

4A
34
12
8

4A
34
12
8

HIERONYMI

CARDANI MEDIO

LANENSIS, CIVISQVE BONO-

NIENSIS, PHILOSOPHI, MEDICI ET

Mathematici clarissimi,

OPVS NOVVM DE

PROPORTIONIBVS NVMERORVM, MO-

TVVM, PONDERVVM, SONORVM, ALIARVMQVE RERVVM

mensurandarum, non solum Geometrico more stabilitum, sed etiam

uarijs experimentis & obseruationibus rerum in natura, solerti

demonstratione illustratum, ad multiplices usus ac-

commodatum, & in V libros digestum.

P R A E T E R E A.

ARTIS MAGNAE, SIVE DE REGVLIS

ALGEBRAICIS, LIBER VNVS, ABSTRVSISSIMVS

& inexhaustus plane totius Arithmeticae thesaurus, ab

autore recens multis in locis recogni-

tus & auctus.

I T E M.

DE ALIZA REGVLA LIBER, HOC EST, ALGEBRAICAE

logisticae suae, numeros recondita numerandi subtilitate, secundum Geo-

metricas quantitates inquirentis, necessariae Coronae,

nunc demum in lucem edita.

*Opus Physicis & Mathematicis imprimis
utile & necessarium.*



Cum Cæs. Maiest. Gratia & Priuilegio.

B A S I L E Æ.

HERONYMUS

OPUS

IN

LIBRO

PRIMO

DE

RE

RE

RE

RE

RE

RE

RE

RE

RE

RE

RE

RE

RE

RE

RE

RE

RE

RE

RE

RE

RE

RE

RE

RE

RE

RE

RE

RE

RE

RE

RE

RE

RE

RE

RE

RE

RE

RE

Com. Car. Mart. Galis & Privilegio.

B A S I L E E

IN LIBRVM DE

PROPORTIONIBVS HIERONYMI

CARDANI MEDIOLANENSIS, CIVISQV'E

Bononiensis, Medici, Præfatio ad M. A. Amulium

Venetum, Card. Illustrissimum.



BENE Dicitum est meo iudicio à Platone M. A. Amuli optime, beatas fore Respub. si uel illarum domini sapientiæ amatores essent, aut qui sapientiæ essent amatores dominarentur, hoc ipsum clarè intelligens, studio sapientiæ nihil esse utilius humano generi: quo simul & pietas, & iustitia, & mutuus amor hominum inter se & eorum commo-

da continerentur. Nempe hisce quatuor tota nostra felicitas comprehenditur. Si quidem pietate in Deos nihil nisi sanctum, & purum, & illustre sapimus: hoc ipso primum quod supra nos est, intelligimus, Deos ueneramur, gratias agimus, timor cum ueneratione nostros animos subit, & de futura uita cogitamus, hæc ipsa mortalia si non negligentes saltem paruifacientes. Iustitiam autem adeò necessariam humano generi esse scimus, ut sine illa neq; esse, nedum benè esse possimus, ut neq; latronum cœtus absq; ea diu stare possint. Porro quid dicam de concordia, & mutua hominum beneuolentia, in quibus omnis uitæ humanæ dulcedo reposita est: nec quis sustineat uiuere, qui se omnibus odiosum esse sentiat. His ipsis filios in spem alimus, parentes fouemus, fratres tuemur, & adiuuamus, amicis opitulamur, cum hominibus hilarem & iucundam uitam ducimus. Si quis serpentem in lecto haberet, nunquam somnum caperet: ita nihil molestius est in hac uita, quàm esse cum quo nolis, & priuari consuetudine eorum cum quibus maximè uiuere cupias. Quid enim habent Principes præcipuum cum tota illa potentia quam habent, nisi hoc unum, quod suis quos amant benè facere possint: nam reliqua omnia exerceri, uenari, edere, bibere, dormire, iter agere, loca amœna inuisere multis alijs concessum est, maioreq; commodo qui in uita priuata degunt. Si ergo principatum cum tot laboribus, curis, periculis, & merito omnes appetunt: nec est in eo quicquam præcipuum præter hoc, cui dubium est quin hoc non sit summum huius uitæ hominibus bonum? propter cuius uel dubiam spem eorum, quæ habent obliti mortales periclitantur. Succedunt inde tot commoda, non solum utilia, sed pleraq;

Præfatio.

etiam necessaria, quæ nos sapientia docet: huiusmodi ergo omnia cum libris contineantur, merito optimus quisque librorum bonorum perpetuitati atque incolumitati fauere debet. C. Caligulam execramur solum ob id quod Vergilij, & T. Liuij scripta delere cogitauerit. Quid facturi essemus, si fecisset quod cogitauerat? Est in sapientum monumentis bonum sine malo, mens sine corporea labe: Virtutes absque uitijs, gratiæ & iucunditas sine sorde, & immunditia, uoluptas sine dolore, conuersatio absque tædio, delitiæ absque miseria nuda, omnia bona præstant, atque laudabilia ab omnibus mortalitatis exuijs libera, tantum commodi afferunt libri. Sed & in eorum electione ac studijs modus, ac mediocritas quædam seruanda est, quæ si quis neglexerit non leui incommodo afficietur: eam antiqui rationem alij proportionem appellarunt, non equidem etiam in pertritis tam facillimam, ut rentur homines: nam in alijs rebus per obscuram esse fatentur, ego difficillimam puto undique, & magis forsitan ubi non existimamus. Vnde plures decidere uidemus magnis cum auxilijs, & euidenti spe: quid aliud est in causa quam ignota mensura rerum? quam tamen plerique tenere se putant. Ergo, cum summum bonum in hac mensura situm esse cernerem, ut clarè ostendunt musicæ uoces, quæ non nisi in diuino (ut ita dicam) spacio seu loco stare possunt, ita & in figuris picturarum & statuarum, & diebus decretorijs, & negocijs ciuilibus opere precium me facturum existimaui, si omnia hæc quæ latè patebant breuiter in unum redegissem, non tantum ne lectorem tædio afficerem, quam ut quod aliàs docui, breuibus tractationibus, & plura continerentur, & facilius docerentur. Cum uerò bona fortuna quædam effecisset, ut tibi libellum dedicassem de Prouidentia ex constitutione temporum, longe meliore occasione nominis tui typographi obliti sint, indignum fore putauit, ut non ærea (quemadmodum cum Glaucio Diomedes) cum aureis commutarem. Itaque infinitis licet circumuentus negocijs totus huic operæ incubui, atque adeo ut præter spem unius anni penè spacio liber absolueretur. Qui cum tibi (ut dixi) iam iurè deberetur, eò tamen magis dedicandum putauit, quod non ego solum quanquam id maximè, sed communis consensus hominum existimet, te singulari uirtute omnibus studiosis plurimum fauere.

