minus 6 quadratis b c,quæ ſunt 24, igitur 6 quadrata a b & 92 res a c,& 56, æqualia ſunt cubo a b, & 6 quadratis a b, & 12 rebus a b, abijciantur igitur 6 quadrata a b,communia, relinquentur 29 res a c,p: 56, æquales cubo a b,& 12 rebus a b,& 29 res a c,ſuperant 29 res a b,in 29 b c.quare in 58,quia b c eſt 2,igitur addatur numerns numero, erunt 29 a b & 144,æqualia cubo a b & 12 rebus a b, abijciantur denuo 12 res communes,erunt 17 res p:114, æquales cubo, inde habita æſtimatione,adde ei b c,

REGVLA.

Regula igitur eſt, Duc numerum quadratorum in tertiam ſui partem,& productum adde numero rerum,aggregatum erit numerus rerum, ęqualium cubo, pro numero autem,duc numerum rerum ſecundum in ᴛp̄q̄d.& productum adde numero ęquationis, à quo minue cubum ᴛp̄q̄d.reſiduum eſt numerus, qui cum rebus æquatur cubo, inde inuenta æſtimatione,adde ei ᴛp̄q̄d.& habebis uerum æſtimationem.

QVAESTIO

Exemplum in hac quæſtione.Quidam dedit aureos 2728 ad caput anni ut dicunt,ſeu ſub uſura rediuiua, ea conditione,ut reciperet tertio anno,ex capitali & uſura,quantum eſt dimidium capitalis & dimidium eius quod debuiſſet in fine primi anni, & dimidium eius quod debuiſſet in fine ſecundi anni,ubi retinuiſſet pecunias,& uoluiſſet ſoluere ſub eadem uſura.Pone igitur quod in capite primi anni haberet 144 res,in capite ſecundi anni habebit 12 quadrata, in capita tertij anni habebit cubum,& hic erit æqualis dimidijs reliquorum annorum ſimul ſumptis,igitur cubus erit æqualis 6 quadratis 72 rebus & 729, duc igitur 6 numerum quadratorum in 1, tertiam ſui partem,fit 12,adde ad 72 fit 84,numerus rerum,duc 84 in 2 ᴛp̄q̄d.fit 168,adde ad 729.fit 897,abijce 8,cubum ᴛp̄q̄d.fit 889 igitur cubus æquatur 84 rebus p,889,æſtimatio igitur huius erit ℞ v:cubica $444\frac{1}{2}$ p:℞ $175628\frac{1}{4}$,p:℞ v:cubica $444\frac{1}{2}$,m:℞ $175928\frac{1}{4}$ huic adde 2 ᴛp.habes quæſitam æſtimationem ℞ v:cubicam $444\frac{1}{2}$ p:℞ $175628\frac{1}{4}$ p:℞ v:cubica $444\frac{1}{2}$ m:℞ $175928\frac{1}{4}$ p: 2, cuius cubus eſt quantitas pecuniarum, quæ ei debentur tertio anno,inde detracto 1728,habebis ſortem,per terminos analogos.

De cubo & numero, æqualibus quadratis & rebus.

CAP. XXI.

DEMONSTRATIO.

Sit cubus & 100, æqualia etiam 6 quadratis, & 24 rebus, & sit cubus ille a c, & b c ᴛpq̄d. cumq; cubus a c, æqualis sit cubo a b & 6 quadratis a b, & 12 rebus a b, & cubo b c, qui est 8, erit cubus a b, & 6 quadrata a b, & 12 res a b, & 108, æqualia 6 quadratis a c, & 24 rebus a c, sed 6 quadrata a b, minora sunt 6 quadratis a c, in 6 gnomonibus a d e, & 24 res a b, minores sunt 24 rebus a c, in 24 b c, quare cubus a b, & 6 quadrata a b, & 12 res a b, & 108, æquantur 6 quadratis a b, & 6 gnomonibus a d e, & 24 rebus a b, & 48, nam 24 b c sunt 48, igitur abiectis ex utraq; parte 6 quadratis a b, & 12 rebus a b, & 48, erit cubus a b, & 60, æqualis 6 gnomonibus a d e, & 12 rebus a b, sunt autem 6 gnomones a d e, 24 res a b, p:24, eo quòd quælibet superficierum a d, & d e, est 2 res, eo quòd b d est 2, & quadratum b c est 4, igitur 36 res a b, & 24, æquantur cubo a b p:60, abijce 24 ex utraq; parte, erit cubus a b p:36, æqualis 36 rebus a b, inde cognita a b addemus eam b c, quæ est ᴛpq̄d. & conflabitur æstimatio.

REGVLA.

Regula est igitur. Duc numerum quadratorum in tertiam sui partem, productum adde numero rerum, & conflabitur numerus rerum, hunc duc in ᴛpq̄d. & producti sume differentiam ab aggregato ex numero æquationis, & cubo ᴛpq̄d. quæ si nulla est, erunt res æquales cubo. Si uerò productum fuerit maius aggregato, differentia est numerus, qui cum rebus æquatur cubo, & si aggregatum fuerit maius producto, differentia est numerus, qui cum cubo ęquatur rebus, inde habita æstimatione, addes eam ᴛpq̄d. & conflabitur uera æstimatio. Memineris tamen, quod quando capitulum hoc peruenerit ad capitulum cubi æqualis rebus & numero, adddenda erit uera æstimatio eius, & ex his quæ fictę sunt minor, per m:ᴛpq̄d: ut habeas utramq; æstimationem capituli cubi & numeri æqualis rebus & quadratis, cum capitulum cubi æqualis rebus & numero, unam tantum ueram æstimationem habeat.

Exemplum, Cubus & 64, æqualia sunt 6 quadratis & 24 rebus, duc 6 numerum rerum in 2, tertiam sui partem, fit 12, adde ad 24, fit 36, numerus rerum, quem duc in 2 ᴛpq̄d. fit 72, deinde cuba 2 fit 8, adde ad 64, numerum æquationis, fit etiam 72, ideo quia differētia horum numerorum nulla est, habebimus cubū æqualem 36 rebus, quare quadratum ęquabitur 36, igitur res est 6, ex capitulo simplici adde ad 2 ᴛpq̄d. fit 8, æstimatio rei. Rursus, cubus & 128, æquetur 6

qua-

quadratis & 24 rebus, duc 6 in 2, ut prius, fit 12, adde ad 24, fit 36, numerus rerum, duc 36 in ᵀpq̄d. fit 72, differentia cuius à 136, aggregato 128 numeri æquationis, & 8, cubi ᵀpq̄d. est 64, numerus addendus cubo, quia aggregatum 136, est maius producto 72, quare cubus & 64, æqualia erunt 36 rebus, æstimationes autem sunt 2, & ℞ 33 m:1, quas adde ad 2 ᵀpq̄d, fiunt ueræ æstimationes 4, uel ℞ 33 p:1. Rursus, sit cubus & 9, æqualis 6 quadratis & 24 rebus, duc, ut prius, 6 in 2, tertiam sui partem, fit 12, quem adde ad 34, numerum rerum, fit 36, numerus rerum, ut prius, deinde duc 36, in 2 ᵀpq̄d. fit 72, differentia cuius à 17 aggregato 8, cubi ᵀpq̄d. & 9 numeri æquationis, est 55, ideo quia ꝑductum est maius aggregato, addemus 55 ad res, & habebimns cubum, æqualem 36 rebus p:55, huius igitur uera æstimatio est, ℞ 17 $\frac{1}{4}$ p:2 $\frac{1}{2}$, falsa maior est m:5, & falsa minor m: v: ℞ 27 $\frac{1}{4}$ m:2 $\frac{1}{2}$, seu ut clarius intelligas, 2 $\frac{1}{2}$ m: ℞ 17 $\frac{1}{4}$, adde igitur hanc æstimationem, & similiter ueram, ᵀpq̄d. quæ est 2, habebis æstimationes quæsitas, alteram 4 $\frac{1}{2}$ p: ℞ 17 $\frac{1}{4}$, reliquam 4 $\frac{1}{2}$ m: ℞ 17 $\frac{1}{4}$.

De cubo rebus & nũmero, æqualibus quadratis. CAP. XXII.

DEMONSTRATIO.

Sit denuo cubus a c, cum 4 rebus, & 16 numero, æqualis 6 quadratis, & b c sit ᵀpq̄d, ut prius, resoluemus igitur cubum a c, qui æqualis est cubo a b, 6 quadratis a b, 12 rebus a b, & cubo b c, qui est 8, erit hoc totum, cum 4 rebus a c, & 16, æquale 6 quadratis a c, quare cum 4 res a c, sint 4 res a b, p:4 b c & ideo p: 8, erunt cubus a b, p:6 quadratis a b, p:16 rebus a b, p:32, æqualia 6 quadratis a c, 6 autem quadrata a c, æqualia sunt ut demonstratum est, 6 quadratis a b, p: 24 rebus a b, p:24, igitur cubus a b, & 6 quadrata a b, & 16 res a b, & 32, æqualia sunt, 6 quadratis a b, p:24 rebus a b, p:24, abijce ex utraq; parte 6 quadrata a b, & 16 res, & 24, relinquetur cubus a b, p: 8, æqualis 8, rebus, inde cognita a b. adde ei b c, ᵀpq̄d. & fiet a c cognita, rei æstimatio. Rursus, cubus & 4 res & 1, æquentur 6 quadratis, erunt igitur 6 quadrata a c, ut prius, 6 quadrata a d, 24 res a b, & 24. At cubus a c, cum 4 rebus a c, p:1, æqualis est cubo a b, & 6 quadratis a b, & 16 rebus, & 17, quare abiectis communibus, 6 quadratis a b, & 16 rebus a b, & 17, erit reliquum reliquo æquale, scilicet cubus, æqualis 8 rebus p: 7, inde cognita a b, habes a c, ut prius, addendo b c ᵀpq̄d.

REGVLA.

Regula igitur est, Duc numerum quadratorum in sui tertiam partem, & à producto minue numerum rerum, quod si fieri nequeat, casus est impossibilis, in uera æstimatione, residuum itaq; erit numerus rerum, inde multiplica primum numerum rerum in Tpq̄d, & productum adde numero ęquationis, huius aggregati & dupli cubi Tpq̄d. differentiam accipe, quæ. si nulla est, habes cubum æqualem rebus solum, sin duplum cubi Tpq̄d. maius est, differētia est numerus addendus rebus, si duplum cubi minus est aggregato, differentia est numerus addendus cubo, inde ęstimationi inuentæ adde Tpq̄d. ut habeas æstimationem ueram.

Exemplum, cubus & 4 res & 8, æquantur 6 quadratis, duc 6 in 2, tertiam sui partem, fit 12, abijce 4 sit numerus rerum 8, duc etiam 4 numerum rerum, priorem, in 2 Tpq̄d. fit 8, adde ad 8, numerum æquationis, fit 16, huius & dupli cubi Tpq̄d. quod est etiam 16, nulla est differentia, quare cubus æquat̄ 8 rebus, & rei æstimatio est ℞ 8, cui adde 2 Tpq̄d. fiet uera æstimatio rei, ℞ 8 p:2. Rursus, cubus p:4 rebus p:16, æqualis fit 6 quadratis, duco 6 in 2 Tpq̄d. ut prius, fit 12, abijce 4 numerum rerum, fit 8, rerum numerus, duco 4 numerum priorem rerum, in 2 Tpq̄d. fit 8, adde ad 16 numerum æquationis, fit 24, abijce 16, duplum cubi Tpq̄d. relinquitur 8, igitur addemus 8 cubo, quia aggregatum maius est duplo cubi Tpq̄d. & fiet cubus p: æqualis 8 rebus, res igitur est 2, uel ℞ 5 m:1, quare addito 2, Tpq̄d. fiet uera æstimatio 4, uel ℞ 5 p:1. Rursus, cubus & 4 res & 1, æquent̄ 6 quadratis, eruntque. ut prius, 8 res, & ducto numero rerum priore, qui est 4, in 2 Tpq̄d. fit 8, addito 1, numero æquationis, fit 9, duplum cubi Tpq̄d. est 16, differentia est 7, & quia duplum cubi maius est aggregato, erunt 8 res, & 7, æqualia cubo, quare res ualet ℞ $7\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, uel in æquatione falsa, minor æstimatio erit 1 m: adde 3 Tpq̄d. cuiuis, habebis duas ueras æstimationes, scilicet 1, & ℞ $7\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$.

Memineris autem eius, quod diximus in præcedenti capitulo, etiam hic, quod cùm peruenerit æquatio ad cubum æqualem rebus tantum, quia falsa æstimatio à uera non differt in numero, ideo pro secunda æstimatione, quia nihil additur, nec p: nec m: Tpq̄d. ideo ipsa Tpq̄d, erit æstimatio uera, in utroq;, ut hic æstimatio cubi & 4 rerum & 8, ęqualium 6 quadratis, erit ℞ 8 p:2, uel 2, & in præcedente capitulo, æstimatio cubi & 64, æqualium 6 quadratis & 24 rebus, erit 8 ut dictum est, & etiam est 2, Tpq̄d. scilicet, & hoc, quia omnes additiones & detractiones, ex tertia parte numeri quadratorū fieri debent.

De

De cubo quadratis & numero, æqualibus rebus. CAP. XXIII.

DEMONSTRATIO

Sit etiam cubus, 6 quadrata, & 4, æqualia 41 rebus, & sit cubus a b, cui addam b c ⅓ p q̃d. eritq; a c cubus, æqualis cubo a c, 6 quadratis, 12 rebus, & 8, loco cubi a b 6 quadratorum, & 4, ponantur 41 res, his æquales, erit cubus a c æqualis 53 rebus a b, & 4, qui est differentia cubi b c, & 4 numeri æquationis primi, ad complendum igitur 53 res a c, addantur 53 b c, eruntque cubus a c p: 106, æqualia 53 rebus a c, p: 4, abijce 4 ex utraque parte, erit cubus p: 102, æqualis 53 rebus suis, inde a c æstimatione inuenta, abijce b c ⅓ p q̃d. relinquetur a b cognita, & est res ipsa

REGVLA.

Regula igitur est. Duc numerum quadratorum in tertiam sui partem, productum adde numero rerum, fiet numerus rerum secundus, ab hoc minue quadratum ⅓ p q̃d, & residuum duc in ⅓ p q̃d. & totum productum adde numero æquationis, & conflabitur numerus, qui cum cubo æquabitur rebus iam assignatis, inde ab eius æstimationibus minue ⅓ p q̃d. residua sunt quæsitæ æstimationes, ideo sufficiet unum exemplum.

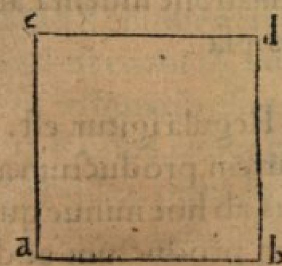
Cubus & 6 quadrata & 12, æquantur 31 rebus, duc 6 numerum quadratorum, in 2, sui tertiam partem, fit 12, adde ad 31, fit 43, numerus rerum, ab hoc abijce 4 quadratum ⅓ p q̃d. relinquetur 39, quem duc in 2 ⅓ p q̃d. fit 78, adde ad 12, numerum æquationis, fit 90, igitur cubus p: 90, æquatur 43 rebus, res igitur est 5, uel R 24 $\frac{1}{4}$ m: 2 $\frac{1}{2}$, abijce 2 ⅓ p q̃d. habebis ueras æstimationes 3, uel R 24 $\frac{1}{4}$ m: 4 $\frac{1}{2}$, & in ijs ambabus, uerum est quod cubus & 6 quadrata & 12, æquantur 31 rebus. Memineris igitur quod omnes horum capitulorum æstimationes, habentur, addendo semper ueras & fictas æstimationes capitulorum in quo resoluuntur ⅓ p q̃d, & dummodo numerus relinquatur, etiam id quod additur sit m: purum, illud relictum est rei uera æstimatio. possunt etiam resolui in capitula alia quatuor denominationum, ut liquet.

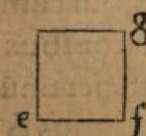
De

De 44 capitulis deriuatiuis. CAP. XXIIII.

DEMONSTRATIO.

Sit igitur (gratia exempli) cubus quadrati, cum 6 q̄d q̄dratis, æqualis 100, & sit cubus q̄drati, corpus a b c d, altitudinem habens a b, erit igitur q̄dratum, quia latus cubi cū corporis a b c d, quod supponitur cubus quadrati, manifestum est igitur, quod superficies a b c d, est q̄d q̄d^m, quia iam a b supponitur quadratum, sexcuplum igitur a b c d superficiei, cum a b c d corpore, ęq̄le est 100, ex supposito, ponatur igitur a b res, erit igitur corpus a b c d cubus, & superficies a b c d q̄dratum, suppositum est aūt, quod corpus a b c d, cum sexcuplo a b c d superficiei, sit æquale 100, igitur cubus a b & 6 quadrata a b, æqualia sunt 100, quare ex suo capitulo a b cognita, at a b in prima interrogatione fuit q̄dratum, igitur æstimatio q̄drati in prima interrogatione, quando cubus quadrati, & 6 q̄d q̄d^a ęquantur 100, cognita erit, cum sit eadem æstimationi rei in secunda quęstione. At nos uolumus in prima quæstione rei æstimationem, res autē est semper ℞ quadrati, igitur ℞ a b ęstimationis inuentę per secundam quęstionem, est rei æstimatio in prima quæstione, ut proponebatur. Eadem ratione, si posuerimus cubum q̄drati, & 6 cubos, ęquales 100,





erit corpus a b c d, cubus quadrati, & a b quadratum, cui si ponatur aliqua superficies q̄drata ęq̄lis, puta e f g, erit sexcuplū corporis ex e f in e f g, cum corpore a b c d, æquale 100, ponatur modo corpus e f g res, quia igitur e f est ℞ a b, ex supposito erit cubus e f ℞ cubi a b, igitur corpus a b c d, quadratum corporis ex e f in e g, posito igitur corpore a b c d quadrato, erit cubus e f res, & sexcuplum eius sex res, & iam secuplum cubi e f, cum corpore a b c d, ęquabatur 100 & non mutantur corpora, sed manent eadem, & sexcuplum cubi e f, est 6 res, & corpus a b c d quadratum, igitur quadratum & 6 res, æquantur 100. igitur res est cognita, scilicet cubus e f, sed cum e f sit latus cubi cum sui cubi, igitur e f cognita erit, quę est ℞ cubica æstimationis inuentæ. At cum e f sit res in prima quæstione, quia est ℞ quadrata a b, & a b supponitur quadratum, posito a b c d, corpore cubo quadrati, igitur posito a b c d corpore cubo quadrati, erit res e f, & nota latus scilicet cubicam æstimationis inuentæ per secundam quæstionem, quam uolumus.

Ex hoc manifestæ sunt regulæ capitulorum deriuatiuorum omnium

nium. ostendimus enim in uniuersum, capitula 16 primitiua composita, & sunt hæc,

Primum, Quadratum æquale rebus & numero. 2m, res æquales qd & numero. 3m, numerus æqualis qd & rebus. 4m, cubus æqualis rebus & numero. 5m, res æquales cubis & numero. 6m, numerus æqualis cubo & rebus. 7m, cubus æqualis qd & numero. 8m, qd æqualia cubo & numero. 9m, numerus æqualis cubo & qd. 10m, cubus æqualis qd rebus & numero. 11m, qd æqualia cubo reb⁹ & numero. 12m, numerus æqualis cubo qd & rebus. 13m, res æquales cubo qd & numero. 14m, cubus & numerus æquales qd & rebus. 15m cub⁹ & res æquales qd & numero. 16m, cubus & qd æqualia rebus & numero. Manifestum est aūt quòd ex his 2m, 5m, 8m, 11m, 13m & 14m, secundum naturam, habent duas æstimationes, ex toto diuersas, & à diuersis regulis pendentes. Vnde duplicatis his capitulis fient capitula primitiua 22 composita, & quia 15m habet tres æstimationes, erunt capita 24 unicuiq; aūt eorum debentur duo capitula deriuatiua, alterum ex natura quadrati, alterum ex natura cubi, nam etsi deriuatiua sint infinita, in unoquoq; capitulo, omnia tamen reducuntur ad alterum hor℞ duorum modorum, loquendo de his, de quibus potest haberi regula generalis. Igitur manifestum est, ipsa esse ad unguē 48. Et mea nihil refert de numero dicere, modo scias, quòd omnia primitiua, habēt duo deriuatiua diuersi generis, & quòd capitula primitiua cōposita, ad minus reduci nequeūt quàm 18, igitur cōtracto numero, quantumuis erunt deriuatiua saltem 36, nā capitula rerum æqliū numero & cubo, & qdratorum æqliū cubo & numero, necessario sunt duplicata, manifestū est em̄, quantū una æstimatio ab alia differat. Oblato igit̄ capitulo, ex tribus aut qtuor denominationibus, si non ad sit numerus, primo oēs denominationes per minorē deprime, ita ut minor in numerū euadat, deinde accipe inferiorem denominationem, & uide si constat capitulum, ex tribus denominationibus, an minor sit radix maioris quadrata uel cubica, uel quod radix minoris quadrata, sit ℞ cubica maioris, tunc quæres æstimationem in consimili capitulo ex 16, deinde eius æstimationis, accipe talem radicem, qualis est denominatio minor, cōparata ad minorem, una unius ordinis ad reliquam, & ad facilitatem. Disposui deriuatiua oīa, in directo suorum primitiuor℞, in capitulo 2o, etiam constantia ex quatuor denominationibus, in quibus si bene aduerteris, semper minor denominatio, id est, inferior post numerum, est radix quadrata unius, & ℞ cubica alterius, denominationis eiusdem capituli. Exemplum. Igitur si quis dicat,

Quad qd p:2 quadratis, æquantur 10, uides quòd eius primitiuum

tiuum est quad' & res, æqualia numero, quære igitur æstimationem quadrati p: 2 rebus, æqualis 10, & est ℞ 11 m:1, & quia res est ℞ quadrata quadrati, dic quòd æstimatio est ℞ v: ℞ 11 m:1.

2m. Cu' q̄d', p:2 cu', æquatur 10, eius primitiuum est etiam quad' p: rebus, æqualia numero, cum igitur q̄d' & 2 res, æquantur 10, æstimatio rei est ℞ 11 m:1, cum igitur res sit ℞ cubica cubi, minor scilicet denominatio minoris, erit æstimatio quæsita ℞ v: cub' ℞ 11 m:1.

3m. Quadm relati primi, & 2 rel' prima æquantur 10, uides quòd relatum est ℞ quadrata, quadrati relati primi, dic igitur hoc esse deriuatiuum ex genere quadrati, si igitur q̄d' & 2 res, æquantur 10, æstimatio est ℞ 11 m:1, igitur cum res sit ℞ relata relati, dices quòd æstimatio quæsita, est ℞ relata v: ℞ 11 m:1.

4m. Cubus quadrati p:3 q̄d' q̄dratis, æqualis est 20, tunc uides, quòd eius primitiuum est cubus & quadrata, æqualia numero, cum igitur cubus & 3 q̄drata, æquantur 20, æstimatio rei est 2, & quia quadratum est radix quadrata, q̄d' quadrati, ideo æstimatio rei erit ℞ 2.

5m. Cubus quadrati p:3 q̄d' quadratis, p:10, æquatur 15 quadratis, uides quòd eius primitiuum in tabula, uel ex ratione dicta, est cubus & quadrata & numerus, æqualia rebus, ideo quære æstimationem cubi & 3 q̄d' & 10, æqualium 15 rebus, quæ est 2, & quia res est radix quadrata, quadrati, ideo dices quòd æstimatio erit ℞ 2.

6m. Cubus cubi & 3 cu' quadrata, & 10, æquantur 15 cubis, dices ut prius, primitiuum esse cubum & quadrata & numerum, æqualia rebus. igitur si cubus & 3 quadrata & 10, æquantur 15 rebus, res est 2, & quia res est ℞ cubica cubi, ideo dicemus quòd æstimatio erit ℞ cubica 2, & quia primitiuum habet duas æstimationes, ut notum est, totidem etiam habebit deriuatiuum, & utriusque ℞ cubica in hoc exemplo & quadrata in præcedenti, satisfaciet, & hoc est generale omnibus deriuatiuis, ut habeant totidem æstimationes, quot sua primitiua.

7m. Sit etiam cubus cubi æqualis 3 cubis quadrati & 16, tunc quia ducta ℞ cubi q̄ti quæ est cubus, in cubum quadrati, fit cubus cubi, ideo res erit in capitulo deriuatiuo generali, & eius primitiuum erit, cubus æqualis quadratis & numero, si igitur cubus æqualis sit 3 quadratis p:16, æstimatio rei erit 4, quia igitur quadratum minor denominatio in secunda æquatione, est ℞ cub. cubi quadrati, ideo dico, quòd sumenda erit ℞ cub. 4, pro æstimatione. Et ita de alijs.

Et similiter dices, de cubo cubi & cubo, nam potest referri ad rem & cubum, ut enim res est ℞ cubica cubi, sic cubus est ℞ cu: cub cubi. Potest & referri ad quadratum, cubum quadrati, nam ex utraque in suam radicem, producitur compar denominatio, nam ex

quadrato

quadrato in rem, fit cubus, & ex cú quadrati in cubum, fit cubus cubi, sed prior modus est facilior.

De capitulis imperfectis & specialibus. CAP. XXV.

