

N. 7.
Mathema
tica

Mathematica 232
Francisco X^o de la Vega
an 31. de octubre de 1780. N. 9.

Disertatio

de Refractione Astronomi- ca.



Anno quotidie magis Mathematicas
Disciplinas, et quo plus singulis earum par-
tibus considerandis incumbō, eo me incredi-
bilior cupido incedit altius in hujus generis
penitiora mysteria penetrandi. Nam quod
jam inde a principio in Geometricis demons-
trationibus me vehementer delectavit, ut se-
clusis quibuscumque ^{rerum} ambagibus, solam ubique
evidentiam, solam veritatem sectarentur, id
vero est, quod in reliquis Matheseos discussi-
onibus perpetuo observatum, tum demum in
Astronomia haud minori diligentia fieri de-
prehendo. Itaque quod hanc etiam pulcher-
rimam Disciplinam pulchriorem partem tetige-
rim, non possum non mihi ipsi maximope-
re gratulari. At in hac quidem cum alia mul-
ta, tum me illud potissimum recreat, quod
tametsi in re difficili, et quae forsam ob eas
sensuum illusiones, quibus subicitur, vix in ullo
certo, et firma cognitionis gradu statuenda vi-
deretur, tamen vel in hoc adeo Mathematica

se vis. exserit, ac triumphat, prorsus ut
quas adhibet, supputatis hisdem propedi-
mentis, exactissimis, et vel rigorose demonstra-
tiones habeantur. Hoc ipsum eadem de Re-
fractione Astronomica disquisitio, quam iuxta
Academis Leges suscipimus in presentia, egre-
gie omnino, et satis loculenter confirmabit.

Re vera in Astrorum positioni-
bus legitime determinandis, quò potissimum
Astronomia tendit, non mediocriter deludi-
mur, cum de uniuscujusque loco juxta lumi-
nis directionem in sensibus judicamus. Ita
fit, ut dum oculis credimus, veros illorum po-
situs non habeamus, atque adeo et reliquis ob-
servationes ea de causa perturbentur. Minime
vero propterea animum despondet Astro-
nomus, ac iis, quæ ad eam rem attinent, recte
perpensis, tandem quò de cetero statuendum
sit, quò hujusmodi observationes corrigantur, ad
certas omnino Leges, præunte Mathematicæ, et
observationis luce revocabit.

Tam vero Refractionis pheno-
menon veteribus ipsis ignotum non fuisse,
constat. Nam et Aristoteles de remi curvita-
te apparenti in aqua dixerit, et Archimedes sin-
gularem de circulo sub aqua viso Librum scrip-
sisse dicitur. Quin et ipsam quoque Astronomi-
cam Refractionem Ptolomeum non latuis-

Latuisse, ex ipsius *Almagesto* novimus, quamquam in *Astronomicis Supputationibus* nullam ejus rationem habuisse videamus. Ad forsitan diligentius exposuerit in *Libro*, quem de re *Optica* scripsit; sed is ad nos usque non pervenit. Certe quod *Arabs* quidam *Alhazeny*, qui decimo Christiani nominis seculo vixit, de re hujusmodi, edito *Libro*, tradit, potissimum ex illa *Ptolomaei* elucubratione desumptum esse, nonnulli suspicantur. Is vero non modo *Refracti-onis Astronomicae* meminit, sed etiam quo artificio observanda ea sit, fusius exponit. Sed nimirum viri *Recentiorum* diligentia acceptum refertur, quod omnibus hujus phaenomeni effectibus accurate exploratis, quid illud, et quantum in observationibus influat, statis, et minime nutantibus *Legibus*, quoad rei *physicae* conditio patitur, dignoscatur.

Primus extitit *Tycho*, qui supputationis refractionis effectibus in *Astronomia* animimum adiecit, eamque in rem *Tabulas* adornavit. Sed quoniam neque ea, quam adhibuit, methodus satis commoda erat, quam ut refractionem aut in magnis altitudinibus, aut minuto primo minorem referre posset, neque ipse ab eo errore sibi cavet, ut solis refractionem ad 15, stellarum autem ad 20 graduum altitudinem nullam esse putaret; novas, et accuratiores *Tabulas* cogitavit *Cassinius* anno 1660. Ac postmodum *Richerus* factis *Cayena* observationibus, et *Tycho-*

Tychoniana methodi defectum animadvertit, et
Cassinianas supputationes confirmavit. Tum au-
tem qui sequuti sunt Astronomi rem ea diligen-
tia, diversis adhibitis methodis, perfecerunt, ni-
hil ut jam amplius in hoc negotio desideretur.

