respectu aëris a c, qui resistit apprehensa a b in c. Et iam minus ferebatur quinta parte, ideo longius eiaculabitur triplo ex a, quàm ex c. Nec tamen maiore impetu, quia obliquè fertur, & quæ obliquè feriũt, minore cum impetu feriunt: atq; eo magis si leuia fuerint: ab aëre enim circumambiente perturbantur, & in incertum truduntur. Quæ ergo grauia sunt ex medio emissa, & ad æquidistantem longius feruntur, & maiore cum impetu, quia magis directè: leuia autem longius ex imo, sed minore cum impetu, si aliqua causa à recto, & æquidistante declinauerint. At si à suprema parte, & iuxta cuspidem, neque procul feruntur, neque cum impetu ob causas dictas. Eadem quoque ratio est omnium machinarum: ideò oblongæ longius eiaculantur, quoniam proportionem seruant ad canalem. Sed de hoc inferius agetur. Prop. 107.

Propositio centesimatertiadecima.

Cur uirga longius mittatur à puero, quàm à uiro inuestigare.

Diligentia, & usus puerilis efficit, ut uirga feratur secundum medium rectianguli: uir autem non constanter iacit, & secundum rectum, at rectus incessus in leuibus, quia ab aëre in obliquum deflectitur uirga ob longitudinem efficit, ut inflectatur infrà celerius, & desinat citius motus, ac finiatur. Tertia causa est, quòd leuissima non adeò recipiunt impetum ut grauia: nam leuissimam & exiguam ligni portionem maximo nixu uix excutiemus è manu. Causa ergo est: quoniam uim, oportet, ut habeat, quod contra naturam mouetur, ut naturaliter moueri posit, quæcunq; igitur naturaliter exiguum habent motum, ut pluma, palea, festucæ nulla ratione uehementer contra naturam agi possunt. Quædam ergo à pueris longius iaciũtur ob solam peritiam, & exercitationem, quædam quoniam ad angulum latiorem magis feruntur, quàm sit rectus, quædam quoniam leuissima sunt. Sed si leuiora non feruntur ualido motu uiolento, cur tamen à pueris iacta longius ferũtur? Ratio est, quoniam maior uis deficiente obiecto magis fatigatur, atque ideò minus mouet. Propter hæc igitur omnia non solùm in pueris, sed in machinis, quæ accommodata sunt, melius impelluntur, ac longius feruntur, quàm leuissima. nam nec palea scorpione iacta tam procul, quàm sagitta fertur, cum proportio maior sit, tamen ad paleam, quàm ad sagittam. Inde fit, ut quemadmodum Turca ille literas sui Principis, cum timeret ad nostros propius accedere, lapidi alligatas longius emisit. Causam autem huius docet Aristoteles in Mechanicis dum quærit cur, & grauia & leuia ualde longe proijci nequeunt: nam grauia nimis, moueri nõ facilè possunt: leuia etiam ualde ad rem mouere non ualent. Ob hæc utraq; ex his paruo cum impetu

impetu emittuntur, tametsi uehementer nitaris. Sed & leuia feruntur hac illac, ut non possint retinere impetum prioris uiolentiæ: innatum enim est, ut duorum motuum simul in eadem re uigentium, cum illa proprio impetu feratur, unus alterum impediat: nam si rota uehatur circulariter acta, non tamen cessabit, aut iminuetur impetus circulationis. Multa ergo in huiusmodi anomalis motibus consideranda sunt, ut illorum impetum robur, ac locum definiamus.

Coro. Ex hoc liquet, cur plumbeæ sphærulæ longius ferantur à tormento emissæ, quàm ligneæ, etiam si non frangantur.

Propositio centesimaquartadecima.

Circularis motus differentias quatuor esse, earumquè rationem contemplari.

Co^n. In motu circulari aut axis progredit̃, aut suo loco manet. Vtroque autem modo uel mouetur ab axe, uel circumferentia, igitur constat quatuor esse motuum differentias: quas cum tres proponat author libri Mechanicarum, aut Aristotelem illum esse, credendum non est, aut illum stupidum dicere necesse est, nam modum diuidendi eum latuisse quis putet. cum rota igitur aut sphæra in plano circumagitur, motus est ex circumferentia prægrediente axe: ut palam est: motis enim loco nobis mouentur omnia, quæ sunt in nobis. Cum uerò rotæ sub curru sunt, progreditur axis earum, & rota ob id cum quiescere nequeat, quia facilius circumuertitur, quàm trahatur, procedit, & hic est secundus modus, quo rota ex circumferentia mouetur, & ex axe initium est motus. At uerò in rota molari, & quibus gladij exacuuntur, cum loco non moueantur, motus est ex axe: axis enim rotam circumagit, non rota axem, quiescit tamen in eodem loco rota, & axis scilicet, quia non progreditur, sed in loco mouetur: atque hic est tertius modus. Demum succula putei, & ipsa mouetur circulari motu, & trochleæ etiam, neque enim progrediuntur: sed non ex axe mouentur, uerùm succula per coloppes circumducitur, & trochlea per funes, axisque in succula mouetur, in trochleis autem quiescit prorsus: dico mouetur, id est circumducitur, non quod progrediatur: ut non solum sint quatuor modi, sed potius quinque, nam & demonstratione ostenduntur, & experimento docente deprehenduntur. Horum omnium liberrimus est, primus ex circumferentia progrediente toto, seu attracto seu impulso & uelocissimus, cuius causam suprà ostendimus. Proximus huic est motus rotarum per axem, quoniam axis premit rotam interius solam, & labitur: ideoque quod & axis, & rota intus sint leuissima, prodest plurimum: & aurigæ axungia inungunt, & nomen ab eo traxit

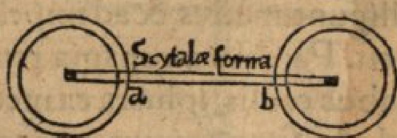
Propos. 40.

axungia.

axungia. Et ꝙ rota magna ſit: quoniam cum nõ rota, ſed axis trahatur in æquali tempore & magna, & parua trahitur: utraq; uerò una conuerſione tantam lineã rectam ſuperat, quanta eſt rotæ peripheria. Quod ſi plures ſint rotæ celerius feruntur, quia axis minus tanto rotã premit. Et ſi rectus ſit axis, & bene rotundus, & foramen rotundum, & latius, & è duriſsimo ligno, ut non poſsit inclinari: & rota ipſa in ambitu æqualis, omnia hæc faciunt ad motus uelocitatem, unde Homerus.

ἴχνια τύπτε πόδεσσι πάρος κόνιν ἀμφιχυθῆναι. Iliad. 23.

Id eſt, ueſtigia percuſsit pedibus, anteq; illa puluis pedibus excuſſus (ueſtigia ſcilicet relinquentibus) ingrederetur. Principalis autem cauſa uelocitatis eſt agens, uelut equi. Sed inter hũc motum & priorem medius eſt Scitalæ uocatæ, nam ut in primo axis procidit & rotundum à ſuperficie circumagitur, licet axis etiam circumducatur, ut axis, & rota, aut ſphæra duplici motu moueantur, ſcilicet antrorſum, & circumcirca, in rota currus duo ijdem motus ſint, axis quoq; antrorſum moueatur, ſed non circumagatur: unde impeditior eſt hic motus: ita in Scytala utrunq; utroq; motu mouetur, & circumcirca, & antrorſum, atq; id commune eſt, cum primo ita axis mouet rotas, non rotæ axem, quòd ſecundo motui rotarum in curru proprium eſt, ut tantum degenerent à primo motu, quanto leuius uertuntur, quàm in ſecundo motu. Trahitur ergo iugum in ſcitala, uelut in rotis currus, ſed eſt annexum rotis non in curribus. Propterea in primo motu trahitur, uel impellitur à ſuperficie: in ſecundo a b axe, ſed non affixo rotis, unde ægrè trahuntur in ſcytala ab axe affixo rotę. Quare leuius quàm in curru, difficilius quàm in rota uel ſphæra à ſuperficie extima circumacta. Quartus modus eſt, ut dixi, circumuecta rota ab axe, quum non progreditur, ut in moletrinis, & rotis, quibus ferrum exacuitur. Eſt enim hic ſimilior primo, quia contrarius, in primo enim procedit rota, & uertitur à circumferentia, hic quieſcit rota, & mouetur ab axe. Proximus huic eſt, qui fit in ſucculis ob firmitatem axis: nam axis eſt coniunctus rotæ. Vltimus eſt trochlearum, qui & difficillimus: fit enim à circunferentia, & axis diſiunctus eſt à trochlea: quod addit difficultatem. Sed & trochlea caret colloppibus. Ergo uerum eſt, quod omnia rotunda facilius circumaguntur, ſed uaria ratione: nam plus mota ſuper aliquo plano, ut in plauſtris & ſcytalis: minus in ſucculis, & rotis acuentibus ferrum, & molis: nam & ſi rotunditatem iuuet ob æqualitatem ad conuerſionem, non tamen in his eſt adeò



 utilis.

utilis. Vtilitas ergo prima eſt, cum circumuertitur in plano, uelut in rotis ſcytalis, & ſphæris. Secunda quæ minor eſt, cum à ſuperficie circumuertitur, ut in trochleis. Tertia cum à coloppis, quæ minima eſt omnium, ut in ſucculis. Motus autem cœli non eſt ex triplici primo genere, cum ſit in loco, & non ad locum, neq; ut rotæ molaris: nam ille eſt ex axe: nec ut in trochlea: nam in ea axis quieſcit ipſum autem cœlum circa axem non uertitur, ſed cum axe, ſi tamen inſecabilis linea circumagi poteſt dici. Relinquitur ergo, ut Cœli motus propior ſit motui ſucculæ, quàm alij motui. Differt ab eo in hoc, quod in ſuccula mouetur axis ab orbe: at in cœlo ut non mouetur ab axe, ita nec axis ab orbe: cunq; ſit motus ſimplicisſimus, in alio genere collocandus eſt: quandoquidem in illo nulla pars poſsit dici primo, quod neceſſariũ eſt in unoquoq; horũ.

Propoſitio centeſimaquinta decima.

Proportionem motuum impulſionis, & attractionis inter ſe ab eadem ui declarare.

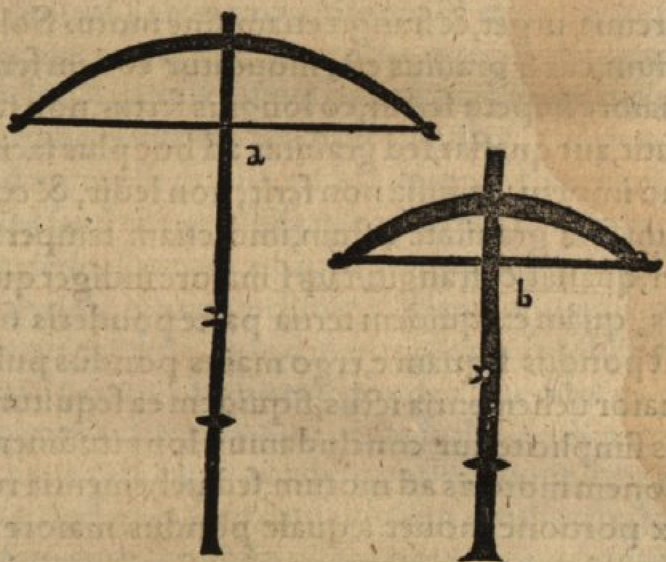
Co^m. Conſtat, quòd attractio cum fune longiore ualidior eſt, quam cum manibus, quoniam eſt cum motu quodam: motus autem auget actionem, ideo attractio ualidior eſt hac de cauſa, ſed & impulſio cum baculo ualidior eſt, quam cum manibus, quoniam licet colligere omnes uires in illo baculo, & ipſum applicare loco, unde facilius impelli poteſt. Velut ſphæra ex medio latere: nam ibi magis colliguntur uires, & ad impellendum facilius eſt, quodcunq; leuius eſt. Pars autem magis remota à centro grauitatis eſt leuior, his duabus cauſis, ſphæra ex medio latere facilius ac magis impellitur. Sed nos ſupponimus nunc applicationem æqualem eſſe, nam ſecus ad impellendum facilius eſt applicare totum corpus, quàm attractionem. Pectore enim magna ui impellimus, nihil eſt compar, quo trahere poſsimus. Sed, ut dixi, ſit baculus applicatus alicui lapidi ea parte, qua facilius poteſt impelli & trahi, & quæritur, quæ maior ſit uis, an attrahendi? & dico quòd homo, uel conatur trahere toto corpore, & impellere, atq; hoc modo magis trahit, quàm impellet, quoniam corporis pondus melius adhibetur in tractione quàm impulſu: uel citra corporis pondus, ſed ſola ui membrorum: & tunc magis impellit, quoniam impulſus fit corpore prono in anteriorẽ partem, quæ inclinatio, & motus eſt naturalis magis, quàm in attractione in partem poſteriorem. Sed ubi nulla ſit diuerſitas neq; horum, neq; figurarum æqualis uis æqualem efficit motum: quia impulſus impellentis comparatione eſt attractio reſpectu alterius. Verùm non eſt eadem uis nec propè par impellendi, atque attrahendi hominibus, cum attractio fiat per muſculos ad originem

nem suam naturaliter se retrahentibus impulsui nullum instrumentum à natura delegatum inuenio, nam ad extensionem musculi sanè ex aduerso sunt fabricati: cum ergo duo sint tantum motus musculorum tensio, dum retrahūtur ad principium suum, & remissio, dum membrum quiescit in naturali nullus erit locus impulsioni, nisi ex consequentia non per se, quamobrem multo infirmiorem illum attractione in brachijs esse, necesse est.

Propositio centesimasextadecima.

Cur machinæ ablongæ igneæ longius emittant sphæram explorare.

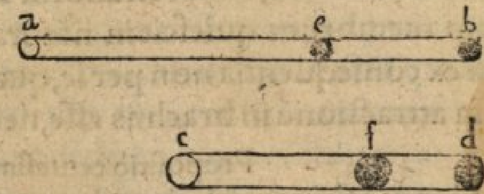
Quoniam ratio superius adducta, neq; in his, neq; in hypophysis (uocant cerbatanas) non potest satisfacere, cum tamen idem sequatur in his, ut in illis uidetur, quasi uis esse in sphærula sic emissa, & non in aëre, quemadmodum dicebamus, coniuncto esse. Ex quo necesse esset, ut quod longius ferretur, etiam ualidiores ictus Com. Prop. 103.
inferret, hoc autem non ita se habet, sed ictus magnitudo ex robore machinarum tam ignearum, quam scorpionum pendet, nam sit a scorpio magnus, sed tenuis, ex hoc palam est longius mittere sagittam, quòd à parua, & breui, quantunuis crassa non longe mittitur: at uerò



quod b crassus & paruus maiore cum impetu mittat ostenditur nam ea pondera sagittæ mouet, quæ non potest mouere a, igitur b ualidiore robore mouet, quam a. Prætera illud ostendit iugum funis arcus crassiora duriora, quæ maioribus uiribus indigēt, quam a, qui à puero tendi poterit. Non est ergo eadem ratio mittendi longius, & ualidiore cum robore. Eadem ergo cum ratio sit in machinis igneis, crassiores enim, & latiores ac breuiores magis concutiunt, quam longiores tenuiores minoris sphæræ capaces: non solum ob magnitudinem sphæræ magis illæ concutiunt, sed, ut dixi, ob maiorem impetus uim: causa ergo est manifesta in his, sed non causa, qua longius ferantur in longiore canali. Sed uide-

 tur

tur una,eademq́ eſſe ratio in utriſque. Conſtituatur canalis a b longior, & c d breuior, ut ſit ſexqui alter a b ad c d, & ſit rurſus ſphærulæ locus e in longiore, ſexqui alter in diſtantia a b, qualis eſt in f a d, & erit per dicta ab Euclide in quinto, ac ſexqui altera c f. Poſſemus igitur dicere, quod uelut ab hypomochlio longiore ſpatio circumagitur pondus: ita & a b c, & f. Sed rurſus incidimus in id, ut maiore impetu feratur e quàm f. Ideo ſi concedatur maiore ferri ex e, quam ex f non ſequitur, ut celerius, aut maiore impetu. Percutit puer pugno quanta ui poteſt ac celerrimè, uir robuſtus lentè, & minore impetu, ſed tamen ictus longè maior eſt. Eſt enim ictus robur non à uelocitate ſolum, ſed maiore ex ponderis grauitate, quæ ſola premit, urget, & frangit etiam ſine motu. Solum ergo id reſtat dubium, cur ſi grauius eſt, moueatur eodem fermè impetu: nam quo maiore impetu fertur, eo longius fertur, non tamen magis ferit, concutit, aut quaſſat, ſed grauitas ad hoc plus facit impetu. Palea maximo impetu demiſſa non ferit, non ledit, & celerius deſcendit, ferrum ſola grauitate actum, imò etiam temperato ictu lædit grauiter, quaſſat, & frangit: itaq́ f maiore indiget quantitate pyrij pulueris, quàm e: ſiquidem tertia parte ponderis ſuæ ſphæræ: at maius eſt pondus f quam e, ergo maius pondus pulueris f quàm e, ergo maior uehementia ictus, ſiquidem ea ſequitur, robur cauſæ mouentis ſimpliciter: ut concludamus longitudinem ictus ſequi proportionem motoris ad motum, ſed uehementia robur motoris: nam ſi ex portione mouet æquale pondus maiore cum impetu mouet, quoniam maior eſt proportio: ſi minore igitur pondus maius eſt, &, ut dixi plus facit magnitudo ponderis cum leui ictu, quàm magnitudo ictus cum leui pondere. Quæ ergo feruntur per longiores canales maiore impetu feruntur, & ſocietatem habēt aëris moti per longius ſpatiū, ut tardius remittatur, quia longiore tempore uis motus confirmata eſt, & ꝓportio eius, quòd mouet, maior eſt ad id, quod mouet̄, quia minus extenditur, at uerò f motū minore ꝓportione ictū facit maiorē, ꝗa, ut dixi, tāto grauius, eſt quod ferit. Quod autē minus extēdatur machina a b quam c d, nūc oſtēdere oportet.



Propoſitio centeſimadecimaſeptima.

In cuniculis maior eſt uis pulueris copioſioris ampliore in ſpatio, quàm paucioris in minore iuxta proportionem eandem.

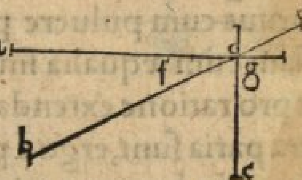
Sit ſpatium f d ſexqui tertium b e, puluis quoq; in f d ſpatio ſi= Com.
militer ſexqui tertius puluerí b e pondere, & manifeſtum eſt, quod dum conuertitur in ignem qualiſcunq; ſit proportio (modo eadem ignis ad puluerem) erit ignis in f d pariter ſexqui tertius igni in b e, dico quod ſi craſsities f d ſit etiam ſexqui tertia craſsitiei b e, quod poterit frangi, & moueri f d quieſcente b e. Vnde idem in cuniculis ut magnus cuniculus cum multo puluere poſsit mouere montem paruus cum puluere proportione reſpondente priori non poſsit. Nam cùm æqualia ſint omnia iuxtaq; rationem eandem, neceſſe eſt ut pro ratione extendantur, at in paruo ſpatio minor fit denſitas cæ= tera paria ſunt, ergo à paruo ſpatio non tantus fit impetus, quantus à magno. Impetus etiam proportionem habet ad pōdus, & ad con= iunctionem, à maiore igitur impetu plura, & maiora mouentur, & conuelluntur, quam à minore, ob hæc igitur minores cuniculi ſuc= cutiunt, maiores euertunt, maximi exturbant, & proijciunt. Nam qui ſuccutiunt, ubi pondus, aut coniunctio maior ſit, quàm ut di= ſtrahere poſsint, condenſant partes proximiores, & rimas faciunt, per quas exhalat ignis aut omnino extinguitur, aut condenſatur. At ergo in bellicis machinis, minus dilatat puluis, cum fuerit in lon go canali, ob id ergo maiore impetu feruntur per illas, quàm per breuiores, etiam quod minor ſit puluis, minor ſit ignis. Experimen tum facies in canali, ubi ſambuci medulla pro globulo flatu impel= lente expellitur abſq; periculo: nam quanto minor fuerit canalis ambitu ac longior eo maiore impetu pellitur. Forſan quiſpiam nos meritò poterit uideri reprehēdiſſe, quod inanis gloriæ ſtudio per= nitioſa humano generi doceam. Quibus reſpondeo, me nihil docu iſſe, quod in humani generis detrimentum cedat, huiuſmodiq; præ= cepta iam obſcuraſſe, ut ne quid mali accidere poſſet hominibus ex his: nā quod ad ea, quæ declarata, ſunt, cauſas ſolùm retuli, effectus ipſimodi artis nimiū feruntur, ac nimio pluſquam uellē intelligun= tur. Vt cum ad copiam, ad magnitudinem, ad coacta imperia miſe= rorum reſpicio, nihil plus poſsit addi. Omnia enim hucuſq; ſpectāt ad potentiorum incrementa. An ergo ſuccurrere afflictis, obſeſsis, cinctis, æquare conditionē, liberare à ſeruitute etiam rebelles nō li= cebit? Ab initio fuimus omnes liberi: excogitata fuit regni ratio ad commodum hominum, ea uerſa eſt per uim in Tyrannidē. Subtili ergo ratione occurrendū eſt imbecillioribus: nā reliqua omnia ni= mis, ut dixi, quæ ad cuniculos ad magnitudinē machinarū ad rectos ictus ad libramēta ad longitudinem ſpacij, per quos globus ille de= fertur, nota ſunt improbis illis artificibus, nec noſtrum eſt ſpectare, cur id licuerit, poſtquam Deus hanc uiolentiam eſſe uoluit. Multa damnamus, q̄ Deus eſſe uult: boni uiri eſt nō niſi opitulari homini= bus, etiā malis modo bonis futuri nō ſint impedimēto: quamobrē

ea tradenda ſunt, quæ oppreſsis ſint auxilio: ea ſunt, quę ſubtilibus conſtãt rationibus, et multiplicata amittũt uim ut quaſi pręſtẽt pauca multis, & exigua magnis. In cęteris obſcurare ita decet cuncta, quæ obeſſe poſſunt, aut quouis modo puerti ad malos uſus queãt, ut dicta nõ dicta eſſe putẽt, hoc eſt officiũ nõ ſolum ꝓbi, ſed etiã prudentis uiri.

Propoſitio centeſimadecimaoctaua.

Quanta ꝓportione decedat ictus in obliquum parietem ab eo, qui eſt ad perpendiculum declarare.

Com. Sit paries b d e, ex a feratˀ in d ictus, qui ſi eſſet in c d parietẽ eſſe ad perpendiculum, & ualidiſsimus, ſin uero in f g abraderet, & nõ cõquaſſaret. Quæritur ergo ex b d e muro qualis excipietur? erit ergo proportio anguli c d a ad angulũ b d a, ueluti ictus a d in d c ad ictũ in b d, manifeſtũ eſt aũt ſequi ꝓportionem, quoniã maxima uarietate cõſtat dum ex angulo b d a acuto fit acutior, quoniã ſi b d c ſit q̃druplus b d a erit reſiduus ad dimidiũ b d a nonuplus ipſi dimidio, & ad quartã partẽ habebit ꝓportionem decemnouẽ ad unũ. Si ergo etiã in idẽ tenderent, nõ efficerent mille ictus q̃d tres, cuius demonſtratio hęc eſt. Supponamus ꝓportionẽ b d c ad q̃rtam partẽ a d b addito reſiduo ad b d c eſſe ſolũ decuplã: tũc ex duob. ictibus centupla erit in d c ad eã, quę in b e, etiã tribus millecupla: nam cõquaſſata turri in primo ictu, id d decuplo magis ad perpendiculum q̃ in b d e ſumatˀ decima pars in ambitu d, & illa erit ergo tã diſſoluta, & infirma ex ſuppoſito, q̃ eſt tota b e: ſed ex ſecundo ictu decuplo magis cõquaſſabitˀ illa pars, q̃ b e ergo tota d c centuplo magis quaſſabitˀ ex duob. ictibus c d turris, q̃ b e, & ita in tribus: ex decẽ millibus ergo ictibus etiã ad amuſsim directis, cũ tamẽ id uix fieri poſsit in tãta multitudine nõ plus cõminuetˀ b d e, q̃ ex decẽ c d ꝑter quã exiguũ quippiã in ſuperficie. Imò ut declaratũ eſt multo minus repetita ratione multiplicis. Ob id in arce Mediolanẽſi exterius lapidibus uiuis in rotundũ diducta ſuperficie interualloq; q̃drato hunc in modũ munitę ſunt altiores turres. Fiat ergo murus cuius ꝓportio a d c ad b d a ſit ſexquitertia, eritq; angulus b d c dodrãs recti, & parũ inclinatis, ſiquidẽ b d c erit quarta pars recti, & ſit tantę magnitudinis, atq; duritiei, ac adeò benè coniunctus ferreis cathenis, ac ſtolonibus, ut poſsit reſiſtere machinarũ ferentiũ ſphęrã librarũ ducentarum (quæ ſanè maximæ ſunt) quinquaginta: tũc cum ꝓportio ſexquitertia nouies repetita, ut in numeris uides, efficiat quinquies replicatis nouem ictibus, fiet ꝓportio decupla quinquies ꝓducta, quę eſt centũ millium ad unũ in quadraginta quinq; ictibus. Antequã ergo peruenit ad quinquaginta ictus rectos neceſſe erit, ut



729
972
1296
1728
2304
3072
4096
5461 $\frac{1}{3}$
7281 $\frac{7}{9}$

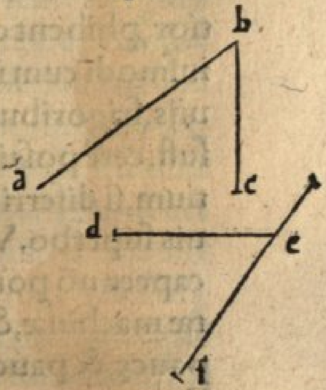
multo

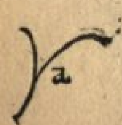
multo plures centum millibus ictus excipiat anteq́ȝ euertatur, quæ recta si esset quinquaginta solùm potuisset sustinere. Quæ ergo humana potentia sufficeret. In arce Mediolanẽsi uidimus uix attactas in illis extuberationibus lapideis. Sed quoniam hic occurritur per inclinationem machinarum, ideò de hoc sermonẽ sum habiturus.

