ſervados ; e reflectindo nas circunſtancias , que podem alterar os reſultados das meſmas experiencias , parece que naõ podia eſperar-ſe maior conformidade. Aſſim concluiremos, que havendo reſpeito á contracçaõ da veia , póde a theorica applicar-ſe com exactidaõ ſufficiente aos uſos da pratica.

CAPITULO III.

Do movimento das aguas nas fontes de repuxo.

346 AS aguas , que devem fornecer a deſpeza de huma fonte de repuxo , ajuntaõ-ſe em huma arca , ou reſerva *ADCB* (Fig. 104.) , donde ſaõ conduzidas ao ponto *O* por hum cano *GEO* , que ſe chama *tubo conductor* , ou ſimpleſmente *conductor*.

347 Qualquer que ſeja a direcçaõ de hum repuxo , a quantidade de agua que deſpende he ſempre a meſma , com tanto que o orificio *O* , e a altura *FO* da reſerva ſejaõ as meſmas ; e eſta quantidade ſe calculará pelos methodos que propuzemos no Capitulo I. Agora examinaremos os meios de procurar , que os repuxos de agua tenhaõ toda a altura , ou amplitude que he poſſivel.

Dos repuxos verticais.

348 COmo a agua ao ſahir de hum orificio muito pequeno tem huma velocidade capaz de a fazer ſubir á altura do livel da arca *AB* (Fig. 104.) ; he evidente que o repuxo *OF* devia elevar-ſe á meſma altura , ſe naõ houveſſe muitas cauſas que lhe ſervem de obſtaculo , como a fricçaõ contra o circuito do orificio , e a reſiſtencia do ar. O effeito da fricçaõ he pequeno , mas o da reſiſtencia do ar he muito conſideravel , principalmente nas grandes alturas.

349 A eſtas duas cauſas ſe ajunta o embaraço , que ſe fazem reciprocamente as particulas da agua. Porque ſendo cheio dellas o eſpaço comprehendido entre o orificio , e

o ponto onde acaba a ſua velocidade primitiva, eſtá claro que as moleculas que vaõ ſahindo empregaõ parte da ſua força na percuſſaõ das que encontraõ no caminho; donde reſulta alargar-ſe a columna á medida que ſe aparta do orificio, e perder huma parte da ſua velocidade. Além diſſo, quando o repuxo he bem vertical, as particulas que tem ſubido ao alto tornaõ a cahir pelo meſmo caminho em virtude da gravidade, embaraçaõ, e enfraquecem a velocidade das particulas aſcendentes; e por iſſo ſe obſerva, que inclinando hum pouco a direcçaõ do repuxo, ſobe eſte hum pouco mais alto.

350 Os repuxos mais groſſos ſobem mais alto que os delicados, porque ſendo as velocidades primitivas iguais os primeiros tem huma maſſa maior, e conſeguintemente mais força para vencer os obſtaculos contrarios. Quando as alturas ſaõ pequenas eſta differença he inſenſivel. Mas ſem embargo da maior altura, as quantidades de fluido que lançaõ naõ ſaõ maiores á proporçaõ, porque eſſas dependem das velocidades ao ſahir dos orificios, as quais ſaõ iguais preſcindindo do effeito da fricçaõ.

351 Para comparar as alturas dos repuxos com as do livel da reſerva, ao vaſo parallelepipedo rectangular, e vertical *AC* (Fig. 105.) de 12 pés de altura, cuja baſe era hum quadrado de 3 pés por cada lado, applicámos o tubo horizontal *OE* de folha de flandes tapado em *E*, de 6 pés de comprido, e de 3 pollegadas, e 8 linhas de diametro, no qual eſtavaõ abertos differentes orificios pela parte ſuperior *OF*. E conſervando o vaſo conſtantemente cheio na altura de 11 pés acima da parede ſuperior *OF*, achámos

I. Que o repuxo vertical pelo orificio *F* de 2 linhas de diametro ſe levantava á altura de 10 pés, e 10 linhas; e inclinando hum pouco a direcçaõ, a 10 pés 4 pollegadas, e 6 linhas.

II. Que pelo orificio *G* de 4 linhas de diametro ſubia a 10 pés, 5 pollegadas, e 10 linhas; e inclinando hum pouco a direcçaõ a 10 pés, 7 pollegadas, e 6 linhas.

III. Que pelo orificio *H* de 8 linhas de diametro ſubia a 10 pés, 6 pollegadas, e 6 linhas; e inclinando hum pouco a direcçaõ, a 10 pés, e quaſi 8 pollegadas.

IV. Que

IV. Que pelo tubo conico KM de 5 pollegadas e 10 linhas de altura, que tinha o diametro da base inferior de 9 linhas, e o da superior de 4, se levantava a agua a 9 pés, 6 pollegadas, e 4 linhas.

V. E que pelo tubo cylindrico IN de 5 pollegadas e 10 linhas de altura, e de 4 linhas de diametro, se elevava a agua á altura de 7 pés, 1 pollegada, e 6 linhas; formando a agua columnas muito bellas em todas estas experiencias, principalmente nas duas ultimas.

352 Ao mesmo vaso AC (Fig. 106.) fizemos applicar outro tubo horizontal OE do mesmo comprimento que o primeiro, e que tinha de diametro de 9 até 10 linhas. E conservando sempre o vaso cheio na altura de 11 pés acima da linha OF, achámos

VI. Que o repuxo vertical pelo orificio F de 2 linhas de diametro se levantava a 9 pés, e 11 pollegadas.

VII. Que pelo orificio G de 4 linhas de diametro subia a 9 pés, 7 pollegadas, e 10 linhas, desfigurando-se muito a columna, e espalhando-se na parte superior.

VIII. E que pelo orificio H de 8 linhas de diametro naõ subia mais que a 7 pés, e 10 pollegadas, sendo a columna extremamente espalhada, como formada de repuxos distinctos que succediaõ huns aos outros.

353 Pelas tres primeiras experiencias se vê, que quando o tubo conductor fornece a agua com abundancia, os repuxos grossos se elevaõ mais que os delgados; mas, sendo o tubo conductor muito estreito, pelas tres ultimas se mostra que os primeiros naõ sobem taõ alto como os segundos. He pois necessario, que o diametro do conductor tenha certa rasaõ com o do orificio, para que a agua se levante a toda a altura que lhe he possivel. Mais abaixo determinaremos esta grandeza.

354 Muitas vezes se fazem os bocais dos repuxos guarnecidos de tubos addicionais conicos, ou cylindricos. Este uso he muito vicioso, porque dessa fórma (Exp. IV e V) naõ se eleva a agua a tanta altura. Os melhores orificios saõ os que se abrem na chapa horizontal que tapa a extremidade do conductor, a qual deve ser delgada, de espessura uniforme, bem polida, e furada perpendicularmente.

355 Da comparaçaõ das experiencias precedentes, assim como das que fez M. Mariotte sobre a mesma mate-

M ria,

ria, resulta que *as differenças entre as alturas dos repuxos verticais, e as alturas das reservas saõ entre si sensivelmente na rasaõ duplicada das alturas dos repuxos.*

Sendo pois a altura de hum repuxo dado $= a$, e a da sua reserva $= b$, a altura de outro repuxo $= r$, e a da sua reserva $= z$, teremos $b - a : z - r :: a^2 : r^2$; donde se tira $r = \frac{-a^2 + a\sqrt{[a^2 + 4z(b-a)]}}{2(b-a)}$, ou $z = r + \frac{r^2(b-a)}{a^2}$. Assim, sendo dada a altura da reserva, se conhecerá a do repuxo; e reciprocamente.

356 Tambem se vê pelas primeiras experiencias, que póde ganhar-se alguma cousa na altura dos repuxos, quando se desviaõ hum pouco da direcçaõ vertical; mas entaõ naõ produzem hum effeito taõ agradavel á vista.

357 Algumas vezes a agua, que sahe pelo orificio, salta a muito maior altura do que permitte a altura da reserva. Este phenomeno, sempre momentaneo, he produzido pelo ar que traz a agua comsigo pelo conductor. Eisaqui de que modo.

Supponhamos, que estando o orificio O tapado (Fig. 104.) o ar se tem ajuntado no pequeno espaço $mnub$, extremidade do conductor. Entaõ destapando o orificio, este ar sahe para fóra, e a agua cahe no espaço que elle deixa vazio, e adquire no conductor huma velocidade, que ao sahir pelo orificio se aumenta na rasaõ da area do orificio para a area da secçaõ perpendicular ao conductor. Porque sendo Ee o espaço, que a agua corre no conductor em hum instante, está claro que no mesmo tempo deve sahir por O hum volume igual ao pequeno cylindro $eEHb$; e conseguintemente será a velocidade em O para a velocidade em eb, como a secçaõ eb para o orificio O. Assim póde ser muito consideravel a velocidade nos primeiros instantes, a qual bem depressa se reduz pela resistencia dos obstaculos ao estado natural, como effeito de huma causa accidental, e momentanea. Alguns autores attribuem erroneamente este phenomeno á elasticidade do ar, que vem atraz da agua que sahe pelo orificio, porque esse ar move-se com a agua contigua,

gua, como ſe moveria a porçaõ da agua, cujo lugar occupa.

358 Ja havemos advertido que o conductor deve ſer de certo diametro, para que o repuxo tenha a maior elevaçaõ que lhe he poſſivel (n. 353.). Examinemos agora o menor diametro que ſe lhe pode dar relativamente ao do orificio, ſem prejudicar á altura do repuxo.

Seja a altura da reſerva $= b$, o diametro do conductor $= D$, o do orificio $= d$, a velocidade do fluido no conductor $= u$; e conſiderando que a velocidade permanente ao ſahir do orificio póde repreſentar-ſe por $\sqrt{b}$, teremos $\sqrt{b} : u :: DD : dd$, e por conſeguinte $u = \frac{dd}{DD} \sqrt{b}$. Pela meſma raſaõ em outro qualquer caſo, deſignando as quantidades analogas a D, d, u, b pelas meſmas letras accentuadas, teremos $u' = \frac{d'd'}{D'D'} \sqrt{b'}$.

Iſto poſto, querendo que os dous repuxos ſejaõ fornecidos de agua da meſma maneira, faremos $u = u'$, ou $\frac{dd}{DD} \sqrt{b} = \frac{d'd'}{D'D'} \sqrt{b'}$. Donde ſe tira $DD : D'D' :: dd\sqrt{b} : d'd'\sqrt{b'}$, ou $D : D' :: d\sqrt[4]{b} : d'\sqrt[4]{b'}$, iſto he, *os diametros dos conductores deveráõ ſer entre ſi na raſaõ composta da raſaõ dos diametros dos orificios e da ſubquadruplicada das alturas das reſervas.*

Conhecendo pois por huma experiencia immediata o menor diametro, que póde ter hum conductor para ſupprir ao producto de hum orificio dado, debaixo de huma altura dada, ſem prejuizo da altura do repuxo, facilmente calcularemos o diametro competente para outros caſos.

359 Em conſequencia diſto, tomámos hum tubo de folha de flandes (Fig. 107.) de huma pollegada de diametro, guarnecido de hum grande funil ABC para receber a agua, que devia fornecer a deſpeza dos differentes orificios applicados ſucceſſivamente á extremidade O. E conſervando a altura da reſerva FO conſtantemente de 3 pés, 2 pollegadas, e 11 linhas, obſervámos as alturas dos repuxos deſta maneira

Diametros dos orificios	Alturas dos repuxos
1 *linh.*	3 *pés* 1 *poll.* 6 *linh.*
2	3 1 8
3	3 2 0
4	3 1 7
5	3 1 5
6	3 0 4

360 Donde se vê, que hum orificio muito pequeno faz perder alguma cousa na altura do repuxo, pela rasaõ que acima dissemos (n. 350.). Mas a grandeza do orificio tem seus limites; e por estas experiencias podemos estabelecer, que para hum conductor de huma pollegada de diametro, e para huma altura de reserva de 3 pés, 2 pollegadas e 11 linhas, o orificio mais ventajoso deve ter o diametro de $3\frac{3}{4}$ linhas proximamente.

Supposta esta determinaçaõ, se buscarmos qual deve ser o diametro do conductor, para huma reserva de 52 pés de altura, e hum orificio de 6 linhas de diametro, pela regra acima estabelecida (n. 358.), acharemos que o conductor deve ter de diametro 38 linhas, que differe muito pouco de 36 linhas, que M. Mariotte determinou pela experiencia. Para facilitar os calculos, supporemos que para a altura de 16 pés, e hum orificio de 6 linhas, he necessario que o diametro do conductor seja de 28 linhas e meia. Aqui naõ fazemos mençaõ da contracçaõ da veia, porque entra do mesmo modo nas rasões que consideramos.

361 Se hum cano houver de servir de conductor a differentes repuxos, he necessario buscar a area de hum orificio igual á soma das areas de todos os orificios propostos, e determinar o diametro do conductor, como se houvesse de fornecer a agua ao orificio achado. Os conductores naõ devem ser mais estreitos do que permitte a regra, que havemos apontado; mas naõ se perde nada na pratica em se lhes dar mais largura, antes assim he necessario, para compensar o que elles se estreitaõ com

o

o tempo, criando limo pelas paredes interiores, e enchendo-ſe de alguns outros obſtaculos. Deve procurar-ſe, que os conductores naõ façaõ angulos, nem cotovelos muito violentos, porque deſtroem grande parte da velocidade; mas ſendo, como he quaſi ſempre, neceſſario encurvallos, a curvatura ſe diſtribuirá docemente por todo o ſeu comprimento, ou ao menos por hum grande eſpaço delle.

362 Para facilitar mais a applicaçaõ pratica dos principios, que havemos eſtabelecido, ajuntaremos aqui huma Taboa, na qual ſe contém para differentes alturas de repuxos por hum orificio de 6 linhas de diametro, as alturas competentes da reſerva, as quantidades que deſpendem em hum minuto, contadas em libras das quais 72 fazem hum pé cubico, e os diametros que ſe haõ de dar aos conductores, a fim de que os repuxos tenhaõ a maior elevaçaõ poſſivel. As alturas das reſervas ſaõ as meſmas, que ſe achaõ na obra de M. Mariotte. Os productos foraõ calculados pelo methodo no nº. 302. E os diametros dos conductores foraõ calculados pela regra do nº. 358, ſuppondo que para hum orificio de 6 linhas de diametro, debaixo de 16 pés de altura, deve o conductor ter 28 linhas e meia de diametro. Faltava huma colunna, para determinar a groſſura que devem ter as paredes dos conductores para reſiſtirem á preſſaõ, que em cada hum dos caſos ſe exercita contra ellas. Mas eſta determinaçaõ depende dos principios, que havemos de expor no Capitulo ſeguinte.

Altu-

Alturas dos Repuxos	Alturas das Reservas		Productos effectivos por hum orificio de 6 linhas de diametro	Diametros dos conductores
Pés	*Pés*	*Polleg.*	*Libras*	*Linhas*
5	5	1	64	21
10	10	4	90	26
15	15	9	112	28
20	21	4	130	31
25	27	1	146	33
30	33	0	162	34
35	39	1	176	36
40	45	4	190	37
45	51	9	202	38
50	58	4	216	39
55	65	1	228	40
60	72	0	240	41
65	79	1	250	42
70	86	4	262	43
75	93	9	272	44
80	101	4	284	45
85	109	1	294	46
90	117	0	304	47
95	125	1	316	48
100	133	4	326	49

363 Ainda que a applicaçaõ dos resultados desta Taboa, e das regras precedentes, naõ tem difficuldade, mostralla-hemos com tudo em dous exemplos.

Exemplo I. *Pertende-se fazer hum repuxo vertical de 44 pés de altura por hum orificio de huma pollegada de diametro; pergunta-se a altura da reserva, a quantidade de agua, e o diametro do conductor.*

1º Por quanto hum repuxo de 45 pés requer a altura da reserva de 51 pés e 9 pollegadas, na formula do nº. 355 teremos $a = 45$, $b = 51$ pés 9 poll., $r = 44$ pés, e acharemos a altura procurada $z = 50$ pés, e 7 pollegadas.

2º Fazendo a porporçaõ $\sqrt{}$ (51 pés 9 poll.) : $\sqrt{}$ (50 pés 7 poll.) : : 202 libras ? o quarto termo 200 libras ferá a quantidade de agua, que lançaria o orificio de 6 linhas de diametro debaixo da altura de 50 pés e 7 pollegadas. E multiplicando esta quantidade por 4, por ser o orificio proposto de huma pollegada, teremos 800 libras pelo producto que buscamos.

3º E praticando esta porporçaõ 6 $\sqrt[4]{}$ (51 pés 9 poll.): 12 $\sqrt[4]{}$ (50 pés 7 poll.) : : 38 linhas ? o quarto termo 6 pollegadas e 3 linhas será o diametro do conductor (n. 358.).

Exempplo II. *Hum tanque de 4 pés de profundidade, que naõ póde encher-se senaõ por intervallos, e que contém 20 toesas cubicas de agua, está elevado 38 pés acima de hum jardim, no qual se quer formar hum repuxo por meio da agua que o tanque póde fornecer; pede-se a determinaçaõ das circunstancias relativas ao estabelecimento deste repuxo?*

Primeiramente buscaremos o tempo, que o tanque deve gastar em se esgotar por hum orificio dado. Para isso podia servir o Problema acima resolvido (n. 317.). Mas na pratica podemos, sem erro sensivel, suppôr o tanque constantemente cheio na ametade da sua altura, e procurar o tempo que gastará em despejar por hum orificio dado 20 toesas cubicas de agua (n. 304.). Assim, suppondo que do orificio do repuxo até o meio da altura do tanque saõ 36 pés, e que o orificio he de huma pollegada, acharemos que o tempo procurado he de $613'$ ou de $10^h\ 13'$. Se quizessemos que o repuxo durasse quatro vezes mais tempo, seria necessario tomar hum orificio quatro vezes menor, isto he, de meia pollegada de diametro &c. Estabelecida a grandeza do orificio, conforme o tempo que o repuxo deve durar, o resto da soluçaõ se acaba como no exemplo precedente.

Dos

Dos repuxos obliquos.

364 SEja *GEO* (Fig. 108.) o conductor de hum repuxo, que lança a agua por qualquer direcçaõ OK inclinada ao horizonte. Eſtá claro, que as particulas do fluido ſeguiriaõ conſtantemente eſta direcçaõ primitiva, ſe a gravidade as naõ deſviaſſe della a cada inſtante, e naõ as obrigaſſe a deſcrever huma curva *OSH*, cuja natureza queremos ſaber.

9!— 365 Como a velocidade de qualquer gota ao ſahir do orificio *O* he devida á altura da reſerva *FO*, com ella continuada uniformemente andaria o eſpaço OK duplo de *FO* no meſmo tempo, que gaſtaria hum grave em cahir da altura *FO* (n.231.). Tirando dos pontos O, K as horizontais *OH*, K*I*, imaginemos o eſpaço OK dividido em huma infinidade de elementos iguais *Oa*, *ab*, *bc* &c, e abaixemos as verticais *ad*, *bf*, *cg* &c, que determinaõ os elementos correſpondentes da curva *Od*, *df*, *fg* &c. Sobre *Od*, *df*, *fg* &c conſtruamos os parallelogrammos *Oadb*, *dlfm*, *fngp* &c, que tenhaõ hum dos lados vertical, e o outro parallelo a OK: e produzamos as rectas *fm*, *gp* &c até encontrarem a vertical *ON*. Aſſim podemos conſiderar o movimento da gota propoſta a cada inſtante pelos lados da curva *Od*, *df*, *fg* &c, como compoſto de outros dous, hum vertical produzido pela gravidade, e outro parallelo a *OK* que provêm da impulſaõ inicial. Eſtes movimentos para o primeiro lado ſaõ *Ob* e *Oa*: *dm* ou *bi*, e *dl* ou *ab* para o ſegundo &c; e diſcorrendo ſempre do meſmo modo até que a ſoma dos elementos *Oa*, *ab*, *bc* &c componha a recta finita *OL*, e a ſoma dos elementos *Ob*, *bi*, *ik* &c componha a vertical correſpondente *ON* ou *LM*, veremos que a gota deſcreve a curva *OSH* com eſta lei, que no tempo em que deſcreveria uniformemente qualquer eſpaço O L com a velocidade de projecçaõ, andaria em virtude da gravidade o eſpaço correſpondente *ON*, ou *LM*.

Deſignando pois por *a* a altura donde hum grave cahe em huma unidade de tempo, ſerá o tempo empregado em cahir da altura *LM* repreſentado por $\frac{\sqrt{LM}}{\sqrt{a}}$, e da altura

tura FO por $\frac{\sqrt{FO}}{\sqrt{a}}$; e por conseguinte o tempo, que gastaria huma gota em correr uniformemente OK com a velocidade de projecçaõ, será tambem $\frac{\sqrt{FO}}{\sqrt{a}}$. Donde acharemos o tempo empregado em correr OL com a mesma velocidade, fazendo esta proporçaõ, OK ou $2FO : OL ::$ $\frac{\sqrt{FO}}{\sqrt{a}} : \frac{OL.\sqrt{FO}}{2FO.\sqrt{a}} = \frac{OL}{\sqrt{a}.2\sqrt{FO}}$. Logo $\frac{\sqrt{LM}}{\sqrt{a}} = \frac{OL}{\sqrt{a}.2\sqrt{FO}}$, ou $4FO.LM = OL^2$; equaçaõ, que caracteriza a curva procurada OSH.

366 Mas para conhecer mais particularmente esta curva, observaremos que os triangulos semelhantes OIK, OQL daõ $OL = \frac{OQ.KO}{KI} = \frac{OQ.2FO}{KI}$, $LQ = \frac{OQ.OI}{KI}$, $LM =$ $LQ - MQ = \frac{OQ.OI}{KI} - MQ$. E substituindo os valores de OL, LM na equaçaõ precedente, acharemos $OQ^2.FO$ $= OQ.OI.KI - MQ.KI^2$. Porém $MQ = 0$ quando OQ $= 0$, e quando $OQ = \frac{OI.KI}{FO}$. Logo tomando $OT =$ $\frac{OI.KI}{2FO} = \frac{OH}{2}$, e elevando a vertical TS, será $ST = \frac{OI^2}{4FO}$. Conduzindo tambem MP perpendicular a ST, será $OQ =$ $OT - MP = \frac{OI.KI}{2FO} - MP$, $MQ = ST - SP = \frac{OI^2}{4FO} - SP$. Logo substituindo os valores achados de OQ e MQ na equaçaõ $OQ^2.FO = OQ.OI.KI - MQ.KI^2$, feitas todas as reducçoens, acharemos $MP^2 = \frac{KI^2}{FO}.SP$. Donde se vê, que a curva OSH he huma parabola, que tem o vertice em S, o eixo ST, e o parametro $= \frac{KI^2}{FO}$.

Seja $FO = b$, o seno do angulo $KOI = m$, o seu coseno $= n$; e teremos $KI = m.KO = 2bm$, $OI = n.KO$ $= 2bn$. Logo $ST = \frac{OI^2}{4FO} = bn^2$, $OT = \frac{OI.KI}{2FO} =$ $2bmn$,

91

$2bmn$, e o parametro da parabola $\frac{KI^2}{FO} = 4bm^2$;

367 Daqui se segue esta construcçaõ. Sobre a altura da reserva OF, como diametro (Fig. 109.) descreva-se o semicirculo OLF, que encontre em L a direcçaõ inicial do repuxo; e conduzindo a ordenada LN produza-se até S de maneira que seja $LS = LN$. Do ponto S abaixe-se a vertical ST, que encontre em T a horizontal OH. Sobre as coordenadas rectangulas ST, OT descreva-se a parabola OSH, que tenha o vertice em S; e esta será a curva que fórma o repuxo. Porque tirando a corda FL, e conservando as denominaçoens estabelecidas, teremos $OT = 2\,LN =$ $\frac{2FL\,.\,OL}{FO} = \frac{2m\,.\,FO\,.\,n\,.\,FO}{FO} = 2bmn$, $ST = NO = NL$; $\frac{n}{m} = bn^2$, e o parametro $\frac{OT^2}{ST} = 4bm^2$.

368 Logo, se tomarmos $Fn = ON$, e conseguintemente $ln = LN$, e se descrevermos a parabola OsH do mesmo modo que a outra OSH, ambas teraõ os seus vertices na mesma vertical TSs, e se encontraráõ em H. O mesmo succede em todos os outros pares de parabolas, que se podem construir da mesma maneira.

369 Se o terreno naõ fosse horizontal, mas fizesse com a horizontal OH hum ángulo dado KOH (Fig. 109.); sem difficuldade se acharia o ponto K, onde a parabola encontra o mesmo terreno. Porque abaixando a vertical KY, e conduzindo a ordenada KZ ao eixo ST, supponhamos as quantidades conhecidas $OT = a$, $ST = b$, $TX = c$, e o parametro da parabola $OSH = p$, a incognita KY ou $ZT = x$; e os triangulos semelhantes XTO, XZK daraõ $ZK = \frac{OT\,.\,ZX}{XT} = \frac{a(x-c)}{c}$. Logo, por ser $SZ = b-x$, e pela propriedade da parabola, teremos $\frac{a^2(x-c)^2}{c^2} =$ $p(b-x)$; donde se tira

$$x = c - \frac{pc^2}{2a^2} \pm \sqrt{\left[\frac{pbc^2}{a^2} - c^2 + \left(c - \frac{pc^2}{2a^2}\right)^2\right]};$$

equaçaõ, que facilmente se póde construir por meio do circulo.