Est igitur tum repetitis expe-
rimentis, tum regulis Dioptrices comprobatum,
luminis radios dum e rariori medio aliquo in
aliud heterogeneum, et densius oblique transeunt,
statim directionem magis, minusve pro diversa
eorundem obliquitate mutare; idque hac etiam
Lege, ut si medium eandem densitatem ubique
proferat, a nova accepta directione iidem non
deflectant. Quodsi variabilis sit densitas, atque
hec, exempli causa, quandam profunditatis ra-
tionem subsequatur, tum radii luminis diversam
quoque subeant curvitatem, et in aliqua ratione
que ejusdem profunditatis sit functio. Hoc
ipsum, quod satis vulgatum est, et in Dioptrices
disquisitionibus demonstratum, iis luminis radiis
usurenit, qui ab Astris prodeuntes observatoris
oculum attingunt. Pervadunt enim totam hujus
Atmosphera massam, cujus es major est den-
sitas, quo plus ad terre superficiem accedit. Et
adeo nisi huic ad perpendicularum insistant,
seu ad terre centrum dirigantur, fieri non po-
test, quin a prima directione deflectant, et
curvam quandam efficiant, cujus curvitas ad
telluris centrum obvertitur. Curvitas autem

Curvitas autem species tum à densitate diversarum aeris sibi invicem incumbentium portionum, tum etiam ab incidentis obliquitate pendet. Erit etiam ea curva in plano verticali; quippe ex iisdem Dioptrices Legibus constat, angulum refractionis in eo plano existere, quod superficiem refringenti ad perpendicularum insistit, in eo scilicet puncto, ubi radii luminis illam tangunt. At vero Atmosphaera singulas cujuslibet densitatis sectiones tum inter se, tum etiam terre concentricas esse, facile intelligitur: ut adeo quod planum ad Atmosphaera, eodem quoque ad telluris superficiem perpendicularare sit, et proinde verticale.

Sed et illud constat, nos, qui de objectorum presentia certi non reddimur, nisi per impressionem, quam luminis radii ab ipsis exeuntes in oculis nostris efficiunt, pariter et de ipsorum figura, ac situ non nisi ex eadem impressione judicare: ita ut si radii hujusmodi ad oculum perveniant vel reflexi, vel fracti, vel à via detorti, quaecumque tandem hujus rei causa fuerit, profecto objecta non quidem juxta eam directionem, qua radii ab ipsis effluerant, bene vero ad illius rectae lineae extremitatem, secundum quam in oculos inciderant, sita esse existimabimus. Atque

Atque id ipsum est, quod Refractionem
Astronomicam appellamus.

Hoc itaque semel constituto
hec veluti consectoria nullo negotio eruun-
tur: primum, eos Luminis radios, qui a
syderibus ad Zenith existentibus emittun-
tur, refractioni obnoxios non esse; quippe
qui perpendiculariter Atmosphaerae insis-
tunt. Deinde; Refractionem totam in al-
titudine fieri; sive eam in Causa esse, cur
astra viciniora ad Zenith appareant, aut
supra horizontem elevationa, quam sunt
re ipsa. Pariter et per eandem fieri; ut
arcus distantiae apparentis duorum syde-
rum semper sit minor arcu distantiae
verae: siquidem cum Refractio sydera in
verticalibus eorum circulis ad Zenith
concurrentibus attolat, eadem opera efficit,
ut cum eius puncto concursus, tum etiam
inter se invicem propiora videantur. Rur-
sus cum Refractio a distantia sydis in-
ter, et observatorem intercedente non pende-
at, sed ab ea tantum aeris quantitate,
quam transmeant radii Lucis, antequam
ad oculum perveniant, quo quidem sese
non ultra sexdecim, aut septemdecim leu-
cas a telluris superficie extendit, cerni-
tur et illud quoque, omnia sydera eandem
habere refractionem, dum sunt in ea-
dem

eadem supra Horizontem altitudine. Illud
 propterea sua sponte fluxit, eo majori Re-
 fractione affici observatum Sydes, quo lon-
 gius a Zenith distare deprehenditur. Scili-
 cet huius Syderis radii et plus aeris tra-
 cere debent, et minus accedunt ad perpen-
 diculum. Hinc etiam fit, ut sydera jam
 in Horizonte videantur, tametsi infra illud
 adhuc re ipsa existant, et propterea citius
 oriri, ac tardius occidere, quam iuxta Le-
 ges solius diurni terre motus fieri oport-
 eret.

