão é reforçado apoiando-o sobre uma caixa aberta em um dos lados, em consequencia da vibração simultanea das suas paredes e do ar n'ella contido: collocando sobre a caixa um vaso com qualquer liquido e applicando a base do diapasão na superficie d'este, o som é ainda reforçado e o ar vibra, o que prova que as vibrações foram transmittidas através do liquido.

Reconhece-se finalmente que os solidos elasticos tambem transmittem os sons. Applicando ao ouvido um extremo de uma vara comprida, ouve-se distinctamente o ruido da menor fricção exercida na outra extremidade. Assentando no solo um tambor e collocando pedras sobre elle, vêem-se resaltar, quando passa a distancia a cavallaria; applicando o ouvido contra o solo distingue-se o movimento de tropas a grandes distancias. Ouvem-se distinctamente duas pessoas, que fallam em voz baixa, a grande distancia, tendo os extremos de uma vara apertados entre os dentes. Os surdos-mudos ouvem-se pelos dentes, quando a surdez provém de algum defeito dos orgãos exteriores.

258.—Em experiencias não tão simples como as mencionadas no n.º 256, vamos demonstrar que o som é produzido pelas vibrações impressas ou communicadas ao ar.

259.—**Funda musica.**—Dando movimento muito rapido de rotação, como a uma funda, a uma pequena chapa rectangular de madeira ou de metal, ligada a um fio de modo que possa simultâneamente girar em torno de um eixo situado no prolongamento d'este, ouve-se um som tanto mais agudo quanto mais rapido é o movimento: este som é devido á vibração do ar resultante do choque, ora em cheio, ora de cutello, da chapa, que gira sobre si em consequencia da resistencia do ar. Reconhece-se este movimento particular, a que é devido o som, pintando de preto metade da chapa, só de um lado.

260. — **Harmonica thermica. — Experiencia de Trevelyan.** — Em 1805 Schwartz, tendo collocado uma barra de prata quente sobre uma bigorna fria, ouviu com admiração sons musicos muito distinctos; e o mesmo foi reconhecido por Trevelyan em 1829, tendo assentado uma barra de ferro quente sobre uma massa de chumbo fria, com o fim de accelerar o resfriamento da primeira. Desde então Trevelyan estudou profundamente estes phenomenos, e conseguiu explical-os de uma maneira satisfatoria pela dilatação rapida da massa fria em contacto com a quente.

Reproduz-se muito facilmente a experiencia com o instrumento representado na fig. 88, que consta de uma massa annular de

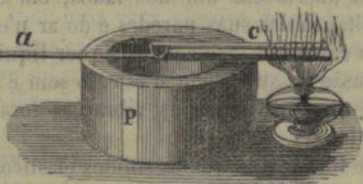


Fig. 88

chumbo P, na qual se apoia uma peça de latão c com a fórma de goteira. Aquecendo esta peça com uma lampada de alcool ouve-se o som e reconhece-se a vibração, devida a que a massa de chumbo dilatando-se pelo contacto com aquella levanta-a, abandonando-a immediatamente depois, porque resfria rapidamente em consequencia da sua boa conductibilidade: este phenomeno recomeça com pequenissimos intervallos, produzindo a vibração e por tanto o som.

261. — **Experiencia de Rijke.** — Uma corrente de ar, aquecida e resfriada periodicamente em um ponto, produz uma serie de dilatações e de contracções alternativas, que podem originar um som. Reconhece-se isto com o apparelho de Rijke, que consta apenas de um tubo de vidro, tendo a um terço do seu comprimento, contado da parte inferior, uma rede metallica; aproximando d'esta rede a chamma do alcool e retirando-a depois de aquecida ao rubro, reconhece-se, passado pouco tempo, um som ao principio muito vago e fraco, depois muito forte, enfraquecendo até desapparecer á medida que a rede esfria. Aquecendo esta com uma corrente electrica obtem-se um som permanente.

Demonstra-se que o som é devido á corrente ascendente do ar, que aquece passando pela rede, resfriando depois, dispondo o tubo horisontalmente quando produz som, porque este extingue-se immediatamente.

262.—**Harmonica chimica.—Chammas cantantes.**—Envolvendo a chamma do gaz hydrogenio com um tubo largo e comprido, ouve-se um som, que depende das dimensões d'este tubo e da chamma: n'isto consiste a experiencia da *harmonica chimica*, a qual póde fazer-se egualmente com o gaz das illuminações, não obstante produzir melhor resultado com o hydrogenio, cuja combustão é muito mais activa.

Demonstra-se a influencia do comprimento do tubo envolvendo-o com um cylindro de papel, que se faz correr ao longo d'elle: mostra-se a influencia das dimensões da chamma empregando bicos de aberturas differentes.

Tyndall reconheceu que o som das *chammas cantantes* é um d'aquelles que o tubo póde dar, quando se faz soar como um tubo de orgão. Algumas vezes o som não se produz expontaneamente, porque a chamma não está á distancia conveniente dos extremos do tubo; porém produzindo perto o som proprio do tubo a chamma extremece visivelmente, começa a cantar e continúa depois, se está em posição conveniente.

263.—As *chammas cantantes* são descontinuas, como demonstrou Wheatstone em primeiro logar. Basta desviar a cabeça para um e outro lado, para reconhecer que a chamma sonora se resolve em uma serie de imagens, que não se confundem nos olhos, porque se formam em differentes pontos da retina. Reconhece-se isto melhor com um oculo, movendo-o de modo que a imagem descreva um pequeno circulo; porque se vê uma corôa de chammas distinctas, em logar de uma fita luminosa, que se veria se a chamma fosse continua. A melhor maneira de demonstrar a descontinuidade da chamma é observal-a pela reflexão n'um espelho girante.

264.—**Explicação.**—As chammas cantantes foram observadas primeiramente no hydrogenio, em 1777, pelo dr. Higgins; depois, em 1802, foram objecto de experiencias de Chladni. N'este mesmo anno De la Rive, fazendo ferver a agua introduzida no reservatorio espherico de um vaso thermometrico, obteve sons, devidos evidentemente á condensação periodica do vapor d'agua na haste do vaso. Este facto levou aquelle sabio a explicar o som das chammas pelas dilatações e condensações alternativas do vapor d'agua, resultante da combustão; porém tendo Faraday demonstrado que as chammas cantam dentro de tubos aquecidos a 100°, nos quaes o vapor d'agua não póde condensar-se, e que tambem canta a chamma do oxydo de carbone, que não produz este vapor, ficou fóra de duvida a inexactidão d'aquella explicação.

Faraday explicou o phenomeno da maneira seguinte: a corrente ascendente de ar resfria a chamma, impede a combustão de parte do gaz, com a qual se junta, constituindo uma mistura detonante, que produz uma pequena explosão; esta mistura é substituida por outra, que dá origem a nova explosão, e assim successivamente; e são estas detonações que produzem o som. Isto não explica, porém, o facto de se fazer cantar uma chamma silenciosa, quando se produz o som que ella póde dar no tubo. O ponto de partida da verdadeira explicação das chammas cantantes parece ser o estado particular de vibração em que está um fluido que se esgota por um orificio, vibração que depende essencialmente da pressão interior do fluido. A chamma considerada physicamente não é senão uma veia gazosa tornada visivel: augmentando a pressão do gaz a veia vibra e a chamma canta; sendo introduzida n'um tubo, a tiragem produz um vacuo parcial, que importa o mesmo que um augmento de pressão, e por conseguinte da velocidade do esgoto da veia: é assim que a chamma se adelgaça e alonga, e quando o seu estado de vibração corresponde ao som proprio do tubo, produz este som. É por conseguinte a columna de ar do tubo que, vibrando ao unisono com a chamma, reforça o som e torna-o sensivel.

265.—**Qualidades do som.**—Distinguem-se no som tres qualidades: a *altura* ou o *tom;* a *intensidade*, e o *timbre*.

A qualidade mais importante é a *altura musical*, que marca a posição do som na escala de musica. Esta qualidade depende do numero de vibrações, que o corpo sonoro executa em um segundo: os sons dizem-se *graves* ou *agudos*, relativamente, conforme é pequeno ou grande este numero de vibrações.

A *intensidade* do som depende da amplitude das vibrações; é a qualidade que faz com que um som seja ouvido a maior ou menor distancia.

O *timbre* é a qualidade que distingue dois sons da mesma altura e intensidade; depende de muitas circumstancias do movimento vibratorio, que são estudadas adiante.

266.—As leis physicas da acustica não podem ser bem comprehendidas sem conhecimento prévio dos sons; e como estes são caracterisados pela sua posição na escala, começamos por fazer o estudo da altura dos sons, e só mais adiante podemos tratar das outras qualidades.

CAPITULO I

Da altura dos sons

I.—Medição do numero das vibrações

267.—**Meias vibrações e vibrações completas.**—Denomina-se *meia vibração* ou *vibração simples* o movimento impulsivo ou apulsivo que comprime ou dilata um meio elastico: *vibração completa* ou simplesmente *vibração* é o movimento de ida e volta do corpo sonoro, que determina uma condensação e a dilatação que a segue.

268.—O padre franciscano Mersenne, sabio contemporaneo de Pascal e de Descartes, foi o primeiro que mediu o numero de vibrações dos sons da escala musical, por um processo fundado na lei mathematica das cordas vibrantes. Chaldni empregou outro processo, fundado tambem na lei mathematica das laminas elasticas vibrantes.

Estes processos não se empregam hoje, não só porque não são muito commodos, mas porque se apoiam em leis que a experiencia não confirma completamente.

269.—**Sereia.**—Este instrumento, imaginado por Cagniard de Latour serve, não só para demonstrar a producção do som pelas impulsões rapidas e periodicas communicadas a um fluido, mas para medir o numero de vibrações correspondente a qualquer som. Para este ultimo fim afina-se por este som, e mede-se com um contador especial o numero de vibrações transmittidas ao fluido.

Consta, fig. 89, de uma caixa cylindrica, tendo um canal inferior *D* pelo qual se introduz uma corrente de ar, ou de outro fluido, que se obriga a sair pela tampa da caixa, por um certo numero de orificios, 8 por ex,, dispostos a eguaes distancias sobre uma circumferencia concentrica com aquella. Sobre a caixa ha um disco *C* com um egual numero de orificios e dispostos ás mesmas distancias, o qual é ligado a um eixo *AF* situado no prolongamento do eixo da caixa. Com esta disposição percebe-se que dando movimento de rotação ao disco *C* abrem-se oito vezes os orificios da caixa e oito vezes se fecham, isto é, ha oito impulsões communicadas ao ar exterior, separadas por oito intervallos de repouso, ou 8 vibrações completas, por cada volta. É claro que se obteria o mesmo resultado com um unico furo na tampa da caixa; porém d'este modo o som é mais forte.

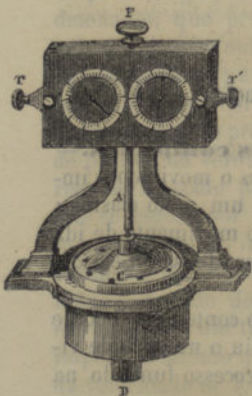


Fig. 89

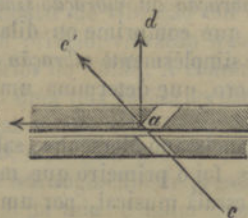


Fig. 90

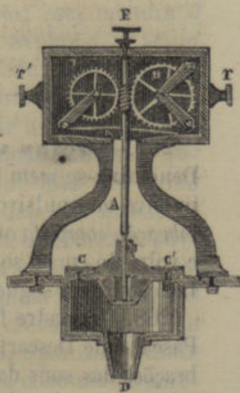


Fig. 91

O disco *C* é movido pela propria corrente de ar: para conseguir este resultado os orificios da tampa da caixa são obliquos de 45° n'um sentido e os do disco são obliquos de 45° no sentido opposto; de modo que a corrente de ar que sae dos primeiros encontra normalmente a parede dos ultimos. Esta corrente cc', fig. 90, decompõe-se em duas, uma vertical ad, que é destruida pela resistencia do eixo, e outra horisontal ab: como o plano dos dois eixos dos orificios que coincidem é normal ao raio de rotação, esta ultima componente é tangencial, isto é, dirigida no sentido do movimento que póde adquirir o ponto a; por tanto é completamente efficaz.

Fazendo accelerar mais ou menos a corrente de ar, ou de outro fluido que faz cantar a sereia, podemos afinar esta pelo som que se quer estudar: regulando e mantendo essa corrente, já sabemos que ha oito vibrações completas por cada volta do eixo AF; por conseguinte o que resta é medir o numero de voltas feitas n'um segundo.

O contador da sereia é constituido por um parafuso sem fim em que termina o eixo AF, fig. 91, o qual põe em movimento uma roda dentada E, fazendo-a deslocar de um dente por cada giro completo; estes deslocamentos são acusados por um ponteiro sobre um mostrador. Para contar o numero de voltas completas d'este ponteiro, a roda dentada, por meio de um braço T, desloca de um dente uma segunda roda, e esta move um segundo ponteiro sobre outro mostrador. Para que o contador só comece a funccionar quando a sereia dá o som que se pretende, está fixado n'uma chapa Tr' (fig. 89), que se desloca um pouco para a direita e para a esquerda, prendendo-o ou soltando-o do parafuso sem fim.

Para fazer as experiencias, regula-se a corrente a fim de se produzir o som que se deseja; desloca-se a chapa Tr' para funccionar o contador, e toma-se nota da hora com um contador de segundos, e da indicação dos dois poteiros: no fim de um certo tempo t, desprende-se o contador e consultam-se os ponteiros. Suppondo que a primeira roda dentada tem 100 dentes, cada volta corresponde a 100×8 vibrações completas, ou 1600 vibrações simples; por tanto se o primeiro mostrador indica n divisões e o segundo n', o numero total de vibrações simples correspondente a um segundo é

$$\frac{n \times 16 + n' \times 1600}{t}$$

Umas molas destroem rapidamente a velocidade adquirida pelas rodas dentadas, no instante em que se desprende o contador.

Introduzindo o apparelho na agua e dirigindo-lhe uma corrente d'este liquido, obtem-se o mesmo som para o mesmo numero de vibrações; o que prova que é este numero que influe no som e não a natureza do corpo vibrante.

O emprego da sereia apresenta muitas difficuldades e causas de erro. É muito difficil, senão impossivel, manter uma corrente constante para não mudar a altura do som durante a experiencia. Não se contam as fracções da volta do eixo; por conseguinte póde commetter-se um erro no numero de vibrações simples egual ao dobro do numero de orificios. Tambem póde haver erro na apreciação do instante em que se começa a contar o tempo, e n'aquelle em que se termina. Finalmente, na occasião em que se prende o contador perturba-se necessariamente o movimento do apparelho.

Não obstante todos estes inconvenientes a sereia tem prestado bom serviço nas mãos de pessoas exercitadas.

Teem-se aproveitado as correntes electricas para dar movimento ao disco da sereia; e então os orificios não são obliquos, porque não servem para transmittir movimento.

270.—**Folle para experiencias de acustica.**—Para fazer experiencias com a sereia, com os tubos sonoros, etc., emprega-se um folle continuo collocado entre os quatro pés de uma banca, o qual se enche com um pedal, ou levantando-o com uma haste; o ar comprimido pelo peso da parte superior do reservatorio é conduzido por um tubo para uma caixa, que constitue a parte superior da banca. Na tampa d'esta caixa ha differentes orificios onde se introduz o tubo da sereia ou o bocal dos tubos, e ha uma especie de teclas correspondentes aos mesmos orificios, sobre as quaes é preciso exercer pressão para dar saída ao ar. A disposição de uma d'estas peças está representada na fig. 92: uma valvula *s* fecha o orificio pela acção da mola inferior *r*, a qual cede, abrindo saída ao ar, quando se exerce pressão na tecla *a*.

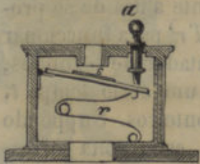


Fig. 92

Com este folle é muito difficil manter constante a pressão, e portanto a altura do som. O sr. Cavaillé-Coll imaginou um folle de pressão constante, com o qual se consegue a constancia da velocidade do ar, fazendo dirigir este fluido para uma caixa, depois para um pequeno folle, e a final para outro compartimento da mesma caixa e d'ahi para a sereia: com o folle move-se uma valvula que regula a saída do ar, porque se a pressão é grande, o folle eleva-se mais e fecha-se mais a valvula; se a pressão diminue, o folle fecha-se pela acção de um contrapeso e abre mais a valvula, isto é, dá mais saída ao ar.

271.—**Sereia de Seebeck.**—N'esta sereia o disco furado, disposto verticalmente, é movido directamente por um mechanismo qualquer e não pela acção do ar; e este fluido é dirigido contra o disco por tubos especiaes.

Para produzir differentes sons, isolada ou separadamente, e para fazer diversas experiencias, tem o apparelho nove discos de cartão ou de cobre fixos a um eixo horisontal, que recebe directamente movimento de rotação por um systema de relojoaria contido na caixa. Cada um dos discos tem muitas series de furos distribuidos em circulos concentricos, contra os quaes se dirigem correntes de ar, por meio de tubos.

Um contador mechanico dá a velocidade de rotação, que se póde regular e fazer variar por meio de umas ventoinhas.

Para augmentar a intensidade do som podem-se aproveitar todos os orificios do mesmo disco, como na sereia ordinaria, applicando-lhe um disco fixo tambem furado e communicando com tambores concentricos, para os quaes se dirige o vento por torneiras.

Este instrumento serve não só para substituir a sereia ordinaria, mas para reproduzir um grande numero de phenomenos, que serão successivamente descriptos.

272.—**Roda dentada de Savart.**—Savart imaginou um apparelho, que não substitue commodamente a sereia. É uma roda dentada, que recebe movimento de rotação por meio de uma grande roda de manivella e de uma correia sem fim, e cujos dentes ferem os bordos de uma carta, pondo-a em vibração. O numero de vibrações executadas no fim de um certo tempo é evidentemente egual ao producto do numero de dentes da roda pelo numero de voltas que esta faz n'aquelle tempo; este numero é dado por um contador identico ao da sereia.

Para conservar uniforme o movimento de rotação da roda dentada, Savart empregou tambem em logar da grande roda um systema de relojoaria, regulado por um volante. Ainda assim não conseguiu uma regularidade perfeita, talvez porque a isso se oppunham os attritos; e os sons foram sempre de má qualidade; de modo que o apparelho não é proprio para experiencias delicadas.

273.—**Methodo graphico.—Vibroscopio.**—A sereia e a roda dentada de Savart dão o numero de vibrações correspondente a um som, collocando-as ao unisono d'este; mas se o corpo vibrante deixar vestigios das suas vibrações, teremos processo mais rigoroso, já na contagem d'estas, já porque dispensa a reproducção do mesmo som, o que é difficil para quem não tem o ouvido exercitado.

O sr. Marloye, seguindo as indicações do sr. Duhamel, construiu um instrumento que denominou *vibroscopio*, e no qual o corpo vibrante traça por si mesmo as suas vibrações sobre um cylindro disposto verticalmente, coberto de negro de fumo, e movel em torno do seu eixo por uma manivella ligada a uma haste de parafuso, que o atravessa. Para determinar o numero de vibrações de uma lamina elastica, fixa-se esta por uma das extremidades, e na outra liga-se-lhe um pequeno e delicado estilete, que mal repousa sobre a superficie do cylindro.

Fazendo vibrar a lamina por meio do arco de rebeca, e notando em um chronometro o instante preciso em que se dá movimento de rotação ao cylindro, facil se torna contar as vibrações executadas durante o tempo da oscillação da lamina, notando os traços finos e em zig-zag, produzidos pelo estilete no negro de fumo que reveste o cylindro. Póde-se dispensar o emprego do chronometro comparando a curva traçada pelo corpo vibrante á curva traçada por um diapasão normal, e que dá por segundo um numero de vibrações conhecidas, 435 por ex. Para este fim faz-se vibrar simultaneamente o corpo e o diapasão, a um dos ramos do qual se tem adaptado um pequeno estilete que toca o cylindro; depois desenrola-se o papel, e contam-se os numeros n e n' de vibrações feitas pelo diapasão e pelo corpo vibrante e comprehendidas entre as mesmas geratrizes do cylindro. Se o diapasão faz 435 vibrações por segundo, ou uma em $\frac{1}{435}$ do segundo, gasta para fazer as n, $\frac{n}{435}$ do segundo: é este o tempo em que o corpo fez n' vibrações; por tanto em um segundo faz $\frac{n'}{n}$ 435.