370 Quan-

370 Quando o orificio he vertical (Fig. 110.), a parabola OM tem o parametro quadruplo da altura da reserva BO, e a ordenada $PM = 2\sqrt{(OP . OB)}$.

371 Por estas formulas se vê, que se hum conductor contiver agua, da qual se naõ saiba a altura acima do orificio, esta poderá determinar-se pela amplitude da parabola que descreve o repuxo. Por exemplo, se na Fig. 110 naõ conhecessemos OB, a equaçaõ $PM = 2\sqrt{(OP . OB)}$ nos daria $OB = \frac{PM^2}{4OP}$. De hum modo analogo se procederá na hypothese geral do n.º 367.

372 Seja $ADCB$ hum vaso prismatico vertical (Fig. 110.), que lança agua por hum orificio lateral O. Tomando $OH = OB$, e conduzindo a ordenada HQ da parabola OQM, a recta BQ será a tangente della em Q. E porque $HQ^2 = 4OB . OH$, será $HQ = HB$, e conseguintemente o angulo HBQ de 45°. Donde se vê, que se em todos os pontos da altura BC se abrirem orificios, todos os differentes repuxos por elles produzidos teraõ por tangente a recta que fórma com BC hum angulo de 45°.

373 Os repuxos obliquos naõ chegaõ taõ longe na pratica, como se acha pela theorica; porque saõ retardados pelas mesmas causas, que ponderámos a respeito dos verticais. Eisaqui duas experiencias, que fizemos sobre a amplitude delles.

I Sendo o orificio O de 6 linhas de diametro, e a altura OB de 9 pés, a huma abscissa vertical OP de 4 pés, 3 pollegadas, e 7 linhas correspondia huma ordenada horizontal PM de 11 pés, 3 pollegadas, e 3 linhas.

II E quando a altura OB era de 4 pés, a huma abscissa OP de 4 pés, 3 pollegadas, e 7 linhas correspondia a ordenada PM de 8 pés, 2 pollegadas, e 8 linhas.

374 Daqui se vê, que as amplitudes effectivas saõ hum pouco menores que as theoricas; mas as primeiras saõ entre si sensivelmente na rasaõ subduplicada das alturas da reserva, como as ultimas o saõ exactamente. Assim, conhecendo bem por huma experiencia immediata a amplitude effectiva, que corresponde a huma altura dada, por huma simples proporçaõ se achará a amplitude, que ha de ser produzida por qualquer outra altura, ou reciprocamente; bem entendido, que as alturas das reservas se suppoem medio-

mediocres. Quando eſtas forem muito conſideraveis, naõ ſe póde ſuppor que as curvas dos repuxos ſejaõ parabolas, nem taõ pouco que as amplitudes ſejaõ na raſaõ ſubduplicada das alturas das reſervas. Neſſe caſo as verdadeiras curvas ſaõ como indeterminaveis pela theorica; e ſeria neceſſario grande numero de experiencias, para chegar a conhecellas por approximaçaõ.

375 As dimenſoens dos conductores, que fornecem a agua para os repuxos obliquos, determinaõ-ſe do meſmo modo que nos verticais, como he por ſi meſmo evidente; porque debaixo de alturas iguais, e por orificios iguais, o producto delles he ſempre o meſmo, tanto nos repuxos obliquos como nos verticais.

376 Todos ſabem, que os regiſtos e fontes de repuxo contribuem muito para a decoraçaõ dos jardins, e dos edificios. A arte de os variar, e de os produzir em differentes figuras, que lizongeiem a viſta, eſtá muito adiantada. Tudo depende da altura das reſervas combinada com os orificios, guarnecidos de differentes bocais, configurados e ſituados da maneira conveniente ao fim que ſe propoem. Naõ he do noſſo aſſunto entrar por miudo neſte mechaniſmo, que mais pertence ao goſto da Architectura, do que á Hydraulica. Quem puder ver o parque de Verſalhes, os jardins de S. Cloud, de Chantilly &c, aprenderá couſas neſta parte, das quais naõ he poſſivel dar-ſe idêa clara em hum livro. Póde com tudo conſultar-ſe o que diz Belidor a eſſe reſpeito (*Archit. Hydraul. tom. 2. pag. 389. e ſeg.*).

CA-

CAPITULO IV.

Do movimento das aguas pelos tubos conductores.

NO Capitulo I dissemos, como se ha de calcular a quantidade de licor, que produzem os tubos addicionais de pouco comprimento. Mas esse methodo naõ póde servir para os conductores, pelos quais se levaõ as aguas a lugares distantes; porque a fricçaõ repetida e accumulada por todo o seu comprimento produz hum effeito muito consideravel. Agora examinaremos particularmente esta materia, tomando a experiencia por guia; e primeiramente trataremos da quantidade de fluido que elles produzem em differentes circunstancias, e depois da pressaõ que o fluido exercita contra as paredes interiores delles.

Experiencias sobre a quantidade de agua que produzem os tubos conductores.

377 OS conductores saõ ordinariamente curvilineos, e inclinados ao horizonte. Mas primeiramente consideralloshemos rectilineos, porque o exame deste caso, que he o mais simples de todos, dará maior clareza a esta materia em geral, como depois se verá.

Havendo pois applicado á caixa de huma reserva dous tubos de folha de flandes bem calibrados, dos quais hum tinha 16 linhas, e o outro 2 pollegadas de diametro, procurámos que a agua fosse bem coada antes de entrar na reserva, para que alguns corpusculos estranhos naõ alterassem o movimento della dentro dos conductores. Além disso de espaço em espaço abrimos nos mesmos conductores alguns buracos pequenos, para facilitar a sahida do ar interior, os quais depois se tapavaõ com cera. Assim, observando cada hum dos conductores por si, depois que o fluxo tinha adquirido toda a sua plenitude, e dando a cada hum delles differentes comprimentos de 30 até 180 pés, achámos os resultados seguintes.

Altu-

Altura constante da agua acima do eixo dos conductores.	Comprimento dos conductores.	Producto do conductor de 16 linhas de diametro.	Producto do conductor de 2 pollegadas de diametro.
Pés	*Pés*	*Pollegadas cubicas*	*Pollegadas cubicas*
1	30	2778	7680
1	60	1957	5564
1	90	1587	4534
1	120	1351	3944
1	150	1178	3486
1	180	1052	3119
2	30	4066	11219
2	60	2888	8190
2	90	2352	6812
2	120	2011	5885
2	150	1762	5232
2	180	1583	4710

378 Se buſcarmos os productos, que dariaõ dous pequenos tubos addicionais do meſmo calibre que os conductores precedentes, acharemos que debaixo de hum pé de altura o tubo de 16 linhas de diametro daria 6330, e o de 2 pollegadas 14243 pollegadas cubicas de agua; e que debaixo de 2 pés de altura o primeiro tubo daria 8939, e o ſegundo 20112 pollegadas cubicas de agua. Comparando eſtes reſultados com os da Taboa precedente, conheceremos de hum modo approximado a raſaõ em que diminue o producto dos conductores á medida que creſce o ſeu comprimento.

379 Aſſim veremos, que o producto de hum tubo de comprimento conſideravel he muito menor do que devia ſer, ſe a agua naõ encontraſſe reſiſtencia no attrito contra as paredes delle, mas conſervaſſe ſem alteraçaõ alguma a ſua velocidade inicial. Eſta reſiſtencia varía conforme o comprimento dos tubos, a materia de que ſaõ feitos, o modo com que ſaõ polidos, a ſua groſſura, e a altura das reſervas. Quando a altura da reſerva he a meſma, e os tubos da meſma groſſura, e materia, os produ-

productos diminuem á medida que elles saõ mais compridos. Alguns autores dizem, que a velocidade da agua diminue, conforme a ordem dos termos de huma progressaõ arithmetica, sendo o primeiro delles a velocidade inicial com que a agua entra por huma extremidade do conductor, e o ultimo a velocidade com que sahe pela outra. Assim havia de ser, se todos os fios da columna fluida padecessem huma fricçaõ immediata contra as paredes do tubo, porque em tempos iguais encontrariaõ obstaculos iguais, que lhes fariaõ perder gráos de velocidade tambem iguais. Mas somente os fios laterais encontraõ huma resistencia immediata, os quais a communicaõ cadavez menor aos outros até o centro da columna; e por isso os fios laterais, e centrais naõ saõ retardados todos pela mesma lei.

380 As experiencias precedentes podem servir para determinar de hum modo approximado a lei, pela qual diminuem os productos dos conductores em rasaõ do seu comprimento. Porque tomando a recta AG (Fig. 111.) para representar hum dos nossos tubos, e dividindo-a em seis partes iguais AB, BC, CD, DE, EF, FG, supponhamos que os productos em A, B, C &c saõ representados pelas ordenadas AH, BI, CK &c, e pelos pontos H, I, K &c façamos passar a curva $HIKLMNO$. Assim, sendo os productos ligados entre si pela *Lei de continuidade*, que tem lugar em toda a natureza, qualquer ordenada PQ tomada de huma ou outra parte do ponto G, representará o producto correspondente ao ponto P.

381 Tomando pois huma abscissa qualquer $AP = x$, e a sua ordenada $PQ = y$, supponhamos que a natureza da curva se exprime pela equaçaõ $y = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4 + fx^5 + gx^6$, que coincide sensivelmente com a verdadeira curva, quando os intervallos AB, BC saõ pequenos. Os coefficientes a, b, c &c se determinaráõ, observando que $x = 0$ dá $y = AH$, $x = AB$ dá $y = BI$ &c.

Por exemplo: Sendo AH, BI &c os productos que dá o conductor de 16 linhas de diametro debaixo de hum pé de altura, e tomando $AB = BC$ &c $= 1$, isto he, tomando 30 pés por unidade de medida das abscissas, teremos estas sete equações do primeiro gráo.

$$a = 6330$$
$$a + b + c + d + e + f + g = 2778$$
$$a + 2b + 4c + 8d + 16e + 32f + 64g = 1957$$
$$a + 3b + 9c + 27d + 81e + 243f + 729g = 1587$$
$$a + 4b + 16c + 64d + 256e + 1024f + 4096g = 1351$$
$$a + 5b + 25c + 125d + 625e + 3125f + 15625g = 1178$$
$$a + 6b + 36c + 216d + 1296e + 7776f + 46656g = 1052,$$

pelas quais ſe determinaráõ as quantidades a, b, c, d, e, f, g; e ſubſtituindo os ſeus valores na equaçaõ $y = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4 + fx^5 + gx^6$, por ella conheceremos o producto y, que correſponde a qualquer comprimento do tubo x.

382 Igualmente ſe póde achar x em y, ou pelo methodo inverſo das ſeries, ou conſtruindo huma curva, que tenha os y por abſciſſas, e os x por ordenadas. Mas eſtes calculos, ainda que muito faceis, e muito approximados, naõ ſaõ applicaveis á pratica ordinaria, na qual ſe requerem operações prontas, fundadas em regras, que ſe conſervem facilmente na memoria; ventagem, que muitas vezes ſe procura, deſprezando a exactidaõ rigoroſa nos meſmos caſos, em que ella ſe póde haver. Entaõ naõ há outro meio, ſenaõ o de recorrer a algumas experiencias, que naõ eſtejaõ longe do caſo propoſto, como abaixo moſtraremos.

383 Sendo a altura da reſerva conſtante, e os conductores da meſma materia, e de comprimentos iguais o de menor diametro dá ſenſivelmente menos á proporçaõ que o maior; porque relativamente á ſuperficie do orificio, pelo qual ſahe a agua, ha mais fricçaõ no primeiro que no ſegundo.

384 Quanto he maior a altura da reſerva a reſpeito do meſmo conductor, tanto he menor a diminuiçaõ que á proporçaõ ſe experimenta no producto; porque ſendo a fricçaõ proporcional á velocidade, ou á raiz quadrada da altura da reſerva, quanto maior for a altura, tanto ſerá menor á proporçaõ o effeito da meſma fricçaõ.

385 He facil de conceber, que o comprimento de hum conductor póde ſer tal, que a agua naõ tenha a força neceſſaria para vencer a fricçaõ, ou que o effuxo naõ ſe faça ſenaõ em muito tempo, e gota a gota. Aſſim o experimentámos com os dous tubos referidos, a 180 pés da reſerva, debaixo da altura de 16 linhas. Donde conclui-

cluiremos, que para haver hum desaguamento sensivel, e continuo, he necessaria huma altura da reserva, ou huma declividade do conductor de 20 linhas por 180 pés, ou de $\frac{2}{3}$ de linha por toesa.

386 Quando os conductores saõ verticais, ou inclinados, a gravidade acceléra a velocidade do fluido que corre por elles. Da combinaçaõ desta força com a pressaõ da reserva, e com a fricçaõ resultaõ os effeitos, que agora examinaremos.

Seja *MR* (Fig. 112.) hum tubo cylindrico vertical, applicado ao fundo de huma reserva *AD* constantemente cheia até a altura *MK*. He evidente, que sendo a velocidade do fluido ao entrar por *MN* devida á altura *MK*, se cada particula fosse hum corpo insulado, e livre, sujeito unicamente á acçaõ da gravidade, em chegando a qualquer ponto *Q* da vertical *MQ*, teria huma velocidade devida á altura *KQ*. Mas ligando as particulas humas com as outras em virtude da sua viscosidade natural, em quanto formaõ huma colunna continua que enche a capacidade do tubo, devem necessariamente mover-se ao longo do espaço *MQ* com a mesma velocidade. Logo, sendo a velocidade produzida pela pressaõ em *MN* sempre a mesma, e recebendo cada particula tantas mais impressões da gravidade quanto mais se aparta de *MN*, he manifesto que as particulas inferiores devem accelerar as superiores por huma acçaõ consecutiva, para tomarem todas a mesma velocidade.

A maior parte dos Autores de Hydraulica pertendem que esta aceleraçaõ se faz de maneira, que a velocidade em qualquer ponto *Q* ou *O* he sempre como a raiz quadrada da altura correspondente *KQ* ou *KO*. Isto he sensivelmente verdadeiro, quando os tubos saõ pequenos, como acima dissemos (n. 294.), porém naõ quando saõ de consideravel comprimento, porque a adherencia reciproca das particulas, pela qual se communica a referida acceleraçaõ, tem seus limites, passados os quais se desunem as particulas, ou começa a colunna a estreitar-se até acabar em hum fio, ao qual he indifferente que o tubo seja ou naõ seja produzido para diante. Naõ he pois a asserçaõ exacta em geral; e muito menos, se attendermos ao effeito da fricçaõ, como logo veremos.

387 O que temos dito dos tubos verticais, igualmente ſe applica aos inclinados (Fig. 113.). A velocidade inicial em MN he a meſma, ſendo as alturas das reſervas iguais; e pela theorica dos planos inclinados, a velocidade produzida pela gravidade no eſpaço MR he igual á que produziria pela vertical OR. Aſſim, ſendo o tubo MI pequeno, ſerá o producto do orificio em I proporcional á raiz quadrada da altura correſpondente KI. Mas, ſendo o tubo muito comprido, as meſmas raſões que alteraõ eſta lei nos tubos verticais, fazem tambem que naõ tenha lugar nos inclinados.

388 Como ſeria difficil o fazer as experiencias com tubos verticais muito compridos, tomamos o partido de ſervirnos de hum tubo inclinado por huma direcçaõ bem rectilinea MR, o qual tinha 16 linhas de diametro, e 177 pés de comprimento, ſendo dividido em tres partes iguais MI, IG, GR cada huma de 59 pés, e formando a hypothenuſa de hum triangulo rectangulo, a qual era para a altura OR como 2124 para 241.

Aſſim, conſervando ſempre a agua da reſerva AD na altura conſtante de 10 pollegadas acima do centro do orificio ſuperior do tubo MN, achámos 1º que no ponto I com o comprimento de 59 pés dava 5808 pollegadas cubicas em hum minuto. 2º que em G na diſtancia de 118 pés dava 5801 pollegadas cubicas tambem por minuto. 3º que em R na diſtancia de 177 pés dava 5795 pollegadas cubicas no meſmo tempo.

389 Se foſſe hum tubo addicional de duas pollegadas de comprimento daria 5779 pollegadas cubicas em hum minuto (n. 301. 302.). Pelas experiencias precedentes ſe vê, que os productos ſaõ hum pouco maiores em cada ponto de diviſaõ; mas eſte exceſſo vai diminuindo á medida que o tubo he mais comprido; e he facil de ver, que os productos effectivos eſtaõ muito longe de ſerem na raſaõ ſubduplicada das alturas KI, HG, LR, iſto he, na raſaõ
[$\sqrt{1{,}889}$ e $\sqrt{2{,}778}$.
dos numeros 1, $\cancel{\sqrt{2}, \sqrt{3}}$.

390. Diminuindo hum pouco o angulo RMO, os productos em I, G, R, chegariaõ mais para o producto junto á origem MN. Daqui vem huma obſervaçaõ, que póde ſer util na pratica. Qualquer que ſeja o comprimento de hum tubo ſemelhante ao precedente, dará ſenſivelmen-

te na extremidade o mesmo producto que daria na origem, quando a declividade OR for a oitava ou nona parte do comprimento MR, ou quando o angulo RMO for proximamente de $6^{\circ}\ 31'$; porque entaõ a fricçaõ destroe a velocidade que provém da acçaõ da gravidade ao longo do tubo. Esta determinaçaõ talvez naõ terá lugar em todos os tubos, e em differentes alturas das reservas. Mas por aqui se póde fazer idea da inclinaçaõ, que convem dar aos tubos, quando por esse meio se quizer compensar a diminuiçaõ que resulta do attrito.

391 A este respeito observámos tambem, que tapando o orificio QR, pelos furos n, p, q destinados a facilitar a sahida do ar, se formavaõ repuxos que se elevavaõ até os pontos y, x, s conforme as leis explicadas no Capitulo precedente. Mas destapando o orificio QR, sem tapar os referidos furos, os repuxos cessavaõ, e o desaguamento por QR passados alguns segundos se fazia regular e permanente. Donde se vê, que a agua cessa entaõ de comprimir a parede superior do tubo, e que a velocidade instantanea produzida pela gravidade relativa da colunna $MNQR$ he igual, ao menos, á velocidade destruida a cada instante pela resistencia da fricçaõ.

392 Passemos á consideraçaõ dos conductores curvilineos; e comparando os productos delles com os dos tubos rectilineos, examinemos se a curvatura produz alguma diminuiçaõ na velocidade.

Para isso mandámos fazer de chumbo laminado de huma linha de grossura hum tubo ON (Fig. 114.) de 50 pés de comprimento, e de huma pollegada de diametro interior bem calibrado. Na extremidade O soldámos outro tubo M de duas pollegadas de diametro, que communicava com a caixa da reserva, e era guarnecido de hum registo R, furado interiormente de hum buraco de 18 linhas de diametro, por meio do qual se permittia, ou impedia o desaguamento; e no tubo ON se tinhaõ aberto alguns furos E, F, G destinados a deixar sahir o ar, que a agua traz sempre comsigo. Isto posto observámos

I. Que posto o tubo rectilineo ON horizontalmente, e conservada a agua da reserva na altura constante de 4 pollegadas acima do eixo TV, sahiaõ pela extremidade N 576 pollegadas cubicas de agua em hum minuto.

II. Que conservando o mesmo tubo na mesma posiçaõ;

e dando á agua da reserva a altura de hum pé acima do eixo *T V*, sahiaõ por *N* 1050 pollegadas cubicas no mesmo tempo.

III. Que encurvando o mesmo tubo, como se representa nas fig. 115 e 116, e sendo disposto o plano da curva *O Q S Z X Y N* horizontalmente (Fig. 115.), e conservando a agua da reserva na altura constante de 4 pollegadas acima da linha *T V*, sahiaõ por *N* 540 pollegadas cubicas em hum minuto.

IV. Que conservando o mesmo tubo na mesma posiçaõ, e dando á agua da reserva a altura constante de hum pé, sahiaõ por *N* 1030 pollegadas cubicas no mesmo tempo.

V. Que dispondo o plano do mesmo tubo verticalmente de maneira que a extremidade *N* ficasse na horizontal *T V*, e nenhum dos cotovelos se elevasse acima da mesma linha, conservando a reserva na altura de 4 pollegadas, e sendo tapados os furos *E*, *F*, *G* &c; o ar do conductor embaraçava o movimento da agua, e naõ começou a apparecer em *N*, senaõ depois que se abriraõ huns pequenos furos nos cotovelos superiores. E depois de bem estabelecido o desaguamento, sahiaõ por *N* 520 pollegadas cubicas de agua por minuto.

VI. Que conservando o mesmo tubo na mesma posiçaõ, e dando á agua da reserva a altura de hum pé, sahiaõ 1028 pollegadas cubicas no mesmo tempo.

393 Comparando a experiencia I com a III, e a II com a IV, vemos que as sinuosidades horizontais diminuem o producto que daria o mesmo tubo se fosse rectilineo. E porque a fricçaõ deve ser sensivelmente a mesma em ambos os casos, segue-se que a percussaõ da agua contra os angulos do tubo he a que faz diminuir a velocidade, e conseguintemente o producto. He verdade, que se a curvatura fosse perfeita, isto he, se o angulo comprehendido por dous lados consecutivos da curva differisse infinitamente pouco de 180°, o producto do conductor sinuoso deveria ser o mesmo que o do rectilineo.

Porque supponhamos, que qualquer corpo corre pelo tubo curvilineo horizontal *O Q S Z N* (Fig. 117.) em virtude de hum impulso primitivo recebido em *O*, e que em hum instante descreve o elemento da curva *Q q*. He manifesto, que no instante seguinte descreveria *q r* igual a Qq, e na mesma direcçaõ. Representando pois por qr a velocidade com que se moveria, se fosse livre, resolva-se em duas, huma qf perpendicular á curva, a qual será destruida, e a outra qb na direcçaõ do elemento consecutivo, a qual se conservará. Descrevendo do ponto q com o intervallo qb o pequeno arco bt, será tr a diminuiçaõ instantanea da velocidade do movel. Porém, sendo o angulo rqb infinitamente pequeno, he tb infinitamente pequeno em comparaçaõ de qt, e temos por outra parte $qt : tb :: tb : tr$. Logo tr he infinitamente pequeno da segunda ordem a respeito de qt, e com mais rasaõ a respeito de qr. Logo naõ perde o movel em qualquer ponto q, senaõ huma parte infinitamente pequena da segunda ordem da sua velocidade. Donde concluiremos, que no espaço finito $OQSZN$ naõ terá perdido, senaõ huma parte infinitamente pequena da primeira ordem da sua velocidade inicial finita, e assim deverá dar o mesmo producto como se fosse rectilineo.

Se pelas experiencias pois achamos differença sensivel entre estes productos, he porque a velocidade perdida em cada ponto q naõ he infinitamente pequena da segunda ordem, e conseguintemente porque os angulos rqb naõ saõ infinitamente pequenos. A pezar de toda a diligencia que se ponha em suavizar as voltas de hum tubo, naõ se póde chegar a huma curvatura rigorosa, e sempre haverá diminuiçaõ sensivel no producto, procedida da allisaõ do fluido contra os lados do polygono. Póde oppor-se, que encurvando o nosso tubo fizemos estreitar alguma cousa o seu diametro; mas esta alteraçaõ he muito pequena, para produzir toda a differença que achamos nos productos.

394 Comparando a experiencia I com a V, e a II com a VI, vemos tambem que as sinuosidades verticais fazem diminuir os productos. Isto provém igualmente da imperfeiçaõ da curvatura. Porque as colunnas OQ e SQ, SZ e XZ, XY e NY (Fig. 116.), fazem equilibrio entre si duas a duas (n. 35.). Donde se segue, que prescindindo de toda a resistencia, a agua se moveria pelo conductor curvilineo $OQSZXYN$, como se elle fosse rectilineo. Mas no primeiro caso a allisaõ da agua contra os cotovelos do tubo se ajunta á fricçaõ, e assim deve o producto ser menor do que no segundo.

395 Com-

395 Comparando em fim a experiencia III com a V; e a IV com a VI, achamos que as sinuosidades horizontais saõ menos nocivas ao movimento da agua do que as verticais. Esta differença se entenderá, considerando que nas verticais he o movimento da agua composto de hum horizontal primitivo recebido em O, e de outro vertical da gravidade, que he accelerado nas partes OQ, SZ, XY, e retardado nas partes SQ, XZ, NY; e que da combinaçaõ delles com a resistencia da fricçaõ, e das voltas do tubo, póde resultar hum movimento differente do que tem lugar nas sinuosidades horizontais, onde naõ ha mais que a impulsaõ primitiva combinada com a fricçaõ, e com a percussaõ contra os lados do tubo. A figura do mesmo tubo deve influir alguma cousa neste effeito.

396 Daqui responderemos a huma questaõ de pratica. *Havendo de conduzir-se agua de hum ponto para outro, separados por montes e valles, pergunta-se qual he melhor: se conduzillas por hum plano vertical na direcçaõ do terreno, ou rodear os montes, na supposiçaõ de ser igual o espaço corrido pela agua em ambos os casos?* Para hum tubo semelhante ao nosso, o segundo módo he mais ventajoso, quando a altura da reserva he pouco consideravel, como se vê pelas experiencias III e V; mas quando a altura da reserva naõ he menor que 1 pé, a ventagem desvanece quasi inteiramente, como se vê pelas experiencias IV e VI.