Est etiam refractio tri-
 buendum, quod Solis, aut Lunæ discus in
 ortu, vel occasu figuram ellipticam re-
 presentet; quippe cum non nisi in verti-
 calibus circulis agat, diametrum solis ho-
 rizontalem non mutat: at interim cum
 eodem in Limbo inferiori sit major,
 quam in superiori distantiam unius ab
 alio aliquanto minuit, fitque propterea,
 ut uterque Limbus plus ad se invicem
 accedere videatur, atque adeo verticalis
 diameter horizontali minor appareat. Mai-
 ranus solem ad decem usque gradus
 supra horizontem elevatum, et nihil secius
 ovalem figuram sensibilibiter retinentem
 observavit. Hac autem diametri verti-
 calis depressio in omnibus sive solis, sit
 ve Lunæ diametris inclinatis, servata

servata portione, locum habet; et quoniam
Astronomis hujusmodi diametri perpetuo
pene sunt usui, satis apparet, quam ma-
xima hujus effectus in supputationibus ra-
tio sit habenda. Hanc in rem extant
Tabulae, quarum ope corrigi quoque debent
distantiae, quae supra solis discum inter
Limbum et maculam, aut Planetarum
aliquorum, Venerem scilicet, vel Mercurium
mensurantur. Quae correctio tum fiet pro-
portionalis mensurate distantiae.

Itaque refractionis effectum
effectui parallaxeos directe oppositum
esse ex dictis manifesto etiam intelli-
gitur, quavis utraque eadem. Fere Le-
ges sequatur. Quamobrem data pro qua-
vis altitudine Syderis refractione, mu-
tatio, quae ipsius ascensionem rectam,
et declinationem afficit, item potest simi-
li fere negotio supputari, quo parallaxeos
effectus eidem conveniens supputa-
tur: ut proinde eodem calculo situs ap-
parens aëstrorum ab erroribus tum ex
parallaxi, tum ex refractione proveni-
entibus liberetur, si pro ejus calculi
elemento differentia inter parallaxim,
et refractionem altitudini Syderis com-
petentem accipiatur.

Et haec

Et Ecce quidem satis ma-
 nifesta sunt, ac ex Dioptrices Legibus
 immediate Derivantur. Non est interim
 dissimulandum, refractiones ubique stabi-
 les, ac perpetuo easdem non esse. Variat
 enim atmosphaerae conditio pro muta-
 tione adjunctorum, nec in eadem parte
 eadem semper densitas reperitur, ut os-
 tendit Barometrum. Quare Eujusmodi
 variationes refractionis quoque Astrono-
 mica comitentur, necesse est. Viderat
 jam pridem id Tycho, cum suas refra-
 ctionum Tabulas edidit; at primi fuisse
 Casinius, et Picardius, qui Eujusmodi re-
 fractionum instabilitatem aliqua accurata
 ratione metirentur. Altitudinum meridi-
 anarum ope cognovit Picardius, refra-
 ctiones hieme maiores esse, quam aestate,
 et noctu, quam interdiu. Id ipsum ex-
 pertus est Bouguerius, Halleyus, et pleri-
 que omnes Astronomi, ut sine ulla dubi-
 tatione diversis anni temporibus diver-
 sas refractiones fieri, omnes faterentur.
 Ex quo et illud pronum fuit conjicere,
 pro diversis orbis terrarum regionibus
 easdem quoque mutari. Id quod plane
 ita se habere, observationes confirma-
 runt. In Africa cognovit Callius re-
 fractiones Parisiis $\frac{1}{40}$ majores esse, quam
 in Promontorio Bonae spei. Bouguerius