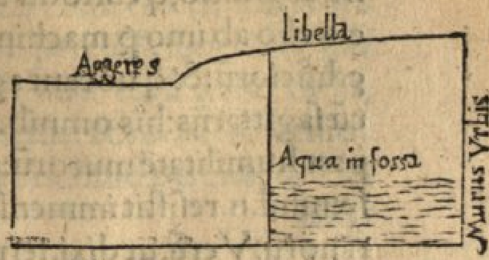
Propositio centesimadecimanona.

Quantum ictus machinę procliuis ad angulũ minuat̃ explorare.

Huiusce causa excogitarũt, ut ictus ad perpendiculũ dirigeret̃, & Com.
quanquã angulus d e f sit ęquali angulo a b c, longè tñ maior est uis a b q̃ȝ d e duplici causa, & quoniã a b est secundũ naturam impetus ignis, & etiã eorũ, quę emittunt̃ in altum: & q̃d pars superior in b retineat ictũ, in e non retineat. Sed cauitas fiat maior in inferiore partę: cuius experimẽtum quilibet facere potest cũ hasta. Huic ergo solertiæ, q̃ tormenta iubet altius collocare obstat primũ, quod ictus ex decliui situ periculosior est, ꝓ machina, & maximè q̃d retro impellit, qꝫ ex retrocessa, postq́ȝ exonerata est, dignoscit̃, & ad collimandũ decedit parte uirĩu suarum, q̃d etsi paruũ sit in ductu tñ, & ictuũ multiplicatione magnũ affert discrimen. Habet & cõmodum situs muri accliuis terrã suppositã ad perpendiculum, q̃ ictum sustinet: adeò ut omnib. inuicẽ collectis, perinde sit ac si ex perpendiculo, et ęquidistanti ad solũ feriat̃. Venetus. S. aliter Patauij cauit, uideturq́ȝ, qꝫ sapientissimus sit, & eandem sequatur ubiq́ȝ normam, postq́ȝ in rotundã figuram totũ urbis ambitum formauit, & fossa lata, ac ꝓfundissima aquaq́ȝ perenni muniuit, & summã muri partem rotundã in hunc modũ effecit cauãq́ȝ interius undiq́ȝ, ne cuniculis posset euerti, à lateribus uerò humiles, ac crassissimas turres, ut nulla ui possent dirui, easq́ȝ tormentis bellicis, undiq́ȝ latera lustrantib. replesset, illud diligentissimè cauit, ne murus humilior esset aduersa ripa, sed ad libellã tamen depressus, ut etiã machinis in terram extensis sphęrulæ non tangerent murũ: nam cũ fossa sit quadraginta passuum, excedat aũt murus exteriorẽ aggerem uno passu, ut quicquid in ambitu est uno ictu oculi cognosci posit, & aggeris angulus maior sit uno passu, tũ magis adiecta crassitie machinę fieri non potest, ut ictus in murũ dirigatur. Eam ob causam etiã cauit, ne ędificiũ ullum, aut planta, uel colliculus esset circumcirca urbẽ ad tria M. P. laborat hoc periculo hęc urbs, ne tota ędificijs euersis concidat. Turcarũ enim Princeps didicit, ut in Nouo castro in Melitę Insulę arce S. Elmi appellata plusq́ȝ mille ictibus in singulos dies imo M D obtundere







munitiones. Eumq́ impetum producere ad quindecim dies, & uiginti tum etiam longius, ut facilè domos omnes euertat, homines occidat: si qui supersunt tot incommodis obruuntur uigilijs, fame, siti, puluere, ut inutiles reddantur. Ideò huic incõmodo occurrunt aggeribus intra mœnia erectis, in quos uis tormẽtorum igneorum emoritur. Sed dices, cur ergo non pro muris erigere eos præstat, & minore sumptu satis? quoniam subruuntur à fossoribus facillimè, si ad illos peruenire posit hostis. Ideò intra mœnia utilissimi sunt, pro mœnijs parum prosunt. Quod uerò ad testudines attinet, sub quibus latẽt fossores machinæ laterales, & à fronte & ignes, & aqua altior prohibent omnino iniuriam, quę ab his imminet. Cæterum huiusmodi cum in longum differunt morbis, illuuie, incõmodis, pluuijs, frigoribus omnino dissoluũtur, ut nulla multitudo huic operi sufficerè posit. Rhodus, Alba regia, Melita, Castrum nouũ, Byzantium, si diferri potuissent tempora, non cessissent uictori quantumuis superbo. Vicit pertinacia, audaciaq́ summa, Corcyrã, Viennam capere nõ potuit, quoniam in longũ trahebatur oppugnatio. Multæ machinæ, & pauci homines prædæ obsessorum expositæ sunt: paucę, & pauci homines obsidebuntur potius, quam obsidebunt. Exercitus magnus dissoluitur, & semetipsum consumit, si nulla fiat accessio aut exigua quomodo stabit: si magna auxilia omnia corrumpuntur. Contrà obsessis auxilia si ueniant lustrata, & munita, et omnibus necessarijs ornata uiri integri cõtra fatigatos, & fessos corpore, armati contra inermes, alacres contra torpidos superueniunt. Ob id præcipuum est auxilium prẹter hẹc his, qui oppugnantur copia militum, qui per initia nunq́ quiescant diu noctuq́, uerũ noctu duo tubicines persæpe exercitũ insomnẽ in armis tota nocte cõtinebũt. Serio aũt die pugnare, & noctu cũ minimè id sperãt, & fatigati sunt: mira euenire solent in his insperatis, ac audacibus eruptionib. persẹpe etiã omnino supra fidẽ. Ita nõ conquiescere oportet donec, uel omnino à cepto desinat hostis, aut locũ occupet sibi relictũ potius q́ quẽ elegerit. nam experimentũ frequens docuit, ubi illæ magnę uires suo arbitrio locũ, quẽ elegerũt obtinere potuerint, tandẽ potiri locis quãtumuis munitis in hoc q̃d diximus cõtra opponat̃. Etenim septẽ modis cũ urbes, atq́ arces capiant̃, quorũ duo sunt extra p̃sentẽ considerationẽ obsidio, q̃ magnitudine ambitus loci tollit̃, & proditio, q̃ custodũ uigilãtia, cuniculi, euersio superioris muri, euersio ab imo p machinas, cuniculi, seu suffosio, urbis euersio, seu ẹdificiorũ: & q̃ uocant aggresio, seu oppugnatio p scalas, & crates cũ sagittarijs: his omnib. satisfactũ puto, prẹterq́ oppugnationi propter humilitatẽ murorũ: nã lignis opplent̃, atq́ fasciculis, terraq́ fossẹ: nihil. n. resistit immensẹ illi potestati, & crudelitati sẹuissimorũ tyrãnorũ. Verũ, ut dixi, terra noctu effodit̃, ligna artificiosis ignib. eruuntur.

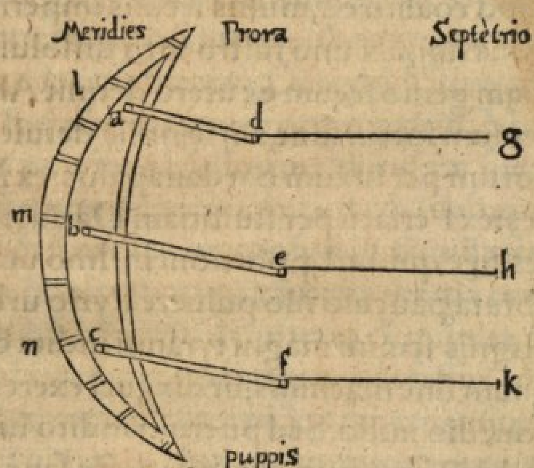
untur. Et longum est opus siue per paucos, siue per multos quis efficere conetur: ut non minus exigat temporis, quàm obsidio: nam multitudine unus alterum impedit, & mortui uiuos, ut omnino res sit non speranda nisi aduersus inertissimos. Pontes euertunt machinæ, ignesq;. Sed ubi etiam muros obtinuerint ob rotunditatem in illis consistere non possunt. Inde à defensoribus propulsantur sarissis, telis, ignibus, transuersis trabibus, machinis: illudq; accedit commodi, ut quanto plures eo facilius excutiantur. Dixi non debere uereri maxima etiam præter id, quoniam & istę ipsę tanto sanguine acquisitę tanto deorum & hominum iniuria modica scintilla ignis sine munitionibus, exercitibus, siue machinis, absq; terræ cōcussione, aut inundatione, uel peste euertuntur. In illam miseram lachrymam patris scintilla ignis inferni, cùm Deo placuerit, mittit, ex qua, quod coalitū est, multis seculis imperium luxu, crudelitate, stultitia unius filij, uix uno lustro toto dissoluitur. Hanc scintillā cum felici etiam genio secum ex utero detulit Alexander Magnus. In alijs alij genium sortiti sunt, alij scintillā detulere ab Orco. Ex imperio Assyriorum per luxum Sardanapalus: ex Medorum per scintillā Astyages: ex Persarū per stultitiam Darius: ex Romanorū Honorius. Dices, hęc quid ad ꝓportionem? Imò uelut machina ad perpendiculū librata pauculo illo puluere Pyrio urbē euertit, ita scintilla illa inferni ignis semini magni tyranni indita euertit atq; dissoluit totum regnum sine machinis, ut dixi, uel exercitibus ullis, & quod maius est remedio nullo. Sed puerulo indito luxus, ignauiæ, crudelitatis atq; stultitię fontibus, mirabile dictu sanè, & ad proportionem diuinorum instrumentorū pertinens. Sed redeamus ad institutum: Video enim, quid posit obijci, scilicet muros crassos, et altiores tueri urbē & ædificia illius posse absq; aggeris erectione, & si diruant̄ manere etiam nihilominus imo magis, quod est terram, usq; quoniā eadem ratione manet, quia concuti non posit à machinis: nec hostes id curaturos, sperantes hoc solū sufficere, q̄d mœnia solo æquent̄, atq; id factū est Mediolani, & in arce eius, tū Papię & in Cremonensi arce. Verùm ni fallor, ut paruis arcibus à tanta ui tormentorum nullum est præsidiū, aut salutis spes, ita neq; cōuenit, ut muris humilibus aggeri confidant, nam & pauci homines tanto labori non sufficerent, & agger cum fossa effossa scilicet terra defensores nimis in angustū cogeret. At in urbibus contra eueniet: muris enim erectis altius machinæ lapidum frustis hominem occidēt: an percussa superiore parte ob coniunctionem inferior concutitur, & inde totū simul cadit, ut uidimus Papię, quo cadēte, & fossa impletur, & τειχολέταις facilior aditus ad subruendum reliquas partes prębet̄; imò perculsi defensores

ſores ſæpe muneris ſui obliuiſcuntur, deſertaq́ ea parte liberum ingreſſum hoſtibus exhibent. Tum uerò magis, quod non confidunt animo nõ ad id parato, poſſe aggerem ſufficientem, & in tam breui tempore exſtruere, & etiam intelligunt, antequam erigatur, patere à lateribus introitum hoſtibus.

Propoſitio centeſimauigeſima.

Proportionem partium nauis ad eundem obliquum uentum explorare.

Com. Sint mali in naui a b c, ad b e, c f uentus è regione g h k etiam ad perpendiculum feratur, ut anguli g d a, h e b, k f c ſint æquales, dico tamen diuerſo modo affici: nam cum premitur a uerſus l, c premitur uerſus f: at ſi prematur c uerſus n a, premitur uerſus d, at ſi prematur b uerſus m, & a uerſus l, ſed non quantum ex g d, & c uerſus n, ſed non quantum ex k f, ab eodem ergo uento contrarij motus efficiuntur ex uelorum diuerſitate, etenim per uentum d feretur ad meridiem nauis, & per uelum f ad Septentrionem etiam diducto auxilio e l a ui, quanto magis cum illo: & ſi uentus excipiatur in f uelo, non iuuabit clauus, & ſi in



d dirigetur, & temperabitur motus, & ſi in e medio modo. Ergo ſi uentus feratur rectè iuuabit, ut dici ſolet omnibus, & plenis uelis excipere, ſi ex obliquo demittere antennam puppis, ſin autem ualdè obliqu us ſit, ſolo proræ uelo utemur. Si ualidior quàm oportet humiliore. Atque hæc poſtmodum ſunt diligenter numeranda, ac metienda: nunc ſufficiat cauſam reddidiſſe, & admonuiſſe diuerſitatis motuum, quæ ex uelis contingit: nam eò fertur nauis, quò prora dirigitur. Ergo cum puppis tanto feratur uerſus meridiem a b, quanto prora uerſus meridiem a d, & quanto puppis fertur uerſus meridiẽ, tanto prora fertur uerſus boream, igitur quanto prora fertur uerſus meridiem a d, tanto uerſus boream a b f, ſed ſitus claui poteſt multo plus in comparatione ueli d, quam f ſcilicet, quia diſtantia a b a eſt o a, & diſtantia e c eſt o c, tanto plus ergo poteſt claui ſitus in comparatione ad uelum d, quam f, quanta eſt proportio o a, ad o a, ad o c, igitur clauus est longè potentior in comparatione ueli d, quam f, ergo uelum d minus agit nauim, quam f. Sed ut extrema se habent, ita medium eorum comparatione, igitur malus b c ualidior est, multo d a, & infirmior c f. Verùm, ut dixi, ob situm simpliciter ualidius est, uelum e quam f, & etiam quia, ut dixi, altior & crassior solet esse, ideo multo ualidior tribus his causis, quàm e f: adde quartam quòd uelum habet maius, antiquo tempore uocatum acatius. At ut etiam docui c b non est in medio, nec æquidistat ab a d & c f, sed inclinatur ad proram ideoq; imbecillior: cum ergo sit æqualium, & paulo maiorum uirium, quàm c f, & tutior, & melius agatur per clauũ quàm c f, & sit a d nimis iusto imbecillis, propterea b c mali, & ueli maximus est usus: adeò mali nomen per antonomasiam de ipso simpliciter intelligatur.

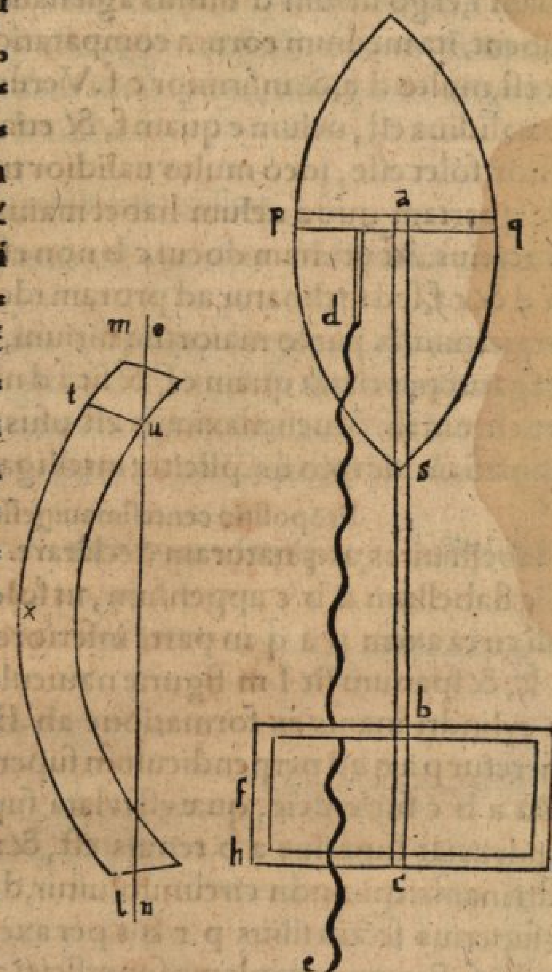
Propositio centesimauigesimaprima.

Flabelli uires, atq; naturam declarare.

Sit flabellum a b c appensum, ut solet, in a, & moueatur motu quasi circa axem p a q in parte inferiore, & aër comprehensus sub b h k, & spatium sit l m figuræ nauicularis, quæ constat esse partem cylindri inanis ex formatione ab Euclide scripta: nam si proponeretur p a q ad perpendiculum superstans plano, fieret circumducta a b c superficie, quæ esset lata superius, sicut etiam inferius cylindrus: at superius a b tenuis est, & angusta, ergo fiet pars cylindri inanis: quia non circunuoluitur, donec redeat. Ergo per dicta superius sectio illius p r q s per axem est pars cuiusdam ellypsis. Et sectio quæuis planæ superficiei æquidistans a b c uelut tu, itemq; æquidistans axi p a q est superficies rectangula, quarum una est similis, & æqualis b h k, est in una superficie cum axe p a q alia uerò est æquidistans eidem axi maior aut minor æquidistantium, & ipsa laterum, atq; rectangula ac si cylindrus stans axi plano æquidistanti secaretur iuxta longitudinem seu altitudinem suam: & manifestum est, quod ista duo plana, & eorum superficies secant se mutuò ad rectos angulos. Com. Lib. 11. diff. 21. Propos. 69.

Quibus constitutis, qui stabunt iuxta l, & m longitudines aëris moti, & loci, per quem transit flabellum, sentient magnum uentum, quoniam cum corpus m x l ab extremis partibus sit elatius a b extremis, stantes, & alti tangentur à uento agitato. Si uero sedeant, aer primum non attinget illos, ut etiam quia sursum pellitur non perueniet ad illos, imò diffugiet, ergo non refrigerabuntur. Qui uero à lateribus l x m stabũt hinc inde, uelut in f g, si steterint, nõ refrigerabũtur, quia quãdo flabellum erit in l, uel m aer descendet, ergo fugiet ab illis, cum autem fuerit in x, erit in loco humiliori, & mouebitur

tur diuersa ratione, quippe ab f in h, & non ad latera, ergo neque contactu, neque motu, qui fiet per æquidistantem f, & g non poterunt refrigerari. Sed si humili loco sedeant, quoniam aër descendit, ex l & m uersus x, & etiam, quia erunt proximi h k, quãdo fuerit in x, refrigerabunt ualde. Qui autẽ erũt iuxta h & k minus refrigerabunt utrisq;, sed paululum in reditibus propinquis, & neq; stantes, neq; sedẽtes, sed si altius attollatur h k. Rursus si b h k fuerit grauior eodem, ut descendat tanto impetu, quãto ascendit attractum, ut pote ex ligno tenui nucis, tunc multo magis refrigerabit, & procul, nõ ob uim ualidiorem, sed quoniam celerius occursantes sibi contrarijs motibus, ac uehemẽtibus fiet collisio partium aëris, & ideo in ambitum impelletur, & undique cubiculum refrigerabit, quod non faciet maius longè flabellum lento motu agitatum, aut ex materia leui. Idem multo magis contingeret, ubi duo essent flabella laquearibus appensa, quæ ad perpendiculum aërem mouerent, seu quod superficies eo modo se haberent: & si flabella rotunda essent, tunc maiorem ambitum aëris occuparent, & uelocius deficientibus angulis mouebuntur.



Propositio centesimauigesimasecunda.

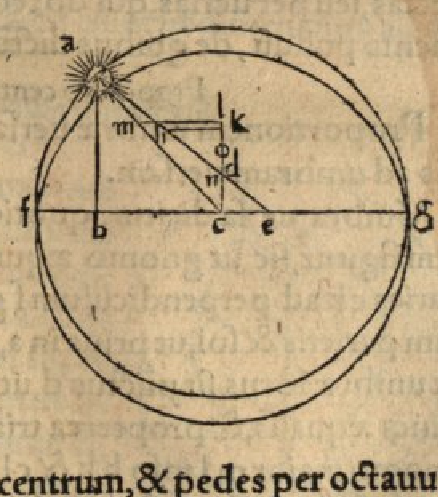
Contemptus circa solis rationem in umbris declarare.

Constat primùm solem, & excentro, & toto eius ambitu illuminare hanc primùm diuersitatem, quæ aliquando tota diametro computata dimidium unius partis totius cœli excedit: scioterici negligunt, ut exiguam. Secundò etiam diuersitatis illius, qua modò à terra uersus absidem defertur, modò ad terram descendere totidem uariata altitudine, non parum nullam habent rationem, seu quòd

quòd tanta ne sit, ut euidentem in gnomonibus faciat uarietatem, seu quòd incertum adhuc sit, an id uerè soli accidat. Tertium est finis umbræ ipsius gnomonis, qui incertus est, ut pars non contemnenda in dubium uertatur, quoniam sensim ex obscuro in illuminatum feratur, attamen contemnitur etiam. Quartum quòd cum sol moueatur in spira, fingitur quasi in parallelo æquinoctiali circulo circumagatur ab his, qui horologia describunt. Quintum quòd cum inæqualiter in orbe suo moueatur quanuis exigua sit hæc differentia, æqualiter tamē moueri præsupponitur. Sextum est, quòd dies æquales supponuntur, qui tamen tum ex ratione partis peragratæ, tum ratione ascensus eiusdē sunt inæquales, & tamē hæc inæqualitas etiā in horarū computatione prætermittitur. Sed & hęc ut prior ratione magis, quā sensu deprehendit. Septimū est discrimen, q̊d oritur ex uisus circulo seu horizonte, & circulo transeunte p̱ centrū mundi, nam horizon uerè tāto minor est circulo magno, quantum est semidiameter terrę, cōparatus ad semidiametrū orbis cœlestis, sed est insensilis quantitatis. Octauū est, quod trianguli ex gnomone umbra, & radijs solis latera non mutant lineas, quæ à sole ad centrum terræ deueniunt, nec quòd maius est, radius solis ad uerticem hominis breuior habetur semidimetiente. Hæc igit omnia sciotericorū opifices non obseruant, sed negligunt. Verum quatuor tantùm altitudinem poli regionis locum solis in eclyptica locum solis in circulo æquinoctialis, uel æquinoctiali parallelo, ex quibus tribus fit altitudo solis, una in circulo scilicet uerticali ab horizonte, & differentia lineæ meridianæ à linea uersus polum, quam ostendit lapis Herculeus, de qua dictum est superius. Propos. 84.

Propositio centesimauigesimatertia.

Cognita ratione umbrę ad gnomonem sinum, & arcum altitudinis ab horizonte quouis tempore dignoscere.



Sit circulus magnus, in quo sol a f g superstans ad perpendiculum circulo uisus f e g, quos manifestum est transire per idem centrum mundi c, quia magni sunt, & sit c d erecta ad perpendiculum super f g, nam perinde est per septimum contemptum, ac si superficies horizontis transeat per terrę centrum, & pedes per octauum, ideo proportio e c ad c d umbræ ad gnomonem, ut b e ad b a, ergo per Com. Preced. Propos. Prop. 113.

per demonstrata b a cognita in comparatione a d e a, e a autem per octauum contemptum est dimetiens circuli, ergo a b sinus notus, & arcus f a, quod est primum cognitum. Et hic quidem circulus uerticalis dicitur, quia per illum transit, aliter non esset ad perpendiculum horizonti.

Cor^m.1. Ex hoc sequitur, quod altitudines solis æquales omnes in uno sunt circulo horizonti parallelo. Et si sol fuerit in uno circulo horizonti parallelo, altitudines solis, & umbræ magnitudines æquales erunt.

Cor^m.2. Sol nisi bis in una die potest esse in circulo horizonti parallelo, semel ante meridiem, & semel post, tantundem ab eodem distans.

Cor^m.3. Cum ergo ita sit, necesse est umbras æquales, & circulum horizonti parallelũ fieri sub inæqualibus horis in diuersis semper diebus, præterquam cum in punctis fuerit æqualis ab æquinoctiali, & in eandem partem declinationis, & hoc bis cõtingit solum in anno pro quolibet circulo parallelo, sicut in eodem die etiam bis tãtum, ut dictum est.

Co^m. Nam exempli gratia, cum sol est in initio Capricorni, & in Cœli medio, minima est umbra eius diei, & totius anni. Cum ergo fuerit ante meridiem, uel post, erit umbra maior ex supposito secũdo umbra meridiei: at ei æqualis poterit esse umbra meridiei alterius diei ex primo supposito, ergo umbræ æquales diuersorum dierum fiunt sub diuerso situ solis, quo ad circulum meridiei, quod erat demonstrandum.