397 Nos conductores longos que tem subidas e descidas, póde o ar misturado com a agua accumular-se nas partes eminentes, e embaraçar em todo ou em parte o movimento da agua. Por exemplo: no tubo $OMNQK$ (Fig. 118.), cujo plano he vertical, correndo a agua de O para K, póde no fim de certo tempo encher-se de ar o espaço DEN, e impedir a passagem da agua. Para prevenir este inconveniente, he necessario soldar nas partes eminentes N, K &c huns canudos pequenos de chumbo, guarnecidos de registos, que se fechaõ depois que o ar tem sahido inteiramente, e o curso da agua está bem estabelecido.

398 M. Couplet (*Mem. de l' Acad.* 1732.) fez varias experiencias em grande sobre esta materia, examinando os canos que conduzem as aguas a differentes lugares em Paris. Como podem servir de muito na pratica, ajuntallas-hemos com as que havemos referido na Taboa seguinte.

DIAME-

Diametros, comprimentos, e qualidades dos conductores.	Alturas das reservas acima do orificio da sahida em pés e pollegadas.	Relação entre o producto effectivo, e o q̃ teria lugar naõ havendo resistencia.
Conductor de chumbo, rectilineo, horizontal, de 1 pollegada de diametro, e 50 pés de comprimento.	0 4	$\frac{1}{3,55}$
	1 0	$\frac{1}{3,18}$
O mesmo conductor, com muitas sinuosidades horizontais.	0 4	$\frac{1}{3,78}$
	1 0	$\frac{1}{3,43}$
O mesmo conductor, com as mesmas sinuosidades, mas postas verticalmente.	0 4	$\frac{1}{3,93}$
	1 0	$\frac{1}{3,44}$
Conductor de folha de flandes, rectilineo, horizontal, de 16 linhas de diametro, e 180 pés de comprimento.	1 0	$\frac{1}{6,01}$
	2 0	$\frac{1}{5,64}$
Conductor de folha de flandes, rectilineo, horizontal, de 2 pollegadas de diametro, e 180 pés de comprimento.	1 0	$\frac{1}{4,57}$
	2 0	$\frac{1}{4,27}$
Conductor da mesma materia, de 16 linhas de diametro, de 177 pés de comprimento, com a inclinaçaõ de $\frac{241}{2124}$ do seu comprimento.	20 11	$\frac{1}{5}$
O mesmo conductor, reduzido a 118 pés de comprimento.	13 $4\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$
O mesmo conductor, reduzido a 59 pés de comprimento.	6 $8\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2,82}$

Diametros, comprimentos, e qualidades dos conductores.	Alturas das reservas acima dos orificios da sahida em pés e pollegadas.	Relaçaõ entre o producto effectivo, e o q teria lugar, naõ havendo resistencia.
Conductor quasi inteiramente de ferro, de 4 pollegadas de diametro, e de 297 toesas de comprimento, com muitas sinuosidades horizontais, e verticais.	0 9	$\frac{1}{28,5}$
	1 9	$\frac{1}{26,53}$
	2 7	$\frac{1}{25,79}$
Conductor da mesma materia, de 6 pollegadas de diametro, e 285 toesas de comprimento, com muitas sinuosidades horizontais e verticais.	0 3	$\frac{1}{12,35}$
	0 $5\frac{1}{4}$	$\frac{1}{11,37}$
Conductor parte de barro, parte de chumbo, de 5 pollegadas de diametro, e 1170 toesas de comprimento, com muitas sinuosidades horizontais e verticais.	0 $5\frac{7}{12}$	$\frac{1}{23,10}$
	0 $11\frac{1}{3}$	$\frac{1}{20,98}$
	1 $4\frac{3}{4}$	$\frac{1}{19,49}$
	1 $9\frac{1}{12}$	$\frac{1}{18,78}$
	2 1	$\frac{1}{18,46}$
Conductor de ferro de 1 pé de diametro, e 600 toesas de comprimento, com sinuosidades horizontais e verticais.	12 $1\frac{1}{4}$	$\frac{1}{10,08}$
Conductor de ferro de 18 pollegadas de diametro, e 600 toesas de comprimento, com muitas sinuosidades horizontais e verticais.	12 $1\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6,05}$
Conductor de ferro de 18 pollegadas de diametro, e 790 toesas de comprimento, com muitas sinuosidades horizontais e verticais.	4 $7\frac{1}{2}$	$\frac{1}{10,11}$
Conductor de ferro de 1 pé de diametro, e 2340 toesas de comprimento, com muitas sinuosidades horizontais e verticais.	20 3	$\frac{1}{19,34}$

399 Esta Taboa offerece muitos termos de comparaçaõ entre os productos effectivos e os que teriaõ lugar, se naõ fosse a resistencia da fricçaõ e da figura dos conductores, conforme os comprimentos e diametros delles, e as alturas das reservas. Quando pois se quizer conduzir a agua de huma reserva para hum ponto distante, e mais baixo que ella, procurar-se-ha na Taboa o caso mais analogo ao proposto, e assim se determinaráõ proximamente as dimensoens que convem ao conductor. Expliquemos isto com hum exemplo.

400 Seja *ADCB* huma mãi d'agua (Fig. 119.), que recebe 40000 pollegadas cubicas de agua por minuto, a qual se ha de conduzir pelo cano *GEDO* para o ponto *O*. Supponhamos, que a maior altura *AH* ou *FO* da agua da reserva acima do orificio *O* he de 4 pés; que o cano, attendidas as circunstancias do terreno, deve ser de 400 toesas; e que se haõ de suavizar quanto for possivel as sinuosidades. Isto posto, pergunta-se o diametro que deve ter, para conduzir ao ponto *O* toda a agua que entra na reserva.

Primeiramente acharemos, que para hum tubo addicional de poucas pollegadas dar neste caso em hum minuto 40000 pollegadas cubicas de agua devia ter 28, 54 linhas de diametro (n. 303.). Mas como o conductor *GEDO* ha de ter 400 toesas de comprido, pela Taboa precedente se vê, que no caso de naõ se lhe dar maior diametro, sómente produziria a oitava ou nona parte da agua que convinha. Supponhamos pois, que tendo o conductor proposto 28, 54 linhas de diametro dá 5000 pollegadas cubicas por minuto sómente; e imaginemos que a carga ou pressaõ total *AH* ou *FO* he composta de duas partes, huma *AN* ou *FQ* que faria passar 5000 pollegadas cubicas de agua por hum tubo de 28, 54 linhas de diametro izento de fricçaõ, e a outra *NH* ou *QO* que he empregada em vencer a resistencia da fricçaõ. Entaõ buscaremos o diametro que deveria ter outro tubo izento tambem de fricçaõ, para que debaixo da altura FQ ou *AN* désse 40000 pollegadas cubicas de agua por minuto, e acharemos que seria de 80, 73 linhas. Donde se vê, que se a resistencia da fricçaõ em dous tubos igualmente compridos de 28, 54 e 80, 73 linhas de diametros, fosse representada pela carga *NH*, o conductor proposto *GEDO* deveria ter 80, 73 linhas de diametro. Mas

a resistena resistencia he hum pouco menor á proporçaõ no tubo de maior diametro (n.383.). Sem embargo a differença naõ deve aqui ser muito sensivel, e poderemos sem erro notavel dar ao conductor o diametro de 6 pollegadas e 8 linhas.

Todos estes calculos saõ admissiveis na pratica, em falta de methodos exactos; e servem para se evitar, ao menos em grande parte, o acaso de fazer o conductor muito estreito relativamente ao producto que deve dar, ou demasiadamente largo com despeza superflua. Mas será bem tomar no calculo a altura da reserva hum pouco menor do que ella póde ser, porque succedendo determinar-se o diametro do conductor alguma cousa menor do que convem, tenha a agua lugar para se levantar na reserva, e com a maior altura fazer desaguar sempre pelo conductor toda a quantidade que se pertende.

Da pressaõ que a agua em movimento exercita contra as paredes dos conductores.

401 SEja hum tubo cylindrico horizontal *EN* (Fig. 120.) applicado á reserva *ADCB* constantemente cheia até *EB*; e supponhamos que a agua se move livremente sem experimentar resistencia alguma. He certo, que exceptuando a pressaõ que nasce do pezo da columna de agua *EN*, o tubo naõ experimentará força alguma; porque tendo a velocidade da agua huma direcçaõ livre e horizontal, naõ póde resultar della força alguma contra as paredes do tubo.

402 Isto se confirma pela experiencia. Porque tendo o tubo horizontal *EN* 3 pés de comprido, e 9 até 10 linhas de diametro, e podendo andar em roda para que o pequeno furo *M* aberto no meio delle se pudesse virar para cima, para baixo, e para os lados; observámos, que tapando a extremidade *N*, e conservando a reserva na altura de 4 pés acima do tubo, sahia por *M* hum repuxo, que tinha a altura, ou amplitude determinada no Capitulo precedente. Mas destapando o orificio *N* cessava inteiramente o repuxo, e somente quando o furo *M* estava para baixo destillava alguma cousa pelas bordas delle.

delle. He manifesto, que a cessaçaõ do repuxo demonstra huma cessaçaõ de pressaõ contra as paredes do tubo.

403 Imaginando sempre hum tubo horizontal EN (Fig. 121.) applicado a huma grande reserva $ADCB$, no qual a agua se mova sem experimentar a resistencia da fricçaõ, supponhamos que está tapada huma parte da extremidade PN, e que a agua sahe pelo pequeno orificio pn. Entaõ, será a velocidade de qualquer secçaõ vertical da columna do tubo GF para a velocidade da secçaõ da veia contrahida qr, como a area da secçaõ qr para a da secçaõ GF. E porque a velocidade em qr he devida á altura BH, fazendo $BH = b$, o diametro do tubo $= D$, o do orificio contrahido $qr = d$, teremos a velocidade do fluido ao longo do tubo EN representada por $\frac{d^2 \sqrt{b}}{D^2}$. Porém cada ponto da camada, que a cada instante cobre o fundo PN, tende a mover-se com a velocidade $\sqrt{b}$, e realmente naõ se move senaõ com a velocidade $\frac{d^2 \sqrt{b}}{D^2}$; logo deve evidentemente comprimir cada hum dos pontos de Pp ou Nn com huma força igual á differença das pressões que produzem as velocidades $\sqrt{b}$ e $\frac{d^2 \sqrt{b}}{D^2}$. Esta pressaõ se distribue igualmente a todos os pontos da massa EN, a qual actûa conseguintemente contra as paredes do tubo, como se estivesse comprimida por huma columna de agua que tivesse a altura $= b - \frac{d^4 b}{D^4}$.

404 Daqui se segue, que abrindo no tubo EN hum buraco muito pequeno em comparaçaõ dos orificios PN, pn, a agua sahirá por elle com huma velocidade devida á altura $b - \frac{d^4 b}{D^4}$. Esta altura desvanece quando $d = D$, como já temos visto (n. 402.); e assim fica manifesto, quanto se enganaõ os praticos que julgaõ, que abrindo huma pequena abertura lateral em hum tubo pelo qual corre agua, deve sahir hum repuxo, que fazendo abstracçaõ da fricçaõ e da resistencia do ar se levante á altura devida á velocidade da agua ao longo do tubo. He

tanto

tanto pelo contrario, que ha casos em que pela dita abertura naõ sahirá agua nenhuma.

405 Nos casos em que sahe a agua pelo pequeno orificio lateral, he facil de calcular o seu producto em hum tempo dado. Porque sendo os productos de hum orificio no mesmo tempo na rasaõ subduplicada das alturas das reservas, e sendo Q a quantidade de agua que daria o orificio no tempo dado debaixo da altura h, e q a quantidade actual que produz, teremos $Q : q :: \sqrt{h} : \sqrt{\left(h - \frac{d^4 h}{D^4}\right)}$, e $q = \frac{Q}{D^2}\sqrt{\left(D^4 - d^4\right)}$. Assim, determinando Q pelo n.º 302, immediatamente viremos no conhecimento de q.

406 Esta theorica igualmente tem lugar nos tubos inclinados, com tanto porém que a abertura pn seja muito pequena em comparaçaõ de PN. Se esta condiçaõ naõ tivesse lugar, naõ seria entaõ a velocidade ao sahir de pn devida a toda a altura da reserva; e seria necessario começar pela determinaçaõ de h por principios differentes dos que havemos empregado.

407 A mesma theorica póde servir para determinar, ao menos proximamente, as espessuras que devem ter os conductores guarnecidos de bocais estreitos nas extremidades, para resistirem á pressaõ da agua que conduzem. Porque sendo a pressaõ, que sofre cada ponto da circumferencia de qualquer secçaõ do nosso tubo EN representada por $h - \frac{d^4 h}{D^4}$, he evidente que para sustentar esta pressaõ deve ter a grossura, que seria necessaria para resistir á pressaõ de huma agua estagnada debaixo da altura $h - \frac{d^4 h}{D^4}$; e a questaõ se resolverá como no n.º 54.

408 Na pratica fazem-se sempre os tubos mais fortes do que se acharia pela theorica precedente, para resistirem a muitos accidentes, de que no calculo se naõ faz conta. Eisaqui as grossuras, que ordinariamente se daõ aos tubos de chumbo, e de ferro, relativamente aos seus diametros, ou tenhaõ bocais nas extremidades, ou naõ.

Tubos

Tubos de chumbo		*Tubos de ferro*	
Diametros em pollegadas	Efpeffuras em linhas	Diametros em pollegadas	Efpeffuras em linhas
1	2,5	1	1
1,5	3	2	3
2	4	4	4
3	5	6	5
4,5	6	8	6
6	7	10	7
7	8	12	8

O pezo deftes tubos he fempre facil de fe achar, tendo na lembrança que o pé cubico de chumbo peza 828 libras, e o de ferro 580 proximamente. Para os canos de páo e de barro, naõ ha regra fixa.

409 Supponhamos agora, que a agua fe move pelo tubo horizontal EN (Fig. 120.) fujeita á refiftencia da fricçaõ, eftando a extremidade N toda aberta. Imaginando, que a fricçaõ contrahe a columna fluida ao fahir por N, parece que poderemos determinar a preffaõ lateral do tubo pela formula do n.° 403, fubftituindo o tubo da Fig. 121 em que fe naõ fuppoem fricçaõ ao da Fig. 120 em que fe fuppoem, e entendendo que D reprefenta o diametro verdadeiro do tubo, e d o diametro reduzido e contrahido pela fricçaõ. Mas confultemos fobre iffo a experiencia.

410 Servindonos do conductor de 16 linhas de diametro, de que já fizemos menção (n. 377), abrímof-lhe hum orificio lateral de $3\frac{1}{4}$ linhas de diametro, e obfervámos a agua que dava por elle em hum minuto, debaixo de differentes alturas da referva, e dando ao conductor differentes comprimentos, como aqui fe moftra.

Compri-

Comprimentos do conductor	Productos do orificio lateral debaixo da altura de 1 pé	Productos do mesmo orificio debaixo da altura de 2 pés
Pés	*Pollegadas cubicas*	*Pollegadas cubicas*
30	171	240
60	186	256
90	190	261
120	191	264
150	193	265
180	194	266

Obſervámos tambem, que tapando a extremidade do conductor debaixo da altura de 1 pé ſahiaõ pelo orificio lateral 196 pollegadas cubicas de agua; e debaixo da altura de 2 pés, 274.

411 Agora, em virtude da ſuppoſiçaõ precedente (n. 409.), repreſentando d o diametro pelo qual a agua ſe julga ſahir na extremidade do tubo, e D o diametro verdadeiro do meſmo tubo, corregido ſomente em quanto á contracçaõ ordinaria da veia; eſtá claro, que ſerá o producto na extremidade do tubo alterado pela fricçaõ para o que teria lugar naõ havendo fricçaõ, como d^2 para D^2. Aſſim, pelo que acima temos viſto (n. 377. 378.), na origem do tubo quando a reſerva eſtá em hum pé de altura, ſerá $\frac{d^2}{D^2} = 1$, ou $d = D$, a 30 pés da reſerva $\frac{d^2}{D^2} = \frac{2778}{6330}$, a 60 pés $\frac{d^2}{D^2} = \frac{1957}{6330}$, a 90 pés $\frac{d^2}{D^2} = \frac{1587}{6330}$; a 120 pés $\frac{d^2}{D^2} = \frac{1351}{6330}$, a 150 pés $\frac{d^2}{D^2} = \frac{1178}{6330}$, e a 180 pés $\frac{d^2}{D^2} = \frac{1052}{6330}$. Do meſmo modo, quando a reſerva eſtá em 2 pés de altura, ſerá na origem do tubo $\frac{d^2}{D^2} =$

1,

1, ou $d = D$, a 30 pés de comprimento $\frac{d^2}{D^2} = \frac{4066}{8939}$, a 60 pés $\frac{d^2}{D^2} = \frac{2888}{8939}$, a 90 pés $\frac{d^2}{D^2} = \frac{2352}{8939}$, a 120 pés $\frac{d^2}{D^2} = \frac{2011}{8939}$, a 150 pés $\frac{d^2}{D^2} = \frac{1762}{8939}$, e a 180 pés $\frac{d^2}{D^2} = \frac{1583}{8939}$.

412 Isto posto, na formula $q = \frac{Q}{D^2} \sqrt{(D^4 - d^4)}$ (n. 405.), ou $q = Q\sqrt{\left(1 - \frac{d^4}{D^4}\right)}$, quando a altura da reserva he de 1 pé temos $Q = 196$; e quando a altura he de 2 pés, $Q = 274$. Substituindo pois os valores de $\frac{d^2}{D^2}$ que acabamos de determinar em ambos os casos, acharemos os productos do orificio lateral, como se mostraõ na Taboa seguinte, os quais saõ taõ concordes com os observados, que naõ he possivel esperar mais exactidaõ em semelhantes indagações.

Comprimentos do conductor	Productos do orificio lateral debaixo de 1 pé de altura	Productos do mesmo orifico debaixo de 2 pés de altura
Pés	*Pollegadas cubicas*	*Pollegadas cubicas*
30	176	244
60	186	259
90	190	264
120	191	267
150	192	268
180	193	269

413 Daqui se segue hum meio simples de determinar o producto de hum tubo longo horizontal pelo producto de hum orificio lateral. Seja x a rasaõ entre o producto effectivo do tubo e o que daria naõ havendo fricçaõ; isto he, $x = \frac{d^2}{D^2}$; e a formula $q = Q\sqrt{\left(1 - \frac{d^4}{D^4}\right)}$ se redu-

zirá

zirá a $q = Q\sqrt{(1-xx)}$, donde ſe tira $x = \sqrt{(1-\frac{q^2}{Q^2})}$.

Supponhamos, por exemplo, que o conductor tem 2 pollegadas de diametro, e que a reſerva tem 3 pés de altura acima do eixo delle; que em qualquer ponto das paredes do meſmo tubo ſe abrio hum orificio lateral de 6 linhas de diametro, e que eſte dá 1000 pollegadas cubicas de agua por minuto, correndo a agua pelo conductor. Se a extremidade do conductor eſtiveſſe tapada, acharemos, que o meſmo orificio lateral deveria produzir 1178 pollegadas cubicas em hum minuto (n. 302.). Aſſim temos $Q = 1178$, $q = 1000$; e conſeguintemente ſerá $x = 0,5289$. Porém o conductor deveria dar pela ſua extremidade, ſe naõ foſſe a fricçaõ, 24504 pollegadas cubicas por minuto (n. 301. 302.). Logo ſerá o producto effectivo $= 24504 \times 0,5289 = 12952$ pollegadas cubicas.

Tudo iſto he applicavel aos tubos inclinados rectilineos, ou curvilineos, quando ſe póde julgar que a fricçaõ diminue conſideravelmente o orificio da ſahida. Mas he neceſſario advertir, que o orificio lateral deve abrir-ſe bem perpendicularmente á parede do tubo; porque naõ ſendo aſſim, o producto delle naõ ſeria ſómente effeito da preſſaõ do fluido contra as paredes do tubo, mas tambem do movimento do meſmo fluido ao longo do conductor, como he facil de entender reparando na abertura lateral *M* do conductor *AMB* (Fig. 122.).

CAPITULO V.

Do movimento das aguas conduzidas por quaiſquer canais.

414 OS canais, de que agora tratamos, ſaõ abertos pela parte ſuperior, e daõ á ſuperficie da agua a liberdade de ſe levantar, ou abaixar dentro delles. Em virtude deſta liberdade póde o fluido tirar do ſeu proprio pezo huma velocidade, que ſe combina com a que lhe reſta do impulſo inicial; e a fricçaõ naõ póde ſeguir exactamente as meſmas leis, que nos tubos conductores, em que a agua he comprimida de todos

os lados. Muito he o que se tem escrito sobre esta materia, na qual primeiro exporemos as nossas indagações, e depois referiremos os meios principais, que diversos Autores tem proposto, para medir a velocidade das aguas correntes.

Experiencias, e reflexões sobre a velocidade da agua em canais rectangulares.

415 QUando hum fluido passa de huma reserva para hum canal por huma abertura que naõ he muito grande, cada molecula tende a mover-se ao primeiro instante com a velocidade devida á altura da reserva; e se fosse hum corpo solitario e livremente movel pelo canal, conservaria esta velocidade inicial ao longo delle, e além disso adquiriria outra pela acçaõ da gravidade, no caso de ser o canal inclinado. Mas a cada instante sahe pela abertura huma massa de moleculas, que obraõ humas contra as outras, e alteraõ os seus movimentos reciprocos. A veia he sujeita á contracçaõ, á fricçaõ, e á resistencia do ar. Todas estas causas influem sobre a velocidade, a qual he difficil de se determinar exactamente, quando o canal he de figura irregular, como abaixo se verá.

416 Para chegarmos pois a resultados simples, e facilmente comparaveis com a theorica, observámos o movimento da agua por hum canal rectangular *EF* de 105 pés de comprido, e aberto por cima (Fig. 123.), cujo fundo era de 5 pollegadas, e a altura de 8 até 9. Este canal estava applicado á face vertical *BC* da reserva *ADCB*, na qual se tinha praticado huma abertura *EC* na direcçaõ das paredes do canal, guarnecida de huma adufa rectangular de cobre, a qual se levantava e abaixava conforme era preciso. Deste modo, o orificio por onde sahia a agua para o canal era hum rectangulo, que tinha constantemente a base horizontal de 5 pollegadas ao livel do fundo da reserva, e a altura maior ou menor, conforme se levantava mais ou menos a adufa.

Dividindo o canal em 5 partes de 21 pés cada huma, procuramos examinar a velocidade da agua por meio de pequenos fragmentos de cortiça; mas logo conhecemos a insufficiencia deste methodo, ao menos quando o canal estava situado horizontalmente. Porque entaõ a agua se entumece á medida que vai caminhando; e lançando o pequeno corpo fluctuante para hum e outro lado, naõ o deixa seguir direitamente o fio da corrente. Recorremos ao meio de lançar na agua materias coloradas, como sangue, carvaõ pilado &c; mas tambem o achámos defeituoso, porque a agua dissolvia facilmente estas materias, e assim havia incerteza na chegada dellas a qualquer ponto das divisões. Em fim reduzimonos a observar os tempos, que gastava a agua em chegar a cada huma das divisões, desde o instante em que se levantava a adufa; e para isso em cada hum dos ditos pontos collocamos huns molinetes pequenos, summamente moveis, que indicavaõ pelo seu movimento a chegada instantanea da agua. He verdade, que deste modo achámos somente a primeira velocidade da agua no canal, e que depois de ser a corrente perfeitamente estabelecida deve a velocidade ser maior. Mas ambas tem entre si huma rasaõ constante, ao menos sensivelmente, como veremos depois em muitos casos, em que huma e outra se podem determinar pela experiencia. Assim, sendo determinada esta rasaõ, pela primeira velocidade se poderá conhecer a velocidade permanente.

Por este meio pois, estando o canal horizontal achámos os resultados seguintes, nos quais a *elevaçaõ da adufa de meia pollegada, ou de huma pollegada* quer dizer que o orificio era hum rectangulo de 5 pollegadas de base, e de meia ou huma pollegada de altura; e o sinal + ou − adiante dos segundos indica que no numero delles falta ou abunda huma pequena parte da unidade.

Altu-

Altura constante da agua acima do fundo da reserva em pés e pollegadas	Elevaçaõ da adufa de meia pollegada		Elevaçaõ da adufa de huma pollegada	
	Segundos	*Numero dos pés corridos*	*Segundos*	*Numero dos pés corridos*
3 8	3 +	21	3 −	21
	9 +	42	6 +	42
	17 +	63	11 +	63
	27 +	84	18 +	84
	38 +	105	26	105
7 8	3 −	21	2 +	21
	7	42	5	42
	13 −	63	9	63
	20 −	84	14	84
	28 +	105	20	105
11 8	2	21	2	21
	5 −	42	4	42
	10 −	63	7	63
	16 −	84	11	84
	23 +	105	16 +	105

417 Se diminuirmos cada hum dos termos destas experiencias do que se segue immediatamente, acharemos que em todas ellas os espaços consecutivos de 21 pés cada hum, saõ corridos em tempos, que formaõ sensivelmente huma progressaõ arithmetica. Assim póde facilmente continuar-se a serie, e determinar-se, ao menos proximamente, o tempo que a agua gastaria em correr qualquer numero de pés, se o canal fosse produzido em cada hum dos casos.