Bouguerius item factis tum in Quito,
tum alibi in Zona torrida observationibus,
tandem invenit, ibi minores esse refrac-
tiones, quemadmodum in editioribus locis,
contra ac Romerus, et alii sibi persuase-
rant. Proinde dubitandum non est, quin
minor sit refractio, ubi rarior, aut subtili-
or fit aer; major vero, si humidior, aut fri-
gidior, aut plus solito densior. At inte-
rim non huiusmodi ea est perturbatio, ut
corrigi utcumque, et minui nullo pacto pos-
sit. Enim vero observatum fuit, refracti-
onem ubi Mercurius in Barometro pol-
licis altitudinem superat, et in Reaumu-
riano thermometro Liquor ad decem usque
gradus deprimatur, $\frac{1}{27}$ quantitatis media
parte augeri: nisi quod in magna Ori-
zontis vicinia id ob vaporum copiam,
aliasque id genus causas Lucis radios si-
ne certa Lege inflectentes constantiter obti-
nere non potest. Utriusque igitur huius
instrumenti subsidio non est difficile quas-
libet refractiones medias in illas, quas pre-
sens Atmosphaera constitutio postulat, com-
mutare. Quod omnino diligenter pro rei
occasione animadvertendum esse, nullus non
intelligit.

Hactenus de refractionis in-
dole, et effectibus: nunc qua methodo ob-
servare iidem possint, videamus. Omni-
um

Omnium primum se offert altitudinum
 methodus. Scilicet cum refractionis nihil sit
 aliud, quam differentia inter veram, et
 apparentem Syderis altitudinem; res eo re-
 dit, ut pro dato temporis momento, quo
 apparentem observavimus, vera altitudo
 supputetur. Id ut fieret, adhibitus est pri-
 mum azimuthalis angulus, ac tum sim-
 plici trianguli spherici resolutione res om-
 nis facile absolvitur. Nam cum in \triangle qlo,
 cujus aliud latus est arcus interceptus in-
 ter Polum, et Zenith, aliud arcus interceptus
 inter Polum, et Sydus, tertium denique arcus in-
 ter Zenith, et Sydus; in hoc \triangle qlo, inquam,
 cum et primum, et secundum latus, quem-
 admodum et azimuthalis angulus, pro da-
 to tempore dignoscatur; cumque et is angu-
 lus a refractione minime pendeat, quippe
 et apparet, et verus locus in uno, eodem-
 que verticali existunt, facta Trigonometria
 ope \triangle qli analysi, tertium quoque Latus, ar-
 cus scilicet inter Zenith, et Sydus invenietur,
 cujus complementum est altitudo vera Sy-
 deris, quam si apparenti contulerimus, eodem,
 quo azimuthalis angulus, tempore observata,
 veram refractionis quantitatem adsequamur.
 Caterum haec azimuthalium methodus in
 presentiarum adhiberi non solet.

At vero altitudines correspon-
 dentes solis, vel etiam Syderis si et satis am-
 plo quadrante, et accuratissimo horologio
 captentur, refractionis quantitatem dignos-

dignoscenda mirum in modum inserviunt.
Ponamus enim nos hora sexta ante et
post meridiem observatam solis altitudi-
nem novem omnino graduum reperisse:
tum deinde, subductis rationibus, non nisi
octo graduum, et quatuor supra quingua-
ginta minutorum inveniri, consequens est
profecto in observata apparenti altitu-
dine ad sex usque minuta refractionis
contineri; atque adeo et solem tantundem
plus equo supra horizontem eotemporis
momento elevari.

Tam in triangulo ad Polum,
Zenith, ac solem efformato, cognita repu-
tantur tum distantia Poli a Zenith, tum
distantia solis a Polo, idque independenter
a refractione; noscitur praeterea ex obser-
vatione altitudinum correspondentium
quota sit hora, atque angulus horarius:
quam ob rem ex hujusce 3^gli resolutione
deprehenditur, distantia Solis a Zenith,
que est complementum altitudinis ve-
rae, quandoquidem tum ex Latera, tum
angulus ad Polum sunt quantitates ve-
rae, dataeque independenter a refractionibus.
Haec autem vera altitudo calculo re-
perta minor semper est apparenti al-
titudine quadrante observata, quarum
differentia refractionis quantitatem, qua
observatae altitudini competit, accurate
designat.