REgulæ hæ dicuntur generales, & hoc duabus de causis: prima, quia modus in se generalis est, quamq́ repugnet naturę ęstimationis, ut sit uniuersalis, uelut si quis dicat, omnis numerus productus ex aliquo in se ducto, q̃dratus est. regula est generalis: nec tamẽ sequit̃, quod per hanc regulam cognoscam omnem numerum quadratum, quia nõ licet cognoscere omnem numerum, qui ex alio in se ducto producitur. Dicitur & generalis regula, qa exhaurit ęstimationis genus uniuersum, quanquam æstimatio non exhauriat regulã, particulares tñ sunt regulæ, quia nõ omnem propositam quęstionẽ per illas soluere possumus.

Cum igitur cubus æqualis est rebus & numero, & ex numero rerum feceris duas partes, ex quarum una in alterius radicem, fiat numerus æquationis, tunc adde quartam partem eius partis, cuius sumenda esset radix alteri parti, & ℞ aggregati, addito dimidio ℞ partis, cuius assumpsisti radicem, est æstimatio rei.

Exemplum. Cubus æqualis sit 20 rebus & 32, tunc ex 16 in ℞ 4, fit 32, igitur addo 1 quartam partem 4, ad 16, fit 17, cuius ℞ p: 1, dimidio ℞ 4, est rei æstimatio, quare res est ℞ 17 p: 1.

1 cub. æq̃lis 20 rebus p: 32
16 —— 4
℞ 17 p: 1

Cum fuerit cubus æqualis rebus & numero, & inueneris duos numeros, producentes numerum æquationis, quorum unus sit ℞ aggregati, ex altero & numero rerum, ille qui est ℞, est rei ęstimatio. 2m.

Si n. ille numerus est radix numeri rerum & partis producentis, numerum igitur si sit res ducta in quadratum producit cubum, & ducta in numerum rerum producit res, & in aliam partem ex supposito numerum. q̃re cubus æqualis erit rebus illis cum numero.

Exemplum, Cubus æquatur 24 p: 32 rebus & sunt duo numeri, producentes 24, qui sunt 6 & 4, quorũ 6 est ℞ aggregati, ex 32 numero rerum, & 4 alio producente, nam 6 est ℞ 36, igitur 6 est rei æstimatio.

cubus ęq̃lis 24 p: 32 rebus
6 — 4 —— 32
36
6

Cum fuerit cubus æqualis rebus & numero, & ex numero rerum feceris duas partes, ex quarum utraq; in alterius radicem mutuo, fiat dimidium numeri æquationis, radices illarum partium, cõstituunt iunctæ, rei æstimationem. Nam cum aggregatum cuborum & duorum parallelipedorum mutuorũ se habeat ad reliqua quatuor parallelipeda ut aggregatum quadratorum ad duplum producti unius in alterum: Et iam ex supposit. ℞. illæ partium numeri rerum qui numerus est ęqualis aggregato quadratorum, producant in ipsa quadrata mutuo dimidium numeri, his igitur producent numerum, ergo aggregatum illarum ℞ est res.

Exemplum, Cubus æquetur 10 rebus p:24, & ex 10 fiunt duæ partes, 9 & 1, ex quarum mutua unius in ℞ alterius multiplicatione fiunt 9 & 3. qui iuncti faciunt 12, dimidium 24, igitur radices 9 & 1, quæ sunt 3 & 1 iunctę, constituunt 4, rei æstimationem.

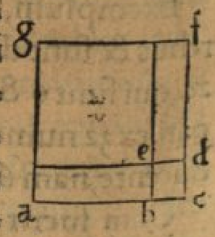
cubꝰ ęq̃lis 10 rebꝰ p:24
9——1 12
3 >< 1
12

4ª. Cum fuerit cubus ęqualis rebus & numero, & ex numero rerum feceris tres partes in eadem proportione, ex quarum ductu mediæ in aggregatum, radicum primæ & tertiæ fiat numerus æquationis, seu ex tertia in ℞ primæ, & primæ in ℞ tertiæ, quod idem est, tunc tale aggregatũ dictarum radicum, est rei æstimatio. Quia proportio quadratorum partium cum superficie media ad mediam superficiem est sicut aggregati cuborum cum quatuor parallelipedis ad duo reliqua parallelipeda: & illa duo quadrata habẽt superficiẽ in media ꝓportione, igitur diuiso cubo iuxta rationem basis latere q̃dratorum, si producant numerum inuicem mutuo ducta seu media sit perficies in rẽ, ex re in reliquas tres partes basis, fient sex corpora residua cubi: ergo cubus ille est æqualis rebus & numero.

Exemplum. Cubus æquatur 19 rebus p:30, & ex 19 fiunt tres partes analogę, 9, 6, 4, ex quarum secũda, quæ est 6 in 5 aggregatum radicum primę & tertiæ, fit 30, ideo 5 aggregatũ radicũ, est rei ęstimatio.

cubꝰ ęq̃lis 19 rebꝰ p:30
4—— 6——9
2 3
12————18—30

5ª. Cum fuerit cubꝰ ęq̃lis rebꝰ & numero, & inueneris duos numeros, quorũ aggregatũ, ductũ in ꝓductum unius in alterũ, ꝓducat tertiã partẽ numeri æq̃tionis: & q̃drata illorũ ęq̃lia fuerint aggregato ex numero rerũ, & ꝓducto unius in alterũ, tũc aggregatũ illorũ numerorũ, est rei æstimatio. Hæc.n. est conuersa generalis regulæ. Quia.n. a c cũ q̃drato differentiæ est æq̃le numero rerũ. igiť p demonstrata in libro de ꝓportionibus totidẽ res æq̃bunť cubis a b & b c. ibidẽ etiam est demonstratũ ꝙ ꝓductũ a b in b c q̃dratũ, et b c in q̃dratũ a b est ęq̃le ductui a c in a e prius aũt supponiť ęq̃le tertię parti numeri, ergo & hoc & triplũ triplo igiť a c cubꝰ æq̃tur numero & rebꝰ ꝓpositis.



Exemplum. Cubus æq̃tur 7 rebus p: 90, & 3 & 2 ducti inuicem ꝓducunt 6, q ductus in 5, aggregatũ, ꝓducit 30: tertiã partem 90, differentia uerò 13, aggregati q̃dratorũ, ab ipso 6, producto unius in

cubꝰ æq̃lis 7 rebꝰ p:90
9 3
4 2 6—7—13
13 5 30

alterum,

alterũ, eſt 7, numerus rerũ, ideo 5, aggregatũ illorũ, eſt rei ęſtimatio.

Cum fuerit cub⁹ æq̃lis reb⁹ & numero, & inuentus fuerit numerus cubicus, cuius ℞ cubica, ducta in numerũ rerum, ꝓducat aggregatũ ex numero cubico inuento, & numero ęq̃tionis, ſeu illorũ differentiã, tunc res p: eadẽ ℞ cubica, erit cõmunis diuiſor cubi, p: eodẽ numero cubico, & numeri rerũ cũ numero aggregato, ex numero ęq̃tionis, & numero cubo, uel res m: ℞ cubica eadẽ, erit cõmunis diuiſor, cubi m: numero cub. inuẽto, & numeri rerũ m: differẽtia numeri æq̃tionis, & numeri cubi inuẽti, inde peruenies ad rei ęſtima(tionem. 6ª

Exemplum. Cubus æquatur 16 rebus p: 21, tunc quia addito 27 numero cubo, ad 21 fit 48, qui producitur ex 3 ℞ cubica 27 in 16 numerum rerũ, ideo dico, quod res p: 3, erit cõmunis diuiſor, addito 27 utriq; parti, ſcilicet cubo & 16 rebus p: 21, inde facta diuiſione, habebis q̃dratum m: 3 rebus p: 9, ęqualia 16, quare q̃dratum ęq̃bitur 3 rebus p: 7, & res erit ℞ 9 1/4 p: 1 1/2, Et ſimiliter, ſi dicamus, cubus æquat̃ 4 rebus p: 15, hic abiecto 15 ex 27 numero cubo, differentia quæ eſt 12, continet 4, numerum rerum, in 3, radice cubica 27, ideo dico, quod abiecto communi 27, ex utraq; parte, fiet cubus m: 27, ęqualis 4 rebus m: 12, inde diuiſis ambobus per rem m: 3, communem diuiſorem, fiet quad. p: 3 rebus p: 9, æquale 4, quare æquatio nulla ſequetur, quamuis perueneris ad modum æquandi, in detractione, niſi forſitan aliquando per m: ſyncerum.

cub⁹ æq̃lis 16 rebus p: 21
3 — 27
48 — 48
1 res p: 3
cub⁹ p: 27 | 16 res p: 48

cubus æq̃lis 4 reb⁹ p: 15
3 — 27
12 — 12
1 res p: 3
cubus m: 27 | 4 res m: 12

Cum fuerit cubus æqualis rebus & numero, & ex numero rerũ auferatur 3/4 quadrati rei, & ℞ reſidui addatur, aut minuatur, ex dimidio rei, aggregatum ductum in quadratum reſidui, & reſiduum ductum in quadratum aggregati, producunt numerum æquationis. 7ª

Exemplum. Cubus æquatur 14 rebus p: 8, & rei æſtimatio eſt 4, cuius quadratum eſt 16, huius 3/4 ſunt 12, abijce ex 14 numero rerum fit 2 reſiduum, cuius radicem adde, & minue ex 2, dimidio 4, æſtimationis rei fiunt 2 p: ℞ 2, & 2 m: ℞ 2, dico igitur quod ex uno in quadratum alterius mutuo fiunt 8 ſcilicet numerus æquationis.

cubus æq̃lis 14 rebus p: 8
res 4 quadratum 16
3/4 q̃drati 12 —— 14 —— 2
2 p: ℞ 2 — 6 p: ℞ 32
2 m: ℞ 2 — 6 m: ℞ 32
8

Cum fuerit cubus æqualis rebus & numero, & diuiſeris dimidium numeri æquationis, per rei æſtimationem, addiderisque prouentum numero rerum, & ab aggregato detraxeris 3/4 qua- 8ª drati, ipsius rei, ℞ residui, addita & detracta, à dimidio ęstimationis, ostendit partes, ex quarum ductu unius in quadratum alterius mutuò, producitur dimidium numeri æstimationis.

Exemplum. Cubus æquatur 14 rebus p:8, & æstimatio est 4, diuide 4 dimidium 8, per 4, æstimationem, exit 1, adde ad 14 fit 15, abijce 12, qui sunt $\frac{3}{4}$ quadrati æstimationis, relinquitur 3, cuius radicē adde ac minue, ex 2 dimidio ęstimationis, habebis 2 p: ℞ 3, & 2 m: ℞ 3, ex quorum ductu unius, in quadratum alterius mutuò, fit 4 dimidium numeri æquationis.

cubus ęq̄lis 24 rebus p:8
1 —— 4 —— 4
15 — 12 — 3
2 p:℞ 3 | 2 m:℞ 3
7 m:℞ 48 | 7 p:℞ 48
2 | 2

9ª. Cum fuerint res æquales cubo & numero, & inueneris numerum, qui ductus in ℞ aggregati, ex ipso & numero rerum, producat numerū æquationis, tunc dimidia eius ℞, addita uel detracta radici differentiæ numeri æquationis, & $\frac{1}{4}$ eiusdem aggregati, constituit rei æstimationem.

Exemplum. Cubus p:12 æquatur 34 rebus, tunc quia addendo 2 ad 34, productum ex ipso 2, in 6 ℞ 36 aggregati 2, & 34 est est 12 numerus æquationis, ideo dico, quod si ad 3, dimidium radicis 36 addatur uel minuatr ℞ 7 differentiæ 34 numeri rerum & 27, quod est $\frac{1}{4}$ q̄drati 6, seu tales aggregati, quod consurget rei æstimatio, 3 p:℞ 7, uel 3 m:℞ 7.

cubus & 12 æq̄lis 34 reb⁹
2
36
12 — 2 — 6
34 3
27
7

10ª. Cum fuerint res æquales cubo & numero, & subtraxeris talem numerum ex numero æquationis, ita quod ℞ cuba differentiæ, ducta in numerum rerum, producat numerum detractum, tunc res m: ℞ cubica differentiæ, erit communis diuisor, facta detractione, & hæc regula similis est sextæ, sicut præcedens secundæ.

Exemplum. 16 res æquantur cubo & 21, detracto 48, relinquitur 27, cuius ℞ cubica 3, ducta in 16 numerum rerū, producit 48, igitur detracto 48, ex utraq; parte, fient cubus m:27, & 16 res m:48, inde diuisor communis erit res m:3, & prouenient quadratum & 3 res & 9, æqualia 19. quare quadratum & 3 res, æquabuntur 7, & rei ęstimatio erit, ℞ 9 $\frac{1}{4}$ m: 1 $\frac{1}{2}$.

cubus & 21 æq̄lis 19 reb⁹
48
27 —— 3
48
res m:3
cub⁹ m:27 | 16 res m:48

11ª. Cum fuerint res æquales cubo & numero, & ex numero rerum feceris tres partes proportionales, ex quarum secunda, ducta in differentiam radicum primæ & tertiæ, seu ex ductu primæ in ℞ tertiæ, & tertiæ in ℞ primæ, differentia æqualis fuerit tertiæ parti numeri

numeri æquationis, erit differentia illarum radicum rei æstimatio, & est similis 4.

Exemplum. 19 res æquales sunt cubo & 18, cum ex 19 factæ fuerint tres partes proportionales 4. 6, 9, ex quarum media 6 ducta in differentiam radicum 9 & 4, quæ est 1, fiat 6, tertia pars 18 numeri æquationis, ideo dico quod 1 differentia talium radicum est rei æstimatio.

cub⁹ & 18 æq̄les 19 reb⁹
9 6 4
3 1 2
6 — 3 — 18

Cum fuerint res æquales cubo & numero, & cum ℞ cubica numeri æquationis, diuiseris numerum rerum, & de eo quod exit, feceris duas partes, ex quarū ductu unius in quadratum alterius, fiat numerus æquationis, tunc quantitas proportionalis, inter ℞ cubicam numeri æquationis, & partem, quā ducis in q̄dratum alterius, ut fiat æquationis numerus, est rei æstimatio 12

Exemplum. 18 res æquantur cubo p: 8, diuiso 18 per 2 ℞ cubam 8, exit 9, ex quo fiunt duæ partes 8 & 1, ex quarum una quæ est 8, in quadratum alterius q̊d est 1, fit 8, numerus æquationis, ideo 4 numerus medius proportione inter 8, partem 9, quam duxisti in quadratum 1, alterius partis, & 2 ℞ cubā 8 numeri æquationis, est rei æstimatio.

18 res æq̄les cubo p: 8
2 — 2
9 — 1 — 8
1 4
8

Cum fuerit cubus & numerus æqualis rebus, & ex tertia parte numeri rerum, feceris duas partes, quæ ductæ in suas radices, producant duos numeros, qui iuncti, æquales sint dimidio numeri æquationis, aggregatum illarum radicum, est rei æstimatio, & est similis tertiæ regulæ. 13

Exemplum. 15 res, æquantur cubo & 18, capio 5, tertiam partem 15, ex quo facio duas partes, 4 & 1, quæ ductæ in suas radices, 2 & 1, producunt 8 & 1, quorum aggregatum 9, est dimidium 18 numeri æquationis, ideo dico, quod 3, aggregatum talium radicum, est rei æstimatio. Et iam scis, etiam ex regula generali, quod quotiens ex numero rerum possunt fieri duæ partes, quarum una ducta in alterius radicem, producatur numerus æquationis, quod talis ℞ est rei æstimatio, & quod hoc potest esse duobus modis, & quomodo cadat in Binomio uel reciso & integris, ideo quamuis essent similes primæ regulæ, quia tamen ex capitulo generali, quasi uiolenter in eam rapimur, satis fuerit admonuisse hic.

15 res æquales cubo p: 18
5
1 — 4
1 — 2 — res 3
1 — 8 — 9 — 9

Cum

Cum fuerit numerus æqualis cubo & quadratis, & sciueris ex
14a. numero quadratorum facere duas partes, ex quarum ductu unius in quadratum alterius, fiat numerus ęquationis, tunc duces partem quæ non in se ducitur, in aggregatum eius quæ in se ducitur, & quartæ partis eius, quæ non in se ducitur, producti ℞, detracto dimidio partis, quæ non in se ducitur, est rei æstimatio.

Exemplum. Cubus & 20 quadrata, ęquantur 72, ex 20 fiunt duę partes, 18 & 2, & ex una in quadratum alterius fit 72, nam ex 18 in 4 fit 72, dico, quod si 18, ducatur in 6½ aggregatum ex 2 reliqua parte, & 4½, quarta parte ipsius 18, fiet 117, cuius ℞, detracto 9, dimidio 18, ostendit æstimationem rei ℞ 117 m: 9.

cub⁹ & 20 q̃drata æq̃lia 72
2 18
4½
2
6½ — 18 — 117
℞ 117 m: 9

15a. Cum fuerint quadrata æqualia cubo & numero, & inueneris numerum non minorem quarta parte numeri quadratorum, nec maiorem tertia parte, cum quo diuiso numero æquationis, proueniet numerus quadratus, cuius radicis dimidium additum numero quadratorum, faciat quadruplum ipsius diuisoris, tunc æstimatio rei est duplum numeri diuisoris, p: uel m: radice producti, ex quadruplo diuisoris, in differentiam numeri rerũ, & tripli ipsius diuisoris.

Exemplum. Cubus p: 48 æquatur 10 quadratis, tunc quia 3, qui non est minor quarta parte 10 numeri quadratorum, nec eius tertia parte maior, diuidens 48 producit 16, cuius medietas radicis quæ est 2, addita ad 10 numerum quadratorum, constituit 12, quadruplum diuisoris 3, ideo dico, quod si duplo diuisoris quod est, 6, addatur uel detrahatur ℞ producti, ex 12 quadruplo 3 diuisoris, in 1, differentiam 10 numeri rerum, & 9, tripli 3, diuisoris, & est tale productum etiam 12, quod constituemus utramq; æstimationem, 6 p: ℞ 12, uel 6 m: ℞ 12.

10 quad. æq̃l. cubo & 48
3 3
4 4 — 16
12 2 — 10 — 12
6 p: ℞ 12 uel 6 m: ℞ 12

Et scias, quod per capitula cognoscuntur regulæ & quæstiones
Not^m. super his formatæ cum facilitate, quæ aliâs uix soluerent, ipsæ uero regulæ sumptæ sunt ex demonstrationibus capituli sexti, & ego nõ apposui eas, quia intelligenti nostros libros super Euclidem, sunt per se manifestæ, & non intelligens non curabit illas nec quæret, quoniam non sunt ei necessariæ.

16a. Operæprecium fuerit nunc ostendere, quod hę regulæ non possunt esse generales, respectu æstimationis, & modus in uno sufficiet

ad

ad ostendendum in reliquis capitulis. Capiamus igitur capitulũ p̄ximius, & de quo magis posset hoc credi, propter multiplicem æstimationem, & sit cubus p: numero, æqualis 7 quadratis, & sit $2\frac{2}{3}$ numerus positus, id est numerus, qui primo cognoscitur in sexto capitulo, regula secunda, erit igitur ex illa regula, rei æstimatio, ℞ 16 p: $2\frac{2}{3}$, quare $6\frac{2}{3}$, quare residuum ad numerum quadratorum est $\frac{1}{3}$, quare ex demonstratione posita in initio tertij libri, productum $6\frac{2}{3}$, in quadratum $\frac{1}{3}$, est numerus fractus, & est $\frac{20}{27}$, & econtrà, ducto $\frac{1}{3}$ in quadratum $6\frac{2}{3}$, fit fractus numerus etiam, scilicet $14\frac{22}{27}$, quare posito numero quadratorum integro, & æstimatione fractis numeris cõstituta, numerus æquationis, qui est superatio partium, quę sunt rationales, quadratorum ad cubũ, nunquam poterit esse numerus integer, sed talis æquationis numerus producitur ex una parte numeri rerum, in alterius quadratum. Hoc ostenso, capio cubum & numerum æquales 7 quadratis: manifestum est autem ex demonstratis in septimo super Euclidem, & ex regulis sexti libri, deducendo numerum ad quadratum & cubum, quod maxima productio partium 7 in quadratum alterius, est $50\frac{22}{27}$, igitur poterit diuidi 7, ut producat numeros integros, per multiplicationem unius partis in quadratum alterius, ab 1 usq; ad 50, & non in fractos, ex demonstratis igitur in integros, at in integris non potest fieri nisi triplex diuisio, ut patet in figura, nec produci plus quàm 6, 20, 36, 48, 30, igitur residui 45 numeri, nullo modo per genus huius ęstimationis exhauriri poterunt, specialis igitur est, ac ualde etiam specialis, nec tamen credas, quòd in alijs capitulis, numerus pro Binomij aut recisi altera parte non possit inseruire, ut sæpius in exemplis docuimus.

	7		
1	6,	36,	6.
2	5,	50	20.
3	4,	48,	36,

Cum fuerit cubus ac numerus æqualis rebus, & ex ℞ numeri rerum feceris duas partes, ex quarum ductu primæ in duplum quadrati secundæ, & secundæ in quadratum primę, fiat numerus ęquationis, tunc secunda pars erit rei æstimatio. 17ª.

Exemplum. Cubus & 48, ęquantur 25 rebus, tunc quia ex 5, & 25, fiunt partes 3 & 2, ex quarum ductu 2 in 18 duplum quadrati 3, & ex 3 in 4 quadratũ 2, fit 48, ideo dico, quod 3 pars, cuius quadratum duplicatur, est rei æstimatio.

cubus & 48 ęq̄lis 25 rebus
2 ✕ 3 —— 5
4 18
12 —— 36
48

Cum fuerint cubus & quadrata, æqualia numero, & duo numeri differentes in numero æquationis, ducti inuicem, produxerint tãtum, quantum est cubo ᵀpqd. in cubum differentiæ ℞ cubicarum 18ª.

talium numerorũ, tunc differentia talium ℞ cubicarum, eſt rei æſtimatio, ut in exẽplo à latere patet, res eñ facilis eſt.

cubus & $22\frac{1}{2}$ q̃d. æq̃l. 98

3375 —— 125 —— 27

98

$7\frac{1}{2}$ $\quad$ 5 —$\frac{}{2}$— 3

$421\frac{7}{8}$ —— 8

3375

Cor^m^. Ex his patet unum admirabile: ſcilicet quòd in his capitulis cum numerus propoſitus fuerit compoſitus, facile frequenterq́ eueniet ut æſtimatio poſsit inueniri, at ſi primus raró admodum: quia non contingit duas partes numeri integri commenſas inuicem ſeu fractas numerum integrum producere, quanto minus in radicem uel alterius quadratum: quod in his plerunq́ regulis præſupponitur.

Cor^m^. Quia ex regula 14 huius ex $22\frac{1}{2}$ numero rerum poſſunt fieri duæ partes, ex quarum una in alterius quadratum, fient 98 numerus æquationis & æſtimatio eſt differentia ℞ producti ex una illarum in ſuam quartam partem ac reliquam à dimidio eiuſdem primę partis, ideò poſita prima parte 1 poſ. ducemus eam in $22\frac{1}{2}$ m: $\frac{3}{4}$ poſ. & fient $22\frac{1}{2}$ poſ. m: $\frac{3}{4}$ quad cuius ℞ eſt 2 p: quam $\frac{1}{12}$ poſ. igitur $\frac{1}{2}$ poſ. p: 2 æquatur illi radici ergo prima pars eſt $10\frac{1}{4}$ p: ℞ $101\frac{1}{16}$ alia $12\frac{1}{4}$ m: ℞ $101\frac{1}{16}$.

Oſtendit regulas maiores, quæ ſunt omnino ſingulares.

CAP. XXVI.

Prima. QVando quadratum quadrati & res, æquantur quadratis & numero, & diuiſo numero rerum ac numero æquationis, per numerum quadratorum, dimidium exeuntis ex numero rerum, fuerit radix prouentus numeri æquationis iam diuiſi, tunc accipe ℞ numeri primi æquationis, & ei adde quartam partem numeri quadratorum, & totius accipe radicem uniuerſalem, à qua minue ℞ eiuſdem quartæ partis numeri quadratorum, reſiduum eſt rei æſtimatio.

Queſt. Exemplum. Quatuor iniere ſocietatem. Primus poſuit quantitatem. Secundus poſuit quadratum quadrati decimæ partis primi. Tertius poſuit quintuplũ quadrati decimę partis primi. Quartus poſuit quinq́, & tantum poſuit primus cum ſecundo, quantum tertius cum quarto. Quæritur quantũ quiſq́ poſuerit? Pone quòd primus poſuerit 10 res, ſecundus poſuit igitur quadratum quadrati, tertius 5 quadrata, quartus autem ut dictum eſt, poſuit 5. Igitur quadratum quadrati, & 10 res, æquantur 5 quadratis & 5, diuidendo igitur numerum rerum per numerum quadratorum, exiret 2, cuius dimidium eſſet ℞ 1, qui prouenit diuiſo 5 numero æquationis, per 5 numerum quadratorum, igitur accipe ℞ 5 numeri æquationis, cui adde quartam partem numeri quadratorum, & fiet ℞ 5 p: $1\frac{1}{4}$, cuius

accipe

accipe ℞ v: quæ est ℞ v: ℞: 5 p: $1\frac{1}{4}$, & ab ea minue quartā partem numeri quadratorum, habebis rei ęstimationem ℞ v: ℞ 5 p: $1\frac{1}{4}$ m: ℞ $1\frac{1}{4}$ & habebunt ut uides.