418 Para conhecermos o effeito da fricçaõ, calcularemos a velocidade que deveria ter lugar, prescindindo da mesma fricçaõ. O fluido ao sahir do orificio rectangular padece huma contracçaõ, e depois seguindo o fundo e as paredes do canal torna-se a dilatar sensivelmente quanto se tinha contrahido. E porque no mesmo tempo passa igual quantidade de agua pela secçaõ da veia contrahida e por qualquer secçaõ do canal, as velocidades correspondentes nes-

tes dous lugares ferão na rafaõ de 8 para 5 proximamente. Affim defignando por H a altura da referva, que he a devida á velocidade no ponto da contracçaõ, e por b a altura devida á velocidade da corrente no refto do canal, teremos $\sqrt{H} : \sqrt{b} :: 8 : 5$, e $\sqrt{b} = \frac{5\sqrt{H}}{8}$.

419 Como hum grave cahe em 1 fegundo da altura de 15 pés; e adquire huma velocidade, com a qual andaria uniformemente 30 pés no mefmo tempo, fe defignarmos por E o efpaço corrido uniformemente por qualquer movel no tempo t com huma velocidade devida á altura b, ferá $t : 1'' :: \frac{E}{\sqrt{b}} : \frac{30}{\sqrt{15}}$, e $t = 1'' \times \frac{E}{2\sqrt{15b}}$. Suppondo pois, que E he o efpaço corrido pelo fluido no canal, e metendo por $\sqrt{b}$ o feu valor $\frac{5\sqrt{H}}{8}$, teremos

$$t = 1'' \times \frac{4E}{5\sqrt{15H}}.$$

420 Da formula geral $t = 1'' \times \frac{E}{2\sqrt{15b}}$ fe tira $b = \frac{E^2}{60t^2}$. Donde fe vê, que fe hum efpaço E contado em pés for corrido uniformemente em hum tempo t contado em fegundos, a altura devida á velocidade do movel ferá reprefentada por $\frac{E^2}{60t^2}$.

421 Bufcando pois pela formula do nº 419 o tempo que a agua deveria gaftar em correr todo o canal, fe naõ encontraffe refiftencia, acharemos para a altura da referva de 3 pés e 8 pollegadas $t = 11'',33$; para a altura de 7 pés e 8 pollegadas, $t = 7'',83$; e para a altura de 11 pés e 8 pollegadas, $t = 6'',35$. Donde fe vê, que a refiftencia produz hum effeito muito confideravel, o qual fe deve attribuir quafi todo á fricçaõ, porque o ar influe niffo muito pouco. Pelas mefmas experiencias fe vê, que eftando a adufa mais levantada he menor o effeito da fricçaõ, porque entaõ a maior maffa tem mais força que a mais pequena para vencer os obftaculos, fendo ambas animadas de velocidades iguais.

422 Igualmente se manifesta por cada huma das experiencias, que a velocidade diminue á medida que a agua se aparta da reserva; e este movimento tem algumas particularidades, que merecem ser observadas. Quando se levanta a adufa, a agua sahe primeiramente pela direcçaõ do canal; mas como no caminho encontra obstaculos, começa a entumecer-se, e a superficie toma a fórma *EMG* (Fig. 124.). Entaõ do ponto mais elevado *M* começa a cahir em virtude da gravidade, e parte della torna para a banda da reserva pela direcçaõ *MN*, formando-se na parte *CM* do canal duas correntes contrarias, huma da agua inferior pela direcçaõ *CF*, e a outra da superior pela direcçaõ *MN*. Esta he muito sensivel no principio, e termina-se no ponto *N* distante do orificio 12 pés com pouca differença. Ao depois diminue pouco a pouco, ainda que subsistindo sempre; e a superficie acaba tomando a fórma *ERG*, em que o ponto *R* he o mais elevado acima do fundo. A agua que chega a cada instante a *NO* fére continuamente a massa *NOFG*, e mistura-se com ella, a qual renovando-se successivamente conserva a mesma figura permanente a que se reduzio. Estas correntes saõ hum exemplo sensivel das que devem formar-se nos rios, e no mar, quando a agua he retardada por alguns obstaculos.

423 He de notar que o desaguamento do orificio naõ he retardado pela agua do canal, porque esta tendo a liberdade de escapar ou de se elevar, naõ póde oppór á que vem atraz della se naõ huma resistencia infinitamente pequena. Isto he evidente, mas sem embargo fizemos a experiencia; e achamos, que em hum tempo dado se recebia na extremidade *F* a mesma quantidade de agua, que dava no mesmo tempo o orificio *EC* quando se tinha tirado o canal. Donde se vê, que ha huma differença muito grande entre o movimento da agua por hum canal, e por hum conductor fechado de todos os lados.

424 Os canais declives, sendo a velocidade inicial a mesma, saõ corridos pela agua em menos tempo que os horizontais, porque a gravidade acceléra entaõ o movimento. As experiencias seguintes mostraráõ a lei das velocidades nesse caso. Por *declividade* do canal entendemos a distancia de huma das suas extremidades á linha horizontal que passa pela outra.

Sen-

Sendo a adufa elevada $\frac{1}{2}$ pollegada.

Altura constante da reserva acima do fundo em pés e pollegadas.	Declividade de 3 pollegadas.		Declividade de 6 pollegadas.	
	Segundos.	*Pés corridos.*	*Segundos.*	*Pés corridos.*
3 8	6 + 18 + 34 +	35 70 105	6 18 – 31 +	35 70 105
7 8	4 + 14 + 26	35 70 105	4 + 14 25 +	35 70 105
11 8	4 11 + 22	35 70 105	3, 5 11, 5 21	35 70 105

Sendo a adufa elevada 1 pollegada

Altura constante da agua acima do fundo da reserva em pés e pollegadas.	Declividade de 6 pollegadas.		Declividade de 2 pés	
	Segundos.	*Pés corridos.*	*Segundos.*	*Pés corridos.*
3 8	5 – 13 – 23 –	35 70 105	4, 5 10, 5 17, 5	35 70 105
7 8	4 – 9 + 19 –	35 70 105	4 – 9 – 15 –	35 70 105
11 8	3 8 15	35 70 105	2 + 7 13	35 70 104

425 Neſtas experiencias naõ ſe trata, ſenaõ da primeira agua, que corre o canal. Eſta padece maior fricçaõ, porque topa nas prominencias e aſperezas do fundo e das paredes; mas enchendo as cavidades aplaina o caminho para a agua ſeguinte, a qual por eſſa raſaõ deve ter maior velocidade, aſſim que a corrente for bem eſtabelecida. Para a medirmos, uſamos de pequenos corpos fluctuantes, que ſeguiaõ exactamente a corrente, e que tomavaõ ſenſivelmente a ſua velocidade, quando o canal era ſufficientemente declive. Aſſim, ſendo a declividade de 10 pés e 6 pollegadas, achamos para o canal inteiro os reſultados ſeguintes

Altura conſtante da agua acima do fundo da reſerva em pés e pollegadas.		*Elevaçaõ da adufa de meia pollegada.*		*Elevaçaõ da adufa de 1 pollegada.*	
		Tempo da primeira agua em meios ſegundos.	Tempo da corrente eſtabelecida em meios ſegundos.	Tempo da primeira agua em meios ſegundos.	Tempo da corrente eſtabelecida em meios ſegundos.
3	8	28, 5	25	22, 7	19
7	8	24	21	19, 5	16
11	8	22	19	17, 5	14,5

426 Eſtas experiencias foraõ feitas em 1764, e incorporadas em huma Memoria que enviei á Academia de Toloſa, e que conſeguio em 1765 o premio deſtinado á indagaçaõ das leis da fricçaõ dos fluidos em movimento. Eiſaqui outras experiencias, que fizemos depois em hum canal de 600 pés de comprido, o qual eſtava dividido em 6 partes iguais, e tinha por declividade $\frac{1}{10}$ da linha de livel.

Altu-

Altura constante da agua acima do fundo da reserva em pés.	Numero dos pés corridos.	*Elevação da adufa de 1 pollegada*		*Elevação da adufa de 2 pollegadas*	
		Tempo da primeira agua.	Tempo da corrente estabelecida.	Tempo da primeira agua.	Tempo da corrente estabelecida.
$\frac{1}{3}$	100	$15''$	$13''$	$13'',5$	$11'',5$
	200	31	26,5	26,7	23
	300	47	39,5	39,5	33,5
1	100	12 +	12	11 −	9
	200	25,5	23 +	22	18 −
	300	39	33	32,5	27
2	100	11	10	9	8 −
	200	23	20	19	16
	300	35	30	29	24
	400	46 +	40	39	32
	500	58	49	49	40
	600	69	58	58	48
4	100	10	8	8	7
	200	20 +	17	17	14,5
	300	31 −	26	26	22
	400	42 −	35	35 −	29 +
	500	52,5	43 +	43 +	37 −
	600	62 +	52	52 −	44 +

427 Por estas experiencias se vê em geral, que a velocidade cresce á medida que se aumenta a declividade. Comparando as velocidades da primeira agua com as da corrente estabelecida, tambem se vê, que saõ entre si sensivelmente em rasaõ constante, para o mesmo canal; e a rasaõ he, porque sendo as asperezas do canal as mesmas, a agua encontra os mesmos obstaculos, e deve estabelecer a corrente sensivelmente do mesmo modo, ainda que a altura do orificio, e a velocidade do canal venhaõ a variar. Mas póde succeder, que as velocidades primitivas em differentes canais naõ sejaõ entre si como as velocidades permanentes, porque a fricçaõ póde ser differente em ambos os casos.

428 Quando o canal he pouco declive, nem a velocidade primitiva, nem a permanente he uniforme, mas

á medida que a agua se aparta da reserva, as partes iguais do canal saõ corridas em mais tempo. No nosso canal achamos, que huma e outra velocidade naõ se fazia sensivelmente uniforme, senaõ quando a declividade era ao menos huma decima parte do comprimento delle; exceptuando a primeira divisaõ, que ainda entaõ era corrida em tempo hum pouco menor do que as outras.

429 Huma das questões para examinar, he saber em que rasaõ variaõ as velocidades, quando varia a declividade do canal, ficando o orificio constante. Seja *EF* o canal inclinado (Fig. 125.), *EN* a altura devida á velocidade que a agua deveria ter no canal, em virtude do impulso inicial, e adiante do ponto de contracçaõ. Conduzindo as horizontais *EO*, *NK* que encontrem em *O*, *K* a vertical *GK*, a parte *OG* he a declividade do canal; e imaginando este produzido até *V*, a velocidade da agua será como se tivesse descido pela parte *VE*, naõ experimentando nella fricçaõ, nem resistencia alguma. Assim se reduz a questaõ a saber a lei pela qual varia a velocidade, quando varia a altura *KG*.

430 Consideremos pois as tres experiencias do nº. 425, em que a adufa estava elevada 1 pollegada. Na primeira temos $EG = 105$ pés, $OG = 10{,}5$, e $EN = 1{,}416$ (n. 418.). Logo $KG = 11{,}916$ pés, e a altura devida á velocidade permanente com que he realmente corrido o espaço EG será $= 2{,}036$ pés (n. 420.); e esta altura he para KG como 2036 para 11916, ou como 1 para 5,84 proximamente.

Na segunda $EG = 105$ pés, $OG = 10{,}5$, $EN = 2{,}978$, $KG = 13{,}478$ pés; e acharemos 2,871 por altura devida á velocidade permanente com a qual he corrido o espaço EG, a qual he menor que KG na rasaõ de 2871 para 13478, ou de 1 para 4,69 proximamente.

Na terceira $EG = 105$ pés, $OG = 10{,}5$, $EN = 4{,}54$, $KG = 15{,}04$; e acharemos 3,495 por altura devida á velocidade permanente com que he corrido o canal EG, a qual he menor que KG na rasaõ de 3496 para 15040, ou de 1 para 4,3 proximamente.

431 Consideremos tambem as experiencias 6ª 12ª e 18ª do n.º 426, quando a adufa estava levantada 2 pollegadas; e para reduzirmos a primeira dellas a poder-se comparar com as outras, dobraremos tanto o espaço 300 pés como

o

o tempo correſpondente. Aſſim teremos $EG = 600$ pés; $OG = 59,702$, $EN = 0,358$, $KG = 60,06$; e acharemos 2,058 por altura devida á velocidade permanente da agua no canal, a qual he para KG como 1 para 29,45 proximamente.

Na ſegunda $EG = 600$ pés, $OG = 59,702$, $EN = 0,749$, $KG = 60,451$; e teremos 2,604 por altura devida á velocidade, a qual he para KG como 1 para 23,21 proximamente.

Na terceira $EG = 600$ pés, $OG = 59,702$, $EN = 1,53$, $KG = 61,232$; e acharemos 3,071 por altura devida á velocidade que buſcamos, a qual he para KG como 1 para 19,93 proximamente.

432 De todos eſtes calculos reſulta, que as alturas devidas ás velocidades no canal naõ ſaõ entre ſi como as alturas correſpondentes KG. Porém quanto a altura inicial EN he maior, menos differe de KG a altura devida á velocidade da agua; donde ſe ſegue, que a fricçaõ he á proporçaõ menos ſenſivel nas velocidades maiores do que nas menores. Naõ ſerá pois exacto na pratica calcular a velocidade de huma corrente pela ſua declividade. He preciſo determinar-ſe por huma experiencia immediata em cada caſo particular.

433 Quando huma maquina ha de ſer movida por huma corrente, e pelas circunſtancias do terreno he neceſſario aſſentalla a certa diſtancia da reſerva, convem inclinar o canal a decima parte do ſeu comprimento com pouca differença, querendo que a maquina receba a meſma força, como ſe eſtiveſſe ſituada ao pé da reſerva.

434 Outra queſtaõ para examinar, he ſaber ſe a velocidade varîa, quando a altura KG he conſtante, e a grandeza da abertura ſe aumenta, ou diminue. Na experiencia 12ª do nº 426 ſendo os orificios como 1 para 3, o eſpaço de 600 pés he corrido nos tempos 58 e 48, e conſeguintemente as velocidades ſaõ como 48 para 58, ou como 24 para 29. Donde ſe vê, que a velocidade he maior ſenſivelmente, quando ſe aumenta o orificio; e o meſmo ſe acha por todas as noſſas experiencias.

435 Alguns autores eſcreveraõ, que creſcendo o orificio, a velocidade deve aumentar proporcionalmente, ou que as velocidades ſaõ na raſaõ das quantidades de agua que daõ os canais no meſmo tempo. Eſta aſſerçaõ puramente

mente gratuita he deſmentida pela experiencia ; porque no exemplo que acabamos de referir , os orificios , ou as quantidades de agua por elles produzidas , ſaõ na raſaõ de 1 para 2 , e as velocidades ſomente na raſaõ de 24 para 29.

436 Em conformidade das experiencias precedentes, e das reflexões que ellas tem occaſionado , póde fazer-ſe idea do movimento das aguas nos aqueductos , conforme o comprimento , e declividade delles. He conveniente dar-lhes a maior declividade que póde ſer. Ordinariamente ſe fazem de differentes partes horizontais , que ſe vaõ abaixando por degráos , ou reſaltos , porque os officiais trabalhaõ mais facilmente por huma linha de livel do que por huma inclinada ; mas eſta pratica he muito vicioſa. Para que a agua corra mais facilmente , e ſeja menos expoſta a gelar-ſe nos grandes frios , deve o canal fazer-ſe em declive por todo o ſeu comprimento , practicando reſervas de eſpaço em eſpaço , que recebaõ as immundicias que a agua traz comſigo , e que ſirvaõ para pôr o aqueducto em ſeco , quando for neceſſario reparallo. Tambem he conveniente , que o canal ſeja antes fundo que largo , para que a agua ſe ajude do proprio pezo a vencer a fricçaõ.

437 Para dizermos em fim huma palavra ſobre a preſſaõ da agua contra as paredes dos canais , he evidente que contendo ellas a agua de ſe derramar horizontalmente para todos os lados , ſaõ comprimidas pelo pezo della ; e quanto a eſta parte , cada ponto das paredes he comprimido perpendicularmente com huma força proporcional á altura do fluido que lhe correſponde. Além diſto , ſe a velocidade primitiva da agua vem a diminuir em virtude da fricçaõ , ou de qualquer outro obſtaculo , deſta perda de velocidade reſultará huma preſſaõ nova contra as paredes do canal , que ſerá igual ao exceſſo da preſſaõ que produziria a velocidade que a agua deveria ter naturalmente , ſobre a preſſaõ devida á velocidade effectiva della. Daqui ſe deduzirá o modo de proporcionar convenientemente as aberturas lateraes feitas em hum canal ou aqueducto , quando ſe quizer derivar huma parte da agua delle.

Meios propoſtos por diverſos Autores para medir a velocidade das aguas correntes.

438 ATé agora naõ tratamos ſenaõ dos canais, e aqueductos regulares, e eſſes de pouca altura, de maneira que a velocidade podia conſiderar-ſe a meſma em toda a ſua profundidade. Agora conſideremos a velocidade em quaiſquer canais. De diſtancia em diſtancia póde variar ſenſivelmente; e póde tambem naõ ſer a meſma na ſuperficie que no reſto da altura. Eiſaqui os meios principais, que ſe tem imaginado para a medir.

439 Os corpos fluctuantes ſobre a agua, tomaõ em pouquiſſimo tempo toda a velocidade della. Aſſim póde medir-ſe a velocidade de huma corrente, lançando nella hum pequeno corpo mais leve, e obſervando-ſe o tempo que gaſta em correr hum eſpaço dado. Eſte corpo deve mergulhar-ſe quaſi inteiramente, para ſer o menos que he poſſivel expoſto ás agitações do ar.

M. Mariotte ſervio-ſe muito deſte methodo; e obſervou que a agua de hum rio varîa de velocidade da ſuperficie até o fundo. Para iſſo tomou duas bolas de cera prezas a hum fio de hum pé de comprido. Huma dellas tinha interiormente algumas pedrinhas para ficar mais pezada que a agua, de maneira que ſendo metidas na agua a mais pezada eſtendia o fio, e a outra ficava na ſuperficie quaſi inteiramente mergulhada. Aſſim achou, que em huma corrente de tres pés de altura, a bola debaixo ficava ſempre para traz, e mais notavelmente quando o fundo era mais aſpero e deſigual. Mas nos lugares, em que a agua pelo encontro de algum obſtaculo ſe levantava, e depois tomava hum curſo mais rapido, como ſe obſerva debaixo das pontes, a bola inferior paſſava adiante da ſuperior.

Por eſte exemplo ſe vê, que a velocidade augmenta ou diminue da ſuperficie para o fundo, conforme as circunſtancias. Naturalmente devia ſempre augmentar, em virtude da preſſaõ da agua ſuperior que he cada vez maior; mas póde ſucceder que ſeja mais retardada pela reſiſtencia da fricçaõ, e de outros obſtaculos, doque accelerada pela preſſaõ.

440 Para o meſmo fim ſe uſa de hum molinete de

15

15 até 18 pollegadas de diametro, muito leve e perfeitamente movel sobre o seu eixo, que deve ser delgado, e bem polido, e que póde em cada extremidade assentar sobre dous cylindros moveis, para se destruir quasi totalmente o effeito da fricçaõ. Do eixo para a circumferencia sahem 15 ou 18 pennas muito delgadas de folha de flandes, nas quais faz impressaõ a corrente. Assim conhecendo o raio medio, isto he, a distancia do eixo ao ponto em que se julga reunida a impressaõ da agua, acharemos a circumferencia media; e havendo contado as revoluções em hum tempo dado, saberemos o espaço corrido pela agua, e conseguintemente a sua velocidade.

Este instrumento tem o inconveniente de naõ mostrar commodamente a velocidade, senaõ junto á superficie, e o de ser exposto na sua rotaçaõ á resistencia do ar. Mas he muito simples, e póde empregar-se utilmente algumas vezes.

441 M. Guglielmini (*Aquarum fluentium mensura lib.* 4.) propoem o meio de encerrar a corrente entre dous muros verticais e parallelos, de aplainar bem o fundo, e de fechar a entrada com huma comporta movediça verticalmente, por meio da qual se dê ao fluido huma abertura ou passagem rectangular, que o Autor chama *regulador.* A superficie da agua na frente da comporta deve estar sensivelmente estagnante. A quantidade de agua que passa em hum tempo dado pelo regulador se determina pelo nº 245, e a velocidade media della pelo nº 246. Mas este methodo naõ he praticavel, senaõ em pequenos regatos.

442 M. Pitot propoem (*Mem. de l' Acad.* 1732.) hum tubo de vidro *A B* (Fig. 126.) encurvado em *C*, o qual se merguiha verticalmente na corrente sendo fixamente applicado a huma regoa solida de madeira, sobre huma graduaçaõ aberta em huma chapa de cobre. A altura *CM* a que a agua se levanta no tubo he a devida á velocidade da corrente em *A*; porque a pressaõ da columna *CM* faz equilibrio á força que tende a levantar a agua por *ACM*, e conseguintemente a velocidade em *A* deve ser a mesma, como se a agua neste lugar tivesse cahido da altura *MC*. Mergulhando mais ou menos o tubo, teremos as alturas que correspondem ás velocidades dos differentes pontos da corrente.

Naõ

Naõ ha couſa mais ſimples que eſte inſtrumento. O Autor ſe ſervio delle para medir a velocidade do Sena debaixo da ponte real. Mas he muito difficil de ſe fixar com a ſolidez neceſſaria, para que a agua naõ ſeja ſujeita a movimentos oſcillatorios, os quais produzem grande incerteza no juizo da ſua verdadeira elevaçaõ. Eſte inconveniente he tanto mais ſenſivel, quanto mais ſe mergulha o tubo, e quanto a velocidade da corrente he maior.

443 Tambem ſe uſa muito na pratica de hum quarto de circulo *ACB* (Fig. 127.), guarnecido no centro de dous fios, hum mais curto que ſuſtenta no ar o pezo P, e outro mais comprido *CH* ou *CM*, o qual ſuſtenta outro pezo que ſe mergulha mais ou menos, conforme ſe larga mais ou menos o fio. Pela deviaçaõ deſte fio da vertical ſe mede primeiramente a força, e depois ſe conclue a velocidade da corrente, deſta maneira.

444 Seja *F* o pezo conſtante deſtinado a ſer mergulhado no fluido, e repreſente-ſe pelas verticais *HK*, *MO* iguais entre ſi. Reſolvendo cada huma deſtas forças em duas, huma *HL* ou *MQ* na direcçaõ do fio, e outra *HI* ou *MN* na direcçaõ da corrente, teremos $HI = F . \frac{\text{ſen}\, XCR}{\text{ſen}\, XRC}$, e $MN = F . \frac{\text{ſen}\, XCS}{\text{ſen}\, XSC}$. Donde ſe ſegue, que a força igual e contraria da corrente he o producto do pezo *F* pela raſaõ do ſeno do angulo formado pelo fio com a vertical ao ſeno do angulo formado pelo fio com a corrente. O primeiro angulo he dado immediatamente pela graduaçaõ do inſtrumento, e o ſegundo *XRC* ou *XSC* he ſempre facil de determinar; porque tirando a horizontal xy, conheceremos o angulo xXy, por ſer dada a direcçaõ da corrente, e teremos $XRC = XxC - RXx$, e $XSC = XsC - SYs$.

Quando a direcçaõ da corrente he horizontal, temos $xXy = 0$, e $\frac{\text{ſen}\, XCR}{\text{ſen}\, XRC} = \text{tang}\, XCR$, $\frac{\text{ſen}\, XCS}{\text{ſen}\, XSC} = \text{tang}\, XCS$. Donde ſe ſegue, que entaõ he a força da corrente como a tangente do angulo formado pelo fio com a vertical.

445 Suppondo agora, que a impulſaõ de hum fluido contra o meſmo corpo he na raſaõ duplicada da velocidade

dade, como se mostrará na theorica da percussaõ dos fluidos, e designando por u a velocidade em H, e por V a velocidade em M, teremos $uu : VV :: \frac{F . sen\ XCR}{sen\ XRC} : \frac{F . sen\ XCS}{sen\ XSC}$, e $V = u \sqrt{\frac{sen\ XCS . sen\ XRC}{sen\ XSC . sen\ XCR}}$.

Póde pois medir-se a velocidade u na superficie por meio dos corpos fluctuantes. Entaõ dando ao fio CH o comprimento necessario para que o pezo H se mergulhe precisamente até a altura do seu diametro, e depois deixando-o mergulhar a qualquer profundidade, medir-se-haõ os angulos XCR, XRC, XCS, XSC, e achar-se-ha V pela equaçaõ precedente.

446 Querendo exactidaõ nos resultados, he necessario ter muita precauçaõ no uso deste instrumento. O fio, que sustenta o pezo mergulhado, está sujeito a movimentos de oscillaçaõ, que o chegaõ e apartaõ da vertical, e que fazem incerta a medida do angulo que faz com ella. Isto succede principalmente, quando a gravidade especifica do pezo mergulhado excede pouco a do fluido. Por outra parte naõ se póde aumentar muito a sua gravidade especifica, porque entaõ as pequenas variações das velocidades naõ seriaõ sensiveis no instrumento.

CAPITULO VI.

Do movimento dos Rios.

447 A Indagaçaõ das leis, que seguem os rios nos seus movimentos, he hum ramo da Hydraulica, que tem dado occasiaõ a muitas obras. Hum dos melhores livros nesta parte he o Tratado da natureza dos rios de Guglielmini, que se imprimio a primeira vez em 1697, e depois se reimprimio em 1739 com as notas muito instructivas de Eustachio Manfredi. M. de Buffon na sua Historia Natural fez muitas reflexões novas e importantes sobre o movimento dos rios. Eisaqui tambem o resultado do que tenho lido e reflectido sobre a mesma materia.

