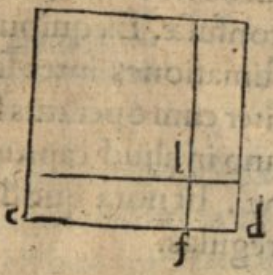
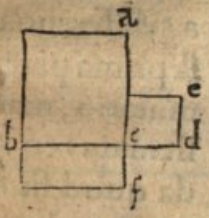


DE REGVLA ALIZA LIB.

tum fit ex c d in k l, l d iterum 40, & erunt superficies k l & l d 10, & æquales necessario superficiebus m n & h b, quia & ipsæ ductæ in a b, quæ est æqualis c d producit 40. Igitur quia uolo in prima superficie quod soli cubi æquales sint 40, & in secunda quod cubi cum duobus corporibus mutuis efficiant idem 40, & quod æstimationo sit eadem, igitur necesse est ut in secunda figura i cub. æquetur 6 rebus etiam p: 40,



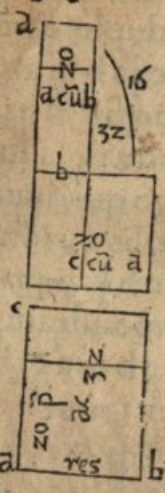
sed diuisio in f est proximior medio quàm in prima figura in e, nec regula illa seruit huic æquationi sic intellectæ, ergo oporteret inuenire aliam ei propriam. Idem igitur dico de exemplo superiore, ponatur a b r̄ cu. 32 p: r̄ cu. 2, & sit diuisio binomij in e, & i cu. æqualis 12 rebus p: 34: & erunt n m & h b 12. In secunda autem figura erunt itidem k l, l d 12, sed diuisio erit, ut propositum est in f, nec licebit cum æquatione i cu. æqualis 12 rebus p: 34, inuenire c d ut composita est ex c f & f d, sed ex alia regula. sed inueniemus a b ut est diuisa in partes a e, e b e c postmodum si noluerimus a f, f d. Hoc tamen satis est ut intelligamus dari quantitatem mutuan, quæ possit eo modo ducta producere numerum. Si fuerint duæ quantitates quod fit ex prima in quadratum secundæ, est æquale ei quod fit ducta secunda in r̄ primæ in se. Hoc autem cõmutandi causa. Sit prima a b quadratum, secunda c d, fiat ergo ex b c in c d, b f dico b f esse latus b a in c e. Quia enim ex a b in c d fit quantum ex b c in b f, eo quod utrobique ducitur c d in quadratũ b c, erit proportio corporis c d in a b ad b f superficiem linea b c. Similiter proportio corporis ducti in b c ad a b est quadratũ c d: igitur proportio pducti a b in c e ad b f est ipsa b f, igitur b f in se ducta, producit a b in c e.



32 p: lat. a

SCHOLIUM.

Ex uisib hic & superius apparet liquido, quod omnes regulæ uigefimiquinti capituli Artis magna, quas uocant speciales, sunt generales, & dicuntur speciales solum ratione generis æstimationis, & ideo si quis dicat cu. æqualis est 20 rebus p: 32, dicemus quod æstimationo est 20 d. p. r̄. p. 32. id est diuisum in partem & radicem producentes 32. Et similiter erit 32. p. 20 cum p 32. id est producentis 20 cum producente 32. Et similiter dicetur. Ag. r̄ p: 20 p: n: 16. id est aggregatum radicum partium 20, quæ mu



Cap. 23

NN tuo

Cap. 28. tuò ductæ producunt 16 dimidium 32. Dicemus etiam ex superius dictis hoc idem, ut res redigatur ad tres æstimationes, nam aliq̄ sunt confusæ. Ex quibus sequitur quòd istæ æstimationes inter se erunt æquales. Et similiter cum operatus fueris in illis, transibis ex uno in aliud capitulum, ut cum æstimatione, Et nota quod in figura a uariat magnitudinem iuxta singulas regulas.

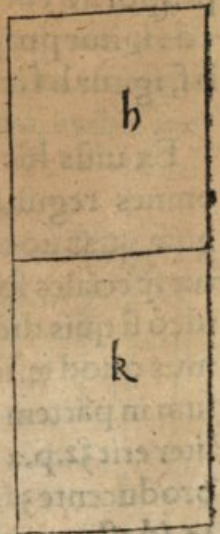
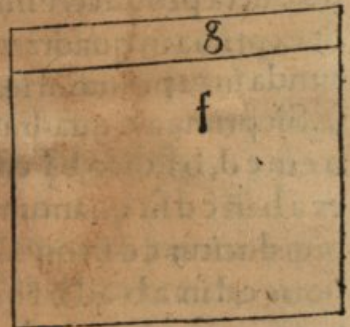
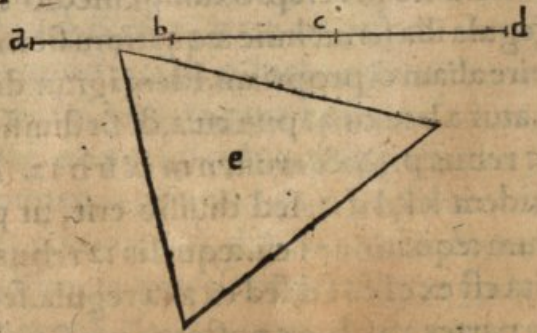
Vide supra cap. 31 & 40 in fine, & infra ca. 57.

20. d. p. r. p. 32
32. p. 20 cu. i. 32
Ag. r. p. 20. p. m. 16.

Dè perpetua additione quantitatum. CAP. LIIII.



Dico quod si capias duas quantitates a b, b c & iungas eas, & sit producti b a in a c, aggregatum à quadrato b c differentia superficies e, dico quod si addatur a c tanquam partit c d æqualis b c, quod differentia quadrati a c conuersa ratione a producto c d in a d, & hoc semper procedet, id est posita a d una parte addemus æqualem a c, & fiet a c in aggregatum a d & a c differentia à quadrato ad idem e. ostensa prima patet reliqua. Et semper fit commutatio, nam si in prima quadratum b c fit maius eo quod ex a b in a c erit in secunda quod fit ex c d in a d maius quadrato a c. Quod ergo fit ex c b in se cum eo quod fit ex c a, in se est æquale duplo quadrati c b in se, & duplo c b in a b, & quadrato a b: quod etiam fit ex a b in a c, & c d in d a est æquale eisdem quinque superficiebus. igitur quadrata c b & c a sunt equalia duabus superficies a b in a c, & d c in d a, sint ergo quadrata b c, c a superficies f g, ita ut f sit æqualis quadrato a c, g quadrato b c, superficies autem h k æqualis a b in a c, & c d in d a, erit igitur ut demonstratum k h æqualis f g, sit autem h æqualis a b in a c: k autem æqualis c d in d a, quantum igitur h excedit g tantum f k: uel contra quantum g excedit h tantum k excedit f, sed differentia g & h ex supposito est e, igitur e est etiam differ-



Per 4 secundum di Elem.
Per 1 secundum di Elem.

rentia

rentia f & k, sed f est æquale quadrato a c, & k producto ex e d in d a, igitur constat propositum.