Cor^m.4. Ex hoc sequitur, quod horarum determinatio fit secundum lineam in æqualem obliquam, quæ toti anno seruiat, ut æqualium umbrarum determinatio hararum & partium eius numerum.

Cor^m.5. Ex quo colligitur modus faciendi gnomonem, seu per umbras rectas, seu per uersas, qui docebit toto anno non solũ horas, sed momenta pulsuũ, de quibus dictũ est quod MMMDC horam perficiũt.

Propositio centesimauigesimaquarta.

Proportionem umbræ uersæ esse ad gnomonem, uelut gnomonis ad umbram uersam.

Co^m. Vmbra uersa dicitur, quoties gnomo in pariete ad perpendiculum figitur, sic ut gnomo æquidistet circulo horizontis. Sit ergo paries c k ad perpendiculum f g, & h k a d gnomo ad perpendiculum parietis & sol, ut prius in a, & sit primo k h tantæ longitudinis ut umbræ locus sit pũctus d, ut sit radius a h d e, eritq; angulus d utrinq; æqualis, & propterea triangulus k h d similis d c e. Sit modo gnomo maior m l ipso h k & c l maior c k seu æqualis, & quam anguli k & l recti sunt, & anguli l m n, & k h d æqualis, quia a n, & a c sunt

Per 15. primi Elem.

Per 4. sexti Elem.

ſunt æquidiſtantes per octauum contemptum, erunt per dicta trianguli ſimiles, igitur proportio l m gnomonis ad l n umbram ut k h gnomonis ad k d umbram, ſed k h, ad k d, ut c e umbræ ad c d gnomonem: igitur proportio l m gnomonis ad l n umbrã, ut umbræ c e ad c d gnomonem, quod fuit demonſtrandum.

Ex hoc primùm patet & pręcedenti, quod cognita proportione umbrę uerſę ad gnomonem cognoſcitur ſinus ſolis, & arcus altitudinis in circulo magno, & eſt altitudo ab horizontis parte, quæ proximior eſt loco ſolis, ut demonſtratum à nobis in Geometricis. Cor^m. 1.

Sequitur etiam, quòd cùm umbra fuerit æqualis gnomoni, ſeu recta, ſeu uerſa ſolis, uel Lunæ, uel ſtellæ, altitudo erit partium quadraginta quinqꝫ: nam anguli d & e, uel d & h erunt æquales: igitur arcus f a medietas quartæ ideò partium xlv. Et ſi gnomo fuerit maior umbra uerſa, uel minor recta, erit arcus f a minor xlv partibus, ſi contrà maior. Et hoc ubiqꝫ terrarum. Et ubi non poſſit tantundem eleuari, ut quando ſol eſt ſub circulo capricorni, nunquam nobis gnomo æquabitur umbræ rectæ ſed ſemper erit minor, & ſemper maior umbra uerſa pari ratione. Cor^m. 2. Per 5. primi Element. Per ult. ſexti Elem.

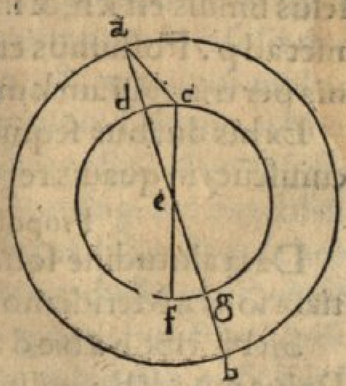
Propoſitio centeſimauigeſimaquinta.

Proportionem dimetientis, & periphering cuiuslibet circuli paralleli æquinoctiali per cognitam partem magni circuli demonſtrare.

Hæc erat tam clara, ut hic locum non mereretur: tam neceſſaria huic propoſito, ut non potuerit omitti. Sit ergo Aequinoctij circulus a b portio circuli magni nota, a c parallelus circulus, ęquinoctij circulo c d, erit igitur ſinus c d notus. Et ideò quadratũ c d notum, ergo & pars utraqꝫ b d d a nota. Quare detracta a d ex d b relinquitur d g æqualis f c diametro paralleli aſsignari. Quare proportio a b ad e f nota ex obiter ſuprà demonſtratis, & pariter ambitus circuli a b ad ambitum circuli c d, eſt enim ut dimetientis ad dimetientem. Co^m. Per 3. tertij, & 8. & 17. ſexti Elem. Per 5. ſecundi Elem. Per 113. Propoſ.

Propoſitio centeſimauigeſimaſexta.

Circuli horarij naturam declarare.



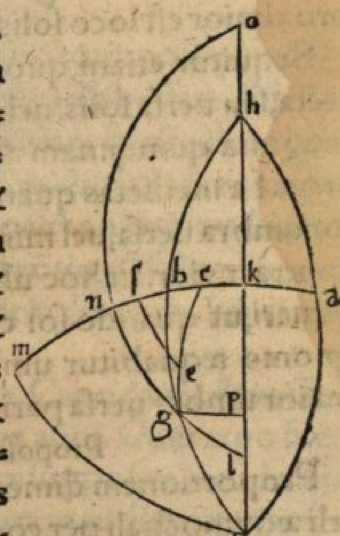
Circulus horarius eſt circulus magnus tranſiens per ſolẽ, aut lunam, aut quoduis ſydus, de quo agitur, & per polos mundi, ideò differt à circulo priore altitudinis Solis, quia ille ſtat ad perpendiculum ſuper horizontem, niſi cum tangitur uice meridiani, uterqꝫ tamen tranſit per centrũ mundi, ac ſolis. Hic etiam ad ſimiles partes æquinoctij circulum, & omnes parallelos ſecat. Co^m.

Et principalis eſt meridianus, ideò ab illo Aſtrologi horas utrinq; ante, & poſt numerant. Ideò clarũ eſt, quòd horæ à meridie computatæ ſunt cõmunes, habitantibus ſub quauis altitudine poli, & ubiuis ſit, ſol modò regiones æqualiter diſtent à fortunatis, ſeu ſint in eadem longitudine.

Propoſitio centeſimauigeſimaſeptima.

Data Poli altitudine ortus amplitudinem demonſtrare.

Com. Sit horizon a d b æquinoctij circulus a k f eclyptica c g, & punctus ortus in ea g. & c initium arietis, & g b amplitudo ortiua & c e, c f quartæ circulorum, ut ſit e f maxima ſolis declinatio, & polus mundi borealis l, quia igitur l d nota eſt ex ſuppoſito, & l k quadrans erit k h reſiduũ ad dimidium circuli notum. Quia uerò æquinoctium, & Meridianus ſecant ſe ad angulos rectos, & b a æquidiſtat ab utroq; polo, erit b polus h d, quare b k, quarta circuli, & angulus k rectus. Igitur ſumus in diſpoſitione tabularum primi mobilis, ergo etiam oppoſitus triangulus, qui ei eſt æqualis, & æquiangulus in eadem diſpoſitione b m d, quare cum data ſit g n declinatio pũcti g dati, datus erit, & arcus g b quæſitus.



Propoſitio centeſimauigeſimaoctaua.

Nota amplitudine ortus cuiuſq; pũcti arcũ ſemidiurnũ inuenire.

Com. Sit in eadem figura nota g b, uolo illius arcũ ſemidiurnum. Cum ergo g n ſit declinatio, erit pars arcus Meridiani horarij per polos tranſeuntis, compleatur ergo l g n o, & quia g n nota eſt, quia declinatio puncti dati, & g b nota ex ſuppoſito, & f angulus rectus, quia e f eſt portio meridiani, erit b n nota differentia aſcenſionis à quarta circuli k b, igit̃ tota k n arcus ſemidiurnus. Quoniã g p parallelus ſimilis eſt k n, & in eo reuoluit̃ Sol: ergo quando enim perueniet ad p. Poſſumus etiam ſine inuentione arcus ortus amplitudinis per triangulum k m d ex notitia g n cognoſcere eandem n b.

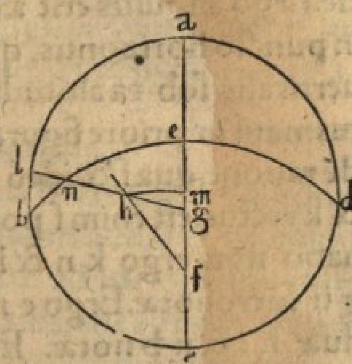
Corm. Ex his duabus ſequitur cõuerſa ſcilicet, q; data magnitudine diei cuiuſcũq; in quauis regione nota erit poli altitudo eiuſdẽ regionis.

Propoſitio centeſimauigeſimanona.

Data altitudine ſolis in quacunq; regione quacunq; die diſtantiam ſolis à Meridiano cognoſcere.

Com. Sit Horizon a b c d æquinoctij circulus b e d. Meridianus a e c Polus mundi Borealis f uertex, g, pũctus in eclyptica h ducatur ex polo

polo mundi circulus horarius f h k ad æquinoctij circulum, & uerticalis circulus p h l usq; ad Horizontem, & circulus parallelus æquinoctij circulo h m, sit ergo h l altitudo solis nota, igitur h g nota Per 123. Propos. erit residuum quartę circuli, & similiter h k nota, quia declinatio puncti dati in eclyptica est n nota dies, & locus solis ex supposito ergo nota f h residuũ quartę circuli nota est etiã g e, quæ est ęqualis altitudini poli ex supposito, ergo residuum quadrantis f g, ergo triangulus f g h notorum laterum ergo notus angulus f, ergo arcus k e distantia sumpta in æquinoctij circulo puncti h, Propos. 34. lib. 4. De Triang. Monteregij.



cui similis est arcus h m ex parallelo h m, nam quando k perueniet in e h perueniet in m, & inæquali tempore, qua diuisa per quindecim gradus, habebimus horas distãtię solis à Meridie ante, uel post, & minuta horarum dando quibuslibet gradibus quatuor minuta horæ, & quibuslibet minutis graduum quatuor secunda horæ, & ita habebimus tempus exactissimum à Meridie in quacunq; regione, & in quacunq; hora diei.

Propositio centesimatrigesima.

Data regionis altitudine, & loco solis proportionem gnomonis tam ad umbram rectam, quam uersam, uel etiam in cylindro determinare.

Hęc est propositio illa pulcherrima, quam tot ambagibus tradidere antiqui cum suis analematibus, & scioteris, nec tamen demonstrationem, nec rationem exactam instrumenortum constructionem, qua possemus per umbras rectas uersas, & cylindricas scire ad unguem, qualis hora, & minutum, & secundum diei esset quocunque anni tempore. Pleriq; autem tam laboriosè id conati sunt demonstrare, ut studiosos deterruerint ab opere: res autem ipsa facillima est. Proposita ergo Poli exacta altitudine solis in Meridie declinatione addita uel detracta, habebis residuum eius ad quadrantem f g, & similiter habebis ex declinatione nota loci solis detracta à quadrante f h & iuxta horam tuam, & minutum multiplicatum per quindecim arcum k e quare angulum f, ex quo arcum g h, quare residuum h l, igitur punctum umbrę rectę, uel uersę ipsius gnomonis ad unguem, & ita constitues horologium exactissimum secundum ea, quæ dixi in Corrolarijs supradictis, & quia horizon a b c d secat æquinoctialem in cẽtro terræ ducta g h k, erunt anguli b h g, & k h l ęquales. Igitur posito g ortu puncti eclypticæ, erit g b ortus amplitudo nota, & ideò angulus b h g, & k h l

Com.

Per 28. li. 4. Ioan. de Monteregij de Triang.

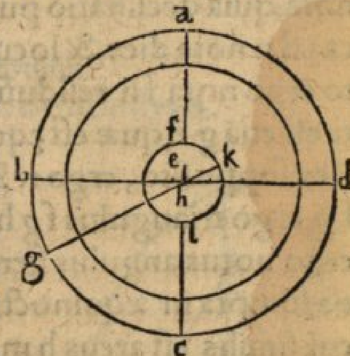
Per 123. uel 124. Propos.

 notus,

Prop. 123. Corol. 1. notus, & ita extendemus per totum annum. Cum uerò fuerit g eleuatus erit, ut demõstratum est, in circulo magno uerticali, ergo angulus fiet in eodem circulo, quia gnomo est etiam in illius superficie. Ergo angulus erit æqualis angulo, quem faceret sol, si oriretur in puncto horizontis, quem secat circulus uerticalis sub ea altitudine: sed his est notus: nam in priore figura g h f est notus eadẽ ratione, qua f, & ideò ei oppositus k h n, & k rectus, est enim f polus b d, & h k declinatio nota ergo k n, & h n notæ. At e k, & g h fuere notæ. Ergo e n, & g n, quare residuæ n l & n b notæ. Est autem angulus l rectus. ergo ortus amplitudo puncti l nota scilicet arcus l b, ergo in præsenti figura angulus m h b, ergo k h l. igitur poterimus statuere angulos umbrarum, & iam possumus determinare magnitudinem: ergo punctum ad unguẽ umbrę qualibet hora, & parte horæ singulis diebus in quacunque regione datæ altitudinis poli uersa, & rectis. In cylindrica autem eodem modo sicut in uersa, est enim species umbrę uersę, nisi quod analema ob obliquitatem cylindri melius aptatur, rotundum scilicet cum rotũdo.

Per 127. Propos.

Per 15. primi Elem.



Propositio centesimatrigesimaprima.

Si lineæ alicui dupla alterius adiungatur, erit proportio duarum ad primã maior, quam dupli, cum prima ad primam cum una adiecta.

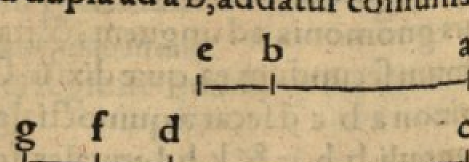
Sit a b linea, cui adiecta sit b c, & rursus ad b c c d æqualis b c
Com. dico, quod proportio a c ad a b est maior, quàm a d ad a c. Proportio enim c d ad c a minor est, quàm ad a b per octauam quinti Elementorum. Ergo minor d c ad c a quàm c b ad a b, quia b c & c d sunt æquales, ideò æqualẽ habent proportionẽ ad a b: igitur coniungendo per 28. Quinti proportio d a ad a c minor, quam c a ad a b, quod erat demonstrandum.

Per 7. quinti Elem.

Propositio centesimatrigesimasecunda.

Si ad duas lineas, quarum una alteri dupla sit eadem linea addatur erit aggregati ex minore, & a d adiecta ad ipsam minorẽ minor proportio quam aggregati ex maiore, & adiecta ad ipsam maiorem duplicata.

Com. Sint duæ lineę a b, & c d. & sit c d dupla ad a b, addatur cõmunis b e, & uocetur iuncta c d, d f dico, quod proportio e a ad a b, est minor duplicata f c ad c d, adijciatur d f æqualis g f, quia ergo g d est dupla ad f d, ideo ad e b c d autem est dupla ad a b, tota igitur

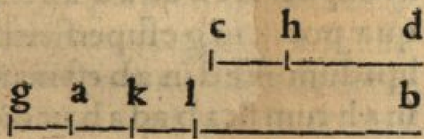


g c dupla toti e a. quare ut g c ad g d ut e a ad e b permutãdo, & per euersam ut e a ad a b, ita g c ad c d, ut g c ad c d cõponitur ex g e ad f e, & f c ad c d, igitur e a ad c b componitur ex eisdem. Proportio autem g c ad f c est minor, quam f c ad c d, igitur minor quàm duplicata f c ad c d. constat uero ex eisdem, quod proportio c a ad a b maior est duplicata g c ad f c.

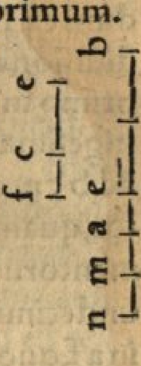
Propositio centesimatrigesimatertia.

Si fuerint duæ quantitates, quarum una alteri dupla sit: minuatur à minore quædam quãtitas eademq; maiori addatur, erit minoris ad residuũ maior ꝓportio, quã aggregati ad maiorẽ duplicata. Si uerò minori addatur et à maiore detrahatur, erit aggregati ad minorem minor proportio quàm maioris ad residuum duplicata.

Sit a b dupla c d, & addatur quædam ad b a, quę sit a g, eadem detrahatur ex c d & sit c h, dico, quod proportio c d ad d h maior est, quam duplicata g b ad a b, & rursus si quædam ad c & minuatur ex a b utpotè c f addatur c d, & a e minuatur ex a b, erit proportio f d ad c d minor duplicata a b ad g e. Primũ sic resecentur a n & k l æquales singulæ c h, igitur a l dupla est e h & a b fuit dupla a d. c d igitur ut in priore constitutione præcedentis a b ad l b, ut c d ad h d & a b ad b l maior, quam duplicata a b ad b k ut minor quàm k b ad b l. hoc enim demonstratum est in fine, igitur c d ad h d maior, quàm duplicata a k ad k b, sed a k ad k b maior est per uigesimam tertiam, huius scilicet per demonstrationem illius, quàm g b ad b a, igitur multo maior c d ad d h, quàm duplicata g b ad b a, quod est primum. Com.



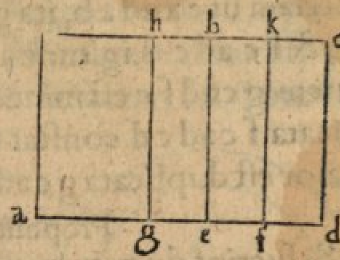
Secundum sic per eadem, addito enim duplo f c ipsi a b ut in secunda figura, & sint a m, & m n erit f d ad c d, ut n a ad a b, quare cum n a ad a b sit minor duplicata per præcedentem in b ad a b, & a b ad ę b sit maior, ut demonstratum est in uigesima tertia huius, quàm m b ad a b, erit f d ad d c multo minor duplicata a b ad b e, quod est secundum.



Propositio centesimatrigesimaquarta.

Si rectangula superficies sit cuius pars tertia quadrata sit, corpus quod ex latere quadratæ in residuum superficiei constat maius est quouis corpore ex eadem superficies aliter diuisa constituto.

Sit rectangulum a c cuius tertia pars c e sit quadrata, dico quod corpus, quod cõstat ex e d in a b est maius omni corpore, quod fuerit ex latere partis superficiei a b in reliquam partẽ. Si non diuidatur uel supra uel infra, & primo in f erit autẽ ꝓportio e d ad d f, ut e c ad Com.

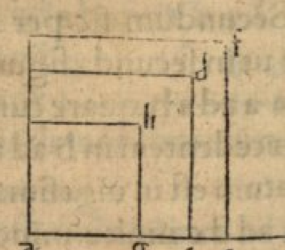


ek, & fa ad ae, ut superficierum ipsarum per primam sexti Elementorum: at per præcedentem maior est proportio ed ad df, quàm af ad ae, duplicata igitur maior est proportio ed ad eam, quę potest super fc superficiem, quam fa ad ae, igitur maior, quàm ak ad ab ex prima sexti Elementorum: igitur per trigesimamquartam undecimi. Parallelipedum ex ed in ab maius est parallelipedo ex ea, quæ potest in fc superficiem in ipsam superficiem ak. Si uerò diuisio facta fuerit in g, constat ex præcedenti, quod minor est proportio ge ad ed, quàm sit duplicata ea ad ad ag, eam igitur minor proportio eius lineæ, quæ potest in ge superficiem ad ed quam ab ad ah, igitur parallelipedum ex ed in ab est maius parallelipedo ex ea, quæ potest gc in ah cum sit ab ad ah, ut dictum est, uelut ae ad ag.

Cor^m. Manifestum est autem, quòd tale corpus est æquale duplo cubi lateris partis tertiæ quadratæ.

Propositio centesimatrigesimaquinta.

Si linea in duas partes, quarum una sit alteri dupla, diuidatur erit, quod fit ex tertia parte in quadratum residui parallelipedum maius omni parallelipedo, quod ex diuisione eiusdem lineæ creari possit.



Co^m. Sit ac dupla bc, & sit quadratum ad ipsius ac, dico parallelipedum ex bc in ad maius esse quouis alio ex diuisione lineæ ab similiter creato. Secetur primo in e, & fiat quadratum af, eritque per uigesimamquintam. Huius proportio cb ad bc maior duplicata ae ad ac, quare maior, quam af ad ad per uigesimam sexti Elementorum, igitur per trigesimamquartam undecimi, Parallelipedum ex bc in ad maius est parallelipedo eb in af, quod est demonstrandum. Si uerò diuisio cadat in g, fiat quadratum ah, et erit per uigesimamtertiam huius proportio gc ad cb minor, quàm duplicata ca ad ag: igitur minor, quàm ad ad ah, igitur per eandem parallelipedum ex cb in ad maius est parallelipedo ex gb in ah.

Cor^m. Ex hoc liquet quòd parallelipedum illud erit quadruplum cubo minoris partis, & dimidium cubi maioris.

Propositio

Propoſitio centeſimatrigeſimaſexta.

Denominationes in infinitum extendere.

Inquit Euclides, ſi fuerint quotlibet quantitates ab uno in continua proportione, erit tertius numerus quadratus, & omnes alij ſequentes uno intermiſſo. Tertia igitur in comparatione ad ſecundam etiam, quod non ſit numerus, eſt quadratum: eſt enim tertia ab uno quadratum ſecundæ, quæ eſt proportio. Detracto igitur uno omnes quantitates loco pari ſunt quadratæ: ut ſcias ergo cuius ſunt quadratæ diuide per medium, & erit quadratum illius, ergo quadrageſima erit quadratum uigeſimæ, & uigeſima decimæ, & decima quintæ, & uigeſimaſexta tertiædecimæ, & ita de alijs. Iuxta hoc dicemus, quod ſecunda erit quadratũ, & quarta quadratum quadrati, & octaua quadratũ quadrati quadrati. Et ſextadecima quadquadquadquad. & ita trigeſima ſecunda quadquadquad quadquad. Quod autem quad. eſt quarta in ordine, ideó & octaua & duodecima & decimaſexta, & ſic de alijs ſunt quadrata quadrati, & ſicut quarta eſt quadratum quadrati primæ, ita octaua ſecundæ, & duodecima tertiæ, & ſextadecima quartæ, & uigeſima quintæ, & ita ſemper diuidendo per quatuor. Com. Lib. 9. Propoſ. 8.

Secunda regula dicebat ibidem Euclides, ſi fuerint quotlibet quantitates ab uno in continua proportione quartus, ab uno erit cubus ſupple ſecundæ, & ita duobus ſemper intermiſsis, uno igitur ipſo relicto quolibet loco ternario, ut tertia, ſexta, nona, duodecima ſunt cubi, & cubi eius quantitatis, quę exit diuiſo numero per tria, uelut tertia primæ, ſexta ſecundæ, nona tertię, duodecima quartæ: & ita tertia erit cubus nona cubus cubi, & uigeſimaſeptima cubus cubi cubi ſcilicet primæ. Et trigeſimanona eſt cubus tertiædecimæ. Lib. 9. Propoſ. 8.

Tertia regula quarta quantitas, ut uiſum eſt: eſt quadquad. Et quinta eſt relatum primum, quia 5 eſt numerus primus, & 7 eſt relatum ſecundum, quia eſt ſecundus numerus primus: & undecima tertium: & tertiadecima quartum: & decimaſeptima quintum: & decimanona ſextum: & uigeſimatertia ſeptimum & uigeſimaquinta, quia eſt primus numerus præterquam ad quintam, ideó eſt relatum quintæ, quæ eſt relatum primum primæ, omnes ergo numeri primi ſunt relata, alij omnes ſunt ex natura cubi uel quadrati. Sed relata ſunt inter ſe omnia diuerſorum generum niſi uigeſimũquintum, quod eſt relatum primum primi relati, & quadrageſimumnonum eſt relatum ſecundum relati ſecundi. Et ita centeſimum uigeſimum primum eſt relatum tertium tertij relati, reliqua, ut dixi, media inter hæc ſunt ſui generis.

Quarta

Quarta regula propoſita quantitate ab uno in continua proportione, ſi uis ſcire cuius naturæ ſit detracto uno conſidera, an poſsit diuidi per duo, eſt quadratum medietatis, & ita procedes diuidendo uſq; ad numerum primum, qui uel eſt 2, & erit ex genere quad quad. uel 3, & erit ex genere quadratorum cuborum, & ſimiliter ſi ſit 9, erit ex genere quadratorum cubi cubi. Et ſi proueniat alius numerus primus, ut 5. 7. 11. 13. erit quadratum relati illius ordinis. Et ſi non poteſt diuidi numerus quantitatum per 2 uide, ſi poſsit diuidi per 3, tunc erit cubus illius quantitatis, & ſi illa quantitas, quæ prouenit ex diuiſione: fuerit 3, uel potuerit diuidi per 3, erit cubus, uel cubus cubi, & ita deinceps. Si uerò ſit alius numerus primus, ut 5. 7. 11. erit cubus relati. Et ita ſi nõ poſsit diuidi per 2, nec per 3, erit ex genere relati. Et tunc ſi poſsit diuidi per alium numerum, ut 35, erit relatum ex eo genere. Vtpotè trigeſimaquinta quantitas eſt relatum ſecundum relati primi, ſeu relatum primum relati ſecundi. Nam quoties quantitas poteſt diuidi per duos numeros, dicetur ſub utroq; uiciſsim, ut duodecima poteſt diuidi per 4 & 3, ideò dicetur cubus quadquad. uel quadquad. cub. & per 2 & 6, & dicetur quadratum cubi quadrati, & quadratum cubicum quadrati ipſius proportionis, ad quam omnia referri debent.