Vale.

TABVLA

TABVLA PRO^o POSITIONVM DE PROPORTIONIBVS.

- I. **P**ROPORTIONEM in proportionem duci, est superiores numeros atq; inferiores inuicem ducere. pagina 6
- II. Proportio extremorum producitur ex intermedijs. 7
- III. Si proportio ex duabus proportionibus in quatuor terminis producat, ipsa uero proportio inter duas alias quantitates fuerit constituta: consurgunt trecenti sexaginta modi productionis proportionis. 7
- IIII. Si fuerit proportio primi ad secundum, producta ex proportionibus tertij ad quartum, & quinti ad sextum, producet etiam ex proportione tertij ad sextum, & quinti ad quartum. 8
- V. Si fuerit proportio primi ad secundum, producta ex proportione tertij ad quartum, & quinti ad sextum: erit proportio tertij ad sextum, producta ex proportionibus primi ad secundum, & quarti ad quintum. 8
- VI. Ex trecentis sexaginta modis producendarum proportionum triginta sex tantum esse necessarios. 9
- VII. In modis qui necessario producuntur ex duabus proportionibus, cum duae quantitates ex illis quae modos conficiunt, aequales fuerint: proportio producta ad quatuor quantitates omniologas reducetur. 10
- VIII. Si duarum proportionum superiores numeri alternatim cum inferioribus multiplicentur atq; coniungantur, erit proportio aggregati ad productum ex inferioribus inuicem proportio, ex primis proportionibus composita. 11
- IX. Si duarum proportionum superiores numeri alternatim cum inferioribus multiplicentur, minusq; productum ex maiore detrahatur, erit residui ad productum ex inferioribus proportio uelut illa, quae relinquitur detracta minore proportione ex maiore. 11
- X. Si fuerit alicuius quantitates ad unam partem proportio, uelut alterius partis ad secundam quantitatem, erit proportio cuiusuis quantitates eiusdem generis ad secundam composita proportio, ex proportionibus eiusdem quantitates, assumptae ad utranque partem primae quantitates seorsum. 11
- XI. Proportio aggregati quarumlibet duarum quantitatam ad aggregatum duarum aequalium quantitatam est, composita ex proportionibus primis, & diuisa per duplam. 12
- XII. Propositis duabus proportionibus unam alteri iungere absq; multiplicatione. 12
- XIII. Proportio confusa aggregata primae & tertiae quatuor quantitatam omniologarum ad aggregatum secundae & quartae, est uelut composita ex eisdem diuisa per duplam. 13
- XIIII. Proportiones confusae & coniunctae in tribus quantitatibus inuicem commutantur. 13
- XV. Si fuerint quatuor quantitates proportio confusa, aggregati primae & tertiae, ad aggregatum secundae & quartae, erit ut monadis addito prouentu, qui fit diuisa differentia, differentiarum primae & secundae, atq; quartae & tertiae, per aggregatum tertiae & quartae ad ipsam monadem. 14
- XVI. Omnium quatuor quantitatam proposita prima, quae non minorem habet proportionem ad suam correspondentem quam alia ad aliam, erit proportio confusa illarum, ut pro=