Considera-

Considerações gerais sobre o movimento dos rios.

448 MUito tempo se disputou sobre a origem dos rios. Descartes imaginou, que a agua do mar por canais subterraneos inclinados se encaminhava para as grandes cavidades preparadas pela natureza debaixo das montanhas; que alli sendo exposta á acçaõ de hum fogo, que ardia perpetuamente debaixo daquellas immensas caldeiras, se elevava em vapores pelo corpo das montanhas acima, como pelo capitel de hum alambique; e que depondo desta maneira o sal, formava huma massa de agua doce, que ajuntando-se de varias partes, pelo seu proprio pezo se restituia ao mar. Mas este systema ingenhoso he fundado em supposições gratuitas, e absolutamente inadmissiveis. Donde podia nascer aquelle fogo, que continuamente havia de estar applicado a taõ vastas caldeiras? e para onde se recolhiaõ todos os sais, que a agua depunha pela evaporaçaõ no interior das montanhas?

Os que disseraõ, que as aguas do mar penetraõ por toda a parte o globo terrestre, e que depois de haverem filtrado e deposito os sais, tornaõ doces para o mesmo mar, ainda imagináraõ peor. Porque as aguas naõ podem por si mesmas elevar-se acima do seu livel, nem conseguintemente formar correntes, que desçaõ dos lugares elevados para o mar.

He demonstrado, e reconhecido hoje de todo o mundo, que o cabedal das fontes e dos rios he fornecido pelas aguas da chuva, que se ajuntaõ nas cavidades das montanhas, donde descem pelo seu pezo, e se restituem ao mar por canais abertos pela arte, ou pela natureza. M. Halley fez ver pelo calculo (*Transact. Philos.* nº. 192.), que os vapores que se levantaõ do mar, e que os ventos transportaõ sobre a terra, saõ mais que sufficientes para formar todas as fontes, e rios da superficie terrestre.

449 Para se mover a agua de hum rio, naõ he necessario que o fundo seja declive; basta que a superficie esteja mais elevada que o livel do mar. Porque qualquer massa de fluido, que tem a liberdade de se derramar, abaixa-se até se pôr de livel em toda a sua extensaõ. Mas no estado physico e actual das cousas as madres dos rios saõ

saõ inclinadas, ao menos na maior parte. As sûas differentes inclinações e sinuosidades dependem da resistencia do fundo e dos obstaculos, que a agua encontra no caminho.

450 Seja $ADCX$ (Fig. 128.) huma grande reserva, donde o rio $XCEF$ tira o seu cabedal. Sendo as particulas inferiores da reserva comprimidas pelas superiores, está claro, que prescindindo dos obstaculos, a velocidade da particula C será como se ella houvesse cahido da altura XC, e a velocidade de cada huma das outras devida á altura correspondente. A' medida que a agua caminha pelo plano inclinado CE, a velocidade se accelera pela acçaõ da gravidade; de maneira que conduzindo a horizontal HG, a velocidade em P será devida á altura HP, a velocidade em M á altura HM &c.

451 Donde se segue, que a profundidade da agua deve diminuir á medida que se retira da origem, sendo a largura constante. Porque estando o rio em hum estado permanente, e passando conseguintemente a cada instante a mesma quantidade de agua por duas quaisquer secções MP, VR, he evidente que sendo maior a velocidade em cada hum dos pontos de VR do que em cada hum dos pontos correspondentes de MP, deve ser VR necessariamente menor que MP.

452 Mas as profundidades MP, VR, posto que sempre desiguais entre si, chegar-se-haõ tanto mais para a igualdade, quanto mais se tomarem longe da origem, porque as velocidades das particulas differem de menos em menos. Com effeito designando por M, V, P, R as velocidades respectivas destes pontos, teremos $M : P :: \sqrt{HM} : \sqrt{AP} :: \sqrt{HM} : \sqrt{(HM + MP)}$, e $V : R :: \sqrt{GV} : \sqrt{(GV + VR)}$. Logo $\frac{M}{P} = \sqrt{\frac{HM}{HM + MP}}$, e $\frac{V}{R} = \sqrt{\frac{GV}{GV + VR}}$. Porém $\frac{GV}{GV + VR} > \frac{HM}{HM + MP}$, ou $GV.HM + GV.MP > GV.HM + HM.VR$, e conseguintemente $GV.MP > VR.HM$, por ser $MP > RV$ e $GV > HM$. Logo tambem $\frac{V}{R} > \frac{M}{P}$; e por conseguinte, a velocidade V differe menos de R do que a velo-

P cidade

cidade *M* differe de *P*. Mas se a velocidade fosse constante em cada huma das profundidades, tambem o seriaõ as mesmas profundidades. Logo variando menos as velocidades, á medida que saõ mais distantes da origem, tambem as profundidades devem variar cada vez menos, ou chegar-se cada vez mais para a igualdade.

453 Por isto se póde fazer huma idêa geral do movimento dos rios. Mas muitas causas impedem que naõ sejaõ as cousas em rigor, como temos representado. Tais saõ as desigualdades do fundo, as sinuosidades da madre, o alargamento e estreitamento della, a fricçaõ, e obstaculos de toda a especie que a agua encontra, e que perturbaõ a sua corrente natural; e daqui resultaõ differentes variedades na velocidade dos rios. Muitas vezes em lugares distantes da origem, e muito mais baixos do que ella, he a velocidade menor do que na mesma origem, quando devia ir sempre em crescimento Em cada ponto se fazem novas combinaçoens entre o movimento adquirido, e o que he produzido a cada instante pela altura actual da agua. Nos lugares estreitos e profundos, a velocidade primitiva he como nenhuma em comparaçaõ da que he devida á altura actual; e nos largos, onde a agua tem pouca profundidade, quasi que se naõ move senaõ em virtude da velocidade adquirida precedentemente. O ponto da maior velocidade raras vezes he perto do fundo, algumas se acha na superficie, e de ordinario naõ longe do meio da profundidade. A sua posiçaõ depende da resistencia do fundo combinada com as forças activas que produzem a corrente.

454 Destas reflexoens se vê, que naõ he possivel sujeitar a hum calculo rigoroso e exacto o movimento dos rios, tomado em toda a sua complicaçaõ. Sem embargo mostraremos como poderia determinar-se, se fosse conhecida a lei da retardaçaõ de cada particula, que provêm da resistencia dos obstaculos.

Seja *XCEF* (Fig. 129.) a secçaõ vertical e longitudinal de hum rio, que tira a sua agua da reserva *AXCD*; e supponhamos que cada particula experimenta huma resistencia proporcional a huma potencia dada da sua velocidade. Deve achar-se esta velocidade.

Havendo produzido a horizontal *AX*, tire-se *KQ* perpendicular á direcçaõ da corrente; e considerando na parte della

della TQ o elemento Mm, dos pontos T, M, Q levantem-se as verticais TS, ML, QH. Entaõ ſuppondo, que ML repreſenta a preſſaõ que ſofreria o ponto M em virtude do pezo da agua debaixo da altura ML, e que OR repreſenta a reſiſtencia que experimenta o ponto T ſituado na ſuperficie em virtude da fricçaõ do fundo e das margens; ſeja $KT = a$, $TS = b$, $KM = x$, e conſeguintemente $ML = \frac{bx}{a}$, $OR = c$, a altura devida á velocidade do ponto $T = b$, a altura devida á velocidade do ponto $M = y$, e o expoente da potencia da velocidade á qual he proporcional a reſiſtencia $= n$.

Iſto poſto, repreſentando as velocidades pelas raizes quadradas das alturas que lhes ſaõ devidas, teremos pelas condiçoens do Problema $c\sqrt{\frac{y^n}{b^n}}$ por expreſſaõ da reſiſtencia, que padece o ponto M em virtude da fricçaõ. Porém ſe naõ houveſſe fricçaõ, o meſmo ponto ſe moveria como ſe houveſſe cahido da altura ML, ou como ſe eſtiveſſe ſujeito á preſſaõ $\frac{bx}{a}$. Logo, tirando deſta força a reſiſtencia achada, ſerá $\frac{bx}{a} - c\sqrt{\frac{y^n}{b^n}}$ a força que actualmente impelle o ponto M, e $Mm\left(\frac{bx}{a} - c\sqrt{\frac{y^n}{b^n}}\right)$ a força abſoluta que impelle a agua que paſſa pelo elemento Mm. Eſta força he proporcional á quantidade de movimento, que produz; e porque a maſſa de agua, que paſſa a cada inſtante por Mm, he na razaõ compoſta da velocidade e do elemento Mm, teremos $Mm.\sqrt{y}.\sqrt{y}$, ou $Mm.y$ por expreſſaõ da quantidade de movimento. Logo $Mm\left(\frac{bx}{a} - c\sqrt{\frac{y^n}{b^n}}\right) = Mm.y$, e conſeguintemente

$$b^n(bx - ay)^2 = a^2c^2y^n.$$

Para uſar deſta equaçaõ determinaremos b por meio de algum corpo fluctuante, e mediremos as rectas KT, KQ, *KQ*, *TS*, e *QH*. Pelo que respeita á linha *OR* ou c, notaremos que fazendo $x = a$, temos $y = b$, e a equaçaõ precedente se reduz a $(b - b)^2 = c^2$, ou $c = b - b$. Se $n = 1$, a equaçaõ que dá y he do segundo gráo; se $n = 2$, do primeiro; se $n = 3$, do terceiro &c. Naõ me demoro em discutir por miudo as consequencias particulares destas equaçoens, porque o meu objecto principal naõ he de offerecer ao espirito verdades theoricas, mas de escrever huma obra, que ceda em proveito da pratica. Assim nos viramos para as questoens relativas a esta tençaõ; e quando ellas naõ saõ susceptiveis de soluçoens rigorosas, tratamolas physicamente, isto he, de hum modo algum tanto vago, mas sufficiente para o uso que dellas se póde fazer.

455 A superficie de hum rio naõ está sempre de livel de huma borda para a outra; mas algumas vezes he mais ou menos elevada no meio, conforme as circumstancias. O primeiro caso succede, quando o rio tem hum curso perfeitamente livre, e vem a aumentar consideravelmente, ou pela descongelaçaõ das neves, ou pela entrada de outro rio. Sendo as aguas das margens mais retardadas pela fricçaõ que as do meio, estas conservaõ necessariamente maior parte da velocidade inicial. Porém, em virtude da perda respectiva de velocidade, estas aguas se comprimem lateralmente humas ás outras (n. 409. 437.); e como a superficie do rio se suppoem em hum estado permanente, estas pressoens devem fazer equilibrio entre si. Logo onde he menor a perda de velocidade deve corresponder a maior altura de livel, a fim de que o excesso de huma altura sobre outra produza huma velocidade que tambem se destrua em parte, e que assim occasione huma nova pressaõ, a qual se ajunte á pressaõ devida á altura commua de livel, de maneira que a soma destas pressoens seja igual á pressaõ da agua das margens. Deve pois formar o rio neste caso huma curva convexa para a parte do meio, cuja sagitta ou abscissa póde algumas vezes chegar a 2 ou 3 pés.

456 Póde succeder pelo contrario, que a agua se levante mais nas margens do que no meio, quando encontra algum obstaculo no caminho. Por exemplo, se o rio se lança em hum mar sujeito a enchentes e vasantes, está claro que tendo a agua das margens menos velocidade

dade ſerá reppellida mais facilmente no tempo da enchente, e conſeguintemente ſubirá maior quantidade de agua do mar ao longo das margens do que pelo meio do rio, e em virtude deſte aumento de agua para a parte das margens, póde o rio ſer mais elevado nellas do que no meio. Muitas vezes ſe formaõ duas correntes diſtintas, e contrarias, huma no meio que ſe dirige ao mar, e outra nas bordas que ſobe ao longo do rio.

457 Em todos os rios ha frequentes remanſos de agua, occaſionados pela poſiçaõ dos obſtaculos que ſe oppoem ao movimento livre da corrente. Neſtes ſe vê a agua algumas vezes como eſtagnada, outras vezes agitada com fortes movimentos turbinatorios, donde ſahem com bem difficuldade os barcos, que paſſaõ por elles.

458 Obſerva-ſe conſtantemente, que eſtando para vir huma cheia, a agua para a parte do fundo corre com mais velocidade que a ordinaria. A raſaõ deſte effeito he, porque o pezo das aguas ſuperiores ſe faz ſentir até huma grande diſtancia; e aſſim vindo a aumentar-ſe a carga do fundo, deve a velocidade aumentar-ſe tambem.

459 Quando a madre de hum rio vem a eſtreitar-ſe, a profundidade aumenta neceſſariamente, e por conſequencia a velocidade. Muitas vezes he neceſſario conhecer, ao menos proximamente, a mudança que ſuccede na altura de hum rio, quando ſe faz alguma mudança na extenſaõ da madre. Eſta queſtaõ he ſobre tudo neceſſaria, quando ſe trata de conſtruir huma ponte. Examinemos eſte caſo particular.

460 Para maior ſimplicidade ſupponhamos, que a ſecçaõ vertical e latitudinal do rio he hum rectangulo *ACDB* (Fig. 130.), e preſcindamos de toda a reſiſtencia. Levantando a vertical indefinida *KN*, ſupponhamos que a velocidade na ſuperficie *AB* he devida á altura *OM*. Por quanto preſcindimos de toda a reſiſtencia, a velocidade de qualquer ponto *R* ou K ſerá devida á altura correſpondente *MR* ou *MK*; e a agua correrá, como ſe ſahiſſe pela abertura *ACDB* da reſerva *aCDb* conſtantemente cheia na altura *MK*. Agora, ſupponhamos que ſendo a agua coanguſtada pelos arcos da ponte, corre pela abertura rectangular *EFGH*, da qual ſe conhece a baſe *FG*. Sendo *IN* a altura devida á nova velocidade da ſuperficie *EH*, o movimento ſe fará como ſe a agua ſahiſſe pela abertura

EFGH

EFGH de huma reſerva *fCDg* conſtantemente cheia na altura *NK*.

Seja pois $CD = c$, $MK = H$, $MO = b$, a quantidade de agua que no tempo t corre por $ACDB = Q$, $FG = c'$, $NK = H'$, $NI = b'$, a quantidade de agua que no meſmo tempo paſſa por $EFGH = Q'$, e altura donde hum grave cahe em huma unidade de tempo $= a$; e teremos $Q = \frac{4}{3} tc((H\sqrt{H} - b\sqrt{b})\sqrt{a}$, $Q' = \frac{4}{3} tc'(H'\sqrt{H'} - b'\sqrt{b'})\sqrt{a}$ (n. 245.). Porém $Q = Q'$; logo $c(H\sqrt{H} - b\sqrt{b}) = c'(H'\sqrt{H'} - b'\sqrt{b'})$.

461 Supponhamos, que a velocidade he nulla na ſuperficie em ambos os caſos, o que he ſenſivelmente verdadeiro em muitas occaſioens; e teremos $cH\sqrt{H} = c'H'\sqrt{H'}$, donde ſe tira $H : H' :: \sqrt[3]{c'^2} : \sqrt[3]{c^2}$, iſto he, que *a profundidade do rio antes da exiſtencia da ponte he para a profundidade que depois ha de ter, como a raiz cubica do quadrado da ſoma das larguras dos arcos para a raiz cubica do quadrado da largura do rio.*

462 Quando as alturas b, b' naõ ſaõ nullas, devem ſer ſenſivelmente proporcionaes ás alturas H, H', e conſeguintemente $b' = \frac{bH'}{H}$. Subſtituindo eſte valor na equaçaõ, e dividindo tudo por $H\sqrt{H} - b\sqrt{b}$, acharemos igualmente $H : H' :: \sqrt[3]{c'^2} : \sqrt[3]{c^2}$. E porque a proporçaõ $H : H' :: b : b'$ dá $H - b : H' - b' :: H : H'$, teremos $H - b : H' - b' :: \sqrt[3]{c'^2} : \sqrt[3]{c^2}$. Porém $H - b$, $H' - b'$ ſaõ as profundidades do rio nos dous caſos; logo neſta hypotheſe ſeraõ as profundidades na meſma raſaõ, que havemos enunciado no n.º precedente.

463 Se naõ ſe quizeſſe admittir a hypotheſe do n.º 460, que as velocidades da agua ſaõ como as raizes quadradas das alturas, mas em virtude da fricçaõ ſe ſuppuzeſſe ſer *OS* a altura devida á velocidade media na ſecçaõ *ACDB*, e *IT* á velocidade da ſecçaõ *EFGH*, o problema naõ ſeria mais difficultoſo. Porque fazendo $AC = b$, $CD = c$, $SO = H$, $EF = b'$, $FG = c'$, $IT = H'$,

H', está claro, que ſendo iguais as quantidades de agua que no meſmo tempo paſſaõ por ambas as ſecções, teremos $bc\sqrt{H} = b'c'\sqrt{H'}$; e porque a lei pela qual os pontos S, T eſtaõ poſtos ſobre as alturas KO, KI ſe ſuppoem dada, teremos outra equaçaõ, que combinada com a primeira determinará as incognitas H', b'.

Quando, por exemplo, os pontos S, T eſtaõ ſemelhantemente poſtos ſobre as rectas KO, KI, teremos $H : H' : b : b'$, e $b' = \frac{bH'}{H}$. Subſtituindo eſte valor na equaçaõ $bc\sqrt{H} = b'c'\sqrt{H'}$, acharemos $H : H' :: \sqrt[3]{c'^2} : \sqrt[3]{c^2}$, e por conſeguinte $b : b' :: \sqrt[3]{c'^2} : \sqrt[3]{c^2}$. Donde ſe vê, que as profundidades ſaõ tambem neſte caſo na raſaõ que já fica enunciada.

Em todos eſtes calculos havemos ſuppoſto, que a madre do rio he hum canal rectangular, o que nunca tem lugar em rigor. Mas ſempre ſerá facil de ſe modificar a theorica, conforme a exigencia dos caſos, e de ſe adaptar, ao menos proximamente, aos problemas deſte genero, que na pratica podem occorrer.

Conſiderações phyſicas ſobre o modo com que os rios eſtabelecem as ſuas madres.

464 A Corrente de hum rio, pela fricçaõ que experimenta na madre, faz deſapegar alguma terra que leva comſigo; e o canal ſe alarga, e profunda neceſſariamente, em quanto a reſiſtencia que oppoem na ſua ſuperficie naõ chega a igualar a força da agua. Porém como a madre fazendo-ſe maior perde pouco a pouco a ſua declividade, como a velocidade primitiva diminue pelo encontro dos cotovelos e de outros obſtaculos, e como as terras mais fundas tem maior tenacidade, ſuccede em fim que a reſiſtencia dellas ſe poem ſenſivelmente em equilibrio com a força das aguas; e ſe para o perturbar ſe mete algum obſtaculo de novo á corrente, a força da agua torna a lutar contra elle, até reſtabelecer outra vez o equilibrio.

Os

Os rios mais depressa cessaõ de profundar do que de alargar a madre. Porque a tenacidade do fundo, e a diminuiçaõ da velocidade concorrem a afrouxar, ou a impedir a profundaçaõ, e pelo contrario a diminuiçaõ da velocidade e declividade aumentaõ a altura da agua, e conseguintemente a pressaõ e fricçaõ que resulta nas margens. Por esta rasaõ, os rios que correm por terras homogeneas, e de pouca consistencia, sendo as mais cousas iguais, saõ mais largos que fundos.

465 Todos os rios naõ formaõ do mesmo modo as suas madres; pois he certo, por exemplo, que a mesma corrente cava e leva comsigo mais facilmente hum fundo de areia, do que outro de greda ou de cascalho. Mas supponhamos que he dada a força da agua, e a resistencia do terreno, e vejamos o effeito que deve resultar. He evidente, que os obstaculos de hum plano inclinado tem tanta mais ventagem, quanto elle se chega mais para a situaçaõ horizontal, porque tanto mais se diminue o effeito da gravidade. O mesmo succede na madre de hum rio; e a força da corrente naõ cessa de combater com a resistencia do terreno, em quanto a diminuiçaõ da declividade naõ faz a segunda força igual á primeira.

466 Daqui se segue, que sendo a resistencia do terreno constante, quanto maior for a força da corrente, tanto menor será a declividade, no caso do equilibrio. E porque a velocidade da agua perto do fundo mais he devida á pressaõ da agua superior que ao movimento adquirido precedentemente, segue-se tambem que quanto mais fundo for hum rio, tanto menor será a declividade. Se elle contém por toda a parte a mesma quantidade de agua, poderá o fundo considerar-se rectilineo em huma pequena extensaõ; mas em hum longo espaço formará huma spiral, cujas tangentes faràõ sempre angulos iguais com as perpendiculares correspondentes tiradas do centro da terra, que he o centro da mesma spiral; e esta se chegará tanto mais para hum circulo, quanto mais se chegarem os ditos angulos para rectos.

Quando a quantidade de agua aumenta, ou pelas chuvas, ou pela entrada de outro rio, a força da corrente aumenta tambem, e o fundo por conseguinte tende cada-vez mais a fazer-se horizontal. Daqui vem, que se muitos rios se reunem, a madre commua naõ tem tanta decli-

clivi-

clividade como tinhaõ as madres particulares delles antes da uniaõ.

467 Temos visto (n. 450.), que precindindo da resistencia a velocidade da corrente se deveria accelerar continuamente em virtude da declividade. Suppondo agora, que a pezar da resistencia subsiste em parte esta acceleraçaõ sobre hum espaço determinado, está claro que a força da agua se aumenta. Por conseguinte a declividade irá sempre diminuindo, e será a menor possivel quando a acceleraçaõ da velocidade for a maior que he possivel. Donde se segue, que se dous rios desiguais se accelerarem do mesmo modo, o maior terá menor declividade. Em quanto durar a acceleraçaõ, o fundo formará huma curva concava, cujas tangentes faraõ com as perpendiculares tiradas do centro da terra angulos cada vez maiores á medida que se aparta da origem da acceleraçaõ. Mas assim que a velocidade vem a ser uniforme, o fundo se faz sensivelmente rectilineo, ou fórma a spiral que já dissemos.

468 Quando hum rio tem por si mesmo a força de excavar o fundo, sem ajuda da declividade, o fundo será necessariamente horizontal. Porque no caso de que se lhe desse declividade, muito mais facilmente o excavaria, e pelo que temos visto o reduziria á situaçaõ horizontal. Seja, por exemplo, *AEBD* (Fig. 131.) a secçaõ vertical e longitudinal de hum rio, que no lugar proposto tem o fundo *EB* horizontal; e supponhamos, que adiante do ponto *B* a força da corrente se aumenta, ou por receber nova agua, ou por se estreitar a madre &c. Está claro, que ganhando a agua mais força excavará mais o fundo de *B* para diante, e ao mesmo tempo irá gastando o angulo *HBC*, e o fundo todo tomará a inclinaçaõ *HC*, a qual favorecendo a força da corrente fará restituir o fundo á posiçaõ *MCG* horizontal, ou quasi horizontal. Digo *quasi horizontal*; porque sendo a agua *AEBD* sustentada por *DFGC*, quando o fundo *EB* se abaixa para *MC*, naõ póde a superficie *AD* abaixar-se sem que as aguas *DFGC* caiaõ hum pouco sobre as aguas *AEBD*, o que diminue a velocidade da corrente, que por isso poderá naõ ter a força necessaria para restituir o fundo inteiramente á situaçaõ horizontal.

[illegible] Póde logo succeder que hum rio que tem a força de

manter

manter o fundo horizontal, em recebendo outro rio perca parte desta força, e requeira declividade; esta porém naõ he produzida pela elevaçaõ do fundo, mas por huma excavaçaõ real. Supponddo que ella se representa por *EC*, e que corta *BE* no ponto *E*, he evidente que o rio terá ganhado outra vez no ponto *E* a altura primitiva, e a força de fazer o fundo horizontal. A declividade *EC* irá diminuindo, se o rio na vezinhança do ajuntamento se estreitar em virtude do obstaculo que lhe oppoem o rio afluente, porque entaõ o movimento perdido será mais que compensado pela maior pressaõ da agua e aumento da massa.

469 Seja *AD* (Fig. 132.) hum rio que tem simplesmente a força de conservar o fundo *CD* horizontal; e supponhamos, que em *D* se alarga, ou divide em muitos braços, de maneira que se reduz á altura *BE* menor que *AC*. Entaõ naõ terá força para manter o fundo horizontal; e se a corrente trouxer comsigo materias estranhas, formarse-ha sobre *DG* o aterro *DEFG*, com a superficie *EF* em declive. E porque a face *DE* naõ póde suster-se a prumo, o angulo *E* será levado, e se estabelecerá a aclividade *HL* terminada de huma parte no fundo horihorizontal *CH*, e da outra no declive *EF*. Donde se vê, que póde formar-se em *D* hum aterro, sem diminuir a força da agua *AH*, e sem o fundo *CH* deixar de ser horizontal.

Diminuindo a força da agua em quanto se fórma a escarpa *HL*, deveria elevar-se; mas como entaõ havia de cahir sobre *AB*, acha mais facilidade em se alargar e corroer as margens. Este alargamento tem lugar no espaço das margens fronteiro á escarpa *HL*, em quanto ella se estabelece, depois do que formando-se em *L* a declividade *LF*, e conservando-se a agua na mesma altura, a largura será tambem a mesma.