274.—**Phonautographo.**—O sr. Scott, generalisando o methodo graphico, imaginou um apparelho denominado *phonautographo*, no qual se podem recolher as vibrações do ar nos tubos sonoros, no canto, nos trovões, etc., para que não póde ser applicado o vibroscopio. No phonautographo encontram-se reproduzidas as peças principaes do ouvido externo do homem: ha uma especie de pavilhão que recolhe os sons, um canal que os conduz e uma membrana tensa que transmitte as vibrações a um estilete. O phonautographo construido por Kœnig consta de um vaso metallico com a fórma de um paraboloide, terminado por dois anneis, que servem para segurar e tornar tensa uma membrana, que tapa o vaso por este lado. Sobre esta membrana colloca-se um pedaço de cortiça em que se implanta um estilete: um pequeno parafuso póde apertar-se contra qualquer ponto da membrana, a fim de que o estilete fique sobre um centro de vibração, e não sobre um nó. As vibrações recolhem-se sobre uma folha de papel coberta de negro de fumo e enrolada sobre um cylindro identico ao do vibroscopio, porém disposto horisontalmente.

Qualquer som produzido junto da abertura do vaso é transmittido ao ar d'este; faz vibrar a membrana e o estilete, e é recolhido afinal no papel. Fixa-se a curva sinuosa assim obtida, cortando o papel por uma geratriz do cylindro, mettendo-o em alcool, e mergulhando-o depois de secco em agua albuminosa, ou em uma dissolução de resina em alcool.

Attribuiu-se grande alcance a este apparelho, e até se suppoz crear com elle uma nova tachygraphia, que teria sobre a tachygraphia manual a vantagem de não só registrar as palavras, mas a expressão com que seriam pronunciadas; porque as curvas apresentariam as inflexões da voz, os sons graves e agudos pela sua ordem e distancias respectivas. Note-se, porém, que as curvas do apparelho são provavelmente o resultado das vibrações da membrana e do estilete no sentido lateral; d'aqui nascem as duvidas ácerca da sua importancia.

Ainda que o phonautographo não resolva as questões que o seu inventor imaginou, é certo que serve em muitas experiencias, e particularmente na medição do numero de vibrações de um som; e é por isso que o descrevemos n'este logar.

Para conseguir este resultado procede-se exactamente como com o vibroscopio, e faz-se uso de um diapasão chronoscopio: nas experiencias dos cursos emprega-se mais commodamente um pequeno contador de segundos, que tambem acompanha o apparelho.

II.—Theoria physica da musica

275. — **Definições.**— Denomina-se *accorde consonante*, ou simplesmente *accorde*, a impressão agradavel ao ouvido, resultante da coexistencia de dois ou mais sons; e *dissonancia* a impressão desagradavel produzida pelos sons simultaneos.

A producção dos accordes constitue a *harmonia*, e a sua successão, ou a successão de notas, constitue a *melodia*. A *musica* é um complexo de harmonias e melodias.

276.— **Intervallos.— Unisono e oitava.**— A impressão causada por dois ou mais sons simultaneos não depende dos numeros absolutos das suas vibrações, mas da relação entre estes numeros; e é sempre a mesma, quaesquer que elles sejam, com tanto que esta relação não mude. Assim, a musica occupa-se mais das relações entre os numeros de vibrações dos sons, do que da altura d'estes. Estas relações denominam-se *intervallos* entre os sons.

Os accordes são sempre produzidos pelos intervallos simples, e as dissonancias pelos intervallos ou relações complexas. O accorde mais simples é o produzido por dois sons da mesma altura, cujo intervallo é unidade: denomina-se *unisono*. Depois d'este o mais simples é a *oitava*, cujo intervallo é egual a dois.

277. — **Gamma. — Escala diatonica.** — Denomina-se *gamma* ou *solfa* uma serie de sete sons adoptados na musica, e que

realisam os accordes mais consonantes, como veremos: os seus nomes, e os numeros das suas vibrações em relação ao mais grave, representado por 1, são os seguintes:

Nomes das notas...........	*do*	*ré*	*mi*	*fá*	*sol*	*lá*	*si*
Numeros relativos das vibrações	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$

A escala de musica é a serie de sons obtida pela reproducção de varias gammas. Passa-se dos sons de uma gamma para os correspondentes da gamma superior ou aguda multiplicando por 2 os numeros de vibrações, e para a gamma inferior ou grave dividindo-os por 2. A escala assim obtida diz-se *diatonica*, e toma para ponto de partida o som mais grave do violoncello, que é um *do*.

Distinguem-se as notas das differentes gammas com um indice que marca a ordem da gamma, e que se faz preceder do signal menos nas gammas inferiores á fundamental.

278.—**Diapasão normal.**—O numero absoluto de vibrações que constitue a gamma fundamental não é o mesmo em toda a parte: para haver uniformidade e para afinar os diversos instrumentos construiu-se o *diapasão*, que dá uma nota invariavel.

O *diapasão* é uma barra rectangular de aço, curvada pela parte media até ficarem proximos os dois extremos, e ligada por aquella a uma haste, que serve para pegar no instrumento ou para o fixar n'uma caixa harmonica (assim se denomina uma caixa de madeira secca, aberta n'um dos lados, e cujo ar deve dar o mesmo som do diapasão).

Faz-se vibrar o diapasão batendo com um dos seus ramos sobre uma mesa, ou fazendo-os afastar rapidamente com um pequeno cylindro metallico de diametro maior que o afastamento das suas extremidades.

Reconheceu-se desde muitos annos que o diapasão normal se elevava successivamente nos grandes theatros da Europa, e que não tinha o mesmo valor em todos elles: para evitar os inconvenientes que d'isto resultavam para os compositores e para os artistas, foi estabelecido em França, por decreto de 16 de fevereiro de 1859, um diapasão normal obrigatorio, que dá o *lá*$_3$ com 435 vibrações: é este o som da terceira corda da rebeca.

É claro que então o *lá* da gamma fundamental corresponde a $\frac{435}{4}$ vibrações; e por tanto o *do* fundamental, ou o *do*$_1$, corresponde a $\frac{3}{5}\cdot\frac{435}{4} = 65{,}25$ vibrações.

Note-se que só na temperatura de 15° é que os diapasões de aço dão 435 vibrações: augmentando a temperatura o som desce um pouco.

279. — **Intervallos da gamma.** — Os intervallos entre duas notas consecutivas da escala denominam-se *segundas;* os intervallos de notas que comprehendem uma, duas, tres, quatro, cinco e seis notas dizem-se *terceiras*, *quartas*, *quintas*, *sextas*, *setimas* e *oitavas*.

As *oitavas* são sempre eguaes a 2, como dissemos, e realisam o accorde mais consonante entre notas differentes da escala: não precisamos por conseguinte tratar d'ellas.

I. — SEGUNDAS. — *Tons e meios tons.* — Os intervallos de segunda, em cada gamma, são os seguintes:

$$\frac{\text{ré}}{\text{do}}=\frac{9}{8},\ \frac{\text{mi}}{\text{ré}}=\frac{10}{9},\ \frac{\text{fa}}{\text{mi}}=\frac{16}{15},\ \frac{\text{sol}}{\text{fa}}=\frac{9}{8},\ \frac{\text{la}}{\text{sol}}=\frac{10}{9},\ \frac{\text{si}}{\text{la}}=\frac{9}{8},\ \frac{\text{do}_2}{\text{si}}=\frac{16}{15}$$

Reduzem-se a tres: $\frac{9}{8}$, $\frac{10}{9}$ e $\frac{16}{15}$, que tomam respectivamente os nomes de *tom maior, tom menor* e *meio tom maior.*

Assim, a gamma é a successão de dois tons, de um meio tom, de tres tons e de um meio tom.

O intervallo entre o tom maior e o tom menor é: $\frac{9}{8}:\frac{10}{9}=\frac{81}{80}$: é tão pequeno que é preciso um ouvido muito delicado e exercitado para o apreciar; por este motivo costuma-se despresar na musica, onde é conhecido pelo nome de *comma.*

O intervallo entre o tom menor e o meio tom maior é egual a $\frac{10}{9}:\frac{15}{16}=\frac{25}{24}$. Isto mostra que um tom $\frac{10}{9}$ póde dividir-se em dois intervallos; um $\frac{16}{15}$, que já denominámos *meio tom maior*, e outro um pouco menor $\frac{25}{24}$, que se denomina *meio tom menor,* e é o menor intervallo que se considera na musica.

Note-se que os tons e meios tons são intervallos dissonantes, e comtudo representam um papel importante na musica.

II. — TERCEIRAS. — É facil ver que as *terceiras* teem dois valores; um $\frac{5}{4}$ e outro $\frac{6}{5}=\frac{5}{4}\times\frac{24}{25}$: as primeiras dizem-se *terceiras maiores*, e as outras que são abaixadas de meio tom menor dizem-se *terceiras menores.*

III. QUARTAS.—As quartas são eguaes a $\frac{4}{3}$, com excepção de $\frac{si}{fa}$ que é augmentada de meio tom menor e de uma comma, e que é dissonante.

IV. QUINTAS.—As *quintas* são todas eguaes a $\frac{3}{2}$, á excepção de uma que só differe das outras de uma comma.

V. SEXTAS.—As *sextas* teem dois valores: as *maiores* são eguaes a $\frac{5}{3}$, e as *menores* a $\frac{8}{5}=\frac{5}{3}\times\frac{24}{25}$.

VI. SEPTIMAS. Finalmente, as septimas tambem são *maiores* umas e eguaes a $\frac{15}{8}$, e *menores* outras e eguaes a $\frac{9}{5}=\frac{15}{8}\times\frac{24}{25}$; despresando sempre as commas.

Os intervallos mais consonantes, depois do unisono e da oitava, são pela sua ordem a quinta $\left(\frac{3}{2}\right)$, a quarta $\left(\frac{4}{3}\right)$, a terceira maior $\left(\frac{5}{4}\right)$, a terceira menor $\left(\frac{6}{5}\right)$, e, posto que em menor escalla, a sexta maior $\left(\frac{5}{3}\right)$ e a sexta menor $\left(\frac{8}{5}\right)$.

Assim, a gamma é perfeitamente organisada para realisar os accordes mais consonantes, os quaes são produzidos pela combinação successiva dos sons representados relativamente pelos numeros 1, 2, 3, 4, 5, 6. . . . . . A esta serie de sons dá-se o nome de *serie dos sons harmonicos:* veremos que elles são produzidos simultaneamente pela maior parte dos corpos sonoros.

280.—**Accordes multiplos.—Gamma menor.**—É claro que trez ou mais sons que reunidos dois a dois produzem accordes, devem dar um *accorde multiplo* quando sobrepostos. Um dos accordes multiplos mais perfeitos, denominado *accorde perfeito maior*, é o que se obtem pela successão da terceira maior e da quinta: *do, mi, sol*, cujos numeros de vibrações estão entre si como 1, $\frac{5}{4}$, $\frac{3}{2}$, ou 4, 5, 6: estão no mesmo caso os accordes das notas *sol, si, re*$_2$ e *fa, la, do*$_2$.

A gamma natural apresenta a propriedade notavel de serem os seus sons distribuidos por estes tres accordes perfeitos maiores: por este motivo a gamma diz-se *maior*.

Denomina-se *accorde perfeito menor* o produzido por tres notas representadas pelos numeros 10, 12, 15, cujos intervallos successivos $\frac{6}{5}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{3}{2}$ só differem dos intervallos das notas do accorde perfeito maior na ordem dos dois primeiros: estão n'este caso as notas *la*, do_2, mi_2.

Partindo do accorde perfeito menor constitue-se outra gamma, denominada *gamma menor*, cujos tons e meios tons são distribuidos por outra ordem. As relações dos sons d'esta gamma e os seus intervallos successivos são os seguintes:

$$1 \quad \frac{9}{8} \quad \frac{6}{5} \quad \frac{4}{3} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{8}{5} \quad \frac{9}{5} \quad 2$$

$\frac{9}{8}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$
tom	meio tom	tom	tom	meio tom	tom	tom

Differe da gamma maior em que as terceiras, sextas e septimas maiores estão substituidas pelas menores.

A successão dos tons e meios tons é a que se obteria, por ex., começando a gamma maior por *la*, em logar de começar por *do*, e confundindo os tons maiores com os menores. Destinguem-se facilmente as arias escriptas em tom menor, porque são mais tristes e melancholicas.

281.—**Sustenidos e bemoes.—Tom.—Gamma chromatica.**—A fim de poder começar a escala em qualquer nota, sem alterar a successão dos tons e meios tons da escala natural, com a vantagem de se poder escrever a musica para um instrumento em tom mais ou menos grave, sem ser preciso passar de umas oitavas para outras, o que nem sempre comportam os limites do instrumento, intercallam-se entre os sons da gamma, que distam de um tom, outras notas, que se dizem *sustenidas* dos sons immediatamente inferiores, e *bemoes* das immediatamente superiores. Consegue-se isto multiplicando a nota, que se quer sustenir ou bemolisar, por $\frac{25}{24}$ ou $\frac{24}{25}$. Emprega-se o signal ♯ para indicar que a nota a que está junta é sustenida, e o signal ♭ para designar que a nota é bemol.

Note-se que uma nota sustenida e a seguinte bemol não são eguaes: assim *ré sustenido* é egual a $\frac{9}{8}\times\frac{25}{24}=\frac{75}{64}$, e *mi bemol* é egual a $\frac{5}{4} \times \frac{24}{25} = \frac{6}{5}$: estas notas differem apenas de uma comma egual a $\frac{6}{5} : \frac{75}{64} = \frac{128}{125}$; por este motivo, nos instrumentos de sons fixos serve o mesmo som para as notas sustenidas e as seguintes bemoes; taes são os pianos, os orgãos, etc.; exceptuam-se algumas harpas de Erard: nos instrumentos de sons continuos, como as rebecas, os sustenidos e bemoes podem-se fazer exactamente.

Para se comprehender a vantagem d'estas notas, basta citar um exemplo: supponhamos que, em logar de começar a gamma por *do*, se quer abaixar de dois tons e começar por *la* da oitava inferior. Se empregassemos as notas naturaes teriamos

	la		*si*		*do*		*ré*		*mi*		*fa*		*sol*		*la*
intervallos		tom		meio tom		tom		tom		meio tom		tom		tom	

a musica seria completamente alterada, porque os intervallos succeder-se-hiam muito differentemente; porém bemolisando algumas notas conseguiriamos a successão de dois tons, meio tom, tres tons e de meio tom, como se segue

la		*si*		*do*♯		*ré*		*mi*		*fa*♯		*sol*♯		*la*
	tom		tom		meio tom		tom		tom		tom		meio tom	

A nota em que começa a escala diz-se *tonica* e determina o *tom*: esta está, por conseguinte, no tom de *la*.

A palavra *tom* tem tres significações diversas na musica.

Denomina-se *gamma chromatica* a gamma em que os intervallos successivos são todos meios tons, confundindo-se os sustenidos com os bemoes: tem-se assim:

$$do \begin{cases} do\sharp \\ ré\flat \end{cases} ré \begin{cases} ré\sharp \\ mi\flat \end{cases} mi \quad fa \begin{cases} fa\sharp \\ sol\flat \end{cases} sol \begin{cases} sol\sharp \\ la\flat \end{cases} la \begin{cases} la\sharp \\ si\flat \end{cases} si \quad do$$

282.—**Gamma temperada: meios tons medios.**— Ainda mesmo empregando os sustenidos e bemoes, os intervallos não são eguaes, e as differenças, posto que pequenas, tornam-se apreciaveis em intervallos muito grandes. Um instrumento de sons fixos, afinado segundo as relações da gamma começando por *do*, não dá uma gamma exacta começando por outra nota. Evita-se este inconveniente modificando um pouco certas notas para repartir o erro, de modo que cada uma seja pouco alterada; chama-se a isso *temperar*, e diz-se *temperamento* o methodo empregado.

O methodo mais usado é o *temperamento egual*, que consiste em repartir pelas oitavas justas, em intervallos eguaes, os 12 sons de que consta a gamma chromatica, confundindo os sustenidos com os bemoes: estes intervallos chamam-se *meios tons medios*, e são evidentemente eguaes a $\sqrt[12]{2}=1{,}060$.

A gamma assim modificada diz-se *gamma temperada*, e não é rigorosa: á excepção das oitavas todos os intervallos são um pouco alterados; os meios tons maiores são um pouco menores, e os meios tons menores um pouco maiores; porém a modificação é tão pequena, que o ouvido apenas a destingue.

283.—**Logarithmos acusticos.**—Simplifica-se muito a comparação dos intervallos musicaes, considerando em logar das relações que os caracterisam, os logarithmos d'estas relações. Tomando para base dos logarithmos a quantidade $\sqrt[12]{12}$, a oitava é representada por 12, e os 12 sons intermedios pela serie natural dos n.^os^ 1, 2, 3....

Os logarithmos cuja base é $\sqrt[12]{12}$ denominam-se *logarithmos acusticos*.

284.—**Novo methodo de determinação do numero de vibrações de um som.**—Conhecendo-se as relações que existem entre as differentes notas da gamma, e tendo o ouvido habituado a apreciar os intervallos musicaes, póde-se determinar o numero de vibrações correspondente a um som dado, procurando o logar que este som occupa na escala. Póde-se fazer isto com um instrumento conhecido, e mesmo sem instrumento algum, quando o som não sae dos limites d'aquelles que dão os instrumentos de musica.

III.—Limites dos sons perceptiveis

285.—As vibrações dos corpos sonoros deixam de impressionar o ouvido, quando se tornam muito lentas ou demasiadamente rapidas: d'aqui veem dois numeros de vibrações limites, um dos sons graves e outro dos agudos. Estes numeros não se teem fixado de uma maneira absoluta, e parece dependerem da amplitude das vibrações e tambem dos individuos que apreciam os sons.

286.—**Limite dos sons graves.**—Para determinar este limite, Savart substituiu a roda dentada do seu apparelho (272) por uma barra de ferro de 65 centimetros, que fez girar entre duas delgadas laminas de madeira, das quaes distava de dois millimetros. D'este modo, por cada vez que a barra passa na fenda que deixam as laminas, ha uma especie de explosão devida á precipitação do ar, e quando o movimento de rotação d'aquella attinge uma certa velocidade ouve-se, além dos ruidos successivos, um som muito grave. D'estas experiencias concluiu Savart que o limite inferior do numero de vibrações é de 7 a 8.

Desprestz contestou esta experiencia, e mostrou que o som era produzido por outra causa e não pela successão das explosões; porque empregando duas fendas em logar de uma obteve o mesmo som, quando se deveria produzir a oitava aguda.

O som mais grave que se emprega na musica é o do_{-2} dado pelo maior tubo dos orgãos das egrejas, tubo aberto, de 10 metros de comprido, ou fechado e com metade d'este comprimento: o numero de vibrações correspondente a este som é 16, e é o limite inferior dos sons geralmente admittido. Comtudo segundo Helmholtz os sons só começam a sentir-se quando as vibrações attingem o numero de 30 por segundo; e o som fundamental dos tubos de 10 metros é ainda uma serie de choques separados, e o que parece ouvir-se são as harmonicas superiores. O som mais grave que Helmholtz ouviu nas experiencias que fez a este respeito foi o si_{-2}, a que correspondem 30,58 vibrações.

287.—**Limite dos sons agudos.**—Savart determinou o limite superior dos sons perceptiveis, augmentando extraordinariamente o diametro da roda dentada do seu apparelho, e reconheceu que o som só desapparecia quando o numero de vibrações era de 24000 por segundo.

Por um processo completamente differente, tendo determinado pela maneira ordinaria o numero das vibrações de um certo diapasão, e procurando outros que successivamonte dessem as oitavas superiores, chegou Despretz ao limite de 36000 vibrações.