TABVLA PROPOSITIONVM

- ut producti ex aggregato primæ & terciæ, in tertiam ad productum ex aggregato terciæ & omiotatæ ad secundam in ipsam quartam. 14
- XVII.** Omnes duæ proportiones conuersæ producunt æqualem proportionem. 15
- XVIII.** Si fuerint quotlibet quantitates in continua proportionem multiplici præter ultimam proportio uerò penultimæ ad ultimam, qualis residui primæ ad secundam, erit primæ ad aggregatum reliquarum, uelut penultimæ ad ultimam. 15
- XIX.** Si fuerint aliquot quantitates arithmetice omiologæ, quarum excessus sit æqualis minimè, omnibus autem deficientibus supplementa ad æqualitatem maximè adiungantur, erunt quadrata omnium quantitatum æqualium, adiecto rursus quadrato primæ cum eo quod sit ex minima primi ordinis in aggregatum omnium quantitatum eiusdem, tripla aggregato quadratorum omnium quantitatum primi ordinis pariter acceptis. 17
- XX.** Cum fuerint quatuor quantitates, fueritq; secunda æqualis terciæ, aut prima æqualis quartæ, erit proportio primæ ad quartam, aut terciæ ad secundam, producta ex proportionibus primæ ad secundam & terciæ ad quartam. 21
- XXI.** Cum decussatim ducta fuerit prima in quartam, & secunda in tertiam, productumq; primæ in quartam, diuisum fuerit per productum secundæ in tertiam, erit proportio primæ ad secundam, diuisa per proportionem terciæ ad quartam. Et similiter interposita omiologæ. 22
- XXII.** Cum fuerit proportio primæ ad secundam maior quàm terciæ ad quartam, erit confusa ex his maior quàm terciæ ad quartam, minor autem quàm primæ ad secundam. 23
- XXIII.** Omnis motus naturalis ad locum suum est: ideo per rectam lineam fit. 23
- XXIIII.** Omnis motus circularis uoluntarius est. 23
- XXV.** Tres sunt motus omnino simplices naturalis, uoluntarius, & uiolentus. 24
- XXVI.** Motus ergo compositi quatuor necessariò sunt species. 24
- XXVII.** Motus uoluntarius est in loco: naturalis ad locum: uiolentus ex loco. 25
- XXVIII.** Motus quilibet uoluntarius aut uiolentus in aliquo medio fit. 25
- XXIX.** Omnis motus uoluntarius æqualis est semper: simpliciter etiam quilibet alius motus. 25
- XXX.** In omni corpore mobili in medio partes medij resistunt obuiæ, aliæ impellunt. 26
- XXXI.** Omnis motus naturalis in æquali medio ualidior est in fine quàm in principio. Violentus contra. 26
- XXXII.** Omne mobile naturaliter motum seu uiolenter uelocius mouetur in medio rariore quàm denfiore. Maior quoq; est proportio finis motus in corpore rariore ad finem motus in corpore denfiore quàm principij. In uiolento autem celerius perueniret ad finem motus in corpore denfiore. 27
- XXXIII.** Omnia duo mobilia æqualis undiq; magnitudinis quæ æquali in tempore æqualia spacia pertranseunt in diuersis substantia medijs necesse est, ut sit ponderis ad pondus, quemadmodum medij ad medium proportio duplicata. 27
- XXXIIII.** Proportio corporis cubi ad suam superficiem quadratam, est uelut eiusdem superficiæ, ad latus eiusdem uerò ad monadem. 28
- XXXV.** Vocum magnitudines ex crescunt in acumine, non in grauitate, finis autem est in utroque extremo. Propter hoc minima facta uariatione in hypate acuta uix ferunt. 29
- XXXVI.** Si proportio per proportionem minorem æquali ducatur, proportio minor producetnr. 29

DE PROPORTIONIBVS.

- ducetur. Vnde manifestum est duas proportiones minores equalitate inuicē du-
ctas proportionem minorem unaquaq; illarum producere. 30
- XXXVII.** Si plures homines, quorum per se nauim mouere possint, aut pondus ferre simul
iuncti eam moueant, aut pondus ferant, erunt illae proportiones coniunctae
non productae. 30
- XXXVIII.** Omne corpus tantum resistit motui contrario suo naturali, quantum mouetur oc-
culto motu quiescendo. 31
- XXXIX.** Ab equali aut minore ui quam sit impedimentum non fit motus. 31
- XL.** Omne corpus sphaericum tangens planum in puncto mouetur ad latius per quam-
cumq; uim, quae medium diuidere potest. 31
- XLI.** Si fuerint duae quantitates sumaturq; toties aggregatum maioris & minoris, quo-
ties aggregatum minoris & maioris, erit proportio confusa maioris aggregati
ad minus, minor quam multiplicis maioris ad multiplex minoris. 32
- XLII.** Trahentium nauim, aut ferentium pondera proportionem in se inuicem, quomodo
ducere oporteat considerare. 32
- XLIII.** Productionem ad additionem retrahere. 33
- XLIIII.** Si fuerit proportio motoris ad id quod est maximum non mouens, & spacium &
tempus, nota erit etiam reliquorum nota. 33
- XLV.** Rationem staterae ostendere. 34
- XLVI.** An sit aliqua proportio & qualis inter animam & uitas, & sua corpora conside-
rare. 35
- XLVII.** Si duo mobilia equaliter in eodem circulo iuxta proprios motus, moueantur, pro-
ductum temporis circuituum inuicem, erit aequale producto differentiae tempo-
rum circuitus ductae in tempus coniunctionis primae. 36
- XLVIII.** Si tria mobilia ex eodem puncto discedant, fuerintq; duorum ac duorum coniu-
ctiones in temporibus commensis, illa tria mobilia denuo coniungentur in tem-
pore producto ex denominatore diuisionis temporis maioris per minus in mi-
nus aut numeratore in maius. 37
- XLIX.** Propositio mobilis in circulo circuitus tempore dataq; ratione distantiae ab illo mo-
bilis circuitum inuenire, quod ex eodem puncto discedens cum alio mobili in dato
puncto conueniat sub quocumq; numero circuituum tempus quoq; coniunctionis. 39
- L.** Omnes circuituum portiones in eisdem temporibus repetuatur. 40
- LI.** Operationes dictas exemplo declarare. 41
- LII.** Tria mobilia coniuncta in eodem puncto, quorum duo & duo conueniant in partib.
incommensis inter se, in perpetuum in nullo unquam puncto conuenient. 42
- LIII.** Circulorum se in aduersum mouentium proportionem declarare. 43
- LIIII.** Proportio circuli ad suum diametrum per similitudinem est quarta pars periphe-
riae. Rursusq; eiusdem circuli ad peripheriam diametri quarta pars. 44
- LV.** Proportionem medicamentorum per ordines supposita equali proportione in or-
dinibus per quantitates & proportionem demonstrare. 44
- LVI.** Proportio cuiusuis binomij ad suum recisum, uel ei commensum est duplicata ei
quae ad numeri latus. 49
- LVII.** Motus rationem ad pondus inuenire. 49
- LVIII.** Quae ex alto descendunt, cur non eandem pro distantia motus rationem in libero
aere seruent considerare. 49
- LIX.** Omne mobile motum duobus motibus non ad idem tendentibus utroq; seorsum tar-
dius mouetur simili motu. 50
- LX.** Omne mobile motu naturali descendens parte, descendit grauiore secundum gra-
uitatis