Quinta regula ex præcedenti pendet, & eſt, quod denominationes, & proportiones uiciſsim commutantur: uelut 256 eſt quad quadquad, & inter quadquadquad, & quadquad ſunt quatuor termini ipſo computato, & inter quadquad, & quod uiſi duo, ergo quadquadquad continet plures proportiones, & proportiones duplicatæ non conſtituunt quad: nam 64 continet duas duplas ad 16, non tamen eſt quadratum 16, ideo oportet diligenter animaduertere.

Sexta regula ſimiliter ex dictis pendet, & eſt, quòd gratia exempli relatum primum comparatum ad primum terminum eſt ſexta quantitas, cum autem comparatur ad rem, iam præſupponit proportionem. Exemplum relatum primum proportionis $\frac{21}{20}$ eſt $\frac{4084101}{3200000}$ & eſt aliquanto maior ſexquiquarta, & ſi colligas terminos 100. 105. 110 $\frac{1}{4}$ 115 $\frac{61}{80}$ 121 $\frac{861}{1600}$ 127 $\frac{10681}{32000}$. Tu uides quòd ſunt ſex termini in utraq; computando primum, ſed in $\frac{21}{20}$ ſunt duo termini, & in quadrato tres, & in quadrato quadrati per præcedentem, adduntur duo & ultimus ſcilicet ſextus fit ex relato ipſo. Ergo ultra proportionem ſunt tantum quatuor termini.

Septima regula ad effugiendum omnes errores tu ſcis, quòd 4096 quadratum 64 eſt ſextus a 64, ad quem habet proportionem quadrati, & 64 eſt ſimiliter ſextus ab uno illo ſcilicet non computato,

tato, & ita 64 habet rationem unius, & licet compararetur ad 2 rem, & sit sextus ab eo, eo computato 4096 autem à 64 sit septimus, tamen non est eadem ratio, quia 64 non est quadratum 2.

Propositio centesimatrigesimaseptima.

Rationem numerorum ex progressione declarare.

Michaël Stifelius rationem pulcherrimam tradidit ad inuentionem numerorum, qui uocantur multiplicandi, & componitur hoc modo. Ex prima componitur 1 & 2, faciunt 3. 1.2.3 faciunt 6. 1.2.3. 4 faciunt 10, & ita prima tabula constituit secundam recta serie numerorum iunctis omnibus ab uno. Tertia fit ex secunda & tertia, primò assumitur 10 in tertia, ut in secunda, & ex 10 secundæ, & 10 tertiæ fit 20, & ex 15 secundæ, & 20 tertiæ fit 35, & ex 21 secundæ, & 35 tertiæ fit 56, & ex 28, & 56 fit 84. Et quanta fit ex tertia, & ex seipsa. primum assumendo 35 ex tertia, & ponitur pro primo numero quartæ, & ex 35 tertiæ, & 35 quartæ fit 70 numerus secundæ quartæ: & ita ex 56 & 70 fit 126, & ex 84, & 126. 210. & ita quinta ex quarta & seipsa, & sic in infinitum. Com. Primæ suæ Arith.

1	2	3	4	5	6	7	8
1							
2							
3	3						
4	6						
5	10	10					
6	15	20					
7	21	35	35				
8	28	56	70				
9	36	84	126	126			
10	45	120	210	252			
11	55	165	330	462	462		
12	66	220	495	792	924		
13	78	286	715	1297	1716	1716	
14	91	364	1001	2002	3003	3432	
15	105	455	1365	3003	5005	6435	6435
16	120	560	1820	4368	8008	11440	12870
17	136	680	2380	6188	12376	19448	24310

Regula ergo est, quòd binarius seruit ℞ quadratæ, & quia nihil est in eius directo, solus ipse seruiet ℞ quadratæ. Ternarius autem cubicæ, & quia in eius directo est alter ternarius, ille etiam seruiet ℞ cubicæ. Quaternarius autem seruiet quadrato quadrati, & senarius, qui est in illius directo. Ergo quinarius seruiet ℞ relatę primę, & duo sequentes numeri scilicet 10 & 10, & eodem modo senarius numeri duo sequentes 15 & 20 seruient cubo quadrati, & ita etiam septenarius cum tribus sequentibus numeris 21. 35 & 35 seruient rel. secundi radici, & ita deinceps in infinitum.

Propositio centesimatrigesimaoctaua.

Modos usus horum numerorum declarare.

In quouis numero denominationis oportet tot addere 0, quotus est Com.

tus eſt ordo, & facere tot numeros ſequentes, quotus eſt ordo, & ſemper minuere unam 0, uelut quia quadrata ℞ eſt prima ad 2 addemus 0, & fiet 20, nec alium quęremus numerum. Sed quia cubica eſt ſecundo loco, habebit prima nota 00, & fiet 300, & ſecundum 3 unam 0, & fiet 30, & in quadrato quadrati addemus 000 primo, & 00 ſecundo, & 0 tertio, & ita habebimus 4000.600.40. ſed quia in tabula non eſt 4 ultimum, addemus ſimilem primo ſemper. In relato primo, ergo habebimus 50000.10000.1000.50. & in cubo quadrati 600000.150000.20000.1500.60. Manifeſtum eſt, quòd his uice uerſa aſſumpſimus 15 & 6 ſimiles prioribus addendo ſemper ut dixi 0 minus, donec ad unam peruenerit. Et ita in relato ſecundo 7000000.2100000.350000.35000.2100.70. & ita deinceps.

Propoſitio centeſimatrigeſimanona.

Radices omnes à propoſitis numeris extrahere.

Co^m. Propoſitis quibuſuis numeris utpotè 916132832, uolo detrahere ℞ relatam primam, primum habebo in tabula deſcripta relata prima numerorum ſimplicium uſque ad 10 uelut in exemplo. Deinde ſubſcribam punctum ſub prima nota à dextra, & quia eſt quarta in ordine hoc, ſeu quinta denominatio ſecundum noſtrum, omittam quatuor notas intermedias, & ſubſcribam punctum aliud, & ita facerem ſi eſſent plures quàm decem notæ: relinquitur ergo ad pūctum primum à ſiniſtra 9161, cuius quęro ℞ relatam primam in tabula, quam inuenio eſſe 6, nam 7776 eius relatum primum eſt ꝓximius ex minoribus ad 9161, detraho igitur 7776, ex numero propoſitio relinquitur. Deinde pono 6 & quadratum eius, & cub. & quadratum quadrati, quia, ut dixi, eſt quarta denominatio apud illum, & è regione numeros præcedentes inuentos relati primi ex præcedenti propoſitione: & duco ſingulos cum ſuis collateralibus, ut uides etiam in figura, et cum ultimo producto, ſcilicet 64800000 diuido 138532832 exit 2, huius accipio omnes numeros ad relatum primum uſq; ut uides, & pono minores è regione maiorum, utpotè 2 è regione 1296 & 50000, & 4 è regione

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
1.	32.	243.	1024.	3125.	7776.	16807.	32768.	59049.

916132832
7776 .6.

138532832
64800000 .2.

6—	50	16	4800
36—	1000	8	288000
216—	10000	4	8640000
1296—	50000	2	129600000
			32

138532832

ne 216 & 10000, & 8 è regione 36 & 10000, & 16 è regione 6, & 50, & duco 6 in 50 fit 300, duco in 16 fit 4800, duco 36 in 1000 fit 36000, duco 36 in 8 fit 288000, duco etiam 216 in 10000 & fit 2160000, & duco hos per 4 fit 8640000, duco rursus 1296 in 50000 fit 64800000, duco in 2 fit 129600000. Demum addo 32 relatum primum 2, & fit summa omnium 138532832, & ita habemus radicem relatam primam dicti numeri esse 62. Et si numerus productus fuisset maior oportuisset accipere proximo minorem. Inde per regulam sequentem addere minutias.

Propositio centesimaquadragesima.

Radices per numeros fractos determinare.

Duplex est modus, ut etiam docui in arithmeticis, scilicet ut pro radice quadrata addatur duo 0, & pro cuba tria, & pro quadrata quadrata quatuor, & pro relata prima quinque, & ita deinceps, & prę decimis semel, pro centesimis bis, pro millesimis ter, pro milliaribus seu partibus earum quater, pro centesimis millesimis quinquies, pro millesimis millesimarum sexies, & ita deinceps deinde per præcedentem detrahere radicem, & erit ualde exacta. Exemplo non utar, nisi quòd si uelles radicem relatam 16 ad millesimas, accicipies radicem relatam numeri à latere propositi, & ita de alijs 1600000, 00000, 00000, & si uelles ℞ cub. 5 $\frac{1}{5}$ per millesimas, primo addes ter 000, & fiet 3000000000, inde sume $\frac{1}{5}$ 1000000000, qui est 200000000, & adde ad 5000000000, fit 2500000000, & hoc quia unum refert numerum 1000000000 ex supposito & $\frac{1}{5}$ est $\frac{1}{5}$ unius. Com.

Secundus modus est, ut accipias proximè maiorem, & multiplica in se, & detrahe numerum propositum, & residuum diuide per duplum radicis primo inuentæ, si fuerit quadrata, & per triplum quadrati eiusdem si fuerit cubica, & per quadruplum cubi, si fuerit quadrata quadrata, & per quincuplum quadrati quadrati, & quod exit detrahes ex priore radice, & rursus quod relinquitur, multiplica in se, & eodem modo agendo quod superest à numero proposito, diuide per duplum radicis prioris, si sit radix quadrata, uel per triplum quadrati si sit cubica, & quod exit rursus detrahe, & ita agendo, peruenies ad exactissimam radicem, exemplum uolo radicem quadratam 5 proxima maior est 3, quadratum 9, differentia 4, diuide per 6 duplum 3 exit $\frac{2}{3}$, detrahe ex 3 fit $2\frac{1}{3}$, quadratum est $\frac{49}{9}$ quod est $5\frac{4}{9}$, rursus diuido $\frac{4}{9}$ differentiam $5\frac{4}{9}$ & 5 per $4\frac{2}{3}$ duplum radicis primæ exit $\frac{2}{21}$, detrahe ex $2\frac{1}{3}$, relinquitur $2\frac{5}{21}$, radix satis propinqua, nam eius quadratum est $5\frac{4}{441}$, in cubica similiter uolo ℞ cu. 5, proxima maior est 2, cubus 8, differentia 3, diuide per triplum quadrati 2 quod est 12 exit $\frac{1}{4}$ detrahe ex 2 fit $1\frac{3}{4}$ cuius cubus est $5\frac{29}{64}$ differentia est $\frac{23}{64}$ diuide per triplum quadrati $1\frac{3}{4}$ quòd est $9\frac{3}{16}$ exit $\frac{23}{588}$ detrahe ex $1\frac{3}{4}$ relinquūtur $1\frac{107}{147}$ cuius cubus est $5\frac{504440}{3176523}$ Ita diuides hunc excessum si placet per triplum quadrati $1\frac{107}{147}$ & est fermè 9 exit $\frac{56050}{3176523}$ quasi detrahe ex $1\frac{107}{147}$ relinquuntur $\frac{323159}{453789}$.

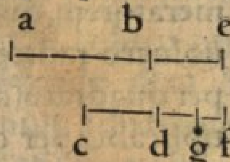
Tertius modus est subtilior, tu scis, q̊d duodecima denominatio est quadrata sextę, & quadrata quad. tertiæ, & cuba quarti, quarta autem est inter tertiā & sextam secunda quantitas in continua proportione: ergo inuenta ℞ numeri propositi & ℞ radicis inuentæ reducā ad unam denominationem, et inter numeratores collocabo duas quantitates, quod facile erit sensim procedendo, & habebo ℞ cu. quæsitam, scilicet minorem ex duabus intermedijs. Et similiter pro relata prima, capiam sexaginta denominationes, & scis, quòd quintadecima est ℞ ℞ sexagesimę, & decima est ℞ cu. ℞ sexagesimę, & duodecima ℞ relata prima sexagesimæ per eandem inuenta, ergo ℞ numeri propositi tanquam ille sit sexagesima denominatio, inueniam illius radicis inuentæ ℞ quadratam, & cubicam, & quia duodecima quantitas quæ est ℞ relata prima numeri est secunda, quatuor intermediarum inter ponam inter ℞ quadratum, quadratum, & cubicam quadratam quatuor numeros in continua proportione, & secundus ex minoribus erit ℞ relata prima numeri propositi. Exemplum cubicæ uolo ℞ cu: 5 habui ℞ quadratam eius $2\frac{5}{21}$ sed uolo proximiorem diuidendo $\frac{4}{441}$ per 4, quod est fermè duplum $2\frac{5}{21}$ exit $\frac{1}{441}$ detraho ex $2\frac{5}{21}$ relinquitur ualde proxima ℞ 5. $2\frac{104}{441}$ huius igitur radix quadrata, primo inuenta est $1\frac{1}{2}$ secunda proximior est $1\frac{41}{84}$ reduco ad eandem denominationem fient $\frac{284}{9261}$ $2\frac{416}{1764}$ & $1\frac{861}{1764}$ inter 3944, & 2625, inueniemus duos numeros in continua proportione, ut uides, & erit secunda quantitas $\frac{3006}{7641}$, quod est $\frac{167}{98}$ proximum ad $1\frac{5}{7}$, ℞ cubica. 5. nā eius cubus est $5.\frac{13}{343}$ at exactissima est ergo $1\frac{69}{98}$. ut liquet. Pro relata prima ergo ponamus, ut uelim ℞ relatam primā 25, accipio 5 ℞ 25 cuius ℞ est, ut uisum est, $2\frac{104}{441}$ similiter ℞ cu: 5 fuit $1\frac{69}{98}$ igitur reducam ad unam denominationem, & inueniam quatuor numeros in cōtinua proportione inter illos, & secundus post minimum ex illis erit ℞ relata prima propinquissima 25. Quomodo uerò inueniantur facillimè illi termini, docui in sexto libro operis perfecti.

2625	$\frac{3006}{1764}$	3944

Quarta regula est utilior, licet minus uideatur nobilis, & est fundata in hoc, quod si a b sit maior c & eis addantur b e, & d f æquales dico, quod erit minor proportio a c ad c f, quam a b ad c d, & ex consequenti per uiā fracti maior pars unius erit c f ipsius a e, quàm

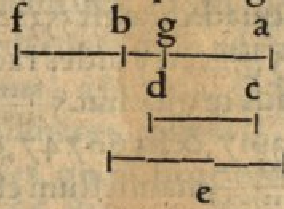
c d

c d ipsius a f ex Euclide. Dico ergo quod maior est proportio a b ad c d, quàm a e ad e f, fiat d g ad quam sit b c ut a b ad c d, eritque a e ad c g ut a b ad c d, minor autem est a e ad c f, quam ad c g, igitur minor a e ad c f quàm a b ad c d quod fuit propositum. Similiter si fuerint duæ quantitates, a b & c d, quarum a b sit maior e, c d autem eadem e minor, dico, quòd dimidium aggregati a b & c d maiorem habebit proportionem ad e, quàm c d & minor, nam iuncta b f æquali d e ad a b, ita ut f g sit dimidium totius a f, quia ergo f g est dimidium f a & f b est minor dimidio f a cum sit minor b a, & similiter f g est minor a b, quia a b est maior dimidio a f, quia est maior b f, ergo proportio g f ad c est maior quam b f ad e, ita quam c d ad e, & minor quàm a b ad e, quod fuit propositum.



8.Propos. quinti Elem.

Per 18. quinti Elem.



Per 11. quinti Elem. amplificatã.

Per 8. quinti Elem.

Quo uiso uolo ℞ 1000 quadratam, & quòd de quadrata dico, dico etiam de alijs radicibus & erit ex secunda regula harum $31\frac{39}{62}$ & quadratum erit $1000\frac{1521}{3844}$. Iuxta ergo primam partem regulæ $31\frac{38}{61}$ erit minus, & in ueritate in eo, quod fit ducendo, ut uides, & hoc est proximum ad $\frac{1}{160}$, multiplico igitur duplum $31\frac{39}{62}$, quod est fermè $63\frac{1}{4}$ in $\frac{1}{160}$ fient $\frac{63\frac{1}{4}}{160}$ detrahe ex $\frac{1521}{3844}$ hoc modo, diuide 3844 per 160 exit $24\frac{\ }{40}$ diuide 1521 per 24, exit $63\frac{3}{8}$, habes igitur quod $\frac{1521}{3844}$ sunt $\frac{63}{160}$, igitur detracto $\frac{63}{160}$ ex $\frac{63}{160}$ nihil relinquitur, & erit ℞ exacta ualde 1000 hoc $31\frac{38}{61}$ cuius quadratum $1000\frac{41}{3621}$ uides breuitatem, & propinquitatem in producto differentia est $\frac{1}{100}$ aut parum maius quod ad radicem comparatum cum debeat diuidi per duplum eius erit paulo maius $\frac{1}{6300}$. Vnde facilior est, & breuior hæc uia quàm per oo additus. Rursus uolo aliquid adimere & cum propinquitate ita facio. Considero quòd $31\frac{38}{61}$ est maius $\frac{1}{6300}$ radice, diuido 6300 per 62 exit 103 fermè, neque enim curo in hoc fractiones, multiplico ergo 103 in $\frac{38}{61}$ & habeo $\frac{3914}{6283}$ hic denominator est proximus 6300, aufero ergo 1 ex 3914, habebo ualde proximam ℞ 1000, $31\frac{3913}{6283}$ cuius quadratum est 1000 minus $\frac{1}{1048}$ hoc ut dixi diuisum per duplum ℞ quod est 63 est omnino insensile in radice.

$$\frac{38}{61} \times \frac{39}{62}$$
$$2379 \text{———} 2356$$
$$\frac{23}{3782}$$

Quinta regula est omnium pulcherrima, & est communis omnibus & fractis & integris & omnibus generibus radicum, & sit exemplum, uolo ℞ radicis suprascriptæ scilicet $31\frac{3913}{6283}$ multiplico 31 in 6283, & fit 194793, cui addo 3913, fit 198686 manifestum est igitur, quod $\frac{198686}{6283}$ æquiualet $31\frac{3913}{6283}$ hoc facto, quod est commune om-

 nibus

nibus radicibus extrahendis pro radice quadrata, multiplicabo numeratorem, qui eſt 194686 per denominatorem, qui eſt 6283, & ſi uoluero radicem cubicam, multiplicabo eundem numeratorem per quadratum denominatoris, & ſi uoluero radicem radicis, multiplicabo per cubum, multiplicabo per quadratum quadratum 6283, & ita de alijs una diminutione minore, & eius qui prouenit numeri ℞ ſupraposita denominatori erit ℞ eiuſmodi, quam ſuſcepiſti, uelut in exemplo fuit numerus $\frac{198686}{6283}$ quia ergo uolo ℞ quad. multiplico 198686 in 6283, & fit 1248344138, huius accipio ℞ quad. quæ eſt 35332, hæc autem eſt diuidenda per 6283, & exeunt 5 $\frac{3917}{12566}$, ecce uides radicem exactam admodum, & facilem. Volo rurſus ℞ quadrat. 5 $\frac{3917}{12566}$, multiplico 12566 per 5 & fit 62830, cui addo 3917, & fit 66747, cui ſuppono 12566 denominatorem, fient ergo $\frac{66747}{12566}$, manifeſtum eſt igitur quòd hoc æquiualet 5 $\frac{3917}{12566}$, ſi igitur multiplicarem denominatorem per denominatorem & numeratorem, quod proueniret, eſſet æquale eidem numero, ergo ℞ eius eſſet eadem cum ℞ prioris, ſed ℞ denominatoris eſſet prior numerus, ergo ſufficiet extrahere ℞ producti ex denominatore in numeratorem, & ita productum erit ex denominatore in numeratorem 838742802, cuius ℞ eſt 28961, hæc igitur diuiſa per 12566 oſtendit ℞ 2 $\frac{3892}{12566}$. In hac autem quadrata eſt alius modus ſine multiplicatione, ſed non eſt communis alijs, ubi ſtatueris denominatorem pro denominatore ℞, utpotè 12566, & numeratorem 66747, conſtitues medium ſenſim augendo.

Rurſus uolo ℞ relatam 2 $\frac{3829}{12566}$ reduco ad denominatorem, & fit ut prius $\frac{28961}{12566}$, duco igitur 12566 ad quad. quad. ſed ſufficiet in hoc caſu deducere ad minores denominationes, utpotè diuide 28961 per 12566 exit 2 $\frac{3829}{12566}$ multiplico per 566 fit 1104 $\frac{5862}{12566}$, hoc detrahe ex 28961 habebis $\frac{27856}{12000}$, diuide igitur per 1000 habebis 12 & 27 $\frac{107}{125}$ at $\frac{108}{126}$ ſunt $\frac{6}{7}$, igitur habes 12 pro denominatore, & 27 $\frac{6}{7}$ pro numeratore, quare erunt numeri $\frac{195}{84}$, erit ergo per hanc regulam, ut ducas 84 ad quad. quadrati, & fit 49787136, duc in 195 fit 9708491520, cuius ℞ relata prima eſt 99, igitur ℞ relata prima 2 $\frac{3829}{12566}$ eſt 1 $\frac{15}{84}$ paulo maior, id eſt 1 $\frac{13}{70}$. Et nota quod ſi denominator haberet ℞ illius generis, quam quæris, ſufficeret inuenire radicem eiuſdem generis abſq; alia numerorum multiplicatione.

Propoſitio centeſimaquadrageſimaprima.

Numeros fractos ad minores in eadē ꝓportione ualde ꝓpinqua deducere.

Com. Cum plerunq; numeri fracti habeantur per radices, ut aliquando maiores ſint, aut minores eo fit, ut poſsint reduci ad minores numeros, ut melius intelligi poſsint & facilius tractari, & cum

cum hoc ſit exactior illa pars exemplum, ergo habeo $2\frac{3829}{12566}$, quem uolo certa ratione ad minores diuiſiones deducere. Deduco primò totum ad fractiones ducendo 2 in 12566, & addendo 3829, & fit $\frac{28961}{12566}$, multiplico 12566 per 9, quia proportio unius ad alterum eſt fermè, ut 9 ad 4, & fit 113094, multiplico 4 in 28961 fit 115844, hoc igitur eſt maius, igitur proportio 28961 ad 12566 eſt maior quàm 9 ad 4, detraho igitur 12566 ex 28961, relinquitur 16395, detraho 113094 ex 115844, relinquitur 2750, diuido 2750 per 16395 exit $\frac{55}{328}$ addo 2 denominatori fit $\frac{55}{330}$, quod eſt $\frac{1}{6}$, nam iſtæ additiones paruæ præter quod parum uariant quantitatem etiam dum ad examen reducuntur, nihil impediunt, detrahe igitur $\frac{1}{6}$ à $\frac{9}{4}$, & ducendo per 6, & detrahendo $\frac{53}{23}$, duco igitur primos numeros ſcilicet $\frac{28961}{12566}$ mutuo in $\frac{53}{23}$, fiunt 665998, & 666107, ita uides, quod proportio 53 ad 23 eſt paulo minor, quàm 28961 ad 12566, & æquiualent $\frac{27}{23}$ & $2\frac{3829}{12566}$.

Propoſitio centeſimaquadrageſimaſecunda.

Denominationum incrementa ex extrema cognita inuenire, & conuerſo modo.

Quidã per uſuram rediuiuã fecit 40000 coronatos ex 40 in 40 annis. Quero qutãa fuerit uſura, & quãdo habuit 1000 coronatos, quidã uellent ſoluere per regulam trium quantitatum, in qua committerentur maximi errores. Et in ea multi ſunt modi, & omnes falſi præter hanc uiam nulla eſt uera, adde quòd uellent multi per ſortem inuentam ſoluere augendo per ſingulos annos, quod adeò difficile eſſet, & penè foret impoſsibile. Ideò diuides 40000 per 40 numerum ſortis exit 1000, igitur in 40 annis unum fit mille, ſunt ergo 40 denominationes ab uno, quarum quadrageſima eſt 1000, igitur uigeſima eſt ℞ 1000 ſcilicet $31\frac{3913}{6283}$, igitur decima eſt ℞ eius $5\frac{3917}{12566}$ huius radix, erit quinta quantitas $2\frac{7}{23}$, cuius ℞ relata prima, erit proportio $1\frac{13}{70}$, cuius quadratum eſt $1\frac{1889}{4900}$ ſeu $1\frac{67}{165}$ pro ſecunda quantitate, duces ergo primam, quæ eſt $\frac{83}{70}$ in quintam, quæ eſt reducta ad minores fractiones facilitatis cauſa $\frac{53}{23}$, & habebis ſextam quantitatem $2\frac{118}{161}$, duco etiam quintam quantitatem ſcilicet $\frac{53}{23}$ in ſecundam quæ eſt $\frac{232}{165}$, & fit ſeptimi anni quantitas, duco igitur ſeptem annorum numerum, qui eſt $3\frac{14}{61}$ in $31\frac{38}{61}$ fit $102\frac{992}{62835}$. At in ſex annis additis ad uiginti, fit tanto minus, quanto $31\frac{38}{61}$ ductum in differentiam ſeptem, & ſex annorum quæ eſt $\frac{60}{121}$, fit ergo $15\frac{35}{402}$. Quia ergo an-

Co

Per 136. Propoſ.