Quæstio generalissima, per quam ex tribus conditionibus uniuersalibus ad unam deuenimus quantitatem specialem, & est admirabilis. CAP. LV.



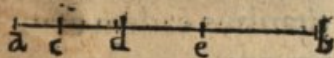
St quantitas cuius latus ductum in residuum producti latus tanto maius est latere aggregati quanto residuum totius detractis duobus lateribus maius est hoc ipso latere.

Quantitas est 1 quad. latus 1 pos. residuum 1 quad. m: 1 pos. latus igitur producti & 1 cu. m: 1 quad. habemus igitur 1 pos. & 1 cu. m: 1 quad. & 1 quad. m: & 1 cu. m: 1 quad. & m: 1 pos. que se æqualiter excedunt: igitur ut in proportionibus æqualibus multiplicatio, ita in excessibus coniunctio 1 quad. m: & 1 cu. m: 1 quad. duplum erit & 1 cu. m: 1 quad. Et ideo 1 quad. æquale triplo & 1 cu. m: 1 quad. quod est & 9 cu. m: 9 quad. Igitur 1 quad. quad. æquale 9 cu. m: 9 quad. & 1 quad. p: 9 æqualia 9 pos. igitur res est $4\frac{1}{2}m$: & $11\frac{1}{4}$. Aggregatum $31\frac{1}{2}m$: & $911\frac{1}{4}$ detrahe $4\frac{1}{2}m$: & $11\frac{1}{4}$. Relinquitur aggregatum secundæ & tertiæ $27m$: & 720 , hanc diuide ut æqualiter se excedant, detrahe duplum $4\frac{1}{2}m$: & $11\frac{1}{4}$ ex $27m$: & 720 , relinquuntur $18m$: & 405 , cuius sume tertiam partem quæ est $6m$: & 45 , adde primæ habebis $10\frac{1}{2}m$: & $101\frac{1}{4}$, tertia fiet simili ex additione $16\frac{1}{2}m$: & $281\frac{1}{4}$.

$$\left. \begin{array}{l} 4\frac{1}{2}m : \& 11\frac{1}{4} \\ 10\frac{1}{2}m : \& 101\frac{1}{4} \\ 16\frac{1}{2}m : \& 281\frac{1}{4} \end{array} \right\}$$

QVÆSTIO. II.

Linea a b est decem diuisa in quatuor quantitates æqua proportione & differentiæ illarum, simul iunctæ sunt quinque. Sit igitur a e 1 & c d 1 pos. d e erit 1 quad. & e b 1 cu. Et quia ex regulis generalibus quantitatatum differentiæ a c, c d, d e, e b, sunt æquales differentiæ a c & e b,



in quotuis quantitatibus quolibet modo, & ordine sumptis erit differentia a c a b c b ad a b 1 cu. m: 1 ad 1 cu. p: 1 quad. p: 1 pos. p: 1, igitur dupla, quare 1 cu. p: 1 quad. p: 1 pos. p: 1 æqualia 2 cu. m: 2, & 1 cu. æqualis 1 quad. p: 1 pos. p: 3, & est in capitulo & clarum. Habebimus ergo aggregatum 1 cu. p: 1 quad. p: 1 pos. p: 1. at nos uolebamus non illud, sed 10. dicemus ergo si a b aggregatum esset 10, quanta esset a c, duc 10 in 1 fit 10, diuide per aggregatum, exhibit quantitas a c in linea a b quæ est 10, & ea quantitas ducta per rem producet c d, eadem ducta in rem producet d e deductis a c, c d & d e ex a b, relinquetur nota etiam b e.

Quod si dicat differentias a c & c d, itemq; d e & e b esse quinque cum tota a b sit decem; ponemus ut prius, & erunt differentiae c d & e a i pos. m: i & e b & e d i cu. m: i quad. igitur i cu. p: i quad. p: i pos. p: i sunt dupla i cub. m: i quad. p: i pos. m: i. Quia ergo i cub. p: i quad. se habet ad i pos. p: i ut i cu. m: i quad. ad i pos. m: i. nam utriusque proportio est i pos. erit permutando i cu. p: i quad. ad i cu. m: i quad. ut i pos. p: i ad i pos. m: i, igitur iungendo erit proportio i cu. p: i quad. p: i pos. p: i ad i cu. m: i quad. p: i pos. m: i ut i pos. p: i ad i pos. m: i. At illa proportio fuit dupla, duplum igitur est i pos. p: i ad i pos. m: i & i pos. p: i æqualis 2 pos. m: 2. igitur i pos. æqualis 3. proportio igitur quantitatum tripla est. Erunt igitur quantitates 1. 3. 9. 27. tota igitur a b est 40. At nos supponimus eam esse decem, solum igitur cum 40, sit quadruplum ad 10 erunt a c, c d, d e, e b, quarta pars 1. 3. 9. 27. Quare erunt $\frac{1}{4}$. $\frac{3}{4}$. $2\frac{1}{4}$. $6\frac{3}{4}$. Et differentiae $\frac{1}{4}$ & $\frac{3}{4}$ & $2\frac{1}{4}$ & $6\frac{3}{4}$ sunt 5. 1. 1. $\frac{1}{2}$ & $4\frac{1}{2}$.

Cor^m. 1. Ideo nota quod aggregatum quatuor quantitatum, ad aggregatum illarum duarum differentiarum proportionem habet quam proportio ipsa monade, addita habet ad proportionem ipsam detracta unitate, ut ita liceat latinè loqui tamen. Velut 8. 12. 18. 27. aggregatum 65, aggregatum differentiarum 13 proportio quintupla, & est ut $2\frac{1}{2}$ ad $\frac{1}{2}$, est autem $2\frac{1}{2}$ i p: proportione sexquialtera, quæ scribitur $1\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{2}$ m: eadem proportione.

Cor^m. 2. Ex hoc etiam sequitur, quod cum proportio aggregati ad duas differentias primæ & secundæ, itemq; tertiæ & quartæ fiat detracta & addita monade ad proportionem partium, & in omnibus quantitibus eadem maneat, quòd si uoluerò aliquam proportionem, utpote nonuplam inter aggregatum quantitatum & duarum differentiarum accipiam. i. m: in proportione. i. octuplam, & accipiam partem octauam 2, & est $\frac{1}{4}$ cui addam 1, & est $1\frac{1}{4}$, & hæc erit proportio scilicet sexquiquarta, etsi uoluerò decuplam auferò i fit nonupla, & capio nonam partem 2, quæ est $\frac{2}{9}$ & ei addo i fit $1\frac{2}{9}$ proportio i. superbipartiens duas nonas, & si uoluerò supertripartientem decimas. i. $1\frac{3}{10}$ inter quantitates ut habeam proportionem aggregati ad aggregatum, ut 23 ad 3, & habebis quantitates ut uides, ideo detrahe 3 à 23 relinquatur 20, diuide 2 per 20 exit $\frac{1}{10}$ sumo triplum, & est $\frac{3}{10}$, cui addo 1 & fit $1\frac{3}{10}$, proportio partium quæsita & idem in alijs.