TABVLA PROPOSITIONVM

	<i>uitatis centrum.</i>	51
LXI.	Proportionum ictus ad pondus rei & distantiam generaliter considerare.	52
LXII.	Proportionem motoris in plano ad motorem, qui eleuat pondus iuxta id quod mouet, inuenire.	53
LXIII.	Omne graue quanto proximiùs alligatum plano, tanto faciliùs trahitur.	53
LXIII.	Omne mobile quanto latius tanto tardius mouetur in plano.	54
LXV.	Proportionem duorum mobilium inter se cum auxilio medij inuenire.	54
LXVI.	Proportionem laterum eptagoni, & subtensarum considerare, & quæ à reflexa proportione pendent.	55
LXVII.	Si fuerint aliquot quantitates ab una quantitate aliæq; totidem ab eadem analogæ, erit proportio tertie unius ordinis ad tertiam alterius, ut secundæ ad secundam duplicata, & quartæ ad quartam triplicata, quintæ ad quintam quadruplicata, atq; sic de alijs.	57
LXVIII.	Propositio collectorum ab Euclide & Archimede.	57
LXIX.	Propositio collectorum ex quatuor libris Apollonij Pergei & Q. Sereni.	59
LXX.	Si fuerint tres quantitates in continua proportione, aliæq; totidem in continua proportione poterunt constituere tres quantitates in equali differentia peruersim copulate.	62
LXXI.	Proportionem leuitatis ponderis per uirgam torcularem attracti ad rectam suspensionem inuenire.	63
LXXII.	Proportionem ponderis spheræ pendentis ad ascendentem per accliuæ planum inuenire.	63
LXXIII.	Proportionem ponderum attractorum penes figuram in plano inuenire.	64
LXXIII.	Proportionem concutientis ad concussum instabili inuenire.	64
LXXV.	Proportionem immoti in aqua, ad immotum in terra in excipiendo ictum inuenire.	65
LXXVI.	Proportionem duorum mobilium sibi inuicem concurrentium per rectam inuenire.	66
LXXVII.	Proportionem motus obliqui ad motum rectum in nauibus inuenire.	66
LXXVII.	Proportionem nauis ad triremes quotuis concurrentes demonstrare.	67
LXXIX.	Proportionem medicamentorum purgantium inuicem declarare.	68
LXXX.	Proportionem motus secundum obliquum ad rectum in spacio declarare.	69
LXXXI.	Qualis sit angulus, per quem potest moueri nauis ad rectum explorare.	70
LXXXII.	Proportionem uelorum indagare.	70
LXXXIII.	Proportionem recessus à recta uia ad obliquitatem inuestigare.	72
LXXXIII.	Distantiam centri terræ à centro mundi per motum lapidis Herculei declarare.	73
LXXXV.	Proportio ponderis unius grauis ad aliud sub eadem mensura est ueluti eiusdem ad differentiam ponderis uasis repleti ex altero graui, & ex ambobus detracto priore.	74
LXXXVI.	Si circuli inæquales seu in spherâ seu in plano se secuerint, nunquam oppositos angulos æquales habent.	77
LXXXVII.	Proportiones crassitie aquæ ad aërem in cõparatione ad radios demonstrare.	78
LXXXVII.	Instrumentum Acolingen, quo momenta temporum deprehenduntur fabricare.	79
LXXXIX.	Proportionem densitatis aquæ ad aërem per pondera inuenire.	82
XC.	Rationem impetus uiolenti extra missi ponderis ad equalitatem reducere.	82
XCI.	Proportionem grauis cubi, & spherici equalium in accliuæ, & descensus eorum demonstrare.	83
XCII.	Proportionem ponderis equalis iuxta longitudinis cõparationem demonstrare.	85
XCIII.	Propter quod in cõcussione etiã leui nauis loco moueatur ostendere. Unde manifestum est duas naues sibi inuicem occurrentes retrocedere, & quas retrocedat ambæ.	86