470 Temos visto (n. 466.) que sendo a resistencia do terreno constante, a declividade he tanto menor quanto a força da corrente he maior. Do mesmo principio se segue tambem, que sendo a força da corrente constante, quanto maior for a tenacidade do terreno, tanto maior será a declividade. E dahi nasce que os rios que correm sobre fundos de greda, ou de tufo, tem maior declividade do que os que correm sobre lodo, ou areia. Quando o fundo

he

he de materia que a agua naõ póde excavar, a declividade naõ se altera senaõ muito pouco pela continuaçaõ do tempo. E se o fundo naõ for igualmente resistente, a declividade mudará á proporçaõ da resistencia, conforme ao que temos explicado. Em tudo isto suppomos, que a declividade do fundo naõ permitte ás materias estranhas misturadas com a agua a liberdade de pararem, e se depositarem em algum lugar. Se isto succeder, resultaráõ muitas outras variações na profundidade, largura, e direcçaõ da madre, conforme os lugares onde se fizer esse deposito.

471 Supponhamos que hum rio, pela combinaçaõ da sua força com a resistencia do terreno, deveria estabelecer o fundo *AB* (Fig. 133.), e que este está cuberto com o triangulo *ABC* da mesma materia. He evidente, que a agua correndo sobre o fundo *CB* terá a força de o excavar; mas como o naõ póde fazer em hum instante, supponhamos que no tempo que gasta em levallo de *CB* até *DB*, recebe pela afluencia de huma torrente a materia que basta para restituir o fundo a *CB*; entaõ tornará a excavallo de novo até *DB*, e assim por diante; de maneira que o fundo naõ chegará jámais a *AB*, mas andará sempre alternativamente entre os limites *CB*, *DB*.

He de notar que a enchente do rio, e o abaixamento da madre produzem variedades na força da corrente, ainda que a quantidade da materia arrastada pela maior declividade *CB* no tempo da enchente seja igual á que he arrastada pela menor declividade *DB* quando a agua tem menos altura. Mas em tudo isto póde tomar-se hum meio arithmetico, e suppor-se que as excavações saõ proporcionais aos tempos em que saõ feitas.

472 Como a quantidade da materia conduzida ao rio pela afluencia da torrente aumenta ou diminue, conforme a torrente he mais ou menos copiosa, segue-se que o rio terá menos declividade quando for maior o intervallo entre duas cheias consecutivas da torrente, e quando estas forem menores, e durarem menos tempo. Mas por outra parte, tendo o rio mais força para excavar, quando he mais cheio e por mais tempo, a declividade do fundo será tanto menor quanto maiores forem as suas enchentes e durarem por mais tempo. Como pois a enchente do rio tanto em grandeza como em duraçaõ depende

pende da cheia da torrente, e como a primeira faz maior excavaçaõ, e a segunda traz maior copia de materia, será necessario examinar como estas duas causas se combinaõ em cada caso, para avaliar o effeito da que for superior.

473 Quando hum rio recebe de huma torrente tal quantidade de terra ou areia, que naõ póde incorporar-se com a agua, deposita-se no fundo, e fallo levantar: e cessando o curso da torrente, a materia depositada será excavada, e levada pelo rio pouco a pouco. Se para produzir este effeito, he necessario mais tempo do que media entre duas cheias da torrente, o fundo naõ poderá ser reduzido á menor declividade, que requer a força da agua e a resistencia do terreno; mas andará entre dous limites, da maior excavaçaõ que o rio póde fazer, e da maior elevaçaõ que a torrente póde produzir.

474 Tais saõ as leis gerais, que os rios observaõ na declividade. Examinemos agora a sua direcçaõ.

Todo o movimento he essencialmente rectilineo; e os rios, se nada os embaraçasse, caminhariaõ por huma linha recta desde a origem até a foz. Mas a resistencia desigual do terreno, os depositos que se formaõ pelas materias que a agua acarreta, os obstaculos naturais ou artificiais que encontra, produzem no fundo e nas margens bojos, cotovelos, e tortuosidades de toda a especie.

475 Seja *ACDEB* (Fig. 134.) a secçaõ latitudinal de hum rio rectilineo, cujo fundo actual he mais resistente na parte *DE* que em *CD*; e supponhamos que a força da corrente basta simplesmente para impedir que se depositem as novas materias conduzidas pela agua, e que a resistencia da parte *DE* basta simplesmente para impedir a excavaçaõ. Neste caso a parte menos resistente *CD* cederá, e se profundará, por lhe ser necessaria menor declividade para resistir á separaçaõ do terreno. Supponhamos pois que a agua tem excavado até *FD*; he evidente, que havendo adquirido maior altura *FG*, ainda terá mais força para excavar. Porem neste tempo deve necessariamente diminuir a altura da agua em *HI* de huma quantidade conveniente á parte *CDF* de que a secçaõ do rio se tem augmentado; logo sendo pela hypothese a velocidade primitiva em *I* simplesmente bastante para impedir o deposito das materias estranhas, agora naõ será

capaz

capaz deste effeito. Assim levantar-se-ha o fundo *D E* para *D K*, e será a nova secçaõ do rio *A C F D M K B*. A maior velocidade da agua será para a parte da margem *A C*, a qual será necessariamente gastada; quando pelo contrario a margem *E B* distando cada vez mais da veia da agua receberá os depositos das materias estranhas, e o rio perderá neste lugar a sua direcçaõ rectilinea.

476 Seja *BDFC* (Fig. 135.) a secçaõ rectangular estabelecida de hum rio em hum terreno uniforme, a qual por conseguinte naõ póde mudar-se em quanto a agua for pura, e na mesma quantidade. Sendo a velocidade nas margens menor que no fundo, e supposto que a velocidade primitiva no ponto *E* he simplesmente a que basta para impedir o deposito de materias estranhas, he manifesto que entrando no rio alguma quantidade dellas deveráõ formar hum deposito para a parte das margens, e a secçaõ se fará mais pequena. Entaõ fazendo-se maior a altura da agua sobre o ponto *E* entrará a excavar até *K*; e resultando da maior profundidade da secçaõ huma velocidade maior em todos os pontos della, a força primitiva da corrente, que estava em equilibrio com a resistencia das bordas, agora começará a gastallas, e a secçaõ se alargará pela parte superior tomando a forma *R O K H G*.

Combinando os effeitos, que resultaõ do deposito de materias estranhas, com os da resistencia desigual do terreno, daremos a rasaõ de muitas desigualdades, que se observaõ tanto na direcçaõ, como na profundidade dos rios.

477 Supponhamos que hum rio *A X D C* (Fig. 136.) rectilineo, ou tortuoso, encontra o lanço de hum dique ou açude *B E*, situado obliquamente sobre a borda *A X*. Se as particulas que ferem este muro fossem insuladas e elasticas, ou se o muro fosse perfeitamente elastico, cada huma dellas reflectiria fazendo o angulo de reflexaõ igual ao de incidencia. Ainda que esta supposiçaõ naõ he admissivel em rigor, póde com tudo empregar-se para conhecer proximamente o movimento reflexo da agua.

Seja pois *G H* hum fio de agua, que reflecte por *H L* fazendo o angulo *E H L* igual a *G H B*. Encontrando *H L* o fio vezinho *S F* no ponto *F*, este ponto será sollicitado pelas direcções *F M*, *F L*, e descreverá a diagonal *F N*. Esta, encontrando o muro em *P* será reflectida por *P O*; e assim por diante. Deste modo conheceremos o movimen-

to

to, que o obſtaculo *B E* faz tomar a corrente. He evidente, que elle tende a dirigir a corrente para a margem oppoſta por huma direcçaõ mais ou menos obliqua, e que o effeito depende da ſua poſiçaõ combinada com a velocidade primitiva da agua; donde devem reſultar as mudanças proporcionadas na madre. Naõ me demoro em examinallas por miudo, pois ſe achaõ diſcutidas amplamente na Peça ſobre a conſtrucçaõ mais ventajoſa dos Diques, compoſta em commum por M. Viallet e por Mim, a qual ganhou o premio quadrupulo da Academia de Toloſa em 1762. Para ella remettemos o Leitor, que ſe quizer inſtruir mais profundamente ſobre eſta materia.

Do movimento dos rios na ſua embocadura; e da uniaõ, e ſeparaçaõ delles.

478 QUando a ſuperficie de hum rio ſe acha em eſtado permanente, iſto he, quando naõ ſe levanta nem abaixa, paſſaõ neceſſariamente no meſmo tempo quantidades iguais de agua por quaiſquer ſecções delle perpendiculares á direcçaõ da corrente. Donde ſe ſegue, que ſe hum rio permanece eſtavel na embocadura, deſpeja preciſamente tanta agua quanta recebe nas partes ſuperiores; ſe a ſuperficie ſe levanta, deſpeja menos do que recebe, e a differença produz a elevaçaõ; e ſe a ſuperficie ſe abaixa, deſpeja mais do que recebe, e o exceſſo produz a depreſſaõ.

479 Póde ſucceder que hum rio ſe deſpeje cahindo de certa altura, como ſe vê nas catadupas. Entaõ a deſcarga ſe faz livremente, e ceſſando na queda a reſiſtencia do fundo e das margens, a agua diminue no volume e aumenta na velocidade; aceleraçaõ, que ſe communica á agua ſuperior, e que lhe faz inclinar mais a ſuperficie ao horizonte. Mas como os rios, que tem o fundo ſuſceptivel de excavaçaõ, naõ admittem catadupas, ordinariamente ſe ajunta a ſuperficie do rio com a da reſerva em que ſe deſpeja, de maneira que as duas ſuperficies ſe pódem conſiderar como dous planos, que ſe cortaõ no lugar da embocadura. Eſta interſecçaõ varîa de lugar, conforme o rio leva mais ou menos agua, mas a mudança naõ paſſa de certos limites; e póde tomar-ſe hum termo medio

ctio entre as ſuas excurſões por interſecçaõ conſtante das duas ſuperficies.

Tudo iſto he applicavel aos rios, que ſe lançaõ em alagoas, ou em outros rios. Os que entraõ em hum mar ſujeito a marés tem alguma differença. A enchente repreza as aguas do rio, e as faz ſubir até certa altura, as quais tornaõ no tempo da vaſante á ſua direcçaõ primitiva. Aſſim anda a interſecçaõ das duas ſuperficies ſempre em movimento, e naõ póde attribuir-ſe-lhe lugar fixo.

480 A agua de hum rio, que entra em outro, experimenta huma reſiſtencia, que naõ he facil de avaliar exactamente. Sejaõ *A B C D*, *E CG F* (Fig. 137.) dous rios que ſe unem em *C M N*; e imaginemos, por hum momento, em *C N* hum muro que ſepare as duas maſſas de agua. He evidente, que a preſſaõ contra o muro he igual de ambas as partes; e conſeguintemente, que as duas maſſas naõ obraõ entre ſi, ſenaõ em virtude das ſuas velocidades de translaçaõ. Deſta percuſſaõ deve naſcer huma velocidade, cuja direcçaõ dividirá o angulo *D C E* em partes iguais ou deſiguais, conforme os rios ſe encontrarem com forças iguais ou deſiguais. Alguns autores tem procurado determinações exactas deſtes movimentos, pelas leis da percuſſaõ dos fluidos; mas elles ſaõ taõ complicados em ſi meſmos, e taõ alterados por differentes circunſtancias phyſicas, que náõ poderáõ ſer jamais reduzidos a formulas, ſenaõ de hum modo muito imperfeito.

481 Diminuindo a declividade dos rios á medida que ſe chegaõ para o mar, o fundo ſe faz ſenſivelmente horizontal, e a agua corre para os lugares que lhe offerecem mais facilidade, aumentando em ſuperficie, e diminuindo em altura; e aſſim ſe forma nas embocaduras huma eſpecie de banco, ou barra, onde a agua tem pouca altura. Havendo marés, a enchente tende a tranſportar para cima a terra que forma a barra, e o rio na vaſante tende a reſtituilla ao primeiro eſtado, até que o conflicto das duas correntes contrarias faz tomar ao fundo do rio huma forma permanente, propria para eſtabelecer huma eſpecie de equilibrio entre os effeitos reciprocos que ellas produzem.

Na Fig. 138, que he hum perfil do rio e do mar, tomado ao longo do rio, a curva *D E F* repreſenta o fundo do do rio *ABED*, e do mar *CBEF*, ſendo *E* o ponto mais alto da barra. Póde *B E* conſiderar-ſe como huma abertura, por onde paſſaõ ſucceſſivamente as duas correntes que havemos dito. Eſta abertura toma a altura conveniente ás forças que a eſtabelecem, e tem por elementos principais das ſuas dimenſões, a quantidade da agua do rio, a ſua velocidade, e a elevaçaõ da preamar.

482 Ainda que os depoſitos das materias trazidas pela agua pódem produzir algumas mudanças na figura e dimenſões da barra, naõ ſaõ com tudo as cauſas primordiais della, como ordinariamente ſe penſa. Quando as aguas foſſem perfeitamente puras, ſempre na embocadura ſe formaria huma eſpecie de banco mais ou menos ſenſivel, da maneira e pela raſaõ que havemos expoſto. Tambem as areias tranſportadas pelos ventos formaõ algumas vezes grandes aterros ou dunas nas embocaduras, que fazem mudar a corrente dos rios, e a poſiçaõ das barras.

483 Ha hum famoſo banco na embocadura do Adur abaixo de Bayona. Para o deſtruir ou diminuir, muitas vezes ſe tem mudado a corrente do rio por meio de marachões obliquos, que naõ tiveraõ effeito perduravel, até que em fim ſe determinou em 1729 encanallo deſde a aldeia *Boucau* até o mar entre dous longos diques de alvenaria, que foraõ logo principiados, e que ainda ſe naõ acabáraõ. Eſta obra interrompida e continuada por varias vezes, naõ tem chegado até o preſente (1769) ſenaõ a produzir 6 até 7 pés de altura na baixamar. Como a preamar ſobe de 11 até 12 pés, a barra tem 18 pés de altura neſte ponto, a qual ſeria baſtante para receber grandes embarcações, ſe foſſe bem franca. Mas como na entrada das barras naõ ſe póde eſperar o ponto juſto da preamar, e como ſe deve abater alguma couſa em raſaõ das ondas, naõ ſe deve contar mais que por 12 pés de altura na preamar, a qual naõ he baſtante, e ainda ſe procura aumentar.

He certo, que o melhor meio de o conſeguir he encerrar o rio entre dous diques rectilineos, que ſe produzaõ hum pouco avante pelo mar dentro; porque aumentando-ſe a velocidade do rio combate mais ventajoſamente a corrente contraria do mar, e o fundo toma a fórma *DHe*, tranſportando-ſe o ponto *E* para *e* onde lhe correſponde a altura

altura Ce maior que BE. Seria conveniente, que descendo para o mar diminuisse a largura do canal, porque assim aumentaria a agua do rio no tempo da vasante cada vez mais em velocidade e profundidade, e a do mar pelo contrario no tempo da enchente diminuiria cada vez mais. Huma precauçaõ essencial nestas obras he levar os diques sempre emparelhados, ou estabelecer huma especie de equilibrio entre as suas partes correspondentes. Por falta desta advertencia, as obras que se fazem de huma banda lançaõ a agua para a outra, e formaõ entulhos, que depois he necessario tirar com grandes despezas, para formar o dique opposto.

As mesmas observaçoens se applicaõ, guardada a proporçaõ, á embocadura de dous rios, que saõ sujeitos a encher e diminuir em tempos differentes, como succede de ordinario. Na sua embocadura se fórma huma especie de fluxo e refluxo, que produz effeitos semelhantes aos do mar.

484 Supponde hum mar izento de marés, ou prescindindo dellas, os rios que nelle entraõ no tempo das cheias levantaõ-se menos na embocadura do que nas partes distantes. Porque a agua de hum rio na embocadura naõ se levanta acima do livel da superficie do mar, e esta naõ se eleva senaõ insensivelmente pela agua que recebe do rio afluente. Assim deve a superficie do rio no tempo das cheias formar com o prolongamento da superficie do mar hum angulo maior. Quando pois se vê, que hum rio cresce huma certa quantidade nas vezinhanças da foz, póde concluir-se que tem crescido muito mais sensivelmente nas partes superiores.

485 Daqui se entenderá a rasaõ de hum phenomeno assaz notavel. Hum pequeno rio desagua em outro maior, que conserva a mesma quantidade de agua ou o mesmo livel, e que entra pela foz do primeiro, de sorte que a agua se acha como estagnada no rio pequeno por hum largo espaço desde a sua embocadura. De repente ha huma grande cheia no pequeno rio; e sem embargo a superficie da agua na vezinhança da foz naõ se levanta mais do que antes. Porque a agua se eleva entaõ nas partes superiores do pequeno rio, e dando impulso á da vezinhança da embocadura accelera a sua velocidade.

486 Supponde agora que hum rio tem sempre a mesma

quantidade de agua, a sua velocidade será retardada, e a agua subirá a maior altura na vezinhança da foz do que nas partes superiores, quando a maré encher. Porque sendo *BR* (Fig. 139.) a superficie do mar, e e *BF* a embocadura do rio, está claro que se a superficie *BR* se levantar para *AT*, a agua do mar resistirá ao movimento do rio, e a superficie delle *EB* se levantará no ponto *D* onde encontra a superficie do mar *TAM*, e tomará conseguintemente a posiçaõ *EK*. E como a reacçaõ do mar naõ passa de certa extensaõ, e se pelo ponto *M* onde a horizontal *TAM* encontra o fundo do rio se conduzir a secçaõ *ME* perpendicular á direcçaõ da corrente, o ponto *E*, quando menos, está fóra desta reacçaõ; he visivel, que a superficie *EK* está mais elevada na secçaõ *KDG* do que em qualquer outra entre os pontos *E*, K, e com mais forte rasaõ adiante do ponto E.

487 Igualmente se vê, que á medida que se elevar a superficie *AT*, o ponto *K* se elevará tambem, e correrá mais para dentro do rio. Este ponto K naõ deve considerar-se em todos os casos como a intersecçaõ de duas linhas. Algumas vezes a superficie do mar he muitos pés mais elevada que a do rio, e toma hum movimento muito consideravel por elle acima, como succede no Sena até muitas leguas acima de Ruaõ. O mesmo, guardada a proporçaõ, se observa na embocadura de dous rios confluentes, quando hum delles enche sem o outro encher ao mesmo tempo, e na mesma proporçaõ.

488 Quando dous rios se unem, e naõ formaõ mais que hum só, a largura do *composto* he sempre menor que a soma das larguras dos rios *simples* antes da uniaõ; porque a superficie, que resiste á corrente do rio composto, he necessariamente menor que a soma das superficies, que resistiaõ á corrente dos rios simples. Supponde pois que a velocidade junto ás margens he a mesma em ambos os casos, a veia da agua será mais rapida no rio composto, e as materias estranhas conduzidas pela agua se depositaráõ nas margens. Donde se segue que a madre se estreitará e profundará proporcionalmente; e assim resultará maior altura de agua, e conseguintemente maior velocidade. Tudo isto he constante pela experiencia. Vemos muitos rios, principalmente quando tem pouca declividade, receber outros sem parecerem aumentar sensivelmente de volume; mas a velocidade se faz maior. 489

489 Assim como dous rios, que se ajuntaõ, podem ter, e tem ordinariamente quantidades de agua, declividades, e velocidades muito differentes; do mesmo modo, quando hum rio se divide em muitos braços, estes teraõ quantidades de agua, declividades, e velocidades differentes, conforme as circunstancias. Naõ he pois de admirar, que quando hum rio se divide na ponta de huma ilha, os dous braços se naõ conservem sempre no mesmo livel. Cada livel particular póde abaixar-se, ou elevar-se a respeito dos outros, conforme a agua pela sua quantidade e declividade achar mais ou menos facilidade na corrente.

490 Em 1760 appareceu hum pequeno Tratado sobre a corrente dos rios, cujo autor pertende que he indifferente, quanto á altura de hum rio, aumentar ou diminuir o seu volume, porque a velocidade cresce, ao seu entender, proporcionalmente ás quantidades da agua. E daqui combate rijamente o uso ordinario de sangrar hum rio, com o fim de o fazer abaixar, e prevenir as inundaçoens, que póde causar nos campos vezinhos.

491 Este systema, que tem enganado algumas pessoas, deve reduzir-se aos limites que permitte a verdade, os quais saõ muito estreitos. A hypothese em que se funda, que *as velocidades crescem como as quantidades da agua*, naõ he exacta (n.435.). He certo, que aumentando-se a quantidade da agua tambem se aumenta a velocidade, naõ porém na mesma rasaõ. Nos rios que tem pouca declividade, cujo livel he sensivelmente o mesmo que o do mar, como succede na vezinhança da embocadura, naõ se fará abaixar o livel sensivelmente, ainda que elles se repartaõ em muitos braços. Seja por exemplo, o rio *AB* (Fig. 140.), cujo livel he o mesmo que o do mar *GHEF*. Está claro, que fazendo as novas aberturas *CF*, *DE*, as aguas naõ abaixaráõ por isso na parte *ACD*, ou ao menos naõ abaixaráõ senaõ na rasaõ da soma das superficies *CF*, *DE* para a soma das superficies *AB*, *GHEF*, que he huma quantidade insensivel. Donde concluiremos, que as sangrias feitas em hum rio perto da embocadura, ou em geral em todo o rio que tem pouca declividade, devem produzir ordinariamente ventagens pouco consideraveis. Mas se o rio tiver huma declividade e velocidade sensivel, he sem duvida que crescendo a quantidade de agua, tambem cresce a altura; e reciprocamente, que póde abaixar-se consideravelmente de livel, por meio das sangrias.

492 Algumas vezes he neceſſario derivar certa quantidade de agua de hum rio, e quer-ſe ſaber, quanto elle ha de diminuir de altura, porque he de pouco cabedal, e naõ ſe lhe quer tirar a qualidade de navegavel. Eiſaqui a ſoluçaõ, primeiramente na hypotheſe de que o rio, e o canal de derivaçaõ ambos ſaõ rectangulares.

493 Seja *ABCD* (Fig. 141.) a ſecçaõ horizontal do rio, *EFHG* a do canal, e ſupponhamos que o rectangulo *MOPN* (Fig. 142.) repreſenta a ſecçaõ vertical e latitudinal do rio, ſendo *MN* o livel da agua antes da exiſtencia do canal de derivaçaõ, e *VX* depois de ſer eſtabelecido o dito canal, cuja ſecçaõ vertical e latitudinal repreſentamos pelo rectangulo *SQRT*. He evidente, que a ſoma das quantidades de agua que paſſaõ em hum tempo dado t pelas duas aberturas *VOPX*, *SQRT* deve ſer igual á que paſſava no meſmo tempo pela abertura *MOPN*. Aſſim fazendo $MO = H$, $OP = c$, $SQ = H'$, $QR = c'$, preſcindindo dos obſtaculos, e ſuppondo que a velocidade na ſuperficie da corrente he como inſenſivel, e conſeguintemente que a velocidade em cada ponto da profundidade he devida á altura correſpondente da agua, ſerá a quantidade de agua que paſſa pela abertura $VOPX = \frac{4}{3} tcH' \sqrt{aH'}$ (n. 245.), a que paſſa por $SQRT = \frac{4}{3} tc'H' \sqrt{aH'}$, e a que paſſava por $MOPN = \frac{4}{3} tcH \sqrt{aH}$. Logo teremos

$$cH'\sqrt{H'} + c'H'\sqrt{H'} = cH\sqrt{H}.$$

E porque a quantidade de agua, que deve ſer derivada no tempo t, ſe ſuppoem dada, deſignando-a por q, teremos $q = \frac{4}{3} c'tH'\sqrt{aH'}$; e combinando eſta equaçaõ com a precedente, acharemos as duas incognitas H', c' pelas duas equaçoens ſeguintes

$$H' = \sqrt[3]{\frac{(4tcH\sqrt{aH} - 3q)^2}{16t^2c^2a}},$$

$$c' = \frac{3cq}{4tcH\sqrt{aH} - 3q}.$$

Aſſim

Assim conheceremos a largura e profundidade do canal de derivaçaõ; e juntamente a quantidade $H - H'$ que o livel do rio se ha de abaixar.

494 O problema seria igualmente facil de se resolver, se naõ suppuzessemos que a velocidade de cada fio da corrente era devida á altura que lhe corresponde, mas fixassemos a altura media da mesma corrente, como fizemos no n.º 463. Deixamos este calculo ao Leitor.

495 Como os rios naõ tem já mais a fórma rectangular, a soluçaõ precedente naõ he applicavel á practica, senaõ por meio de algumas operaçoens preliminares, as quais será conveniente que indiquemos aqui. Seja em geral *MFGHIKN* (Fig. 143.) a secçaõ vertical e latitudinal de hum rio. Havendo dividido a largura *MN* em grande numero de partes iguais *MA*, *AB*, *BC*, *CD*, *DE*, *EN*, medir-se-haõ com a sonda as alturas correspondentes *AF*, *BG*, *CH*, *DI*, *EK*. Entaõ considerando os pequenos arcos *MF*, *FG*, *GH* &c como linhas rectas, e a secçaõ como hum polygono rectilineo, a area delle será $= (AF + BG + CH + DI + EK)\, MA$, isto he, igual ao producto da soma das profundidades multiplicada por hum dos intervallos iguais da largura. Dividindo este producto pela largura inteira *MN*, supposndo que a vertical *MO* representa o quociente, e acabando o rectangulo *MOPN*, a area delle será igual á do polygono. Isto posto, poderemos na practica, sem receio de erro attendivel, considerar o rectangulo *MOPN* como a secçaõ do rio; e suppondo que pela derivaçaõ o livel deste rectangulo se abaixa até *VX*, a secçaõ real do rio depois da derivaçaõ será o polygono *mFGHIKn*, e o abatimento do livel será *MV* sensivelmente. Do mesmo modo se praticaria com o canal de derivaçaõ, se elle naõ houvesse de ser rectangular.