Cor^m. 3. Quantitatum proportionem ad aggregatum manent eadem dico, ad aggregatum differen-

Quantit.	1000
	1300
	1690
	2197
Ag. q.	6187
Ag. d.	807
Propor. 23 ad 3	

tiarum


R 20 p:20 numero m:R 320. Igitur pos. R 20 æquan-
tur 120 m: R 328, diuide numerum per numerum
positionum, erit rei æstimatio R 20 m:4. Igitur
quantitates erunt ut uides.

4
3 p: R 5
2
3 m: R 5

Et constat quod sunt in continua proportione:
nam ex prima in tertiam fit 6 m:R
20, quod est quadratum secundæ.
Et differentia primæ à secunda est
3 m:R 5, & tertiæ à quarta 3 p: R 5,
quæ iunctæ faciunt 6, & differen-
tia secundæ à tertia est 2, ut propo-
situm est.

R 5 m: 1	1 pos.
R 5 m: 1	1 pos. p: 3 m: R 5
R 5 p: 1	1 pos. p: 5 m: R 5
R 20 p: 4	1 pos. p: 8
R 180	

De duabus quæstionibus pulchris sed impertinentibus.
C A P. LVI.

 Vm fuerint tres quantitates, & uolueris eas diuidere in
duos ordines quantatum eiusdem proportionis pri-
mum, diuides secundum pro arbitrio. i. mediam, quia in
numeris modis poterit solui quæstio, ut etiam sub certa proportio-
ne quantatibus ut libet uariatis iuxta proportionis naturam, erunt
ergo duo generales modi, scilicet quantatis & proportionis. Sint
ergo quantitates 5. 8. 13. Et proportionem assumamus duplam,
erunt igitur 5 m: 1 pos. 8 m: 2 pos. 13 m: 4
pos. in continua proportione, quare ut
uides extrema inuicem conueniunt du-
cta cum media in se, & abiecto numero
quadratorum utrinque qui semper erit,
idem erit 1 pos. æqualis 1. igitur quanti-
tates erunt 1. 2. 4. & reliquæ 4. 6. 9. & hic
modus est facilis. Etenim si posuisses in
proportione quadrupla fuissent, ut uis-
des. At si quantitates mediæ iam distin-
ctæ supponantur. Velut in primo exem-
plo à latere uides. Duc 5 primum aggreg-
atum in 4 quadratum mediæ minoris
fit 20, diuide per 13 aggregatum maio-
rum exit $1\frac{7}{13}$, detrahe inde 4 quadratum
mediæ minoris ex 36, quadrato mediæ
maioris relinquitur 32, diuide per 13 exit
 $2\frac{6}{13}$ detrahe ex 5. minore aggregato relin-
quitur $2\frac{7}{13}$, cuius dimidio in se ducto cum

5 m: 1 pos.		
8 m: 2 pos.		
13 m: 4 pos.		
65 p: R quad. m: 33 pos.		
64 p: 4 quad. m: 32 pos.		
$\frac{1}{29}$	$\frac{4}{29}$	$\frac{10}{29}$
$4\frac{28}{29}$	$7\frac{25}{29}$	$12\frac{13}{29}$
Aggreg. Prim.	Sec.	Agg. 3
5	2	13
20	$\frac{6}{4}$	
13	36	132
$1\frac{7}{13}$		$\frac{13}{2\frac{8}{13}}$
$2\frac{7}{13}$		
$1\frac{7}{26}$		$1\frac{44}{576}$
		$1\frac{7}{13}$
$\frac{7}{26}$		$\frac{49}{576}$ *

fiat

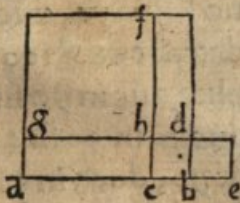
fiat $1\frac{43}{576}$, detrahes iam seruatum primum prouentum, & est $1\frac{7}{13}$ relinquetur $\frac{49}{576}$ cuius $\frac{7}{20}$ addita uel detracta ab $1\frac{7}{20}$, dimidio residui minoris aggregati ostendit partes 1 uel $1\frac{7}{13}$. Igitur partes erunt secundum primam æstimationem 1. 2. 4. & 4. 6. 9. & iuxta secundam. Quod si aggregata sint mutua 1, ut prima cum tertia coniungatur, erunt gratia exempli 8. & 2 & 6 & 10, peruenies ad notitiam eodem modo 4. 2. 1. & 4. 6. 9. & $\frac{4}{5}$ 2. 5. & $7\frac{1}{5}$. 6. 5. & ideo duplex ordo uideretur ex his haberi.

*	1	2	4
	4	6	9
	$\frac{20}{13}$	2.	$\frac{13}{5}$
	$\frac{49}{13}$	6.	$\frac{52}{5}$
	5.	4 m: 1 pos.	13.
		4 p: 1 pos.	

REGVLA SECUNDA POMPONII
de Bolognetis.



Int duæ lineæ ab & bc gnomo, qui est differentia quadratorum c g f d, & producat b c æqualis b c, dico quod rectangulum ex a c differentia in a e aggregatum laterum est æquale gnomoni dicto. Nam ex Prima secundi Elementorum quod fit ex a c in a e, est æquale ei quod fit ex a c in se, & in cb & b c. Sed quod fit ex ac in se ipsum est æquale quadrato gf, & quod fit ex a c in b c est æquale rectangulo cg ex diffinitione data in initio Secundi Elementorum: & quod fit ex a c in b e est æquale rectangulo df, quia b e est æqualis ch, etenim supposita est æqualis b c & df est æquale a b, ex his quæ dicta sunt in Primo Elementorum, igitur liquido patet propositum.



Cum ergo soleamus inuenire ex basi orthogoni & altero latere reliquum latus hoc modo, sit latus recto oppositum 1307, alterum 564 ducuntur in se, & fiunt 1708249 & 318096, detrahe unum ex altero fit 1390153, cuius $\frac{1}{2}$ est alterum latus. Sed ex præcedenti demonstratione longe breuius iunge 564 et 1307 fiunt 1871, detrahe etiam unum ex altero fit 743, duc 743 in 1871, fiunt ut supra.