DE PROPORTIONIBVS. A T

- XCIII.** Si quãtitas aliqua nota atq; proportio erit producta, quãtitas nota similiter. Et si duã proportiones notã fuerint, erit producta ex his atq; diuisa coniunctãq; atq; detractã nota. Et si fuerit totius ad partem proportio nota, erit et ad aliam partem nota: & alterius partis ad alterã uno minor. Et si fuerit partis ad partem, erit ad totum monade minor atq; nota. Et si fuerit unius quãtitatis ad duas quãtitates proportio nota, erit & cõfusa ex eis nota. Et si fuerint trium quantitatum omiologarum, aut quatuor analogarum omnes præter unam cognitã, erunt & illa alia cognita. 87
- XCIV.** Cuiusuis trigoni reãtanguli, aut cuius duo anguli sint in dupla proportione, aut qui circulo inscriptus sit cognita quantitate unius lateris in comparatione ad dimetiẽtẽ, si proportio duorum laterum cognita fuerit, erũt omnia eius latera cognita. 88
- XCVI.** Cum in perspicuũ densum radij luminosi inciderint, quatuor fiunt luminis genera. 89
- XCVII.** Motũ inuersionis in figuris in cõparatione ad motũ spherẽ in plano inuestigare. 91
- XCVIII.** Proportionem ponderum æqualium per differentiam angulorum inuenire. 92
- XCIX.** Proportionem grauitatum per multitudinem suppositorum orbium ostendere. 93
- C.** Proportionẽ grauitatis ponderũ attractorum per trochlearũ numerũ inuestigare. 93
- CI.** Proportionem precij gemmarum ex tribus in eodem genere cognitis inuenire. 94
- CII.** Proportionem motuum inuersionis, & attractionis in plano inuenire. 95
- CIII.** Proportionem eorundem in accliu demonstrare. 95
- CIIII.** Proportionem motus attractionis in decliu ad motum in plano determinare. 95
- CV.** Proportionem ferentium pondus in pertica inuenire. 96
- CVI.** Quales proportiones angulorum doceant laterum proportiones. Atq; uicissim determinare. 97
- CVII.** Si in circulo duẽ diametri ad reãtum angulum se secauerint: aliẽ uerò ad perpendicularum ex diametro exierint ad circumferentiam, singulã supra diametrum erunt maiores portionibus reliquis diametri superioribus, infra autem minores. Dimidium autem portionis superioris residuum ad centrum maius sagitta habebit. In aliqua præterea portionis superioris parte, quẽ uersus diametrum transuersum posita est, maior est differentia partis diametri ei correspondẽtis, q̃ lineã transuersã. 100
- CVIII.** Punctum æqualitatis differentię descensus & remotionis à centro inuenire. 100
- CIX.** Rationem librẽ expendere. 101
- CX.** Si duẽ spherẽ ex eadem materia descendant in aẽre, eodem temporis momento ad planum ueniunt. 104
- CXI.** Cur ex medio tela ualidiorem ictum, & naues in scalmò à remo ac malo recipiant inde ex puppi explorare. 105
- CXII.** Cur ex imò leuia longius ferantur declarare, 106
- CXIII.** Cur uirga longius mittatur à puero quam à uiro inuestigare. 107
- CXIIII.** Circularis motus differentias quatuor esse, earumq; rationem contemplari. 108
- CXV.** Proportionem motuum impulsiois, & attractionis inter se, ab eadem ui declarare. 110
- CXVI.** Cur machinẽ oblongã ignẽ longius emittant spheram explorare. 111
- CXVII.** In curriculis maior est uis pulueris copiosioris ampliore in spacio, quã paucioris in minore iuxta proportionem eandẽ. 112
- CXVIII.** Quanta proportione decedat ictus in obliquum parietem ab eo qui est ad perpendicularum declarare. 114
- CXIX.** Quantum ictus machinẽ procliuis ad angulum minuatur explorare. 115
- CXX.** Proportionem partium nauis ad eundem obliquum uentum explorare. 118
- CXXI.** Flabelli uires atq; naturam declarare. 219
- CXXII.** Contemptus circa Solis rationem in umbris declarare. 120

TABVLA PROPOSITIONVM

CXXIII.	Cognitaratione umbræ ad gnomonem sinum, & arcum altitudinis ab horizon- te, quouis tempore dignoscere.	121
CXXIII.	Proportionem umbræ uersæ esse ad gnomonem, uelut gnomonis ad umbram uersam.	122
CXXV.	Proportionem dimetientis, & peripheriæ cuiuslibet circuli paralleli æquino- ctiali per cognitam partem magni circuli demonstrare.	123
CXXVI.	Circuli horarij naturam declarare.	123
CXXVII.	Data poli altitudine ortus amplitudinem demonstrare.	124
CXXVIII.	Nota amplitudine ortus, cuiusq; puncti arcum semidiurnum inuenire.	124
CXXIX.	Data altitudine Solis in quacunq; regione, quacunq; die distantiam Solis à meri- diano cognoscere.	124
CXXX.	Data regionis altitudine, & loco Solis proportionem gnomonis, tam ad um- bram rectam quàm uersam, uel etiam in cylindro determinare.	125
CXXXI.	Si lineæ alicui duplum alterius adiungatur, erit proportio partium ad primam maior quàm dupli cum prima ad primam cum una adiecta.	126
CXXXII.	Si ad duas lineas quarum una alteri dupla sit eadem linea addatur, erit aggrega- ti ex minore, & adiecta ad ipsam minorem, minor proportio quàm aggrega- ti ex maiore, & adiecta ad ipsam maiorem duplicata.	126
CXXXIII.	Si fuerint due quantitates, quarum una alteri dupla sit: minuatur à minore que- dam quantitas, eadēq; maiori addatur, erit minoris ad residuum maior pro- portio, quàm aggregati ad maiorem duplicata. Si uero minori addatur, & à maiore detrahatur, erit aggregati ad minorem minor proportio quàm maioris ad residuum duplicata.	127
CXXXIII.	Si rectangula superficies sit, cuius pars tertia quadrata sit corpus, quod ex la- tere quadratæ in residuum superficiæ constat, maius est quouis corpore ex eadem superficiæ, aliter diuisa constituto.	127
CXXXV.	Si linea in duas partes, quarum una sit alteri dupla diuidatur, erit quod sit ex tertia parte in quadratum residui parallelepipedum maius omni parallelepi- pedo, quod ex diuisione eiusdem lineæ creari possit.	128
CXXXVI.	Denominationes in infinitum extendere.	129
CXXXVII.	Rationem numerorum ex progressionem declarare.	131
CXXXVIII.	Modos usus horum numerorum declarare.	131
CXXXIX.	Radices omnes à propofitis numeris extrahere.	132
CXL.	Radices per numeros fractos determinare.	133
CXLI.	Numeros fractos ad minores in ea iē proportionem ualde propinqua deducere	136
CXLII.	Denominatiōnū incrementa ex extrema cognita inuenire. Et cōuerso modo.	137
CXLIII.	Si linea in duas partes diuidatur, corpora que fiunt ex una parte in alterius quadratum mutuo equalia sunt corpori, quod sit ex tota linea in superfi- ciem unius partis in alteram.	138
CXLIII.	Duplum cubi medietatis maius est aggregato corporum mutuorum, cuiuslibet diuisionis quantum est, quod sit ex tota in quadratum differentiæ.	139
CXLV.	Si linea in duas partes diuidatur quadrata ambarum partium detracto eo, quod fit ex una parte in alteram, equalia sunt producto unius in alteram cum quadrato differentiæ.	139
CXLVI.	Corpus quod sit ex linea diuisa in superficiem æqualem quadratis ambarum par- tium detracta superficie unius partis in alteram, est æquale aggregato cubo- rum ambarum partium.	139
CXLVII.	Propofita linea diuisa duas ei lineas adijcere, ut proportio additarū singularium & partium	

DE PROPORCIONIBVS.