Eodem modo, ubi q̄d quad^m, æquetur eisdem conditionibus quadratis reb' & numero, regula tenebit similis, & in æstimatione erit idem modus, nisi quòd in fine addemus ℞ quartæ partis numeri quadratorum, radici uniuersali, quam in præcedente regula detrahebamus, ut in exemplo, si q̄d q̄d^m æquale foret 5 q̄dratis, 10 rebus & 5 numero, rei æstimatio esset ℞ v: ℞ 5 p: $1\frac{1}{4}$, p: ℞ $1\frac{1}{4}$.

|1^s ℞ v: ℞ 50000 p: 125 m: ℞ 125 22
|2^s $17\frac{1}{2}$ p: ℞ 500 m: ℞ v: ℞ 612500 p: $781\frac{1}{4}$
|3^s $12\frac{1}{2}$ p: ℞ 125 m: ℞ v: 78125 p: $156\frac{1}{4}$
|4^s 5

Et causa in his regulis est, quod ℞ q̄d quadrati, est quadratum, & ℞ 5 quadratorum m: 10 rebus p: 5, est ℞ 5 m: ℞ 5 quadratorum, seu m: rebus ℞ 5, igitur quadratum & res ℞ 5, æquant ℞ 5, & æstimatio est nota, quæ est eadem cum illa, q̄d quadrati, p: 10 rebus, ęqualium 5 quadratis & 5, & eadem ratione, si q̄d quadratum ęquale est 5 quadratis, 10 rebus & 5, erit quadratum æquale rebus ℞ 5 p: ℞ 5, quare nota est res.

Quando quadratum quadrati & quadrata est res, æqualia fuerint cubis & numero, qui sit 2 p: numero quadratorum, fuerintq́ numerus rerum & cuborum idem, & dimidium numeri rerum, radix numeri, tunc duc in se quartam partem numeri rerum, & producto adde 1, & ab hoc minue ℞ aggregati ex quadrato dimidij numeri rerum & unitate, & residui ℞ adde uel minue â quarta parte numeri rerum, quod fiet, erit rei æstimatio.

Exemplum. Quad q̄dratum & 34 quadrata & 12 res, æquantur 12 cubis & 36, tunc uides quòd cubi sunt ęquales rebus in numero, et dimidium numeri rerum est ℞ 36 numeri, & numerus ipse est 2 p: numero quadratorum, ideò duc 3 quartam partem 12 numeri rerū in se, fit 9, adde 1 pro regula, fit 10, abijce ℞ 37 aggregati ex quadrato dimidij numeri rerū & unitate, fit 10 m: ℞ 37, huius ℞ uniuersalem minue uel adde 3, quartæ parti numeri rerum, habebis æstimationem rei, 3 p: ℞ v: 10 m: ℞ 37, uel 3 m: ℞ v: 10 m: ℞ 37.

Et modus inueniendi tales regulas habetur ex regula magna, unde etiam capitulo huic nomen dedimus, & est, ut soluas aliquā quæstionem simpliciter, deinde per regulam magnam, uel etiam aliam, deinde obseruabis conditiones necessarias, in transitu ex una in aliam, postmodum obserua, quo modo perueneris ad rei æstimationem, & facies regulam nouam hoc modo super capitulum ignotū.

Exemplum. Fac ex 6 duas, partes, ita quòd cubus minoris, & qua dratum maioris, & productum ex eadem maiore in 8, hæc tria producta, sint proportionalia, dico peruenies per regulam magnam ad hoc quòd proportio talium partium erit ℞ cub. 8, scilicet 2, quare diuidemus 6, per ℞ cu. 8 p:1, & exibit rei æstimatio, at sequendo positionem, habebimus 1 q̃d q̃d^m p:24 q̃dratis p:144, æqualia 8 cub. p: 96 positionibus. Dicemus igitur, quãdo q̃d q̃d^m & quadrata & numerus æquantur cubis & rebus, & potuerimus inuenire numerum aliquem, qui ductus in numerum æquationis, producat numerum cuius ℞ ducta per 6, pro regula, producat numerum, qui diuisus per primum numerum, quẽ multiplicasti, producat numerum quadratorum, tunc si ipsi primo numero iam dicto, quem multiplicasti in numerum æquationis, addas 3 pro regula, & ducto in ℞ radicis numeri quem iam ab initio produxisti, proueniat numerus, qui diuisus per numerum primum inuentum, producat numerũ cuborum, & numerus rerum ductus per primum numerum, fuerit q̃druplus cubo eius ℞ ℞, tunc dico, quòd detracto 1, pro regula à primo numero quem multiplicasti, & residui sumpta ℞ cubica, & ei addita etiam unitate pro regula, & cũ aggregato diuisa tali ℞ ℞, quod prouenit, est rei æstimatio. Et causa in hoc est, quòd in tali quæstione numerus q̃d q̃d^ti, prouenit ex multiplicando, unitate addita, numerus cuborum, ex diuidendo in multiplicandum, p:4, numerus quadratorum uero, ex sexcuplo quadrati diuidendi, numerus rerum ex q̃druplo cubi diuidẽdi, numerus æquationis est q̃d q̃drati diuidendi. Diuidendum uoco in hac quæstione 6, multiplicandum autẽ 8.

6

1 pos: | 6 m:1 pos:

1 cu. | 36 p:1 q̃d m:12 pos: | 48 m:8 pos:
48 cub. m:8 q̃d q̃d. æquales 1296. p: 1
q̃d q̃d p:216 q̃d. m:24 cub. m:864 pos:

72 cub. p:864 pos: æquales 9 q̃d q̃d. p:
216 q̃d. p:1296

8 cub. p:96 pos: æquales 1 q̃d q̃d. p:24
q̃d. p:144.

Exemplum, q̃d q̃dratum p:6 quadratis p:4, æquatur $3\frac{1}{2}$ cubis p:7 rebus, pone primum numerum quadratum, duc in 4, fiunt 4 quadrata, huius ℞ est 2 res, duc in 6, ex regula, fiunt 12 res, quas diuide per quadrata, exit quod æquatur 6, igitur 6 quadrata, æquantur 12 rebus, res igitur est 2. Nos autẽ in positione posuimus quadratũ, igitur numerus primus seu multiplicandus erit 4, & cum cæteræ conditiones conueniant, quæ dictæ sunt, erit 2 numerus diuidendus, quo diuiso per ℞ cub. 3 p:1. exibit æstimatio rei, & de hoc diximus capitulo sexto.

De

De transitu capituli specialis in capitulum speciale. CAP. XXVII

FIt etiam transitus capituli singularis in singulare, hoc modo. Cubus, & 2 quadrata, & 56, æquantur 41 rebus, & rei æstimatio una est 3 p:℞ 2, quæro in eadem æstimatione, cubus cum 7 quadratis, quot rebus æquabitur? & cum quo numero? duc differentiam numeri quadratorum, quæ est 2, in duplum partis, quæ est numerus in æstimatione, scilicet in 6, fit 30, cui adde 41 numerum rerum, fit 71, numerus rerum, deinde duc partes æstimationis in se, fiunt 2 & 9, quorum productorum differentiam, quæ est 7, duc in 5, differentiam numeri quadratorum, fit 35, quem adde ad 56, quia 3 est maior ℞ 2, fit numerus æquationis 91, igitur cubus & 7 quadrata & 91, æquantur 71 rebus, æstimatione existente 3 p:℞ 2, & ubi ℞ fuisset maior numero, detraxisses 35 à 56 & remansisset numerus 21. 1

cub. & 2 q̃d. & 56, æq̃l. 41 reb.	
cubus & 7 q̃d	æstimatio rei
5	3 p:℞ 2
6	9 — 2
30	7
41	5
71 res	35
	56
numerus	91

Dico etiam, quod non licet transire à capitulo in capitulum, stante eodem genere denominationum, & quod æstimatio rei sit eadem, & non rationalis, id est, non numerus integer, aut fractus. Exemplum sit cubus p:3 rebus, æqualis 10, æstimatio rei est ℞ V: cubica ℞ 26 p:5 m: ℞ V: cubica ℞ 26 m:5, dico quod sub hac æstimatione, non poterit cubus cum aliquibus rebus æquari ulli numero, usque in infinitum, nam sit (gratia exempli) cubus p:9 rebus, æqualis 18, quia igitur res est eadem, ℞ cubica scilicet dicta, erit cubus idem in utroque permutatim. Igitur ex tertio libro, cub' cubus p:9 rebus p:10, æquatur cubo p:3 rebus p:18, abijcio communem cubum, fient 9 res p:10, æquales 3 rebus p:18, igitur 6 res æquantur 8, igitur æstimatio rei est $1\frac{1}{3}$, numerus rationalis, & non ℞ cubica dicta, quod est contra suppositum. 2

cub. p:3 rebus æq̃l, 10	
cub. p:6 rebus æq̃. 18	

Similiter nec plures cubi cum pluribus rebus, æquabuntur alicui numero, stante eadem æstimatione, patet ex præcedenti, nam diuisis omnibus per numerum cuborum, habebimus, ut prius, cubum & res æquales numero, quod iam ostendi fore impossibile. Eadem ratio igitur militat in omnibus, nam si dixero cubus æquatur 6 rebus p:2, uel q̃d q̃dratum æquatur 6 rebus p:2, dicam igitur 3 in eadem æſtimatione cubus aut q̄d' quadratum nullis rebus & numero rationalibus æquari poteſt, dico rationalibus, quia non prohibet, quod aſſumptis aut rebus aut numero irrationalibus æquatio non ſequatur.

Et ex hoc ſequitur etiam, quòd in cæteris regula tenet denominationibus, ubi æſtimatio rei non ſit nec numerus rationalis, nec ℞ ſimplex ex genere mediæ denominationis. Exemplum, 2 cubi & 10, æquantur 1 q̄d' quadrato & rei, æſtimatio non eſt nec numerus, nec ℞ cubica ſimplex alicuius numeri rationalis, dico quod q̄d' quadratum ſub eadem æſtimatione, nullis cubis ac numero æquari poterit, patet, quia facta tranſmutatione, & abiecto q̄d' quadrato, relinquentur cubi æquales numero, igitur æſtimatio rei, erit neceſſariò ℞ cubica numeri, uel numerus, quod eſt contra ſuppoſitam.

De operationibus radicum Pronicarum ſeu mixtarum & Allellarum. CAP. XXVIII.

1. IAm oſtendimus in ſuperioribus, tres eſſe ſpecies Pronicarum radicum. Minorem, quando radix quadrata comparatur quadrati ſui & ſuimet aggregato, ipſum autem aggregatum dicet pronicum minus. Medium, cum cubica radix comparatur aggregato ex ſe & ſuo cubo, ipſum autem aggregatum dicetur Pronicum medium, ſed maior radix pronica eſt, cum radix radicis alicuius numeri, comparatur aggregato ex ſeipſa & eius numeri, cuius eſt radix radicis, ipſum autem aggregatum dicetur pronicum maius, ut in exemplo. Pronicum maius 3, eſt 84, & 3 eſt radix pronica maior 84. Non contingunt autem his, cum ſint uelut anomala uerba in Grammatica, operationes quæ ſunt communes, neq; poſſunt multiplicari, uel diuidi, addi uel minui, ſed habent propriam quandam operationem, quæ dicitur tranſitus.

2. Cum igitur duxeris pronicum minus, in ſuam ℞ pronicam, productoq; addideris ipſum pronicum, ℞ quadrata aggregati, erit pronicum medium ℞ quadratæ radicis pronicæ minoris, ut in exemplo, duco 3 ℞ pronicam minorem 12, in 12, fit 36, addo ei 12, pronicum minus fit 48, huius ℞ (& eſt ℞ 48) eſt pronicum medium ℞ 3, quæ fuit ℞ pronica minor 12, nam ducta ℞ 3 ad cubum, fit ℞ 27, cui addita ipſa ℞ 3, producit ℞ 48, igitur ℞ 3 eſt ℞ pronica media ℞ 48, ut propoſitum eſt.

3. Cum duxeris pronicum medium in ſuam ℞ pronicam, producitur pronicum minus quadrati radicis pronicæ mediæ. Exemplum, duco 3, radicem pronicā mediam 30 in 30 fit 90, pronicum minus 9, quadrati 3, quod fuit ℞ pronica media ipſius 30.

Cum

Cum pronicum maius in se ducitur, & productum diuiditur per quadratum radicis suę pronicæ maioris, quod exit, ad cubum eiusdem radicis pronicæ, est uelut 1 quadratum p:2 positionibus p:1. Exemplum, capio 18 pronicum maius, duco in se fit 324, diuido per 4 quadratum 2, ℞ pronicæ maioris 18, exit 81, quod est 1 quadratum p: 2 positionibus p:, respectu 8, cubi 2, eiusdem radicis pronicæ. 4.

Allellę dicuntur radices, cum ex multiplicatione mutua duorum numerorum, in quadratum alterius, duo numeri consurgunt, uelut capio 2 & 3, ipsi dicuntur radices allellæ 12, & 18, nam ex 2 in 9, fit 18, & ex 3 in 4, fit 12, inueniuntur autem radices hoc modo, duc utrunque eorum in se, & diuide productum per reliquum, & ℞ cubicæ prouentus sunt allellæ. Exemplum, uolo ℞ allellam 4 & 8, duc 8 in se, fit 64, diuide per 4 exit 16, duc etiam 4 in se, fit 16, diuide per 8 exit 2, igitur ℞ cubica 16, & ℞ cubica 2, sunt allellæ 4, & 8, & ita allellæ 6 & 18 sunt ℞ cubica 54, & ℞ cubica 2. 5.

4	8
16	64
2	16

Ex quo patet, quod omnes ℞ allellę, sunt ℞ cubicæ numerorum, se habentium in triplicata proportione, in qua se habent sui solidi propositi priores, & hi sunt medij proportione. Corr.

Operationes igitur in his, ex hoc sunt manifestæ, nam cum inuentæ fuerint, reducentur ad radices cubicas, cum quibus operaberis rursus, perfecta operatione, reduces ad allellas. 6.

De regula Modi. CAP. XXIX.

Dicitur hęc regula (quia modum exhibet fabricandi regulas quotlibet mercaturæ) Modi, utilissima magistris Arithemeticæ, ut facilioribus quibusdam inuentis, artē docerent, cuius etiam auxilio, maximam sexti libri partem confecimus. Est igitur regula hæc, solue quamuis quæstionem propositā, modo quo potes, seu positione, seu auxilio sexti libri, deinde auferes positionē, & regulas alias, & serua operationes, quas quàm potes maxime, ad breuitatem redige, & habebis regulam de modo pro omni consimili quæstione.

Exemplum, Serici uiridis passus 7, & nigri passus 3, ueneunt denarijs 72, & eodem precio serici uiridis passus 2, & nigri passus 4, ueneunt denarijs 52, quæritur precium. Pones positionem, esse æstimationem unius passus serici uiridis, igitur 7 passus uiridis ueneunt 7 positionibus, quare 3 pas: nigri ueneunt 72, de:m: 7 positionibus, & passus ualebit $\frac{1}{3}$ horum, scilicet 24 de:m: $2\frac{1}{3}$ positionibus, & 4 passus nigri, ualebunt 96 de:m: $9\frac{1}{3}$ positionibus, at duo passus

uiridis

uiridis ualent 2 positiones ex supposito, igitur 2 passus serici uiridis & 4 nigri ualent de: 96 m: $7\frac{1}{3}$ positionibus, & hæc eadem æstimabantur 52 de: igitur de: 96 m: $7\frac{1}{3}$ positionibus, æquantur 52 de: quare de: 44, qui sunt differentia 96, & 52, æquabuntur $7\frac{1}{3}$ positionibus, igitur pos, ualet 6 denarios, & tantam æstimationem passus serici uiridis esse conueniet. quare 7 passus uiridis ueneunt 42 de: & 3 passus nigri reliquis de: ad 72, scilicet de: 30, quare passus unus de: 10, serici igitur utriusque pretium habes. Hucusque positione operatus es, nunc uenio ad regulam dicoque, in talibus diuide passus numerosiores, scilicet 7, & numerum de ℞: scilicet 72, per passus pauciores, scilicet 3, & quod exit, duc per passus positos in secunda positione, correspondentes paucioribus, & à producto numeri passuum, detrahe reliquos passus secundæ positionis, & cum residuo diuide precij 2 & producti differentiam, exibit æstimatio passus numerosioris, in prima positione. Exemplum, diuide 7 & 72 per 3. exit $2\frac{1}{3}$, & 24 duc per 4, fiunt $9\frac{1}{3}$, & 96, à $9\frac{1}{3}$ abijce 2, à 96 abijce 52, relinquuntur $7\frac{1}{3}$, & 44, diuide 44 per $7\frac{1}{3}$ exit 6, precium passus unius serici uiridis.

7	3 D 72
2	4 D 52
7 pos:	72 m: 7 pos:

3

24 m: $2\frac{1}{3}$ pos:
4

96 m: $9\frac{1}{3}$ pos,
2 pos:

96 m: $7\frac{1}{3}$ pos:
52

44 m: $7\frac{1}{3}$ pos:
$7\frac{1}{3}$

6

uirid.	nigri	precium
pas: 7	pas: 3	de: 72
pas: 2	pas: 4	de: 52

7 — 3 — 72
$2\frac{1}{3}$ 24
4
$9\frac{1}{3}$ 96
2 52
$7\frac{1}{3}$ — 44
6

Inde ex hoc breuior regula emergit, ut in tertia figura, diuide 4 per 3, scilicet numerum passuum eiusdem generis serici in duabus petitionibus, exit $1\frac{1}{3}$, quem duc in 7, & 72, fiunt $9\frac{1}{3}$, & 96, à quibus abijce numeros suprapositos secundę positionis, & sunt 2 & 52, directos à directis, relinquuntur $7\frac{1}{3}$ & 44, diuide numerum denariorum 44 per $7\frac{1}{3}$ numerum passuum, exit 6, precium passus uiridis serici, & ita constitues breuissimam regulam, ex tam longa positionis operatione. unde meritò hæc modi regula, mater regularum dici potest.

2	4	52
7	3	72
$9\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3}$	96
$7\frac{1}{3}$	6	44

De

De regula Aurea. CAP. XXX.

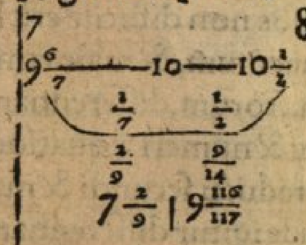
HÆc regula rerum, quæ in usum ueniunt, maximam partem amplectitur, nam quæstione ad positionem deducta, perfectaque operatione, proximam quærit æstimationem, quæ sic habetur. Primò uenare proximiores, integros numeros, maiorem ac minorem, qui æquationi satisfaciunt, quos non difficile erit habere, horum minorem uocabimus primũ inuentum, & maiorem secundum inuentum, & differentiam productorum, differentiam maiorem, differentiam uerò producti primi & numeri æquationis differentiam primam, differentiam autem producti secundi & numeri ęquationis, secundam differentiam. Diuide igitur differentiam primam, per differentiam maiorem, quod exit, addatur primo inuento, & perficiemus æstimationem imperfectam quam deducemus ad æquationem, scilicet per denominationis æquationis, ut in primo & secundo inuento, & quod producitur, subtrahe à producto secundo, deinde subtrahe æstimationem imperfectam, ab inuento secundo, residuum duc in differentiam secundam habitam, & tale productum diuide per differentiam producti æstimationis imperfectæ, & secundi producti, quod exit, detrahe ex inuento secundo, residuum est æstimatio rei ualde proxima, cui per iteratas operationes semper propinquius licet accedere idem fiet, ubi æquatio sit denominationis alicuius, ad numerum, ac denominationes, ut in exemplis patebit.

Sit igitur primo, q̃d q̃dratum & 3 cubi, æqualia 100, uides quòd si res est 2 q̃d q̃dratum, & 3 cubi sunt 40, & si res est 3, erit q̃d q̃dratum & 3 cubi 162, igitur inuentum primum est 2, & productum primum 40, & inuentũ secundum 3, & productum secundũ 162, & 122, maior differentia, & 60 differentia prima, & 62 differentia secunda, & nota, quòd inuentum primum semper differt unitate ab inuento secundo, aliter non recte es operatus, his cognitis, diuide 60 per 122, exit $\frac{30}{61}$, quod adde ad 2, primum inuentum, fit imperfecta æstimatio $2\frac{30}{61}$, hanc ducito ad q̃d q̃dratum & tres cubos, fit 85 ferê, subtrahe igitur 85 productum æstimationis imperfectæ, à 162, producto secundo, habebis 77, subtrahe etiam $2\frac{30}{61}$, ex 3 inuento secundo, relinquuntur $\frac{31}{61}$, duc in 62 differentiam secundam, fit $\frac{1922}{61}$, diuide per 77, exit $\frac{1922}{4697}$: detrahe ex 3 inuento secundo, erit æstimatio satis

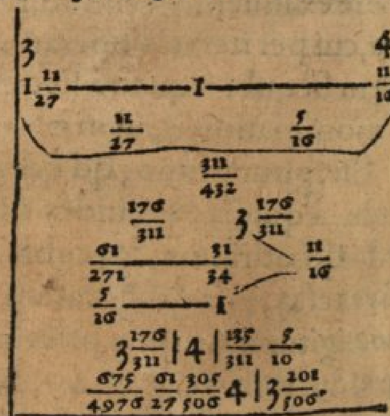
2 3
4 —— 100 —— 162
60 62
122 162
$\frac{60}{122}$ | $\frac{30}{61}$ $2\frac{30}{61}$
77 —— 85
62 —— 100
$2\frac{30}{61}$ | 3 | $\frac{31}{61}$
$\frac{31}{61}$ | 62 $\frac{1922}{61}$ 77
$\frac{1922}{4697}$ | 3 | $2\frac{2775}{4697}$

proxima q̃d' quadrati p:3 cubis æqualium 100, hæc, $2\frac{2775}{4067}$, & si uelles, posses alternatis operationibus quantumlibet propius accedere.

Quòd si quadratum & 20, æquentur 10 rebus, tunc si res esset 7, haberemus quadratum p:20, æquale rebus $9\frac{6}{7}$, & si res esset 8, haberemus quadratum p:27, æquale rebus $10\frac{1}{2}$, igitur ut prius, inuentum primum est 7, productum primum $9\frac{6}{7}$, inuentum secundum 8, productum secundum $10\frac{1}{2}$, differentia maior $\frac{9}{14}$, differentia prima $\frac{1}{7}$, differentia secunda $\frac{1}{2}$, diuidemus igitur differentiam primam, per maiorem differentiam, exibit $\frac{2}{9}$ & addemus hoc ad 7, inuentum primum, fiet æstimatio imperfecta $7\frac{2}{9}$, cuius quadratum p:20, est æquale 9 rebus & $\frac{116}{117}$, ideo quia hoc insensibiliter differt ferè, à 10, numero rerum, ideo non utimur alia operatione, sed dicemus æstimationem propinquam esse $7\frac{2}{9}$.



Sit etiam cubus æqualis 6 rebus p, 20, dicemus, si 3 essent res, 6 res & 20 æquarentur $1\frac{11}{27}$ cubi, & si res essent 4, essent 6 res & 20, æquales $\frac{11}{16}$ cubi, igitur inuentum primum est 3, & productum primum $1\frac{11}{27}$, inuentum secundum erit 4, productum secundum $\frac{11}{16}$, differentia prima $\frac{11}{27}$, differentia secunda $\frac{5}{16}$, differentia maior $\frac{311}{432}$, cum qua diuide differentiam minorem, exit $\frac{176}{311}$, quam adde ad 3, fiet æstimatio imperfecta $3\frac{176}{311}$, sequere æquationem, scilicet assumendo 6 res p:20, & erunt $\frac{1245186054}{1303938029}$ sui cubi, hoc autem est proximum ad $\frac{41}{43}$, ab hoc detrahemus productum secundum, & relinquentur $\frac{61}{271}$ & $\frac{5}{16}$, similiter subtraho $3\frac{176}{311}$, æstimationem imperfectam, à 4 inuento secundo, relinquitur $\frac{135}{311}$, hoc duco in $\frac{5}{16}$ differentiam secundam, ut etiam primo exemplo, fit $\frac{675}{4976}$, diuide per differentiam producti secundi, & producti æstimationis, & est $\frac{61}{271}$, exit $\frac{182925}{303536}$, detrahe à secundo inuento, ut prius, relinquitur rei æstimatio $3\frac{120611}{303536}$, & hoc est proximum ad $3\frac{201}{506}$, & ideo ad $3\frac{2}{5}$, & 6 res p:20, sunt $40\frac{2}{5}$, & cubus $3\frac{2}{5}$, est $39\frac{38}{625}$, & si uelles proximius, posses operari tertio, sicut primò fecisti, & proculdubio peruenires ad insenbilem differentiam & ratio hæc uniuersalis est, nec indiget alia regula.



Et similiter operaberis, ubi essent tres denominationes æquales duabus

duabus alijs, aut tribus, sed cum duplici ingressu, uel triplici, potes etiam deducere ad numeros omnia, ut in primo exemplo, & operationes in eo casu sunt longe faciores, uelut si dicam q̄d quadratum & 6 quadrata & 200, ęquantur 10 cubis & 12 rebus, erit primum inuentum 6, & productum m:152, differentia quia 10 cubi & 12 res superant q̄d quadratum 6 q̄d. & 200, & secundum inuentum erit 10, & productum secundum erit 680 p: quo q̄d quadratum & 6 quadrata & 200, superant 10 cubos & 12 res, & tunc differentia prima, æqualis est producto primo, & differentia secunda, producto secundo & maior differentia est aggregatum ex utroque, & tunc sufficiet pro prima operatione, diuidere ut prius, differentiam primā per differentiam maiorem, & quod exit, & est $\frac{19}{104}$, addemus primo inuento, & fiet æstimatio imperfecta $9\frac{19}{304}$, deinde si uis proximius accedere, produces hanc æstimationem ad suas denominationes utrinque, & collige differentiam, quæ uocetur a. quam multiplica per differentiam ęstimationis imperfectę & secundi inuenti, & productū diuide denuo per maiorē differentiā, & quod exit, adde aut minue, secundum quod oportet, & habebis inuentum, & hoc modo liceret etiam operari in secundo & tertio exemplo, sed nos uoluimus declarare utrumque modum, ad maiorem in occasionibus facilitatem, idem dic de radicibus extrahendis.