In hac operatione ingrediuntur figuræ 43, in priore autem figuræ 72. Maius etiam est discrimen & licentia errandi maior in maioribus numeris. At uero ex demonstratione simili

1307	564
1708249	318096
318096	
<u>1390153</u>	1307
	564
	1871
	743
	5613
	7484
	13097
	<u>1390153.</u>
	975342
	<u>975342</u>
	1950684
	3901368
	2926026
	40
	4876701
	40
	6827394
	00
	8778078
	160
	<u>951292016964</u>
	1600
	<u>951292018564.</u>

Propos. 47.

poterimus

poterimus iungere latera, nam si magna sint ambo, ut pote 975342 & 975362, ducemus maiorem in se & duplicabimus, & ei addemus quadratum differentia, & habebimus quadratum lateris oppositi angulo recto. Fit ergo hæc operatio tota cum 75 figuris, at alio modo 120 figuris indiget. Præterea operationes addendi in hac sunt 16, in alia 34, quod si quantitas minor parua sit, & differentia magna erit, tunc ordinarium modum sequemur.

Modus multiplicandi noster ut 87 in 89, duc 90 in 90 proximum denarium fit 8100, duc defectum seu differentiam, in differentiam fit 3 totum 8103, iunge 3 & 1 fit 4, duc in 90 fit 360, detrahe ex 8103 relinquitur 7743, si uero uolueris ducere 87 in 93, duc 90 in 90 fit 8100, duc 3 se fit 9, detrahe ab 8100 relinquitur 8091. Duc tertio 88 in 94, duc 90 in 90 fit 8100, duc 2 minus in 4 excessum fit 8, detrahe ex 8100 relinquitur 8092, detrahe 2 minus à 4 plus fit 2, plus, duc in 90 fit 180, adde ad 8092 fit 8272. Duc demum 49 in 93, duc 50 in 90 fit 4500. Et 1 in 3 fit 3, detrahe, habes 4497, duc 1 in 90 fit 90, duc 3 in 50 fit 150, detrahe 90 à 150, relinquitur 60, adde ad 4497, habes 4557. uel ducas 47 in 88. duc 90 in 50 fit 4500, duc 3 in 2 fit 6, iunge fiunt 4506, duc 3 in 90 fit 270, & 2 in 50 fit 100, iunge fiunt 370, detrahe ex 4506 relinquantur 4136, semper autem oportebit duo iungere tantum aut quatuor aut duo iungere & duo minuere. Et utilis est ad supputationem quæ mente sola fit.

De tractatione æstimationis generalis capituli cubi æqualis rebus & numero. CAP. LVII

Cap. 40 in
fine, & 53
in fine.

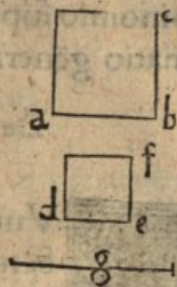


Per 47 primi
Elem.

Am docui te quod æstimatio generalis capituli cubi æqualis rebus & numero non est habita, neque per regulam generalem neque specialem, nisi per illam, ut inuenias quantitatem quæ ducta in secundam, producat numerum æquationis, & illa secunda quantitas gerit uicem gnomonis, & sit prima radix seu latus aggregati ex numero rerum, & secunda illa quantitate inuenta. Et est hoc secundum naturam (ut dixi) quia linea ponitur latus aggregati duarum superficierum quadratarum, & ideo erit opposita angulo recto à lateribus illorum duorum quadratorum contento. Et dixi iam quod hæc quantitas describitur, ut in exemplo cubi æqualis 20 rebus p:32, sic 32 p: 20. c. p. 32.1. producens 20 cum producente 32. seu melius r: 20 p: d.32. id est r: 20 p: diuiso 32 per ipsam radicem. Aliter r: 20 f.32. id est r: 20 cum fragmento 32 supple per eandem radicem diuisi. Fragmentum enim est quod ex diuisione prodit. Hoc igitur nomine utemur deinceps si cui aliorum aliquid arrideat, uel etiam nouum imponat, modo res constet

stet non grauabor. Igitur $\Re 20 f. 32$ est æstimatio cubi equalis 20 rebus $p: 32$ numero ut dictum est.

Dico ergo primum quòd hæc æstimatio non potest esse, neque ex natura binomij, nisi ut mutantur neq̄ recisi sint $a b c$ & $d e f$ quadrata illa, & $a c$ numerus rerum $d f$, quod prouenit diuiso numero per g rem ipsam: quia ergo g si est binomium $d e f$ est recisum, igitur cum $a b c$ sit numerus, erit aggregatum ex $a b c$ & $d e f$ recisum, igitur latus eius est recisum: non ergo g fuit binomium, & si ponas quòd g sit recisum, erit $d e f$ binomium & aggregatum $a b c, d e f$ binomium, igitur latus eius, binomium primum & non recisum.



Ex 4 decima
mi Elem. &
sequent.

Cum igitur cubus æqualis rebus & numero, ut in exemplo præcedenti, ut supri uisum est, habeat æstimationem $\Re 17 p: 1$, & hoc est binomium, & necesse est ut sit $\Re 20 f. 32$, diuido 32 per $\Re 17 p: 1$, & sufficit ducere $\Re 17 m: 1$ in 2 , fit $\Re 68 m: 2$, quòd additum ad 20 , efficit $18 p: \Re 68$: & ita uides quòd redit ad binomium, cuius \Re est $\Re 17 p: 1$ rei æstimatio, constat ergo quòd nullum recisum potest esse eiusmodi: neq̄ etiam binomium cuius prima pars sit numerus, nam fragmentum erit necessariò cum secunda parte $m: \Re$, igitur totum esset recisum. Est igitur quærenda quantitas eius generis ut diuiso numero per eam illius possit esse radix, & constat in binomio quinto (ut dixi) & in secundo sit $\Re 12 p: 3$, ut supra uolo inuenire cubum æqualem rebus & numero, fac ut in regula de modo, & uidebis quòd solum conuenit secundo binomio & quinto. Regula ergo de modo duplica numerum æquationis seu æstimationis habitæ, & duc utrunq̄ in se & differentiam adde quadrato \Re æstimationis, & habebis numerum rerum. Inde accipe \Re quadrati rei & ab ea minue differentiam numeri rerum, & numeri quadrati rei, & hoc duc in rem ipsam, & producetuf numerus æquationis. Exemplum proponitur $\Re 7 p: 2$ pro æstimatione duplica 2 fit 4 , duc 2 & 4 in se sunt 16 & 4 , quorum differentia est 12 , adde 7 quadratum $\Re 7$ fit 19 numerus rerum. Inde accipio $\Re 112$ quadrati $\Re 7 p: 2$, & ab ea minue 8 differentiam 19 numeri rerum, & 11 numeri quadrati $\Re 7 p: 2$, nam ducta in se producit $11 p: \Re 112$, igitur numerus illius quadrati est 11 , hanc ergo differentiam minue à $\Re 112$ iam seruatam, & est \Re quadrati rei fiet $\Re 112 m: 8$, duc in rem quæ est radix $7 p: 2$, habebis numerum 12 , igitur 1 cu. æquatur 19 rebus $p: 12$ numero. Constat uerò quòd æstimatio non potest augeri, nec minui stante numero rerum & æquationis eodem, nam si augeatur quòd exit, minuitur igitur & aggregati quæ est res, & si minuitur quòd exit, augetur igitur &

Et aggregati quæ est res: & ita dum augetur minuitur, & dum minuitur augetur quod esse non potest. Constat etiam quod talis æstimatione est communis binomio cubico inuento in parte capituli, & binomio superficiali hic declarato & communis quantitas est æstimatione generalis.