- & partium simul iunctarum ad additas sit mutua. 140
CXLVIII. Propositis tribus lineis primam sic diuidere, ut adiectis duabus alijs lineis, secundum rationē mutuam singularum singulis, aggregatū ex una adiectarū, & parte ad aggregatū ex alia parte, & adiecta se habeat, ut secunda ad tertiā. 140
CXLIX. Datam lineam sic diuidere, ut proportio quadratorum ad duplum unius partis in alteram sit, ut lineæ datæ ad lineam datam. 141
CL. Propositis duabus lineis, lineam communem utriq; adiungere, ut sit maioris ad additam proportio, uelut quadratorum minoris, & adiectæ ad duplum unius in alteram. 141
CLI. Proportio differentie quadratorum partium cuiusuis lineæ, ad quadratum differentie illarum est, uelut totius lineæ ad differentiam. 142
CLII. Si linea in duas partes æquales, duasq; inæquales diuidatur, fueritq; proportio aggregati ex maiore, & dimidio ad ipsam maiorem, uelut ex minore, & aliqua linea ad ipsam minorem, & rursus aggregati ex minore, & dimidio ad ipsam minorem, uelut aggregati ex maiore, & alia addita ad ipsam maiorem, erit proportio dimidij ad partem unam inæqualem, uelut alterius partis inæqualis ad suam additam mutuā, & etiam proportio additarum inuicem, uelut proportio partium inæqualium duplicata, & rursus ipsum dimidiū lineæ assumptæ mediū, erit proportione inter additas. Demū proportio dimidij cū addita maiore ad dimidiū, cum addita minore, uelut maioris partis ad minorē. 142
CLIII. Vim quamcunq; manus multiplicare. 144
CLIIII. Si lineæ datæ alia linea adiungatur, ab extremitatibus autem prioris lineæ duæ rectæ in unum punctum concurrant proportionem habentes, quam mediam inter totam & adiectam, & adiectam erit punctus, concursus à puncto extremo lineæ adiectæ distans per lineam mediam. Quod si ab extremo alicuius lineæ æqualis mediæ, seu peripheria circuli, cuius semidiameter sit media lineæ duæ lineæ ad prædicta puncta producantur, ipsæ erunt in proportione mediæ ad adiectam. 145
CLV. Quadratorum numerum proportionem & inuentionem considerare. 147
CLVI. Horologiorum tempus multiplicare. 152
CLVII. Horologiorum molarium rationem ostendere. 154
CLVIII. Rationem indicis mobilis cum rota, qua horarum numerus per ictus indicatur explicare. 156
CLIX. Nullus angulus rectilineus æqualis esse potest alicui angulo contento rectæ, & circuli portione. 158
CLX. Proposita linea tribusq; in ea signis punctum inuenire, ex quo ductæ tres lineæ ad signa sint in proportionibus datis. 162
CLXI. Si fuerint duo trianguli, quorum bases in eadem linea sint constituti, & æquales ad unum punctum terminati, & latus unum commune inter reliqua quantitate medium necesse est angulum à maioribus lineis contentū minorem esse. 162
CLXII. Proportionem duorum orbium, quorum diametrorum conuexæ partis, & concauæ proportionem datæ sint inuestigare. 164
CLXIII. Proportionem uirium stellarum per motus suos indagare. 165
CLXIIII. Syderum proportionem in magnitudine ostendere. 166
CLXV. Proportionem motuum omnium stellarum ad Solem considerare. 167
CLXVI. Proportiones musicas superpartientes in eas, quæ particula uua tantum abundant reducere. 168

Proportio

TABVLA PROPOSITIONVM

CLXVII.	Proportionem musicam ad sapores & odores coaptare.	176
CLXVIII.	Picturarum proportionem explicare.	179
CLXIX.	Proportionem musicam in instrumentis declarare iuxta compositionis rationem.	182
CLXX.	Coniugationes cuiusvis numeri breuiter inuenire.	185
CLXXI.	Propositis duobus quibuslibet numeris, quotuis alios seu in continuum seu medios in continua proportione arithmetica, geometrica & musica inuenire.	187
CLXXII.	Proportionem Stiphelij describere.	191
CLXXIII.	Circulum super centro suo mouere equaliter, ita quod omnia illius puncta per rectam lineam moueantur ulro citroq.	192
CLXXIII.	Progressus & regressus, tam sine latitudine quam cum latitudine in planetis per solos concentricos circulos equaliter motos demonstrare.	194
CLXXV.	Causam uarietatis diametrorum ex suppositis concentricis demonstrare.	195
CLXXVI.	Rationem centri grauitatis declarare.	197
CLXXVII.	Si proportio aliqua ex duabus proportionibus eiusdem quantitatis ad alias duas componatur, erit proportio illarum duarum eadem proportioni producti ex proportione in primam duarum quantitatum, detracta a prior illa quantitate, quae ad duas comparatur, ad eandem priorem quantitatem.	198
CLXXVIII.	Proportionem mistionis metallorum, maxime auri & argenti declarare.	199
CLXXIX.	Si duobus totis due portiones similes abscondantur ab eisdem denuo, & ab eisdem portionibus partes eadem auferantur, denuoq; ac denuo quoties libuerit a portionibus, & a residuis ipsarum quantitatum partes eadem auferantur, erit residui ad residuum, ueluti totius ad totum.	200
CLXXX.	Si aliqua quantitas in duas partes diuidatur, fueritq; alicuius quantitatis ad partes illas composita proportio, non poterit eiusdem quantitatis ad partes alias quantitatis diuisa, aliter proportio eadem componi.	202
CLXXXI.	Cum fuerit aliqua proportio, composita ex proportionibus primae ad secundam & tertiam, & rursus quartae ad quintam & sextam: ita se habebit proportio secundae ad tertiam, ad proportionem quintae ad sextam, uelut producti ex proportione in secundam detracta prima ad primam ad productum ex proportione in quintam, detracta quarta ad quartam.	203
CLXXXII.	Proposita differentia proportionum partium similium ad partes assumptas, propositaq; proportione totius ad residua eadem, differentiam proportionum totius ad reliquum residui inuenire.	203
CLXXXIII.	Spacium uitae naturalis per spacium uitae fortuitum declarare.	204
CLXXXIII.	Quaecunq; graua in uorticibus aquarum, merguntur, in medio uorticis, primum uersa mergantur.	211
CLXXXV.	Cur homo sedens quanto altius sedet, & quanto magis crura ad scemora, & scemora ad pectus reclinata habet, facilius consurgat, cum tamen haec opposito modo inuicem se habeant, declarare.	213
CLXXXVI.	Si fuerit proportio primae & secundae quantitatis ad tertiam, ut primae & quartae ad quintam, fueritq; quarta secunda maior, erit proportio quartae ad quintam maior quam secundae ad tertiam. Quod si fuerit maior quartae	