9	10
152 m:	p:680
$\frac{152}{832}$	832

De regula Magna. CAP. XXXI.

HÆc regula est pro magnis quęstionibus soluendis, & ex ea inuentæ sunt regulę auri & argenti consolandi, Acuit ingenium, & fit per demonstrationes, exigitque hominem expertum, doceturque per quæstiones, quoniam est multiformis, Fundamentum regulæ est commutatio.

QVAESTIO I.

Fac de 8 duas partes, ex quarum cubis inuicem ductis, fiat 16. Dices igitur, ex una in aliam fiet R cubica 16, diuide 8 in duas partes, ex quarum ductu inuicem fiat R cubica 16, & erunt 4 p: R:16 m: R cubica 16, & 4 m: R v:16 m: R cubica 16.

QVAESTIO. II.

Fac de 8 tres partes proportionales, quarum quadratum primæ sit æquale reliquis, igitur fient primæ duæ partes, quarū unius quadratū, sit æquale alteri, deinde maiorem diuidemus in duas partes existentes in continua proportione cum minore, & erunt.

QVAESTIO III.

Fac ex 8 tres partes in continua proportione quarum quadratum maioris, sit mediũ proportione inter cubum utriusq; partis, dices igitur, cubus minoris est ℞ cubica cubi maioris, & hoc, quia proportio cubi maioris, ad suum quadratum, est ipsa maior, & hæc eadem est quadrati maioris, ad cubum minoris, igitur cubus minoris, est ℞ quadrati maioris. & æqualis ipsi maiori, quare 8 constat ex minore & suo cubo, igitur 1 cub. p: 1 re, æqualis est 8, & æstimatio rei est minor pars.

	p^a ℞ $8\frac{1}{4}$ m: $\frac{1}{2}$
2^a	℞ v: ℞ $631\frac{1}{4}$ m: $10\frac{3}{8}$ p: $\frac{1}{4}$ m: ℞ $2\frac{1}{16}$
3^a	$8\frac{3}{4}$ m: ℞ $18\frac{9}{16}$ m: ℞ v: $631\frac{1}{4}$ m: $10\frac{1}{8}$

QVAESTIO IIII.

Fac ex 8 duas partes, ita quòd septuplũ maioris, sit proportione mediũ inter q̃dratum maioris, & cubũ minoris, sit a maior, & c quadratum eius, & b minor, & d cubus eius, sit etiã e septuplum a, cum igitur ex a in a fiat c, & ex a in 7 e, erit a ad 7, ut c ad e, quare ex 11 5^i, ut e ad d, igitur ex a in d, fit septuplum e, at e est septuplum a, igitur ex a in d, fit 49 a, igitur d est 49, quadratum 7, quare cubus b minoris est 49, & b est ℞ cubica 49, & a residuum.

	8	
a	7	b
c	e	d

QVAESTIO V.

Fac ex 8 duas partes, ita quòd septuplũ maioris, sit proportione mediũ inter cubum maioris & quadratum minoris, sit a maior, & c cubus a, & b minor, & d q̃dratum b, & e productum ex 7 in a, quia igitur ex a in quadratum a, fit c, & in 7, fit e, erit quadrati a ad 7, ut c ad e, quare ut ad d, proportio autem quadrati a, ad quadratum b, componitur ex proportione quadrati a ad 7, & 7 ad quadratum b, quare ex proportione e ad d, & 7 ad quadratum b, sed d est quadratum b, igitur proportio quadrati a ad quadratum b, componitur ex proportione septupli a, & est e ad d, & 7 ad ipsum d. proportio igitur quadrati a ad d, componitur ex proportione e ad d, & 7 ad d, igitur ex regula sex quantitatum, seu ex proportionum compositione, ex 7 in e, fit quadratum a in d, sed e est septuplum a, igitur ex 49 in a, fit quadratum a in d, igitur ex a in d, seu in quadratum b, fit 49, quare ex capitulo cubi & numeri æqualium quadratis, b est ℞ $7\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, & $7\frac{1}{2}$ m: ℞ $7\frac{1}{4}$.

	8	
a	7	b
c	e	d

QVAESTIO VI.

Fac ex 8 duas partes, quarũ ꝓductũ totius in minorẽ, sit ꝓportione medium inter ꝓducta maioris in totum, & maioris in minorẽ, quia

quia igitur minor ducitur in maiorem, & totum erit illorum productorũ proportio, ut totius ad maiorem, item quia totum ducitur in maiorem & minorem, erit productorũ, ut maioris ad minorem, sed producta sunt analoga. igitur ex 11 quinti Elementorum, totius ad maiorem partem, ut maioris ad minorem, igitur 8 diuisum erit secundum proportionem habentem medium & duo extrema, quare partes sunt manifestæ, ℞ 80 m: 4 & 12 m: 80.

QVAESTIO VII.

Fac de 8 duas partes, ita quod productum maioris in minorem, sit proportione medium inter quadratum minoris & decuplum eiusdem minoris, dices igitur, quia minor est illa, quæ multiplicatur in se, in maiorem, & in 10, quod maior est proportionalis inter minorem & 10, igitur quadratum maioris, æquatur decuplo minoris, & res nota est, nam maior erit ℞ 105 m: 5, & minor 13 m: ℞ 105.

QVAESTIO VIII.

Fac de 8 duas partes, quarum quadratum maioris sit proportione medium inter quadratum minoris, & productum ex toto in maiorem, pone maiorem a, & b minorem, quia igitur quod fit ex 8 in a, proportionale est inter 64 & quadratum a, ex demonstratis in secundo super

8		
c	a	b

Euclidem, erit 64 quarta quantitas in continua proportione, cum illis tribus productis, quare 64 ad quadratum a, ut quadrati a ad quadratum b duplicata, igitur 8 ad a, ut a ad b duplicata ex 17 sexti Elementorum, nam utraque est media proportionum suorum quadratorum, quare cubus a æqualis est producto ex 8 in quadratum b, hoc enim in septimo libro demonstratum est, quare ponemus a quadratum, erit cubus eius, cubus quadrati ℞ a, quę sit c, igitur quadratum b, est æquale $\frac{1}{8}$ quadrati cubi c, igitur b est, ℞ $\frac{1}{8}$ quadrati cubi c, quare cum ℞ cubi quadrati sit cubus, erit b æqualis cubi c parti ℞ $\frac{1}{8}$, & cum a sit quadratum c, erit 1 quadratum p: cub. ℞ $\frac{1}{8}$, æquale 8, & ideo multiplicando omnia per ℞ 8, erit cubus p: q̃d ℞ 8, æqualis ℞ 512, solue igitur per capitulum 15^m, ut in numeris notis a c ueris operando per regulas tertij libri.

QVAESTIO IX.

Fac ex 8 tres partes in continua ꝓportione, q̃rum aggregatũ primæ & secundæ, & aggregatũ secundæ & tertię, & ipsum 8, sint rursus in continua ꝓportione: dico, inuenies primo ꝓportionẽ illarũ quantitatũ ꝓportionalium, q̃rum aggregatũ secundæ & tertiæ, est ꝓportionale inter aggregatũ primę & secũdę, & aggregatũ omnium, sint igitur tales q̃ntitates a b c, & quia ꝓportio a b c, ad b c, est ut

a	b	c	d

b c, ad a b, ex supposito quæstionis. & b c ad a b, ut c ad b, ex 12ª quinti Elementorum, erit a b c, ad b c, ut b ad c ex 11ª eiusdem, sed ex proportione in b fit c, igitur ex proportione in b c, fit, a b c, fit igitur, ut ex proportione in c fiat d, cum igitur ex proportione in b fiat c, & ex eadem in c fiat d, igitur ex proportione in b c fit c d, & ex eadem in b c fiebat etiam a b c, igitur a b c, æquatur c d, abiecto autem c, relinquitur a b, æqualis d, est autem d quarta quantitas proportionalis, igitur oportebit inuenire quatuor quantitates, in continua proportione, quarum quarta sit æqualis duabus primis, posita igitur prima 1, secunda 1 re, tertia 1 quadratum, quarta 1 cubus erit cubus æqualis 1 rei p: 1, & nota est ex capitulo, quantitas rei, quæ est proportio, diuides igitur 8 in quatuor quantitates sub ea proportione continuatas, ut in sexto libro docetur, soluimus & aliter hanc quæstionem in quarto libro.

QVAESTIO. X.

Fac ex 8 duas partes, quarum septuplum maioris, proportione mediũ sit inter cubum minoris, & productum maioris in minorẽ. Sit a minor, eius cubus c b autẽ maior, & productum b in a sit e, & septuplũ q sit d, quia igitur ex b in a, fit e, & ex b in, 7 fit d, erit a ad 7, ut e ad d, quare a ad 7, ut d ad c. igitur ex a in c, fit septuplum d, sed d est septuplũ b, igitur 49 b, æqualia sunt q̃drato quadrati a, igitur b est æquale $\frac{1}{49}$ q̃d quadrati a, quia igitur a cum b est 8, & b est $\frac{1}{49}$ q̃d quadrati a, igitur a cum $\frac{1}{49}$ q̃d quadrati sui, æquatur 8, quare res & $\frac{1}{49}$ q̃d quadrati æquatur 8, igitur q̃d quadratum p: 49 rebus, æquatur 392, & quamuis huius non sit capitulum generale, pulchrum tamen fuerit hucusque perduxisse quæstionem.

	8		
a	b	7	
c	d	e	

2 Deprehenditur & quandoque eodẽ modo quòd propositæ quæstiones sint impossibiles.

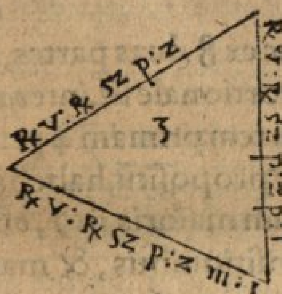
De regula æqualis positionis. CAP. XXXII.

1 HÆc regula, est utilior positione simplici, in omnibus quæstionibus, ubi partes æqualiter multiplicantur, secus ubi inæqualiter, nam in his simplex facilior est, ut si dicam, diuide 8 in duas partes, quarum una ducta in quadratum alterius, uel in cubum, fiat 20, per simplicẽ positionem, peruenies ad 8 quadrata m: 1 cubo, æqualia 20, uel ad 8 cub. m: 1 q̃d q̃drato, æqualia 20 in secunda quæstione, sed ponendo 4 p: 1 positione, & 4 m: 1 positio-

positione, peruenies ad 16 pos: p:44, æquales 1 cubo p: 4 quadratis, & in secunda quæstione, ad 128 positiones 7:236, æqualia 1 q̄d' quadrato p:8 cubis, manifestum est igitur, quàm hæ sint prioribus difficilores. In positione etiam simplici, inuenimus prima operatione, rei æstimationem in æquali differentia, quæ addita dimidio diuidendi, & detracta, ostendit numeros quæsitos, qui uere sunt æstimatio rei, quanquam posuerimus rem esse differentiam, uoco autem positionem simplicem, cum dico, diuide 10 in duas partes, producentes 20, tunc ponimus partem unam rem, aliam 10 m:re, sed æqualem, cum pono partem unam 5 p:re, & aliam, 5 m:re, ideo cum simplex iam per se nota sit, de æquali per quæstiones & exempla dicendum erit, cum certe frequentissimus sit eius usus ac utilis.

QVAESTIO I.

Est trigonus, cuius laterum differentia primi ad secundum, est 1, & iterum secundi ad tertium, est etiam 1, & area est 3, pones secundum igitur positionem, & primum erit positio m:1, & tertium positio p:1, sequere trigonorũ regulam, datam in libro sequente, & fiet ℞ $\frac{1}{16}$ q̄d' quadrati m: $\frac{1}{4}$ quadrati generaliter sumpta, æqualis 3, quare $\frac{1}{16}$ q̄d' quadrati æquabitur $\frac{1}{4}$ quadrati p: 9, ideoq; 1 q̄d' quadratum, æquatur 4 quadratis p:48, & res erit per capitulum deriuatiuorum, ℞ v:℞ 52 p:2, & hoc est latus secundum, adde igitur & minue 1, habes reliqua latera, ut in figura uides.



QVAESTIO. II.

Fac de 10 duas partes, quarum cubi cum quadratis iuncti, faciant 400, pones primã partem 5 p:1 positione, & secundam partẽ 5 m:1 positione, sequere problema, reducendo partes ad cubum, & ad quadratum, colliges tandem cadentibus uicissim partibus, 32 quadrata p:300, æqualia 400, quere quadratum æquabitur $3\frac{1}{8}$, & res quæ est differentia, erit ℞ $3\frac{1}{8}$, igitur partes sunt 5 p:℞ $3\frac{1}{8}$ & 5 m:$3\frac{1}{8}$,

5 p:1 pos:	25 p:1 q̄d. p:10 rebus
	125 p:15 q̄d. p:75 rebus p:1 cu.
5 m:1 pos:	25 p:1 q̄d. m:10 rebus
	125 p:15 q̄d. m:75 rebus m:1 cu.
	300 p:32 q̄d. æqualia 400

QVAE-

QVAESTIO. III.

Fac ex 6 duas partes, quarum quadratorum aggregatum, sit æquale differentiæ cuborum. Pones maiorem 3 p:1 positione, & minorem 3 m:1 positione, sequere quæstionem, habebis aggregatum quadratorum, 2 quadrata p:18, & differentiam cuborum 2 cubos p:54 positionibus, & hæc æquantur inuicem, igitur cubus & 27 positiones æquant quadrato et 9, sequere capitulum, fiet rei æstimatio, id est differentiæ, ℞ v: cubica ℞ 702$\frac{1}{3}$ p:$\frac{1}{27}$ m:℞ v:cubica ℞ 702$\frac{1}{3}$ m:$\frac{1}{27}$ p:$\frac{1}{3}$, quare partes erunt, 3$\frac{1}{3}$ p:℞ v:cubica ℞ 702$\frac{1}{3}$ p:$\frac{1}{27}$ m:℞ v:℞ 702$\frac{1}{3}$ m:$\frac{1}{27}$, & minor, 2$\frac{2}{3}$ p:℞ v:cubica ℞ 702$\frac{1}{3}$ m:$\frac{1}{27}$ m:℞ v: cubica ℞ 702$\frac{1}{3}$ p:$\frac{1}{27}$.

3 pos: 1 pos:	9 p:1 q̄d. p:6 rebus
3 m: 1 pos:	9 p:1 q̄d. m:6 rebus
	18 p:2 q̄d, aggregatum
3 p: 1 pos:	17 p:9 q̄d. p:27 pos: p:1 cub.
3 m: 1 pos:	27 p:9 q̄d. m:27 pos: m:1 cu.
	differentia 54 pos: p: 2 cu.

QVAESTIO. IIII.

Fac ex 8 duas partes, quarum productum maioris in minorem, proportionale sit, inter nonuplum maioris, & ipsam minorem. Pone partem primam 4 p:1 positione, & minorem 4 m:1 positione, sequere propositũ, habebis productum maioris, in 9, esse 36 p:9 positionibus, & maioris in minorem 16 m:1 quadrato, & minorem 4 m:1 positione, & hæc sunt in eadem proportione, igitur ducto 36 p: 9 positionibus, in 4 m: positione, fit quadratum 16 m: 1 quadrato, ducito igitur inuicem 36 p:9 positionibus, & 4 m: 1 positione, & cadent positiones propter mutuam proportionem, quare producetur, 144 m:9 quadratis, & hoc est æquale quadrato 16 m:1 quadrato, quod est, 256 p:1 q̄d quadrato m:32 quadratis, quare reddendo m: parti aduersæ, 112 p:1 q̄d quadrato, æquabuntur 23 quadratis, habebis æstimationem rei, ℞ v:11$\frac{1}{2}$ m:℞ 20$\frac{1}{4}$, id est ℞ 7, quam adde & minue à 4, erunt partes quæsitæ, 4 p:℞ 7, & 4 m:℞ 7, & quamuis potuisses soluere per simplicem, ueniens ad capitulum cubi & rerum, æqualium quadratis & numero, fuisset tamen negocium inexplicabilius, sine ulla comparatione, nam plusquam decem aliis indiges operationibus, antequam peruenias ad ueram æstimationem, quæ semper est in natura Binomij, uel recisi ueri, non improprij.

9 | 4 m: 1 pos:
4 p: 1 pos:
36 p:9 pos: | 16 m:1 q̄. 4 m:1 pos:
256 p:1 q̄d q̄d m:32 q̄d
144 m:9 q̄d.

112 p:1 q̄d q̄d. æq̄l. 23 q̄d.

QVAESTIO V.

Diuide 10 in duas partes, quarum quadrato primæ detracto ex 100, & quadrato ſecundæ detracto ex 97, reſiduorum ℞ iunctæ, conſtituant 17. Si libet ad uitandum laborem, primò uidebis uia tentatiua an caſus poſsibilis ſit, hoc igitur cognito, pone primum partem 5 p:1 poſitione, & reliquam 5 m:1 poſitione, duc partes in ſe, & quadratum maius detrahe ex 100, & minus ex 97, habebis reſidua, ut in figura, quorum ℞ iunctæ, debent æquari 17, igitur 17 m: una illarum radicum æquatur reliquæ, quare ducemus in ſe, 17 m: ℞ v: 75 m: 1 quadrato m: 10 poſitionibus, & habebimus 364 m: 1 quadrato m:10 poſitionibus m: ℞ v: 86700 m: 1156 quadratis m: 11560 rebus, æqualia quadrato alterius radicis, ſcilicet 72 m: 1 quadrato p: 10 rebus, abijce ſimilia ex utraque parte, & radicem uniuerſalem ſolam ex aduerſo omnium colloca, ut in tertio libro docuimus, ac in quarto habebis 292 m:20 rebus, æqualia ℞ v:86700 m: 1156 quadratis m: 11560 rebus, quare ducendo denuo partes in ſe, habebis 86700 m:1156 quadratis m: 11560 poſitionibus, æqualia 85264 p: 400 quadratis m: 11680 rebus, duc ad æquationem reducendo ad 1 quadratum habebis rei æſtimationem eſſe ℞ $\frac{139876}{151321}$ p: $\frac{15}{389}$, ſed ℞ $\frac{139876}{151321}$, eſt $\frac{374}{389}$, igitur additis $\frac{15}{389}$ fient $\frac{389}{389}$, igitur res eſt 1, & partes 4 & 6.

5 p:1 poſ. 5 m:1 poſ.
25 p:1 q̄d.p:10 poſ. | 100
25 p:1 q̄d.m:10 poſ. | 97
75 m: 1 q̄d.m:10 poſ.reſid.
72 m:1 q̄d.p:10 poſ. reſid.

17 m:℞ v:75 m:1 q̄d. m: 10 poſ.
℞ v:72 m:1 q̄d.p:10 poſ.

364 m: 1 q̄d. m: 10 poſ. m: ℞ v: 86700 m: 1156 q̄d. m: 11560 poſ. 72 m: 1 quad. p:10 poſ.

292 m:20 rebus
℞ v:86700 m:1156 q̄d. m: 11560 poſ.

86700 m:1156 q̄d.m:11560 poſ.
85264 p:400 q̄d.m:11680 poſ.

1436 p: 120 poſ. æqual. 1556 q̄d.
1556

quad. æqual. $\frac{30}{389}$ poſ. p: $\frac{559}{389}$

QVAESTIO VI.

Eſt etiam, ubi poſitio æqualis, non ſoluit omnino quæſtionē, & ſimplex ſoluit. Exemplū, fac de 8 duabus partes, quarum q̄dratum maioris, ſit proportione medium inter productum maioris in minorem, & decuplum totius, ut pote 60, poſita itaque maiore 1 poſitione

tione, habebis 60 & 1 quadratum & 8 positiones m: 1 quadrato proportionalia, quare ducta media in seipsam, habebimus 1 q̄d quadratum, æquale 480 positionibus m: 60 quadratis, deprime, & fiet cubus & 60 res, æqualia 480. & ideo res nota est, per positionem autem æqualem, peruenies ad capitulũ constans ex quinq; denominationibus, posset aũt solui, & per regulam magnam, sed hoc ad rem nihil pertinet.

60 | 1 q̄d. | 8 pos. m:. qu,
1 q̄d q̄. æq̄. 480 pos. m:
60 quad.

De regula inæqualiter ponendi seu proportionis.
CAP. XXXIII.

HÆc regula nos docet, ut positis numeris inæqualibus, positiones pariter æquales annectamus, sic ut in multiplicatione, uicissim similes excidant partes. Docebo autem hoc per exempla, quamuis quæstiones quæ per hãc soluuntur, etiam per regulam retro agendi positionem, de qua in capitulo quinto dictum est, dissolui possint.

QVAESTIO I.

Exemplum. Sunt duo numeri, quorum differentia est 4, & quadratũ minoris cum quadrato dimidij maioris, & ℞ aggregati ipsorum quadratorum, constituit 110, posses hanc retro agendo dicere, igitur 110 componitur ex aggregato quadratorum, & ℞ aggregati, igitur posito aggregato quadrato, erit 110 æquale quadrato & uni rei, quare res est 10, aggregatum 100, ideo facies ex 100 duas partes, quarum duplum ℞ unius, excedat aliam ℞ in 4, & solutio clara est, uerũ hoc modo nos sic ponemus. Sit primus numerus minor 2 positiones, quia pars est $\frac{1}{2}$, erit maior 2 positiones p:4, inde accipe partem secundi, quę est in se ducenda, & est $\frac{1}{2}$, erit igitur pars multiplicanda 1 positio p:2, & primus numerus ut dictũ est, 2 positiones, hoc habito, positũ est, non permutata quęstionis natura, partes numeri ita aptare cum rebus, ut in quadratis res ex toto excidant, sic igitur facies. Considera secũdum numerum in se ducendũ, qualis pars sit primi, ut in exemplo, 1 positio p:2, quę pars est 2 positionum, inuenies quod est $\frac{1}{2}$ p:2, duc igitur denominatorẽ & numeratorem fracti in se, & producta iunge, et habebis 5, pro diuisore, deinde duc numeratorem in se, & ꝓductum in numerum differentiæ, qui est 4, fit etiam 4, ꝓ diuidendo, diuide igitur

2 pos. | 2 pos. p:4
2 pos. | 1 pos. p:2

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$) 5
$\frac{1}{2}$ 1 4 $\frac{4}{5}$
$\frac{1}{2}$ $\frac{4}{5}$ | $\frac{8}{5}$

2 pos. m: $\frac{4}{5}$
1 pos. p: $\frac{8}{5}$

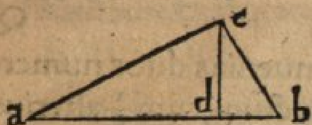
4 q̄d. p: $\frac{16}{25}$ m: $\frac{16}{5}$ pos.
1 q̄d. p: $2\frac{14}{25}$ p: $\frac{16}{5}$ pos.

5 q̄d. p: $3\frac{1}{5}$

tur 4 per 5, exit $\frac{4}{5}$, hoc auferes ex 2 positionibus, scilicet maiore parte, habebis 2 pos. m: $\frac{4}{5}$, deinde diuide $\frac{4}{5}$ per $\frac{1}{2}$ partem, exit $\frac{8}{5}$, hoc addes ad positionem, habebis 1 pos. p: $\frac{8}{5}$, ecce uides, quoniam habes 2 positiones m: $\frac{4}{5}$, & 1 positionem p: $\frac{8}{5}$, & proportio $\frac{8}{5}$ ad $\frac{4}{5}$, est ut 2 positiones 1 ad positionem, & si sumpseris duplum maioris, scilicet 2 pos. p: $3\frac{1}{5}$, superabit minorem scilicet 2 pos. m: $\frac{4}{5}$, in 4, ad unguem, hoc peracto, ex regula uniuersali, duc partes in se, habebis 4 quadrata p: $\frac{16}{25}$ m: $\frac{16}{5}$ positionibus, & 1 quadratum p: $2\frac{14}{25}$ p: $\frac{16}{5}$ positionibus, iunge, habebis 5 quadrata p: $3\frac{1}{5}$, hæc cum radice æquantur 110, igitur ℞ æquatur 110 m: hoc aggregato, igitur $106\frac{4}{5}$ m: 5 quadratis, æquatur ℞ v: 5 quadratis p: $3\frac{1}{5}$, duc partes in se, habebis 5 quadrata p: $3\frac{1}{5}$, æqualia $11406\frac{6}{25}$ p: 25 q̄d quadratis m: 1068 quadratis, redde reddenda m: alteri parti, & diuide per numerum q̄d quadratorum, qui est 25, habebis 1 q̄d quadratum p: $456\frac{76}{625}$, æqualia $42\frac{23}{25}$ quadratis, ideo res ualet ℞ v: $21\frac{25}{50}$ m: ℞ $4\frac{1025}{2500}$, sed ℞ $4\frac{1025}{2500}$ est $2\frac{1}{10}$, igitur res est ℞ $19\frac{36}{100}$, sed hæc est $4\frac{2}{5}$, igitur res fuit $4\frac{2}{5}$, sed prima pars seu maior, fuit 2 positiones m: $\frac{5}{4}$, igitur ipsa fuit 8, & minor fuit 1 positio p: $\frac{8}{5}$, igitur fuit 6, & eius duplum fuit 12, qui excedit 8 in 4, & hoc est quod uoluimus.

QVAESTIO II.