Na musica as notas mais agudas que se empregam são as da rebeca e dos pianos, que não excedem geralmente a tripla oitava do *la* do diapasão. O numero de vibrações correspondente a esta nota é por tanto $435 \times 2^3 = 3480$.

288.—Quaesquer que sejam os numeros limites, é certo que ha vibrações muito rapidas, e por tanto de mui pequena extensão, e outras muito lentas e tão demasiadamente grandes, que não produzem som, ou que não são capazes de impressionar o ouvido; mas se aquellas vibrações não impressionam o ouvido, affectam toda a superficie do corpo, produzindo uma especie de estremecimento geral, que resulta das vibrações energicas.

Assim, as vibrações communicadas ao ar pelos corpos sonoros, pódem produzir em nós duas acções differentes; umas fazem-se sentir sobre um orgão especial, o orgão do ouvido, quando as vibrações possuem uma rapidez sufficiente; as outras affectam todo o nosso corpo, produzindo ou não som perceptivel.

289.—**Som e ruido.**—O *ruido* destingue-se do *som* propriamente dito, ou porque é de mui curta duração, ou porque é a sobreposição de sons discordantes. Ha som todas as vezes que as vibrações de um corpo são isochronas e se succedem com uma certa rapidez. Assim, as pancadas de um relogio deixariam de ser distinctas e converter-se-hiam n'uma nota de musica, se fossem 100 ou mais por minuto. O vôo das aves seria acompanhado de som, se o bater das azas tivesse esta mesma rapidez, como acontece com alguns insectos.

O ouvido não póde apreciar o *tom* dos ruidos quasi instantaneos; porém compara-os entre si e aos sons fazendo-os succeder com pequenos intervallos: assim com quatro chapas de madeira de dimensões convenientes produz-se o accorde perfeito, abandonando-as sobre uma banca: com sete pedaços de madeira póde produzir-se a *gamma*, que se reconhece abandonando-os por ordem, e successivamente.

CAPITULO II

Propagação do som n'um meio indefinido

I.—Das ondas sonoras

290.—Idéa do modo de propagação do som.—Faz-se uma idéa perfeita da transmissão do movimento sonoro na experiencia seguinte: abandona-se de uma certa altura a primeira esphera do apparelho da fig. 93, e vê-se que só a ultima se desloca, em quanto que todas as outras ficam em repouso. Isto explica-se de uma maneira muito simples: a segunda esphera soffre uma compressão, e depois distendendo-se como uma mola transmitte-a á immediata, ficando em repouso; esta compressão vae-se communicando até á ultima esphera, que não podendo já transmittil-a cede e desloca-se. Assim o movimento propaga-se, não retrocede, e todas as espheras elasticas que o transmittem apenas soffrem uma pequena compressão seguida de uma dilatação, que as leva ao estado primitivo.

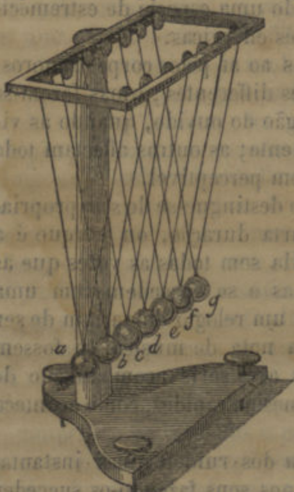


Fig. 93

A transmissão do som faz-se de uma maneira analoga: imagine-se uma esphera collocada n'um meio elastico e homogeneo, e supponhamos que o seu raio cresce repentinamente de uma pequena quantidade; é claro que as moleculas do meio em contacto com a sua superficie são comprimidas, e como o meio é elastico e todo o movimento gasta um certo tempo em communicar-se, esta compressão chega só até uma distancia finita. A porção do meio assim comprimida distende-se depois, e communica a compressão a uma zona seguinte, e assim successivamente: este movimento propaga-se com uma certa velocidade e não volta atraz; de modo que se o abalo foi de curta duração tem desapparecido totalmente no ponto de partida, quando chega a uma certa distancia. É assim que o estrondo de uma arma de fogo não é já ouvido pelo individuo que fez fogo, quando tem chegado a outro individuo collocado a distancia de algumas centenas de metros.

Não se deve confundir o deslocamento da impulsão com o das moleculas, que o constituem n'um dado instante: o primeiro percorre grandes distancias, e o segundo é apenas um movimento de vae-vem de curta excursão.

Para estudar a constituição das ondas sonoras, começamos por considerar o caso da propagação n'um cylindro.

291. — **Propagação n'um cylindro indefinido.** — Para percebermos como se propaga o som no ar, e estabelecermos a theoria das ondas sonoras, imaginemos que uma lamina elastica, fixa por uma das suas extremidades, executa vibrações transversaes de mui pequena amplitude, para que possamos suppor parallelas entre si e á posição de equilibrio as suas duas posições extremas; o que equivale a suppor que a velocidade de todos os pontos de uma porção considerada são eguaes em uma mesma época do movimento vibratorio. A lamina, passando da primeira á segunda posição, adquire successivamente velocidades crescentes até ao meio do caminho, que corresponde á posição d'equilibrio, e depois decrescentes pela mesma ordem até chegar a uma posição extrema em que a velocidade é nulla; em consequencia da elasticidade não póde conservar-se n'esta posição, e volta á primitiva com uma velocidade que vae tomando os mesmos valores que precedentemente para as mesmas posições, porém com o signal contrario.

As vibrações da lamina, como as de qualquer corpo elastico, podem suppor-se isochronas, qualquer que seja a sua amplitude, sendo esta muito pequena; porque a força elastica que tende a dar a posição de equilibrio ás moleculas é proporcional ao deslocamento d'estas (129): por conseguinte podemos suppor que a lamina vibra como um pendulo, e que a sua velocidade V no fim do tempo t decorrido desde o começo do movimento é dada pela formula (86)

$$V = C \operatorname{sen} 2\pi \frac{t}{T} \dots\dots\dots (1)$$

na qual T representa o tempo de uma *vibração completa*.

É facil ver que esta formula representa perfeitamente um movimento oscillatorio, porque aos valores de t eguaes a

$$0, \ \frac{1}{4}T, \ \frac{2}{4}T, \ \frac{3}{4}T, \ \frac{4}{4}T\ldots$$

correspondem os seguintes valores de V

$$0, \ C, \quad 0, \ -C, \quad 0\ldots$$

A constante C representa por tanto a velocidade maxima, e denomina-se *amplitude*.

Imaginemos agora, para estudar a propagação do som n'um cylindro, que junto a uma das aberturas d'este vibra a lamina, passando de a para a', de a' para a, e assim successivamente, fig. 94, com uma velocidade dada pela formula (1); e supponhamos, para fixar as idéas, que o cylindro está cheio de ar, porque o que se diz para este corpo é perfeitamente applicavel a qualquer outra substancia elastica.

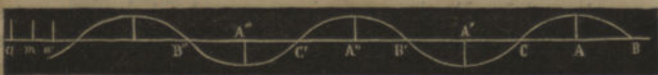


Fig 94

No primeiro dos intervallos de tempo infinitamente pequenos, em que podemos considerar dividido o tempo T de uma vibração completa, a lamina comprime uma pequena camada de ar, que adquire assim um accrescimo de força elastica, e que reagindo e encontrando resistencia do lado da lamina transmitte a compressão a uma camada seguinte; esta a seu turno faz o mesmo a uma terceira, e assim se transmitte a compressão com uma certa velocidade, do mesmo modo que se transmitte o choque através de uma serie de espheras de marfim (290). No intervallo de tempo seguinte a lamina, animada já de maior velocidade, determina uma compressão mais energica, que se transmitte como a primeira, e assim successivamente até á posição m da maxima velocidade; depois as compressões vão sendo cada vez menores desde m até a', isto é, até ao fim da primeira vibração simples.

Na segunda vibração simples, isto é, na volta da lamina de a' para a, passam-se phenomenos semelhantes, com a differença que o ar, em vez de compressões, soffre dilatações crescentes de a' para m e decrescentes depois até a.

O ar não se desloca dentro do tubo; o que se desloca são as compressões e dilatações, que passam successivamente em cada secção, e que constituem a vibração d'aquelle fluido; esta vibração é *longitudinal*, porque se faz no sentido da propagação, isto é, no sentido do eixo do tubo. A velocidade d'esta vibração é evidentemente proporcional á velocidade da lamina e póde representar-se pela formula (1), substituindo a constante C por outra α; e não deve confundir-se com a velocidade v da propagação, que depende da natureza do meio elastico.

N'um dado instante, porém, a velocidade de vibração não é a mesma nos differentes pontos do cylindro, porque um abalo communicado na origem chega a um ponto distanciado de x no fim do tempo $\frac{x}{v}$: se for t o tempo decorrido desde o começo da vibração, a velocidade V' d'este ponto é a que teve logar na origem na época correspondente ao tempo $t - \frac{x}{v}$; por tanto é

$$V' = \alpha \, sen \, 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{vT}\right)$$

Esta formula mostra que os pontos distanciados de vT teem a mesma velocidade no mesmo instante: n'esta distancia vT estão por conseguinte distribuidas todas as velocidades correspondentes a uma vibração completa da lamina; denomina-se *onda sonora* ou *comprimento de ondulação* e representa-se por λ: assim, por comprimento de ondulação entende-se o espaço percorrido pelo som durante uma vibração completa do corpo sonoro, isto é, no tempo T.

Representa-se graphicamente o estado vibratorio simultaneo do cylindro no fim do tempo t, construindo-se a equação

$$y = \alpha \, sen \, 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \ldots\ldots (2)$$

a qual mostra que todos os valores de x como aB, aC, aB', etc., que fazem $\frac{t}{T}\lambda - x$ egual a um numero inteiro de meios comprimentos de onda, teem a velocidade y egual a zero; e que os valores de x, como aA, aA', aA'', etc., que fazem aquelle valor egual a um numero impar de quartos de comprimento de onda, teem a velocidade maxima positiva ou negativa, isto é, $\pm\alpha$. A curva é uma sinusoide continua, que a fig. representa: as distancias BB', $B'B''$, etc., são eguaes a vT, ou ao comprimento de ondulação, e as ordenadas da curva são os valores da velocidade de vibração do ar, correspondendo as superiores ás condensações e as inferiores ás dilatações.

Crescendo o tempo as velocidades de vibração caminham sem se modificarem, e a curva avança com a velocidade v, de modo que no fim do tempo T sobrepõe-se á curva primitiva; isto mostra que n'este tempo cada camada de ar executa uma vibração completa, assim como a lamina elastica.

292.—**Determinação do comprimento da onda.** —Dissemos que a onda λ é egual a vT; e suppondo que a lamina vibrante, ou o corpo sonoro, faz n vibrações por segundo, é claro que $T=\frac{1''}{n}$; por conseguinte $\lambda=\frac{v}{n}$ ou $v=n\lambda$.

Esta formula é importante e permitte calcular λ, tendo medido v e n: já dissemos como se mede esta ultima quantidade; mais adiante diremos como se mede v.

Sabe-se que esta velocidade v é constante para todos os sons, e só dependente do meio elastico que os transmitte; por conseguinte o comprimento da onda é differente para os diversos sons, e decrescente com a elevação d'estes. No ar o seu valor maximo, correspondente ao som do tubo aberto de 10^m, é de 21^m; e o minimo, correspondente ao limite dos sons agudos, é inferior a um centimetro.

293.—**Vibrações transversaes.**—Temos supposto que as vibrações são *longitudinaes*, isto é, no sentido da propagação. Nos solidos podem produzir-se outras vibrações perpendiculares a estas, e por este motivo denominadas *transversaes*; é facil de ver, porém, que a sua propagação é semelhante á das primeiras, e só differente na velocidade.

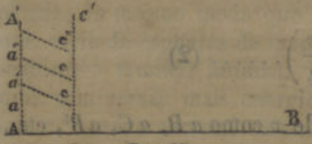


Fig. 95

Imagine-se uma corda AB, fig. 95, bem tensa, e supponhamos que se desloca um ponto A levantando-o para A', e dando-lhe as posições successivas a, a', a''. Em consequencia da ligação que existe entre as moleculas solidas, um ponto proximo C é tambem arrastado para C', e o mesmo acontece aos pontos seguintes; porém como toda a trasmissão de movimento exige um certo tempo, as differentes posições c, c', c'' de C correspondem ás posições a', a'', A' de A; e quando o primeiro ponto chega a C', limite da sua excursão, já este ultimo tem voltado de A' a a''. E assim se propaga longitudinalmente a vibração transversal do ponto A, exactamente como se propagam as vibrações longitudinaes, porém com uma velocidade differente.

Se a corda é indefinida, o estado simultaneo de vibração n'um instante dado representa-se evidentemente por uma curva sinusoidal, dada pela equação (2) do num. 291.

Reconhece-se a propagação das vibrações transversaes n'uma experiencia muito simples, que consiste em assentar no solo uma grande corda, e sacudir transversalmente um dos extremos: vê-se a formação e a propagação das ondas em todo o comprimento com uma velocidade pequena. Póde-se reproduzir a mesma ondulação na superficie de um liquido, deitando-o n'uma tina muito estreita e muito comprida, e fazendo-o oscillar verticalmente n'um extremo, com um solido que n'elle se mergulhe, e que se faça descer e subir.

294.—**Propagação do som n'um meio indefinido.** —Supponhamos que no interior de um meio homogeneo e indefinido em todos os sentidos existe uma pequena esphera vibrante, isto é, que augmenta e diminue successivamente de diametro, e que por conseguinte comprime e dilata successivamente tambem o ar que a cerca. Estas condensações e dilatações transmittem-se no sentido de cada raio da esphera, exactamente como se transmittem as vibrações longitudinaes n'um cylindro; e como esta propagação tem logar em todos os sentidos com a mesma velocidade, segue-se que as condensações e as dilatações, que tiveram a mesma origem, vão sempre existindo em espheras concentricas de raios crescentes. A propagação n'um meio indefinido homogeneo faz-se por tanto por *ondas esphericas*.

A amplitude da vibração, isto é, a maxima velocidade, não conserva, porém, o mesmo valor, como acontece no interior de um cylindro; porque a mesma condensação ou dilatação vae-se repartindo por superficies, que crescem com os quadrados dos raios das ondas, ou das distancias ao corpo vibrante.

Assim, a condensação C, por ex., espalha-se pela superficie $4\pi d^2$ na distancia d: o seu valor sobre unidade de superficie, isto é, a *intensidade do som* a esta distancia vem a ser $i=\frac{C}{4\pi d^2}$: d'aqui vem a lei seguinte: *a intensidade do som que se propaga n'um meio indefinido decresce com o quadrado das distancias a que chega.*

O que dizemos das vibrações longitudinaes diz-se egualmente das transversaes, que haveria se a esphera tivesse uma vibração tangencial. Note-se, porém, que só nos solidos se póde originar a propagação das vibrações transversaes, porque as moleculas fluidas não poderiam, em virtude da facilidade com que escorregam umas sobre outras, ser deslocadas pelo movimento tangencial das espheras concentricas.

Nos solidos transmittem-se as duas vibrações, porém com velocidades differentes; e considerando uma vibração obliqua ao sentido da propagação, podemos decompol-a em duas: uma longitudinal, e outra transversal, transmittindo-se ambas em ondas esphericas, com differente velocidade, e podendo até originar sons distinctos.

295.—**Coexistencia das vibrações.**—Havendo muitos pontos vibrando ao mesmo tempo, a diversas distancias, produzem-se series de ondas condensadas e dilatadas ao redor de cada um, que se transmittem umas através das outras sem modificação, dando em resultado um effeito egual á sua somma, quando se sobrepõem ondas da mesma natureza, isto é, ambas condensadas, ou ambas dilatadas, ou egual á sua differença quando são de natureza differente.

Este facto, que a experiencia verifica facilmente, é uma applicação do principio da *coexistencia das pequenas oscillações*, devido a Bernouilli.

Com o apparelho das espheras de marfim (fig. 93), faz-se uma idéa do cruzamento das dilatações ou das condensações sem modificação; porque abandonando de diversas alturas as espheras extremas, os choques produzem compressões deseguaes, que se transmittem através de todas as espheras, cruzando-se sem se alterarem, porque se manifestam pelos deslocamentos nos extremos oppostos.

II.—Intensidade do som

296.—Já dissemos que a intensidade do som é a qualidade que faz com que elle seja ouvido a maior ou menor distancia, e que depende da amplitude das vibrações, isto é, do valor de a: assim, a intensidade de um som é maxima na occasião em que se produz, e depois enfraquece até desapparecer; porque tambem as vibrações teem ao principio a maxima amplitude, e extinguem-se passado pouco tempo: prova o calculo que a intensidade é proporcional ao quadrado da amplitude.

A intensidade depende tambem evidentemente da densidade do meio em que se produz: é um facto plenamente demonstrado com a experiencia do timbre no recipiente da machina pneumatica (256), e reconhecido nas grandes alturas da atmosphera, em que o ar está muito rarefeito. Segundo Saussure a detonação de um tiro de pistola no cume do Monte Branco corresponde á de uma simples bomba ordinaria na planicie. No ar comprimido o som é muito reforçado, como se observa nas fundações tubolares. Note-se, porém, que a intensidade do som depende da densidade do ar em que é produzido e não d'aquelle em que é ouvido.

O som diminue de intensidade quando se transmitte de um meio para outro mais denso, como acontece a qualquer outro movimento. Assim, o timbre da experiencia citada dá um som fraco quando está coberto com o recipiente da machina, ainda antes da rarefação, e levantando o recipiente o som é muito mais forte; isto porque no primeiro caso o som communica-se ás paredes do recipiente e depois ao ar exterior.

Expirando todo o ar dos pulmões e enchendo-os de hydrogenio, observa-se um enfraquecimento grande na voz, e uma notavel alteração no timbre; porque o hydrogenio é posto em vibração pelas *cordas vocaes*, quando passa na *larynge*, e depois transmitte as vibrações ao ar, que é muito mais denso.

297.—**Variação da intensidade com a distancia. —Tubos acusticos.**—N'um meio indefinido, em consequencia da propagação em ondas esphericas, a intensidade do som varía na razão inversa do quadrado das distancias ao corpo sonoro, como já se demonstrou (294). Não acontece o mesmo no interior dos tubos cylindricos, e em geral sempre que a onda sonora não póde diffundir-se latteralmente. Assim, Biot reconheceu que nos tubos dos aqueductos de Paris, n'uma extensão de 951 metros, fallando-se em voz muito baixa n'um dos extremos, se ouvia distinctamente no outro; e que o abalo communicado ao ar pela explosão de um tiro de pistola chegava ao extremo d'aquelle caminho, com intensidade sufficiente para apagar as luzes, e projectar a mais de meio metro alguns corpos leves.

Nos grandes estabelecimentos aproveita-se esta propriedade dos tubos para transmittir ordens de um pavimento para outro, e nos grandes navios de vapor para communicar ordens ao machinista, etc. Empregam-se para este fim tubos de cautchouc de pequeno diametro, conhecidos pela denominação de *tubos acusticos*.

298.—N'um canal aberto em fórma de goteira a intensidade do som tambem enfraquece muito pouco. Hassenfratz reconheceu, formando a goteira com duas pranchas unidas pelos bordos, que a pancada de um relogio chegava a 15^m, quando ao ar livre não attingia $1^m,30$. É por esta circumstancia que se explica o phenomeno de, n'uma sala hexagonal do observatorio de Paris, poderem conversar em voz baixa duas pessoas collocadas em cantos oppostos; porque estes continuam-se em uma especie de goteira, que percorre a aboboda.

299.—**Influencia do vento e do socego da atmosphera na intensidade dos sons.**—O som propaga-se muito melhor e enfraquece por conseguinte menos, quando o ar está socegado do que quando está agitado: é assim que o vento faz diminuir a intensidade do som, ainda mesmo que sopre na direcção da propagação d'este.

Ouvem-se mais distinctamente e a maiores distancias os sons de noite do que de dia; o que se explica tambem pelo maior socego e homogeneidade do ar, que facilita a propagação de noite. Se o ar não é homogeneo o som passa continuamente de um meio para outro de differente densidade, e soffre reflexões parciaes que o enfraquecem.

Nas occasiões de muito frio, assim como nas regiões polares, os sons tambem se ouvem melhor; e isto ainda se explica antes pela maior homogeneidade do ar, quando faz frio, do que pelo augmento de densidade, que é insignificante.