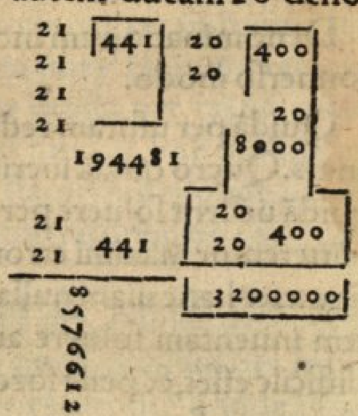
Anni	Aurei
1	$1\frac{13}{70}$
2	$1\frac{67}{165}$
5	$2\frac{7}{23}$
6	$2\frac{118}{161}$
7	$3\frac{14}{61}$
10	$5\frac{3917}{12566}$
20	$31\frac{38}{61}$
40	1000

nuatim solum usura adijcitur sorti, sufficiet diuidere 2 $\frac{992}{6283}$ per 15 $\frac{35}{492}$ scilicet multiplicando per 12 numerum mensium 2 $\frac{992}{6283}$ fit 25 $\frac{5621}{6283}$ diuide 25 $\frac{5621}{6283}$ per 15 $\frac{35}{492}$, exit mensis unus, & dies 21, detrahe ex 27 annis, remanent anni 26, menses 10, dies 9, in quo tempore habuit 4000 aureos coronatos. Usura autem fuit ut uisum $\frac{13}{70}$, igitur per regulam trium duc 13 in 100 fit 1300, diuide 1300 per 70 exit 18 $\frac{4}{7}$ & tanta fuit pro centum. Et cum computaueris in tribus annis, acquirit modico plus besse eius, quod habet. Et ita in 13 annis, & parua illa parte perueniet ad decuplum eius, quod habet, scilicet 4000 aureorum, & habebit aureos 40000, ut propositum est.

SCHOLIUM.

In proposita proportione numeroque terminorum rediuiuam usuram inuenire.

Sit gratia exempli, in sex annis usura rediuiua uigesimæ, eritque proportio $\frac{21}{20}$, cuius numeratorem sexies ducam in se primum bis fit 441: ergo ducto 441 in se fitque 194481 ductum in 441 fit 85766121 sexies ductum 21, quinquies autem ducam 20 denominatorem in se fit bis 400, ter 8000, quinquies ergo 3200000, diuide numeratorem per denominatorem abiectis quinque notis erit 26 $\frac{2566121}{3200000}$. Quæ proportio est proxima 26 $\frac{4}{5}$ ad 20, & ita ut 134 ad 100. Et si pigeret tædij aut laboris posses pro xij annis, ducere 134 in se, & fit 17956 diuide per 100 eadem ratione, exit 179 $\frac{14}{25}$ & ita 100 in xij annis, fit tantundem. Et ita pro xviij & xx annis.



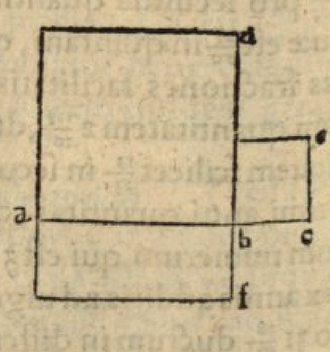
Propositio centesimaquadragesimatertia.

Si linea in duas partes diuidatur, corpora, quæ fiunt ex una parte in alterius quadratum mutuò æqualia sunt corpori, quod fit ex tota linea in superficiem unius partis in alteram.

Co^m. Sit a c diuisa in a b, b c quadratum a b sit a d, quadratū b c, sit b e parallelogrammū ex a b in b e, a f dico quòd corpora ex a b in b e, & b c in a d æqualia sunt corpori ex a c in a f. Quia enim corpus ex a c in a f constat ex a b in a f, & b c in a f, per primam secundi Elementorum. corpus autem ex a b in a f est æquale corpori ex b c in a d, & corpus ex b c in a f est æquale corpori ex a b in b e igitur constat propositum.

Id est per eius demonstrationem.

Per 29. undecimi Elem.



Propo-

Propositio centesimaquadragesimaquarta.

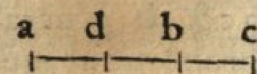
Duplum cubi medietatis maius est aggregato corporum mutuorum cuiuslibet diuisionis, quantum est, quod fit ex tota in quadratum differentiæ.

Sit a b diuisa per æqualia in c, & per inæqualia in d, dico, quòd duplum cubi a c est maius aggregato corporum ex a d in quadratum b d, & b d in quadratum a c in eo quod fit ex a b in quadratum c d, nam per præcedentẽ duplum cubi a c est æquale corpori ex a b in quadratum a c: aggregatum quoque corporum ex a d in quadratum b d, & b d in quadratum a d est ęquale ei, quod fit ex a b in rectangulũ ex a d in d b, quadratũ autẽ a c est maius rectangulo a d in d b quadrato c d differentiæ, igitur duplum cubi a c excedit aggregatum corporũ mutuorũ in corpore ex a b in quadratum c d differentię, quod est propositũ. Co~. Per 5. secun di Element.

Propositio centesimaquadragesimaquinta.

Si linea in duas partes diuidatur quadrata ambarum partium detracto eo quod fit ex una parte in alteram, ęqualia sunt producto unius in alteram cum quadrato differentiæ.

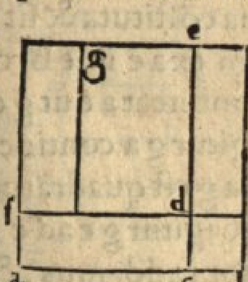
Sit linea a c diuisa in b, & sit differentia a b, b c, b d, dico quod quadrata a b & b c detracto eo quod fit ex a b in b c, æqualia sunt producto a b in b c cum quadrato b d. Quoniam .n. quadrata a b, b c æqualia quadratis a d d b b c & productis ex a d in d b bis & quod fit ex a b in b c æquale est ei quod fit ex a d in se cum eo quod fit ex a d in d b, quia a d est ęqualis b c ideo quadrata a b & b c detracto eo quod fit ex a b in b c sunt æqualia quadratis a d d b, & producto a d in d b semel: a c quadratum a d cum producto a d in d b est æquale producto a b in a d, & ex consequenti in b c, igitur residuum quadratorum a b & b c detracto producti a b in b c est æquale a b in b c cum quadrato b d quod fuit propositum. Co^m. Per 4. secun di Elem. Per 1. secun di Elem.



Propositio centesimaquadragesimasexta.

Corpus quod fit ex linea diuisa in superficiem ęqualem quadratis ambarum partium detracta superficie unius partis in alterã, est æquale aggregato cuborum ambarũ partiũ.

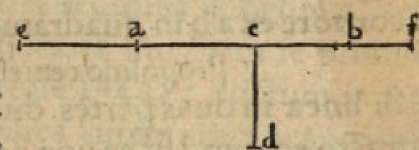
Sic a b diuisa in c quadrata partium e f & b d detrahatur ex e f, f g æqualis a d, dico corpus ex a b in superficies b d, d g æquale esse cubis a c & c b pariter acceptis, quia .n. ex a b in b d fiunt duo corpora cubus b d & corpus ex a d in quadratum d b hoc autem est æquale corpori ex b c in a d quia Co~.



fiunt ex æqualibus lineis: at corpus quod fit ex a b in d g æquale est corporibus quæ fiunt ex a c, c b in superficiem d g at cubus a c continet duo corpora quę fiunt & a c in d g & g f, igitur cubus a c superat productum ex a b in d g in producto ex a c in f g & superatur ab eo in producto ex b c in d g, superabatur etiam, ut uisum est, cubus b c à producto b a in d b in producto b c in c f, igitur cubi a c c b superantur à producto a b in a d in producto b c in c f & in d g, quare in producto b c in f e: siquidem f e & f g sunt æqualia ex supposito superant autem in producto ex c b in e f, igitur tantum est in in quo superantur quantum est id in quo superant: ergo sunt æqualia.

Propositio centesimaquadragesimaseptima.

Proposita linea diuisa duas ei lineas adijcere, ut proportio additarum singularum & partium simul iunctarum ad additas sit mutua.

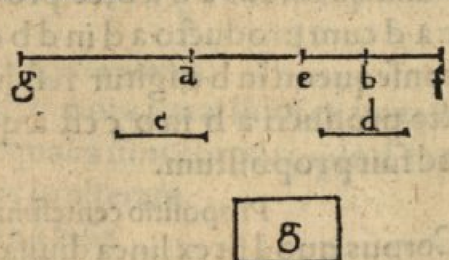


Com. Sit linea a b diuisa in c uolo eius partibus addere lineas, ut propositum est, statuo mediam c d inter a c & c b quæ sit c d, & facio ut c d ad c a ita c a ad a e, & ut d c ad c b ita c b ad b f, quia ergo d c media est inter a c & c b, & ut e a ad a c ita d c a c b ad c f erunt omnes in continua proportione, quare proportio e c ad c a ut c f ad b f & e c ad e a ut c f ad c b quod est propositum.

Per 13. sexti Elem. Per 11. sexti Element. Per 11. quinti Elem. Per 18. quinti Elem.

Propositio centesimaquadragesimaoctaua.

Propositis tribus lineis primam sic diuidere, ut adiectis duabus alijs lineis secundum rationem mutuam singularum singulis aggregatum ex una adiectarum & parte ad aggregatum ex alia parte & adiecta se habeat, ut secunda ad tertiam.



Com. Sit a, b, c, d, propositæ lineę, uolo diuidere a b ita in e ut sumpta secundum proportionem alicuius quantitatis, puta g a d a e sic b f ad e b & ut g a d e b sic g a ad a e ut sit proportio g e ad e f ut c ad d. Sint ergo omnia cōstituta & sit g rectangulum ex a e in e b, cum ergo g a contineat a e ut g continet e b, g autem continet e b secundum a e, igitur g a continet a e secundum a c, ergo ex diffinitione quadrati a g est quadratum a e. Pari ratione b f est quadratum b e. proportio igitur g e ad e f cum sit ut c ad e ex supposito erit ut ipsi proportioni addamus, & detrahamus ex duplo a b & dimidium residui ducamus in se, & addamus aggregato quadrati a b cum ipsa

Per 1. secundi Element.

ab,

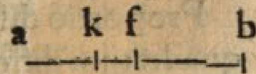
a b, & latus eius detracto dimidio residui erit b c linea, quare diuisio nota, & est ut dicamus uoolo diuidere datam lineam, ut quantitates adiectæ sub mutua proportione ad unam tertiam cum partibus obtineant inter se proportionem datam.

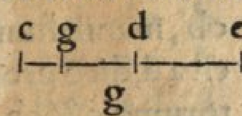
Propositio centesimaquadragesimanona.

Datam lineam sic diuidere, ut proportio quadratorum ad duplum unius partis in alteram sit, ut lineę datæ ad lineam datam.

Sit data a b quam uolo diuidere, ut proponitur sub proportione c d ad e, diuido a b bifariam in f, & abscindo g d æqualem d e, & inter c g residuũ & c e interpono ꝓportione, & ut h ad c g ita a f medietatis a b ad f k. Omnia ista sunt notissima ex primo & sexto Elementorũ Euclidis. Si ergo abscindantur f k ex f a, dico quod proportio quadratorum l k & k a ad duplum rectanguli a k in k b est ut c d ad d e. Quia .n. c e ad c g duplicata est ei quę est h ad c g, duplicata est etiã ei quæ est f a ad f k, quare ut quadrati a f ad f k, ita c e ad c g, igitur disiungendo c g ad g e ut residui quadrati k f ad residuum quadrati a f, quare c g ad g d ut quadrati k f ad dimidium residui quadrati a f, igitur coniunctim c d ad d g ut quadrati k f & dimidij residui quadrati a f ad ipsum dimidium residui. At uerò cum g d sit æqualis d e, erit c d ad d e ut quadrati k f cum dimidio residui sæpius dicti ad ipsum dimidium residui. Igitur etiam ut dupli quadrati k f cum residuo ad residuũ, sunt enim omnia duplicata. At duplũ quadrati k f cũ residuo est æquale quadratis a f & f k, igitur quadratorum a f & f k ad differentiam eorum proportio est ut c d ad d e, igitur dupli quadratorum a f & f k ad duplum differentiæ quadratorum a f & f k ut c d ad d e. Verum duplum quadratorum a f & f k æquatur quadratis b k & k a. Et duplum differentiæ quadratorum a f & f k est ęquale duplo producti b k in k a, igitur proportio quadratorum k b & k a ad duplũ producti k b in k a est ueluti c d ad d e, quod est propositum.

Com.



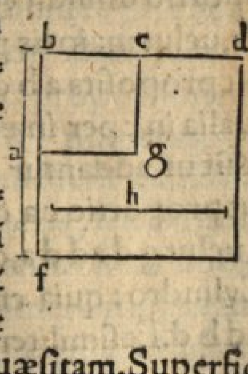


Per 9. secundi Elem.

Per 5. secundi Elem.

Propositio centesimaquinquagesima.

Propositis duabus lineis lineã communem utrique adiungere, ut sit maioris ad additam proportio, uelut quadratorum minoris & adiectæ ad duplum unius in alteram.



Hæc est quasi conuersa præcedẽtis. Sit a maior, & b c minor, & fiat b d dupla b c, super quã erigatur b f æqualis a, & sit rectangulum d f & describatur quadratum b c quod sit b g residuę superficiei ad d f latus sit h, dico h esse lineam quæsitam. Superficies

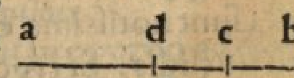
Com.

enim

enim d f cum fiat ex a in duplum b c, dupla erit superficiei a in b c, superficies f d, tota æquatur quadratis h & b c, igitur quadrata h & b c dupla sunt superficiei a in b c, quod uerò fit ex a in duplum b c se habet ad id quod fit ex h in duplum b c, ut a ad h, cum per eandem lineam ducantur, igitur quod fit ex a in duplum b c, & sunt quadrata h & b c, se habent ad duplum h in b c, ut a ad h, quod fuit demonstrandum.

Propositio centesimaquinquagesimaprima.

Proportio differentiæ quadratorum partium, cuiusuis lineæ ad quadratum differentiæ illarũ est uelut totius lineę ad differentiam.

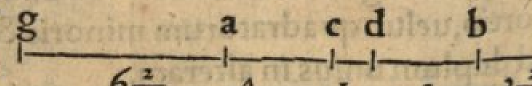


Co^m. Sit a b diuisa in puncto c, & fiat c d æqualis c b, manifestum est quod differentia partium est a d, dico proportionem differentiæ quadratorum a c & c b ad quadratum a d differentiæ partium esse ut a b ad a d. Quoniam differentia quadratorum a c & c b est, quod fit ex a d in d c bis cum quadrato a d, & ideò quod fit ex a d in d b cum quadrato a d, & ideò quod fit ex tota a b in a d. Igitur differentia quadrato a c & c b est quod fit ex a b in a d, quare cum quadratum a d fiat ex a d in a d, erit proportio a b ad a d, uelut differentiæ quadratorum a c & b c ad quadratum a d differentiæ partium. Quod fuit propositum.

Per 4. secundi Elem. *Per 3. secundi Elem.* *Per 1. sexti Elem.*

Propositio centesimaquinquagesimasecunda.

Si linea in duas partes æquales duasq; inæquales diuidatur, fueritq; proportio aggregati ex maiore & dimidio ad ipsam maiorem uelut ex minore, & aliqua linea ad ipsam minorem, & rursus aggregati ex minore dimidio ad ipsam minorem, uelut aggregati ex maiore & alia addita ad ipsam maiorem, erit proportio dimidij ad partem unam inæqualem, uelut alterius partis inæqualis ad suam additam mutuò, & etiam proportio additarum inuicem, uelut proportio partium inæqualium duplicata, & rursus ipsum dimidium lineæ assumptæ medium erit proportione inter additas. Demum proportio dimidij cum addita maiore ad dimidium cum addita minore, uelut maioris partis ad minorem.



Co^m. Sit proposita a b diuisa per æqualia in c per inæqualia in d, & sit ut addantur a g & b f, ita ut proportio c a, & a d ad a d sit ueluti f d ad d b, & c b & b d ad b d, uelut g d ad d a, & hæc est quarta secũdi Archimedis de sphęra, & Cylindro: quia ergo a c & a d ad a d, ut f d ad d b erit a c ad a d, f b ad b d. Et similiter quia est c b & b d ad b d, uelut g d ad d a erit

c b ad

cb ad bd,uelut ga ad ad,& hoc est primum. Quia ergo ca est æqualis cb,erit ca ad b d,uelut g a ad a d,& iam fuit a d ad c a, ut b d ad f b, per conuersam igitur a d ad b d,ut g a ad a d,& ut b d ad f b, interpositis ergo a d & d b inter a g & b f cum composita sit proportio a g ad b f ex proportione a g ad a d,& ad d b,& d b ad b f, & proportio a d ad d b, sit æqualis proportioni a g ad a d,& d b ad b f,igitur proportio a g ad b f. Per demonstrata ab Alchindo est duplicata proportioni a d ad d b quod est secundum. Rursus quia ex primo demonstrato,uel eius conuerso proportio a d ad a c est uelut b d ad b f,& d b ad a c,ut a d ad a g, proportiones ergo a d & d b ad a c componunt proportionem producti a d in d b,quod sit h ad quadratum a c quod sit k,& similiter proportio b d ad b f & a d ad a g componunt proportionem producti ex b d in a d, quod sit l ad productum b f in a g,quod sit m , per demonstrata ab Euclide in sexto Elementorum,igitur proportio h ad k ut l ad m,sed h & l sunt æquales,quia producuntur ex eisdem,igitur per demonstrata in quinto Elementorum Euclidis,k est æquale m,ergo a c est media proportione inter b f & g a,quod est tertium. Quia uerò ex primo demonstrato est f b ad b d,ut a c ad a d,& c b ad idem b d, ut g a ad idem a d erit coniungendo f b & b c ad b d,ut coniungendo g a & a c ad a d,sed f b & b c componunt f c & g a, & a c componunt g c,igitur ut f c ad b d,ita g c ad a d, ergo permutando g c ad f c,ut a d ad b d,quod est quartum.

a	g
a	d
d	b
b	f

ad	db	h
ac	ac	k
bd	ad	l
bf	ag	m

in Prop. 23

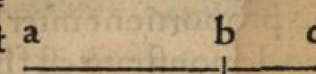
Propos. 9.

fb	bd
ac	ad
cb	bd
ga	ad

Cum ergo punctum d fuerit datum,licet inuenire a g & b f, facilè,ut Archimedes præsupponit proportionem g d ad d f datam & quærit eam,quæ est a d ad d b,& peruenitur ad res numero triplo quadrati dimidij lineæ assumptæ æquales cubo & numero , qui fit ex duplo cubi dimidij in 1 m: ipsa proportione, & quod producitur diuiso per 1 p:ipsa proportione. Veluti posita a b 10,& proportione quam uolo g d ad d f sexcupla,duco 5 dimidium 10 in se fit 25, & triplico,fit 75 numerus rerum. Inde duco 5 idem dimidium ad cubum fit 125,duplico fit 250,duco in 5,qui est 1 m: proportione fit 1250,diuido per 7,qui est 1 p:proportione exit 178 $\frac{4}{7}$ numerus, qui cum cubo æquatur 75 rebus.Cum ergo constituta fuerit diuisio in c,non recipit proportionem g d ad f d quam uolueris , sed sequitur una sola ad illã,& est mirabile,quoniam lineę uidentur sumi liberè. Sed non est ita.Et etiã quia Archimedes uidet̃ assumere aliã lineam, sed non inuestigat eam,imò ostendit eam ex assumptis. At Eutocius ostendit ambas,unã ex propria inuentione,aliam ex Diocle, sed

una

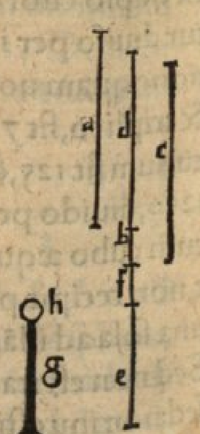
una est superflua, quia ut dixi, una sequitur ad aliam. Ex hoc patet cur Diocles assumpserit lineam unam, quæ est a c, quæ se habet ad a d, & d b, ut uicissim a d, & d b ad additas, quod est primum demonstratum. Sic enim omittit primum quod proponit Archimedes, & assumit quod proximum est: & ideò Archimedes non probat, nec præsupponit, quod à Diocle probatur, scilicet datum esse punctum d in linea a b, sed solum in linea g f, ideò cogitur probare secundum quod demonstratur ab Eutocio, & à nobis demonstratum est suprà. Archimedes aũt assumit lineã extra circulum, quã uocat b f, quæ est æqualis b c medietati: aliam assumit quam uocat b h, cuius proportio ad b d est sicut quadrati ad a d quadratum a b. Constat ergo quod proportio g d ad d f est data. Et similiter f g ad g d, & est 1 præ proportione data. Vnde notandum quod datum dicitur, simpliciter cognitum alio modo, dicitur datum positione, quod est certum & tale, uelut si quis dicat, diuide 10 in duos numeros quadratos: hoc non est datum, potest enim diuidi pluribus modis. At si dicas ut una pars sit alterius quadratũ, istud antequàm sciuntur partes, dicitur datum positione. Ergo datum positione est duplex, uel ut ratio nota sit, non autem quantitas, ut si dicam a b est dupla ad b c, utraq; dicitur nota positione, quoniam nescio quanta sit a b. Vel si quantitas est nota proportio ignota sit, ut si a c sit 10, & sit, ut b c sit ℞ relata, a b erit punctus b, & proportio a b ad b c data positione, non tamen nota. Et si dicas igitur omnia, quæ habent determinationem erunt data positione? Dico quod non, quia oportet, ut illa determinatio comprehendatur sub una ratione, eaq; saltem generaliter cognita.



Propositio centesimaquinquagesimatertia.

Vim quancunq; manus multiplicare.

Com. Cum enim radimus aut trahimus manifestum est, Per 37. quod ambabus manibus uis conduplicatur, & maior redditur, quanta est proportio totius ad excessum: uelut sit a quod mouetur ab una manu uiribus ut b, quæ sunt excessus b d supra a, cum ergo proportio c b d ad a sit composita ex proportionibus c & b d ad a manifestum est, quod erit producta ex proportione c b d ad b d, & b d ad a, sed e b d est dupla Per 2. ad b d, quia e est æqualis, c igitur proportio c b d ad a est maior multo quàm duorum excessuum, qui mouerent in proportione dupla: uelut si adderemus f



ad d b

ad d b æqualem b, multo maior est ex communi animi sententia e f b d quã f b d, quia e continet f, & quantum est d insuper: cum ergo b cum d moueat a in proportione b d ad a & f cum d mouebit a in proportione eadem qua b d, ergo per uiam additionis duplo uelocius, quàm dupla proportione, uerùm dupla comparatione ad proportionem b d ad a, non autem duplicata sed dupla, ut dixi, quę erit maior quàm dupla per additionẽ excessus. Ergo si addatur alter homo, erit dupla ad illam duplam, ueluti addendo æqualem d b f e, adeò ut si proportio d b f e esset quintupla, mouerent illi duo in proportione decupla. Sed annexo baculo aut lima aut serra annulo h, ita ut circunuolui possit h æquabit uires non solum d b f e sed multorum hominum. igitur multo plus aget homo ambabus manibus radendo aut secando cum g, quàm quadrupla proportione unius manus, & hoc incrementum est non solum magnæ utilitatis, sed ualde accõmodatum in actionibus artificum operum grauiorum. Et huiusmodi conduplicatio est ratio limæ quam surdam uocamus.

Propositio centesimaquadragesimaquarta.

Si lineę datę alia linea adiungatur, ab extremitatibus autem prioris lineę duæ rectæ in unum punctum concurrant proportionem habentes quam media inter totam & adiectam, ad adiectam erit punctus concursus à puncto extremo lineæ adiectæ distans per lineam mediam. Quòd si ab extremo alicuius lineæ æqualis mediæ seu peripheria circuli cuius semidiameter sit media linea duæ lineæ ad prædicta puncta producantur, ipsę erunt in proportione medię ad adiectam.

Hęc propositio est admirabilis: & etiam descripsi, ut multa secreta Dialecticæ potius aperirent quam quod huic proposito multũ congrueret. Ideò potius scholij causa posita est quam ipsius tractationis: ut modũ demonstrandi magis quam id, q̃d demonstrat, respicere oporteat. Constituat ergo (per uiam problematis) linea a b & proportio c ad d, & fiat d e ad c, ut c ad d, & a b ad e ut b f ad d, & ut g ad c, eritq; g media inter a f & f b, quod licet solum supponatur ab Appollonio, tamẽ facilè demonstratur & à Commandino adiecta est demõstratio. Concurrant ergo ex a & b duę lineę in aliquod punctum, putat h ut sit a h ad h b uelut c ad d, dico quod si ducat h f quod ipsa erit æqualis g, ducatur b l æquidistans a h, & quia ex supposito a h ad h b, ut g ad b f, erit b h ad h a, ut b f ad g, & quia trianguli a h f & b l f sunt similes erit proportio a h ad b l, ueluti a f ad f b, igitur per ęquam proportionem b e h ad b l, ut a f ad g, sed ut a f ad g ita g ad b f ex supposito: & ut a f ad g, ita h a ad h b, ex suppo-

Com.