De communi quantitate duabus incommensis quot modis dicatur. CAP. LVIII.

SVnt ergo iam notæ duæ æstimationes cubi æqualis rebus & numero, una in parte maiore numeri, & est binomij cubici, alia in parte minoris numeri binomij ex re quadratis secundi uel quinti, & communis æstimatione quæ non potest esse incommensis, essent enim inter se commensæ, & quarta scilicet quæ intelligitur in parte minoris numeri, deficere igitur commune oportet, ut dicatur per coniunctionem. Sint igitur $a b$ & $b c$ incommensæ, & sint coniunctæ ita ut medium earum sit d , id est aggregati, ut gratia exempli, $a b$ sit $8 p:2$, & $b c$ $4 p:2$. Postquam igitur non potest esse communis æstimatione per commensum commune: ita enim essent eiusdem naturæ inter se, aut erunt ergo per uiam additionis & detractionis ut sit $a d$, igitur $a d$ erit $2 p:1 p:2$ $cu. \frac{1}{2} p:2$ $cu. \frac{1}{4}$ quare $b d$ erit $2 p:1 m:2$ $cu. \frac{1}{2} m:2$ $cu. \frac{1}{4}$, quam conuenit addere quadrinomio, & ita potuissimus ab initio inuenire $a b$ & $b c$, sicut duo hæc quadrinomia eiusdem generis. Ponamus rursus quod primum inuentum. gratia exempli, sit $a e$ quod addat super $a b$ 2 , ut eam oporteat detrahere, aut sit minus $c e$ in 2 , igitur oporteret inuenire $a e$ & $c e$ prius quæ sunt inæquales, & una est quantitas trinomia alia 2 $cu.$ simplex, hoc autem absurdum. ideo uia operationis nulla est. Necessè est igitur ut sit quantitas communis genere non $a b$ nec $b c$: & hoc esse potest, nam animal est commune homini & asino & boui & equo, ita $a b$ & $b c$ continentur sub communi aliqua quantitate, quæ donec communis est omnibus habet solam eam proprietatem, quod cum diuiditur numerus simplex æquationis, per illam ipsam est re numeri rerum cum eo quod prodit. Huic accidere potest ut sit numerus, ut binomium secundi & quinti generis: ut sit 2 $cu.$ binomia simplex, ut hic uel binomij cum suo reciso, uel ut sit alia quantitas semper cum illa proprietate. Diuidamus ergo 16 per $8 p:2$, exit 2 $m:8$, addo ad 20 fit $12 p:2$ 128 , quadratum $8 p:2$, nam cubus fuit æqualis 20 rebus

2, exit re cu. 16 m: 2 p: re cu. 4, hoc adde ad 6 numerum rerum fit re eu. 16 p: 4 p: re cu. 4, & hoc est quadratum re cu. 4 p: re cu. 2. Commune est ergo ut uides in utraque diuisione prodire recisum, quod additum numero rerum, transeat in naturam similem quadrato rei: numerus igitur rerum mutat naturam eius, quod prouenit ex diuisione numeri æquationis per rem.

De ordine & exemplis in binomijs secundo & quinto.

Vm semper incrementum numeri, & primus numerus incipiat à re primi numeri rerum, & dimidium eius re sit secunda pars binomij stabilis, quæ est numerus æstimationis & primæ partis quadratum incipit à quarta parte primi numeri rerum, & inde tam numerus rerum quam etiam incrementa quadratorum primæ partis binomij, quæ est re augeantur per monades: quæ facilius patent in suppositis exemplis primis: quatuor, cum quintum sit extra ordinem manente æstimatione, uelut in tertio exemplo primus numerus rerum est 9, cuius re est 3, à quo incipit primus numerus æquationis, & eius dimidium est $1\frac{1}{2}$ pars secunda æquationis, quæ remanet immobilis, & prima quæ est re $2\frac{1}{4}$ cuius quadratum est quarta pars primi numeri rerum, id est 9. Et augent talia quadrata post modum per monadem, seu unum, ut etiam numerus rerum, ut in figura uides. Ex quibus sequuntur quatuor corrolaria.

Exemplum primum incrementi per 1.

1 cu.	0 p: 1 pos.	re $\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$
1 cu.	1 p: 2 pos.	re $1\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$
1 cu.	2 p: 3 pos.	re $2\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$
1 cu.	3 p: 4 pos.	re $3\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$
1 cu.	4 p: 5 pos.	re $4\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$
1 cu.	5 p: 6 pos.	re $5\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$
1 cu.	6 p: 7 pos.	re $6\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$
1 cu.	7 p: 8 pos.	re $7\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$
1 cu.	8 p: 9 pos.	re $8\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$
1 cu.	9 p: 10 pos.	re $9\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$
1 cu.	10 p: 11 pos.	re $10\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$
1 cu.	11 p: 12 pos.	re $11\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$
1 cu.	12 p: 13 pos.	re $12\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$
1 cu.	13 p: 14 pos.	re $13\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$
1 cu.	14 p: 15 pos.	re $14\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$
1 cu.	15 p: 16 pos.	re $15\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$
1 cu.	16 p: 17 pos.	re $16\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$
1 cu.	17 p: 18 pos.	re $17\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$

Exemplum secundum incrementi per 2.

1 cu.	0 p: 4 pos.	re 1 p: 1
1 cu.	2 p: 5 pos.	re 2 p: 1
1 cu.	4 p: 6 pos.	re 3 p: 1
1 cu.	6 p: 7 pos.	re 4 p: 1
1 cu.	8 p: 8 pos.	re 5 p: 1
1 cu.	10 p: 9 pos.	re 6 p: 1
1 cu.	12 p: 10 pos.	re 7 p: 1
1 cu.	14 p: 11 pos.	re 8 p: 1
1 cu.	16 p: 12 pos.	re 9 p: 1
1 cu.	18 p: 13 pos.	re 10 p: 1
1 cu.	20 p: 14 pos.	re 11 p: 1
1 cu.	22 p: 15 pos.	re 12 p: 1
1 cu.	24 p: 16 pos.	re 13 p: 1
1 cu.	26 p: 17 pos.	re 14 p: 1
1 cu.	28 p: 18 pos.	re 15 p: 1
1 cu.	30 p: 19 pos.	re 16 p: 1
1 cu.	32 p: 20 pos.	re 17 p: 1
1 cu.	34 p: 21 pos.	re 18 p: 1

OO 2

Exemplum

Exemplum tertium incrementi per 3.