300.—**Porta-voz.**—Augmenta-se o alcance da voz com o *porta-voz* ou *busina*, que é um tubo não pequeno, de fórma conica terminando em pavilhão no extremo mais largo e no outro em um bocal, que permitte ajustar a boca sem impedir o movimento dos labios. Suppoz-se que o reforço do som no porta-voz era devido á reflexão interior das ondas sonoras; e era n'esta idéa que se baseava a theoria publicada em 1763 por Lambert.

É certo que a reflexão nas paredes do tubo conico deve aproximar do eixo o som, augmentando-lhe a intensidade; porém está provado que o effeito do instrumento não é sensivelmente enfraquecido cobrindo as suas paredes internas com um estofo não elastico, e mesmo dando-lhe a fórma cylindrica; além d'isso o reforço do som não tem logar só na direcção do eixo do porta-voz; porque fallando a distancia de um muro alto, ouve-se um echo quasi com a mesma intensidade, quer o pavilhão esteja voltado para o muro, quer para o lado opposto; por tanto a causa principal do reforço do som não é a reflexão.

Explica-se o effeito do instrumento pela vibração da columna d'ar contida no seu interior, a qual é unisona com a que se produz na embocadura: é um phenomeno de *resonancia* de que nos occuparemos mais adiante. A acção notavel do pavilhão é que não se explica por este modo, nem pela reflexão.

301.—**Corneta acustica.—Stethoscopio.**—As pessoas que teem o *ouvido duro* usam com vantagem de um pequeno instrumento denominado *corneta acustica*, que augmenta a intensidade dos sons. É uma especie de porta-voz, de muito menores dimensões, e sem bocal na parte mais delgada, a qual é recurvada para se introduzir no ouvido: os sons são recebidos no pavilhão. Explica-se o effeito d'este apparelho pelo augmento de intensidade com que as compressões e dilatações do ar, produzidas pelo som, se vão transmittindo ás camadas successivamente menores.

Tem-se dado fórmas muito diversas a este instrumento, as quaes não são justificadas pela theoria.

O sr. Kœnig construiu uma corneta acustica, que serve tambem de *stéthoscopio*, isto é, de auscultador dos doentes: é composto de uma capsula metallica fechada por uma membrana, e cujo fundo communica por um orificio com um tubo elastico terminado por um pipo de marfim.

Com esta disposição o apparelho serve de corneta acustica, introduzindo o pipo no ouvido: a membrana recebe as vibrações e communica-as com augmento de intensidade á columna de ar do tubo elastico, e por fim á membrana do tympano. Substituindo a membrana simples por duas, cujo intervallo se dilata soprando por uma torneira lateral, para lhes dar a fórma de uma lente biconvexa, applicando a face externa d'esta contra o peito do doente e introduzindo o pipo no ouvido, o apparelho funcciona de *stéthoscopio;* porque as mais ligeiras pancadas do coração, assim como o ruido da respiração, transmittem-se fielmente ao ar da lente, e depois até ao ouvido. Com este apparelho póde um individuo auscultar-se a si mesmo.

III.—Velocidade do som

302.—**A velocidade do som é independente da sua altura, mas não da sua intensidade.**—A experiencia prova que a propagação dos sons é uniforme: a *velocidade* d'esta propagação é, por conseguinte, o caminho percorrido em um segundo.

Esta velocidade é independente da altura dos sons, o que se reconhece perfeitamente, ouvindo a distancia uma orchestra. Biot demonstrou este principio fazendo tocar uma flauta n'um dos extremos do aqueducto de Arcueil, composto de tubos cujo comprimento total era de 951^m, e que se tinham despejado: escutando na outra extremidade, a melodia chegou perfeita, o que provou que as differentes notas se propagavam com a mesma velocidade.

A intensidade parece ter alguma influencia sobre a velocidade, como reconheceu Parry, na sua expedição ao mar do Norte; em um exercicio de peça, muitas pessoas collocadas a distancia ouviram o tiro antes da voz de fogo dada pelos officiaes. Conclue-se, pois, que os sons de grande amplitude caminham mais depressa.

303.—**Medição da velocidade do som no ar.**—Mede-se a velocidade do som no ar disparando tiros em um ponto, e notando em outro distante o tempo t decorrido desde a apparição do clarão até á percepção do som. Como a velocidade da luz é extraordinariamente grande, é claro que é inapreciavel o tempo que ella gasta em vencer a distancia entre os dois pontos; por conseguinte dividindo esta distancia pelo tempo t, expresso em segundos, obtem-se a velocidade procurada. Deve-se fazer esta experiencia em ambas as estações para annular o effeito da velocidade do vento.

As primeiras experiencias exactas foram feitas em 1738, por uma commissão da *Academia das Sciencias de Paris;* estas experiencias foram depois muito repetidas, sendo mais notaveis as que fizeram, em 1822, os membros do *Bureau des longitudes*, a pedido de Laplace, entre os altos de Villejuif e de Montlhéry, perto de Paris, e distanciados de 18612^m,52. Em cada estação fizeram-se doze tiros de 10 em 10 minutos; os observadores da primeira ouviram todos os que se deram na segunda; porém os d'esta distinguiram poucos dos da primeira, porque o vento era contrario. Esta circumstancia não permittiu fazer uma perfeita correcção da influencia da agitação do ar.

Os resultados das experiencias são os seguintes:

1.º A velocidade do som no ar é de $340^m,89$ na temperatura de 16°, e decresce com a temperatura; é de 337^m a 10° e de 333^m a 6.°;

2.º É independente da densidade do ar, e por conseguinte da pressão e do estado hygrometrico;

3.º É constante em qualquer distancia, o que prova que o som se propaga uniformemente.

Em todas estas experiencias o som propaga-se horisontalmente; porém Bravais e Martins, experimentando nos Alpes, em duas estações com a differença de altitudes de 2079^m, acharam que a velocidade do som no ar ainda é a mesma, quer elle suba, quer elle desça.

Ha poucos annos o sr. Regnault repetiu as experiencias de uma maneira mais delicada na planicie de Vincennes, dando 400 tiros de peça, o ruido das quaes era recebido sobre membranas tensas, que repelindo um pendulo interrompiam um circuito electrico. O momento de disparar o tiro e o da chegada do som eram registrados por um telegrapho Morse sobre uma tira de papel coberta de negro de fumo, na qual uma pendula electrica marcava os segundos ao lado de uma ponta fixa a um diapasão vibrante, que traçava centesimos do segundo. D'estas experiencias concluiu Regnault que a velocidade do som no ar livre, secco e a zero de graus é de $330^m,7$ e não 333^m.

304.—**Velocidade do som nos outros gazes.**—Não se póde medir exactamente a velocidade do som nos outros gazes; porém tem-se obtido o seu valor por methodos indirectos; ou recorrendo a formulas theoricas, ou por meio dos tubos sonoros, de que adiante fallaremos.

É certo que a velocidade é tanto maior quanto menor é a densidade do gaz: assim no oxygenio, no oxydo de carbone, gaz oleificante, azote, sulphureto de hydrogenio, etc., o som propaga-se com uma velocidade pouco differente da que tem no ar; no acido carbonico a velocidade a 0° é de 261^m, e no hydrogenio de 1269^m.

305.—**Velocidade do som nos liquidos.**—Colladon e Sturm mediram directamente, em 1827, a velocidade do som na agua doce do lago de Genova, por um processo semelhante ao que se empregou no ar. Fixaram a uma distancia de 13487^m dois barcos, um dos quaes suspendia dentro d'agua uma especie de sino percurtido por um martello: o som era recebido no ouvido do observador collocado no outro barco, por intermedio de uma especie de corneta acustica, disposta verticalmente, e cujo pavilhão estava voltado para o sino. O momento da producção do som era indicado pela inflamação de uma porção de polvora, sobre a qual era levada uma haste acesa, pelo movimento dado ao cabo do martello.

D'estas experiencias concluiu-se que a velocidade do som na agua na temperatura de 8°,1 é de 1435^m, isto é, quasi quatro vezes e meia a velocidade no ar, e pouco differente da velocidade no hydrogenio.

A velocidade nos outros liquidos não se póde medir por este processo, e determina-se por meio de uma formula, ou por meio de tubos sonoros, exactamente como nos gazes. No ether e no alcool absoluto a velocidade é de 1160^m; no chlorureto de cal é de 1980^m: são estes os valores extremos da velocidade dos liquidos.

306.—**Velocidade dos sons nos solidos.**—A velocidade dos sons nos solidos é muito maior que nos liquidos. Esta velocidade foi determinada por Biot no ferro fundido, servindo-se ainda dos tubos, que eram destinados a conduzir a agua do Sena, e cuja extensão total era de 951^m. N'um dos extremos ligou um annel de ferro forjado, do qual suspendeu um sino, percurtido por um martello sempre que o relogio de um observador marcava $0''$ e $30''$: o observador no outro extremo ouvia dois sons por cada pancada do martello, um transmittido pela parede do tubo, com a velocidade procurada x, e outro pelo ar, com a velocidade conhecida v, e separados por um intervallo de $2'',5$: assim temos $\frac{951}{v}-\frac{951}{x}=2'',5$, d'onde se tira $x=3538^m$, isto é, proximamente dez vezes e meia a velocidade do som no ar.

Este resultado não é muito exacto, porque não se attendeu ás rodellas de chumbo que ligam os tubos, e cujo comprimento total era de $5^m,61$.

A velocidade do som nos fios de ferro, medida por Breguet e Wertheim, nos fios telegraphicos do caminho de ferro de Versailles (margem direita), é egual a 3485^m.

307.—**Formulas theoricas.**—A velocidade v de propagação das vibrações longitudinaes em uma substancia qualquer é dada pela formula theorica de Laplace $\sqrt{\frac{g}{\varepsilon}}$, na qual g representa a acceleração da gravidade e ε o alongamento ou contracção de um cylindro de um metro de comprimento da substancia considerada, sob a influencia de uma tracção ou compressão egual ao peso d'este cylindro.

1.º No caso dos gazes esta formula transforma-se na seguinte:

$$v=\sqrt{\frac{g\omega,\ 0^m,76}{d}\ (1+\theta)\ (1+\alpha t)}\ \ldots\ldots\ldots\ (1)$$

representando por ω a densidade do mercurio; por d a densidade a 0° da substancia; por α o coefficiente de dilatação do ar; por θ o augmento de temperatura do ar, que se reduz de volume na relação de $1+\alpha t$ para 1.

Applicando esta formula ao ar, e substituindo por θ o valor 0,42, acha-se

$$v=333\sqrt{1+\alpha t}$$

que concorda com os resultados experimentaes.

2.º Se se trata dos liquidos a formula de Laplace converte-se em

$$v=\sqrt{\frac{g\omega H}{\mu\ d}}\ \ldots\ldots\ldots\ (2)$$

designando por H a pressão, e por μ o coefficiente de compressibilidade. Esta formula applicada á agua dá $v=1429^m$, pouco differente do valor achado por Colladon e Sturm.

3.º Nos solidos a formula de Laplace transforma-se em

$$v=\sqrt{\frac{g\ Q}{d}}\ \ldots\ldots\ldots\ (3)$$

Sendo Q o coefficiente de elasticidade (124); porém isto suppõe que a compressão se exerce só n'um sentido, por conseguinte a formula (3) é só applicavel ao caso em que o som se propaga n'um fio rectilino. Se se trata da propagação em um meio indefinido, é preciso considerar a compressão exercida em todas as direcções, e então Wertheim demonstrou que a velocidade v é dada pela relação

$$v_1=v\sqrt{\frac{3}{2}}=\sqrt{\frac{3}{2}\ \frac{g\ Q}{d}}\ \ldots\ldots\ldots\ (4)$$

Tendo-se verificado a concordancia entre os resultados d'estas formulas e os que a experiencia tem fornecido, podemos servir-nos d'ellas, prescindindo de experiencia directa, impossivel na maior parte dos casos. É esta a vantagem das formulas theoricas.

IV.—Reflexão, refracção e inflexão do som

308.—**Reflexão do som.**—Seja O, fig. 96, um corpo sonoro, centro de um systema de ondas esphericas mnp, $m'n'p'$, etc., que se propagam n'um meio separado de outro de densidade e elasticidade differentes pela superficie XY: quando as ondas attingem esta superficie põem em vibração alguns dos seus pontos,

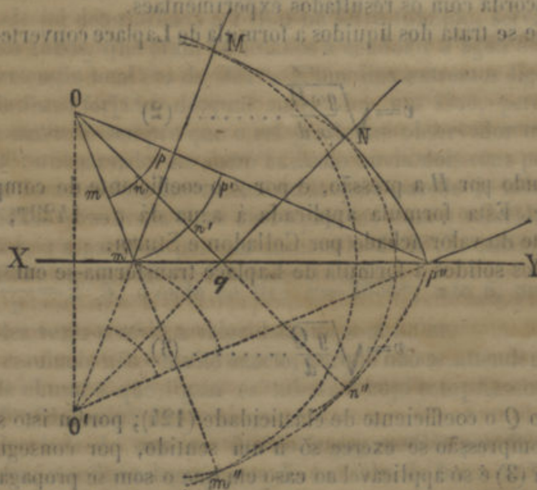


Fig. 96

que se constituem centros de novas ondas, propagadas com velocidades diversas nos dois meios: as que se propagam no primeiro constituem a *reflexão*, e as que caminham no segundo constituem a *refracção*. Por agora tratamos apenas do movimento transmittido no primeiro meio.

Se não houvesse mudança de meios em $X Y$, as ondas partidas de O estariam em $m'' n'' p''$ quando o ponto p'' entrasse em vibração, e n'este instante as ondas partidas do primeiro ponto chocado, isto é, de m', estarão por conseguinte á distancia d'este ponto egual a $m' m''$; as que partem de outro qualquer ponto q estarão á distancia d'este ponto egual a $q n''$, etc.: obtem-se por tanto estas ondas simultaneas descrevendo dos pontos m', q, etc. espheras com os raios $m' m''$, $q n''$, etc., para a parte superior de $X Y$, e o seu envolucro $M N p''$ é a *onda reflectida* correspondente á onda incidente $m'' n'' p''$ e symetrica d'ella. Unindo os pontos de tangencia M, N, etc., com os centros m', q, etc., obteem-se normaes á onda reflectida, isto é, os *raios reflectidos* correspondentes aos *raios incidentes* $O m'$, $O q$, etc.

Reflecte-se o som nas nuvens, na superficie de separação de duas camadas de ar de densidades differentes, etc.; ha porém obstaculos que cedendo ao choque das ondas sonoras não permittem a sua reflexão: é o que acontece nas salas alcatifadas, ornadas com reposteiros e cortinados de lã, onde os sons são abafados.

309.—**Leis da reflexão.**—Da symetria dos pontos M e m'' a respeito do plano $X Y$, conclue-se a egualdade dos angulos $O m' X$ e $M m' Y$, que os raios incidente e reflectido fazem com este plano, e por tanto a dos angulos de incidencia e de reflexão, que são os complementos d'aquelles. Prolongando o raio reflectido até encontrar a perpendicular $O O'$ ao plano $X Y$, no ponto O', vê-se, como consequencia da egualdade dos triangulos rectangulos $O m' X$ e $X m' O'$, que os pontos O e O', são equidistantes de $X Y$. E como esta consequencia é completamente independente da posição especial do raio reflectido, conclue-se que, *os prolongamentos de todos os raios reflectidos cortam a perpendicular $O O'$ n'um ponto O' symetrico de O*; o ponto O' é por tanto a *imagem sonora* do ponto O, que produz o som directo, e é o centro *virtual* de onde dimanam todas as ondas reflectidas.

É assim que em rigor deve considerar-se o phenomeno; porém para seguirmos o uso geral, consideraremos individualmente os raios, em logar das ondas, e diremos que a *reflexão do som* é regida pelas duas leis seguintes:

1.ª *O angulo de incidencia é egual ao angulo de reflexão;*

2.ª *O raio incidente e o raio reflectido estão no mesmo plano normal á superficie de reflexão, no ponto de incidencia.*

Estas leis são, como se disse, uma consequencia da theoria das ondas; porém verificam-se experimentalmente com dois espelhos parabolicos conjugados, collocando um relogio no foco de um d'elles e applicando o ouvido no foco do outro; ouve-se distinctamente a pancada do relogio, emquanto que não se ouve em qualquer outra posição proxima.

310. — **Galerias fallantes ou de segredo.** — Como consequencia das leis da reflexão acontece que em algumas casas se póde fallar em segredo em certos pontos e ouvir-se distinctamente em outros, sem que se ouça nos intermedios. Assim na galeria circular do zimborio da egreja de S. Paulo, em Londres, falla-se em voz muito baixa em um ponto do muro, e ouve-se perfeitamente no ponto opposto da galeria; porque os raios sonoros sendo muito obliquos á superficie concava d'esta, soffrem uma serie de reflexões até chegar ao ponto opposto.

Ha grutas naturaes que possuem esta propriedade, que é muito commum nas casas de forma elliptica, nas quaes se póde fallar em voz baixa n'um dos focos e ouvir-se mui distinctamente no outro. Isto é uma consequencia da propriedade da ellipse e das leis da reflexão, porque em qualquer ponto da ellipse a normal divide ao meio o angulo formado pelos raios vectores; por conseguinte sendo um d'estes incidente será o outro raio reflectido.

Torna-se evidente este principio com um vaso de fórma elliptica contendo mercurio, e deitando este mesmo liquido por um pequeno funil sobre um dos focos da ellipse; as ondas produzidas pela pressão do liquido que cae, reflectindo-se nas paredes do vaso, vão todas passar pelo outro foco.

311. — **Echos.** — A reflexão do som explica o phenomeno do *echo*, isto é, da repetição de um som ouvido directamente.

Um individuo collocado em frente de um obstaculo reflectidor ouve sem demora um som que produz; e se este som tem deixado de se ouvir no momento em que chega o som reflectido pelo obstaculo, ouve um segundo som, que é o *echo*. Isto depende, pois, da distancia do obstaculo.

Admittindo que n'um segundo não se podem articular distinctamente mais de cinco syllabas, e que a velocidade do som é de 340 metros, conclue-se que para se repetir a ultima syllaba articulada deve o som percorrer $\frac{340^m}{5}$, isto é, 68^m; por tanto um echo será *monosyllabo* se a distancia do observador ao obstaculo for de 34 metros; será *dissylabo* se esta distancia for de 68 metros, etc. Produzindo-se um som breve e não uma syllaba ha echo na distancia de 17 metros.

Temos supposto que o observador ouve o *echo* de um som por elle produzido; porém se o som vem de uma certa distancia, é preciso, para haver repetição de uma, duas, etc., syllabas, que a differença entre o caminho indirecto do som e aquella distancia seja de 34, 68, etc. metros.

Um som produzido entre dois obstaculos repete-se mais de uma vez, e o echo diz-se *multiplo*. É o que acontece por ex. entre os pegões de um grande arco de ponte. Como exemplo de echos multiplos notaveis citaremos um a tres leguas de Verdun, produzido por duas torres distantes de 50 metros, e que repetem 12 vezes o mesmo som; e mencionaremos ainda o castello de Simonetta, em Italia, que repete mais de quarenta vezes o estrondo de um tiro de pistola, produzido entre duas alas parallelas do edificio.

Citam-se echos muito singulares, que não se explicam bem; assim como ha circumstancias que, segundo as theorias das reflexões, deviam dar um determinado echo, e este não existe, sem que se conheça a rasão.

312.—**Refracção do som.**—A *refracção do som* é, como a refracção da luz, o desvio que um raio sonoro experimenta quando passa de um meio para outro: o phenomeno é devido, como dissemos (308), á propagação no segundo meio, com uma velocidade differente da que tinha no primeiro, das vibrações communicadas á superficie de separação. Se a nova velocidade de propagação é menor, a onda está mais proxima de XY, (fig. 96), do que $m'' n'' p''$, quando o ponto p'' entra em vibração; por conseguinte as normaes, isto é, os raios refractos approximam-se da normal: se, pelo contrario, o segundo meio propaga as vibrações mais depressa que o primeiro, as ondas refractas correspondentes ás que existiriam se não houvesse mudança de meios, estão mais avançadas, por tanto os raios sonoros affastam-se da normal.