DE PROPORZIONIBVS.

quartæ ad quintam quàm secundæ ad tertiam, necesse est quartam secundæ esse maiorem. 214

- CLXXXVII. Si eisdem uiribus & eadem proportione cum auxilio ponderis tertij quartum pondus moueatur quibus secundum, auxilio primi necesse est quartum pondus tardius & maiore cum difficultate moueri quàm secundum. 214
- CLXXXVIII. Si uires aliquæ moueant cum ponderibus aliqua pondera, ut composita proportio sit eadem proportioni uirium & duorum ponderum mouentium aggregatum æquale duorum ponderum, ubi maior fuerit partium inæqualitas, ibi erit maior difficultas. 214
- CLXXXIX. Si pondus minus ad longitudinem minorem sub æquali proportione coaptetur, facilius deorsum trahetur quàm quod maius est & propius. 215
- CXC. Si fuerit primum graue minus secundo, & secundum minus tertio, proportio autem primi ad secundum multo maior quàm secundi ad tertium, possibile erit propositis uiribus eisdem addere pondus secundo, ut ipsum & tertium moueatur facilius ab eisdem uiribus, & primo uel secundo quàm antea. 215
- CXCI. Cum fuerint duo pondera & uires, duxerisq; aggregatum ex uiribus & minore pondere in maius, addiderisq; insuper quantum est productum dimidij uirium in se latus aggregati detractio dimidio uirium, dicetur pondus auxiliare æqualis proportionis. 215
- CXCII. Si ex medio diametri linea ad perpendicularum erigatur ad circuli peripheriam, ex eo puncto autem quoilibet linea ducantur seu intus ad circumferentiam usq; seu extra ad diametrum, erit proportio totius lineæ ad totam uel utuo partis ad partem. 217
- CXCIII. Rationem ponderis triplicem explicare. 218
- CXCIIII. Proportionem ponderis longioris in medio suspensi, ad breuius illi æquale & in medio suspensum declarare. 219
- CXCV. Si lectus fiat dupla longitudine ad latitudinem, melius suffulcietur restibus ex medio ad angulos & eius æquidistantibus quàm secundum longitudinem & latitudinem. 220
- CXCVI. Si duo circuli super eodem centro eodem motu transferuntur, æquale spaciū superant. 221
- CXCVII. Cur lances ad locum suum suspensi redeant, impendentes nō, demonstrare. 224
- CXCVIII. Cur solidum quod cubus uocatur Pyramide stabilius sit ostendere. 225
- CXCIX. Rationem remorum nauim impellentium inuenire. 227
- CC. Cur temo cum paruus sit, magnam nauim agere potest, & cur cum uarietas sit in prora, ipse constituatur in puppi. Et cum transuersim ab aqua prematur rectā nauim dirigat. 228
- CCL. Si duæ lineæ non secantes circuli peripheriam in unum punctum ex ea coeant exterius, necesse est illas peripheria contenta esse maiores. 229
- CCII. Rationem strepitus ostendere. 232
- CCIII. Cur scytalis onera portentur facilius, explorare. 233
- CCIIII. Cur pluribus trochleis, pondera facilius eleuentur ostendere. 233
- CCV. Super uerbis Platonis de fine Reipublicæ. 234
- CCVI. Rhombi passionem quasdam declarare. 235
- CCVII. Proportionem agentium naturalium in transmutatione considerare. 238
- CCVIII. Mota res à centro grauitatis per priorē motum, in reditu uelocius mouetur quàm si quieuerit. 238