Exemplum quartum incrementi per 4.

1 cu. 0 p: 9 pos. $\Re 2\frac{1}{4} p: 1\frac{1}{2}$	1 cu. 0 p: 16 pos. $\Re 4 p: 2$
1 cu. 3 p: 10 pos. $\Re 3\frac{1}{4} p: 1\frac{1}{2}$	1 cu. 4 p: 17 pos. $\Re 5 p: 2$
1 cu. 6 p: 11 pos. $\Re 4\frac{1}{4} p: 1\frac{1}{2}$	1 cu. 8 p: 18 pos. $\Re 6 p: 2$
1 cu. 9 p: 12 pos. $\Re 5\frac{1}{4} p: 1\frac{1}{2}$	1 cu. 12 p: 19 pos. $\Re 7 p: 2$
1 cu. 12 p: 13 pos. $\Re 6\frac{1}{4} p: 1\frac{1}{2}$	1 cu. 16 p: 20 pos. $\Re 8 p: 2$
1 cu. 15 p: 14 pos. $\Re 7\frac{1}{4} p: 1\frac{1}{2}$	1 cu. 20 p: 21 pos. $\Re 9 p: 2$
1 cu. 18 p: 15 pos. $\Re 8\frac{1}{4} p: 1\frac{1}{2}$	1 cu. 24 p: 22 pos. $\Re 10 p: 2$
1 cu. 21 p: 16 pos. $\Re 9\frac{1}{4} p: 1\frac{1}{2}$	1 cu. 28 p: 23 pos. $\Re 11 p: 2$
1 cu. 24 p: 17 pos. $\Re 10\frac{1}{4} p: 1\frac{1}{2}$	1 cu. 32 p: 24 pos. $\Re 12 p: 2$
1 cu. 27 p: 18 pos. $\Re 11\frac{1}{4} p: 1\frac{1}{2}$	1 cu. 36 p: 25 pos. $\Re 13 p: 2$
1 cu. 30 p: 19 pos. $\Re 12\frac{1}{4} p: 1\frac{1}{2}$	1 cu. 40 p: 26 pos. $\Re 14 p: 2$
1 cu. 33 p: 20 pos. $\Re 13\frac{1}{4} p: 1\frac{1}{2}$	1 cu. 44 p: 27 pos. $\Re 15 p: 2$
1 cu. 36 p: 21 pos. $\Re 14\frac{1}{4} p: 1\frac{1}{2}$	1 cu. 48 p: 28 pos. $\Re 16 p: 2$
1 cu. 39 p: 22 pos. $\Re 15\frac{1}{4} p: 1\frac{1}{2}$	1 cu. 52 p: 29 pos. $\Re 17 p: 2$
1 cu. 42 p: 23 pos. $\Re 16\frac{1}{4} p: 1\frac{1}{2}$	1 cu. 56 p: 30 pos. $\Re 18 p: 2$
1 cu. 45 p: 24 pos. $\Re 17\frac{1}{4} p: 1\frac{1}{2}$	1 cu. 60 p: 31 pos. $\Re 19 p: 2$
1 cu. 48 p: 25 pos. $\Re 18\frac{1}{4} p: 1\frac{1}{2}$	1 cu. 64 p: 32 pos. $\Re 20 p: 2$
1 cu. 51 p: 26 pos. $\Re 19\frac{1}{4} p: 1\frac{1}{2}$	

Exemplum quintum ubi res eadem est.

1 cu. 216 p: 0 pos. 6	1 cu. 162 p: 9 pos. 6
1 cu. 210 p: 1 pos. 6	1 cu. 156 p: 10 pos. 6
1 cu. 204 p: 2 pos. 6	1 cu. 150 p: 11 pos. 6
1 cu. 198 p: 3 pos. 6	1 cu. 144 p: 12 pos. 6
1 cu. 192 p: 4 pos. 6	1 cu. 138 p: 13 pos. 6
1 cu. 186 p: 5 pos. 6	1 cu. 132 p: 14 pos. 6
1 cu. 180 p: 6 pos. 6	1 cu. 126 p: 15 pos. 6
1 cu. 174 p: 7 pos. 6	1 cu. 120 p: 16 pos. 6
1 cu. 168 p: 8 pos. 6	

Cor.^m. 1 Ex hoc igitur ordine habemus primum quod oportet, ut cum dimidium \Re sit pars secunda æstimationis, & \Re sit necessario numerus par uel impar, ut secunda pars sit numerus integer, aut numeri dimidium.

Cor.^m. 2 Secundo, sequitur quod capitulum nõ potest esse generale, quia primus numerus necessario est quadratus, nam si non sit cum incrementa fiant per radicem numeri, igitur uel primus numerus ut pote in tertio ordine erit integer & non quadratus, aut quadratus sed nõ integer: si quadratus & non integer, igitur cum alij numeri rerum fiant per additionem continuam, unius erunt omnes numeri rerum fracti, igitur non seruiet capitulũ cubo æquali rebus integris & numero

mero ulla ex parte quod est absurdum. Sin autem fuerit numerus & non qdratus, igitur cum incrementa fiant per r̄ illius, nunquam prodibit numerus uerus æquationis, & ita capitulum erit inutile.

Per ultimam
decimi Ele-
ment.
Cor^m. 3

Ex hoc sequitur etiã quod nunquam numerus æquationis potest adeo augeri, ut quadratũ dimidiũ eius sit maius cubo tertie partis numeri rerum: nam tunc per primam regulam fieret estimatio binomium cubicum: & per hanc regulam binomium quadratum, & ita unum æquale esset alteri. quod licet esse possit, ut in hoc exemplo r̄ v: cu. 20 p: r̄ 329 p: r̄ v: cu. 20 m: r̄ 392, & est 2 p: r̄ 2 & 2 m: r̄ 2 quod est 4, non potest tamen continuari, & æstimatio resoluitur in numerum integrum.

Ex hoc habetur æstimatio proposito numero rerum & equatio-
nis inuenias omnia quadrata contenta sub numero rerum, & suas
r̄ cum quibus duces istas in differentiam numeri rerum, & numeri
quadrati, & si producatnr numerus æquationis, tunc differentia il-
lius, & quartæ partis numeri quadrati inuenti r̄ est prima pars bi-
nomij, & dimidium r̄ illius inuentæ pars secunda binomij. Exem-
plum 1 cu. equalis est 30 p: 19 pos. sub 19 numero rerum continentur
quadrati numeri, ut à latere uides: cũ uerò diffe-
rentia 9 a singulis sit ducta in r̄ numeri bifariam
produciẽt 30 numerus æquationis. In posteriore
accipiemus 1 quartam partem 4, & addemus ad
15 differentiam fit 16, cuius r̄ quæ est 4 addito: constituit estimatio-
nem 5. In priore addemus 2¼ quartam partem 9 ad 10 differentiam
fit 12¼ cuius r̄ quæ est 3½ addito 1½ dimidio 3 r̄ 9 fit 5, ut prius rei æs-
timatio.