Sendo identicas, como se vê, as theorias da propagação do som e da luz, os phenomenos de refracção d'esta devem produzir-se com aquelle. É o que demonstrou Sondauss com uma lente biconvexa de collodion cheia de acido carbonico: a pancada de um relogio collocado em um ponto do eixo ouviu-se distinctamente do lado opposto, em um ponto determinado, e não se destinguiu em qualquer outro distante d'este, e no mesmo retirando a lente. Isto prova que os raios sonoros partidos do primeiro ponto mudaram de direcção atravessando a lente, e reuniram-se no foco conjugado d'aquelle ponto, exactamente como acontece com a luz.

O sr. Hajech fez experiencias notaveis de refracção dos sons: estabeleceu n'um orificio de uma parede, que separava duas casas, um tubo no qual introduzia successivamente a agua, acido carbonico, hydrogenio, ammoniaco, etc., fechando-o com duas membranas; e collocou em uma das casas junto do tubo um outro tubo cheio de ar, e terminado por uma caixa contendo um timbre, que um movimento de relojoaria fazia percutir por um martello: o observador collocado na outra casa procurava a direcção em que o som era mais intenso. D'este modo demonstrou que sendo as membranas perpendiculares ao eixo do tubo, era na direcção d'este eixo que o som tinha maior intensidade, isto é, não havia refracção; que sendo as membranas inclinadas á direcção da maxima intensidade soffria um desvio medido no sobrado sobre um arco de circulo, no qual se projectava com um fio de prumo a posição do ouvido. Este desvio era independente da natureza da membrana e do comprimento do tubo, e apenas dependente da relação entre as velocidades do som no ar e na substancia que enchia o tubo: assim, o desvio era o mesmo quando esta substancia era agua e quando era hydrogenio, e sabemos que o som tem velocidades mui pouco differentes n'estes dois meios (305).

313.—**Inflexão do som.—Sombra sonora.**—Um som produzido em frente de um obstaculo é ouvido por detraz d'elle, porém com uma intensidade um pouco menor do que teria se não existisse o obstaculo: diz-se que ha *inflexão do som* e que a *sombra sonora* não é completa, do mesmo modo que o não é a sombra produzida pela luz.

É em consequencia da inflexão do som que no exercicio de tiro, o individuo encarregado de marcar os tiros no alvo ouve a explosão, não obstante estar bem abrigado das balas.

O sr. Tyndall foi testemunha de um phenomeno notavel de inflexão das ondas sonoras, que teve logar em Erith, por occasião da explosão de um armazem de polvora. Quasi todos os vidros das janellas da aldeia distantes algumas milhas do armazem, voaram em pedaços, tanto os que estavam voltados para o lado onde se fez a explosão, como os que estavam do lado opposto. Na egreja, como as janellas tinham caixilhos de chumbo, os vidros cederam um pouco sem se quebrarem todos, e tanto os caixilhos da frente como os detraz curvaram-se para dentro do edificio.

CAPITULO III

Propagação do som nos meios limitados

I.—Vibrações longitudinaes.—Tubos sonoros

314.—**Propagação das vibrações longitudinaes n'um cylindro limitado.**—No num. 291 considerámos apenas o caso da propagação das ondas n'um cylindro indefinido, porque tinhamos por fim estudar a propagação do som no ar livre. Se o cylindro solido, liquido ou gazoso é limitado, é um tubo, uma corda, etc., as ondas condensadas e dilatadas caminham do mesmo modo até ao fim do tubo, porém alli reflectem-se, dando logar a phenomenos differentes; conforme o fundo do tubo cede menos ou mais facilmente ás compressões e dilatações.

Seja, por ex., *X Y*, fig. 97, o plano de separação dos dois meios; e supponhamos em primeiro logar que o segundo oppõe uma resistencia maior que o primeiro, como acontece sendo este um gaz e aquelle um corpo solido. A ultima camada *a*, depois de comprimida, dilata-se para voltar ao equilibrio; e como o segundo meio cede mais difficilmente, a dilatação exerce-se de preferencia sobre a camada *b*, a qual é não só levada á posição de equilibrio, como tambem comprimida; ha pois mudança de signal na velocidade: esta compressão propaga-se de *X Y* para *m* como se tivesse sido produzida do lado *X Y*, constituindo o movimento reflectido. Se em logar da camada *a* ter experimentado uma compressão, recebesse uma dilatação, a superficie *X Y* em consequencia do desequilibrio de pressão, tenderia a caminhar para *m*, mas de uma quantidade muito pequena para restituir o equilibrio á camada *a*; de sorte que este equilibrio só tem logar pela dilatação d'esta camada: esta dilatação caminha de *X Y* para *m*, como se tivesse sido produzida do lado *X Y*, constituindo o phenomeno da reflexão. Resumindo vê-se que, n'este caso, as compressões e dilatações chegadas a *X Y*

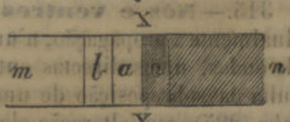


Fig. 97

dão logar não só a compressões e dilatações que se propagam no segundo meio, como tambem a outras que se propagam no primeiro em sentido contrario d'aquellas que lhes deram origem: ha por conseguinte *reflexão com mudança de signal* na velocidade das moleculas.

Consideremos em segundo logar o caso em que o segundo meio cede mais facilmente á compressão que o primeiro, como acontece sendo o primeiro solido e o segundo gazoso, e tambem sendo o primeiro uma columna de ar contida n'um tubo aberto, porque a ultima camada actua sobre uma que póde dilatar-se em todos os sentidos. A ultima camada *a*, sendo comprimida, reage sobre o segundo meio para voltar á posição de equilibrio, e como este cede mais facilmente ha uma dilatação n'aquella camada, que se propaga em todo o cylindro para o lado *m*; não ha por conseguinte, n'esta reflexão, mudança de signal na velocidade, e apenas mudança de compressão em dilatação. Se tivesse havido uma dilatação em *a*, como o segundo meio não tem a tensão sufficiente para levar esta camada á posição de equilibrio, a dilatação transformar-se-ía em condensação, que se propagaria em todo o cylindro em sentido contrario; por tanto haveria ainda *reflexão sem mudança de signal*.

315.—**Nós e ventres fixos.**—Temos considerado individualmente a propagação, n'um cylindro limitado, de duas especies de ondas, umas directas outras reflectidas; resta saber o que resulta da sobreposição de umas e outras, a qual se faz, como se sabe (295), sem alteração alguma.

I. Consideremos primeiramente o caso da *reflexão com mudança de signal*. Seja FF', fig. 98, a parede que limita o cylindro, e re-

Fig. 98

presente-se pela curva $ABCDEF$ a serie de condensações e dilatações, que constituem n'um instante dado o estado do cylindro, em consequencia do movimento directo: se não houvesse a parede, o prolongamento da curva FGH representaria o estado do cylindro para diante de FF'; por conseguinte as ondas reflectidas são repretadas pela curva $FfDhBi$, symetrica d'aquella a respeito de FF'; sendo por conseguinte $fN=GN$; $hf=EG=\frac{1}{2}\lambda$, etc.

As ordenadas av e $a'v$ do ponto v medio de Ef, assim como as do ponto v' medio de ch, etc., estando a eguaes distancias dos extremos de curvas eguaes, são eguaes; e como são de signaes contrarios, segue-se que as camadas de ar correspondentes aos pontos vv', etc., não soffrem condensação nem dilatação, isto é, não mudam de densidade; em quanto que as camadas visinhas soffrem mudanças de densidade em diversos graus.

Nos pontos F, D, B, etc, as mudanças de densidade produzidas pelas duas ondas directas e reflectidas são do mesmo signal; e sommam-se por conseguinte.

Para determinar o movimento que anima as moleculas do ar nas differentes camadas, é preciso attender ás velocidades que recebem das duas especies de ondas. A curva $ABCDEF$ póde representar tambem as velocidades correspondentes ás ondas incidentes; porém já não acontece o mesmo á curva $FfDhBi$, por isso que ha mudança de signal na reflexão: a curva $F'fD'hB'i$, symetrica d'esta a respeito de AG, é que representa por tanto as velocidades das moleculas devidas á passagem das ondas reflectidas. Assim nos pontos N, n, n', não ha velocidade alguma de vibração; em quanto que nos pontos v, v', etc., a velocidade é maxima. Os primeiros dizem-se *nós fixos*, e os ultimos *ventres fixos*.

Note-se, porém, que na reflexão ha sempre perda de velocidade, por conseguinte o ar não está completamente em repouso nos *nós*; nem as mudanças de densidade são absolutamente nullas nos *ventres*: assim, os *nós* são secções em que ha minima vibração, e em que a densidade muda constantemente; em quanto que os *ventres* são as secções de continua vibração e de mudança minima de densidade.

Resta assignar a posição dos nós e dos ventres; sendo $vE=vf$ é $EN-vN=vN-fN$; e como $fN=NG$ e $EG=\frac{\lambda}{2}$, temos $2vN=\frac{\lambda}{2}$, ou $vN=\frac{\lambda}{4}$. Assim, o primeiro ventre fórma-se á distancia do fundo do cylindro egual a um quarto do comprimento da onda; os outros distam evidentemente entre si de metade d'este comprimento.

No fundo do cylindro, em N, forma-se um *nó*, e é facil demonstrar que os outros ficam distanciadas d'elle de $\frac{1}{2}\lambda$, $\frac{2}{2}\lambda$, etc.: de feito a posição do nó n é caracterisada pela egualdade das ordenadas nD e nD', o que exige a egualdade das distancias hn e nE aos extremos correspondentes de curvas eguaes: por conseguinte temos $hv-nv=nv-Ev$; e como $Ev=fv$ e $hf=\frac{1}{2}\lambda$ vem $\frac{1}{2}\lambda=2nv$, isto é, $nv=\frac{1}{4}\lambda$; assim o nó n dista do ventre proximo de um quarto do comprimento da onda.

II.—Se a reflexão se faz sem mudança de signal, as condensações mudam em dilatações, e vice-versa: de sorte que a curva $F'fD'hB'i$ é que representa as condensações e dilatações da onda reflectida, em quanto que a curva $FfDhBi$ representa as velocidades; por conseguinte formam-se ainda *nós* e *ventres fixos*, porém em posições oppostas, isto é, os ventres existem nos pontos N, n, n', etc., e os nós em v, v', etc.

Considerámos o estado do cylindro n'um instante dado: nos instantes seguintes a curva directa avança successivamente, e a reflectida recua da mesma quantidade; de sorte que a posição dos *nós* e dos *ventres* conserva-se invariavel; por isso uns e outros se dizem *fixos*.

316.—**Tubos sonoros.—Embocadura de flauta.**—Denominam-se *tubos sonoros* os tubos de paredes sufficientemente expessas, nos quaes se faz vibrar o ar, dirigindo-o em corrente intermittente, que produz as condensações e dilatações.

Consegue-se esta intermittencia com a *embocadura de flauta*, ou com o emprego de uma *palheta*. A fig. 99 representa um córte de um tubo de embocadura de flauta: a corrente de ar dirige-se pelo pequeno tubo t, denominado *pé*, para uma pequena caixa, e escapa-se por uma fenda estreita, chamada *ouvido*, encontrando, porém, em frente o *bisel* a, constituido por uma das paredes do tubo, que se adelgaça de modo a corresponder á posição e largura do ouvido. O espaço comprehendido entre este e aquelle é a *boca*.

Fig. 99

O ar é comprimido contra o bisel, e dividido depois em duas partes, dirigidas uma para o interior e outra para o exterior do tubo, experimentando então uma dilatação; é substituido por outro que successivamente se comprime e dilata, originando d'este modo a vibração. É claro que a altura do som produzido deve ser tanto maior quanto mais energica é esta acção, isto é, quanto mais forte é a corrente do ar e quanto menor é a boca do tubo. Reconhece-se a influencia d'aquella collocando o tubo no folle (270), e variando a corrente do ar: reconhece-se a influencia d'esta com uma embocadura de *bisel movel*.

Em alguns tubos de orgão, no apito, no flageolet, etc., existe a embocadura de flauta: na flauta o ouvido é formado pelos labios do tocador, e o bisel pelo bordo da abertura oval do instrumento. O som que se produz soprando n'uma chave femea, explica-se d'este mesmo modo.

317.—**Palhetas batentes e livres.**—Nos tubos de orgão recorre-se frequentemente ao emprego das *palhetas*, para fazer vibrar o ar. A corrente é recebida n'um tubo denominado *porta-vento*, fechado com uma tampa, representada na fig. 100, pela lettra *K*. Esta peça suspende o canal *a*, de metal ou de madeira, em frente do qual está a pequena distancia a palheta *l*, isto é, uma lamina metalica, que póde tapar completamente a abertura do canal, e interceptar por conseguinte a saída ao ar. Esta palheta diz-se *batente*.

A fig. 101 representa um outro systema de palheta denominada

Fig. 100

Fig. 101

livre; porque póde mover-se para o interior de uma pequena caixa *a*, a que está junta, em frente de uma fenda.

Tanto em umas como em outras palhetas um pequeno gancho *br*, denominado *afinador*, permitte variar o comprimento da palheta, que póde vibrar, a fim de alterar a altura do som.

Na *palheta batente* a corrente de ar dirigida para o porta-vento obriga-a a fechar o canal e a interromper a saída do ar; porém pouco depois ella desvia-se em virtude da sua elasticidade, e o ar sae novamente: assim se consegue a intermittencia da corrente, e a vibração. A altura do som depende não só da velocidade da corrente, porém tambem do comprimento, espessura e substancia da palheta.

Na *palheta livre* a corrente de ar obriga-a a curvar-se para dentro, dando saída ao ar, que diminue momentaneamente de pressão, permittindo que a palheta volte á posição primitiva, curvando-se sucessivamente para dentro e para fóra, e determinando a saída periodica do ar. A altura do som não depende, na palheta livre, da velocidade da corrente: o som é mais suave, e por isso ella é muito empregada nos orgãos expressivos.

Modifica-se um pouco o som das palhetas, tornando-o mais agradavel, dirigindo a corrente de ar para um tubo *T* (fig. 100), denominado *tubo de harmonia*. Variando a fórma d'este tubo imita-se no orgão o som de varios instrumentos de metal ou de madeira, assim como a voz humana.

Nos clarinetes faz-se vibrar o ar com uma palheta de madeira, e os labios do tocador fazem o papel do gancho afinador. Nos instrumentos de latão, como a corneta, o figle, o cornetim, etc., o som é produzido pela vibração dos labios, que constituem verdadeiras palhetas.

318.—No que vamos dizer ácerca dos tubos, referimo-nos particularmente aos de embocadura de flauta, que são os mais geralmente empregados.

319.—**Influencia das paredes do tubo na natureza do som.**— Sendo bastante resistentes as paredes do tubo, ellas vibram ao unisono com a columna d'ar, modificando apenas o timbre, e não alterando a altura. Os sons dos instrumentos de metal teem um timbre muito differente dos que dão os instrumentos de madeira, que são muito mais suaves. Com tres tubos das mesmas dimensões, um de madeira, outro de latão e o terceiro de cartão rijo, obtem-se com a mesma corrente de ar a mesma nota, e apenas ha differença no timbre. Havendo, porém, bastante differença na resistencia das paredes, os sons differem, não só no timbre e na intensidade, mas na altura. Prova-se isto com tres tubos do mesmo calibre interior, dois de madeira, tendo as paredes demasiadamente grossas, e o terceiro de cartão delgado, cuja fórma se mantem por meio de uma haste de madeira, que se tira na occasião da experiencia.

320.—**Leis da vibração do ar nos tubos fechados.** —N'estes tubos ha, como vimos, um *nó* no fundo e um *ventre* na extremidade opposta, onde o ar é posto directamente em vibração; por conseguinte o seu comprimento L comprehende um numero impar de quartos de comprimento de onda, isto é,

$$L=(2m-1)\frac{\lambda}{4}, \quad \text{ou} \quad \frac{\lambda}{4}=\frac{L}{2m-1}$$

Fazendo $\qquad m=1,\quad 2,\quad 3,\quad 4\ldots.$

acha-se $\qquad \frac{\lambda}{4}=\frac{L}{1},\ \frac{L}{3},\ \frac{L}{5},\ \frac{L}{7}\ldots.$

isto é, o tubo vibrando divide-se em 1, 3, 5, 7 partes eguaes a $\frac{\lambda}{4}$.

Para se calcular o numero n de vibrações substitue-se em logar de λ o seu valor $\frac{a}{n}$, e vem $n=\frac{(2m-1)}{4L}a\ldots\ldots$ (1)

Fazendo n'esta formula

$$m=1,\qquad 2,\qquad 3,\qquad 4\ldots$$

acha-se $\qquad n=\frac{a}{4L},\quad 3\frac{a}{4L},\quad 5\frac{a}{4L},\quad 7\frac{a}{4L}\ldots$

Como as relações de estes numeros de vibrações são as dos n.os 1, 3, 5, 7... segue-se que *os tubos fechados dão as harmonicas impares de um determinado som fundamental*. Reconhece-se isto experimentalmente collocando o tubo sobre o folle, e variando por meio de uma torneira a velocidade da corrente do ar.

321.—**Leis dos tubos abertos.**— Nos tubos abertos ha, como se sabe, reflexão sem mudança de signal; por conseguinte ha um *ventre* em cada extremidade: o comprimento L comprehende, pois, um numero par de quartos de comprimento da onda λ, isto é,

$$L=2m\frac{\lambda}{4} \quad \text{ou} \quad \frac{\lambda}{4}=\frac{L}{2m}$$

Fazendo $m = 1, \quad 2, \quad 3 \ldots$

acha-se $\frac{\lambda}{4} = \frac{L}{2}, \frac{L}{4}, \frac{L}{6} \ldots$

o que mostra a maneira por que se divide a columna d'ar em nós e ventres.

Substituindo λ por $\frac{a}{n}$, vem $n = \frac{ma}{2L} \ldots\ldots\ldots (2)$

o que dá para $m = 1, \quad 2, \quad 3 \ldots.$

$$n = \frac{a}{2L}, \quad 2\frac{a}{2L}, \quad 3\frac{a}{2L} \ldots$$

Assim, *os tubos abertos*, fazendo variar successivamente a velocidade da corrente do ar, *dão todas as harmonicas*.

322.—**Leis dos comprimentos: notas fundamentaes.**— As formulas (1) e (2) mostram que tanto nos tubos fechados, como nos abertos, o numero de vibrações está na razão inversa do comprimento: assim, os comprimentos que devem ter os tubos para darem a gamma devem estar entre si como os numeros:

$$1, \quad \frac{8}{9}, \quad \frac{4}{5}, \quad \frac{3}{4}, \quad \frac{2}{3}, \quad \frac{3}{5}, \quad \frac{8}{15}, \quad \frac{1}{2};$$

se isto não é absolutamente assim na pratica, é porque o primeiro nó da embocadura, e o primeiro ventre junto do fundo dos tubos fechados, não tem exactamente a posição que a theoria lhes assigna.

As formulas (1) e (2) mostram ainda que o som fundamental de um tubo aberto é a oitava aguda do som fundamental de um tubo fechado do mesmo comprimento; ou que um tubo fechado dá o mesmo som fundamental que um aberto de dobrado comprimento. Demonstra-se este facto com um tubo que tem na parte media uma corrediça, metade cheia e metade com uma abertura egual á secção interna do tubo: com esta disposição o tubo póde funccionar aberto com todo o comprimento, ou fechado só com metade, e vê-se que o som em ambos os casos tem a mesma altura.

323.—**Verificação da posição dos nós e dos ventres.—Chammas de Kœnig.**—No numero 256 mencionámos uma experiencia feita com um tubo aberto, em que se reconhece a posição dos *nós* e dos *ventres*, a qual se demonstra directamente com outras experiencias.