Per 29. primi, & 4. sexti Elem.

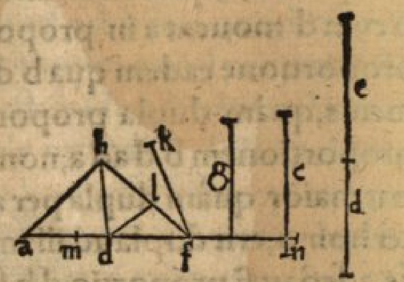
Per 22. quinti Elem.

Per 11. quinti Element.

Per 6. sexti Elem.

N sito

ſito igitur ut a h ad h b ita h b ad b l, ſed angulus a h b eſt æqualis angulo h b l, ergo triangulus a h b eſt ſimilis triangulo h b l, quare angulus b h l eſt ęqualis angulo h a f, igitur duorum triangulorum f a h, & f b h duo anguli unius a & f ſunt æquales duobus angulis, alterius igitur proportio a f ad f h reſpicientium angulos ęquales ut a h ad h b reſpicientium angulum f, ſed a h ad h b ut c ad d, ex ſuppoſito igitur a f ad f h, ut c ad d, ſed ut c ad d ita a f ad g, ex ſuppoſito ergo h f eſt æqualis g.



Per 32. primi, & 4. ſexti Element. Per 11. quinti Elem. Per 7. quinti Elem.

Corᵐ. 1. Cum ergo hęc demonſtratio ſit ex ſenſu in uno puncto h, ideò ad quælibet puncta traduci poteſt, quæ potero imaginari, & ita prima uocabitur ſenſus, ſecũda imaginandi: Et quoniã in demonſtrando non aſſumimus aliquid, quod ſit proprium alicui puncto, niſi proportionem h a ad h b ſimilem eſſe c ad d, ideo hoc pertinet ad intellectum, & eſt tertium. Et idem dico ſi k eſſet ultra h quod poteſt contingere. modò k a ad k b ſit ut c ad d & k f ſit ęqualis g idem ſequetur, & comprehenditur ſub tertio & pertinet ad intellectum, & quoniam demonſtratur quod punctum k ubicunq; ſumatur, eſt in ęquali diſtãtia à puncto f ſcilicet per g lineam, erit ſemper in peripheria circuli, & hoc poteſt eſſe in infinitis locis ſimpliciter & extra infinitum nihil eſt, igitur ſub hoc continetur conuerſum ſcilicet, quod à quolibet puncto circuli ductis lineis ad a & b ipſę erunt in ꝓportione c ad d. Et ita abſq; principijs Geometricis concluditur ꝓpoſitio Geometrica & hoc eſt περιλάμπσιν & fermè ſummum intellectus humani. Et poteſt demonſtrari Geometricè duobus uerbis. Quia .n. f ſupponitᷓ æqualis g eo quòd h eſt in peripheria circuli erit media inter a f & f b, quare cum angulus f ſit communis, erit proportio a h ad h b, laterum reſpicientium angulum f in utroque triangulo, uelut h f lateris in maiori ad f b latus in minori, quare cum ex ſuppoſito h f ad f b ſit ut c ad d, erit a ad b, ut c ad d. Et uides Apollonium, & Pappium quanta ſuperflua adijciant in hac ſecunda parte demonſtrationis, quæ eſt prima apud illos, & ducunt unã lineam non neceſſariam ex puncto b ad latus f h. Vt antiquorũ pleriq; non tantum potuerint Geometria & ingenio, quæ ferunt excellentiſsima in illis, quantum nos ex Dialectica περιλάμπσιν inducentes. eſt enim ſingulare hoc exemplum.

Per 6. ſexti Elem. Per 4. eiuſdẽ Per 11. ſexti Elem. In primo Conicor. Apol. in Præfat.

Corᵐ. 2. Ex hoc etiã patet quod ſi circulus duceretur ſecundum f k tranſiretq; per m & n eſſet a m ad m b & a n ad b n, ut a h ad h b.

SCHO-

SCHOLIVM.

Ex hoc patet qualiter ex uera demonſtratione ſenſu oſtenſa peruenimus ad quotquot imaginando, inde intellectu abiectis conditionibus non neceſſarijs facimus infinitum & uniuerſale. Demum ſine artis ſpecialis auxilio oſtendimus Theorema uniuerſale (quod etiam poterat oſtendi Geometricè, ſed longè pulchrius eſt, ac ſublimius per περιλαμπάσιν, quia hoc ipſo infinita alia docemus generaliter per ſimplicem comprehēſionem oſtendere) ſcilicet quod à quouis puncto periferię circuli, cuius ſemidiameter eſt media proportione inter totam extenſam à centro uſque exterius, & partem quæ eſt à centro ad punctum deſcriptum ſub proportione continua datarū linearum lineæ ductæ ex eo ad punctum exterius, & punctum deſcriptum ſunt in proportione datarum linearum.

Propoſitio centeſimaquinquageſimaquinta.

Quadratorū numerorū proportionem & inuentionē cōſiderare.

Primùm oportet ſcire eſſe tres naturales numerorum ſeries, primam Euclidis iuxta quamuis proportionē, in qua unum & tertius & quintus, & ita uno ſemper intermiſſo ſunt quadrati. Primus quoque .1. unum & quartus & ſeptimus & ita duobus intermiſsis ſunt cubi. In ſecundo ordine eſt naturalis ſeries numerorum, ex qua colligitur alia, & ex illa bini quilibet ſe ſequentes conſtituunt numerum quadratū. In tertia numeri impares, qui ſemper collati efficiunt quadratum.

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64.	Corm.
1. 3. 9. 27. 81. 243. 329	Exemplū 1.
1. $1\frac{1}{2}$. $2\frac{1}{4}$. $3\frac{3}{8}$. $5\frac{17}{16}$.	
1. $1\frac{1}{3}$. $1\frac{7}{9}$. $2\frac{10}{27}$. $3\frac{13}{81}$.	

Sit ergo propoſitus numerus cui uelim addere quadratum numerum, ut fiat quadratus totus, accipe numerum quadratum minorem illo quem uis, & detrahe à propoſito numero ſeu quadrato ſeu non reſiduum, diuide per duplum R quadrati quod detraxiſti, quod exit duc in ſe fiet quadratus numerus, idemque additus numero propoſito, faciet quadratum. Velut capio 16 qui eſt quadratus, aufero 9 quadratum minorē relinquitur 7, diuido per 6 duplum R 9, exit $1\frac{1}{6}$ quadratum eius eſt $1\frac{13}{36}$ qui additus ad 16 facit $17\frac{13}{36}$ quadratū cuius R eſt $4\frac{1}{6}$.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.	
1. 3. 6. 10. 15. 21. 28. 36. 45	Exemplū 2.
4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81	
1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15.	Exemplū 3.
4. 9. 16. 25. 36. 49. 64.	

Ex hoc patet propoſito quouis numero quadrato modus inueniendi infinitos numeros quadratos qui cū illo iuncti facient quadratū. Corm. 1.

SCHOLIVM.

Poſſem adducere demonſtrationes omnium horū, ſed redderetur res longa cū ſint manifeſtę ex ſeptimo octauo & nono Euclidis. Exemplum ſecundum capio modò 14 qui non eſt quadratus, aufero 9, remanet 5, diuido per 6 duplum R 9 exit $\frac{5}{6}$ quadratū eius eſt $\frac{25}{36}$

hic additus ad 14 constituit $14\frac{25}{36}$ quadratum $3\frac{5}{6}$. Et ita 14 est differentia duorum quadratorum, scilicet $\frac{25}{36}$ & $14\frac{25}{36}$.

Corm. 2. Ex hoc habebis duo quadrata in datis terminis quæ different dato numero, & est pulchrum. Velut uolo duo quadrata quæ differant in 2, & ℞ minoris sit inter 1 & 2, tunc capies per regulam ipsam 2, & auferes numerũ quadratum ita quòd residuum diuisum per duplum radicis efficiat numerũ inter 1 & 2. Veluti capio $\frac{4}{9}$ quadratum, aufero ex 2, relinquitur $1\frac{5}{9}$ diuido per duplum $\frac{2}{3}$ radicis $\frac{4}{9}$ & est $1\frac{1}{3}$ & exit $1\frac{1}{6}$, & hic est minor numerus cuius quadratum est $1\frac{13}{36}$ cui si addantur 2, fient $3\frac{13}{36}$ numerus quadratus $1\frac{5}{6}$.

Corm. 3. Cum autem uolueris duo quadrata quæ differant in 100, tunc per regulam datam si auferes 1, peruenires ad numeros magnos & fractos, & ideo melius est quia numerus est par, ut detrahas numerum parem quadratum, ita quod residuum posſit diuidi per duplũ radicis, ut in hoc non detraho neq; quia remanet impar, nec 16 quia 84 residuũ non põt diuidi per 8 ita ut exeat integer numerus, ergo detrahã 4 & relinquetẽ 96, diuido per duplũ radicis quod est 4 exit 24, cuius quadratum q̃d est 576 addito 100 facit 676 quadratũ 26. Et ita ex 433 non auferam sed 9, quia relinquetur 24 qui potest diuidi per se, duplum ℞9 & exit 4 cuius quadratũ est 16, addito 33 fit 49.

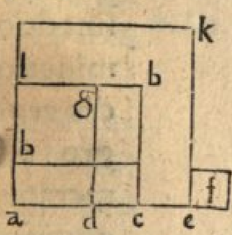
Secunda regula, cum uolueris proposito uno numero quadrato illum diuidere infinitis modis in duos numeros quadratos, cape quemuis numerum quadratum per primum exemplum regulę primæ, & cum eo diuide numerum propositum, & qui proueniet erit quadratus, hũc ergo duces in partes numeri quadrati quę sunt numeri q̃drati, & fient duo quadrati numeri, & illi componẽt numerũ quadratũ priorẽ quem diuisisti. quia multiplicatio fit per eosdẽ numeros qui sunt partes diuisoris. Velut uolo facere de 4 duas partes quę sint q̃drati numeri, capio numerũ q̃dratũ qui cõponatẽ ex duobus q̃dratis, uelut 25, diuido 4 per 25 exit $\frac{4}{25}$ hũc duco p 9 & 16 q̃dratos numeros cõponentes 25 fiũt $1\frac{11}{25}$ & $2\frac{14}{25}$ q̃drati $1\frac{1}{5}$ & $1\frac{3}{5}$ Et hi q̃drati cõponunt 4. Et ita posses diuidere infinitis modis, puta per $17\frac{13}{36}$ & per 169. Tertia regula cum unus numerus additus primo & detractis à secũdo facit ambo quadrata, idẽ numerus coniunctus cum differentia illorum numerorum & detractus à primo & additus secundo facit eosdem numeros quadratos, ueluti capio 10 primum 3 secundum 6 additus ad 10 & detractus à 7 efficit 6 & 1 quadratos dico quod iunctus 16 cum 3 differentia 10 & 7 fit 9, qui detractus à 10 & additus ad 7 efficit 1 & 16 numeros quadratos priores.

10	7
	3
6	6
16	1
10	7
	9
1	16

SCHOLIVM

Sunt & alij modi plures faciendi huiuſmodi, ſed nõ ſunt adeò generales, & nihilominus ſunt magis confuſi, & non aliquid plus.

Quarta regula, cũ uolueris numerũ aliquem non quad. qui biſariã componat̃ ex duob. q̃d. uelut 10 ex 25, & 25 & 49 & 1, & ſumat̃ a b numerus quad. diuiſus in ſupplemẽta, ita ꝙ c d ſit portio minor eiuſmodi, ut adiecta illi æq̃li c d gnomo circũſcriptus c k l cũ f q̃drato, ſit ę̃qlis a b q̃drato, detractis igit̃ c e & e d, æq̃libus erunt duo ſupplemẽta c k l cũ f quadrato ęqualia duob. ſupplemẽtis a b cũ q̃drato h g. Maiora aũt ſupplemẽta excedũt minora in duplo quad. c d igit̃ detractis minoribus ſupplementis cõmunibus, erit duplũ quad. c d cũ f quadrato ęqualia h g q̃drato. Ergo, ꝓpoſito numero, putà 3 ducam in ſe fit 9, ducã 2 minorẽ in ſe fit 4, duplicabo fit 8, detraho ex 9, relinquit̃ 1 numerus q̃dratus, igit̃ dicã q̊d 3 cũ duplo 2, & erit totũ 7, eſt unus numerus, alter ℞ 1.1.1, & horũ q̃d. cõponunt 50, duplũ q̃d. 5. Et ſimiliter capio 6 q̃d. 36 duplũ q̃d. 4. 32 differentia 4, numerus q̃d. 2, ideo 6 cũ duplo 4, & eſt 14, eſt unus numerus, alter 2, quorũ q̃d. ſunt 200, dimidiũ eſt 100 q̃d. 10 cõpoſiti ex 6 & 4. Et ita capio 9, q̃d. eius 81 duplũ q̃d. 6. 72 differentia 9 numerus q̃d. igit̃ cum duplo 6, & eſt 21, eſt unus illorũ, alter 3 q̃d. 450, duplũ 225 q̃d. 15, qui conſtat ex 9 & 6. Et ita capio 11 q̃d. cuius eſt 121, duplũ q̃d. 6 eſt 72 differentia, 72 & 21 eſt 49 numerus q̃d. 7, igit̃ 23 qui conſtat ex 11, & duplo 6 numeri minoris eſt unus numerus, alter eſt 7 q̃d. quorũ ſunt 578. duplũ 289, q̃d. 17, qui conſtat ex 11 & 6. Quinta regula, per hoc inueniemus infinitos numeros q̃d. cõponentes 32, nam cũ 32 ſit duplus q̃d. diuidã ꝑ unum aggregatũ ex inuentis puta 578, & quia ambo ex ſuppoſito ſunt dupli ad q̃d. qui ꝓueniet erit q̃d. ſcilicet $\frac{16}{289}$, duc in numeros quadratos qui componunt 578, & ſunt 529 & 49, & fient $2\frac{206}{289}$ & $29\frac{83}{289}$, & hi iuncti fiũt 32, quia ſunt multiplicatæ partes numeri, per quem eſt diuiſus numerus. Et ita poteris diuidere 32 in infinitos alios q̃d.



Sexta regula, ponamus modò q̊d uelim diuidere 10, cõpoſitũ ex duob. q̃d. 9 & 1, & non duplũ numero q̃d. ita q̊d ſit diuiſus in alios duos: ducã 10 in 25 cõpoſitũ ex duob. q̃d. fit $\frac{250}{25}$, at 250 cõponit̃ aliter ex duob. quad. ꝗ̃ $\frac{225}{25}$ & $\frac{25}{25}$, ſcilicet $\frac{169}{25}$ & $\frac{81}{25}$, id eſt $6\frac{19}{25}$ & $3\frac{6}{25}$, qui ſunt q̃d. $2\frac{3}{5}$ & $1\frac{4}{5}$, & ita uolo diuidere 13 in duo alia q̃drata ꝗ̃ 9 & 4, duco 13 in 25 & fit $\frac{325}{25}$, qui neceſſario cõponit̃ ex $\frac{225}{25}$ & $\frac{100}{25}$, ſed ego uolo q̊d cõponat̃ aliter, uelut ex $\frac{289}{25}$ & $\frac{63}{25}$, & ita ex $11\frac{14}{25}$ & $1\frac{11}{25}$, qui ſunt numeri q̃d. componentes 13, & ℞ ſunt $3\frac{2}{5}$ & $1\frac{1}{5}$, & in his opus eſt induſtria, ſcilicet ut multiplicet̃ per numeros q̃d. ut ꝓueniant numeri illi biſariã compoſiti ex q̃dratis. Vt uerò uideamus reſiduũ, ꝓponamus ꝙ uelim diuidere 6 in duos numeros q̃d, primũ ſcire debes q̊d non poſſunt eſſe

 integri

integri ex ratione dicta, quia oporteret ut essent ambo impares aut pares, & sic differret numero pari, ergo oporteret ut esset unus medius numerus q̃d. sunt & alię rationes, sed neq; unus posset esse integer, & alius fractus, nõ esset.n.6 numerus integer: relinquit̃ ergo ut sint duo fracti: sed in numeris fractis q̃d. deductis ad minimas denominationes operũ, ut tam denominator q̃ numerator habeat radices, ergo oportet q̊d hoc sit in illis, & quia iuncti debent facere integros 6, necesse est ut denominator sit unus, & idẽ in utroq;, et q̊d numeratores simul iuncti sint sexcuplũ denominatoris, si fracti debẽt ęquipollere 6, ergo ille denominator cũ sit q̃d. & numeratores ambo sint q̃d. & sint sexcuplũ denominatoris, oportebit inuenire numerũ q̃d. qui ductus in 6, faciat numerũ qui cõponit̃ ex duob. q̃d. aut cõponit̃ ęqualiter, ergo ꝓportio medietatis ad medietatẽ 6, est ueluti totius ad 6, sed totũ continet 6 in q̃d. quia ex 6 in q̃d. fit totũ, ergo ex medietate in q̃d. idem fit medietas, sed medietas est numerus q̃d. ergo 3 esset numerus q̃d. q̊d est falsum, oportet igit̃ ut numeri illi sint inæquales, & ut 6 diuidatur in duas partes inęquales, hoc aũt fit diuidendo quemlibet numerũ parem, qui cõponit̃ ex duob. numeris q̃d. nam si esset impar, nõ posset ꝓdire numerus integer, & cũ ꝓuenerit numerus q̃d. ille erit quẽ quęrimus, nã diuiso 6 per totum illũ numerum, inde q̊d ꝓuenit multiplicato per numeros q̃d, cõponentes illum numerũ ꝓductum, ꝓducunt̃ partes 6, quæ erũt numeri q̃d. quia denominator utriusq; partis ex supposito est numerus q̃dratus, qui multiplicatus est per 6, & numeratores sunt numeri q̃drati, qui cõponebant numerũ productũ, et tales partes ęquant̃ 6, quia numerus ꝓductus componit̃ ex numeratoribus, & producit̃ tale cõpositum ex 6 in denominatorẽ, & hic est diuisus per denominatorẽ, ergo ꝓuenit 6, si eñ multiplicato 3 in 4 fit 12, diuiso 12 per 4, exit necessario idem 3. Pro colligendo ergo numeros omnes, qui cõponuntur ex q̃dratis, ꝓpones tibi seriem q̃d. omniũ, & inde iunges, & diuides per 6, & cũ prodierit q̃dratus, inuenit̃ denominator, & numeri cõponentes ipsum erunt numeratores, et suppositi denominatoribus cõstituent partes. Ut uerò cognoscas, ex quibus possit componi primum ex imparibus, non oportet assumere nisi 135, quia 7 diuisum per 6 relinquit 1, & 9 diuisum per 6, relinquit 3, & 35 diuisum per 6 relinquit 5. ergo non potest componi numerus impar, qui diuidatur per 6, ut supersit impar alius quàm 1.3.5. sed 1 & 5 & 5, & 5 componunt 4 & 1, & 1 & 3 & 5 componunt 2, scilicet abiecto 6, ergo tales numeri q̃drati si sint impares, uel ambo terminantur in 3, ut 9 & 81, qui faciunt 90, uel in 1 & 5, sed nullus numerus quadratus diuisus per 6 terminatur in 5, quia 1 ductum in se producit 1, & 3 producit 3, & 5 producit 1, ut 5 in 5 facit 25, & 11 in 11 producit

cit 121, quibus diuisis per 6 superest 1. Quod etiam sic demonstratur de 5, & compositis à 5, nam diuiso 5 in 3 & 2, quadratum eius cōponitur ex duplo 3 in 2, in quo nihil superest, si diuidatur per 6, & ex quadrato 3, quod est 9, in quo superest 3, & ex quadrato 2 quod est 4, sed iunctis 4 & 3, & abiecto 6 superest 1, ergo 5 in 5 ductū, & diuiso producto relinquitur 1. Et similiter capio 17, et componit̃ ex 12 & 5 quadratum, ergo 17 componitur ex quadrato 12, in quo nihil superest, & duplo 5 in 12, in quo etiã nihil superest, si diuidatur per 6: & ex quadrato 5, in quo superest 1, ergo in nullo numero cōposito ex 5 & 6, uel compositis ex 6, poterit produci numerus, qui diuisus per 6 relinquat 5, igitur neq; talis numerus poterit cōponi ex duobus quadratis, in quib. supersit 5 & 1, quia nullus est, in quo supersit 5 facta diuisione per 6. Ex quo colligitur una regula: quod si quis dicat multiplicaui 27 in se, et diuisi per 13, uellem scire quid superest, dico quod sine multiplicatione et diuisione poteris hoc scire ex demonstratione dicta, diuide ergo 27 per 13, & relinquitur 1, duc in se fit 1: dices ergo, quod supererit 1, & ita si ducerem 28 in se, & diuiderem per 11, dico quod supererit 3, nam diuiso 28 per 11, relinquitur 6, duc in 6 fit 36, diuide per 11, relinquitur 3, ut dictum est, & tantum relinquit̃ ducto 28 in se & fit 784, & diuiso per 11. Reuertendo ergo ad propositum, patet quod ex duobus tantum numeris imparibus quadratis potest conflari ille numerus, quorū radices diuisæ per 6 relinquunt 3. Sed de paribus uel superest 2 uel 4 uel nihil, sed q̃dratum 2 est 4, & q̃dratum 4 diuisum per 6 etiam relinquit 4, ergo neq; ex duobus numeris, in quibus supersint 2, neq; in quibus supersint 4, neq; in quibus supersint in uno 2, in altero 4 poterūt quadrata, in quibus semper supererit 4, & iuncta faciunt 8, in q̊ superest 2, cōflare numerū dictū seu quæsitū, qui possit diuidi p̨ 6: neq; ex q̃d. duorū numerorū, in quorū altero nihil supersit in reliquo supersit 2 uel 4, quia in aggregato q̃dratorū semper supererit 4. Ergo relinquitur quod ille numerus componetur ex duobus quadratis, uel imparibus, quorum latera diuisa per 6 relinquunt 3, uel ex duobus paribus, quorum latera diuisa per 6 nihil relinquant. Oportet igitur inuenire duos tales numeros quadratos numerorum imparium, in quibus supersit 3, si diuidantur per 6, aut parium in quibus nihil supersit, quorum aggregato diuiso per 6 prodeat numerus q̃dratus.

Per 4. secundi Elem.

His uisis dico, quod constat radices talium numerorum oportere esse in imparibus per additionem 6 incipiendo à 3, ut sint 3. 9. 15. 21. 27. 33. 39. 45. 51. & sic deinceps: in paribus autem per additionem eiusdem 6 incipiendo à 6, uelut 6. 12. 18. 24. 30. 36. 42. 48. 54. 60. Dico ergo quod diuiso numero illo composito per 6 in imparibus exibit numerus, qui diuisus per 6 supererit 3, & in paribus qui poterit diuidi per 6. Quia componunt̃ ex huiusmodi: uelut 3 in se facit 9, & 25 in se facit 225, qui iūcti faciūt 234, diuiso 235 per 6 exit 39, qui iterū diuisus ꝑ 6 superest 3, & similiter capio 6 & 12, quorū q̃drata sunt 36 & 144, & aggregatū 180, qui diuisus per 6 exit 30, qui iterū potest diuidi per 6. Et hoc quia quilibet illorū potest diuidi per q̃dratū 6 in paribus, ergo aggregato diuiso per 6 q̊d prodit, iterū poterit diuidi per 6. Et in imparibus quodlibet q̃dratorū exuperat supra senarios in 3, igit̃ aggregatū diuisum in 2 pariet numerū qui diuisus per 3, exibit numerus impar cōpositus ex senarijs & 3. Illud ergo quadratū, q̊d ꝓdibit, uel erit cōpositum ex senarijs, uel supererit 3. Sed cū 3 numeret 6, ergo tres q̃drati numeri scilicet duo, qui cōponunt numerū, & qui ꝓdit per diuisionē 6, erunt cōpositi inter se, ergo & radices illorum. Igit̃ radix numeri q̃drati, qui ꝓuenit diuiso aggregato quadratorū per 6 est ex eodē ordine impariū, si impares numeri q̃drati fuerūt, aut pariū si pares. At hoc esse nō potest, nā fracti illi numeri, qui erūt radices, nō erūt minimi, sed diuisi per 3 ostendent minores, quod est contra suppositum, quare nullo modo 6 potest diuidi in duos numeros quadratos, neq; integros, neque fractos, quod erat demonstrandum. Habes igitur ex hoc demonstrationem quando nō posit diuidi, & quado posit, quod posit, & quomodo simul.

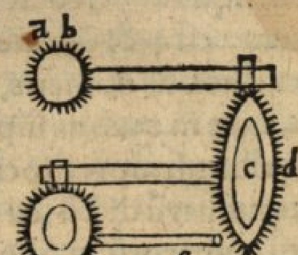
Per 29. septimi Elem.

Propositio centesimaquinquagesimasexta.

Horologiorum tempus multiplicare.