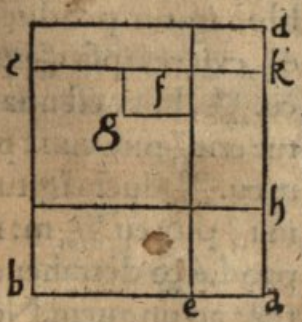
16	4	3	12
9	3	10	30
4	2	15	30
1	1	18	18

Demonstratio generalis capituli cubi æqualis rebus & numero. CAP. LX.



T cum sit regula hæc quod ad æstimationem attinet specialis, ideo etiã non mirum est si sit etiã specialis in modo inueniendi, cum supponat numerum quadratum. Ergo ut generaliter consideretur proponamus

rem ipsam a b & eius quadratum a c, quod constat ex aliquo numero diuiso per a b, & prouentu addito numero rerum. numerus igitur diuisus nunc ponatur superficies: ideo q̄ poterit esse maior & minor, & æqualis ipsi a e proponatur primum quod sit æqualis: igitur quod prouenit erit b a latus: & hoc est notum: quippe numerus notus ideo nota. uelut 1 cub. æqualis 25 p: 20 rebus res est 5: & æqualis 36 p: 30 rebus res est 6.



OO 3 Sit

Sit modo $b d$ maior quadrato $a e$ in $d e$, & sit $a c$ unum, & quia $e d$ erit quantū $a d$, & addita $c d$, constituit quadratum $a c$ ex demonstratis, si ergo adderetur sola $a f$ fieret $a c$ esset numerus rerum ad unguem $e c$, sed quia additur $d f$ plus constituitur $f g$ æqualis $f d$, igitur superficies $e g c$, erit numerus rerum putā 8, & superficies $b d$ est numerus ex supposito, & differentia earum erit 24, qui est dodrans 32, & triplum numeri rerum $a b$: & ideo $e d$ fit ex ea, id est uno, in $a d$ seu $a k$ cum adiecta $k d$: igitur adiecto quadrato $k d$ commune erit productum ex $a b$ adiecta $a d$ in $k d$ monade addita æquale differentie numeri æquationis, & numeri rerū cum quadrato $k d$. Si uero proponatur $b h$ numerus paruus, & qui exit $a h$, & monade ducta in $a h$ fit $e h$ superficies quæ adiecta numero rerum constituit quadratum $a c$, igitur numerus rerum est superficies $h e e$, & sit gratia exempli 18, & $h b$ 8, igitur differentia erit 10, talis autem differentia est $h c m$: $h e$: $h c$ fit ex $h k$ in $a b$, $h e$ ex $h a$ in $a e$. Igitur est diuisa $a k$ æqualis $a b$, ut ex tota in unam partem, altera detracta relinquatur 10.

Quando ergo superficies diuidenda, & est numerus æquationis fuerit magna, tunc in pluribus satisfaciet pars illa capituli iam inuenti per binomia ex \mathcal{R} cubicis: quandoq; etiam non. Sed quando superficies fuerit minor quadrato, non poterit. Postq; ergo supponimus monadē illa nota est: & quia supponimus $a k$ potentia etiam alogam capiamus. gratia exempli, quod sit \mathcal{R} cu. 12 p: 2, cuius quadratum $a c$ est \mathcal{R} cu. 144 p: \mathcal{R} cu. 768 p: 4. uolumus ergo diuidere \mathcal{R} cu. 12 p: 2, ut ducta in unam partem, & addita reliqua sit æqualis 3. gratia exempli & alteri parti: Sit ergo pars una 1 pos. & erunt partes 1 pos. & \mathcal{R} cu. 12 p: 2 m: 1 pos. duc ergo 1 pos. in \mathcal{R} cu. 12 p: 2 fiunt pos. \mathcal{R} cu. 12 p: 2, & hoc est æquale \mathcal{R} cu. 12 p: 5 m: 1 pos. quare pos. \mathcal{R} cu. 12 p: 3 æquabuntur \mathcal{R} cu 12 p: 5, diuide numerū æquationis per numerum pos. inueniendo recisum \mathcal{R} cu. 12 p: 3, seu \mathcal{R} cub. 27 p: \mathcal{R} cu. 12, & est \mathcal{R} cu. $3\frac{1}{3}$ m: \mathcal{R} cu. $1\frac{1}{2}$ p: \mathcal{R} cu. $\frac{2}{3}$, duc in ipsum fit $6\frac{1}{2}$, ducito \mathcal{R} cu. 12 p: 5 per $1\frac{1}{2}$ m \mathcal{R} cub. $1\frac{1}{2}$ p, \mathcal{R} cub. $\frac{2}{3}$.

Hoc igitur productū diuide per $6\frac{1}{2}$, exit res ipsa $1\frac{\sigma}{13}$ p: \mathcal{R} cu. $\frac{128}{5591}$ m: \mathcal{R} cu. $\frac{9\sigma}{2197}$, Hæc est una pars, alia igitur erit $\frac{7}{13}$ p: \mathcal{R} cu. 12 p: \mathcal{R} cu. $\frac{9\sigma}{2197}$ m: \mathcal{R} cu. $\frac{128}{5591}$ ducta igitur \mathcal{R} cu. 12 p: 2 in $1\frac{\sigma}{13}$ p: \mathcal{R} cu. $\frac{182}{5591}$ m: \mathcal{R} cu. $\frac{9\sigma}{2197}$, & a producto detrahendo $\frac{7}{13}$ p: \mathcal{R} cu. $\frac{9\sigma}{2197}$ p: \mathcal{R} cu. 12 m: \mathcal{R} cu. $\frac{128}{5591}$, relinquetur 3 ad unguem. Nos autem querimus simul quod ex ductu $a b$, id est \mathcal{R} 12 p: 2 in $h a$, id est residuum quod fuit $\frac{7}{13}$ p: \mathcal{R} cu. 12 p: \mathcal{R} cu. $\frac{9\sigma}{2197}$ m: \mathcal{R} cu. $\frac{128}{5591}$ fiat numerus. Et hæc erit quantitas.