Com um tubo de vidro munido de um embolo, que se faz caminhar dentro d'elle, demonstra-se a posição dos nós, procurando a posição em que o som não é alterado. Demonstra-se a posição dos ventres com um tubo de madeira formado de partes que se ligam por meio de rosca de parafuso, no sitio dos ventres; separando uma ou muitas d'estas partes, o som obtido é sempre o mesmo; o que prova a divisão da columna de ar em porções vibrantes, dando o mesmo som. Reconhece-se ainda a posição dos nós ou dos ventres com um tubo ordinario, tendo n'uma das paredes varios orificios, que se podem tapar ou destapar: se o orificio que se descobre não muda o som, é porque corresponde a um ventre; se, pelo contrario, descobrindo um orificio o som sóbe, é porque corresponde a um nó, que se converteu d'este modo em ventre, porque a sua densidade deixou de variar.

Deve-se a Kœnig um methodo engenhoso que torna bem apparentes os nós e os ventres, por meio das *chammas manometricas*. Para este fim emprega-se um tubo com diversos furos em uma das suas paredes, os quaes são tapados com membranas muito elasticas: sobre cada uma d'estas adapta-se uma capsula, com dois tubos; um dos quaes introduz dentro d'ella uma corrente de gaz illuminante, em quanto que o outro termina em um bico em que se queima o gaz. Assim, se uma das membranas corresponde a um nó, cede ás compressões e dilatações do ar, que communica ao gaz, fazendo com que a chamma se allongue e encurte: se uma membrana corresponde a um ventre a chamma não é agitada, porque n'aquelle ponto não ha mudança de densidade do ar. Faz-se a experiencia com um tubo que tem tres capsulas correspondentes ao nó do som fundamental e aos dois nós da sua oitava: produzindo aquelle som vibram as tres chammas, porém mais a do meio, que corresponde a um nó, emquanto que as outras ficam entre este nó e os ventres: soprando com mais força para produzir a oitava superior, fica em repouso a chamma média, que corresponde então a um ventre, e as outras vibram fortemente, porque estão sobre os nós: sendo muito pequenas as chammas apagam-se as que vibram mais.

324. — **Instrumentos de vento.** — Os instrumentos de musica dizem-se *de vento* quando é o ar que vibra; já sabemos que isto se consegue com a embocadura de flauta ou com as palhetas.

Nos orgãos ha tantos tubos quantas são as notas que se querem, por isso que cada uma dá apenas o som fundamental. Nos instrumentos de sopro ha só um tubo, e os diversos sons conseguem-se por varios artificios; já variando o comprimento do tubo, como no trombone e no cornetim á piston; já variando a posição dos ventres e o seu numero, por meio de furos que se podem abrir ou fechar com os dedos ou com chaves; já, finalmente, variando a intensidade da corrente d'ar.

Assim, uma flauta cujo som fundamental é um *ré*, dá as notas *mi*, *fá*, *sol*, *lá*, *si*, $dó_2$, abrindo successivamente os seis orificios, que estão distribuidos em toda a sua extensão, em posições convenientes: cobrindo todos os orificios e soprando com mais força, obtem-se a primeira harmonica $ré_2$, e depois toda a gamma abrindo os orificios successivamente. Com o auxilio de chaves intermedias obteem-se os sustenidos e bemoes.

325.— **Vibrações longitudinaes dos liquidos.**—Os liquidos não só transmittem as vibrações de outros corpos, como dissemos no num. 257, mas tambem podem vibrar produzindo som.

Reconhece-se isto com a sereia (269) e tambem com um tubo de orgão, introduzindo-o n'um liquido e dirigindo-lhe uma corrente d'este.

Finalmente, os liquidos tambem vibram, como sabemos (16), esgotando-se por pequenos orificios, e podem produzir som quando este esgoto se faz em circumstancias especiaes.

Na vibração longitudinal dos liquidos não ha differença a respeito do que dissemos nos gazes, senão na velocidade de propagação.

326.— **Vibrações longitudinaes dos solidos.**—Fazem-se vibrar longitudinal os solidos, como as cordas flexiveis tensas e as varas rigidas de madeira, metal ou vidro, friccionando-as no sentido do seu comprimento com um panno humido ou coberto de resina. Se a haste é encastrada n'um dos extremos, a distribuição dos nós e ventres faz-se exactamente como nos tubos fechados [1], se é livre em ambos os extremos esta distribuição é analoga á dos tubos abertos. Sendo fixos os dois extremos, como acontece com as cordas, fórma-se um nó em cada um d'elles; por

1 Savart demonstrou que as vibrações longitudinaes de um vara friccionada no sentido do seu comprimento são sempre acompanhadas de vibrações transversaes; da sobreposição de umas e outras resulta a fórma particular que apresentam as *linhas nodaes*.

conseguinte o comprimento do solido comprehende um numero inteiro de meias ondas, e as harmonicas são dadas pela formula $n=\frac{m\,a}{2\,L}$, exactamente como no caso antecedente.

Marloye imaginou um instrumento simples, que aproveita as vibrações longitudinaes dos solidos: é uma solida base de madeira, sobre a qual estão implantadas muitas varas tambem de madeira, umas brancas e outras pretas, cujos comprimentos são taes que as varas brancas dão a escala diatonica, e as pretas os meios tons, que a tornam chromatica.

327.—**Alongamento dos solidos que vibram longitudinalmente.**—As cordas ou barras que vibram longitudinalmente experimentam um alongamento, que se tem demonstrado directamente por varias experiencias simples. Savart mediu este alongamento com um espherometro, levando a ponta do parafuso contra o extremo da barra, e collocando-a depois a uma distancia conveniente, para ser attingida por ella na sua vibração, produzindo choques em cada oscillação. Com uma vara de latão de $1^{m},4$ de comprimento e de 35^{mm} de diametro ouviu estes choques quando a distancia do espherometro era de 6^{mm}; o que mostra que a amplitude das oscillações era pelo menos de 12^{mm}. Aquelle alongamento corresponde á carga de 1700 kilogrammas.

Assim, uma corda que vibra longitudinalmente experimenta uma tracção que se junta ao seu peso tensor, e que póde fazer exceder o limite da sua elasticidade.

Este facto explica o preceito estabelecido ácerca da passagem da tropa por uma ponte suspensa. Esta passagem não deve ser cadenciada, para que não se transmittam movimentos vibratorios ás cadeias de suspensão, de que poderia resultar a rotura.

328.—**Medição indirecta da velocidade do som.**—Fazendo vibrar longitudinalmente um cylindro solido, liquido ou gazoso, podemos, com o auxilio das formulas (1) ou (2) dos num. 320 e 321, medir a velocidade a de propagação do som; porque é conhecido o numero n das vibrações do som produzido, e o numero m da harmonica a que elle corresponde. Este methodo foi posto em pratica, não obstante as perturbações que o acompanham, e que se manifestam apenas nos extremos, modificando as distancias dos ultimos nós, sem alterar a dos outros.

II — Vibrações transversaes

329. — **Nós e ventres fixos.** — Tendo-se demonstrado (293) que as vibrações transversaes se propagam n'um meio indefinido como as longitudinaes, e apenas com outras velocidades, conclue-se que n'um cliyndro limitado deve ainda acontecer o mesmo; e que por conseguinte deve resultar da sobreposição das ondas directas e das reflectidas a formação dos *nós* e *ventres fixos*, como a experiencia confirma.

330. — **Vibrações transversaes das cordas. — Sonometro.** — Fazem-se vibrar transversalmente as cordas, fixando-as ou estendendo-as pelos extremos, e friccionando-as com um arco, percurtindo-as ou dedilhando-as.

Estudam-se as vibrações das cordas com o *sonometro*, que consta de uma caixa de madeira elastica, vasia, tendo uma ou mais cordas tensas superiormente: para este fim estão ligadas por um extremo a um varão metallico e pelo outro presas a grandes pesos, depois de passarem sobre roldanas. Faz-se variar o comprimento das cordas por meio de cavaletes moveis, que se applicam em diversos pontos, e medem-se os comprimentos sobre escalas. O instrumento denomina-se *monocordio*, quando tem só uma corda.

Fazendo vibrar uma corda obtem-se o seu som fundamental, isto é, o mais grave que ella póde dar; porém produzem-se os outros fixando um ponto que deve ser um *nó*, e ferindo com o arco a parte que deve ser um *ventre*. D'este modo a corda divide-se em um certo numero de partes aliquotas que vibram individualmente. A formula $n = \frac{ma}{2L}$ mostra que n é proporcional ao numero m, que designa as harmonicas; por conseguinte estas seguem a serie dos numeros 1, 2, 3. . . e obteem-se collocando o cavalete movel no meio, a um terço, ou a um quarto, etc., da corda.

A divisão da corda em internós, assim como a posição dos nós e dos ventres verifica-se collocando sobre a corda pedaços de papel, que ficam firmes nos nós, e são projectados ao longe os que correspondiam aos *ventres*.

O calculo demonstra, que os diversos movimentos vibratorios de toda a corda, e das suas partes aliquotas devem produzir-se não só separadamente, mas simultaneamente. Assim, uma corda vibrante dá um som fundamental mais grave e mais forte, representado por 1, e tambem ao mesmo tempo as harmonicas 2, 3, 4... O ouvido póde distinguir isto, que tem grande importancia, como veremos.

331.—**Leis das vibrações transversaes das cordas.**—Uma corda vibrando na extensão L dá um som, cujo numero de vibrações n se deduz da formula $n=\frac{a'}{2L}$. Substituindo n'esta formula o valor da velocidade a' da propagação das vibrações transversaes dado pelo calculo, que é $a'=\sqrt{\frac{gP}{sd}}$, designando por g a intensidade da gravidade e por s, d, P a secção e densidade da corda e o peso que a tende, temos

$$n=\frac{1}{2L}\sqrt{\frac{gP}{sd}} \dots (1)$$

D'esta formula concluem-se as leis seguintes: 1.ª *o numero de vibrações da corda é inversamente proporcional ao seu comprimento*; 2.ª *ao seu raio*; 3.ª *á raiz quadrada da sua densidade*; 4.ª *e directamente proporcional á raiz quadrada do peso tensor*.

Verificam-se estas leis com o sonometro. Fazendo, por meio de um cavalete movel, com que a parte vibrante de uma corda seja successivamente 1, $\frac{8}{9}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{1}{2}$, obteem-se as notas da gamma, o que demonstra a primeira lei. Demonstra-se a segunda lei empregando cordas da mesma substancia e do mesmo comprimento, tensas pelo mesmo peso P, porém de diametros differentes: reconhece-se que as cordas mais grossas dão os sons mais graves; e se o diametro de uma é o dobro do da outra, esta dá a oitava aguda do som produzido por aquella. Empregando na mesma corda pesos tensores como 1 : 4 : 9 :... obtem-se os sons 1, 2; 3...; o que prova a 3.ª lei. Não se demonstra directamente a 4.ª lei, porque não é facil empregar cordas cujas densidades tenham uma relação simples; demonstra-se, porém, indirectamente procurando com um cavalete movel o comprimento l da mais grossa, que vibra unisono com o comprimento total L da outra. A experiencia prova que é $\frac{L}{l}=\frac{\sqrt{d'}}{\sqrt{d}}$, sendo d e d' as densidades das duas cordas. Se forem n e n' os numeros de vibrações que dão as duas cordas com o mesmo comprimento L, como a segunda corda dá n' vibrações com o comprimento l, temos em virtude da 1.ª lei $\frac{n}{n'}=\frac{L}{l}$; por conseguinte $\frac{n}{n'}=\frac{\sqrt{d'}}{\sqrt{d}}$, o que demonstra a 4.ª lei.

332.—Devemos notar que ha sempre uma differença entre o resultado da experiencia e o do calculo, tanto maior quanto maior é o diametro da corda: isto provém da rigidez d'esta, a que o calculo não attende no estabelecimento da formula (1), porque suppõe a corda perfeitamente flexivel.

333.—Conhecida a nota n que dá a corda de um sonometro, e procurando o comprimento l que ella deve ter para reproduzir um dado som, póde-se avaliar o numero n' de vibrações que lhe corresponde, recorrendo á proporção $\frac{n}{n'}=\frac{L}{l}$. É a este processo, imaginado por Mersenne, que nos referimos no num. 268.

334.—**Instrumentos de cordas.**—Nos instrumentos de cordas faz-se applicação das leis dos num. 331. Em alguns instrumentos, como os pianos e as harpas, ha muitas cordas que vibram em todo o comprimento; emquanto que em outros, como a rebeca, violoncello, etc., ha um limitado numero de cordas, e o artista multiplica os sons variando o comprimento d'ellas por meio da pressão com os dedos. Nos primeiros os sons graves são dados por cordas mais compridas, mais grossas e mais densas, e os sons agudos por cordas mais curtas, mais delgadas e menos densas. No piano as cordas vibram percutindo-as; na harpa e na guitarra dedilhando-as, e na rebeca e violoncello friccionando-as com o arco.

Todos os instrumentos de cordas são compostos, isto é, teem uma caixa d'ar que reforça os sons das cordas, os quaes são muito fracos por isso que ellas percutem o ar em uma pequenissima extensão.

335.—**Vibrações transversaes das varas ou laminas.**—As vibrações transversaes das varas não seguem as leis das vibrações transversaes das cordas em consequencia da sua extrema rigidez. Designando por l o comprimento de uma vara prismatica de espessura e, e por A uma constante temos, $n=A\frac{e}{l^2}$: se a vara é cylindrica de raio r, temos $n=A\frac{r\sqrt{3}}{l^2}$.

Assim: 1.° *o numero de vibrações está na razão inversa do quadrado do comprimento;* 2.° *é directamente proporcional á espessura ou ao raio;* 3.° *é independente da largura no caso das varas prismaticas.*

A questão da subdivisão das varas em concamerações separadas por nós, e a das harmonicas produzidas, é bastante complexa e sae fóra do quadro d'este *Curso*.

Temos exemplo da applicação das vibrações transversaes das varas prismaticas ou laminas, nas *marimbas*, instrumento formado de laminas de vidro da mesma espessura e de comprimentos convenientes para darem a gamma; estes comprimentos estão entre si como os numeros

$$1,\ \sqrt{\frac{8}{9}},\ \sqrt{\frac{4}{5}},\ \sqrt{\frac{3}{4}},\ \sqrt{\frac{2}{3}},\ \sqrt{\frac{3}{5}},\ \sqrt{\frac{8}{15}},\ \sqrt{\frac{1}{2}}.$$

Nas caixas de musica tambem se empregam laminas metallicas de differente comprimento, fixas por um extremo e postas em vibração pelo outro, por meio de um cylindro animado de movimento de rotação.

N'alguns instrumentos de vento o som é produzido tambem pela vibração de uma lamina ou palheta vibrante.

336. — **Vibrações das chapas e das membranas.** — Fazem-se vibrar as chapas fixando-as pelo centro e friccionando-as com o arco nos bordos; ou fixando-as pelos bordos e ferindo-as com um feixe de crinas, que se passam n'um furo central. As membranas, em consequencia da sua flexibilidade, só vibram estando tensas, o que se consegue geralmente fixando-as n'um quadro: a vibração póde ser produzida pela percursão, ou por influencia de um corpo vibrante proximo.

Tanto as chapas como as membranas dividem-se em partes vibrantes, separadas por linhas nodaes, que constituem varias *figuras acusticas:* demonstra-se este facto espargindo sobre as chapas ou membranas areia fina. Fazem-se variar as linhas nodaes tocando com os dedos diversos pontos, por onde se obrigam a passar. Dos lados de uma linha nodal os movimentos fazem-se em sentido contrario: ha elevação em um e depressão em outro: por conseguinte se uma chapa circular é dividida em linhas nodaes dirigidas segundo os raios do circulo, ellas são necessariamente em numero par.

A fórma das nodaes explica-se pela sobreposição de dois systemas de vibrações parallelas.

São instrumentos de chapas metallicas o *tam-tam* dos chins e os *pratos* das bandas militares: são instrumentos de membranas os tambores e os timbales.

CAPITULO IV

Composição dos movimentos vibratorios

I.—Interferencia dos sons.—Pulsações

337.—No estudo que temos feito dos movimentos vibratorios temos supposto que elles proveem de um unico centro de abalo: considerando as ondas que partem de dois pontos differentes a coexistencia d'ellas (295) dá origem a phenomenos importantes, faceis de provar e que a experiencia verifica.

338.—**Interferencia dos sons da mesma altura.** —Supponhamos que de dois pontos proximos partem ondulações do mesmo comprimento e da mesma intensidade, caminhando em direcções que se podem considerar parallelas: se coincidem as condensações e dilatações, que ellas communicam ao ar, é claro que resulta uma ondulação do mesmo comprimento e de amplitude dupla; porém se as condensações de uma ondulação correspondem ás dilatações de outra, os movimentos impressos ás moleculas do ar annulam-se; por conseguinte estas ficam em repouso e não ha som. Da sobreposição de dois sons, n'estas circumstancias, resulta o silencio: n'isto consiste o phenomeno da *interferencia dos sons.*

Para que a interferencia seja completa é preciso, como dissemos, que os sons tenham a mesma altura e intensidade.

Recorrendo á formula geral dos movimentos vibratorios, póde-se chegar a estas mesmas consequencias, pelo calculo. Representando por x e x' as distancias de qualquer ponto do espaço aos centros de abalo, e por v e v' as velocidades de vibração das moleculas n'aquellas distancias em virtude de cada um d'estes abalos, temos

$$v = c \operatorname{sen} 2\pi\left(\frac{\theta}{t} - \frac{x}{\lambda}\right), \qquad v' = c \operatorname{sen} 2\pi\left(\frac{\theta}{t} - \frac{x'}{\lambda}\right)$$

sendo a constante a mesma porque os sons teem a mesma intensidade.

Estas velocidades são eguaes sempre que $x'-x$ é egual a $(2n+1)\frac{\lambda}{2}$, isto é, a um numero impar de meios comprimentos de ondulação; e são eguaes, porém de signaes contrarios, quando aquella differença é egual a um numero par de $\frac{\lambda}{2}$. Admittindo que as duas velocidades se sommam, concluimos que para os pontos que satisfazem a primeira condição os sons sommam-se, em quanto que para os pontos que estão no segundo caso ha interferencia.

Temos exemplo da interferencia nos cylindros limitados, em consequencia da sobreposição das ondas directas com as reflectidas no extremo do cylindro. Dá-se um phenomeno identico produzindo um forte som a uma certa distancia de um muro vertical plano: na normal a este muro conduzida pelo corpo sonoro reconhecem-se nós e ventres alternados, que resultam tambem da sobreposição das duas especies de ondas, directas e refletidas.

339.—**Experiencias de interferencia.**—Por muitas maneiras se tem demonstrado experimentalmente a interferencia dos sons: mencionaremos as mais notaveis.

I.—O sr. Desains empregou uma caixa guarnecida interiormente de algodão em rama, tendo a tampa superior dois orificios e passando através da tampa inferior um forte apito collocado a egual distancia dos orificios. Fazendo tocar o apito por meio de um folle exterior, o som, que não póde reflectir-se nas paredes da caixa, communica para o exterior pelos dois orificios, que são, por conseguinte, dois centros de abalo perfeitamente concordantes; porque transmittem o mesmo som. Com uma membrana coberta de areia fina verifica-se depois superiormente á caixa a posição dos nós e ventres de vibração, isto é, dos pontos em que houve interferencia e d'aquelles em que houve coincidencia dos movimentos vibratorios.

II.—Wheatstone demonstrou a interferencia dos sons por meio de um tubo que recebe n'um extremo uma menbrana com areia e que no outro extremo é bifurcado, tendo cada ramo um orificio. Fazendo vibrar uma chapa circular, que, como se sabe, se divide em partes que vibram em sentidos oppostos, e aproximando os ramos do tubo de duas partes que vibram no mesmo sentido, o tubo canta e reconhece-se que a areia salta com violencia; porém applicando-os ás porções da chapa não contiguas, e que vibram em sentido contrario, o tubo não canta e a areia fica estacionaria.

III.—O ouvido collocado superiormente á chapa vibrante percebe um som fraco, porque as vibrações que partem das porções contiguas da chapa destroem-se parcialmente. Applicando-lhe superiormente um disco de cartão, em que se tem cortado metade dos sectores em que a chapa se divide e alternadamente, e fazendo isto de modo que a parte cheia de cartão cubra os sectores que vibram n'um sentido, ouve-se um som muito mais forte; porque se evita a interferencia. A influencia do cartão é nulla se o dispomos de modo que cubra só metade dos sectores contiguos. Fazendo girar o cartão ouve-se uma serie de reforços no som primitivo, que correspondem ás coindencias dos sectores do cartão com os da chapa.