O mesmo methodo se póde applicar ao problema, que acima resolvemos n.º 460, e seg.

CAPI-

CAPITULO VII.

Da percussaõ dos fluidos.

496 QUando hum fluido em movimento encontra hum corpo, ou obstaculo, necessariamente emprega contra elle certa quantidade de força; porque as particulas do fluido saõ tambem pequenos corpos, que multiplicados pela sua velocidade compoem huma quantidade determinada de movimento. Se o fluido estiver em quietaçaõ, e vier hum corpo a encontrallo com certa velocidade, a *resistencia* que o fluido lhe deve oppor será igual à *percussaõ* que exercitaria contra elle, se o fluido se movesse com a velocidade do corpo, e este estivesse em quietaçaõ. Isto he evidente por si mesmo. A percussaõ, e a resistencia dos fluidos seguem pois as mesmas leis, e medem-se do mesmo modo.

497 Todos sabem a distinçaõ das forças mortas, e vivas. As primeiras saõ simples pressões, que naõ produzem velocidade actual finita, senaõ depois de haverem obrado por hum tempo finito; e as outras, que tambem se chamaõ forças de percussaõ, produzem huma velocidade finita, e actual, e podem considerar-se como somas de infinitas pressões accumuladas. He evidente, que toda a força de pressaõ póde medir-se por hum pezo, porque o pezo naõ he outra cousa, senaõ huma massa sujeita á acçaõ da gravidade, a qual he huma força de pressaõ. Quanto ás forças de percussaõ, suppondo-se que produzem o seu effeito em hum instante, seraõ infinitas em comparaçaõ das pressões, e naõ poderáõ medir-se por pezo algum. Mas naõ se entende, como a força de hum corpo, que he huma quantidade finita, póde em hum instante produzir hum effeito finito, isto he, imprimir em outro corpo huma quantidade determinada de movimento. Toda a communicaçaõ de movimento se faz em hum tempo finito, ainda que seja de huma brevidade inperceptivel aos nossos sentidos. Podemos pois considerar em geral as forças de percussaõ obrando por degraos como as da pressaõ, e naõ produzindo o seu effeito senaõ em hum tempo finito, ainda que summamente breve. Entaõ podem medir-se por pezos; porque a gravidade applicada a hum corpo por

hum

hum tempo finito produz huma força viva capaz de fazer equilibrio a outra força viva ; e assim quando hum fluido fére qualquer corpo , a percussaõ que exercita contra elle he sempre reductivel a hum certo pezo.

498 He muito difficultoso determinar as leis da percussaõ dos fluidos de hum modo exacto , e applicavel á practica. Até agora naõ se tem achado huma theorica , que satisfaça perfeitamente nesta parte. A que se segue ordinariamente , e que tem a ventagem de ser muito simples , suppoem que o fluido he composto a cada instante na direcçaõ do seu movimento de huma infinidade de fios parallelos , cada hum dos quais dá o seu golpe , sem se embaraçarem huns aos outros ; o que naõ póde ter lugar em rigor , e em certos casos conduz a resultados muito distantes da verdade , para se poderem admittir. Dous motivos com tudo me obrigaõ a expôr aqui esta theorica. O primeiro , porque facilitará aos Leitores a intelligencia de muitas obras de Architectura Naval , ás quais serve de fundamento. O segundo , porque póde servir , sem erro attendivel, no calculo das maquinas, que se movem por meio de rodas , impellidas pela acçaõ da agua , ou do ar ; objecto importante , que principalmente temos em vista neste lugar. Porém depois de a expormos , referiremos varias experiencias , pelas quais se verá em que casos póde a dita theorica ser admittida , ou deve ser absolutamente rejeitada.

Theorica ordinaria da percussaõ dos fluidos.

499 S*E o mesmo fluido $MXGN$* (Fig. 144.) , *cujas particulas se movem todas com igual velocidade , ferir perpendicularmente os dous planos AB , AR, as forças das impulsões seraõ entre si na rasaõ dos mesmos planos.*

Porque , movendo-se todas as moleculas do fluido pelas direcções IK , OR &c perpendiculares aos planos propostos , a impulsaõ sobre AB he para a impulsaõ sobre AR , como o producto do numero das moleculas , que ferem AB, multiplicado pela sua velocidade , para o producto do numero das moleculas, que ferem no mesmo tempo AR , multiplicado pela velocidade. Porém as massas que

ferem

ferem os dous planos em tempos iguais ſaõ dous priſmas, que tem por baſe os meſmos planos, e por altura commua a velocidade do fluido. Logo a impulſaõ contra AB he para a impulſaõ contra AR, como o plano AB para o plano AR.

500 *Se dous fluidos da meſma eſpecie* $MXZN$ (Fig. 144.), *e* $EGHF$ (Fig. 145.) *movidos com differentes velocidades, ferirem perpendicularmente os dous planos* AB, CD *em quietaçaõ, as forças das impreſſões ſeraõ entre ſi como os planos multiplicados pelos quadrados das velocidades dos fluidos.*

Porque ſuppondo a impulſaõ contra $AB = F$, contra $CD = f$, a maſſa que fere $AB = M$, a que fere $CD = m$, a velocidade da primeira $= V$, a da ſegunda $= u$, teremos $F : f :: MV : mu$. Porém as maſſas M, m da meſma eſpecie ſaõ entre ſi na raſaõ dos volumes, e os volumes na raſaõ composta das baſes AB, CD e das velocidades V, u que repreſentaõ as alturas; logo $M : m :: AB.V : CD.u$, e por conſeguinte $MV : mu :: AB.V^2 : CD.u^2$. Mas temos $F : f :: MV : mu$; logo $F : f :: AB.V^2 : CD.u^2$.

501 Deve notar-ſe, que ſe os fluidos naõ foſſem da meſma eſpecie, a raſaõ das denſidades deveria entrar na raſaõ das maſſas. *Entaõ as percuſſões ſeraõ na raſaõ compoſta dos planos, das denſidades dos fluidos, e dos quadrados das velocidades dos meſmos fluidos.*

502 Note-ſe tambem, que todas as moleculas do meſmo fluido ſe ſuppoem animadas da meſma velocidade. Se aſſim naõ for, deverá tomar-ſe a velocidade *media*, como ſe foſſe a de todo o fluido.

503 Se os planos AB, CD ſe moverem uniformemente, ſendo ſempre perpendiculares ás direcções dos fluidos, he igualmente facil de achar a raſaõ das impreſſões.

Supponhamos, que em hum tempo dado o plano AB com a ſua velocidade uniforme, e primitiva chegaria a ab, e o plano CD com a ſua a cd, de maneira que ſejaõ as ſuas velocidades repreſentadas por KT, PQ; e por VT, LQ, as velocidades contemporaneas dos dous fluidos. He facil de ver, que as impreſſões ſobre os planos AB, CD ſeraõ como ſe elles eſtiveſſem em quietaçaõ, e os fluidos vieſſem a encontrallos ſomente com as velocidades VK, LP, porque os planos ſe ſubtrahem á percuſſaõ com as velo-

velocidades KT, PQ. Deſignando pois a velocidade VT por V, KT por V', LQ por u, PQ por u', e as impulſões por F, f; teremos $F:f :: AB\,(V-V')^2 : CD\,(u-u')^2$.

Do meſmo modo ſe vê, que ſe os planos em lugar de fugir directamente os fluidos, vieſſem a encontrallos com as velocidades V', u', teriamos $F:f :: AB\,(V+V')^2 : CD\,(u+u')^2$. Aſſim reunindo os dous caſos, ſerá $F:f :: AB\,(V \mp V')^2 : CD\,(u \mp u')^2$.

504 Póde ſucceder, que hum dos planos, por exemplo AB, eſteja em quietaçaõ. Entaõ $V'=0$, e a proporçaõ ſe reduzirá a $F:f :: AB.V^2 : CD\,(u \mp u')^2$; donde ſe tira $f = \dfrac{F.CD.(u \mp u')^2}{AB.V^2}$, formula que ſervirá para comparar a impulſaõ perpendicular ſobre hum plano, que ſe move, com a impulſaõ perpendicular ſobre outro, que eſtá em quietaçaõ.

505 *Se o fluido* $MXZN$ (Fig. 144.) *ferir perpendicularmente o plano* AB *em quietaçaõ, e o fluido* $EGHF$ (Fig. 146.) *obliquamente o plano* CD *tambem em quietaçaõ, a impulſaõ ſobre o primeiro ſerá para a que reſulta perpendicularmente ſobre o ſegundo na raſaõ compoſta dos planos, dos quadrados das velocidades dos fluidos, e da raſaõ do quadrado do raio para o quadrado do ſeno do angulo de incidencia* RCD.

Porque ſendo a impulſaõ ſobre $AB = F$, ſobre $CD = f$, a velocidade do fluido $MXZN = V$, de $EGHF = u$, a maſſa que fere $AB = M$, a que fere $CD = m$, a ſua velocidade perpendicular a $CD = u'$, o ſeno total $= R$, e o ſeno do angulo $RCD = p$, teremos primeiramente $F:f :: MV : mu'$. E porque, conduzindo a recta DR perpendicular á direcçaõ do fluido CR, he evidente que o numero das moleculas que ferem DC he o meſmo que o das que ferem DR, teremos $M:m :: AB.V : DR.u :: AB.V : CD.\frac{p}{R}.u :: AB.V.R : CD.u.p$. Além diſto, ſuppondo que $ny = u$ repreſenta a velocidade do fluido $EGHF$, e reſolvendo-a em duas, huma $ut = u'$ perpendicular ao plano, e a outra nr que lhe he parallela, e que naõ contribue nada para a percuſſaõ, teremos $u' : u :: ry : ny :: p : R$, e

u'

$u' = u \cdot \frac{p}{R}$. Logo será $MV : mu' :: AB.V^2.R : CD.$
$u^2 \cdot \frac{p^2}{R} :: AB.V^2.R^2 : CD.u^2.p^2$, e conseguintemente
$F : f :: AB.V^2.R^2 : CD.u^2.p^2$.

506 Quando as velocidades V, u saõ iguais, temos simplesmente $F : f :: AB.R^2 : CD.p^2$, isto he, *saõ as forças na rasaõ composta da rasaõ dos planos, e da rasaõ do quadrado do raio para o quadrado do seno do angulo da incidencia.*

507 Designando a superficie AB por A, CD por B, e suppondo hum terceiro plano C que seja ferido obliquamente por outro fluido com a velocidade v debaixo de hum angulo de incidencia, cujo seno seja $= q$, e designando por Φ a força que resulta perpendicularmente ao dito plano, teremos

$$F : f :: A.V^2.R^2 : B.u^2.p^2,$$
$$\Phi : F :: C.v^2.q^2 : A.V^2.R^2;$$

e multiplicando por ordem estas duas proporções, resultará $\Phi : f :: C.v^2.q^2 : B.u^2.p^2$. Donde se segue, que *as percussões obliquas saõ entre si na rasaõ composta dos planos, dos quadrados das velocidades, e dos quadrados dos senos dos angulos de incidencia.*

508 Supponhamos agora, que estando o plano AB (Fig. 144.) em descanço, quando he ferido perpendicularmente pelo fluido, o plano CD (Fig. 147.) se move parallelamente a si mesmo por qualquer direcçaõ Cc ou Dd, quando he ferido obliquamente pelo fluido. Tomando sobre a direcçaõ do fluido a recta LQ para representar a sua velocidade, e resolvendo-a em outras duas, huma LI igual e parallela a Cc, e a outra LK, está claro que a velocidade LK he a unica, pela qual o fluido obra contra o plano, e que a percussaõ será como se o plano CD estivesse em quietaçaõ, e o fluido viesse a ferillo pela direcaaõ RLK com a velocidade LK. Logo designando esta velocidade por v, o seno do angulo RLD por m, e a força que resulta perpendicularmente ao plano CD por f, teremos $F : f :: AB.V^2.R^2 : CD.v^2.m^2$ (n.505.).

509 Agora do ponto K abaixe-se KT perpendicular a LQ; e fazendo a velocidade $LQ = u$, a velocidade LI ou $KQ = u'$, o seno do angulo KQT ou $QLI = n$, o seu coseno $= p$, o seno do angulo $QLC = q$, e o seu cose-

coseno $= r$, será $KT = \frac{nu'}{R}$, $QT = \frac{pu'}{R}$, $LT = u - \frac{pu'}{R}$. E porque o angulo KLC he a differença dos angulos QLC, QLK, teremos $m = q\frac{LT}{LK} - r\frac{KT}{LK} = \frac{q}{v}\left(u - \frac{pu'}{R}\right) - \frac{r}{v}.\frac{nu'}{R}$. Logo $m^2 v^2 = \left(q\left(u - \frac{pu'}{R}\right) - \frac{rnu'}{R}\right)^2$; e substituindo este valor na proporçaõ do nº precedente, será finalmente $F : f :: AB.V^2.R^2 : CD\left(q\left(u - \frac{pu'}{R}\right) - \frac{rnu'}{R}\right)^2$.

510 Havendo-se assim apprendido a comparar entre si as differentes especies de percussões dos fluidos, naõ he necessario mais que conhecer a medida absoluta de huma dellas, para concluir a de todas as outras. Como a percussaõ perpendicular contra hum plano immovel he a mais simples de todas, he muito natural o tomalla aqui por unidade fundamental. Esta he conhecida pela Taboa seguinte, que tiramos de M. Bouguer (*Manœuvre des Vaisseaux pag.* 185.).

Por meio della, e da theorica precedente, póde determinar-se a impulsaõ da agua sobre huma superficie plana *dada*, conhecendo-se o angulo da incidencia, a velocidade da agua, e a da mesma superficie no caso de naõ estar em quietaçaõ ao tempo que he ferida pela agua. Quanto ás impulsões dos outros fluidos, tambem se acharáõ, conhecendo-se a rasaõ das suas densidades com a da agua. Suppondo, por exemplo, que a densidade do ar he $\frac{1}{850}$ da densidade da agua, se dividirmos cada huma das impulsões da Taboa por 850, teremos as impulsões correspondentes do vento.

Impulsões da agua sobre a superficie plana de hum pé quadrado, ferida perpendicularmente.

Velocidade em hum segundo	Impulsoens		Velocidade em hum segundo	Impulsoens	
Pés	*Libr.*	*onç.*	*Pés*	*Libr.*	*onç.*
1	1	3	13	203	0
2	4	13	14	235	0
3	10	12	15	270	0
4	19	3	16	300	0
5	30	0	17	334	0
6	43	0	18	389	0
7	59	0	19	434	0
8	75	0	20	480	0
9	97	0	21	529	0
10	120	0	22	580	0
11	145	0	23	635	0
12	172	0	24	688	0

Para mostrar o uso da theorica, faremos algumas applicações geraes nos Exemplos seguintes.

511 Exemplo I. *Sendo o triangulo isosceles* ACB (Fig. 148.) *exposto á percussaõ de hum fluido, cuja direcçaõ he perpendicular á base* AB, *determinar a rasaõ entre a impulsaõ que ha de receber parallelamente á sua altura* CD, *e a impulsaõ directa que receberia perpendicularmente sobre a base* AB.

Designando por F a impulsaõ directa contra AD ou DB, e por f a impulsaõ que resulta perpendicularmente sobre AC ou CB, temos $F:f::AD.R^2:AC.\text{sen}\,ACD^2$ (n.506.), ou $F:f::AD.AC^2:AC.AD^2::AC:AD$, e por conseguinte $f=\dfrac{F.AD}{AC}$. Representando esta força pelas rectas RF, rf, e resolvendo cada huma dellas em duas

duas huma $R E$ ou $r e$ parallela a $C D$, e a outra $R H$ ou $r b$ parallela a $A B$, he evidente que as forças $R H$, $r b$ iguais e contrarias saõ destruidas, e que as forças $R E$, $r e$ constituem o effeito total da impulsaõ parallelamente a $C D$. Porém designando qualquer das forças $R E$ ou $r e$ por φ, teremos $f : \varphi :: R F : R E :: A C : A D$, e $\varphi = \frac{f . A D}{A C}$. Logo, substituindo o valor de f, será

$$\varphi = \frac{F . A D^2}{A C^2},$$ e conseguintemente $\varphi : F :: A D^2 : A C^2$, ou $2 \varphi : 2 F :: A D^2 : A C^2$. Donde se vê, que *a impulsaõ recebida pelo triangulo parallelamente á sua altura he para a impulsaõ directa que receberia na base, como o quadrado da ametade da base para o quadrado de hum dos lados.*

512 Quando o triangulo isosceles he rectangulo, a impulsaõ que recebe parallelamente á altura he ametade da que receberia directamente a sua base, porque nesse caso temos $A D^2 : A C^2 :: 1 : 2$.

513 Se hum quadrado receber o fluido na direcçaõ da diagonal $C M$ (Fig. 149.), e depois perpendicularmente a hum dos lados, a primeira impulsaõ será para a segunda como 1 para $\sqrt{2}$, ou como 7 para 10 proximamente. Porque designando a primeira por M, a segunda por A, e a impulsaõ directa que receberia $A B$ por B, teremos

$$M : B :: A D^2 : A C^2 :: 1 : 2 \text{ (n.512.)},$$
$$B : A :: A B : A C :: \sqrt{2} : 1 \text{ (n. 499.)};$$

e multiplicando estas proporções por ordem, será $M : A :: \sqrt{2} : 2 :: 1 : \sqrt{2}$.

514 Exemplo II. *Sendo a semicircumferencia $A Q B$ (Fig. 150.) exposta á percussaõ de hum fluido, cuja direcçaõ he perpendicular ao diametro $A B$, determinar a rasaõ entre a impulsaõ que ha de receber parallelamente a $Q C$, e a impulsaõ directa que receberia o diametro $A B$.*

Havendo dividido $A Q B$ em huma infinidade de elementos $F f$, $L l$ &c pelas rectas $F L$, $f l$ parallelas ao diametro, e conduzido as ordenadas $F S$, $f s$ &c, se designarmos por F a impulsaõ directa que receberia $F R$ ou $S s$, e por φ a impulsaõ que recebe o elemento $F f$ paralelralellamente a QC, teremos $\varphi = \frac{F \cdot FR^2}{Ff^2}$ (n. 511.); e porque os triangulos ſemelhantes FRf, FSC daõ $\frac{FR^2}{Ff^2} = \frac{FS^2}{CF^2}$, ſerá $\varphi = \frac{F \cdot FS^2}{CF^2}$. Fazendo pois $CS = x$, $CF = r$, e deſignando F por Ss ou dx, ſerá a impreſſaõ φ ſobre o elemento propoſto $= \frac{dx(r^2 - x^2)}{r^2}$. Integrando, e tomando o valor quando $x = r$, teremos a impulſaõ ſobre QA parallelamente a $QC = \frac{2}{3} r$, e conſeguintemente ſobre $BQA = \frac{2}{3} AB$. Donde ſe vê, que ſendo a impulſaõ directa contra AB repreſentada pela meſma linha AB, a impulſaõ ſobre a ſemicircumferencia BQA he repreſentada por $\frac{2}{3} AB$; e conſeguintemente, que eſtas impulſões ſaõ entre ſi na raſaõ de 3 para 2.

515 Segue-ſe daqui que a impulſaõ recebida por hum cylindro vertical ſituado no meio de huma corrente he $\frac{2}{3}$ da que receberia o parallelepipedo rectangulo circunſcrito, expoſto por huma das faces perpendicularmente á direcçaõ da meſma corrente; porque o ſemicylindro anterior, e a face correſpondente do parallelepipedo ſaõ as unicas partes, que recebem a percuſſaõ do fluido.

516 Exemplo III. *Suppondo que AQB (Fig. 150.) repreſenta hum hemisferio produzido pela revoluçaõ do quarto de circulo AQC ao redor de QC, e que eſtá expoſto á corrente de hum fluido, que corre ſegundo a direcçaõ QC, determinar a raſaõ entre a impreſſaõ que reſulta parallelamente a QC, e a impulſaõ directa que receberia o circulo da baſe produzido pela revoluçaõ do raio CA.*

Temos viſto, que repreſentando por dx a impulſaõ directa ſobre o elemento Ss, a impulſaõ do elemento Ff parallelamente a QC he repreſentada por $\frac{dx(r^2 - x^2)}{r^2}$

(n.

(n. 514.). Designando a rasaõ da circumferencia ao raio por c, e multiplicando ambas as expressões por $2cx$, he evidente que as impulsões sobre a zona circular descrita pelo elemento Ss, e sobre a zona esferica descrita pelo elemento Ff seráõ representadas, a primeira por $2cx\,dx$, e a segunda por $\frac{2cx\,dx\,(r^2-x^2)}{r^2}$. Integrando ambas as expressões, e fazendo $x=r$, será a impulsaõ total sobre a base representada por cr^2, e sobre o hemisferio por $\frac{1}{2}cr^2$. Donde se segue, que *a impulsaõ recebida pelo hemisferio parallelamente a QC he a ametade da impulsaõ directa que receberia o circulo maximo, que lhe serve de base.*

517 He manifesto, que o outro hemisferio naõ receberia impulsaõ alguma da parte do fluido; e assim he indifferente expor á corrente de hum fluido huma esfera, ou somente hum hemisferio, com tanto que neste ultimo caso a direcçaõ da corrente seja perpendicular ao circulo maximo que lhe serve de base. No nº 105 fizemos uso desta proposiçaõ.

518 Exemplo IV. *Sendo o plano CD* (Fig. 151.) *exposto obliquamente á corrente de hum fluido, e sendo por alguma causa exterior necessitado a mover-se parallelamente a si mesmo por huma direcçaõ dada Cc, pergunta-se o angulo pelo qual se deve fazer a percussaõ, para que o fluido imprima no mesmo plano a maior quantidade de movimento que he possivel pela direcçaõ C c.*

Tomando LQ para representar a velocidade do fluido, e resolvendo-a em duas, huma LI igual e parallela á velocidade do plano Cc, e a outra LK; em virtude desta resultará perpendicularmente a CD huma impulsaõ proporcional a $CD.LK^2.\mathit{sen}\,CLK^2$ (n. 508.). Representemos esta força por LA, e resolvamo-la em outras duas, huma LH parallela, e a outra LZ perpendicular á direcçaõ dada Cc. He evidente, que naõ tendo o plano liberdade para se mover senaõ pela direcçaõ Cc, a força LH he a unica que se deve attender, e que deve ser hum *maximo*. Porém temos $LH = LA.\,\mathit{sen}\,LAH$; logo substituindo o valor de LA, e advertindo que $LAH = CLN$, será $LH = CD.LK^2.\,\mathit{sen}\,CLN.\,\mathit{sen}\,CLK^2$. Nesta expressaõ CD he constante, e porque LQ, LI, e o angulo

gulo QLI saõ constantes, tambem LK, e o angulo KLN seráõ constantes. Fazendo pois $KLN = p$, $CLK = x$, teremos $LH = CD \,.\, LK^2 \, sen\,(p - x)\, sen\, x^2$; e a questaõ se reduzirá a fazer que $sen\,(p - x)\, sen\, x^2$ seja hum *maximo*. Logo será $2 \cos x \, sen\,(p - x) - sen\, x \cos(p - x) = 0$, ou $2\, sen\, p \cos x^2 - 3 \cos p \, sen\, x \cos x - sen\, p\, sen\, x^2 = 0$, ou $tang\, x^2 + 3 \cot p \, tang\, x - 2 = 0$; donde se tira

$$tang\, x = -\frac{3}{2} \cot p + \sqrt{\left(\frac{9}{4} \cot p^2 + 2\right)}.$$

519 Por quanto $2\cos x^2 - sen\, x^2 = \dfrac{1 + 3 \cos. 2x}{2}$, e $sen\, x \cos x = \dfrac{sen\, 2x}{2}$, a equaçaõ $2\, sen\, p \cos x^2 - 3 \cos p$ $sen\, x \cos x - sen\, p\, sen\, x^2 = 0$, póde reduzir-se a esta fórma $\dfrac{sen\, 2x}{\frac{1}{3} + \cos 2x} = \dfrac{sen\, p}{\cos p}$, que offerece a construcçaõ seguinte.

Com o raio arbitrario LK (Fig. 152.) descreva-se hum arco de circulo KV, faça-se o angulo $KLX = p$, produza-se KL, tome-se $LR = \dfrac{KL}{3}$, pelo ponto R tire-se RV parallela a LX, e pelo ponto V o raio VL. Entaõ divida-se o angulo VLK em duas partes iguais pela recta LM, e será $KLM = x$. Porque abaixando dos pontos X, V as perpendiculares XE, VH ao raio KL, os triangulos semelhantes XEL, VHR daraõ $\dfrac{VH}{RH} = \dfrac{XE}{LE}$, ou $\dfrac{VH}{RH} = \dfrac{sen\, p}{\cos p}$; porém fazendo $KLV = 2x$, temos $\dfrac{VH}{RH} = \dfrac{sen\, 2x}{\frac{1}{3} + \cos 2x}$; logo $\dfrac{sen\, 2x}{\frac{1}{3} + \cos 2x} = \dfrac{sen\, p}{\cos p}$.