Est trigonus a b c, cuius basis a b, est 8 p: catheto c d, & a d tripla est d b, & quadratum b c cum latere c b, est 182, posita igitur c d re, & a b, re & 8, seu c d 4 rebus, & a b 4 rebus p: 8, erit b d res p: 2, & proportio $\frac{1}{4}$, ideo ut prius, duc 4 in se, fit 16, duc 1 in se, fit 1, iunge, fit 17, diuisor, inde duc 1 numeratorem $\frac{1}{4}$ in se, fit 1, duc in 8 differentiam, fit 8 diuide per 17, exit $\frac{8}{17}$, pars minuenda ex 4 rebus, inde diuide $\frac{8}{17}$ per proportionem quæ est $\frac{1}{4}$, exit $\frac{32}{17}$, pars addenda uni rei, erit igitur b d 1 positio p: $\frac{32}{17}$, & c d, 4 positiones m: $\frac{8}{17}$, duc partes in se, habebis quadrata c d & b d pariter accepta, & ex consequenti, quadratum b c, esse 17 quadrata p: $3\frac{221}{289}$, sequere ut in præcedente, addendo ei latus b c, eritque ℞ v: 17 quadratorum p: $3\frac{221}{289}$ p: 17 quadratis p: $3\frac{221}{289}$ æqualis 182, quare $178\frac{68}{289}$ m: 17 quadratis æquatur ℞ v: 17 quadratorum p: $3\frac{221}{289}$, sequere igitur operationem, ut prius, habebis rei æstimationem esse $3\frac{2}{17}$, cum igitur



4 pos. 1 pos. p: 2

$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{16}$) 17

$\frac{1}{4}$ 1 8 8

$\frac{1}{4}$ 17

$\frac{8}{17}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{32}{17}$

4 pos. m: $\frac{8}{17}$ | 1 pos. p: $\frac{32}{17}$

16 q̄d. p: $\frac{64}{289}$ m: $\frac{64}{17}$ pos.

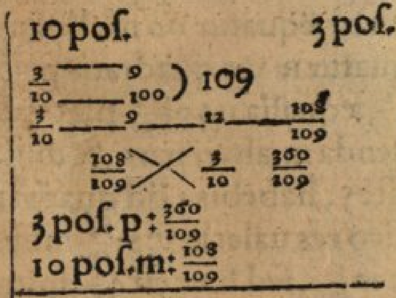
1 q̄d. p: $\frac{1024}{289}$ p: $\frac{64}{17}$ pos.

17 q̄d. p: $3\frac{221}{289}$

b d sit 1 positio p: $\frac{32}{17}$, erit b d 5 & a b 20, quadrupla b d, quare c d, ... est 8 m: quàm a b, erit 12.

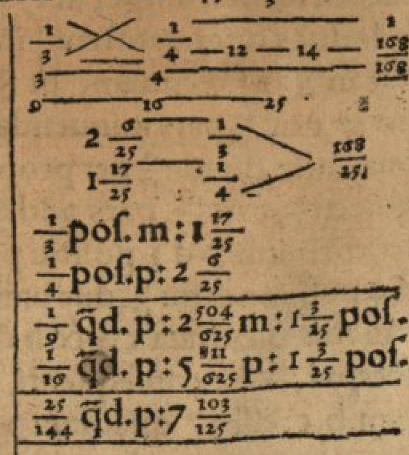
QVAESTIO III.

Et similiter, si diceret, sunt duo numeri, quorum differentia est 12, & quadratum minoris cum quadrato $\frac{3}{10}$ maioris, & quadrato aggregati, æquatur 1000, tunc ut prius operaberis, ducendo numeratorem ac denominatorem in se, & iungendo, fit diuisor 109, deinde duco 3 numeratorem in se, & productum in 12, fit 108, diuido per 109 habeo partem minuendam ex 10 positionibus, deinde diuido $\frac{108}{109}$, per $\frac{3}{10}$, exit $\frac{360}{109}$, pars addenda 3 positionibus, si igitur 3 positiones p: $\frac{360}{109}$, ducantur in $\frac{10}{3}$, numerus qui producetur, erit 12 p: quàm 10 res m: $\frac{108}{109}$, & talis est proportio $\frac{360}{109}$ ad $\frac{108}{109}$, qualis 10 ad 3, & ideo, quia regula hæc habent infinitos modos, uelut si dicamus, $\frac{1}{2}$ primi & $\frac{1}{3}$ secundi numeri, differentium per 12, in se ducti addita radice, faciunt 100, tunc quæres eodem modo suam regulam, per regulam de modo, quia hæc regula est ramus illius, quærendo numeros differentes primo in 12, quorum $\frac{1}{2}$ unius ita diuidatur, in $\frac{1}{2}$ rem & numerum, & reliquus in $\frac{1}{3}$ rei & numerum, ita ut producta rerum sint æqualia. Ponendo unum numerum p: alium m: & inuenitur per capitulum nonum, cum quantitate surda, ut in talibus, ponam regulam exemplo adiunctam, dico quod si quis dicat.

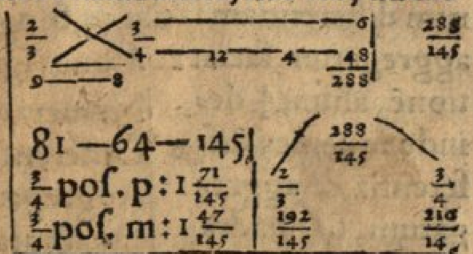


QVAESTIO IIII.

Inuenias duos numeros, quorum differentia sit 14, & $\frac{1}{3}$ unius in se ductum, cum $\frac{1}{4}$ alterius in se ducto, et cum R aggregati talium productorum, fiat 110, dico primo, duc denominatores in numeratores uicissim, uidelicet 4 in 1, & 3 in 1, & productorum quæ sunt etiam 4 & 3, iunge quadrata, habebis 25 pro diuisore, deinde duc denominatores inuicem, 3 in 4, fit 12, & quod fit in differentiam quæ fuit 14, fit 168, hoc ducito in productum numeratorum, quod fuit 1, fit etiã 168, pro diuidendo, diuide igitur 168, per 25, exit $\frac{168}{25}$, hoc multiplica in ipsas partes, uidelicet $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$, habebis $2\frac{6}{25}$, addendum, & $1\frac{17}{25}$ minuendum, quia semper ut dictum est, minor pars numeri, minuitur à maiore,

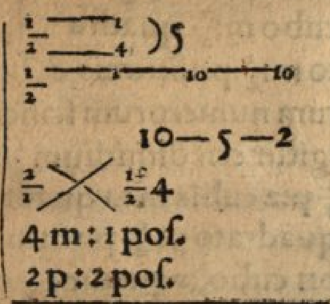


maiore, & maior additur minori, duc igitur $\frac{1}{3}$ poſitionis m: 1 $\frac{17}{25}$ in ſe, & ſimiliter $\frac{1}{4}$ poſitionis p: 2 $\frac{6}{25}$ in ſe, & collige producta, habebis $\frac{25}{144}$ quadrati p: 7 $\frac{103}{125}$, abſq; rebus, quare ſequeris operationem, ut in prioribus. Aliud exemplum, in regula parum difficili, inuenias duos numeros differentes in 4, quorum $\frac{3}{4}$ minoris in ſe ducta, & $\frac{2}{3}$ maioris in ſe ducta, & aggregato productorum addita radice, fiat 110, duces igitur in crucem, 3 in 3, & 4 in 2, & fient 9 & 8, quorum quadrata iuncta ſunt 145, pro diuiſore, ſimiliter duces 3 in 4, denominatores, fit 12, duc in 4, differẽtiam numerorum, fit 48, duc in 6, productum numeratorum, fit 288, pro diuidendo, inde diuiſo 288 per 145, exit $\frac{288}{145}$, duc in $\frac{2}{3}$ & in $\frac{3}{4}$, partes acceptas ſeorſum, habebis $\frac{192}{145}$ & $\frac{216}{145}$, partes addendas ad minuendas ut prius.



QVAESTIO V.

Et ſimiliter dicemus de aggregato, ueluti ſi dicat, fac ex 10 duas partes, quarum una in ſe ducta, & alterius dimidio in ſe ducto, & accepta radice aggregati, totum ſit 30, dico operaberis per regulam dictam, in quæſtione prima ſcilicet, quia eſt de integris ex una parte, inuenies igitur numeros 4 & 2, & à maiore minues 1 poſitionem, & minori addes 2 poſitiones, & ideo in hoc differt à regulis numerorum differentium, cætera paria ſunt, & ideo ſequendo operationem, habebis rei æſtimationem, ℞ v: 2 $\frac{1}{10}$ m: ℞ $\frac{121}{100}$, quod eſt dicere 1, ideo numeri ſunt 6 & 4.



De regula medij. CAP. XXXIIII.

HÆc ſic uocata à me eſt, quia medium inquiritur, ſcilicet 1 proportio, & quia ad unitatis confuſionem uitandam, ponimus partem unam, dimidium unitatis, & eſt eius uſus ſolum ad quærendum quantitates, quæ æqualiter multiplicantur, & proportionem ſeruant, cum autem eam non ſeruauerint, uſus regulæ non eſt utilis, uerum in duabus quantitatibus ſolum explicatur, de pluribus autem in capitulo trigeſimo nono dicemus. Patet autem, quod ſi quis dicat, inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta ſint 10, & cubi iuncti ſint 30, quod regula hæc non ſeruiet, quia proportio 30 ad 10, quæ eſt tripla, non seruatur inter cubos & quadratos, uariata quantitate, at regulam ipsam ostendere quemadmodum & alias per exempla utile fuerit.

QVAESTIO I.

Inuenias duos numeros, quorum differentia ducta in quadratorum differentiam faciat 10, & aggregatum illorum in quadratorum aggregatum, faciat 20. Pones igitur ut dictum est unum illorũ, positionẽ, alium $\frac{1}{2}$ deinde inuenies differentiã, & aggregatum, & quadrata partium, & differentiam quadratorum, & aggregatum, ut in margine, inde ducito differentiam partium in differentiã quadratorum, & habebis $\frac{1}{8}$ p: 1 cubo m: $\frac{1}{2}$ quadrato m: $\frac{1}{4}$ positionis, & hoc debet esse dimidium producti aggregatorum numerorum scilicet ac quadratorum, quia 10 est dimidium 20, igitur erit dimidium $\frac{1}{8}$ p: 1 cubo p: $\frac{1}{2}$ quadrato p: $\frac{1}{4}$ positionis, quare $\frac{1}{4}$ p: 2 cubis m: 1 quadrato m: $\frac{1}{2}$ positione, æquatur $\frac{1}{8}$ p: 1 cubo p: $\frac{1}{2}$ quadrato p: $\frac{1}{4}$ positionis, igitur reddendo partes m: ad p: erit ut $\frac{1}{8}$ p: 1 cubo, æquetur $1\frac{1}{2}$ quadrato p: $\frac{3}{4}$ positionis, quare diuisis partibus, ad faciliorem operationem, quæ semper poterunt diuidi, habebimus $1\frac{1}{2}$ positionis, æqualem 1 quadrato m: $\frac{1}{2}$ positione p: $\frac{1}{4}$, diuisor, namq; cõponitur ex partibus ab initio sumptis, scilicet 1 positione & $\frac{1}{2}$, quare 1 quadratum p: $\frac{1}{4}$, ęquabitur 2 positionibus, et res erit 1 p: ℞ $\frac{3}{4}$, sunt igitur quantitates in proportione 1 p: ℞ $\frac{3}{4}$, & $\frac{1}{2}$, quare in proportione 2 p: ℞ 3, & 1. Iterum igitur quæramus duas quantitates in hac proportione, quarum aggregatum in aggregatum quadratorum ductum, faciat 20, nam tales necessario habebunt etiam reliquã conditionẽ, ponemus igitur unam illarum rem, aliam res 2 p: ℞ 3, & quęremus sua quadrata, quę iungemus, & erunt q̃drata 8 p: ℞

Numeri	1 pos.		$\frac{1}{2}$
Differentia numerorum	1 pos.	m:	$\frac{1}{2}$
Aggrega. numerorum	1 pos.	p:	$\frac{1}{2}$
Quadrata	1 q̃d.		$\frac{1}{4}$
Differentie quadratorum	1 q̃d.	m:	$\frac{1}{4}$
Aggregatum q̃drat.	1 q̃d.	p:	$\frac{1}{4}$

ꝓductum different. $\frac{1}{8}$ p: 1 cu. m: $\frac{1}{2}$ q̃d. m: $\frac{1}{4}$ pos.
productum q̃drat $\frac{1}{8}$ p: 1 cub. p: $\frac{1}{2}$ q̃d. p: $\frac{1}{4}$ pos.

$\frac{1}{4}$ p: 2 cub. m: 1 q̃d. m: $\frac{1}{2}$ pos.
$\frac{1}{8}$ p: 2 cub. p: $\frac{1}{2}$ q̃d. p: $\frac{1}{44}$ pos.

$\frac{1}{8}$ p: 1 cub. æquatur $1\frac{1}{2}$ q̃d. p: $\frac{3}{4}$ pos.

1 pos. p: $\frac{1}{2}$	1 pos. p: $\frac{1}{2}$
1 q̃d. m: $\frac{1}{2}$ pos. p: $\frac{1}{-}$	$1\frac{1}{2}$ pos.

Numeri res 1	res 2 p: ℞ 3	
Quadrata q̃d. 1	q̃d. 7 p: ℞ 48	
Aggreg. numero.	res 3 p: ℞ 3	
Aggreg. q̃d.	q̃d. 8 p: ℞ 48	
Productum cubi 36 p: ℞ 1200		

p:℞ 40, & ducemus in aggregatum numerorum, ſcilicet res 3 p:℞ 3, & fiunt cubi 36 p:℞ 1200, diuidemus igitur 20 per ℞ 1200 p:36, & exibit $7\frac{1}{2}$ m:℞ $52\frac{1}{12}$, cuius ℞ cubica erit numerus minor quæſitus, maior autem habebitur, ducto minore in 2 p:℞ 3, quare numeri quęſiti erunt,

Primus ℞ v:cubica $7\frac{1}{2}$ m:℞ $52\frac{1}{12}$

Secundus ℞ v:cubica 195 m:℞ $35437\frac{1}{2}$ p:℞ 33075 m: ℞ 35490

QVAESTIO II.

Inuenias duos numeros, quorum differentia ducta in differentiam cuborum, producat 10, & aggregatum in aggregatum cuborum conſtituat 30, hac in quęſtione, procedes ut in pręcedenti, uerum pones partes 1 poſitionem & 1, ad facilitatem maiorem, & ſequtris ut in præcedenti, donec ueneris ad 1 q̃d' quadratum p:1, æquale 2 cubis p:2 poſitionibus, igitur habeo quinque quantitates continue proportionales, quarum aggregatum primæ & quintæ, eſt duplum aggregato ſecundę & quartæ, igitur per capitulum quinque quantitatum in continua proportione conſtitutarum quæro proportionem, aſſumendo puta 2 & 4 quorum 4 eſt duplus alteri, & faciendo de 4 primam & quintam, & de 2 ſecundam & quartam, igitur talis ꝓportio erit ut $\frac{1}{2}$ p:℞ $\frac{3}{4}$ p:℞ v:℞ $6\frac{3}{4}$ m:$2\frac{1}{4}$ p:℞ v:℞ $\frac{1}{4}$ m:$\frac{3}{4}$, ad unitatem, pones igitur denuo res ſub his numeris, uidelicet 1 rem, & res $\frac{3}{4}$ p:℞ $\frac{3}{4}$ p:℞ v:℞ $6\frac{3}{4}$ m:$2\frac{1}{4}$ p:℞ v:$\frac{3}{4}$ m:$\frac{3}{4}$, inde ducito ad cubum partes per regulas tertij libri, quod non difficile fiet, inde duces res ℞$\frac{3}{4}$ p:℞ v:℞ $6\frac{3}{4}$ m:$2\frac{1}{4}$ p:℞ v:℞ $\frac{3}{4}$ m:$\frac{1}{2}$, differentiam ſcilicet numerorum, in differentiam cuborum, quę habetur detracto 1 cubo, ex cubo dicti iam compoſiti ex quatuor nominibus, & productū æquabitur 10, diuides 10 per tale productum & eius quod exit ℞' ℞, erit æſtimatio primæ quantitatis, qua ducta in $\frac{1}{2}$ p:℞ $\frac{3}{4}$ p:℞ v:℞ $6\frac{3}{4}$ m:$2\frac{1}{4}$ p:℞ v:℞ $\frac{3}{4}$ m:$\frac{3}{4}$, conſurget ſecunda quantitas, ſeu ſecundus numerus.

Numeri	1 poſ.	1
Differentia numer.	1 poſ.m:	1
Aggregatū numero.	1 poſ.p:	1
Cubi	1 cub.	1
Differentia cuborum	1 cub.m:	1
Aggregatum cuborū	1 cub.p:	1

Produc. aggregatorum
1 q̃d' q̃d.p:1 cub.p:1 poſ.p:1
Productum differentiarum
1 q̃d' q̃d.m:1 cub.m:1 poſ.p:1

3 q̃d' q̃d.m:3 cub. m:3 poſ.p:3
1 q̃d q̃d.p:1 cub.p:1 poſ.p: 1

2 q̃d' q̃d.p:2	4 cub.p:4 poſ.
1 q̃d' q̃d.p:1	2 cub.p:2 poſ

QVAESTIO III.

Inuenias duos numeros quorum relati primi iuncti faciant 20, & aggre-

aggregatum cuborum in aggregatum quadratorum ductum, faciat 25, pones ut in precedente, partes, 1 positionem & 1, & relati primi earum, sunt 1 $p^{m}\,r^{m}$ & 1, & productum aggregati quadratorum in aggregatum cuborum est, 1 $p^{m}\,r^{m}$ p: 1 cubo p: 1 quadrato p: 1, & hoc se habet ad 1 $p^{m}\,r^{m}$ p: 1. ut 25 ad 20, & ut 5 ad 4, igitur per regulam quantitatum proportionalium, ducto 2 $p^{o}\,r^{o}$ p: 1 cubo p: 1 quadrato p: 1, per 4, faciemus quantum ducto 1 $p^{o}\,r^{o}$ p: 1, per 5, igitur 4 $p^{i}\,r^{i}$ p: 4 cubis, p: 4 quadratis p: 4, æquantur 5 $p^{is}\,r^{is}$ p: 5, quare tandem habebimus 1 $p^{m}\,r^{m}$ p: 1, facta detractione, æquale 4 cubis p: 4 quadratis, diuide partes per positionem p: 1 q̃d' quadrato m: 1 cubo p: 1 quadrato m: 1 positione p: 1, æqualia 4 quadratis, igitur 1 q̃d' quadratum p: 1 æquatur 1 cubo p: 3 quadratis p: 1 positione, sunt igitur quinque quantitates continue proportionales, quarum aggregatum primæ & quintæ, est gratia exempli 10, & aggregatum secundæ & quartæ cum triplo tertiæ etiam, 10, igitur nota erit proportio, per capitulum 5 quantitatum continuæ proportionis, & erit

$$\frac{℞\,3\tfrac{6}{7}\text{ m: }1\text{ p: }℞\text{ v: }℞\,1\tfrac{5}{7}\text{ m: }\tfrac{6}{7}}{2\text{ m: }℞\,1\tfrac{5}{7}}$$

& est proportio illarum quantitatum, in secunda igitur positione, pones 1 rem, & res in numero supradicto seu proportione, uel reductam proportionem, ut in præcedente quæstione, facta diuisione per numeratorem, ad relatum ducito, per suam regulam, cui adde 1, relatum primum de 1, & cum aggregato diuide 20, & ℞ relata prima, prima, prouentus est numerus minor, inde multiplica ipsum in proportionem, & proueniet maior, & perficere talem operationem est res quasi supra humanum laborem, & nisi essent regulæ tertij libri, uix omnino possibile foret.

1 pos.	1
1 $p^{m}\,r^{m}$	1
1 cub. p:	1
1 q̃d. p:	1
1 $p^{m}\,r^{m}$ p: 1 cu: p: 1 q̃d. p: 1	

5 $r^{i}\,p^{i}$ p:	5
4 $r^{i}\,p^{i}$ p: 4 cub. p: 4 q̃d. p: 4	
1 $r^{m}\,p^{m}$ p: æquatur 4 cub. p: 4 q̃d.	

1 pos. p: 1

1 q̃d' q̃d. m: 1 cub. p: 1 q̃d. m: 1 pos. p: 14. q̃d.

1 q̃d' q̃d. p: 1 | 1 cu. p: 3 q̃d. p: 1 pos.

De regula aggregati. CAP. XXXV.

REGVLA I.

Sicut ex præcedente, & regula iterata, proportio ipsa quęritur, sic per hanc habemus aggregatum, Est autem utilis ualde, ubi inter partes nulla supponitur proportio. Nam medi-

medium ad quærendum plures numeros simul, est uel proportio, uel aggregatum, aut differentia, cum igitur ex præcedente & regula iterata proportio habeatur, cum hac autem & aggregatum & differentia, satis constat, quanto hæc illas antecedat interuallo. Vocauimus & hanc regulam dupli, quod duas contineat partes, seu duos numeros quæsitos, ratio uero eius, ut reliquarum, per exempla patet.

QVAESTIO I.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta sint 20, & productum unius in alterum, cum ipsis numeris, sit 10, dico (quamuis ex sexto libro solui possit) sic per regulam faciemus. Pone aggregatum 1 positionem, seu rem, & quia ex uno in alterum fit 10, minus aggregato, igitur ex uno in alterum fiet 10 m:re, fac igitur ex positione duas partes, producentes 10 m:1 positione, & erunt ex regula capituli de operationibus in sexto libro posita, partes, $\frac{1}{2}$ positionis p:℞ v:$\frac{1}{4}$ quadrati p:1 positionem:10, & $\frac{1}{2}$ positionis m:℞ v:$\frac{1}{4}$ quadrati p:1 positione m:10, horum itaq; quadrata iuncta debent esse 20, & quia una pars est Binomium, altera recisum respectu $\frac{1}{2}$ positionis, sufficiet ducere partes in se, non unã in aliã, ut in libris 3° & 4° & 5° docuimus, ideo ducta $\frac{1}{2}$ positio in se, fit $\frac{1}{4}$ quadrati, & ducta ℞ v:$\frac{1}{4}$ quadrati p:1 positionem:10, in se fit $\frac{1}{4}$ quadrati p:1 positionem:10, & tantundem ex alia parte, ut in figura, quare quadrata Binomij & recisi iuncta, sunt 1 quadratum p:2 positionibus m:20, & hoc æquatur 20, ut dictum est, igitur 1 q̃d. p:2 positionibus æquatur 40, & rei æstimatio erit ℞41 m:1, fac ex ℞41 m:1 duas partes, quarum quadrata iuncta sint 20, & erunt per nouam positionem, uel per regulas capituli de operationibus in quarto libro partes quas à latere uides.

$\frac{1}{2}$ pos.p:℞ v:$\frac{1}{4}$ q̃d.p:1 pos.m:10
$\frac{1}{2}$ pos.p:℞ v:$\frac{1}{4}$ q̃d.p:1 pos.m:10

$\frac{1}{4}$ q̃d.p:$\frac{1}{4}$ q̃d.p:1 pos.m:10

$\frac{1}{2}$ pos.m:℞ v:$\frac{12}{4}$ q̃d.p:1 pos.m:10
$\frac{1}{2}$ pos.m:℞ v:$\frac{1}{4}$ q̃d,p:1 pos.m:10

$\frac{1}{4}$ q̃d.p:$\frac{1}{4}$ q̃d.p:1 pos.m:10

1 q̃d.p:2 pos.m:20

p' ℞ 10 $\frac{1}{4}$ m:$\frac{1}{2}$ p:℞ v:10 $\frac{1}{4}$ m:$\frac{1}{2}$
2' ℞ 10 $\frac{1}{4}$ m:$\frac{1}{2}$ m:℞ v:10 $\frac{1}{4}$ m:$\frac{1}{2}$

QVAESTIO II.

Inuenias duos numeros, qui iuncti faciant tantum, quantum inuicem ducti, & eorum quadrata iuncta sint 20, si igitur aggregatum est 1 positio, productum etiam unius in alterum est 1 positio, fac ex 1 positione duas partes, producentes 1 positionem, per regulas capituli de operationibus in sexto libro positas, seu per quintam secundi Elementorum, & erunt partes quas à latere posui, harum igitur

tur quadrata iuncta sunt 20, quare cũ habeant ut in præcedenti rationem Binomij & recisi, sufficiet ducere partes unius eor in se, & duplicare. igit̃ habebimus ꝑ aggregato q̃dratorum 1 quadratum m: 2 positionibus, æqualia 20, quare res erit ℞ 21 p:1, ideo faciemus ex ipsa partes, ut propositum est, & erunt ut uides.

$\frac{1}{4}$ pos. p: ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̃d. m: 1 pos.
$\frac{1}{2}$ pos. m: ℞ v, $\frac{1}{4}$ q̃d. m: 1 pos.
$\frac{1}{2}$ qd. p: $\frac{1}{2}$ q̃d. m: 2 pos.

℞ 5 $\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$ ℞ v: 4 $\frac{1}{2}$ m: ℞ 5 $\frac{1}{4}$
℞ 5 $\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$ m: ℞ v: 4 $\frac{1}{2}$ m: ℞ 5 $\frac{1}{4}$

QVAESTIO III.