Lanc

Hanc methodum adhibuere
 Ricardus, et Callius, fuitque ejus opse co-
 gnitum refractionem horizontalem, sive
 omnium maximam refractionem Astrono-
 micam usque ad triginta duo minuta
 prima cum dimidio devenire. Idem pri-
 mus fuit Callius, qui eadem methodo ita
 usus fuit, ut a nullis physicis hypothesis
 dependeret. Nam cum antequam suum
 in Africam iter suscipere, refractiones
 angularum azimuthalium opse, et altitudi-
 num correspondentium solis, et splendi-
 dorum fixarum determinandas sibi su-
 mere; postmodum a Promontorio Bons
 Spei reversus id commodissimum habuit,
 ut refractionem ad Poli altitudinem,
 tum et stellarum declinationes prope illius
 promontorii Zenith independenter a refra-
 ctionibus observatas dignoscens, utrumque
 illius anguli latus inter Solem, et Polum, ac
 inter Polum, et Zenith accuratissime, quo-
 ad fieri poterat, definirer. Quare hujusce-
 modi correspondentium altitudinum ple-
 rasque eo in reditu mirifice supputavit.
 At pro ceteris octodecim graduum refra-
 ctionem anno 1753. eadem methodo usus
 summo studio, et iteratis observationibus
 idem Callius definivit. Quae eo majori di-
 ligentia investiganda fuit, propterea
 quia eadem sit Parisiis in Tropico an-
 tartico solis altitudo.

Est alia ratio refractionem
 in quibusdam altitudinibus dignoscendi,
 quin

quin angulus ad Polum cognitus superponatur. Nimirum si observetur Stella, quae in meridiano transitu ipsum Zenith punctum, aut ei quam fieri possit proximius attingat, et quae rursus sub Polo eundem meridianum transeat. Nam cum refraction nulla in eo Zenith puncto sit, habetur vera distantia syderis a Polo: at post horas circiter duodecim meridianum sub Polo attingens, et quidem satis prope horizontem, multo minor syderis ab eo distantia reperietur. Siquidem stella ob refractionem elevatur, atque adeo refractionis quantitas hujus altitudinis propria signoscetur.

Longe majus negotium refractione ad 45 graduum altitudinem facerebat. Neque satis commoda erat praecedens methodus, quam ut ejus subsidio posse accurate definiri. Flamsteedius, & Halleyus quinquaginta quatuor secundorum eam statuere. Cassinius 59", Bradleyus 57", Calilius vero $66\frac{1}{2}$ constituit: quod tamen, quoniam aliquanto minor a reliquis constantiter inventa fuerat, et minutum primum non excedere fere omnes consentiant, facile omnibus non probavit.

At enim fatendum est, incredibilem celeberrimi hujus Astronomi hac super se operam primum, et principium fructum suum in Africam profectioris merito existimari. Super-

Superstruitur egregius ille Labor in saepius
 resumpta collatione distantiarum 160. stella-
 rum, ex quibus singula tum Parisiis, tum
 in Promontorio Bone Spei minimum sexi-
 es fieri quam diligentissime observato.
 Quis autem demonstrandum sibi proposuit
 Callius: primum, refractiones in eo Promon-
 torio $\frac{1}{4}$ minores esse, quam Parisiis: deinde,
 summa quatuor refractionum subsidio de-
 monstravit, Parisiis ad Poli altitudinem / no-
 vem scilicet, et quadraginta graduum / refrac-
 tionem mediam esse octo, et quinquaginta se-
 cundorum cum duabus decimis, veramque
 differentiam latitudinis inter Lutetiam, et
 Bone Spei Promontorium itidem duo, et oc-
 tograduum cum sex et quadraginta
 minutis primis, ac duobus, et quadragin-
 ta secundis constitui oportere. Reliquas
 vero refractiones post quadraginta, et octo
 gradus ad Zenith usque Parisiis competentes
 facile supputavit supponens, eas subsequi
 rationem tangentium distantiarum ab eodem
 Zenith.

His igitur refractionibus cons-
 titutis, nihilo difficilius fuit, ipsarum ope
 apparentes stellarum altitudines in illo
 Promontorio post 480 ad Zenith usque ob-
 servatas in veras commutare. Has rur-
 sus apparentibus earundem stellarum
 altitudinibus Parisiis observatis diligenter