Clarum

Clarum est igitur quod problema cōstruitur hoc modo, & componitur ex regula de modo & positione: Inuenias quantitatem que possit diuidi in duas partes, ut ductum totum in unam producat 3. gratia exempli, & in reliquam partē addito priore producat 8 pro exemplo. Quoniam ergo liquet quod genus æstimationis illius est quantitas ex genere, uel forma diuise ut $\frac{a}{b}$ superius. n. est demonstratum quod non licet diuidere nisi per quadrinomiū in R² quadraticis in cubicis per binomiū aut trinomiū analogū, uel per regulam specialem, cum ergo in cæteris non liceat, dico quod adeo sunt notæ hæc quantitates ut illę. Nam quod ad essentiam attinet ita aloga est R² 2 ut R² cu. 7 p: R² regula 3 m: R² R² 5, uel etiam totum hoc R² cu. 7 p: R² R² 3 m: R² R² 5

Quò ad propinquitatem attinet nihil refert cum perpetuo liceat appropinquare. Quo uero ad operationes illę sunt notissimæ, ideo propono eas. Sit ergo ut uelim $\frac{a}{b}$, capio R² numeratoris & denominatoris, & est R² b & R² a, & superpono unam alteri eadem ordine, & habeo R² $\frac{a \ R^2 a}{b \ R^2 b}$ & similiter

$$\frac{R^2 \text{ cu. } a}{R^2 \text{ cu. } b} \text{ \& ita } \frac{R^2 \text{ cu. } 10}{R^2 R^2 5 \text{ p: } R^2 \text{ cu. } 2} \text{ est } \frac{R^2 \text{ cu. } 10}{R^2 \text{ v: cu. } R^2 R^2 5 \text{ p: } R^2 \text{ cu. } 2}$$

$$\text{lo ducere } \frac{10}{R^2 R^2 5 \text{ p: } R^2 \text{ cu. } 2} \text{ in } \frac{R^2 2}{R^2 R^2 5 \text{ m: } R^2 R^2 R^2 2} \text{ fit } \frac{R^2 200}{R^2 R^2 R^2 1953125 \text{ p: } R^2 200}$$

$$\text{\& ita diuidendo multi-} \frac{R^2 \text{ cu. } R^2 4000}{m: R^2 R^2 10 \text{ m: } R^2 R^2 R^2 \text{ cu. } 128}$$

$$\text{plicabimus crucis modū, et habebimus } \frac{R^2 R^2 500000 \text{ m: } R^2 R^2 20000}{R^2 R^2 20 \text{ p: } R^2 \text{ cu. } R^2 32}$$

Et contrario modo contrario diuidendo. Et ita in additione $\frac{R^2 R^2}{R^2 R^2 R^2}$

$$\frac{500000 \ R^2 R^2 20 \text{ p: } R^2 \text{ cu. } R^2 32 \text{ m: } R^2 R^2 20000}{1953125 \text{ p: } R^2 \text{ cu. } R^2 40000 \text{ m: } R^2 R^2 10 \text{ m: } R^2 R^2 \text{ cu. } 128}$$

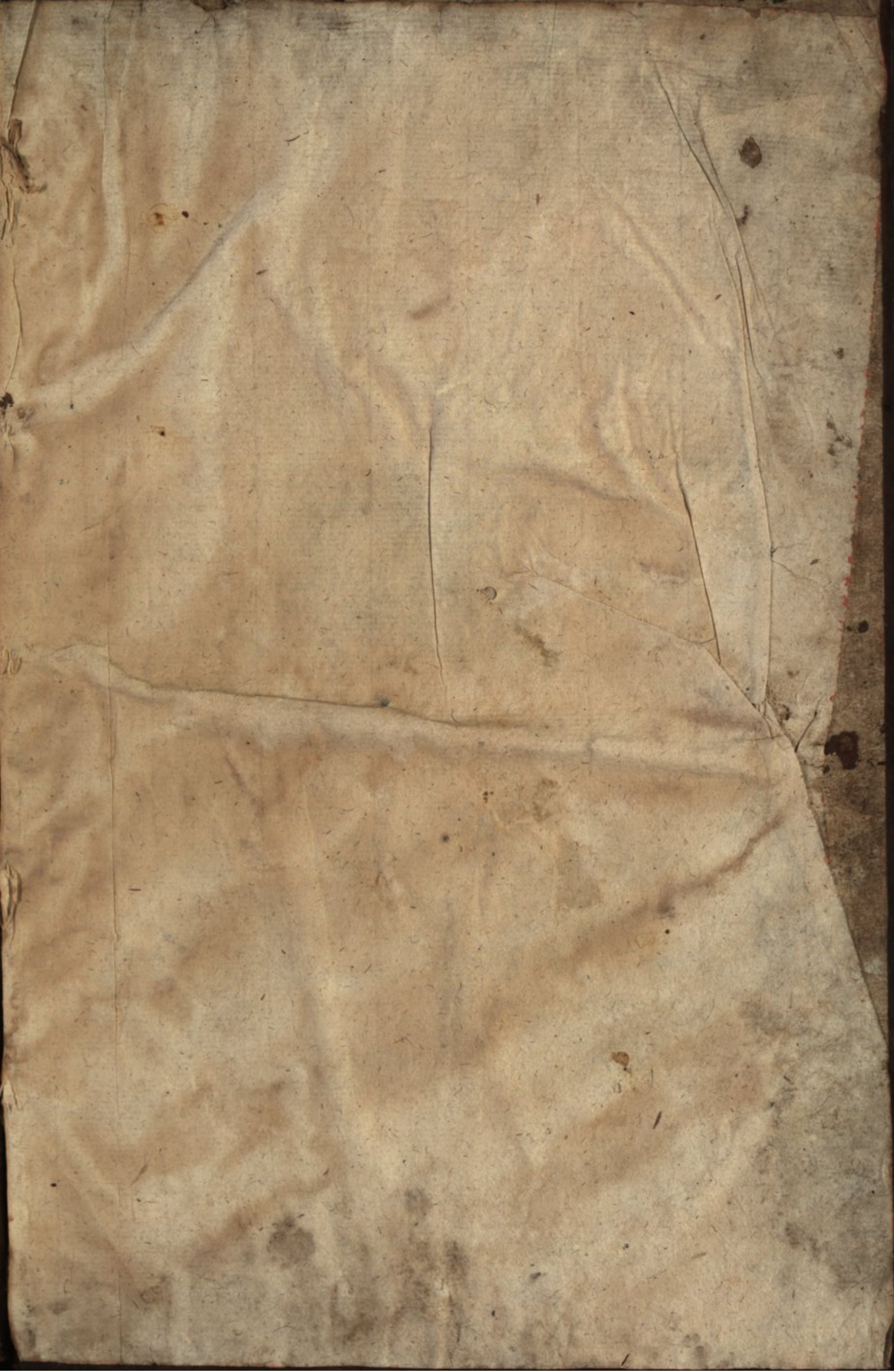
$$\text{ne pariter } \frac{R^2 R^2 20 \text{ p: } R^2 \text{ cu. } R^2 32 \text{ p: } R^2 R^2 20000 \text{ m: } R^2 R^2 500000}{R^2 R^2 R^2 1953125 \text{ p: } R^2 \text{ cu. } R^2 4000 \text{ m: } R^2 R^2 10 \text{ m: } R^2 R^2 R^2 \text{ cu. } 128}$$

Hæc igitur eousq; acta sint.

F I N I S.

B A S I L E A E,

EX OFFICINA HENRICPETRINA ANNO
SALVTIS M. D. LXX. MEN. 8
MARTIO.



PSYCHICAE
ASTRONOMIAE
TABULAE
PR. PR.