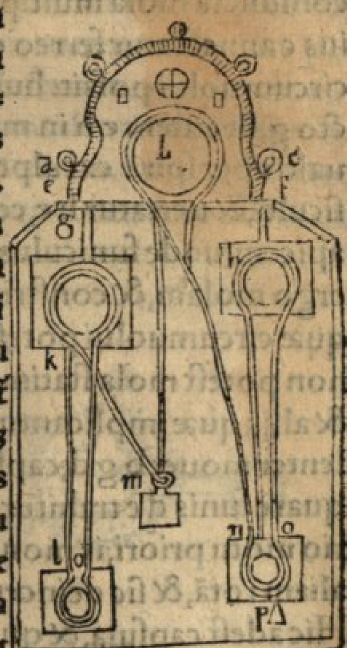
Co[n].

Contingit quandoq; q̊d horologiorū tempus breue est, uolumus aūt maius efficere: id duob. modis possumus, quorū unus difficilior est sed perpetuus, & longè nobilior, nam grauitas ponderis uersatilis efficit quidē tardiorē, sed difficilius mobilē, & ob id grauiore pōdere indigentē. Sit ergo rota a b uersatilis, quæ certam mensuram exigit ꝓ quacunq; funis parte correspondentis uni denti ex centum, in quos distincta sit, curriculum aūt c d quinq; dentiū, per q̊d rota sexaginta dentes habēs circumuoluat̃ in cōuersione, igit̃ primę rotę uities circumferet̃, secūda dētesq; M. CC. rursus ad hāc secundā tertia nectat̃ cum curriculo sex dentiū, atq; in ea dētes septuaginta duo, ut in una cōuersione sint xiiij cccc, dentes igit̃ tot dentes in una cōuersione primę rotę circumuoluentur. Iam uerò tempus illud poterit duplicari ac triplicari iuxta tarditatē temporis uersatilis: quāto igit̃ ponderosius fuerit illud tēpus, tanto tardius mouebit̃, pauciores q; circumuolutiones necessarię erūt ad explēdam unam diē: id est horas 24, sed hoc incōmodi accedet, quòd reuolutio indicis tanto tardior erit, ut nō iustè ostendat horas: propositum



poſitum igitur eſt, ut pondera tardius ferantur, index aũt, & quę ad indicem ſequuntur horarum demonſtrationes celerius aut eodem modo ferantur. Ponamus ergo poſtq̃ eadem eſt ratio celerioris & æquè uelocis, ponderis aũt tardius deſcendentis, aut cõtrà tardioris, aut æqualiter circumducti indicis, celerioris aũt deſcenſus ponderis, quod ad nullam utilitatē profuturum uideo. Sit ergo ut pondus uelim tardius deſcendere, rotam aũt ęqualiter circumferri, dico quod ex tempore mobili ſeu uerſatili (& eſt ferrum, quod in ſummo horologij citra ultraq́; fert tam in horologijs ponderum q̃ molæ) id fieri non poteſt: nam quantum tardabitur rota tertia ſecunda & prima, atq; ob id deſcenſus ponderum, tantum remorabitur rota prima quæ indicem oſtendit, ergo tantum index tardabitur quantum põdera, & ut uno uerbo dicam, cùm eadē rota index circumferatur, & põdus deſcendat, quantũ unum tardatur tantum & aliud.

Secundus modus eſt, ut rota una totum tempus cum indice in uigintiquatuor horis circumuoluatur, & currulis in quo funis minor fiat: neceſſe eſt igit̃, ut circumuoluta rota aut ſemel aut bis, ter, quater decies, & circumuoluat̃ pleno circuitu index, et ſine errore: quoniam tempus & dentes menſuræ reſpondent: igitur ſub eiſdem circuitibus numero eodemq́; tempore minus ex fune deſcendēt in curruli paruo q̃ magno: quare mutatione indiget currulis, aut ut funis circumuoluens rotam curriculum habeat annexũ rotæ oſtendenti horas, in qua pauciores ſint dentes: nam in eodem tempore, & circuitu paucioribus uicibus circumuoluitur rota funis quæ grauitatē temporis, & multitudine dentiũ certam ſeruabit menſurã. Sed in hoc neceſſe eſt grauius efficere pondus, aut leuius tēpus quoniã funis debilius circumuertit rotã: minus tñ tardè q̃ ſit ꝓ paruitatis circuitus ratione.



Tertius modus facilior eſt, & magis compēdioſus: Sit horologium a b c, in quo rota d quæ funem cõtinet baſis horologij e f, cui firmiter ſint appēſę duę trochleę g & h, & funis una parte trochleę appenſus in k, ducat̃ ad inferiorem aliam trochleam l inſeraturq́; ibi orbiculo ſuo, & redeat à dextra ſuperius inſeratq́; orbiculo ſuperioris trochleę, deducatq́; uerſus ſiniſtrã: atq; ibi deſcendēs habeat põdus tractorium in m, deducatq́; ſupra ad rotã horologij d, et circumuolutus exeat ipſum, & deſcēdat ad trochleã n, ſubq́; ea circumuolutus iterũ aſcendat

dat à dextra parte, et circumuoluatur h cochleę rediens ad ſiniſtram ibiq́ꝫ deſcendens connectatur trochleæ in inferiori in o, cuius imæ parti annectatur pondus remorans in imo annexum parte trochleæ p. Cum ergo trahitur n trochlea, trahitur funis adeò ut pondus m, tandem aſcendat cum trochlea l prope k: quia ergo in duodecim horis pondus m deſcenderet per k l funem reuolutionibus circa d rotam dicamus uiginti, ergo ſi debet deſcendere à k ad l, per funem duplicatam k l cum ipſam neceſſe ſit obequitantem d reuolutionibus quadraginta circumuolui d, nam tota o h n d m g l k longè maior eſt duplo k l, neceſſe eſt m deſcendere tardius quàm in duplo temporis, quo deſcenderet per rectum funem k l, quod erat demonſtrandum. Et hanc appendicem uidi apud Cæſarem Odonum Apulum medicum, uirum elegantem lepidiq́ꝫ ingenij. Memento uerò quod ubi orbiculi non cederent funi, uel quia duriores in circumuolutione, uel quia latius exciperent illum reduplicato fune circa illos omnino circumducuntur, ſed difficilius ideò egent grauiori pondere.

Propoſitio centeſimaquinquageſimaſeptima.

Horologiorum molarium rationem oſtendere.

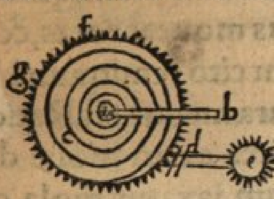
Com. Sunt horum duo genera primum, & antiquius licet multo poſterius eo quod ponderibus ducitur, quod funiculo ex inteſtinis ouium ſeu fidibus liræ agitur. Sit igitur axis f k erectus ſuper plano, cui per longum coniuncta mola multiplicis ſpiræ in fine, cu

ius c annectatur ferreo circulo, qui habeatur loco capſulæ b c, quæ circumuolui poſsit: huic circũductus funis d e multipliciter in puncto g, ſit autem e h in modum pyramidis ſenſim in acutum, ſed non ualde per ſpirã exculptam deſinentis, cui rota in uertice inſerta denticulo, & uertatur h e, colligens funiculum tractum in ſpira uerſus apicem: unde funiculus circumuoluet b g d, capſulã uerſus c, trahet ergo molam, & conſtringet uiolenter quãtum fert longitudo funis quæ circumuolui poteſt a b e ad h: & cum trahitur in d e remittitur, non poteſt mola ſtatim retrahere reluctantibus denticulis h l rotæ, & alijs quæ implicantur curriculo m, a igitur mola conſtructa uiolenter mouet b g d, capſulam motu contrario à c in d & in g & in b, quare funis d e trahitur, & trahit e h illum circumuoluendo contrario motu priori, is mouet denticulo rotam h l, illa per curriculum in aliam rotã, & ſic deinceps donec tempus moueatur, & rota indicis. Hic adeſt capſula, & quod circumuertitur à claue non eſt axis molę ſed extra molam, ſcilicet e h. Et quoniam hac ratione quanto mola a

magis

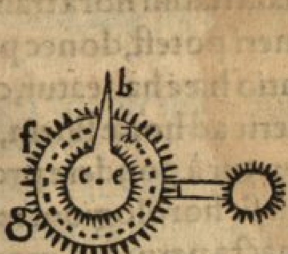
magis explicabit, tanto lentius trahet, & uertet e h, ideò hoc ex structura auxilium præstatur, ut funis in inferiore parte cõplexus latiores orbes, & è regione tanto uehementius uertat e h: & ita uis quæ remittitur ob molæ laxitatem, augetur tantundem ob situm & magnitudinem spirarum ut distantiorum sua extremitate ab hypomochlio, quod est axis coni e h, seu instar axis.

Alterum genus horologiorum cum mola sine fune loco capsulę habet rotã plano substratam, plenam denticulis axis, quo circumagitur uiolenter, non est extra molam, sed ei annexa est mola intus, exterius aũt rotę: ergo circumducto axe molę uim patitur circulus exterior, sed non mouet, quoniam clauo impedit. Vbi mola quantum decet constricta est sublato clauo statim secum trahit rotam, & illa curriculũ rotasq; alias, & tempus agitur, & index uertitur. Sed in hoc idem est incommodum sine remedio quod fuit in priore. Vbi enim cœperit laxari mola tanto tardius progrediuntur rotæ atq; index. Veluti axis a b cui secundum longitudinem molæ caput interius annexum



est altero circulo rotæ in c d curriculum rotæ e, implexum rotæ f clauus rotam retinens, donec circumducto a b mola constringatur, & latus eius trahat rotam ex c. Inde sublato clauo circulus, seu rota trahitur ex c in g, & in f a mola, quæ etiam secundum eandem partem circumuoluta est: igitur d circumagetur à rota & reliqua. Sed ut dixi constructio hæc non satisfacit.

Aliam ergo oportuit excogitare quę huiusmodi est. Sub axe a b, qui circumuertitur ad molam contrahendam rotam, collocant paruam quæ est, ut ita dicam, pars axis ima cui inseruntur dentes in ambitu ea ratione, ut dum mola tenditur, premant denticulos interiores, atque ita elabitur, totiesq; circumducitur manente g f, donec colligatur mola, quæ non ut in priore reliquo extremo ulli rotæ affixa est, sed columnæ in continenti opercula horologij. Cum ergo mola tenta retrahat axem a b contrario motu, & ille rotam mobilem, quæ cum non posit regredi propter auersos dentes, mouet rotam f g contrario motu, quæ circumacta per denticulos suos curriculum agit, & reliqua omnia necessaria. Cur autem cum laxatur mola, & uertit lentius c e rotam coniunctam, ideoq; g f, & reliqua omnia nõ tardetur tempus, & circumuolutio



lutio indicis cauſa eſt alia longè quàm in priore, nam mola longior fit craſsior, & durior adeoq; robuſta, & rotæ leues, ac tempus dum laxata fuerit munus ſuum iuſto in tempore obeant: quare neceſſe eſt, ut ab initio uehementius agat, & celerius rotam cum axe qui trahitur à mola. Ergo excogitarunt aliud genus retinaculi forma cochleæ quod ab initio moratur uehemēter axem ne circumagatur, et quanto magis mola explicatur eo minus retinet impetū illius, adeo ut uehementer retineat uehementem concitationem mediocriter moderatam, ſegniter lentam, nullo modo iuſtam: ita fit, ut ſemper fermè æqualiter moueatur. Difficile eſt tamen ad unguem ſeruare moderationem, & æqualitatem, & magis etiam in his horologijs, quæ uno circuitu molæ tempus lōgius exigunt: at difficilius etiam efficere molam, quæ longo tempore duret, cum intenta ualde celerius moueat rotas, & ob id breui abſoluat circuitum, mollior autem citò remittatur. Et ob id longior & non adeò dura melior eſt. Ratio autem cochleæ ita ſe habet. Circa axem molæ d deducitur cochlea a b c, quæ dum laxatur mola cochlea mouetur ex b in c, atq; ita pariter laxatur uis cochleæ retinentis axem.

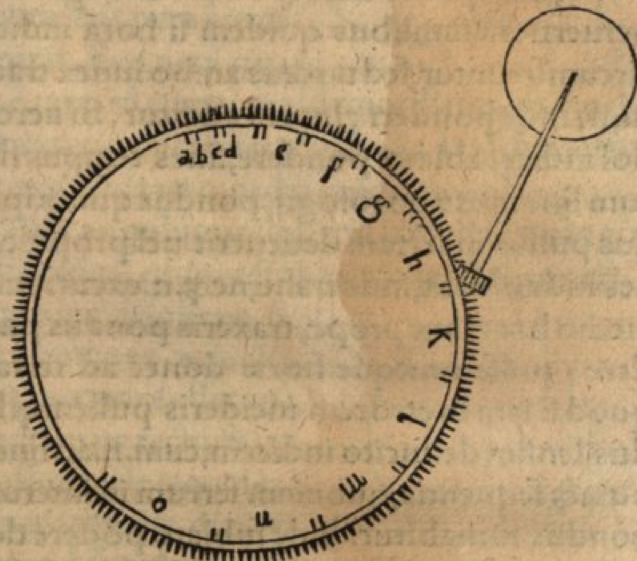
Propoſitio centeſimaquinquageſimaoctaua.

Rationem indicis mobilis cum rota horarum numerus per ictus indicatur explicare.

Com. Hoc fieri poteſt in ſingulo genere horologij trium deſcriptorū. Propterea ſufficiat de uno oſtendiſſe. Sed & in ſingulo genere ſunt multi modi, unius tamen reddidiſſe rationē ſufficiat. Hoc aūt quatuor habet difficultates: prima ut horarum ictus conueniant cum indice: ſecunda ut conuerſo indice conuertatur, & rota ictuum: tertia ut ictuum numerus cum numero indicis conueniat. Vnde multa ſunt horologia, in quibus ictus unus ſolum auditur ſingulis horis, atq; hic modus facilis eſt: quarta cur in horum pleriſque ſi non pulſata ſtatim hora transferatur index, non ceſſat pulſatio: imò nec retineri poteſt, donec pondus illud deſcenderit. Ergo primi & tertij ratio hæc habeatur, cum rota quę indicis rotam circumagit, peruenerit ad horæ finem, denticulo ſoluit aliam, eleuans obicem, illa mouetur à pondere proprio alio, ſcilicet ab illo quod tempus agit: aut ſi ſit horologium molæ à mola alia propria, quæ malleos circumacta perpetuò mouet, atq; motura eſſet ſemper, donec pondus ad terram deſcenderet: uerum dum mouetur deſcendit ferrum pro quouis ictu quod in rotæ limbum incidit, & donec inciderit in eam partem quæ lenis eſt dilabitur, nec retinetur, & ita eleuatur rurſus,

at uerò

at uero cum in concauam partem incidit retineri necesse est: atq; ita pondus non amplius descendit, rota sistitur, malleus manet immobilis: spatia ergo quæ sunt inter cauitates sunt secundum magnitudinem proportionis numerorum horarū, uel ad sex, uel ad duodecim, uel ad uiginti-quatuor terminantium. Ita quod, gratia exempli, sit iam in cauitate a duodecimę horæ uncus, diuidam circulum totum in duas partes æquales, quia in singulis medietatibus propositum est, duodecim facere cauitates ꝑ unco retinendo. Et quia in unaquaq; medietate oportet, ut pulsent horæ lxxviij, & præterea sint ibi sex spatia cauitatum, quarum singulæ contineant, gratia exempli, duo spatia unius ictus, ut certius retineatur uncus, erūt igitur spatia omnia nonaginta: diuidemus ergo medietatem circuli utranq; in nonaginta partes æquales incipiendo ab a, & dabimus b primæ horę quod spatium est unius tantum partis ex nonaginta, post describemus c cauitatem duarum partium, ita ubi ictum unum dederit uncus, retinebitur in c, pòst accipiemus duo spatia, & sint significata d litera, post quę faciemus cauitatem e: & ita uncus bis cadet in d, & pulsabunt duo ictus, & pòst retinebitur uncus in e. Et post accipiam spatium trium partium, quod sit f, & post describam cauitatem g duarum partium, atq; ita procedam usq; ad duodecim.



Ex quo manifestum est pondus quod agit rotam uolæ non descendere, nisi dum horæ pulsant, secus quiescere. Cor^{m}. 1.

Secundum, quòd descendit illud pondus plus & minus, iuxta proportionem numeri horarum, ita quod quando pulsabit una hora parum ualde descendet, cum sex horæ sexcuplo magis, cum duodecim adhuc longè magis, id est duplo plus quàm cum pulsant sex horæ. Cor^{m}. 2.

Secunda constructio hanc habet rationem: Cum n rota indicis coniuncta fuerit rotæ, quæ transfert malleum, necesse est ut unà ferantur:

rantur: quinimò illud magis mirum de quo illi non mirantur quia frequens est, scilicet cur aut quomodo si diuisæ sunt ut circũducto indice non transferatur rota mallei, põdere tamen uersata rota indicis in idem incidat, ut horæ quæ pulsu declarantur ad unguem & in eisdem sectionibus cõueniant cum horis quas index ostendit.

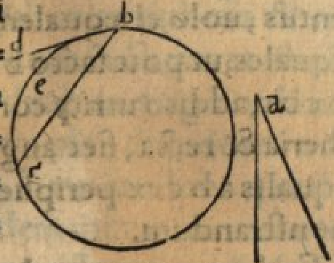
Verùm quia multis modis contingit ordinem horologiorum peruerti: in similibus quidem si hora indicis simul & pulsus unà circumferuntur, sed tardius ambo index traducitur ad locum debitum, inde ponderi aliquid additur. Si uerò antè processerit quam Sol indicet ablato pondere, sines tempus fluere usq; ad indicis locum sine motu horologij, pondus quoq; ipsum minues. At si pondus pulsus in terram deuenerit uel propè, expecta donec super linea index fuerit, inde trahe, neq;.n. excurret: nam si dum index est in medio horæ aut propè, traxeris pondus pulsus, non desinet descen dere, pulsabuntque horæ donec ad terram pondus deuenerit, quòd si iam in errorem incideris pulsentq; horę & descendat, pondus, sensim deducito indicem, cum.n. ad finem horę peruenerit initiumq; sequentis, quoniam ferrum in interuallum deuenerit rota & pondus firmabitur. Inde sublato põdere donec Sol ad horã quam index monstrat peruenerit, reddes pondus horologio. Si ergo horam pulsu eandẽ declarat quam index, bene est, si non, paululũ uirgulã eleua quę est iuxta fores horologij pulsabitq; sequens hora, id uerò toties repetes immoto in dies & sublato, si uereris ne extra interuallũ ferrum feratur, & ob id excurrat rota pulsus horarũ, donec hora pulset quæ cum indice conuenit, statimq; pondus quo horæ pulsant sursum retrahes. His quinque regulis usum disces similium horologiorum, unumquodq; autem proprias habet: sed duæ primæ omni horologiæ satisfaciunt. Quòd si hæ non satisfaciunt iam horologium laborat: tum uerò illud dissoluere oportet & detergere & inungere, iuuat autem uel capsula uel linteo perpetuo puluerem ab illo arcere. Quòd si nec sic restituitur necesse est dissoluere & antea considerare impedimentum, pòst denticulum qui laborat, plerunq;.n. aliquem inuenies huius modi, quem lima aut alia ratione restitues, semper autem hi fermè restituuntur: at qui mola aguntur præter rotarum & axium & indicum labores, molæ etiam inæqualitati & defectibus subiciuntur, qui si nimis uelociter agunt rotas cum difficultate restituuntur moderationi, si lentius raró uel nunquam emendantur, uix etiam noua inducta mola.

Propositio centesimaquinquagesimanona.

Nullus angulus rectilineus æqualis esse potest alicui angulo contento recta & circuli portione.

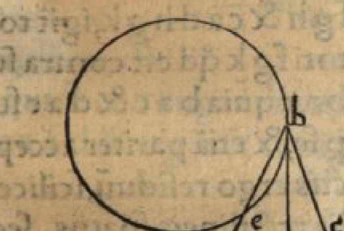
Sit

Sit angulus a & circulus b c,dico non poſſe aliquem angulum contentum recta & circuli portione eſſe illi æqualem.ſi enim eſſe poſsit, ſit c b e.ducatur recta b d faciens rectilineum d b c ęqualem a,erit igitur d b c ęqualis e b c per communem animi ſententiam, ſeu ergo b d cadat intra circulum ſeu extra, erit pars ęqualis toti quod eſſe non poteſt. Sed neq; poteſt cadere recta ſuper b e.nam id eſt contra demonſtrata ab Euclide.At ſi ſit angulus c b e exterior ſimiliter,producta b d, ſeu intùs, ſeu extrà cadat,pars erit æqualis toti quod eſſe non poteſt. Com. Per 23. primi Elem. 23.Elem.



Ex hoc patet quod nullus angulus peripheria circuli & recta cõtentus poteſt eſſe æqualis recto, quia rectus etiam rectilineus eſt. Cor^m. 1.

Et rurſus nullus angulus peripheria & recta contentus à recta linea per æqualia diuidi poteſt, patet quia una pars eſſet angulus rectilineus,alia contentus recta & peripheria:iſti autẽ non poſſunt eſſe æquales, quare nec prior potuit per æqualia diuidi. Cor^m. 2.

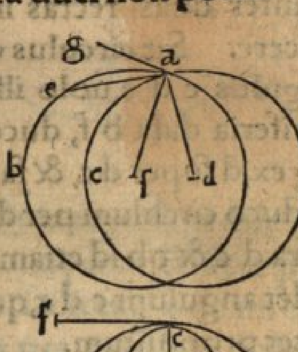


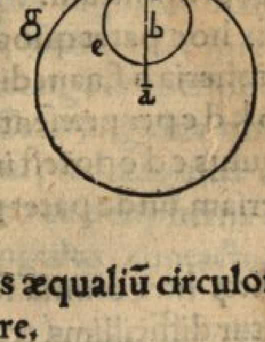
Ex hoc etiam patet quod ſpacium contentũ à peripheria circuli nulli angulo rectilineo ęquale eſſe poteſt. nam dimidium eſſet æquale dimidio,quod eſt contra demonſtrata. Cor^m. 3.

LEMMA PRIMVM.

Inter duos circulos qui ſe diuidant infinitæ lineæ duci poſſunt. Inter circulos autem qui ſe tangant,recta linea duci non poteſt.

Sint duo circuli a b & a c,qui ſe diuidant in a, & ducatur ex centro inferioris d a & a d,& ad d a cathetus a e,dico quòd a e diuidet angulum b a c ducatur ex centro ſuperioris a c b quod ſit f, f a cui cathetus a g, quia ergo e a cadit infra a g, & inter a g & a b non poteſt duci recta,igitur e a cadit intra a c b circulum.Rurſus tangant ſe circuli c d & c e,& ducatur a b per centra eorũ quę applicabit ad c,ex c ducatur cathetus c f & quoniã c f contangit circulũ c e, igitur ducta quauis linea infra c f, cadet intra circulũ c e.Non ergo poterit cadere inter c d & c e. Co^m. Per 11. primi Elem. Per 15. tertij Elem. Per 11. tertij Element.

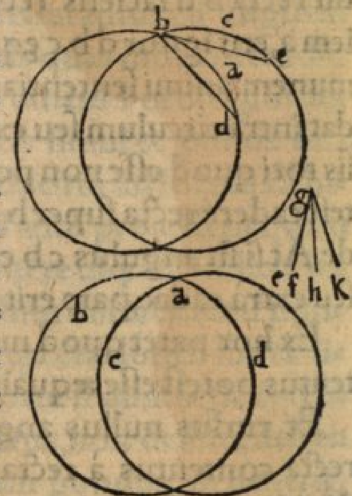




LEMMA SECVNDVM.

Dato angulo contento duabus peripherijs æqualiũ circulorum ſe ſecantium æqualem rectilineum illi fabricare.

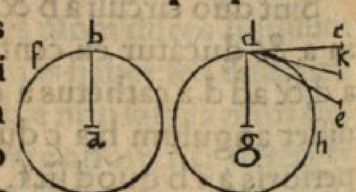
Co^m. Sit angulus a b c duabus peripherijs æqualium circulorum contentus, uolo ei æqualem rectilineum fabricare, ducantur b d & b e
Per modum 8. primi El. æquales, ut pote facto b centro eritq; angulus d b a æqualis angulo e b c, addito utriq; communi d b e ex peripheria & recta, fiet angulus d b e ex rectis æqualis a b c ex peripherijs, quod erat demonstrandum.



Cor^m.4. Ex hoc patet quod reliqua duo spacia non possunt esse æqualia rectilineo. Nam spatium b a c demonstratum est æquale esse rectilineo, & b a d non est æquale rectilineo, igitũ spatiũ c a d non potest esse æquale angulo rectilineo, nam si sic sit b a c ęquale f g h & c a d h g k, igitũ totũ, b a d erit ęquale
Per 3. Cor^m. præsentis. toti f g k q̊d est contra suppositũ, ideo neq; b a e quia b a c & d a e sunt æq̃lia rectilineis ꝑ se, & etiã pariter accepta. Totum aũt spatiũ a est ęq̃le quatuor, rectis ergo residuũ, scilicet spatia c a d & b a c pariter accepta sunt ęq̃lia rectilineis spatijs, sed spatiũ e a d non est æq̃le rectilineo, ergo ꝑ demonstrata hic, nec b a e, nã si sit, sit ergo b a e æquale h g k & quia ambo spatia b a e & c a d sunt æq̃lia rectilineo ex demonstratis, sit ergo æqualia f g k, erit ergo ex communi animi sententia spatium f g h æquale spacio c a d, quod est contra primam partem corrolarij.