Esta bella experiencia é devida ao sr. Lissajous.

IV.—Reconhece-se a interferencia com dois tubos de orgão, que dão o mesmo som sobre o mesmo folle; porque quando o ar se comprime em um d'elles dilata-se no outro, de modo que as vibrações communicadas para o meio ambiente annullam-se em grande parte, e ainda que os tubos continuem a vibrar com força não se ouve senão um som muito fraco. Por meio das chammas de Kœnig (323) torna-se saliente este resultado. Collocam-se dois tubos eguaes com as capsulas manometricas sobre o nó medio, na mesma caixa que recebe uma corrente de ar de um folle: dispõem-se os bicos de gaz um por cima do outro na mesma vertical, e observam-se em um espelho girante. Em quanto não se produz som veem-se duas faxas luminosas continuas, produzidas pela continuidade das imagens das chammas; dirigindo a corrente de ar para os tubos, veem-se duas series de chammas separadas por intervallos, e de modo que as chammas de um tubo correspondem aos intervallos entre as chammas do outro.

Dirigindo as duas correntes de gaz para um mesmo bico, não se nota modificação sensivel na imagem continua, que se obtem do primeiro modo antes de fazer cantar os tubos.

Finalmente, mencionaremos como o meio mais commodo de observar as interferencias a sereia dupla de Helmholtz.

340.—**Interferencia de vibrações de differente duração.—Pulsações.**—A sobreposição de vibrações de differente duração dá em resultado phenomenos mais complexos.

Consideremos em primeiro logar duas vibrações parallelas tendo comprimentos de ondulação muito pouco differentes; isto é, supponhamos que os numeros M e N de vibrações por segundo correspondentes ás duas notas são muito grandes e pouco differentes. Se os dois corpos que produzem estas notas partem do repouso tos pouco differentes sobrepõem-se e ha augmento de intensidade do som; porém como um dos corpos vibra mais rapidamente do que o outro, passado um certo tempo um produz uma dilatação e o outro uma condensação, e ha então enfraquecimento do som, quando um tem feito mais meia vibração do que o outro: continuando a multiplicar-se a differença entre a duração das vibrações, o som é novamente reforçado, quando o primeiro corpo tem executado mais uma vibração. Estes reforços periodicos do som denominam-se *pulsações*. Se os sons teem a mesma intensidade a sua coincidencia produz um som de intensidade quadrupla, e a sua interferencia produz silencio absoluto.

É facil de demonstrar que o numero das pulsações por segundo é $M-N$, isto é, egual á differença entre os numeros de vibrações feitos n'aquelle tempo. De feito, em quanto um dos corpos faz M vibrações faz o outro N, e se M é maior que N, o primeiro faz por segundo mais $M-N$ vibrações que o outro, ou faz mais uma em $\frac{1''}{M-N}$; por tanto em um segundo ha tantas pulsações quantas vezes n'elle se comprehende esta fracção, isto é, $M-N$.

Demonstram-se as pulsações com dois tubos identicos collocados sobre o mesmo folle, e pondo a mão no extremo de um d'elles para os desaccordar um pouco. Tambem se empregam com o mesmo fim tubos identicos com uma corrediça na parte superior, em uma das faces, para se lhes diminuir um pouco o seu comprimento; ou com uma pequena lamina superiormente, com a qual se fecham mais ou menos. Fazendo a experiencia com os tubos desafinados de meio tom, as pulsações são muito rapidas: são mais demoradas e chegam a desapparecer afinando os tubos até darem um unisono perfeito. Tambem se demonstram as pulsações com dois diapasões identicos, carregando um d'elles com um peso addicional; póde-se então, recorrendo ao methodo graphico ou ao methodo optico, tornar apreciaveis os augmentos e diminuições das vibrações, que produzem as pulsações.

341.—**Sobreposição dos accordes.**—Duas notas que dão um accorde não produzem pulsações: comtudo ha concordancia e discordancia no fim de um tempo a que corresponde um numero exacto de vibrações. Sendo o accorde representado pela relação $\frac{m}{n}$, os periodos de concordancia e discordancia reproduzem-se no fim de m vibrações de uma nota e n da outra.

Com o methodo graphico teem-se desenhado as curvas correspondentes á sobreposição dos diversos accordes, a qual se estuda bem com as chammas de Kœnig. Assim, empregando sobre a mesma caixa dois tubos que dão a oitava um do outro e dirigindo as duas correntes de gaz para o mesmo bico, observa-se no espelho girante uma serie de chammas de duas dimensões, alternando as grandes com as pequenas. Se os dois tubos dão a *quinta*, as chammas grandes são separadas por duas menores; e se dão a *terceira maior* as chammas grandes apparecem de 5 em 5. Fazendo a experencia com dois bicos de gaz vê-se no primeiro caso que duas imagens de uma serie correspondem sempre a uma da outra: no segundo caso ha correspondencia entre duas imagens de uma e 3 da outra, e no terceiro caso entre 4 e 5. Comtudo isto não é tão facil de observar como fazendo a experiencia com uma unica chamma.

Em logar de duas notas, podem-se sobrepor muitas, como acontece quando tocam os instrumentos de uma orchestra, ou um só instrumento, como a rebeca, que produz simultaneamente um grande numero de harmonicas. O phonautographo (274) é eminentemente proprio para recolher a curva resultante de todas as vibrações.

342.—**Applicações das pulsações.**—Conhecida a relação entre os numeros de vibrações de dois sons, que dão pulsações lentas e faceis de contar, podem-se calcular os numeros absolutos de vibrações. Sauveur fez isto tomando dois sons na relação $\frac{24}{25}$, isto é, sendo um uma nota natural e outro o sustenido e contou o numero n de pulsações por segundo: é claro que os numeros absolutos de vibrações são $24\,n$ e $25\,n$. Este methodo apenas exige o emprego de um chronometro.

Scheibler imaginou aproveitar as pulsações para afinar os orgãos sem ser preciso ouvido apurado. Construiu um instrumento, que denominou *tonometro*, composto de 65 diapasões dando o 1.º 256 vibrações e cada um dos outros successivamente mais 4, de modo a completar uma oitava: os dois diapasões extremos dão por conseguinte do_3 e do_4. Qualquer nota d'esta oitava deve ficar comprehendida entre dois diapasões e fazer com elles um determinado numero de pulsações: havendo pulsações de mais ou de menos não ha mais do que modificar um pouco o tubo d'orgão até que dê o numero conveniente. Se o som dado não fica na oitava do tonometro abaixa-se ou eleva-se de uma ou mais oitavas até se conseguir este resultado.

O *tonometro* foi aperfeiçoado por Kœnig, e permitte a medição muito facil do numero de vibrações de qualquer som.

Kœnig fez uma experiencia notavel a qual mostra, por meio das pulsações, a influencia do movimento de translação na altura de um som. Tomou dois diapasões dando um 512 vibrações, e o outro 516; e por conseguinte produzindo 4 pulsações, quando fixos: collocou-se a 65 centimetros do segundo e deu movimento ao primeiro entre aquelle e o ouvido acompanhando um pendulo de segundos, e distinguiu 3 pulsações quando o pendulo se approximava do ouvido e 5 quando se afastava, o que mostra ter-se elevado o tom do diapasão de uma vibração no primeiro caso e ter-se baixado de egual quantidade no segundo: de feito a distancia de 65 centimetros é o comprimento da onda relativa ao som das 512 vibrações por segundo.

A influencia do movimento de translação na altura dos sons observa-se muito facilmente nos caminhos de ferro, e tem sido objecto de varias experiencias. Notaremos apenas que o som do apito da machina parece mais agudo quando o comboio chega, do que quando se afasta.

II.—Sons resultantes

343.—A producção de dois sons distinctos, em determinadas condições, origina outros sons, denominados *resultantes*, completamente distinctos dos primeiros. Estes sons foram descobertos em 1745 por Sorge, e notados mais particularmente por Tartini em 1854.

O som resultante mais notavel tem um numero de vibrações egual á differença entre os numeros de vibrações das duas notas; por este motivo foi denominado *som differencial* por Helmholtz.

Durante muito tempo attribuiu-se este som á successão das pulsações; e esta explicação tinha a seu favor o facto de o numero de vibrações d'aquelle som ser egual ao numero d'estas. Esta explicação parece insufficiente, porque os sons resultantes só se produzem quando os sons primitivos são muito intensos; e se elles dependessem das pulsações deveriam distinguir-se sempre.

Segundo Helmholtz a lei da sobreposição das vibrações não é absolutamente verdadeira senão para amplitudes muitissimo pequenas; não se dando esta condição formam-se ondas secundarias correspondentes aos sons harmonicos do corpo sonoro. Assim, quando dois sons simultaneos são muito intensos, a combinação das ondas secundarias dá logar aos sons resultantes. D'esta explicação concluiu Helmholtz que deve haver sons resultantes produzidos não só pela differença dos primitivos mas pela sua somma, e a experiencia confirmou plenamente esta consequencia, inexplicavel na theoria das pulsações. O *som resultante addicional*, assim chamado porque o numero das suas vibrações é egual á somma dos numeros de vibrações dos dois sons, é muito mais fraco que o differencial.

A combinação dos dois sons resultantes com os sons primarios ainda origina outros sons resultantes de segunda ordem; estes podem dar logar a sons de terceira ordem, etc. Estes sons enfraquecem muito de intensidade, e não se distinguem senão quando os sons primarios são muito fortes. O *som resultante differencial* é o mais forte, e é o que sempre se distingue.

Fazendo a experiencia com dois tubos que dão do_2 e sol_2, ou sol_2 e do_3, ou do_4 e re_4, ouve-se sempre o do_1; de feito representando este som por 1, é $do_2=2$; $sol_2=3$; $do_3=4$; $do_4=8$, e $re_4=9$; por conseguinte $sol_2-do_2=1$; $do_3-sol_2=1$, e $re_4-do_4=1$.

Com as notas do_4 e fa_4 obtem-se o som resultante fa_2, etc.

Produzindo simultaneamente os sons 1, 2, 3, 4..... ouve-se principalmente o som fundamental 1; porque as harmonicas, combinadas duas a duas, ou dão este mesmo som fundamental ou dão uma das harmonicas. A sobreposição do som fundamental com as harmonicas, muito menos intensas que elle, determina uma qualidade do som, que estudaremos no capitulo seguinte.

III. — Composição das vibrações rectangulares

344. — **Vibrações ellipticas e circulares.** — Um ponto sollicitado ao mesmo tempo por dois systemas de movimentos vibratorios rectangulares segue uma trajectoria curvilinea, em geral, cuja fórma depende não só da relação entre os numeros de vibrações nos dois sentidos, mas da *differença de phase*, que resulta de não começarem no mesmo instante as duas vibrações.

Consideremos em primeiro logar o caso de dois movimentos vibratorios unisonos communicados ao ponto O, fig. **102**, um

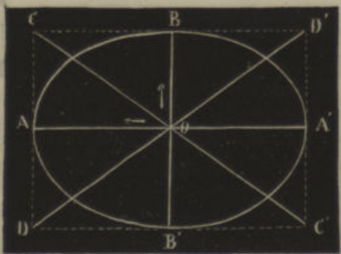


Fig. 102

de A para A' e de A' para A, e outro de B para B' e de B' para B.

Suppondo que os movimentos são concordantes, isto é, que partem no mesmo instante da posição de equilibrio O, é claro que a vibração resultante é CC' na direcção da diagonal do parallelogrammo construindo sobre as vibrações componentes; e o mesmo tem evidentemente logar havendo entre as duas vibrações uma differença de marcha egual a λ, $2\lambda \ldots n\lambda$, ou, em geral, $2n\frac{\lambda}{2}$.

Havendo uma differença de marcha egual a $\frac{\lambda}{2}$, $3\frac{\lambda}{2}$ .... ou em geral, a $(2n+1)\frac{\lambda}{2}$, a vibração resultante é ainda rectilinea obliqua, porém em sentido contrario, como DD'.

Se a differença é de $\frac{\lambda}{4}$, $5\frac{\lambda}{4}$, $9\frac{\lambda}{4}$.... a vibração horisontal está em A quando começa a vibração vertical: por tanto a molecula vibrante tende a caminhar de A para O e a subir para C, por conseguinte segue a curva AB. Depois do tempo correspondente a um quarto de vibração, a molecula está em B e tende a caminhar de B para D' e a descer para O; por tanto descreve a curva BA'. Assim, no fim de uma vibração completa a molecula tem percorrido uma trajectoria curvilinea de dois eixos deseguaes isto é, uma *ellipse*. Esta vibração elliptica torna-se circular no caso particular das duas vibrações rectilineas rectangulares terem a mesma intensidade, porque então são eguaes as amplitudes AA' e BB'.

A trajectoria é ainda a mesma no caso das differenças de marcha serem $3\frac{\lambda}{4}$, $7\frac{\lambda}{4}$, $11\frac{\lambda}{4}$ .... apenas é contrario o sentido do movimento.

Não sendo a differença de marcha egual a um multiplo exacto de $\frac{\lambda}{4}$, a vibração resultante é elliptica, porém obliqua a respeito das rectas AA' e BB'.

Se as vibrações rectangulares não são unisonas, a vibração resultante é muito mais complicada; assim, no caso mais simples das vibrações darem a oitava a trajectoria tem a fórma de um 8.

345.—**Caleidophono.**—Uma vara elastica rectangular fixa por um dos extremos e chocada obliquamente tende a vibrar nos dois sentidos das dimensões da secção transversal; por conseguinte apresenta um exemplo da composição das vibrações rectangulares, e a sua extremidade descreve trajectorias curvilineas, submettidas a certas leis. Fazendo com que as dimensões da secção transversal estejam entre si com $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, etc., consegue-se que as vibrações componentes estejam em *unisono*, *oitava*, *quinta da oitava*, *quinta*, *quarta*, etc., e obtêem-se curvas muito differentes.

Wheatstone, que descobriu estes phenomenos, tornou visivel o movimento da extremidade da vara ligando-lhe uma perola d'aço, fig. 103, e projetando sobre ella a luz de uma lampada. Em consequencia da propriedade que tem a retina de conservar por algum tempo a impressão recebida, tem-se a impressão simultanea das diversas posições do ponto brilhante reflectido pela perola, e vê-se por conseguinte a curva descripta. Wheatstone deu ao apparelho assim disposto o nome de *caleidophono*.

Fig. 103

346. — **Methodo optico de Lissajous.** — Com o auxilio do seu *methodo optico*, que mencionamos no num 256, conseguiu Lissajous fazer bellas experiencias de composição das vibrações rectangulares de dois diapasões, collocados em circumstancias differentes de vibração, quer em unisono, quer em outro intervallo consonante.

Cada diapasão tem na face externa de um dos ramos um espelho, e na posição symetrica do outro ramo um contrapeso, que serve para prolongar as vibrações e tornal-as regulares. Um dos diapasões, collocado verticalmente, recebe sobre o espelho um raio luminoso, que parte de um candieiro ordinario, cuja chaminé é coberta com um tubo opaco munido de um pequeno orificio por onde passa a luz. O outro diapasão, collocado horisontalmente, recebe sobre o seu espelho o raio reflectido pelo primeiro, enviando-o depois para um oculo ou para um alvo negro. D'este modo, vibrando os dois diapasões, o primeiro faz mover o raio de luz n'um plano vertical, e o segundo n'um plano horisontal, e da composição dos dois movimentos resulta, em geral, uma linha curva.

347. — **Comparador dos movimentos vibratorios.** — Este methodo optico, seguido para o estudo do movimento dos diapasões, foi generalisado e applicado ao estudo de qualquer especie de movimento vibratorio, compondo rectangularmente o movimento do corpo que se quer estudar com o do outro que serve de typo.

Para não alterar o movimento vibratorio do corpo que se estuda sobrecarregando-o de um espelho ou de qualquer outro apparelho optico, o sr. Lissajous empregou um apparelho a que chamou comparador dos movimentos vibratorios, e que se compõe de um microscopio cuja ocular e objectiva são independentes, a 1.ª é fixa a um supporte, a 2.ª a um dos ramos de um diapasão. O plano dos dois ramos d'este é perpendicular ao eixo optico do microscopio, de maneira que as vibrações da objectiva não o fazem afastar ou aproximar da ocular. Assim qualquer ponto collocado a uma distancia conveniente da objectiva para se ver claramente no microscopio, dá no foco da ocular uma imagem, que oscilla rapidamente quando se faz vibrar o diapasão, e se transforma n'uma linha recta perpendicular aos ramos d'este.

D'este modo não temos mais do que tornar um dos pontos do corpo que se quer estudar mais brilhante do que o outro, o qual deve ser visto muito bem no microscopio, quando o corpo se collocar convenientemente, e de maneira que as oscillações do ponto se façam em um plano parallelo á objectiva e perpendicular á linha segundo que esta vibra; então a imagem do ponto vista através do microscopio será animada ao mesmo tempo de dois movimentos oscillatorios perpendiculares entre si, produzindo a composição d'estes uma curva luminosa identica com alguma das de serie traçada por dois diapasões, a qual caracterisará perfeitamente o movimento de que o corpo está animado.

348.—**Methodo graphico.**—Os srs. Lissajous e Desains empregaram outro methodo, que podemos denominar *methodo graphico*, para traçarem as vibrações rectangulares sobrepostas. Para este fim empregaram dois diapasões bastante grandes e que faziam amplas vibrações; collocaram em um d'elles uma lamina de vidro enegrecida, equilibrada por outra em posição opposta, e no outro fixaram um estilete, que faziam apoiar constantemente sobre a primeira lamina, vibrando normalmente ás vibrações d'esta: além d'isso o segundo diapasão era deslocado parallelamente a si mesmo no sentido das vibrações do primeiro. D'este modo obtiveram curvas notaveis e muito diversas para os differentes intervallos entre os sons dos diapasões.

CAPITULO V

Communicação das vibrações.—Analyse e synthese dos sons.—Timbre

I.—Resonancia

349.—**Condição da resonancia.—Exemplos.**—Os corpos elasticos, que não teem grande massa, não obstam á propagação do som no ar, e se este som é o que elles são susceptiveis de dar, entram em vibração e reforçam-no: diz-se então que ha *resonancia*.

Citam-se muitissimas experiencias para demonstrar este facto Collocando dois diapasões da mesma nota nas extremidades de uma salla com as aberturas das caixas voltadas uma para a outra e fazendo vibrar um d'elles durante algum tempo, reconhece-se, extinguindo repentinamente a sua vibração, tocando-lhe com a mão, que o mesmo som vem de mais longe e é dado pelo outro diapasão.

Qualquer instrumento de cordas resona immediatamente, quando se produz a distancia uma das notas para que as cordas estão afinadas; e conserva-se silencioso quando a nota que se produz está em desaccordo com as que ellas podem dar. D'aqui vem o rifão da *corda sensivel*.

Fazendo vibrar um diapasão separado da caixa de harmonia, e aproximando-o de um vaso de vidro não fará, em geral, vibrar o ar d'este vaso; porém deitando agua com cuidado para não fazer grande ruido, vae-se diminuindo a columna d'ar, e acontece que para um certo comprimento d'esta columna produz o mesmo som do diapasão, reforçando-o, por conseguinte. Continuando a deitar agua o som enfraquece successivamente até adquirir a intensidade primitiva. A resonancia só tem logar quando a columna d'ar produz o som que promove as suas vibrações.

Segundo estes mesmos principios é preciso que a nota especifica da massa d'ar contida na caixa de um diapasão esteja de accordo com a que este dá: só assim ha resonancia e reforço de som.

Savart imaginou um apparelho em que se reconhecem as leis da resonancia, e em que se torna muito notavel o reforço de um som. É um timbre metallico, que se faz vibrar com um arco de rebeca, e proximo do qual está um cylindro de cartão de dimensões calculadas para haver resonancia, e fechado na base mais distante; sendo esta base movel, como uma especie de embolo, reconhece-se que basta um pequeno deslocamento para não haver reforço do som.