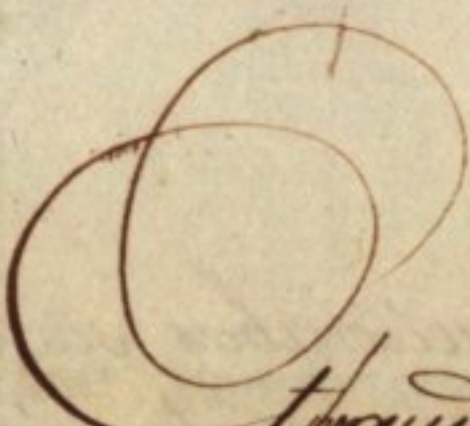
diligenter conferens, quae quidem a septem usque ad quadraginta et octo gradus ibi continentur, eo pacto satis multas Lutetiae, et Bonae Spei parallelorum distantias sibi comparavit, eas unice refractiones, quibus Lutetiae subsunt, idque ad modicas altitudines, retinentes. Huiusmodi parallelorum distantiae apparentes $82^{\circ} 46' 42''$ (quae est duplicis huius observatorii Parisini, et Bonae Spei parallelorum differentia) omnes excedebant. Quare ea differentia refractionem pro singulis altitudinibus Parisiis observatis determinabat. Eodem modo vicissim conferens stellas ad altitudines Lutetiae quidem magnas, minimas vero in eo Promontorio facile deprehendit, majores ibi esse refractiones $\frac{1}{20}$, quam Parisiis.

Ad refractionem quadraginta quinque graduum quod attinet ab eadem quatuor refractionum summa, $4' 30'' 6$, eam sic ferme tenuit. Principio subtrahenda sunt $1' 35'' 2$, refractionis nimirum, quae apparenti $33^{\circ} 57'$ altitudini convenire ex immediata observatione deprehenditur. Supersunt igitur $2' 55'' 4$; trium videlicet ferme aequalium refractionum summa, quae distantis apparentibus $41^{\circ} 8'$ Parisiis, unius vero et quadraginta graduum, duorum et viginti minorum tum Parisiis, tum in Promontorio Bonae Spei ex aequo respondent. Erunt igitur $58'' 6$ pro $41^{\circ} 8'$ Parisiis, $57'' 8$ pro $41^{\circ} 22'$, in Promontorio, et demum $59''$ pro $41^{\circ} 22'$ Parisiis. Atque hinc, subductis rationibus colligit Callius ad 45° refractionem esse $66'' \frac{1}{2}$.

His

His igitur refractionibus sic constitu-
 tis, reliquas omnes tum interpolationum subri-
 dio, tum aliis ingeniosis methodis adhibitis, ad-
 juvante praetera loci situ, eoque interim nihil,
 quod e re sua esset, negligente, tandem definivit,
 suasque refractionum Tabulas efformavit. Impro-
 bum hunc Callii laborem peritissimi Astrono-
 mi Bradleyus, Mayerus, Lonotius, et Dela Lan-
 dius innumeris, et saepius iteratis diversis in locis
 observationibus mirum in modum confirmarunt.
 Ac sane, illud constat, nullas unquam refractionum
 Tabulas tanta accuratatione, tot, tantisque
 observationibus fuisse constructas. Ut proinde in-
 tegrum Callio fuerit, et quidem merito suo, reliquas
 refractionum Tabulas ex his, quas ipse confecta-
 rat, aestimare.

In Cassinii quidem Tabulis refractiones aliquanto minores definiuntur. Non multo
 post eandem recognovit Dominicus Cassinius, us-
 que aliam adiecit, quam refractionis aequinoctia-
 lis nomine inscripsit, quaeque supputationes Cal-
 lii quam proxime ita subsequitur, vix ut minu-
 to secundo praesertim post vigesimum tertium
 altitudinis gradum ab illis distare inveniat.
 Ab his quoque non admodum ab horizonte usque
 ad 35.º discrepant refractiones in Hirii Tabulis
 dispositae, quae maximam partem supputavit
 Picardius; reliquae vero ad Zenith usque plus justo
 majores inveniuntur. At nulla aliae a Callii Tabu-
 lis aequae recedunt, ac Flanstedii refractiones. Ab
 illis siquidem in decem altitudinis gradibus mi-
 nuto primo cum quatuor secundis deficiunt,
 in viginti gradibus 40"; in 30º vero 31". Newtoni
 quoque, et Halleyi refractiones, quemadmo-
 dum et Bradleyi, per defectum idem ab illis valde differunt. Et