LEMMA TERTIVM.

Per 11. primi Element. Inter duas rectas lineas se tangentes circuli dati peripheriam
Per 3. eiusdē ducere. Sit circulus datus a b rectilineus angulus c d e, uolo illum diuidere circuli periferia data b f, duco perpendicularem d g ex, d super d c, & facio g d æqualem a b
Per 15. tertij Elem. & duco circulum per d qui sit d h qui cadet infra d c & ob id etiam supra d e, igitur diuidet angulum c d e, quare cum circulus d h sit æqualis circulo b f
Cor^m.6. patet propositum.

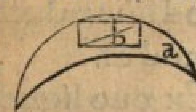


Per 1. diff. tertij eiusdē. Ex hoc patet quod infinitis modis potest diuidi angulus c d e peripheria b f, nam diuiso per rectam c d e linea d k per ęqualia & di-
Per 9. primi Elem. uiso k d e per præsentem peripheria b f, patet propositum quoniam angulus c d e potest in infinitum recta diuidi, & ita semper per peripheriam, unde patet propositum.

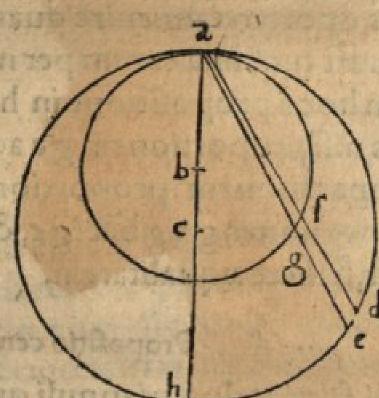
SCHOLIVM.

Atq; hæc omnia sequuntur de mente Euclidis, quæ tamen uidentur difficillima creditu, quoniam anguli rectilinei, et ex peripheria

ria & recta ſunt ex genere quantitatis continuæ, & quòd detur maius & minus & nunquam detur ęquale, uidetur abſurdum ne dum admirabile. Et maximè quod etiam anguli ex peripheria & recta ſunt diuerſorum generum inter ſe & infinitorum. Pręterea iſtud repugnare uidetur ipſimet Euclidi, dicenti duabus magnitudinibus 1. Propoſ. propoſitis inæqualibus, ſi de maiore earum plus dimidio detrahatur, 10. Elem. atq; iterum de reſiduo maius dimidio, & rurſus de eo quod relinquitur plus dimidio, neceſſe erit ut tandem minor minore quantitas relinquatur. Neq; illud argumentum uidetur concludere angulus contactus, ex recta, & circuli circumferentia non poteſt recta diuidi, & rectilineus poteſt diuidi, ergo rectilineus ſemper eſt maior angulo contactus, quia hoc contingit in angulo contactus propter modum anguli, non paruitatem: ſicut etiam non ualet de figura a lunari, & quadrangulo b. nam poteſt b diuidi ab angulo ad angulum recta & a non poteſt, & tamen a maius eſt quam b, cum contineat ipſam.



Proponantur ergo duo circuli a d e & a f g qui ſe contingant in a, & eorum centra ſint b & c & ducantur rectæ a f d & a g e & conſtat q̊d portiones a d & a f ſimiles ſunt, itemque a e & a g, ducta enim a b c per centra circulorum ex contactu Per 11. tertij Element. tranſibit per illa: quare anguli h a g & h a e ſunt ijdem & ſimiliter h a f & h a d ijdem, portiones ergo a f & a d itemq; a g & a e ſimiles ſunt: angulus igitur g a e ex peripherijs & e a d ex rectis ſunt ijdem in puncto Ex 10. diff. tertij Elem. a: ſed quod ad baſim maior eſt baſis g e quam e d: hoc enim ſuppono quod per ſe eſt manifeſtum toties



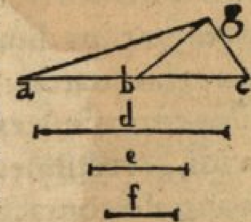
diuidēdo arcum d e ut fiat minor recta g e. Quia ergo ſunt duę magnitudines, quarum termini ſunt ijdem ex una parte, ſcilicet punctum a, ex alia autem unus eſt maior altero, ſcilicet g e quam e f & Per 1. decimi Elem. a d e peripheria eſt maior recta a g e. Ergo per regulam dialecticam ſi ſub eadem proportione procederent, maius eſſet ſpatium ſemper inter peripherias quàm rectas. igitur angulus peripheriarum eſt maior angulo à rectis contento. Cum angulus non ſit niſi quidam habitus propinquitatis linearum, ſed angulus contactus ex recta & peripheria maior eſt contento ex peripherijs cum habeat rationem totius ad partem, igitur angulus contactus eſt maior dato angulo rectilineo.

Propositio centesimasexagesima.

Proposita linea tribusq́ in ea signis punctum inuenire, ex quo ductæ tres lineæ ad signa sint in proportionibus datis.

Co^m. Sit data linea a b c in qua puncta dicta & datæ tres lineę d e f, uolo inuenire punctum, puta g ex quo ductæ tres lineæ ad a b c puncta sint in proportione a g ad g b, ut d ad e & g b ad g c, ut e ad f. Per pręcedentia inuenio circulum ex cuius peripheria omnibus ex punctis ductæ lineæ ad a b sint in proportione d ad e, & per idem circulum ex cuius peripheria quælibet lineæ ductæ ad b c puncta sint in proportione e ad f, si igitur isti duo circuli se secabunt in aliquo puncto puta g: liquet quod lineæ ductæ ex g ad a b c, erunt in proportione d e f.

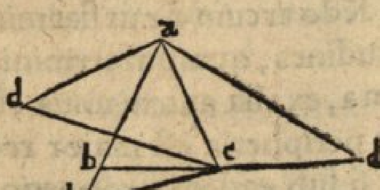
Per 154.



Cor^m. Ex quo liquet quod si uoluero ducere ad tria puncta data, tres lineas in continua proportione data d ad e, subijciam tertiam uel interponam, si uoluero mediam. Et si uellem, ut esset a g ad g b duplicata ei quæ est g b ad b c, & uellem quod proportio d ad a d f data esset, oporteret inuenire duas medias proportione inter d & f, in de operari cum una earum per modum propositum. Differt corrolarium hoc à propositione in hoc, quod in propositione non quærimus nisi proportionem g a ad g b & g b ad b c, non g a ad g c, neq́ comparationem proportionum: at in corrolario quærimus tres proportiones g a g b & g c, & comparationem proportionum inter se, scilicet æqualitatem.

Propositio centesimasexagesimaprima.

Si fuerint duo trianguli quorum bases in eadem linea sint constituti & æquales & ad unum punctum terminati, & latus unum commune inter reliqua quantitate medium, necesse est angulum à maioribus lineis contentum minorem esse.



Co^m. Sint duo trianguli a b c, a c d, quales proponuntur, & sit a d maior a b dico angulum d a c esse minorem. Si non fiat angulus d a c æqualis ex alia parte, & oportet si non sit minor ut uel cadat a d super a b & ducta a d ad ęqualitatem cadet infra b, ducta ergo d c erit trigonus a d c maior a b c, quod esse non potest cum sint æquales.

Per 23. primi Element.

Per 38. primi Elem.

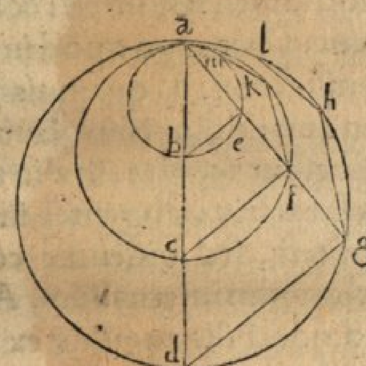
Si

Si autem a d cadat extra a b ducatur d e: quæ si cadat supra b c uel infra, cum totum sit maius parte erit a d e, ut prius maior a b c quod est contra Euclidem. Reliquum est ut d c cadat supra b c: hoc autem esse non potest, nam cum supposuerimus a b esse minorem a c erit angulus a c b minor angulo a b c, quare a c b est minor recto, & ideo a c d maior recto, at a c d æqualis est a c d, alteri igitur a c d est maior recto a c b minor, erit ergo pars maior toto. Per 18. primi Elem. Per 23. eiusdem. Per 13. eiusdem. Per 4. eiusdem.

LEMMA.

His demonstratis quis dicere posset ex superius expositis quod angulus rectilineus semper esset maior angulo contactus: quia angulus contactus non potest diuidi nisi obliqua linea, rectilineus autem tam obliqua quam recta. Propter hoc exponantur circuli tres se tangentes a b, a c, a d hac ratione ut a b, b c, c d sint æquales, erunt enim centra omnia in linea contactus, & ducatur a e f g recta quomodolibet: & erunt ductis lineis b c, c f, d g anguli e f g recti, quare omnes trigoni a b e, a c f, a d g, similes & ideo a e, e f, f g æquales, atque portiones a g, a f, a e, iuxta proportionem circulorum, quare a g, erit sexquialtera a f & a f dupla a e, igitur per præcedentem maior erit angulus e a f, quam f a g, & a d a ex recta & peripheria quam e a f, igitur augendo eadem ratione cum perueniamus ad angulum b a g qui fermè est recto æqualis cum deficiat solo angulo contactus, liquet angulum e a g esse longè maiorem multis rectilineis. Istud posset etiam demonstrari uia Archimedis diuidendo arcus g a in h & f a in k bifariam ducendoque lineas rectas g h & f k & ita diuidendo h a in l, & k a in m bifariam, & ducendo rectas atque ita semper appropinquando puncto a. Concludo ergo quod angulus cõtactus ex recta & peripheria est maior multis rectilineis. Causa autem erroris est quod multi existimarunt corrolarium illud esse Euclidis cum non sit. Nam Euclidi sufficit hoc quòd angulus contactus nõ posit recta diuidi, nam eo utitur postmodũ in demonstrationibus. Eo uerò quod sit minor omnibus rectilineis angulis non utitur, ideò etiam si uerũ fuisset nõ addidisset: quanto minus: cum uerum non sit, ideò fuit adiectũ ab aliquo qui idẽ fore credidit nõ posse diuidi recta linea & esse minus quocunque quod recta linea diuidi posset, quod apertè ut dixi falsum est.

Lemmate 3. Prop. 159.

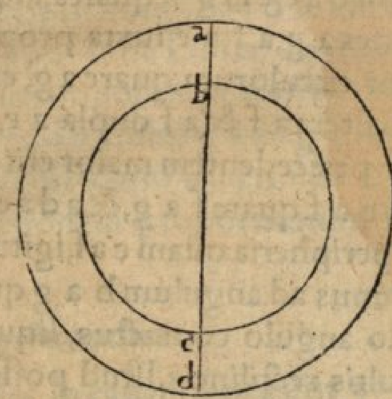


Per 11. tertij Elem. Per 31. tertij Element. Per 32. primi Elem. Per 4. sexti Elem.

Per 10. diff. tertij Elem. Per præcedentem.

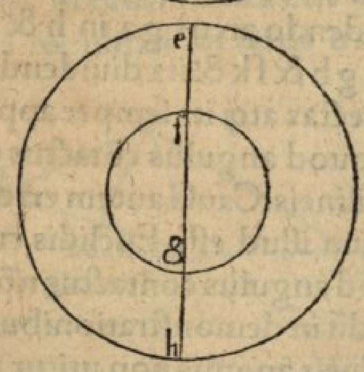
SCHOLIVM.

Ratio autem quòd omnis angulus contactus indiuiduus ſit, ſeu duorum circulorum, ſeu circuli cum recta eſt, quoniam cum fuerint duæ rationes contrariæ, & una perpetuò minuitur, alia manet neceſſe eſt, ut tandem, quæ minuitur, ſuperetur ab ea quæ manet: cum ergo circuli curuitas maneat, & angulus tendat in punctum perpetua diminutione neceſſe eſt, ut curuitas circuli impediat diuiſionem rectè: ſed hoc habet duplicem obicem. Primum, quia nullus angulus ex circumferentia & recta poſſet diuidi: hoc autem falſum eſt manifeſtè, cum ſolus ille qui fit ex contactu lineæ, quæ non diuidit circulum, diuidi non poſsit. Secundò, quod angulus contactus duorum circulorum ſe exterius tangentium multo minus poſſet diuidi angulo contactus interioris duorum circulorum, quod tamen falſum eſt: & hoc animaduertit Campanus noſter, uir acutus. Dico ergo quòd in his qui ſe tangunt exterius, non fit diuiſio niſi ſemel: & quamuis inclinentur mutuò, tamen in concurſu non aptantur, ut cum obuiat rectæ aut cauæ parti circuli quia neceſſe eſt, ut accedat, in alio autem diſcedat: indicio eſt quod circulos ſe exterius tangentes, in puncto facilè deſcribes, interius uix fieri poteſt, ſed uidentur coniuncti per longum interuallum. Ad aliud dico, quòd ille angulus ex recta & peripheria conuexa circuli propter diſceſſum ſeruat maiorem inclinationem in quocunque puncto, quàm ſit acceſſus conuexæ partis exterioris circuli.



Propoſitio centeſima ſexageſima ſecunda.

Proportionem duorum orbium quorum diametrorum cõuexæ partis, & concauæ proportiones datæ ſint, inueſtigare.



Com. Sint duo orbes a b c d & e f g h, & ſit proportio a d ad b c, data & e h ad f g, data & rurſus a d ad e h, dico orbis proportionem a b c d ad orbē e f g h eſſe datã. Quia.n. ꝓportio a d ſphæræ ad b c eſt ueluti ad dimetientis ad b c dimetientē triplicata, ideò cũ nota ſit a d ad b c dimetientiũ, erit nota etiã a d ſphæræ ad b c ſphærã, quare orbis a d ad ſphærã b c. nota eſt etiã ꝓportio b c dimetiẽtis ad a d & ad a d e h & e h ad

Per 18. duodecimi Elem.

eh ad f g, igitur b c proportio dimetientis ad f g dimetientem nota. Per 22.
Quare ſphæræ b c ad f g ſphæram, at nota eſt proportio f g ad e h quinti Elem.
dimetientium igitur & ſphærarum: igitur nota eſt f g ſphæræ ad or & Alizam.
bem e h, igitur cum nota ſit proportio orbis ad a d ſphæram b c, & b c ſphæræ ad f g ſphæram, & f g ſphæræ ad orbem e h, erit proportio orbis a d ad orbem e h nota, quod eſt propoſitum.

Propoſitio centeſima ſexageſima tertia.

Proportionem uirium ſtellarum per motus ſuos indagare.

Mouentur ſtellæ omnes ab Oriente in Occidentem die una, qui Com.
motus fit à prima mente, quæ mouet: ideò quod ad hoc attinet non eſt diuerſitas: uerùm in motibus ab Occidente in Orientem cũ ſint proprij, oportet conſiderare tempus, in quo circumuertũtur, & magnitudinem ambitus, & inde magnitudinem orbis, qui circumagitur, & horum trium facta comparatione dignoſcitur robur uirium ſtellarum & uitarum quæ mouent eas. Ponatur ergo, ut uelim proportionem uitę Saturni ad uitam Lunæ: erit ergo (ut docet Alphraganus) Luna, cum eſt in longitudine propiore, altitudinem habens Diff. 21.
109000 M.P. & cum eſt in longitudine longiore 208500, tota igitur dimetiens 417000 M.P. mane 218000 M.P. Igitur proportio ſolidarum ſphærarum eſt uelut 72511713 ad 10360232, remanebit ergo proportio orbis ad ſphæram elementorum, ut 62151481 ad 10360232, & eſt ſexcuplum fermè. Rurſus proportio dimetientis altitudinis Saturni ad contentum eſt uelut 2011 ad 1440, & eſt propè 201 ad 114, quare 67 ad 38, quare ſphærarum ut 300000 ad 55000 ferme. Igitur ferè ut 60 ad 11. Rurſus proportio dimetientis ſphæræ Saturni ad dimetientem ſphæræ Lunæ eſt propè 313, & ſphærarum ſolidarum 30631710. Perinde eſt. Quia ergo proportio ſphæræ Saturni ad ſphæram Lunæ eſt 30631710, & orbis Lunæ eſt $\frac{5}{6}$ ſolum ſphæræ ſuæ diuidemus 30631710 per $\frac{5}{6}$, & exibit proportio ſphæræ Saturni ad orbem Lunæ 36758052, at quia proportio ſolidæ ſphæræ Saturni ad contentum eſt ut 60 ad 11, erit ſphæræ ad orbem, ut 60 ad 49 reſiduum, diuidam ergo 36758052 per 60, exeunt 612634, & ducam per 49, id eſt per 100, fit 61263400, & diuidendo per 2, exit 30631700, detraho 612634, relinquitur proportio orbis Saturni ad orbem Lunæ 30019066.

Iam uerò circuitus Saturni ad circulum Lunæ, proportio eſt 313, ut uiſum eſt, Lunæ autem tempus per ſex ductum eſt 164 dies, Saturni 177 anni propemodum, qui ſunt dies 64649 diuide, duc ergo 313 in 164, fiunt 51332. Idem ergo peragrat Luna in 51332 diebus, quod Saturnus in 64649, & eſt quo ad hoc agilior,

lior, ut ita dicam, quarta parte: at Saturnus, ut dictum est, mouet orbem 30019066, sed lentiùs quinta parte, detrahe illam fiet robur Saturni in comparatione ad Lunam 24015253.

Est tamen Luna multo agilior ob propinquitatem, & ob uarietatem luminis, & magnitudinem superficiei. Et etiam quod maius est ob id quod defert ad nos uires omnium syderum, nihilominus quo ad uires uix est comparatio.

SCHOLIVM.

46 Multum autem differt hæc propositio à superiore, nam in illa quæsiuimus uim uitarum ex proportione ad sua corpora, quæ quodammodo est quodammodo, non hic autem exponimus uim uitarum ex earum operatione. Propterea subijciemus breuiter altitudinem proportiones in minore longitudine & maiori

Luna	in minore altitudine	51	in maiore	64
Mercurij	in minore	64	in maiore	167
Veneris	in minore	167	in maiore	1120
Solis	in minore	1120	in maiore	1220
Martis	in minore	1220	in maiore	8876
Iouis	in minore	8876	in maiore	14405
Saturni	in minore	14405	in maiore	20110

Stellarum fixarum propior 20110 longior non habetur. Et hæ mensuræ sunt in comparatione ad semidiametrum terræ. Et iuxta id quod potuit secundum rationem haberi: nam demonstratio sola

Lib. 5. cap. 14. 15. & 16. est de altitudinibus Solis & Lunæ, & eorum magnitudinibus à Ptolemæo in magna compositione.

Propositio centesimasexagesimaquarta.

Syderum proportionem in magnitudine ostendere.

Luna ad terram comparata	$\frac{1}{39}$
Mercurij corpus	$\frac{1}{22000}$
Veneris	$\frac{1}{28}$
Solis corpus	166
Martis	$\frac{15}{8}$
Iouis	95
Saturni	91

Diff. 22. Stellarum autem fixarum insignium unaquæque etiam minima, si credendum est Alphragano, est centies maior tota terra, unde canem necesse est centies mille maiorem esse, est enim in eadem altitudine, & dimetiens decuplus dimetienti stellarum secundæ magnitudinis, quas ille insignes uocat: aliter Saturnus non tantus esse posset, cum sit minimus aspectu.

Propositio

Propositio centesimasexagesimaquinta.

Propositionem motuum omnium stellarũ ad solem considerare.

Videtur Sol quasi Rex in Cœlo, nam omnes orbes cum illius motu conueniunt, & uidetur res admiratione digna his, qui non nouerunt, quanta sit concordia omnium rerum, de qua infrà dicemus. Ergo Luna primum hoc habet, ut linea æqualis motu Solis semper media sit inter lineam æqualis motus Lunę & loci maximè inæqualitatis motus eius, ubi scilicet tardissimè mouetur, Veneris autem & Mercurij ut motus æquales idem semper sint cum motu æquali, & locus cum loco ipsius Solis ad unguem præter id quod infrà dicemus. Trium uerò superiorũ ratio sic cõstat ad Solem ut à Ptolemęo obseruatũ est ex Hipparcho. In omni restitutione cuiuslibet planetę superioris numerus reuolutionũ Solis ęqualis est numero restitutionũ planetę secundũ motũ æqualitatis & inęqualitatis pariter acceptis. Velut Saturnus in annis quinquaginta nouem die una & horis decem octo quinquagesies septies per motum inęqualem ad ungue͂, per æqualem autem duabus reuolutionibus parte insuper una & quadraginta quinqꝫ minutijs, quæ respondent diei uni, & horis decem octo ex motu Solis, & ita bis Saturnus reuoluitur secundum motum æqualitatis & quinquagesies septies per motum inæqualem & similiter. Iupiter in annis 70, diebus trecentis sexaginta, horis quatuor, sexaginta quinqꝫ reuolutiones inęquales perficiet & sex ęquales, deficientibus ex ęqualibus quatuor partibus & dextante quod est quãtum peragraret Sol in quatuor diebus, & dextante diei ad perfectionem scilicet annorum septuaginta atqꝫ unius. Martis quoqꝫ stella in annis septuaginta nouem, & diebus tribus & horis fermè quatuor triginta nouem facit inæqualitatis reuolutiones: æqualitatis autem quadraginta duas, & insuper partes tres cum sextante, quas manifestum est peragrari à Sole in diebus tribus atqꝫ horis quatuor. Veneris quoqꝫ sydus in octo annis deficientibus diebus duobus & quadrante, inæqualitatis quinque perficit reuolutiones, æqualitatis autem tantundem ad ungue͂ quantum Sol deficiente eadem parte seu diebus duobus & quadrante. Mercurij quoqꝫ stella in quadraginta sex annis & una die & hora una fermè quadraginta sex fermè perficit reuolutiones æqualis motus & insuper gradum unum cum portione respondenti portioni temporis, id est, horæ fermè uni: inæqualitatis autem censum quadraginta quinqꝫ. Atqꝫ hęc sunt manifestissima et ut dixi admiranda sunt, præterea alia minus generalia, aut minus manifesta aut non tanti momenti quæ consultò prætermitto, non est.n. locus hic docendi artes singulas sed solum ea tractandi quæ ad argumen

tum

Co.

tum pertinent. Igitur ut ad rem redeam. Solis cum octauo Orbe ea ratio est, ut linea quam ille permeat eadem sit quam quę fixę stellæ, non.n.ad eandem distantiam & mente conceptam ab æquinoctijs descendentem ac æquidistantem mouetur, sed ad eam secundum quam stellę fixę in octauo orbe mouentur in comparatione ad eclipticam superioris orbis. Porrò de his atque huiusmodi in Paralipomenis diximus, ubi etiam docuimus quomodo secundum duos circulos, qui solum circa suum centrum mouentur, punctus datus perpetuò in recta linea feratur. Lib. 14. cap. 7.

Propositio centesimasexagesimasexta.

Proportiones musicas superpartientes in eas quæ particula una tantum abundant reducere.

Com. Ptolemęi hoc inuentum fuit, ut & multa alia pręclara: itaque statuendum est, primum uoces ęquales non concentum efficere, quia diuersæ non sunt, quę autem diuersę sunt, nihilominus proportione constant simplicissima & multiplici, tales optimam efficiunt armoniam. Eiusmodi sunt quæ in dupla sunt proportione, uocatur autem diapason.i.quasi omnia comprehendens non à numero uocum uelut diapente & diatessaron à quatuor & quinque uocibus. In diapaso.n.omnia cõprehendi uidentur.i. omnes uocũ differentiæ, quanquã ex octo tantũ uocibus constet. Pòst sunt quæ in q̃drupla, unde bis diapason, post quæ in tripla, nam ꝓpior est monadi seu ęqualitati: sed non adeò simplex ut bis diapason. Vocant aũt hanc diapason diapente: inde subsequit̃ octupla quę uix in uocib. humanis habetur: frequẽs in instrumentis, uocat́que tris diapason inde sexcupla, seu bis diapason diapente. Quintupla aũt minus cõcors est: sed de hac inferius dicemus, atque de multiplicib. dicta sunto. Sed de cõcentu ex particula superaddita sexquialtera sexquitertia atque alijs nunc agendum. Clarum est.n.has esse simplicissimas. Cum ergo dupla proportio non magis possit diuidi æqualibus interuallis atque simplicibus proportionibus quàm in sexquialteram & sexquitertiam, uelut inter 4 & 2 interposito 3. nam proportio 3 ad 2 est sexquialtera, & 4 ad 3 sexquitertia: nec melius potest diuidi, at sexquialteram & sexquitertiam quantumuis magnis numeris diuidere non licebat melius aut commodius quam per sexquioctauas: uelutì sumpto numero 64 cui duplus est 128, inter medius 96 qui cum 64 sexquialteram facit proportionem, quæ suauissima est omnium deductis multiplicibus, uocaturque diapente. At quæ est 128 ad 96 sexquitertia est minusque benè sonat per se, sed in acutioribus uocibus solum cum alijs benè sonat, uelut cum diapente, perficiens diapason, interuallum, ergo inter 96 & 64 diuisum per sexquiocta-

uas