Inuenias duos numeros, ex quorum multiplicatione producatur aggregatum, & quadrata ipsorum cum ipsis numeris faciant 20, fac ut in præcedenti, & habebis aggregatum ℞ 20 $\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, quod est 5, & quia quadrata partium cum ipsis numeris debent æquari 20, igitur quadrata ipsa sola absque numeris erunt 15, fac igitur ex 5 duas partes, quarum quadrata iuncta sint 15, & habebis numeros quos uides memineris autem, quod in prima operatione, quando perueneris ad 1 quadratum m: 2 positionibus, pro aggregato quadratorum, ut addas 1 positionem, quod est aggregatum numerorum, & peruenies ad 1 quadratum m: 1 positione, æqualia 20.

2 $\frac{1}{2}$ p: ℞ 1 $\frac{1}{4}$
2 $\frac{1}{2}$ m: 1 $\frac{1}{4}$

QVAESTIO IIII.

Inuenias duos numeros, qui inuicem ducti producant aggregatum, & diuiso 12 per utrumq́, quadrata prouenientium iuncta cum aggregato diuidentium faciant 80, hæc cum præcedentibus est fratris Lucæ, in quodam scripto quod perierat. Pone aggregatum rem unam, eam diuide in partes, producentes rem unam, et habebis partes, ut uides, cum quibus diuide 12, ut in figura.

Partes | $\dfrac{12}{\frac{1}{2}\text{ pos. p: ℞ v: }\frac{1}{4}\text{ q̃d. m: 1 pos.}}$ $\dfrac{12}{\frac{1}{2}\text{ pos. m: ℞ v: }\frac{1}{4}\text{ q̃d m: 1 pos.}}$

$\dfrac{144}{\frac{1}{12}\text{ q̃d. m: 1 pos. p: ℞ v: }\frac{1}{4}\text{ qd' q̃d. m: 1 cub.}}$

quadrata | partium | $\dfrac{144}{\frac{1}{2}\text{ q̃d. m: 1 pos. p: ℞ v: }\frac{1}{4}\text{ q̃d' q̃d. m: 1 cub.}}$

Aggregatum q̃dratorum $\dfrac{144\text{ q̃d. m: 288 pos.}}{1\text{ quad.}}$

Igit̃ ex partibus ipsis factis q̃dratis, iunctisq́. ut in quinto lib. docui te, habebis aggregatum q̃dratorum, cui adde aggregatum diuidentium, siquidem rem unam habebis, $\dfrac{144\text{ quad. m: 288 positionibus}}{1\text{ quad.}}$

p: 1

p:1 positione, æqualia 80, multiplica omnia per positionem, fient 144 positiones m:288 p:1 quadrato, æqualia 80 positionibus, quare quadratum & 94 positiones, æquantur 288, res igitur est ℞ 1312 m:32, fac igitur ex ℞ 1312 m:32, duas partes, producentes ℞ 1312 m: 32, & illæ erunt numeri quæsiti.

QVAESTIO V.

Inuenias duos numeros quorum quadrata iuncta sint 20, & productum unius in alterum, æquale sit quadrato differentiæ, hæc quamquā clara sit, quoniam necessariè sit eos numeros esse in proportione, quę dicitur habere medium & duo extrema. Possit etiam solui ex regula positionis æqualis, nam plures quæstiones, multis ac diuersis regulis solui possunt. Sic tamen ex hac regula faciemus, posito aggregato re, diuidemus eam in partes, quarum quadrata iuncta sint 20, & erunt ut uides, igitur quadratum differentiæ est 40, m:1 quadrato, & hoc æquatur producto partium inuicem, quod est $\frac{1}{2}$ quadratum m:10, quare $1\frac{1}{2}$ quadratum, æquatur 50, igitur res est ℞ $33\frac{1}{3}$, ex hoc fac duas partes, quarum quadrata iuncta sint 20, & erunt ℞ $8\frac{1}{3}$, p: ℞ $1\frac{2}{3}$, & ℞ $8\frac{1}{3}$ m: ℞ $\frac{2}{3}$. Et ex hac regula deducuntur octo quæstiones, quas ego ob uehementem similitudinem Sorores appellaui, ad capitula melius, quàm alia.

$\frac{1}{2}$ pos. m: ℞ v: 10 m: $\frac{1}{4}$ quad.
$\frac{1}{2}$ pos. p: ℞ v: 10 m: $\frac{1}{4}$ quad.
Differentia ℞ v: 40 m: 1 q̄d.
Quad. differētię 40 m: 1 q̄d.
productum $\frac{1}{2}$ quad. m: 10.

Sequunt̃ octo quæstiones, quæ uocantur Sorores, q̄rū ultima sola pro aliarum exemplo declaratur.

QVAESTIO VI.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta sint 10, & cubi sint 30, pones aggregatum numerorum positionem, & facies partes ex ea, quarum quadrata iuncta sint 10, inde iunge cubos illarum partium, & habebis cubum p:60, æqualia 30 rebus.

QVAESTIO VII.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta sint 10, & differentia cuborum illorum sit 15, pone aggregatum eorum ut prius, rem, & habebis 1 cub' quadratum, æquale 300 q̄dratis p:1100.

QVAESTIO VIII.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta sint 10, & ex ductu cuiuslibet eorum in quadratum alterius, producta iuncta faciant 20, pones eodem modo aggregatum numerorum, rem, & habis 1 cub' q̄dratnm p:300 quadratis p: 800 positionibus, æqualia 40 q̄d' q̄dratis p:1600.

QVAESTIO IX.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta sint 10, et producta unius in alterius quadratum mutuò, differant per 4. Pones ut prius aggregatum, rem, & habebis 1 cub' quadratum p: 500 quadratis æqualia 40 q̃d' quadratis p: 1936.

QVAESTIO X.

Inuenias duos numeros, quorum differentia quadratorum sit 10, & cuborum aggregatum sit 100. Pones aggregatum numerorum, rem, & facies ex ea partes, quarum quadrata differant in 10, & eas duces ad cubum, & habebis 1 quad' quadratum p: 300, æqualia 400 positionibus.

QVAESTIO XI.

Inuenias duos numeros, quorum quadratorum differentia sit 10, & cuborum differentia sit 100. Pones ut prius, aggregatum numerorum, rem, & habebis 1 quad. quadratum p: $33\frac{1}{3}$, æqualia $13\frac{1}{3}$ cubis.

QVAESTIO XII.

Inuenias duos numeros, quorum quadratorum differentia sit 10, & aggregatum productorum unius in quadratum alterius mutuo, sit 100. Pones ut prius aggregatum illorum, rem, & habebis 1 q̃d' quadratum æquale 400 rebus p: 100.

QVAESTIO XIII.

Inuenias duos numeros, quorum quadratorum differentia sit 10, & differentia productorum unius in alterius quadratorum, sit 100, hanc explicabo diligenter, ut sit forma operandi, atq; exemplar in reliquis, nõ solum septem procedentibus, sed & alijs multis, quæ formari possunt in hoc genere. Ponam igitur illorum aggregatum, rem, & per regulam de modo, uel capituli operationum in quarto libro, faciam ex ea duas partes, quarum quadratorum differentia sit 10, & est, ut diuidas illã differentiam scilicet 10, per duplum diuidendi, quod est 2 positiones, exiens quod est $\frac{5}{1\ pos.}$, addes & minues dimidio diuidendi, quod est $\frac{1}{2}$ positio, habebis partes, & quadrata illarum, quæ

$\frac{1}{2}$ pos. p: $\frac{5}{1\ pos.}$	$\frac{1}{2}$ pos. m: $\frac{5}{1\ pos.}$
$\frac{1}{4}$ q̃d. p: $\frac{25}{1\ quad}$ m: 5	$\frac{1}{4}$ q̃d. p: $\frac{25}{1\ quad}$ p: 5
$2\frac{1}{2}$ pos. m: $1\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{4}$ pos. m: $2\frac{1}{2}$
pos. m: $\frac{125}{1\ cu.}$	pos. p: $\frac{125}{1\ cu.}$
Differentia $2\frac{1}{2}$ pos. m: $\frac{250}{1\ cu.}$ ęqualia 100	
1 q̃d' q̃d. æquale 40 cub. p: 100	

suppone permutato ordine suis radicibus, ut in figura patet, duces igit' inferiora in sua superiora, sufficitq; in his, quorũ uolumus differentiã multiplicare, partes dissimiles, id est quæ in uno ꝑducant p: in alio m: sicut in aggregandis sufficit multiplicare partes similes, nam

nam reliquæ per se cadũt, duc igitur $\frac{1}{2}$ positione in m: $\frac{5}{1\ \text{po.}}$ m: 5, & $\frac{1}{4}$ quadrati p: $\frac{5}{1\ \text{qu}^{to}}$, quia ubi una producit p: alia producit m: & detrahe m: à p: & hoc non est aliud, quàm duplicare unum illorum productorum, habebis differentiam unius producti ab altero, $2\frac{1}{2}$ positiones m: $\frac{250}{1\ \text{cu}}$, igitur hoc ęquatur 100, diuide omnia per $2\frac{1}{2}$, & multiplica per 1 cubum, habebis 1 q̃d quadratum æquale 40 cubis p: 100, & ita in alijs, & posses super hoc statuere regulam de modo, dicendo, cum duo numeri, quorum quadratorum differentia est constituta ex multiplicatione uicissim in quadrata, debent producere aliquam differentiam inter ipsa producta, tunc erit q̃d quadratum æquale quadrato differentiæ quadratorum, & totidem cubis, quotus est numerus, qui prouenit, diuiso numero differentiæ productorum per quartam partem differentiæ quadratorum, uelut si dicam, inuenias duos numeros quorum quadratorum differentia sit 6, & productorum unius in quadratum alterius differentia sit 60, dicemus igitur 1 q̃d quadratum æquabitur 40 cubis p: 36, & ita de alijs.

REGULA II.

Est & alius modus regulę aggregati, longe subtilior pręcedente, & facit duas positiones simul & duas conuersiones, & nihil est subtilius his in regulis; & inueni ipsum in quodam fragmento fratris Lucæ, & tandem reduxi ipsum post multos labores, quia uix poterat legi in hac parte, uel percipi imago huius regulæ, & ego explicabo eam faciliter, & nisi esset, quod non est multũ generalis hic modus, quantum ad ostendendam æstimationem rei, licet quo ad positionem sit amplissimus, nihil aliud posset excogitari præstantius, & exemplum ac regula erit in quæstionibus.

QUAESTIO XIIII.

Inuenias duos numeros, ex quorum ductu unius in alterum producatur 8, & quadrata iuncta cum ipsis numeris, faciant 40. Pones aggregatum illorum numerorum $\frac{1}{2}$ quantitatem, & alterũ ex illis 1 positionem, reliquus igitur est $\frac{1}{2}$ quantit. m: 1 positione, duc inuicem, fiunt $\frac{1}{2}$ quan' pos. m: 1 q̃drato, & hoc ęq̃tur 8, igĩt habes q̃dratum p: 8, ęq̃le quantitati, cuidam rerum. Sequere igitur capitulũ, accipe dimidium numeri rerum, id est $\frac{1}{4}$ q̃ntitatis, ut in capitulo quinto doceris, quando q̃dratũ & numerus æq̃ntur rebus, duc igitur $\frac{1}{4}$ q̃ntitatis in se, fit $\frac{1}{16}$ q̃d quan: abijce 8, numerũ æq̃tionis, fit $\frac{1}{16}$ q̃d q̃n: m: 8, accipe ℞ v: q̃m adde, ac minue, ad $\frac{1}{4}$ q̃ntitatis, dimidium numeri rerum, fiet rei æstimatio, seu numeri quęsiti, quorum unus est, $\frac{1}{4}$ quantitatis p: ℞ v: $\frac{1}{16}$ q̃d quan' m: 8, & alter, $\frac{1}{4}$ quantitatis m: ℞ v: $\frac{1}{16}$ q̃d quan' m: 8, horum igitur quadrata, addito aggregato numerorum, id est $\frac{1}{2}$ quantitatis, ęquantur 40, quadrata igitur partium, cadentibus uicissim multiplicationibus $\frac{1}{4}$ quantitatis in ℞ v: $\frac{1}{16}$ q̃d quan: m: 8, quia sunt ęqualia, m. & p: erunt $\frac{1}{8}$ q̃d quan: m: 8, & $\frac{1}{8}$ q̃d quan: m: 8, iuncta igitur $\frac{1}{4}$ q̃d quan: m: 16, ęqualia cum $\frac{1}{2}$ quantitatis, aggregato numerorũ ad 40, pone igitur pro quantitate rem, erit $\frac{1}{4}$ quadrati p: $\frac{1}{2}$ positione æquale 56, igitur 1 q̃dratum p: 2 positionibus, æquat 224, quare res ualet ℞ 225 m: 1, id est 14, & tantundẽ ualet quãtitas, sed nos posuimus dimidium quantitatis aggregatũ, igitur aggregatũ numerorum est 7, fac ex 7 duas partes, ex quarũ ductu inuicem fiat 8, & erunt $3\frac{1}{2}$ p: ℞ $4\frac{1}{4}$, & $3\frac{1}{2}$ m: ℞ $4\frac{1}{4}$, numeri quæsiti, quorum quadrata cum numeris ipsis sunt 40.

$\frac{1}{2}$ quan:
1 pos. | $\frac{1}{2}$ quan: m: 1 pos.
$\frac{1}{2}$ quan: pos. m: 1 q̃d.
æqualis 8
$\frac{1}{4}$ quan:
$\frac{1}{16}$ q̃d. quan: m: 8
$\frac{1}{4}$ q̃d: p: ℞ v: $\frac{1}{16}$ q̃d: q̃n: m: 8
$\frac{1}{4}$ q̃n: m: ℞ v: $\frac{1}{16}$ q̃d. q̃n: m. 8
$\frac{1}{8}$ quad. quan: m: 8
$\frac{1}{8}$ quad. quan: m: 8
$\frac{1}{2}$ quan:
$\frac{1}{4}$ q̃d. quan: m: 16 p: $\frac{1}{2}$ quan: æqualis 40
1 q̃d. quan. p: 2 quan: æqualis 224
æstimatio rei ℞ 225 m: 1

Notandum. Et si quis quærat, quid prosit hæc regula, cuiq; possit opitulari præter primam? Respondeo, Prima indiget regula speciali sexti libri in operando, hæc autem libere usq; in finem agit, deducendo, quod quàm pulcherrimum ultra id quod utilissimum est, nullo alieno indigere præsidio. Est & aliud exemplum.

QVAESTIO XV.

Inuenias duos numeros, ex quorum multiplicatione producatur 6, & quorum cubi iuncti faciant 100. Ponemus $\frac{1}{2}$ quantitatẽ pro aggregato, & partem unam rem, alia erit $\frac{1}{2}$ quantitas m: re, duc partes inuicem, habebis $\frac{1}{2}$ quan' pos. m: 1 quadrato, æqualia 6, sequere æquationem tanquam $\frac{1}{2}$ quantitas esset aliquis numerus, & habebis æstimationem, duas æstimationes pos. scilicet, $\frac{1}{4}$ quantitatis p: ℞ v: $\frac{1}{16}$ q̃d quan: m: 9, et $\frac{1}{4}$ quantitatis m: ℞ v: $\frac{1}{16}$ q̃d quan: m: 6, horum cubi debent æquari 100, duc ad cubũ, dimittendo partes, quę in uno sunt p: in alio m: habebis $\frac{1}{16}$ cub' quan: m: $4\frac{1}{2}$ q̃ntitatibus pro sin-

$\frac{1}{2}$ quan:
1 pos. | $\frac{1}{2}$ quan: m: 1 pos.
$\frac{1}{2}$ quan: pos. m: 1 q̃d.
æqualis 6

$\frac{1}{4}$ quan: p: ℞ v: $\frac{1}{16}$ q̃d, quan: m: 6 | pos.
$\frac{1}{4}$ quan: m: ℞ v: $\frac{1}{16}$ q̃d. quan: m: 6 | pos.
$\frac{1}{16}$ cub. quan: m: $4\frac{1}{2}$ quan: | cubus
$\frac{1}{16}$ cub. quan: m: $4\frac{1}{2}$ quan: | cubus
$\frac{1}{8}$ cub. quan: m: 9 quan: æqualia 100
1 cub. æqualis 72 res p: 800

fingulis partibus, quare in totū $\frac{1}{8}$ cub' quan: m: 9 quantitatibus, æqualia 100, permuta cub' quan: in cubū rei, & quantitatem in rem, & reduces ad 1 cubum, habebis cubum, æqualem 72 rebus p, 800, & rei æstimatio erit æstimatio quantitatis, scilicet ℞ v: cubica 400 p: ℞ 146176 p: ℞ v: cubica 400 m: ℞ 146176, huius igitur dimidium, quod est ℞ v: cubica 50 p: ℞ 2284 p: ℞ v: cubica 50 m: ℞ 2287 est aggregatum quęsitorum numerorum, & partes sunt, ℞ v: cubicę quęsitæ, sed hoc apparet alia operatione.

QVAESTIO XVI.

Inuenias duos numeros, quorum quadratorum differentia sit 10, & ex maiore illorum iuncto cum suis quadratis, fiat 40. Pones aggregatum numerorum rem, & unam partem $\frac{1}{2}$ quantitatem, reliqua erit res m: $\frac{1}{2}$ quantitatis, duc in se partes, habebis $\frac{1}{4}$ q̄d' quan: & 1 quadratum p: $\frac{1}{4}$ q̄d' quan: m: 1 quan' pos. sume differentiam, quæ erit 1 quan' pos. m: 1 q̄d. & hoc æquatur 10, igitur rei æstimatio est $\frac{1}{2}$ quantitas p: ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̄d' quan: m: 10, & $\frac{1}{2}$ quantitas m: ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̄d' quan: m: 10,

1 pos.
$\frac{1}{2}$ quan: | 1 pos. m: $\frac{1}{2}$ quan:
$\frac{1}{4}$ q̄d' quan: | 1 q̄d. p: $\frac{1}{4}$ q̄d. quan: m: 1 quan: pos.

$\frac{1}{2}$ quan: p: ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̄d' q̄n: m: 10 | pos.
$\frac{1}{2}$ quan: m: ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̄d q̄n: m: 10 | pos.

$\frac{1}{4}$ q̄d' quan: | $\frac{1}{4}$ q̄d' q̄n: m: 10 | $\frac{1}{2}$ quan:
1 q̄d' quan: p: 1 quan: æquantur 100

horum quoduis æquatur 1 positioni, & iam positio diuisa fuit in $\frac{1}{2}$ quantitatem, & positionem m: $\frac{1}{2}$ quantitate, igitur cum $\frac{1}{2}$ quantitas sit communis utrobiq;, erit ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̄d' quan: m: 10, æqualis 1 positione m: $\frac{1}{2}$ quantitatis, igitur quadrata partium, quæ sunt $\frac{1}{4}$ q̄d' quan: & $\frac{1}{4}$ q̄d' quan: m: 10, cum una partium, scilicet $\frac{1}{2}$ quantitate, æquantur 40, quare 1 q̄d' quan: p: 1 quantitate, æquatur 100, res igitur quæ est quantitas, est ℞ 100$\frac{1}{4}$ m: $\frac{1}{2}$, & quia nos posuimus $\frac{1}{2}$ quantitatis, erit una pars, ℞ 25$\frac{1}{16}$ m: $\frac{1}{4}$, dimidium scilicet ℞ 100$\frac{1}{4}$ m: $\frac{1}{2}$, & minor erit ℞ v: 15$\frac{1}{8}$ m: ℞ 6, $\frac{17}{64}$. Et generaliter in hac regula, qui plus ualet ingenio, plus ualet in operatione, nam modi sunt complures, & de omnibus dicere longum foret. Ista igitur sufficiant, & ad exempla primæ regulæ denuo transeamus, quærentes hoc modo.

QVAESTIO XVII

Inuenias duos numeros, quorum quadratum secundi, æquale sit ductui primi in aggregatum, & quadrata illorum iuncta sint 10, uides manifeste, quod si ponatur aggregatum illorum res, ipsa erit diuidenda secundū proportionem habentem medium & duo extrema, eruntq; partes, ℞ v: $\frac{5}{4}$ q̄drati m, $\frac{1}{2}$ positionis: & 1 $\frac{1}{2}$ positiones m: ℞ v: $\frac{5}{4}$ quadrati, harum igitur quadrata erunt 5 quadrata m: ℞

20,

20 q̃d' quadratorum, & erunt æqualia 10, igitur ex capitulo argumentandi p: & m: 5 quadrata m: 10, æquantur ℞ 20 q̃d' q̃dratorum, quare partes erunt ut uides.

℞ v: $2\frac{1}{2}$ p: ℞ 5 p: ℞ v: $2\frac{1}{2}$ m: ℞ 5
℞ v: $2\frac{1}{2}$ p: ℞ 5 m: ℞ v: $2\frac{1}{2}$ m: ℞ 5

QVAESTIO XVIII.

Inuenias tres numeros in continua proportione, quorum primus & ſecundus æquentur tertio, & quadrata primi & ſecundi iuncta ſint 10. Pones tertium 1 poſitionem, fac de 1 poſitione duas partes, quarum quadrata iuncta ſint 10, & erunt $\frac{1}{2}$ poſitionis p: ℞ v: 5 m: $\frac{1}{4}$ quadrati & $\frac{1}{2}$ poſitio m: ℞ v: 5 m: $\frac{1}{4}$ quadrati, duc 1 poſitionem in minorem, & producetur quadratum maioris, aliter diuides 1 poſitionem ſecundum proportionẽ habentem medium & duo extrema, inde duces partes ad q̃dratum, & quadrata iuncta erunt 10, partes igitur erunt.

p^a	℞ v: $22\frac{1}{2}$ p: ℞ 405 m: ℞ v: $12\frac{1}{2}$ p: ℞ 125
2^a	℞ v: $12\frac{1}{2}$ p: ℞ 125 m: ℞ v: $2\frac{1}{2}$ p: ℞ 5
3^a	℞ v: 10 p: ℞ 80.

QVAESTIO XIX.

Similiter, ſi quis dicat, inuenias tres numeros in continua proportione, ex quorum ductu primi in ſecundum fiat 10, & primus cum ſecundo æquentur tertio, eodem modo procedendo habebis quantitates.

p^a	℞ v: ℞ $31\frac{1}{4}$ p: 5 m: ℞ v: ℞ $31\frac{1}{4}$ m: 5
2^a	℞ v: ℞ $31\frac{1}{4}$ p: 5 p: ℞ v: ℞ $31\frac{1}{4}$ m: 5
3^a	℞ v: ℞ 500 p: 20

De regula liberæ poſitionis. CAP. XXXVI.

IStregula pro quæſtionibus, quæ conſequuntur proprietates numerorum uniuerſales, quas homo ignorat, inde quærens per alias regulas, laborat inaniter, non enim proportionem exigunt, nec tamen in omnibus quantitatibus inueniri queunt, tales autem ſunt.

QVAESTIO I.

Inuenias quinq; quantitates, quarũ ſecundę quadratum, æquale ſit aggregato earum, cum quadrato primæ, ſintq; hæ quantitates in continua proportione, ponã igitur in quacunq; uoluero proportione, ab una poſitione inchoando, uelut in figura uides, eritq; in dupla (exempli gratia) q̃dratum ſecundæ, 4 q̃drata, & hoc ęquatur 1 q̃drato quod eſt qua-

1 q̃d. 1 poſ.
4 q̃d. 2 poſ.
4 poſ.
8 poſ.
16 poſ.

3 q̃d. æq̃lia
31 poſ.

dra-

dratum primæ & 31 rebus, igitur 3 quadrata æquantur 31 rebus, & res erit $10\frac{1}{3}$, & reliquæ ſecundum duplam proportionem, ut uides, $10\frac{1}{3}$, $20\frac{2}{3}$, $41\frac{1}{3}$, $82\frac{2}{3}$, $165\frac{1}{3}$.

QVAESTIO II.

Inuenias duos numeros, in proportione dupla, quorum quadrata, uel cubi, uel relati, ſint æqualia ipſis, & ſit exemplum de relatis, tanquam magis admirandis. Ponemus igitur in proportione dupla, 1 poſitionem & 2 poſitiones, quorum relata erunt, 32 relata prima, & 1 relatum primum, iunge, fient 33 relata prima, æqualia 3 rebus, igitur per capitulum ſimplex, res erit ℞' ℞ $\frac{1}{11}$, diuiſo 3 per 33, reliqua quantitas, igitur erit ℞' ℞ $1\frac{5}{11}$, ſcilicet duplum ℞' ℞ $\frac{1}{11}$.

QVAESTIO III.

Inuenias tres quantitates in continua proportione, quarum proportio ſit tripla, & $\frac{1}{4}$ aggregati, in ſe ductum, producat $\frac{1}{7}$ ſecundæ quantitatis. Ponemus igitur quantitates, 1 poſitionem, 3 poſ. 9 poſ. harum aggregatum eſt 13 poſitiones, cuius $\frac{1}{4}$ eſt $3\frac{1}{4}$ poſitiones, & quadratum eſt $10\frac{9}{16}$, & hoc eſt $\frac{1}{7}$ de 3 poſitionibus, igitur $73\frac{15}{16}$ quadrata, æquantur 3 poſitionibus, quare poſitio eſt $\frac{48}{1183}$, & quantitas ſecunda erit $\frac{144}{1183}$ & tertia erit $\frac{432}{1183}$.

QVAESTIO IIII.