Itequidem, quae hactenus exposui-
mus, manifesto ostendunt, Astronomicam Refrac-
tionem pro qualibet altitudine ex sola observa-
tione posse satis apte definiri. At interim utilis-
simum fuerit Legem, siquam ea seruet intelligen-
re, ne aut nimio observationum numero tor-
amur, aut inter-media spatia sine ulla accurata
supputatione relinquamur. Quare huic Detegere-
De Legi Astronomi non sine opere pretio in-
cubuerunt, et physicas hypotheses excogitarunt. Cas-
sinus, qui Tychoniana methodi defectum ani-
madvertebat, suis construendis refractionum Ta-
bulis non observationem modo, sed et theoriam
adhibendam esse censuit. Per hanc physica hy-
pothesi expedivit. Principio horizontalem syde-
ris refractionem diligenter observans, reperit
eam esse $32' 20''$, ad decem vero apparentis
altitudinis gradus $5' 28''$. Tum Atmospheram,
cui materiam refractivam, ubique homogene-
am supposuit, cujus altitudo his conditionibus
Determinanda fuit; primo, ut inter angulorum in-
cidentis, et angulorum refractorum sinus sit ratio cons-
tans, deinde ut ea refractiones horizontalis, et decem
graduum altitudinis sint inter se, ut $32' 20''$, et
 $5' 28''$, quae ex immediata observatione accura-
tissime definite reputantur. Ex igitur altitu-
dini invenienda indirecta methodo false positio-
nis utitur Cassinus, atque adeo bis mille altitu-
dinis hexapedas istiusmodi atmosphere attribuit.
Ita in duobus 3960 ad telluris centrum, oculum
observatoris, et astrum tum in horizonte, tum
in decem graduum altitudine, efformatis ea
data habentur, quorum ope, facta triangulo-
rum analysi, dignoscatur, in primo quidem
angulus fractus $87^{\circ} 59' 50''$, cui si addas refrac-

refractionis angulum 32' 20", fiet integer inciden-
tis angulus 88° 32' 10". Eodem modo reperietur
in altero glo angulus fractus 79° 48', 12".

Quo igitur refractionis quanti-
tas decem graduum altitudini competens in-
veniatur, hęc instituenda est proportio: Sinus
anguli fracti 87° 59', 50", se habet ad sinum in-
cidentis 88° 32', 10", quemadmodum sinus an-
guli fracti 79° 48', 12", ad sinum anguli inciden-
tis 79° 53', 40"; cui si demas ipsum fractum
angulum 79° 48', 12", supererit refractionis angulus
5', 28" apparenti decem graduum altitudini omni-
no conveniens. Et quandoquidem ea quantitas
ex diligenti observatione eadem re ipsa depre-
henditur, colligit Caspinius, hanc hypothefim ath-
mosphere homogenee, et alte bis mille hexape-
das aptam esse ad refractiones calculi subsidio
statuendas. Quod si aliquanto major vel minor
ea quantitas inveniretur, tum aliquid vel
addendum, vel subtrahendum esset proposito
bis mille hexapedarum numero, quousque tan-
dem conveniret. Reliquis refractionibus deter-
minandis idem, et eodem modo prestabitur.

Aliam institere viam, qui post
detectum generale attractionis principium, Lumi-
nis quoque refractionem atmosphere minimas
illius particulas attrahenti, quę fuit Newtoni sen-
tentia, tribuendum esse censuerunt. Eo semel

Co semel constituto principio, res eo redit, ut
investigetur Luminosi radii trajectory, Sequae,
juxtaquam, variat ab ipso Zenith puncto ad
horizontem usque refractione, definitur. Scili-
cet Lucis radius, qui versus telluris centrum,
interpositis atmosphaera diversa densitate pre-
dita sectionibus, constanter attractionis vi
pellitur, ab illa recta Linea, quam in vacuo
spatio describeret, cogitur ea causa deflec-
tere. Quare attractio, quo eo vehementius agit,
quo profundius in atmosphaerum radii de-
merguntur, dignis quoque refractionem quo
perpetuo in eodem sensu fit major. Sum-
ma vero hujusmodi refractionum, statim ac
radius oculum attingit, refractionem Astro-
nomicam constituit. Huic igitur curvae, quam
radii Luminis in Atmosphaera describunt,
determinanda sublimioris calculi presidio in-
cubere doctissimi Viri Bernoullius, Eulerus,
Taylorus, et alii. Quorum nos praeclearis expo-
nendis methodis supersedemus, ac Dissertatio-
ni nostrae modum ponimus, ne longius, quam
instituti ratio postulat, divagemur.

Recitavit in suo Repetitionis Actu
Franciscus Xaverius da Vega

Jose Mont. da Rocha