520 Quando o plano CD está em quietaçaõ (Fig. 151.) no tempo em que he ferido pela corrente, sendo sempre sujeito a mover-se pela direcçaõ dada Cc; a velocidade inicial delle LI he nulla, a velocidade LK coincide com

LQ,

174

LQ, e a soluçaõ fica sendo a mesma, só com a differença de pôr o angulo *CLQ* em lugar de *CLK*.

521 Daqui se segue a determinaçaõ do angulo mais ventajoso, que deve fazer a direcçaõ do vento com a vela de hum moinho de vento, quando ella está em quietaçaõ ao momento que começa a ser impellida, ou quando a velocidade do vento se póde considerar como infinita em comparaçaõ da velocidade da mesma vela. O eixo horizontal em que estaõ postas as velas anda em roda, e poem-se sempre na direcçaõ do vento, supposta horizontal. Qualquer das velas suppoem-se como hum rectangulo vertical, situado obliquamente a respeito do eixo, a fim de que a impulsaõ do vento possa resolver-se em duas, huma parallela ao eixo que seja destruida, e a outra situada em hum plano perpendicular ao mesmo eixo, a qual he a que produz a rotaçaõ. Para determinar pois a posiçaõ mais ventajosa da vela neste caso, deveremos naõ sómente fazer $LI = 0$, mas tambem suppor Cc perpendicular á direcçaõ OL do fluido. Assim teremos $p = 90°$, e as formulas precedentes daraõ $\tang x = \sqrt{2}$, ou $\cos 2x = -\frac{1}{3}$, isto he, $x = 54° \, 44'$.

522 A hypothese geral de que o plano *CD* tem huma velocidade inicial finita *LI*, quando he ferido pelo fluido, póde dar alguma idêa da posiçaõ mais ventajosa das velas, quando a sua velocidade he comparavel com a do vento, como succede sempre na practica. Neste caso deve o angulo ser maior que $54° \, 44'$. Mas para o determinar com rigor, he necessario advertir que os differentes pontos da mesma vela estando a differentes distancias do eixo tem differentes velocidades de rotaçaõ, de que se deve ter conta no calculo; e que a velocidade póde ser tal, que sendo a parte inferior da vela ferida pelo vento, a superior pelo contrario exercite huma impulsaõ contra elle, e nesse caso naõ deve tomar-se a soma, mas a differença das impulsoens. Todas estas condiçoens complicaõ o problema, e fazem o calculo muito prolixo. Veja-se o *Tratado das Fluxoens* de Maclaurin nº 910 e seg. o *Tratado dos Fluidos* de M. d'Alembert da nova ediçaõ pag. 397, e o tom. V dos *Opuscutos Math.* p. 148 e seg. M. Euler nas indagaçoens profundas desta materia (*Nouv. Mem. de Petersb. tom. IV*) determina naõ sómente a posiçaõ que deve ter huma vela, e a veloci-

locidade que deve tomar, para que a maquina produza o maior effeito, mas tambem examina a questaõ no caso das velas serem curvas, e determina em geral a melhor figugura dellas, ou o angulo pelo qual a superficie de huma vela deveria ser cortada em cada ponto pela direcçaõ do vento &c.

Experiencias e Reflexoens sobre a percussaõ dos fluidos.

523 A Theorica, que temos exposto, he sujeita a algumas difficuldades. Suppoem-se, que todas as moleculas do fluido ferem a superficie do corpo, como se fossem livres, e insuladas; e para isso cada huma, depois de haver dado o seu golpe, deveria aniquilar-se, a fim de naõ embaraçar as outras. Mas no estado real das cousas, as moleculas centrais saõ impellidas pelas que vem a traz dellas, e haõ de buscar sahida para os lados. Donde resulta, que a colunna fluida correspondente ao plano deve alargar-se até huma certa distancia delle, e que a percussaõ naõ póde ser calculada, como se o plano recebesse effectivamente a impulsaõ de todos os fios fluidos parallelos, que lhe correspondem. Mas naõ poderia ser, que as impulsoens fossem semelhantemente alteradas, e que guardassem entre si a mesma proporçaõ que as theoricas, ao menos sensivelmente? sobre isso consultaremos a experiencia, examinando 1.º qual he a medida da percussaõ perpendicular; 2.º se as percussoens perpendiculares com a mesma velocidade saõ proporcionais ás superficies; 3.º se as percussoens perpendiculares contra superficies iguais saõ proporcionais aos quadrados das velocidades; 4.º se as percussoens obliquas, sendo as mais cousas iguais, saõ proporcionais aos quadrados dos senos dos angulos de incidencia.

524 As Figuras 153, 154, 155 representaõ a balança de que nos havemos servido para isso. O travessaõ *AB* he de 3 pés e meio, e pela parte superior cortado em fio, para que se naõ ajunte agua sobre elle. Em huma das extremidades tem huma chapa de cobre bem plana e polida de 2 pollegadas e meia de diametro, cuja superficie superior produzida passaria pelo eixo do movimento da balança, e cujo centro *A* correspondia ao eixo *TA* de hum pequeno tubo addicional

cional e vertical *PQqp*, pelo qual a agua ſahia, e vinha ferir a chapa. O ſemicirculo graduado *MON* guarnecido de hum prumo ſervia para pôr a balança horizontal, ou com huma inclinaçaõ dada.

525 Conſervando pois a agua na altura conſtante *TA* de 4 pés, e deixando huma pollegada de intervallo entre o centro *A* da chapa e a extremidade do tubo, para dar á agua a liberdade de ſahir livremente, obſervámos

I. Que ſendo o diametro do tubo *pq* de 10 linhas, o pezo *S* que fazia equilibrio á percuſſaõ perpendicular da agua (Fig. 153.) era de 1 libr. 5 onç. 7 oit. e 8 gr. ou de 12608 graõs.

II. E que conſervando o meſmo tubo, e inclinando a balança de maneira que o angulo *TAB* foſſe de 60° (Fig. 155.), o pezo que fazia equilibrio á percuſſaõ obliqua era de 12248 graõs.

III. Que ſendo o diametro *pq* de 6 linhas, a percuſſaõ perpendicular era de 4484 graõs.

IV. E que conſervando o meſmo tubo, a percuſſaõ obliqua pelo angulo *TAB* de 60° fazia equilibrio a 4315 graõs.

526 Depois conſervando a agua da reſerva na altura conſtante de 2 pés, e deixando ſempre huma pollegada de intervallo entre o ponto *A* e a extremidade do tubo, achámos

V. Que ſendo o diametro *pq* de 10 linhas, a percuſſaõ perpendicular era de 6306 graõs.

VI. E que conſervando o meſmo tubo, a impulſaõ obliqua pelo angulo *TAB* de 60° era de 6125 graõs.

VII. Que ſendo o diametro *pq* de 6 linhas, a impulſaõ perpendicular era de 2243 graõs.

VIII. E que conſervando o meſmo tubo, a impulſaõ obliqua pelo angulo *TAB* de 60° era de 2158 graõs.

527 Alguns autores pertendem, que a percuſſaõ perpendicular ſobre hum plano he igual ao pezo de huma coluna do meſmo fluido, que tenha por baſe a ſuperficie do plano, e por altura a meſma que he devida á velocidade do fluido; e outros, que ſeja o dobro deſta quantidade. Vejamos, qual deſtes ſentimentos he mais bem fundado.

Por quanto o producto theorico de hum orificio he para o producto effectivo de hum tubo addiccional do meſmo diametro na raſaõ de 16 para 13 (n. 295.), as velocidades do fluido ao ſahir delles ſeraõ na meſma raſaõ, e conſeguintemente as alturas que lhes ſaõ devidas na raſaõ de $(16)^2$ para $(13)^2$, ou proximamente de 3 para 2. Será pois a velocidade no ponto A das noſſas experiencias devida a $\frac{2}{3}$ da altura TA; e aſſim ſuppondo que o pé cubico de agua peza 70 libras, acharemos nas experiencias I e V que as columnas que tem a baſe circular de 10 linhas de diametro e as alturas $\frac{8}{3}$ e $\frac{4}{3}$ de hum pé tem os pezos de 6518 e 3259 graõs, e nas experiencias III e VII que as columnas que tem a baſe de 6 linhas de diametro e as alturas de $\frac{8}{3}$ e $\frac{4}{3}$ de hum pé tem os pezos de 2346 e 1173 graõs.

Comparando pois eſtes reſultados com os das quatro experiencias citadas, veremos que o primeiro ſentimento ſobre a medida da percuſſaõ dos fluidos he abſolutamente erroneo, e que o ſegundo naõ ſe aparta muito da verdade. Com tudo parece, que entaõ ſe ſuppoem a força maior do que he na realidade.

Obſervámos porém, que chegando a chapa a tocar o orificio pq, e ſendo todas as mais couſas iguais, a percuſſaõ era ſenſivelmente menor do que quando ſe deixava hum certo intervallo entre a chapa e o orificio, para que a agua adquiriſſe toda a plenitude da velocidade, de que era ſuſceptivel. No primeiro caſo era a percuſſaõ directa com pouca differença igual ao pezo da columna de agua, que tinha a baſe igual ao orificio, e a altura igual á da reſerva acima do orificio. Tal vez que os autores do primeiro ſentimento fizeſſem deſte modo as experiencias, em que ſe fundáraõ.

528 Pela comparaçaõ da experiencia I com a III, e da V com a VII, ſe vê que as percuſſoens directas ſaõ ſenſivelmente proporcionais ás ſuperficies, ſendo as velocidades iguais. Com tudo ſempre he bom obſervar, que a percuſſaõ parece aumentar ou diminuir em raſaõ maior que a ſuperficie, ou porque o deſvio das moleculas he realmente mais ſenſivel, e á proporçaõ diminue mais o impulſo ſobre huma ſuperficie pequena do que ſobre huma grande, ou porque a velocidade do fluido nas experiencias diminue

algu-

alguma cousa em virtude da fricçaõ quando o orificio he menor, ou por ambas as causas juntamente. Na pratica porém julgo, que sem erro consideravel se póde suppor, como a theorica prescreve (n. 499.), que sendo a velocidade constante a percussaõ directa de hum fluido sobre as superficies planas he na rasaõ das mesmas superficies.

529 Comparando a experiencia I com a V, e a III com a VII, tambem se vê que as percussões directas contra huma mesma superficie saõ entre si como as alturas da reserva acima dos centros de percussaõ, ou (que vem a ser o mesmo) como os quadrados das velocidades. Nisto concorda a experiencia sensivelmente com a theorica (n. 500.).

530 Quando a agua fere obliquamente o plano, como nas experiencias II, IV, VI, e VIII, conforme a theorica resulta huma força perpendicular á superficie, a qual he representada por $\frac{F.B.p^2}{A.R^2}$ (n. 506.), sendo R o seno total, p o seno do angulo TAB, A a parte da chapa que corresponde ao orificio quando a balança está horizontal, F a impulsaõ directa que entaõ recebe, e B a parte da mesma chapa que a agua fere obliquamente. Esta força deve considerar-se applicada ao braço CA, e o pezo S ao braço CL. Logo teremos $\frac{F.B.p^2}{A.R^2} . CA = S.CL$. Porém $CL = CB.\frac{p}{R} = CA.\frac{p}{R}$, e pela theorica das projecções temos $B = A.\frac{R}{p}$. Logo, substituindo estes valores na equaçaõ precedente, será $S = F$. Pela theorica pois o mesmo pezo S deveria fazer equilibrio á impulsaõ da agua, ou estivesse a balança horizontal, ou fizesse qualquer angulo com o horizonte. As experiencias citadas saõ contrarias a este resultado, pois o pezo diminue á medida que diminue o angulo TAB. Donde concluiremos, que a respeito do modo com que entraõ os senos dos angulos de incidencia nas expressões das impulsões directa e obliqua comparadas entre si, a theorica naõ concorda com a experiencia.

He verdade que na percussaõ directa tem as moleculas

menos

menos liberdade de sahirem da chapa depois de haverem dado o seu golpe, do que na percussaõ obliqua; e que assim deve no primeiro caso ajuntar-se sobre a chapa huma pequena quantidade de agua que pelo seu pezo aumente hum pouco a percussaõ. Mas esta causa he muito pequena, para se lhe attribuirem as differenças observadas.

531 Segue-se pois destas discussões, que as percussões perpendiculares dos fluidos contra as superficies planas guardaõ entre si sensivelmente as proporções estabelecidas pela theorica. Naõ succede porém o mesmo nas percussões obliquas contra as superficies planas, nem conseguintemente contra as superficies curvas, as quais se podem considerar como compostas de huma infinidade de superficies planas elementares expostas á corrente debaixo de obliquidades differentes.

Ha de dizer-se sem duvida, que as minhas experiencias foraõ feitas muito em pequeno, para serem decisivas. Eu naõ as dou por tais. Mas devo advertir, que ellas saõ muito difficeis de se fazerem em grande com exactidaõ; que as minhas tem a ventagem de serem directas, pois tenho medido immediatamente a percussaõ, sem empregar movimento algum de rotaçaõ, e sem haver fricçaõ, ou resistencia alguma, que considerar e deduzir; e que em fim saõ susceptiveis de grande precisaõ. M. de Borda (Mem. de l' Acad. 1763 e 1767.) fez varias experiencias sobre esta materia, e dos seus resultados conclue igualmente que a theorica ordinaria da percussaõ dos fluidos he erronea, e que seria inutil, e ainda perigoso applicalla á construcçaõ dos navios.

Mas naõ basta destruir, he necessario edificar, sendo possivel. Se o methodo proposto se engeita, que se ha de pôr em seu lugar? Esta he huma difficuldade, que naõ se tem vencido até o presente, sem embargo dos esforços que nisso tem empregado os maiores Geometras. Eisaqui huma idea geral das tentativas, que se tem publicado sobre este assunto.

532 M. Newton (*Princip Math. L. II. Sect. VII.*) toma a questaõ em differentes pontos de vista, conforme a differença dos fluidos. Primeiramente suppoem hum fluido raro, composto de partes iguais, e situadas livremente em distancias iguais; e mostra (como no n.° 516.)

516.) que se hum globo e hum cylindro de diametros iguais se moverem nelle com velocidades iguais, a resistencia do globo será a ametade da resistencia do cylindro. Estabelecida esta proposiçaõ, busca a resistencia absoluta que o globo experimenta, ou as partes do meio sejaõ elasticas, ou naõ; e no primeiro caso acha que a resistencia do globo he para a força, pela qual o movimento total delle póde ser produzido ou destruido, no tempo que gastaria em correr os dous terços do seu diametro com a sua velocidade uniformemente continuada, como a densidade do meio para a densidade do globo; e no segundo, que a resistencia he duas vezes menor.

Examina depois a resistencia nos meios continuos, como saõ a agua, o mercurio &c, nos quais o globo naõ fere immediatamente todas as partes resistentes do fluido, mas communica somente ás partes vezinhas huma impulpulsaõ, que ellas transmettem successivamente de humas a outras. Conforme a theorica que deduz, fundada em muitas proposições, que naõ saõ susceptiveis de extracto, a resistencia do globo he a mesma que a do cylindro circunscrito; resultado inteiramente contrario á experiencia, e donde se deve concluir, sem ir mais longe, que a theorica he fundada sobre principios erroneos.

533 M. Daniel Bernoulli no segundo volume das Memorias antigas da Academia de Petersburg determina a resistencia dos fluidos por hum methodo, que depois abandonou por achar os resultados contrarios á experiencia. Mas no volume oitavo das mesmas Memorias propoem outro methodo muito ingenhoso e elegante, para determinar a percussaõ perpendicular de huma veia fluida, que sahe de hum vaso contra huma superficie plana. Observa, que supponde-se o plano de certa extensaõ os fios de que a veia se compoem acabaõ em tomar direcçoens parallelas ao mesmo plano. Considera a curva descrita por cada hum dos fios, como hum canal, no qual se move hum corpo, o qual experimenta conseguintemente em cada ponto a força centrifuga, e que o Autor suppoem além disso sujeito á acçaõ de huma força tangencial, variavel por qualquer lei. Calcula todas estas forças; e acha, que deve resultar parallelamente ao eixo da veia, ou perpendicularmente ao plano, huma impulsaõ igual ao pezo de hum cylindro fluido, que tenha por base a secçaõ primitiva

va da veia, e por altura o dobro da altura devida á velocidade do fluido, como he proximamente conforme á experiencia (n. 527.).

Este methodo difficilmente se applicaria ás percussões obliquas; e naõ póde ter lugar para medir a resistencia dos corpos, que se movem dentro dos fluidos, nos quais estaõ mergulhados.

534 M. d'Alembert no seu *Ensaio sobre a resistencia dos fluidos*, determina as leis da resistencia pelas do equilibrio; e este methodo, que he inteiramente novo, tem de mais a ventagem de ser muito directo. Suppoem primeiramente hum corpo sustentado em quietaçaõ por huma causa exterior, no meio de hum fluido em movimento. Os fios do fluido, que topaõ no corpo, se dobraõ por differentes direcções; e a porçaõ que cobre a parte anterior do corpo fica como estagnante até huma certa extensaõ. A pressaõ que o corpo experimenta, ou a resistencia que oppoem ao movimento das particulas, he produzida pela perda que ellas fazem das suas velocidades; porque hum corpo naõ obra contra outro, senaõ em quanto lhe communica, ou tende a communicar huma parte do seu movimento. Assim se reduz a questaõ a achar primeiramente a velocidade do fluido, que corre immediatamente sobre a superficie do corpo, e o Autor a determina por dous methodos differentes. Sendo achada esta velocidade, por ella se determina a formula rigorosa da pressaõ. O que falta, he acabar este calculo, e deduzir resultados applicaveis á pratica; mas isso he o que se naõ póde conseguir, tratando a questaõ geralmente, e sem desprezar nenhum dos elementos que lhe saõ essenciais.

O Autor determina pelo seu methodo hum pouco modificado, e menos rigoroso, a acçaõ de huma veia fluida que fere perpendicularmente hum plano; e acha que he hum pouco menor que o pezo do cylindro, que tem por base a secçaõ primitiva da veia, e por altura o dobro da altura devida á velocidade do fluido, resultado que se conforma proximamente com a experiencia (n. 527.).

535 M. Euler movido da simplicidade dos principios, e resultados da theorica ordinaria, e suppondo por outra parte que a impulsaõ de hum fluido contra hum corpo naõ he mais que a pressaõ experimentada por elle da parte dos fios do fluido, que correm ao longo da sua superficie,

cie, combina os dous methodos entre si (*Mem. de l' Acad. de Petersb.* 1763.), e fórma hum methodo misto, que julga proprio para determinar a resistencia dos fluidos de hum modo simples, e exacto em muitas occasiões. Eisaqui brevemente em que consiste.

536 Seja $AMBN$ (Fig. 156.) hum corpo em quietaçaõ, exposto á corrente de hum fluido; e para maior simplicidade, supponhamos que he dividido pelo eixo AB situado na direcçaõ do fluido em duas partes iguais e semelhantes AMB, ANB, e consideremos somente a parte AMB, porque o mesmo se entenderá da outra. O fluido he composto de fios, que pelo encontro da parte anterior do corpo se dobraõ, e formaõ as curvas $fgqe$, $f'g'q'e'$. Seja Mm hum elemento da curva AE, e representemos por v a altura devida á velocidade actual do fluido em M, e por k a altura devida á velocidade que teria naturalmente no mesmo ponto, se o corpo lhe naõ oppuzesse obstaculo. Pela idea que temos dado da pressaõ dos fluidos em movimento (n. 437.) será a pressaõ que padece o elemento Mm representada por $Mm.(k-v)$. Por outra parte, conduzindo MR parallela a AB, fazendo o raio $=1$, e o angulo $mMR=\Phi$, teremos pela theorica ordinaria (n. 505.) a impulsaõ que resulta em Mm perpendicularmente $= Mm.k\,sen\,\Phi^2$. Logo igualando os dous valores, será $Mm\,(k-v) = Mm.k.sen\,\Phi^2$, ou $v = k - k\,sen\,\Phi^2 = k\,cos\,\Phi^2$; e conseguintemente $\sqrt{v} = cos\,\Phi.\sqrt{k}$. Assim, he a velocidade do fluido em M para a velocidade primitiva e naõ alterada, como o coseno do angulo que faz a tangente em M com o eixo AB he para o seno total. Logo no ponto E, onde a tangente se faz parallela ao eixo, a velocidade do fluido será igual á velocidade primitiva. Assim se determinará k, medindo a velocidade actual do fluido no dito ponto E; e dahi se conhecerá de hum modo commodo na pratica a velocidade correspondente a qualquer ponto M, e a pressaõ $Mm\,(k-v)$ que padece o elemento Mm.

537 Este methodo, como advertio o mesmo Autor, naõ se deve applicar á parte posterior do corpo ESB, mas somente á anterior AME. Porque he evidente, que supposndo que o fluido ao longo de EB tem a mesma velocidade que ao longo de AE, o corpo seria igualmente

te

te impellido pelas direcções oppoftas AB , BA , e conseguintemente naõ receberia movimento algum da parte do fluido ; o que naõ póde jámais ter lugar.

Mas he mais de advertir , que a difficuldade referida fempre fubfiftirá , de qualquer maneira que fe determinem as velocidades dos fios do fluido . Ella carrega fobre o principio mefmo, que a acçaõ de hum fluido contra hum corpo expofto á fua corrente provenha da preffaõ do mefmo fluido. Se ifto affim he , fegue-fe que todas as vezes que a figura do corpo for tal , que os fios do fluido tenhaõ a mefma velocidade na parte pofterior que na anterior (o que póde fucceder em muitos cafos) , o fluido naõ poderá imprimir no corpo movimento algum ; refultado inadmiffivel. Parece pois , que alem da preffaõ ha no fluido huma perda de movimento , que paffa ao corpo expofto á corrente delle.

538 Que devemos em fim concluir de tudo ifto ? que a theorica da refiftencia dos fluidos ainda eftá imperfeita nos feus principios e fundamentos , e que naõ fe póde fazer applicavel feguramente á pratica , fenaõ quando fe fundar fobre experiencias em grande , multiplicadas , e bem feitas. Em quanto fe naõ executar éfte trabalho penofo e delicado , o melhor partido que talvez fe póde tomar na pratica he ufar da theorica ordinaria , quando naõ ha neceffidade de grande exacçaõ nos refultados , e quando a percuffaõ he fobre fuperficies planas , por angulos que naõ fejaõ muito pequenos.

CAPITULO VIII.

Do melhor modo de empregar a acçaõ de hum fluido para mover huma maquina.

539 DE todos os meios , que fe podem applicar para fazer fervir a acçaõ de huma corrente para mover qualquer maquina , o mais fimples , mais commodo , e menos fujeito a inconvenientes , he guarnecella de huma ou muitas rodas , que recebaõ a impulfaõ da agua , e que lha communiquem. He verdade , que fe tem intentado neftes ultimos tempos ufar da reacçaõ da agua para o mefmo fim , depois que M. Daniel Bernoulli obfervou que a agua ao fahir de hum vafo o repelle com cer-

ta

ta força, da qual calculou o effeito preciſo. M. Joaõ Alberto Euler, digno herdeiro do talento e ſciencia do ſeu illuſtre Pay, em huma Peça coroada pela Academia de Gottinga em 1754 propoem huma maquina movida pela reacçaõ da agua, a qual conforme os ſeus calculos he mais ventajoſa, do que ſe foſſe movida pela impulſaõ, ou pelo pezo da agua, que ſe emprega neſte effeito. Mas eſta maquina parece que deve encontrar muitas difficuldades na practica; e naõ ſei, que tenha ſido executada. Aqui nos limitaremos a indagar o effeito de huma roda hydraulica, ou ſeja movida pela impulſaõ, ou pelo pezo da agua; e procuraremos a forma, e dimenſões que deve ter, a fim de empregar com a maior economia poſſivel a força movente. Eſte objecto importante ſerá tratado de hum modo, que póde conſiderar-ſe novo em grande parte. Se contradigo alguns autores, naõ tenho outro fim que o de illuſtrar a verdade.

Theorica das rodas movidas pela impulſaõ da agua.

540 POſto que a theorica ordinaria da percuſſaõ dos fluidos he ſujeita a muitas difficuldades, como temos viſto, ſervirnos-hemos della aqui, porque as percuſſões de que tratamos naõ ſaõ ordinariamente muito obliquas, e porque neſſe caſo a theorica naõ ſe aparta muito da verdade. Mas ſempre depois ajuntaremos varias experiencias, que ſerviráõ de rectificar os reſultados, e de fixar a confiança que elles merecem.

Para que huma roda *AHLK* (Fig. 157.) poſſa girar pela impulſaõ de hum fluido, he neceſſario que ſeja guarnecida na circumferencia de *pennas* *AB*, *DE*, *KS* &c, as quais ſejaõ impellidas pelo fluido ſucceſſivamente. Eſtas pennas ſaõ ordinariamente huns rectangulos dirigidos ao centro *C*, cujas alturas ſaõ repreſentadas pelas rectas *AB*, *DE*, *KS* &c, e as larguras por outras rectas perpendiculares ao plano da roda. Digo *ordinariamente*, porque algumas vezes naõ ſaõ dirigidas ao centro, nem tem a forma rectangular, como veremos adiante.

541 He facil de entender, que a força de huma roda movida pelo impulſo da agua depende da poſiçaõ, numero,