Em geral um corpo capaz de dar uma certa nota resona, quando esta nota é produzida a distancia por qualquer outro corpo. Isto explica-se mui facilmente; este segundo corpo communica as suas vibrações ao ar, e este meio ao primeiro corpo, e como as vibrações são concordantes, sommam-se os seus effeitos; porém se este corpo está em desaccordo com o primeiro, ha um periodo em que os effeitos se sommam, depois ha outro em que se subtraem, como vimos a proposito das pulsações, e por isso não adquirem nunca intensidade sufficiente para impressionarem o ouvido.

350.—Os phenomenos das *chammas cantantes* (262) são o resultado da communicação das vibrações; porque o som que ellas produzem é reforçado pela columna d'ar do tubo.

Com *chammas nuas* ou sem tubos fazem-se tambem varias experiencias, que mostram a influencia da communicação das vibrações a uma veia gazosa vibrante, mas sem produzir sons. As chammas estremecem, mudam de extensão e de fórma, e acompanham ás vezes os movimentos vibratorios muito energicos produzidos a alguma distancia.

São notaveis a este respeito as experiencias de Tyndall.

351.—**Direcção das vibrações communicadas.**—De muitas experiencias concluiu Savart a lei geral seguinte: *as vibrações communicadas são da mesma direcção que as communicantes.* Fixando verticalmente uma corda ligada ao centro de um disco de madeira horisontal, e fazendo-a vibrar com um arco, reconhece-se na areia espargida sobre o disco um movimento tangencial parallelo ao movimento do arco. Uma lamina de madeira encastrada horisontalmente por um extremo e ligada pelo outro a uma corda tensa, constitue um pequeno apparelho em que Savart fez experiencias analogas. Assim, espalhando areia sobre a lamina e ferindo a corda perpendicularmente a esta, ella vibra transversalmente; e ferindo-a parallelamente, a areia escorrega indicando a existencia de oscillações tangenciaes na lamina.

II.—Timbre.—Analyse e synthese dos sons

352.—**Sons simples e sons compostos.**—Denominam-se *sons simples* os que são produzidos por *vibrações pendulares*, isto é, pelos movimentos vibratorios mais simples e regulares, regulados pela lei de velocidades de um pendulo.

Os sons simples parecem mais graves do que são; teem muita suavidade e são muito raros; obtem-se quasi com o diapasão, com os tubos fechados e com a voz humana articulando a vogal *U*.

Os sons que se encontram na natureza são quasi todos *compostos*, isto é, formados de muitos sons simples de alturas differentes. Isto não nos deve admirar; porque, quando uma corda, ou qualquer corpo sonoro, vibra, produz um som intenso denominado fundamental, e as suas harmonicas, provenientes da vibração das partes aliquotas em que se divide. Tanto o som fundamental, como cada harmonica, são sons simples; porém a sua sobreposição constitue um som composto, caracterisado por uma curva sinuosa, que tem a forma geral da que representa o som fundamental; apenas modificada por depressões e dilatações produzidas pelas harmonicas, que não alteram o numero de oscillações; por este motivo a altura do som composto é a do seu fundamental.

353.—**Causa do timbre.**—A sobreposição das harmonicas a um som fundamental é a causa do *timbre*, isto é, da qualidade que distingue os sons da mesma altura e intensidade. O ouvido é differentemente impressionado quando são diversas as harmonicas que se sobrepõem ao mesmo som fundamental, e d'ahi vem a distinção que elle faz das notas, que occupam a mesma posição absoluta na escala.

Esta questão do timbre foi completamente esclarecida por Helmholtz fazendo a *analyse* dos sons compostos, corroborada depois pela *synthese*.

354.—**Analyse dos sons.—Apparelho de Kœing.**—O ouvido distingue perfeitamente os timbres, e sendo convenientemente exercitado é capaz de os analysar; porém Helmholtz imaginou um meio completamente physico para analysar os sons sem o auxilio do ouvido, o qual é fundado nas leis da resonancia; e consiste no emprego de muitos *resonadores*, de differentes dimensões, afinados um para uma nota e os outros para as suas harmonicas. Cada resonador é um vaso espherico de metal, tendo dois orificios nos extremos de um diametro: um prolongado em tubo conico para se introduzir no ouvido, e outro em fórma de pequeno pavilhão para receber as vibrações exteriores. Assim, produzindo-se proximo do instrumento um som composto, reconhece-se a existencia de varios sons simples pela resonancia dos resonadores respectivos, ficando silenciosos aquelles cujas notas especificas não entram no som composto.

Kœnig modificou o resonador de modo a dispensar o ouvido: para este fim prolongou o tubo conico por um tubo elastico posto em communicação com uma capsula manometrica; e observou a chamma pela reflexão n'um espelho girante. O analysador dos sons construido por Kœnig, segundo estas indicações, consta de 8 resonadores collocados em linha vertical, com dimensões apropriadas para darem os sons 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, isto é, uma nota fundamental, o do_2, e as suas sete primeiras harmonicas. Ao lado dos resonadores ha uma camara que recebe o gaz illuminante por um tubo, e sobre a qual estão oito bicos com outras tantas capsulas manometricas: esses tubos communicam os bicos com a camara do gaz, e outros com os resonadores. Os bicos são vistos pela reflexão nos espelhos collocados sobre as faces de um prisma quadrangular, a que se dá movimento de rotação por meio de uma manivella e rodas dentadas. N'este espelho observam-se faxas continuas correspondentes ás chammas dos resonadores silenciosos, e uma serie de chammas, ou uma faxa dentada, correspondente aos que vibraram.

355.—**Synthese dos sons.**—Para tornar completo o seu trabalho, Helmholtz imaginou reunir pela syntese as notas, que a analyse tinha demonstrado pertencerem aos diversos timbres; e assim reproduziu estes.

O seu apparelho consta essencialmente de 10 diapasões dispostos verticalmente sobre uma banca, estando com os seus accessorios em duas series parallelas: o maior diapasão dá a som fundamental de 261 vibrações simples, isto é, o do_2, e os outros dez as nove harmonicas. A fig. 104 representa um diapasão *D* com os seus

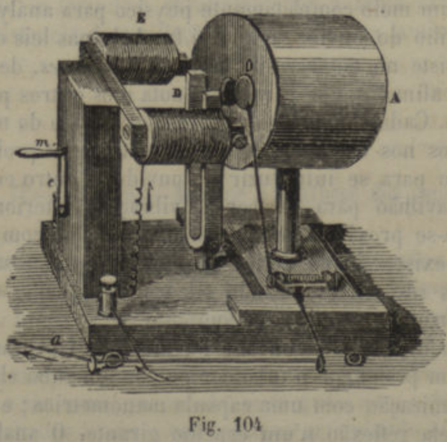


Fig. 104

accessorios; que são um electro-iman *E*, destinado a perpetuar a vibração, e um resonador *A* destinado a tornar sensivel o som, quando se quer, destapando para esse fim uma abertura, o que se faz exercendo pressão com o dedo sobre uma tecla. A corrente intermittente que anima os diapasões é fornecida por um diapasão especial disposto horisontalmente. e tendo um dos ramos uma ponta de platina, que apenas toca a superficie do mercurio contido n'uma pequena tina, cujo fundo metallico communica com um electro-iman collocado junto do diapasão. A corrente electrica que percorre os electro-imans dos 10 diapasões, fecha-se através do diapasão horisontal, quando ha contacto entre a ponta de platina e o banho de mercurio, isto é, quando se afastam os ramos d'este diapasão, e interrompe-se quando elles se aproximam; por conseguinte ha uma corrente intermittente em cada vibração completa d'este diapasão, que dá como o primeiro a nota do_2. Os outros diapasões, vibrando mais depressa não são animados pela corrente em todas as suas vibrações, mas depois de 2, 3, 4, etc.

Comprehende-se muito facilmente como se emprega este apparelho. Fazendo passar a corrente, vibram todos os diapasões: porém os sons produzidos mal se distinguem a uma pequena distancia, porque os resonadores estão todos fechados: querendo conseguir um certo numero de notas carrega-se com os dedos nas teclas dos resonadores correspondentes, e essas notas produzem-se simultaneamente com grande intensidade dando um som de timbre especial.

Carregando em todas as teclas obtem-se o som de um tubo aberto unisono com o diapasão mais grave (321); carregando apena nas teclas impares obtem-se o som de um tubo fechado (320).

356. — **Diversos timbres.** — As qualidades de timbres mais agradaveis ao ouvido e que convém á musica conteem as harmonicas de 1 a 6: a partir de 7 as harmonicas são dissonantes. A pratica seguida na construcção dos pianos de percutir as cordas a $\frac{1}{7}$ ou $\frac{1}{9}$ do seu comprimento explica-se hoje perfeitamente, porque assim extinguem-se as harmonicas 7 e 9, que são as primeiras dissonantes com o som fundamental.

Predominando as harmonicas elevadas o som torna-se estridente ou rouco; porém quando a sua intensidade é pequena não prejudicam o todo: é o que acontece na voz humana, na rebeca, no obóe, e nos instrumentos de cobre.

Os sons do piano, dos tubos d'orgão abertos, e tambem os da voz humana e da trompa, quando não são forçados, são suaves.

Os tubos de orgão largos, principalmente os fechados reforçam pouco as harmonicas do som fundamental e por isso dão sons quasi simples. Estes sons só por si, quando isolados de sons complexos, não são agradaveis. Os sons da flauta são quasi simples, em quanto que os das cordas são muito ricos de harmonicas.

Quando um som só contém as harmonicas impares, como acontece nos tubos d'orgão estreitos e fechados, no clarinete, nas cordas percutidas no meio, o timbre diz-se *ouco;* quando augmenta o numero de sons superiores torna-se *fanhoso*. Diz-se *cheio* quando predomina o som fundamental; *vasio* quando elle é comparativamente muito fraco.

CAPITULO VI

Da voz e do ouvido

I.—Da voz

357.—**Mechanismo da voz.**—O orgão especial da voz é a *glotte*, que termina a *trachea arteria* e communica com a pharynge.

A parte essencial da glotte é uma fenda formada por duas pregas de substancia elastica, denominadas *cordas vocaes*, as quaes se podem aproximar ou afastar, e vibram quando o ar conduzido dos plumões pela trachea arteria, passa entre ellas, produzindo som mais ou menos agudo conforme o seu estado de tensão, que varía com os movimentos das cartilagens. Sobre as cordas vocaes está uma cavidade grande, o ventriculo, terminado por um segundo par de pregas, denominadas *ligamentos superiores*.

O timbre da voz é dado por um verdadeiro resonador collocado sobre a glotte: é o espaço cheio d'ar comprehendido entre a o véo palatino, a boca e os labios.

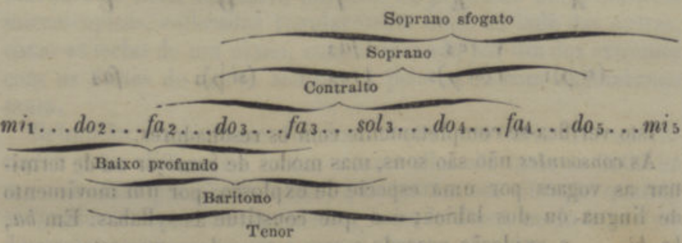
A altura do som depende do grau de tensão das cordas vocaes, e das dimensões da abertura da glotte, que variam com os movimentos voluntarios das cartilagens. Para produzir sons agudos diminue-se a cavidade da boca, a lingua aproximando do ceo; o contrario acontece para os sons graves.

O ventriculo da glotte, as fossas nasaes, e a cavidade da boca servem para reforçar o som.

A rouquidão da voz em certas enfermidades é divida a mucosidades que se introduzem na fenda da glotte, como se reconhece com o laryngoscopio.

358.—**Extensão da voz.**—A voz humana abrange em geral duas ou tres oitavas. No homem a voz mais baixa é a do *baixo profundo*, que se estende de mi_1 a fa_3; segue-se a de *baryteno*, que se estende de do_2 a sol_3, e depois a de *tenor*, que vae de do_2 a do_4. Nas mulheres e nas creanças a voz mais baixa é a de *contralto*, que vae de fa_2 a fa_4, e a mais aguda é a de *soprano*, que vae de do_3 a do_5; quando esta sobe muito diz-se *sfogato*.

O quadro seguinte indica, segundo Muller, os intervallos que póde precorrer a voz dos diversos cantores, tomando para do_1 o *do* grave do violoncello, que produz 130,5 vibrações simples por segundo.



Ha cantores que excepcionalmente descem abaixo de mi_1, e outros que sobem além de do_5 (2088 vibrações simples).

A voz das mulheres e das creanças é mais aguda que a dos homens por causa das dimensões muito menores da larynge: assim a fenda da glotta é nos homens dupla das das mulheres e creanças. Quando o desenvolvimento da glotte não tem logar nos homens elles conservam a voz afinada, é o que acontece aos castrados.

359.—**Elementos da palavra.**—O que distingue a voz humana dos outros sons são as modificações que lhe imprimimos á vontade, das quaes resulta a *palavra*.

A palavra é uma combinação de syllabas, e as syllabas são combinações de vogaes e de consoantes; estes são por conseguinte os elementos da palavra.

As *vogaes* são os sons que correspondem a uma posição fixa do apparelho vocal, e que se podem sustentar em quanto dura a respiração; são perfeitamente distinctos uns dos outros, isto é, teem timbres diversos, e não obstante se considerar um pequeno numero d'elles, nas differentes linguas, o seu numero é muito grande, porque cada um recebe timbres variados nas diversas syllabas e nas diversas palavras.

A vogal é um som composto de um fundamental dado pela garganta e de varias harmonicas, que se obteem modificando a fórma da boca.

O sr. Helmholtz concluiu dos suas analyses que para formar cada uma das vogaes é preciso juntar ao som da voz dado pela garganta uma ou duas notas, sempre as mesmas, isto é, independentes da altura do som e da pessoa que as emitte.

As vogaes são caracterisadas do modo seguinte:

A	*E*	*I*	*O*	*U*
	re_4	fa_3		
$(si\,\flat)_4$	$(si\,\flat)_5$	re_6	$(si\,\flat)_3$	fa_2

Isto verifica-se completamente com os resonadores.

As *consoantes* não são sons, mas modos de começar ou de terminar as vogaes por uma especie de explosão, por um movimento de lingua ou dos labios; é o que constitue as syllabas. Em *ba*, *be*, *bi*.... a explosão precede o som e cessa logo que este se produz; em *ab*, *at*, *ar* acontece o contrario. Algumas consoantes, como *s*, *z*, *j*, *r* teem a propriedade de representar uma especie de assobio, que se póde sustentar por muito tempo sem emissão de som propriamente dito.

II.—Audição

360.—**Mechanismo da audição.**—Os sons chegam ordinariamente ao nervo auditivo pelos ouvidos, situados, como se sabe, nas partes lateraes da cabeça na base do craneo, e compostos, nos mamiferos, de tres compartimentos successivos: o *ouvido externo*, o *ouvido médio* e o *ouvido interno*.

O pavilhão do ouvido externo recebe as vibrações e transmitte-as pelo canal auditivo á membrana do tympano; as vibrações d'esta seguem para o ouvido médio pelos ossiculos, martello, bigorna, lenticular e estribo; communicam-se ás membranas das janellas oval e redonda, e d'estas ás diversas partes do ouvido interno e ao nervo acustico.

Este é o mechanismo geral da audição já conhecido; porém insistiremos no que se suppõe passar-se no ouvido interno. A parte que termina este é o caracol, dividido em toda a sua extensão em tres compartimentos, superior, medio e inferior, por duas membranas tensas no meio da sua altura. No compartimento médio o marquez de Corti descobriu milhares de pequenas fibras elasticas microscopicas, collocadas regularmente umas ao lado das outras, como as teclas de um piano, communicando por um dos extremos com os filetes do nervo acustico e pelo outro com a membrana tensa.

Helmholtz suppoz immediatamente que estas fibras estavam afinadas pelas differentes notas, e como ellas são mais de 3000 ha mais de 400 para cada oitava, que entram em vibração quando se produz a nota correspondente, fazendo d'este modo a analyse de qualquer som composto.

Esta theoria completamente hypothetica recebeu uma confirmação inesperada nas observações de Hessen sobre os pellos auditivos das crustaceos decapodes; porque elles vibram sob a influencia dos sons exteriores, e cada um d'elles sob a acção de uma certa nota.

Sabe-se que uma corda resona não só sob a influencia das notas proprias, como tambem das proximas d'estas: d'aqui resulta que sob a influencia simultanea de dois sons pouco differentes produzirá pulsações, isto é, as suas vibrações apresentarão augmentos ou diminuições alternativas de intensidade. É provavel que o mesmo tenha logar nas fibras de Corti, o que dá uma idéa do effeito desagradavel ao ouvido dos intervallos dissonantes; porque as alternativas de força e fraqueza devem ferir o ouvido.

361.—**Consonancias e dissonancias.**—Partindo do facto de as pulsações rapidas produzirem impressão desagradavel no ouvido, isto é, dissonancias, Helmholtz explica as dissonancias e consonancias pelos principios seguintes: 1.° que qualquer nota, representada por 1, é sempre acompanhada das harmonicas 2, 3...; 2.° que duas notas são dissonantes quando entre ellas ou entre as suas harmonicas ha pulsações, e são consonantes no caso contrario; 3.° que a intensidade das notas que produzem pulsações e o seu numero marcam os graus da dissonancia.

Assim, duas notas em oitava são perfeitamente consonantes, porque a mais aguda e todas as suas harmonicas estão comprehendidas nas harmonicas da outra, e não ha pulsações. No intervallo de quinta ha apenas uma causa de dissonnancia, a qual é fraca porque é produzida entre harmonicas elevadas e pouco intensas. É mais intensa a dissonancia nas terceiras maiores, e depois nas quartas; e nas segundas a dissonancia é completa.

FIM DO TOMO I

INDICE

INRTODUCÇÃO

PARTE I

Gravidade.—Propriedades dos corpos nos tres estados de aggregação

SECÇÃO I.—Gravidade.

SECÇÃO II.—Propriedades dos corpos nos tres estados de aggregação

PAG.

PARTE II

Acustica

ERROS E EMENDAS

Paginas	Linhas	Erros	Emendas
16	22	$n'n''$	$n_{\prime}n_{\prime}'$
23	16	a systemas	a um systema
25	penultima	*movimento*	*movimento rectilineo*
26	14	e zero	é zero
37	14	mN'	OV'
44	10	(53)	(44)
45	25	AV'	AV
58	5	$\sqrt{\frac{g}{c}}(a^2-x^2)$.	$\sqrt{\frac{g}{c}(a^2-x^2)}$.
59	penultima	aquella	aquelle
62	ultima	$\frac{a+a}{2}$	$\frac{a+a'}{2}$
68	14	$0,2d^2$	$0,48d^2$
74	8	c	C
76	6	peso relativo	peso especifico relativo
80	1.ª	$cos\ (\alpha\delta)$	$cos\ (\alpha-\delta)$
»	3	$-(2P+p)$	$(2P+p)$
»	7	$(2P+p)$	$-(2P+p)$
84	5 e 6	menor e por a a distancia do seu centro de gravidade do eixo A.	menor sobre o producto do maior pela relação $\frac{a'}{a}$ das distancias dos centros de gravidade dos dois braços ao eixo A.
86	16	P	P expresso em grammas
»	20	$\frac{P}{d}$	$\frac{P}{d}$ em centimetros cubicos
89	10	solidificar	solidificar-se
93	27	retrictos	restricto

Paginas	Linhas	Erros	Emendas
99	20 a 22	Em logar d'estas linhas deve ler-se o seguinte:	Por convenção toma-se o kilogramma e o metro para unidades de peso e comprimento e o millimetro quadrado para unidade de secção.
100	18	P	P por unidade de superficie
104	35	desloca	desloque
106	30	da secção egual a unidade oppõe	oppõe
108	25	encastado	encastrado
»	27	maior	menor
126	3	$P(1(\varepsilon-$	$P(1-\varepsilon)$
132	8	proções	porções
135	14 e 27	nivel	menisco
141	21	$x'cy$	$x'cy'$
179	14	$y=\frac{VP}{V+V'}$	$y=\frac{V'P}{V+V'}$
224	ultima	trasmissão	transmissão
226	34	de α	de α da formula do num. 291
231	6	6°	0°
241	7	vv'	v, v'
»	ultima	distanciadas	distanciados