Inuenias tres numeros in continua proportione, quorum ſecundus ſit 10: & $\frac{1}{20}$, aggregati omnium in ſe ductum, producat ſeptuplum ſecundi, ponemus primum rem, igitur tertius erit $\frac{100}{1\ \text{poſ.}}$, & quia $\frac{1}{20}$ aggregati in ſe ductum, producit ſeptuplum ſecundi, igitur producit 70, & ℞ 70, eſt $\frac{1}{20}$ aggregati, igitur aggregatum eſt ℞ 28000, & ideo prima & tertia, erunt ℞ 28000 m: 10, & hoc æquale eſt 1 poſitioni p: $\frac{100}{1\ \text{pol.}}$, igitur 1 quadratum p: 100, æquatur poſitionibus ℞ 28000 m: 10, igitur prima quantitas fuit ℞ 7000 m: 5 m: ℞ v: 6925 m: ℞ 700000, & tertia quantitas erit ℞ 7000 m: 5 p: ℞ v: 6925 m: ℞ 700000, poſſet etiam breuius fieri, ſed abſq; poſitione.

De regula falſum ponendi. CAP. XXXVII.

REGVLA I.

HÆc regula triplex eſt, aut enim ponit m: aut quærit ℞ m: aut quærit quod non eſt. Primò igitur quærimus quæſtionum ſolutiones, quæ per p: uerare minimè licet, uelut ſi quis dicat, quadratum æquatur 4 rebus p: 32, & in eadem æſtimatione, quadratum æquatur 1 rei p: 20, tunc ſi uelles ſequi æſtimationem ueram, in prima res eſſet 8, in ſecunda autem quæſtione 5, ſed ſi dicas conuertendo, igitur quadratum p: 4 rebus, æquatur 32, & res erit 4, & in hoc etiam uerum erit, quòd quadratum & res, æquantur 20, dic igitur, si 4 p: seruit his quæsitis, igitur 4 m: est æstimatio 1 quadrati: æqualis 4 rebus p:32, & 1 quadratum æquale 1 rei p:20, ideo conuertes capitula, ut in primo capitulo diximus, & si casus est impossibilis, in utroque quæstio falsa est, per p: & per m: & si uera est, per p: in uno, erit uera per m: in alio, & eiuscemodi generis est quæstio hæc.

QVAESTIO I.

Dos uxoris Francisci, est aurei 100 plusquam Francisci peculium, & dos uxoris eius in se ducta, est aurei 400 plus peculio Francisci in se ducto, quæritur dos, & peculium. Ponemus Franciscum habere rem unam m: igitur dos uxoris est aurei 100 m: 1 re, duc partes in se, fient 1 quadratum & 10000, p: 1 quadrato m: 200 positionibus, horum differentia est 400 aurei, igitur 1 quadratum p: 400 p: 200 positionibus, æquatur 10000 p: 1 quadrato, abijce communia, habebis 9600, æqualia 200 positionibus igitur res est 48, & tantum habuit m: id est debiti, & dos erit residuum ad 100, scilicet 52, igitur Franciscus habuit 48 aureos debiti, sine ullo capitali uel peculio: & dos eius uxoris fuit 52 aureorum, & secus operando peruenires ad quæstiones difficilimas, ac inextricabiles. Talis modi etiam hæc est.

m: 1 pos.	100 m: 1 pos.
1 q̃d.	10000 p: 1 q̃d.
	m: 200 pos.
differentia 10000 m: 200	
pos. æqualis 400	

QVAESTIO II.

Ego habeo aureos 12 plus Francisco, & cubus meorum est, 1161 aurei plus cubo Franscisci, ponatur 1 res m: Francisco, ego habeo 12 aureos m: 1 positione duc ad cubum partes, fient 1 cubus m: & 1728 p: 36 q̃dratis m: 432 rebus m: 1 cubo, & horum differentia, est 1161, igitur 1 cubus m: p: 422 rebus p: 1161, æquabitur 1728 p: 36 quadratis m: 1 cubo, abijce m: 1 cubum & 1161 ex utraque parte, fient 432 res æq̃les 36 q̃dratis p: 567, quare 2 q̃dratũ p: 15 $\frac{3}{4}$, æq̃lia 12 rebus, igitur res est 1 $\frac{1}{2}$, & hoc habuit m: Franciscus, & ego 10 $\frac{1}{2}$ p: & tot sunt aurei quæsiti

QVAESTIO III.

Et eodem modo, si dicam etiam sic, aurei mei sunt 12 p: quàm illi Francisci. Et q̃dratum meorum est 128 p: cubo aureorum Francisci dabimus rem unam m: Francisco, ego uerò habeo 12 aureos m: 1 re, & quadratum meorum erit 144 p: 1 quadrato m: 24 rebus, & hoc æquale est m: 1 cubo p: 128, igitur 16 p: 1 quadrato p: 1 cubo, æquatur 24 rebus, Et res erit 4 m: & tantum habet Franciscus debiti, ego uero aureos 8 peculij.

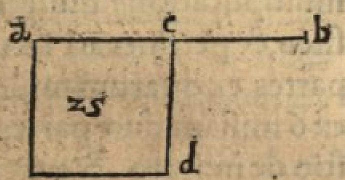
REGVLA II.

Secundum genus positionis falsæ, est per radicem m: Et dabo exemplum.

exemplum, si quis dicat, diuide 10 in duas partes, ex quarum unius in reliquam ductu, producat 30, aut 40, manifestum est quod casus seu quæstio est impossibilis, sic tamen operabimur, diuidemus 10 per æqualia, & fiet eius medietas 5, duc in se fit 25, auferes ex 25, ipsum producendum, utpote 40, ut docui te, in capitulo operationum, in quarto libro, fiet residuum m: 15, cuius ℞ addita & detracta à 5, ostendit partes, quæ inuicem ductæ producunt 40, erunt igitur hæ, 5 p: ℞ m: 15, & 5 m: ℞ m: 15.

DEMONSTRATIO.

Vt igitur regulæ uerus pateat intellectus, sit a b linea, quæ dica- 2
tur 10, diuidenda in duas partes, quarum rectangulum debeat esse 40, est autē 40 quadruplum ad 10, quare nos uolumus quadruplum totius a b, igitur fiat a d, quadratum a c, dimidij a b, & ex a d auferatur quadruplum a b, absque numero, ℞ igitur residui, si aliquid maneret, addita & detracta ex a c, ostenderet partes, at quia tale residuum est minus, ideo imaginaberis ℞ m: 15, id est differentiæ a d, & quadrupli a b, quam adde & minue ex a c, & habebis quæsitum, scilicet 5 p: ℞ v: 25 m: 40, & 5 m: ℞ v: 25 m: 40, seu 5 p: ℞ m: 15, & 5 m: ℞ m: 15, duc 5 p: ℞ m: 15 in 5 m: ℞ m: 15, dimissis incruciationibus, fit 25 m: m: 15 quod est p: 15, igitur hoc productum est 40, natura tamen a d, non est eadem cum natura 40, nec a b, quia superficies est remota à natura numeri, & lineæ, proximius tamen huic quantitati, quæ uere est sophistica, quoniam per eam, non ut in puro m: nec in alijs: operationes exercere licet, nec uenari quid sit est, ut addas quadratum medietatis numeri numero producendo, & à ℞ aggregati minuas ac addas dimidium diuidendi. Exemplum, in hoc casu, diuide 10 in duas partes, producentes 40, adde 25 quadratum dimidij 10 ad 40, fit 65, ab huius ℞ minue 5, et adde etiam 5, habebis partes secundum similitudinem, ℞ 65 p: 5 & ℞ 65 m: 5. At hi numeri differunt in 10, non iuncti faciunt 10, sed ℞ 260, & hucusque progreditur Arithmetica subtilitas, cuius hoc extremum ut dixi, adeo est subtile, ut sit inutile.



5 p: ℞ m: 15
5 m: ℞ m: 15
25 m: m: 15 q̄d. est 40

QVAESTIO IIII.

2 Fac de 8 duas partes, quarum quadrata iuncta sint 50, hæc soluitur per primam, non per secundã regulam, est enim de puro m: ideo duc 3 dimidium 6 in se fit 9, minue ex dimidio 50, quod est 25, fit re-

ſiduum 16, cuius ℞ 4, adde & minue à 3, dimidio 6, fiunt partes 7, & 1 m: harum quadrata iuncta ſunt 50, & aggregatum eſt 6.

QVAESTIO V.

Per idem ſoluitur quæſtio hæc, fac ex 6 duas partes, quarum una in reliquam ducta, producatur m: 40, duc 3 dimidium 6, in ſe, fit 9, adde ad 40, fit 49, huius ℞ quæ eſt 7, adde ad 3, dimidium 6, & minue, habebis 10 p: & 4 m: quæ ducta inuicem producunt 40 m: & iuncta, faciunt 6, & ita 10, m: & 4 p: producunt 40 m: & iuncta, faciunt 6 m: ideo etiam hæc quæſtio, eſt de puro m: & pertinet ad primam regulam.

Ex hoc patet, quod ſi quis dicat, fac de 6 duas partes, ex quarum multiplicatione inuicem, producatur 40, quæſtio eſt de m: ſophiſtico, & pertinet ad ſecundam regulam. Et ſi dicat, fac de 6 duas partes, ex quarum multiplicatione inuicem producatur 40 m: uel ex 6 m: fiant duæ partes producentes m: 40, utroque modo erit quæſtio de m: puro, & pertinebit ad primam regulam, & tales partes erunt quæ dictæ ſunt, & ſi dicat, quod ex 6 m: fiant duæ partes, quarum productum ſit 40 p: quæſtio erit de m: ſophiſtico, & pertinebit ad ſecundam regulam, & erunt partes m: 3 p: ℞ m: 15, & m: 3 m: ℞ m: 15.

REGVLA III.

Corᵐ. Poſſumus uerò uenari genus m: aliud, quod neque eſt purum m: neque ℞ m: ſed res omnino falſa, & componitur hæc regula quaſi ex ambobus, & dabo huius unum exemplum, quod eſt hoc.

QVAESTIO VI.

Inuenias tres numeros in continua proportione, quorum ℞ primi detracta à primo, facit ſecundum, & ℞ ſecundi, detracta à ſecundo, faciat tertium. Ponemus igitur primum, 1 quadratum, & ſecundus erit 1 q̃d. m: 1 poſitione, & tertius erit 1 q̃d. m: 1 poſitione m: ℞ v: 1 quadrati m: 1 poſitione, duc primum in tertium, & ſecundum in ſe, habebis quantitates ipſas, operando ut uides, & productum primi in tertium, eſt m: $\frac{1}{16}$ p: ℞ $\frac{1}{64}$, quod eſt $\frac{1}{8}$ m: $\frac{1}{16}$, & tantum fit ducto ſecundo numero in ſe.

$\frac{1}{4}$	m: $\frac{1}{4}$	m: $\frac{1}{4}$ m: ℞ m: $\frac{1}{4}$	

Quomodo excidant partes & denominationes multiplicando. CAP. XXXVIII.

REGVLA I.

ET ſi hoc & generale ſit, & abundè in libro tertio & quarto demonſtratum, nihilominus denuo ad facilitatē & utilitatem repetendum erit, fit autem hoc duobus modis, to-

tidemque

tidemq́ue regulis indigemus, quarum prima particularis est, & inuenta causa capitulorum illorum, quæ postmodum Geometrica ratione, in quatuor denominationibus superius à nobis sunt demonstrata, nunc inuentis illis, eius utilitas magna ex parte extincta est, docebimus tamē eam ob artis locupletationem, & ingenij eius admirationem, cum etiam ad alia utilis sit, ad quæ transferri commodè potest, quanquam nullo usui generali possit conuenire. Igitur eius regula hæc est. Vel uis numeros differentes, quorum quadratum unius, cum cubo alterius faciant iuncti, numerum: tunc diuides differentiam illam in duas partes, quarum triplum quadrati unius, sit æquale duplo alterius, per positionem, inde inuentis partibus, pones rem, p: parte, cuius sumitur triplum quadrati, pro parte cubanda, & partem quadrandam, rem m: parte, cuius sumitur duplum, inde peracta operatione, peruenies ad cubum, ac quadrata æqualia numero, excidentibus rebus.

QVAESTIO I.

Exemplum. Inuenias duos numeros, quorum differentia sit 8, & cubus unius, cum alterius quadrato iunctus, faciat 100, fac primo per positionem duas partes, quarum triplum quadrati unius, sit æquale duplo alterius, quas inuenies esse, 2 & 6, nam triplum 4, quadrati 2, est 12, quod est duplum 6 residui, igitur pones partem cubandam positionem p:2, & quadrandam positionē m: 6, iunge cubum 1 positionis, p: 2, cum quadrato 1 positionis m: 6, habes 1 cub. p:7 quadratis p:44, æqualia 100, igitur 1 cub. p:7 quadratis, æquaī 56, & rei æstimatio, erit ℞ v: cubica $15\frac{8}{27}$ p: ℞ $72\frac{16}{27}$ p: ℞ v: cubica $15\frac{8}{27}$ m: ℞ $72\frac{16}{27}$ m: $2\frac{1}{3}$, & quia partes fuerunt, res p: 2, & res m: 6, ideo huic adde 2, & minue 6, habebis partes, ut uides à latere. Est autem manifestum, quod una illarum est m: purum, & si uoluisses ut essent ambæ p: oportuisset ponere, quòd cubus & quadratum talium numerorum æquarentur numero maiori, ut putà 1000, loco 100.

pos. p: 2
pos. m: 6
cu. p: 12 pos. p: 6 q̄d. p: 8
m: 12 pos. p: 1 q̄d. p: 36

cub. p: 7 q̄d. p: 44
æqualis 100

| ℞ v: cub. $15\frac{8}{27}$ p: ℞ $72\frac{16}{27}$ p: ℞ v: cub. $15\frac{8}{27}$ m: ℞ $72\frac{16}{27}$ m: $\frac{1}{3}$
| ℞ v: cub. $15\frac{8}{27}$ p: ℞ $72\frac{16}{27}$ p: ℞ v: cub. $15\frac{8}{27}$ m: ℞ $72\frac{16}{27}$ m: $8\frac{1}{3}$

Et eodem modo facies, si uolueris, quod numerorum differentium in aliquo numero, cubus & quadratum differant in assignato numero, eadem regula inuenies partes differentiæ, quibus inuentis, pones econtra, scilicet positionem m: numero, cuius sumitur triplum quadrati, & positionem p: numero, cuius sumitur duplum, inde sequeris operationem, ut in exemplo.

QVAESTIO II.

Inuenias duos numeros, quorum differentia ſit 8, & differentia cubi unius, à quadrato alterius, ſit 100, facies ex 8 duas partes, ut dictum eſt, & erunt 2, & 6, pones igitur rem m:2, & rem p:6, cuba rem m:2, & quadrata rem p:6, & ſume differentiam habebis cubum m:7 quadratis m:44, æqualem 100, quare cubus æquabitur 7 quadratis p:144, & rei æſtimatio erit ℞ v: cubica 84 $\frac{19}{27}$ p: ℞ 7013 $\frac{1}{3}$ p: ℞ v: cubica 84 $\frac{10}{27}$ m: ℞ 7013 $\frac{1}{3}$ p: 2 $\frac{1}{3}$, & quia nos poſuimus partes, rem m:2, & rem p:6, erunt numeri quæſiti, ut uides.

poſ. m: 2
poſ. p: 6
cub. p: 12 poſ. m: 6 q̃d. m: 8
p: 12 poſ. p: 1 q̃d. p: 36
cub. m: 7 q̃d. m: 44
æqualis 100

Et ſimiliter, ſi dicat, duas fac partes ex aliquo numero, quorum quadratum unius, cum cubo alterius iunctum, faciat aliquem numerum, facies enim duas partes ex numero diuidendo, ut ſupra, quarum uni, ſcilicet cuius ſumitur triplum quadrati, addes rem, alteri cuius ſumitur duplum ipſius, detrahes rem, inde perficies operationem, ut in exemplo.

℞ v: cu. 84 $\frac{10}{27}$ p: ℞ 7013 $\frac{1}{3}$ p: ℞ v: cu. 84 $\frac{19}{27}$ m: ℞ 7013 $\frac{1}{3}$ p: $\frac{1}{3}$
℞ v: cu. 84 $\frac{19}{27}$ p: ℞ 7013 $\frac{1}{3}$ p: ℞ v: cu. 84 $\frac{10}{27}$ m: ℞ 7013 $\frac{1}{3}$ p: 8 $\frac{1}{3}$

QVAESTIO III.

Fac ex 8 duas partes, quarum cubus unius, cum quadrato alterius, faciat 400, facies ex 8 duas partes, ut prius, quæ erunt 6 & 2, & pones 2 p: re, & 6 m: re, duces 2 p: 1 poſitione ad cubum, & 6 m: 1 poſitione ad quadratum, habebis iungendo 1 cub. p: 7 quadratis p: 44, æqualia 400, igitur 1 cub. p: 7 quadratis, æquatur 356, quare rei æſtimatio, eſt ℞ v: cubica 165 $\frac{3}{27}$ p: ℞ 27161 $\frac{13}{27}$ p: ℞ v: cubica 165 $\frac{8}{27}$ m: ℞ 27161 $\frac{13}{27}$ m: 2 $\frac{1}{3}$, quare cum partes ſint 2 p: 1 poſitione, & 6 m: 1 poſitione, ipſæ erunt quales uides, 8 $\frac{1}{3}$ m: ℞ v: cubica 165 $\frac{8}{27}$ p: ℞ 27161 $\frac{13}{27}$ m: ℞ v: cubica 165 $\frac{8}{27}$ m: ℞ 27161 $\frac{13}{27}$ ℞ v: cubica 165 $\frac{8}{27}$ p: ℞ 27161 $\frac{13}{27}$ p: ℞ v: cubica 165 $\frac{8}{27}$ m: ℞ 27161 $\frac{13}{27}$ m: $\frac{1}{3}$.

2 p: 1 poſ.
6 m: 1 poſ.
8 p: 6 q̃d. p: 12 poſ. p: 1 cub.
36 p: 1 q̃d. m: 12 poſ.
44 p: 7 q̃d. p: 1 cub.
æqualia 400
1 cub. p: 7 quad. æqual. 356

Et ſi dicat de diuiſione numeri aſsignati, in duas partes, quarum differentia cubi unius à quadrato alterius, ſit numero dato ęqualis, tunc ſemper pones $\frac{1}{3}$ p: 1 poſitione, pro parte quæ cubari debet, & reſiduũ numeri diuidendi, detracto $\frac{1}{3}$ m: 1 poſitione, pro numero in ſe ſe ducendo, inde facta detractione, habebis cubum & res æquales numero, quare erit cognita utraq; pars confeſtim.

QVAESTIO IIII.

Exemplum, Diuide 8 in duas partes, quarum cubus unius, excedat quadratum alterius, in 10. Ponemus itaq; partem primam $\frac{1}{3}$, & ſecundam $7\frac{2}{3}$, & addemus ad $\frac{1}{3}$, rem, & fiet $\frac{1}{3}$ p: 1 poſitione, & minuemus rem ex $7\frac{2}{3}$, & fiet $7\frac{2}{3}$ m: re, inde ſequemur operationem, & habebimus pro cubo, $\frac{1}{3}$ p: 1 poſitione, hoc, 1 cubo p: 1 quadrato p: $\frac{1}{3}$ poſitionis p: $\frac{1}{27}$, & pro quadrato, 1 quad. m: $15\frac{1}{3}$ poſitionibus p: $58\frac{7}{9}$, horum differentia erit 1 cubus p: $15\frac{2}{3}$ poſitionibus m: $58\frac{20}{27}$ & hoc æquatur 10, igitur cubus & $15\frac{2}{3}$ poſitiones, ęquatur $68\frac{20}{27}$, & rei æſtimatio cognita eſt, cui addemus $\frac{1}{3}$ pro prima parte, & minuemus eam à $7\frac{2}{3}$, pro ſecunda parte, & ſi uoluiſſemus, quod quadratum ſuperaſſet cubum, detraxiſſemus 10 numerum æquationis, ex $58\frac{20}{27}$, & haberemus 1 cubum p: $15\frac{2}{3}$ poſitionibus, æqualem $48\frac{20}{27}$, & modi huius primæ regulæ ſunt innumerabiles, & ſunt quaſi pars regulæ de modo.

$\frac{1}{3}$ p: 1 poſ.	
$7\frac{2}{3}$ m: 1 poſ.	
$\frac{1}{27}$ p: $\frac{1}{3}$ poſ. p: 1 q̃d. p: 1 cu.	
$58\frac{7}{9}$ m: $15\frac{1}{3}$ poſ. p: 1 q̃d.	
$58\frac{20}{27}$	$15\frac{2}{3}$ poſ. p: 1 cub.

REGVLA II.

Verum alia regula quæ multum apud nos in uſu eſt, & facilior, talis eſt, & etiam exemplis ut reliquæ facilius explicabitur.

QVAESTIO V.

Fac igitur ex 8 duas partes, quarum aſſumptis quadratis ſimul, item cubis ſimul, ductóque uno aggregato per alterum, fiat numerus perfectus, poſſem dicere, quod faceret etiam numerum terminatum, ut 10000, uel alium, datur etiam maximus quem poteſt producere, & eſt 32768, & producitur ex cubo totius, in quadratum totius, datur etiam minimus quo minorem producere non poteſt, & eſt 4096. Videndum eſt igitur primo, an inter hos duos numeros, cadat numerus perfectus, & eſt 8128, qui ſi non caderet, eſſet quæſtio impoſsibilis, pone igitur unam partem 4 m: 1 poſitione, aliam 4 p: 1 poſitione, & fient quadrata, 16 p: 8 poſitionibus p: 1 quadrato, & 16 m: 8 poſitionibus p: 1 quadrato, quæ iuncta erunt 32 p: 2 q̃dratis, excidentibus rebus, cubi etiam erunt, 64 p: 12 quadratis p: 48 poſitionibus p: 1 cubo, & 64 p: 12 quadratis m: 48 poſitionibus m: 1 cubo, qui iuncti, ſunt 128 p: 24 q̃dratis, quare ducemus 32 p: 2 quadratis, in 128 p: 24 quadratis, & fient 4096 p: 1024 quadratis p: 48 q̃d quadratis, & hæc ſunt æqualia 8128, igitur habebimus, facta

detra-

detractione & diuiſione 1 q̄d quadratum p:21$\frac{1}{3}$ quadratis, æqualia 84, quare res eſt ℞ v:℞ 197$\frac{7}{9}$ m:10$\frac{1}{3}$, partes igitur ſunt 4 p:dicta radice & 4 m:dicta radice.

QVAESTIO VI.

Fac de 10 duas partes, quarum radices quadratæ cubicatæ faciant 26, pone quod tales ℞ ſint 1 poſitio, fac ex 1 poſitione duas partes, quarum quadrata iuncta ſint 10, eo quòd radices talium partium debent aggregare 1 poſitionem, ex regulis igitur ſexti libri, uel ex Euclide, habebis partes, ut uides, id eſt, $\frac{1}{2}$ poſitionem p:℞ v:5 m:$\frac{1}{4}$ quadrati & $\frac{1}{2}$ poſitionis m:℞ v:5 m:$\frac{1}{4}$ quadrati, iſtæ reducendæ ſunt ad cubũ, & quia in cubando Binomium,

$\frac{1}{2}$ poſ. p:℞ v:5 m:$\frac{1}{4}$ q̄d.
$\frac{1}{2}$ poſ. m:℞ v:5 m:$\frac{1}{4}$ q̄d.

oportet ducere quamlibet partium in ſe: & triplare, & addere quadrato alterius partis & productum ducere in illam alteram partem, ideo, cum talia producta aſsimilentur, & ſint æqualia, & unum ſit p: aliud m: quando duceremus triplum quadrati primæ partis cum quadrato ſecundæ in ſecundam, ideo ſufficiet ducere, triplum quadrati ſecundæ partis, quod eſt 15 m:$\frac{3}{4}$ quadrati cum quadrato primæ partis, quod eſt $\frac{1}{4}$ quadrati, & fiet totum 15 m:$\frac{3}{4}$ quadrati, in primam partem quæ eſt $\frac{1}{2}$ poſitio, ſed quia hęc operatio geminanda eſt, propter duas partes, habebimus multiplicationem 15 m:$\frac{1}{2}$ quadrati, in 1 poſitionem, quæ eſt duplum $\frac{1}{2}$ poſitionis primæ partis, igitur tandem producentur 15 poſitiones m:$\frac{1}{2}$ cubi, æqualis 26, quare 1 cubus p:52, æquabitur 30 poſitionibus, & rei æſtimatio erit ex capitulo ſuo, ℞ 27 m:1, inde habebis partes, ut uides, & in uerificatione operationis, multo magis hac regula indiges ad facilitatem, uerum de hoc diximus in tertio libro ſuo loco.

℞ 6$\frac{3}{4}$ m:$\frac{1}{2}$ p:℞ v:℞ 6$\frac{3}{4}$ m:2
℞ 6$\frac{3}{4}$ m:$\frac{1}{2}$ m:℞ v:℞ 6$\frac{3}{4}$ m:2

QVAESTIO VII.

Et ad hanc reducitur quæſtio illa. Quidam emit Croci lib. 1. Cinamoni lib. 2. Piperis lib. 5, precijs inter ſe eandem ſeruantibus proportionem ſic, ut ſe habuit precium totius piperis, ad precium cinamomi, ſic precium cinamomi, ad precium croci, ita quòd precium croci fuit minimum, & piperis maximum, & cinamomi medium, & hæc tria precia, iuncta ſimul, fuerunt 6 aurei. Denuo ſub eiſdem precijs emit croci lib. 30, cinamomi lib. 50, piperis lib. 40, aureis 100, quæritur ſingulorum precia. Hæc quæſtio, à fratre Luca poſita eſt, ſed in numeris proportionalibus, nam ſic exiſtimat eam admodum difficilem, ſed non eſt, nam cum precia hæc, 5 librarum piperis, & 2 cinamomi, & 1 croci ſint proportionalia,

lia, ipsa manebunt etiam proportionalia, in suis aggregatis, diuidemus igitur 30 lib. croci per 1, & est secunda quantitas per primam, & ita 50 cinamomi per 2, & 40 piperis per 5, & exibunt numeri in margine, id est

Crocus	Cinamomũ	Piper	Aurei
30	50	40	100
1	2	5	6
30	25	8	100

30 pro croco, 25 pro cinamomo, & 8 pro pipere, manifestum est igitur quod hi sunt numeri trium quantitatum analogarum, quæ sunt precia 1 lib. croci, 2 cinamomi, & 5 piperis, & quod prima quantitas seu precium, sumptum 30 uicibus, & secundum 25 uicibus, & tertium 8 uicibus, faciunt 100 aureos, at uero istę quantitates, ut dictum est, sunt 6 aurei, simpliciter sumptæ, fac igitur ex 6 tres quantitates proportionales, quarum prima ducta per 30, secunda per 25, tertia per 8, faciant 100. Ponemus igitur, mediam 2 positiones, relinquentur reliquæ, 3 m : 1 positione p : R v : 9 m : 3 quadratis m : 6 positionibus, & 3 m : 1 positione m : R v : 9 m : 3 quadratis m : 6 positionibus, ducendæ igitur sunt singulæ per suos numeros, quia igitur primæ partes Binomiorum sunt æquales, & ambæ p : tantũ erit ducere eas per 30, & per 8, quantum per 38, & similiter, quia radicum uniuersalium una est m : ducenda per 30, alia p : ducenda per 8, tantum erit, cum sint æquales, quantum, si ducantur per 22, differentiã 30 & 8, & producentur partes, quas uides à latere, & ipsæ erunt æquales 100, iunge & detrahe similia, habebis 14 p : 12 positionibus, æqualia R v : illi, quæ est m : & ideo quadratum quadrato, id est 196 p : 336 positionibus p : 144 quadratis, æqualia 4356 m : 1452 quadratis m : 2904 positionibus, æqualia partes, habebis 4160 æqualia 1596 quadratis p : 3240 positionibus, quare 1 quadrat. p : 2 $\frac{4}{133}$, æquetur 2 $\frac{242}{399}$, est igitur rei æstimatio R 3 $\frac{4494602}{7057911}$ m : 1 $\frac{2}{133}$, precium igitur unius libræ croci, est aurei 4 $\frac{2}{133}$ m : R 3 $\frac{4494602}{7057911}$, & precium duarum librarum cinamomi, est R 14 $\frac{3802586}{7057911}$ m : 2 $\frac{4}{133}$, & precium quinque librarum piperis, est R 3 $\frac{4494602}{7057911}$ p : 1 $\frac{131}{133}$, si igitur diuiseris hæc precia analoga, per suarum librarum nume-

3 m : 1 pos. p : R v : 9 m : 3 q̃d. m : 6 pos.
8
3 m : 1 pos. m : R v : 9 m : 3 q̃d. m : 6 pos.
30
2 pos. — 25 — 50 pos.
p : 3 m : 1 pos. | m : R v : 9 m : 3 q̃d. m : 6 pos.
38 | 22
114 m : 38 pos. | m : R v : 4356 m : R 1452 quad. m : 2904 pos.
114 m : 38 pos.
50 pos.
m : R v : 4356 m : 1452 q̃d. m : 2904 pos. æqualia 100.

rum, referendo ſingula ſingulis, primum per 1, ſecundũ per 2, tertiũ per 5, habebis precia librarũ ſingularum, uniuſcuiuſq; generis, & ſi duxeris ea per duos numeros, in ſecunda emptione, precium croci per 30, cinamomi per 50, piperis per 40, habebis quantum pecuniarum ſingulis impenderit.

QVAESTIO VIII.

Eodem modo ſoluitur quæſtio hæc, fac ex 14 tres partes in eadem proportione, quarum maior ducta per 2, media per 3, minor per 4, producta hæc iuncta, faciant 36, peruenies enim per modum ſuperioris, ad 1 quadratum p:$9\frac{1}{3}$ poſitionibus, æqualia $53\frac{1}{3}$, quare res eſt ℞ $75\frac{1}{9}$ m:$4\frac{2}{3}$, & eſt 4, media quantitas, poſita media quantitate 1 poſitione, non ut in priore, 2 poſitionibus.

QVAESTIO IX.

Diuide 14 in tres partes in continua proportione, ut ducta prima per 2, ſecunda per 3, talia producta æquentur tertiæ multiplicatæ per 7. Pones ſecundam, eſſe 2 poſitiones, reliquæ erunt ut uides, ducta ſecunda per 3, fiunt 6 poſitiones, modo prima habet multiplicari per 2, &

2^a	2 poſ.
p^a	7 m:1 poſ. p:℞ v:49 m:14 poſ. m:3 quad.
3^a	7 m:1 poſ. m:℞ v:49 m:14 poſ. m:3 quad.

tertia per 7, & habent detrahi, igitur cum ambæ partes ſint ſimiles, & prima in ambabus ſit p: & ſecunda in prima ſit p: & ſecunda in tertia m: ideo primam partem ſufficit multiplicare per differentiam 7 & 2, quæ eſt 5, & producentur pro tertia parte, 35 m: 5 poſitionibus, quibus demptis 6 poſitionibus producto ſecundæ partis, habebimus 35 m:11 poſitionibus, pro differentia tertij & ſecundi producti, primum autem producetur, ducto 9 aggregato primi & tertij, in radicem uniuerſalem, & fit ℞ v: 3969 m: 1134 poſitionibus m: 243 quadratis, hæc igitur æquatur 35 m: 11 poſitionibus, quare quadratum quadrato, igitur 1225 m: 770 poſitionibus p: 121 quadratis, æquantur 3969 m: 1134 poſitionibus m: 243 quadratis, æqua partes, habebis 2744 æqualia 364 poſitionibus p:364 quadratis, quare 1 q̃d. p: una poſitione æquant̃ $7\frac{7}{13}$, quare rei æſtimatio eſt cognita & eius duplum eſt pars ſecunda, ſcilicet ℞ $31\frac{2}{3}$ m:1.

QVAESTIO X.

Fac de 8 tres partes quæ ſint in continua proportione, ut aggregatum quadratorum primæ & ſecundæ, triplum ſit quadrato ſecundæ, pones quantitatem mediam 2 poſitiones, eius quadratum eſt 4 quadrata, cuius triplum eſt aggregatum quadratorum primæ mæ tertiæ, est autem prima 4 m: 1 positione p: ℞ v: 16 m: 8 positionibus m: 3 quadratis, & tertia est 4 m: 1 positione m: ℞ v: 16 m: 8 positionibus m, 3 quadratis, deducendo igitur hæc ad quadrata, uides quod oportet multiplicare ℞ v: in se semel, & partem primã in se semel, & omnia sunt p: quare sufficiet talia producta

4 m: 1 pos. | p: ℞ v: 16 m: 8 pos. m: 3 quad.
4 m: 1 pos. | p: ℞ v: 16 m: 8 pos. m: 3 quad.
4 m: 1 pos. | m: ℞ v: 16 m: 8 pos. m: 3 quad.
4 m: 1 pos. | m: ℞ v: 16 m: 8 pos m: 3 quad.
32 m: 16 pos. p: 2 quad. | p: 32 m: 16 pos. m: 6 q̄d.

duplicare, deinde oporteret ducere ℞ v: in primam partem bis, quare cum in una producatur p: in alia m: suppositis, partibus æqualibus, nihil producet, igitur habebimus aggregatum quadratorum 64 m: 32 positionibus m: 4 quadratis, & hoc est æquale 12 quadratis, triplo quadrati secundæ, igitur 1 quadratum p: 2 positionibus æquatur 4, & res est ℞ 5 m: 1, & duplum eius, est quantitas media scilicet ℞ 20 m: 2, & reliquæ, ut uides, quadratum secundæ est 24 m: ℞ 320, quadrata autem primæ & tertiæ, 72 m: ℞ 2580 probata est. Sed si diceret, quod quadrata primæ & tertiæ, tripla essent quadratis secundæ & tertiæ, tunc difficulter per hanc regulam soluitur, uerum facilius longe, per primam regulam 39^{i} capituli, ponendo quantitates 1, 1 positio, & 1 quadratum, habebis 1 q̄d quadratum p: triplum de 1 quadrato p: 1, quare res nota est.

p^{a} 5 m: ℞ 5 p: ℞ v: 6 m: ℞ 20
3^{a} 5 m: ℞ 5 m: ℞ v: 6 m: ℞ 20

QVAESTIO XI.

Si dicas, fac ex 8 duas partes, quæ uicissim diuisæ per alterius quadratum, producant iuncta prouenientia 10, pones partes 4 p: 1 positione & 4 m: 1 positione, & per hanc regulam, peruenies ad capitulum deriuatiuum, q̄d q̄drati & q̄drati & numeri, & est facilis.

QVAESTIO XII.

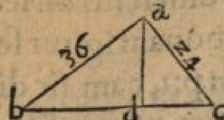
Inuenias quatuor numeros in continua proportione, quarum aggregatum, primi secundi & quarti, sit 15, & aggregatum primi & tertij & quarti sit 17, tunc dices, igitur cum hęc aggregata differant, per differentiam secundæ & tertiæ, igitur tertia est 2 p: quàm secunda, ponam igitur secundam, 1 positionem m: 1, & tertiam 1 positionem p: 1, nam sic differentia illarum erit 2, relinquetur igitur aggregatum primæ & quartæ 16 m: 1 positione, duc secundam in tertiam, fit 1 q̄d. m: 1, fac ex 16 m: 1 positione duas partes, ex quarum multiplicatione inuicem, producantur 1 quadratum m: 1, & erunt partes

8 m: $\frac{1}{2}$ pos. p: ℞ v: 65 m: 8 pos. m: $\frac{3}{4}$ q̄d.		4ª
8 m: $\frac{1}{2}$ pos. m: ℞ v: 65 m: 8 pos. m: $\frac{3}{4}$ q̄d.		pª
1 pos. p:	1	3ª
1 pos. m:	1	2ª
2 cub. p: 6 pos.		

ut uides, quia igitur proportio quartę ad tertiam, est ut secundæ ad primā, ex constituto, quia productum secundæ in tertiam, æquale est producto primæ in quartam, sufficiet ad demonstrandum, quòd sint in continua proportione, quod cubi secundæ & tertiæ iuncti æquales sint, productis quantitatum quartæ & primæ, in sua quadrata mutuo, at tales cubi, fiunt solum ex multiplicatione tripli quadrati secundæ partis, cum quadrato primæ, in ipsam primam, eo quod reliqua multiplicatio tripli quadrati primę partis, cum quadrato secundæ in ipsam secundam, excidit, eo quod in una est p: in alia m: igitur habemus cubos iunctos, 2 cub. p: 6 positionibus, & tantum debet fieri ex multiplicatione quadratorum primæ & quartę quantitatis, in ipsas quantitates uicissim, hoc autē ut demonstratum est, æquale est ductui unius quantitatis in alteram, multiplicato in aggregatum ipsarum quantitatum, ex dictis in sexto libro, duc igitur quantitates inuicem, & quia ℞ v: sunt similes, multiplicatio in crucem nulla erit, quare sufficiet quadrare utramq; partem, & minuere unam ab altera, quia m: in p: facit m: producentur igitur à partibus similibus 1 q̄d. m: 1, aggregatum etiam radicum est 16 m: 1 positio, eo quod ℞ v: excidunt, igitur productum erit 16 quadrata m: 1 cubo p: 1 positione m: 16, & hoc æquatur 2 cubis p: 6 positionibus, igitur 3 cubi p: 5 positionibus p: 16, æquantur 16 quadratis, quare res est in capitulo, uides autem quoniam inextricabilis quæstio ad magnam reducitur facilitatem, & posset reduci ad regulam de modo, nam ubi differentia est 2 semper 3 cubi p: 5 positionibus, p: numero medio inter duo aggregata per æquidistantiam, æquantur totidem quadratis, quotus est numerus.

QVAESTIO XIII.

Est trigonus a b c, orthogonius, & eius perpendicularis ad basim a d, cuius latus a b, cum b d, est 36, & a c cum c d, est 24, quæritur area, pone b c 1 positionem, erit igitur quadratum b c 1 quad. & ideo cum a b & b d, sint 36, & rursus a c & c d, 24, erunt omnia latera trigoni 60, quare a b & b c, erūt 60 m: 1 positione, oportet igitur ex a b & a c, facere duas partes, quarum quadrata iuncta sint æqualia quadrato b c, per 47 primi Elementorum Euclidis, quare ex regulis sexti libri nostri, diui-



de 60

de 60 m:1 positione per æqualia, fit 30 m:$\frac{1}{2}$ positiones, duc in se, fit 900 m:30 positionibus p:$\frac{1}{4}$ quadrati, detrahe ex dimidio quadrati b c, relinquitur $\frac{1}{4}$ quadrati p:30 positionibus m:900, cuius R, addita & detracta, à dimidio aggregati a b, & a c, ostendit partes, est igitur a b 30 m:$\frac{1}{2}$ positionis p:R v:$\frac{1}{4}$ quadrati p:30 positionibus m: 900, & a c 30 m:$\frac{1}{2}$ positionis m:R v: $\frac{1}{4}$ quadrati p: 30 positionibus m:900, quare si detrahatur a b ex aggregato a b & b d, relinquetur b d 6 p:$\frac{1}{2}$ positionis m:R v:$\frac{1}{4}$ quadrati p,30 positionibus m: 900, & similiter, detracta a c, ex aggregato a c & c d, relinquitur c d, $\frac{1}{2}$ positionis m:6 p:R v:$\frac{1}{4}$ quadrati p:30 positionibus m:900, est autem manifestum ex demonstratione 47[e], primi Elementorum Euclid. quod differentia quadrati a b, à quadrato a c, æqualis est differentiæ quadrati b d, á quadrato c d, differentia autem duarũ quantitatum, est semper in partibus dissimilibus, nam quæ similes sunt, nullam producunt differentiam, quare cum quadrata partium constent ex nouem multiplicationibus, quarum tres sunt quadrata partium, erunt illæ tres omnino similes, cõparando a b ad a c, & b d ad c d, & similiter multiplicationes duæ 30 in $\frac{1}{2}$ positionis, sunt communes a b & a c, cum utræq; producant m: & ita in b d & c d, cõmunes sunt multiplicationes, 6 in R v: nam utrinq; prouenit idẽ m: differentia igitur a b & a c, ex parte a b, est multiplicatio 30 in R v: & ex parte a c, multiplicatio $\frac{1}{2}$ positionis in R v: quare differentia q̃draturum a b, & a c, est illud quorum R v:225 quadratorũ p,2700 positionibus m: 810000, excedit R v:$\frac{1}{16}$ q̃d quadrati p: 7 $\frac{1}{2}$ cubis m: 225 quadratis, eadem est ratione differentia b d & c d quadratorum, est qua 3 positiones excedunt R v:$\frac{1}{16}$ q̃d q̃drati p:7 $\frac{1}{2}$ cubis m:

a b 30 m:$\frac{1}{2}$ pos. p:R v: $\frac{1}{4}$ q̃d. p: 30 pos. m: 900
a c 30 m:$\frac{1}{2}$ pos. m: R v: $\frac{1}{4}$ q̃d. p: 30 pos. m: 900
b d $\frac{1}{2}$ pos. p: 6 m:R v: $\frac{1}{4}$ q̃d. p: 30 pos. m: 900
c d $\frac{1}{2}$ pos. m:6 p:R v: $\frac{1}{4}$ q̃d. p: 30 pos. m: 900

pars q̃d. a b dissim. R v: 225 q̃d. p: 27000 pos. m: 810000
pars q̃d. a c dissim. R v $\frac{1}{16}$ q̃d q̃d. p:7 $\frac{1}{2}$ cub. m: 225 q̃d.
pars q̃d. b d 3 pos.
pars q̃d. c d R v: $\frac{1}{16}$ q̃d q̃d. p:7 $\frac{1}{2}$ cub. m: 225 q̃d.

225 quadratis, oportuisset aũt complendo operationẽ, omnia quadruplicare, sed hoc uitauimus, quia si q̃druplũ est æquale q̃druplo, igitur & simplum simplo, hæ igitur differentiæ æquales supponuntur, & radices v: etiam sunt idẽ, igitur ex communi sententia, 3 po-

ſitiones æquantur illi ℞ v: primæ, id eſt, ℞ v: 225 quadratorum p: 27000 poſitionibus m: 810000, igitur 216 quadrata p: 27000 poſitionibus æquantur 810000, & 1 quad. p: 125 poſitionibus, æquabitur 3750, & res erit ℞ 7656 $\frac{1}{4}$ m: 62 $\frac{1}{2}$, quod eſt 25, & tanta fuit b c, unde habes alias.

QVAESTIO XIIII.

Rurſus diſponatur trigonus a b c, orthogonius, cum perpendiculari a d, & ſint a b cum c d 29, & a c cum b d 31, quæritur area, ponemus b c poſitionem, & erunt rurſus a b a c eadem, ut in ſuperiore quæſtione, ſed caue, ne maius latus ponas ex parte maioris numeri, ut in priori, detrahe igitur a b ex 29, & a c ex 31, & habebis quantitates, ut uides, differentia igitur quadratorum a b & a c, æqualis eſt differentiæ quadratorum b d & c d, eſt autem differentia quadratorum a b & a c, ut prius, at differentia quadratorum b d & c d, eſt ut uides, ſumpta eodem modo ut in priori quæſtione, ſed eſt ſuperatio abſoluta, non autem mutua, ut in priori quæſtione, quia igitur quadratum a b, excedit quadratum a c in differentia quadrati b d, ad quadratum c d, erit differentia quadratorum b d & c d, addita quadrato a c conſtituens quadratum a b, quare ℞ v: 225 quadratorum p: 27000 poſitionibus m: 810000, æquabitur $\frac{1}{2}$ poſitionis p: ℞ v: $\frac{1}{4}$ quad. quadrati p: 30 cubis m: 900 quadratis, nam hæc ℞ v: eſt aggregatum ex ℞ v: differentiæ quadratorum b d & c d, & partis quadrati a c, in qua ſuperat quadratum a b, quare ducendo partes in ſe, habebimus 675 $\frac{1}{4}$ quadrata p: 27000 poſitionibus m: $\frac{1}{4}$ quad. quadrati m: 30 cubis m: 810000, æqualia ℞ v: 225 q̄d q̄dratorum p: 27000 cubis m: 810000 q̄dratis, & cum duxeris partes in ſe, peruenies ad quantitatem cuius non eſt nota æſti-

a b 30 m: $\frac{1}{2}$ poſ. p: ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̄d. p: 30 poſ. m: 900
a c 30 m: $\frac{1}{2}$ poſ. m: ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̄d. p: 30 poſ. m: 900
b d $\frac{1}{2}$ poſ. p: 1 p: ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̄d. p: 30 poſ. m: 900
c d $\frac{1}{2}$ poſ. m: 1 m: ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̄d. p: 30 poſ. m: 900

pars q̄d. a b diſsim. ℞ v: 225 q̄d. p: 27000 poſ. m: 810000
pars q̄d. a c diſsim. ℞ v $\frac{1}{16}$ q̄d q̄d. p: 7 $\frac{1}{2}$ cub. m: 225 q̄d.
pars q̄d. b d qua ſuperat quadratum c d eſt $\frac{1}{2}$
poſ. p: ℞ v: $\frac{1}{16}$ q̄d q̄d. p: 7 $\frac{1}{2}$ cub. m: 225 q̄d.

matio, quare alia regula indigebis aut generali aut ſpeciali. Volui tamen, ut intelligeres facilitatem operandi in hoc, & quæſtionē ualde difficilem, niſi Geometrico auxilio diſſoluatur, manifeſtū eſt enim

quod

quod b c est 25, ut in priore quæstione, uerum generalis debet esse solutio, latera igitur trigoni b c 25, a b 20, a c 15, a d 12, b d 16, c d 9, area igitur eius est 150.

De regula qua pluribus positionibus inuenimus ignotam quantitatem. CAP. XXXIX.

REGVLA I.

HÆc regula similis est regulæ de medio, est autem talis, Constitue quantitates totidem in denominationibus liberis, quotus est numerus quærendarum, inde inuenies proportionem, qua inuenta, denuo pones res sub numero quantitatum inuentarum, utque propositum est, perfice operationem, & habebis æquationem, qua habita, habebis rei æstimationem.

QVAESTIO I.

Exemplum. Inuenias tres numeros in continua proportione, quorum quadratum primi sit æquale secundo & tertio, & quadratum tertij sit æquale quadratis primi & secundi, quia igitur quadratum tertij æquale est quadratis secundi & primi, ipsum sit 1 q̃d. quadratum, æquale 1 quadrato p: 1, quare res, seu proportio, est ℞ v ℞ $1\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, igitur ponemus res 1, & ℞ v: ℞ $1\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, & ℞ $1\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, quadratum igitur primæ quantitatis, quod est 1 quadratum, æquatur secundæ & tertiæ, scilicet totidem rebus, igitur rei æstimatio, est aggregatum ex secunda & tertia quia diuidere aliquid per unitatem, qui est numerus quadratorum, est non diuidere, igitur rei æstimatio est, ℞ $1\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$ p: ℞ v: ℞ $1\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, & secunda quantitas, est quod producitur ex hac, in ℞ v: ℞ $1\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, & tertia habebitur, ducendo rem quam habes in ℞ $1\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$.

1	1 pos.	1 quad.
1	1 quad.	1 q̃d quad.

QVAESTIO II.

Inuenias tres numeros in continua proportione, quorum tertius sit æqualis secundo & primo, & quadratum primi, sit ęquale aggregato secundi & tertij, pones primum quadratū, secundum rem, tertium unitatem, & quia tertius, æqualis est secundo & primo, igitur 1 quadratum, æquatur 1 rei p: 1, & proportio erit ℞ $1\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, partes igitur erunt, 1 positio, & positiones ℞ $1\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, & positiones $1\frac{1}{2}$ p: ℞ $1\frac{1}{4}$, & quia quadratum primi æquale est aggregato secundi & tertij, igitur 1 quadratum æquatur positionibus ℞ $1\frac{1}{4}$ p: $1\frac{1}{2}$ p: $1\frac{1}{2}$ p: ℞ $1\frac{1}{4}$, quare rei æstimatio erit ℞ 5 p: 2, & partes ut uides.

℞ 5	p: 2
$3\frac{1}{2}$	p: ℞ $11\frac{1}{4}$
℞ $31\frac{1}{4}$	p: $5\frac{1}{2}$

QVAESTIO III.

Inuenias quatuor quantitates in continua proportione, quarum quadratum quartæ, æquale ſit quadratis primæ, & ſecundæ, & quantitates iunctæ ſimul, faciant 10, capiam 1, rem, quadratum & cubum, igitur q̄d cubus æquatur 1 quadrato p: 1, quare res ualet ex capitulo deriuatiuorum, ℞ v^{m}: ℞ v: cubicæ $\frac{1}{2}$ p: ℞ $\frac{23}{108}$ p: ℞ v: cubica $\frac{1}{2}$ m: ℞ $\frac{23}{108}$, igitur poſita prima unitate, hæc eſt ſecunda quantitas, & tertia erit quadratum huius, ſcilicet ℞ v cubica $\frac{1}{2}$ p: ℞ $\frac{23}{108}$ p: ℞ v: cubica $\frac{1}{2}$ m: ℞ $\frac{23}{108}$, quarta erit cubus ſecundæ ſeu proportionis, inde iunctis quatuor quantitatibus ſcilicet unitate, re, quadrato, & cubo, & diuiſo 10 per aggregatum, exibit prima quantitas, qua ducta in rem habebimus ſecundam, hac denuo ducta in rem, habebimus tertiam, qua ducta per rem, habebimus quartam.

1	1 poſ. 1 quad. 1 cub.
1	1 quad.— 1 cub' q̄d.

QVAESTIO IIII.

Inuenias quatuor quantitates in continua proportione, quarum quadratum quartæ, æquale ſit quadratis primæ & tertiæ, & aggregatum earum ſit 10, capiam ut in præcedente 1, rem, quadratum cubum, erit igitur cu' quadratum æqualis q̄d quadrato p: 1, quare ex capitulo deriuatiuorum, rei æſtimatio eſt ℞ v^{m}: ℞ v: cubicæ $\frac{29}{54}$ p: ℞ $\frac{31}{108}$ p: $\frac{1}{3}$ p: ℞ v: cubica $\frac{29}{54}$ m: ℞ $\frac{31}{108}$, & huius quadratum, quod eſt, idem, abiecta ℞ v^{m}: eſt tertia quantitas, inde ductis inuicem ſecunda & tertia, uel ſecunda ad ſuum cubum, uel tertia ad quadratum, & addita unitate conſurgit quarta, quibus quatuor quantitatibus iunctis, ſi per eas diuiſeris 10, habebis primam quæſitarum, qua ducta per ſecundam, & tertiam, & quartam, præcedentium, habebis ſecundam & tertiam & quartam quantitatem quas quærebas.

REGVLA II.

Alia eſt regula nobilior præcedente, & eſt Ludouici de Ferrariјs,
2 qui eam me rogante inuenit, & per eam habemus omnes æſtimationes fermè capitulorum q̄d quadrati & quadrati rerum, & numeri, uel q̄d quadrati cubi, quadrati & numeri, & ego ponam ea per ordinem, hoc modo ut uides.

1 q̄d quad. æquale quad. rebus & numero
2 q̄d quad. æquale q̄d. cubis & numero
3 q̄d quad. æquale cubis & numero
4 q̄d quad. æquale rebus & numero
5 q̄d quad. æquale rebus & numero
6 q̄d quad. cum rebus æqualia quad. & numero

7 q̄d quad.