TABVLA PROPOSITIONVM

- CCIX.** Si superficies rectangula in duas partes æquales diuisa intelligatur, quæ am-
bæ quadratæ sint, itemq; in duas inæquales, erit parallelepipedum ex latere
mediæ partis in totam superficiem maius aggregato parallelepipedorum ex
partibus inæqualibus in latera alterius partis mutuo in eo, quod fit ex dif-
ferentia lateris minoris partis à mediæ latere in differentiam maioris par-
tis superficiæ à mediæ superficie bis, & ex differentia amborum laterum
inæqualium iunctorum ad ambo latera, æqualia iuncta in minorem par-
tem superficiæ. 241
- CCX.** Si duæ lineæ ad æquales angulos ab eodem puncto peripheriæ circuli refle-
ctantur, necesse est angulos cum dimetiente factos æquales esse, unde ma-
nifestum est, protractam diametrum angulum suppositum per æqualia di-
uidere. 242
- CCXI.** Si duæ lineæ ex duobus punctis peripheriam contingentes, in eandem par-
tem protrahantur, semper magis distabunt inuicem ea ex parte, & nun-
quam concurrent. 243
- CCXII.** Si ab eodem puncto ad circuli peripheriam lineæ quotuis ducantur, tres inue-
nire lineas, quæ non in alium punctum reflectentur. 244
- CCXIII.** Proposito circulo, atq; in eius peripheria puncto signato, lineas contingentes
ultra citraq; & eam ab ipsomet deducere. 245
- CCXIII.** Si extra circulum duo puncta æqualiter à centro distantia signentur, erit pun-
ctum reflexionis æqualis in medio arcus intercepti inter lineas, quæ à cen-
tro ducuntur ad illa puncta. Si uerò unum centro proximius fuerit altero,
punctum æqualitatis in peripheria tanto longius, uersus breuiorem line-
am, quanto punctum aliud à centro magis disteterit. 245
- CCXV.** Punctum reflexionis punctorum inæqualiter distantium à centro, æqualiter
distat à lineis, ductis à centro ad puncta æqualiter distantia alterutrin-
que. 246
- CCXVI.** Si fuerint circuli duo inæquales, & extra utrunq; punctum ad illud ex mi-
nore reflexe per magnam partem minoris à maiore peruenire pote-
runt. 247
- CCXVII.** Oculus uidet partem superficiæ Lunæ illuminatam à Sole per radios reflexos
à Solis corpore: nec tamen potest uidere imaginem ipsius in Luna tan-
quam in speculo. 248
- CCXVIII.** Rationem macule Lunæ indagare. 248
- CCXIX.** Rationem eorum quæ apparent circa Solem speculo in aqua posito decla-
rare. 150
- CCXX.** Causam cur Sol æstiuis diebus exoriens umbram ad meridiem, cum in meridie
ad boream mittat, explorare. 252
- CCXXI.** Magnitudo Lunæ & cæterorum astrorum dignoscitur ex proportione alio-
rum ad eam iuxta distantiam: ipsius uerò iuxta rationem pupillæ ad Lu-
nam distantie ratione. 354
- CCXXII.** Quantitates quæ æquales esse non possunt in eodem genere, maius tamen &
minus recipiunt, sunt in proportione potestatis. 255
- CCXXIII.** Quantitates quæ actu æquales esse non possunt, in nulla proportione actu
esse possunt. 256
- CCXXIII.** Neque temporis totius, ut imaginamur, ipsum esse infinitum, neque æui ui-
tarum proportio ulla est ad tempus, quod potestate est, utpotè diem
uel

DE PROPORTIONIBVS.

	uel mensem.	258
CCXXV.	Proportio media non est ex ratione agentis, sed patientis.	256
CCXXVI.	Proportio sublimis non consistit in magnitudine, sed ordine, iuxta quem differentia est eius quod est ante & post.	257
CCXXVII.	Vitæ iuxta numerum perfectionum in comparatione ad cogitationem nostram proportionem quandam habent.	259
CCXXVIII.	Proportionem scientiæ futurorum & cæterorum occultorum considerare.	260
CCXXIX.	Incorporea omnia unum sunt, neque numerus est eorum.	261
CCXXX.	Proportio incorporeorum ascendantium semper maior est.	262
CCXXXI.	Tres esse mundos atque inter ipsos nullam esse proportionem: nec numero eos definiri.	263
CCXXXII.	Omnis motus naturalis quanto uelocior est tanto propior est & magis similis quieti.	264
CCXXXIII.	Quod est in mundo incorporeo æternum est, beatum, securum, immutabile secundum locum, solum iuxta essentiam fit: iuxta quod uelut à leui surro aquæ & auræ æstiuæ demulcetur.	270

F I N I S.

THE PROTESTANT

OF THE

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

HIERONYMI CAR
DANI MEDIOLANENSIS, CL

VI'SQVE BONONIENSIS, MEDICI

de Proportionibus, seu Oper
ris Perfecti

L I B E R Q V I N T V S .

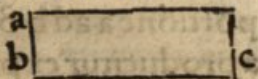
Prima diffinitio.

PROPORTIO ab Euclide sic describitur, Quod
sit duarum quantitatum eiusdem generis,
quod ad magnitudinem attinet, comparatio
certa.

Secunda diffinitio.

Proportiones per similitudinem dicuntur,
cum quantitas quantitati comparatur alterius
generis, cui fingitur æqualis esse potestate.

Velut si a b fingatur monas in comparatione ad b c erit rectangulum a c æquale lineæ b c.



Tertia diffinitio.

Proportio æqualis proportioni est, cum eodem modo termini
se habent inuicem in utraq;

Quarta diffinitio.

Proportiones secundum genus notæ dicuntur, cum nouimus;
quod sint maiores, aut minores. Nam cum æquales sunt, simul ne
cesse est, ut cognoscamus genus, & speciem.

Quinta diffinitio.

Datum positione est: quod necessario ex positis certam habet
quantitatem.

Sexta diffinitio.

Datum simpliciter dicitur, quod ex propositis cognosci potest,
quantum sit.

Septima diffinitio.

Proportiones potestate dicuntur, quæ sub comparatione aliarum
quantitatum necessariam habentium connexionem solū cognoscunt.

Hæ autem sunt aliquando eiusdem generis, cum primis ut nu
meri: aliquando alterius, ut linearum & superficiarum, angulorum,
& arcuum: aliquando eiusdem generis, & diuersarum specierum,
ut arcuum per sinus, qua utuntur Astronomi.

Octaua diffinitio.

Proportio homonyma dicitur duarum quantitatum diuersi ge
neris, sed alterius a b altero dependentium, uelut motus ad tem
pus.

A pus.

HIERONYMI CARDANI

pus. Dicimus enim motum tardum, uel uelocem in comparatione ad tempus.

Nona diffinitio.

Proportionum alia dicuntur rhete, alia aloga, rhetae quae sunt ut numeri ad numerum, aloga quae non sunt numeri ad numerum.

Decima diffinitio

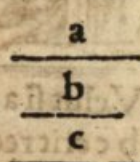
Proportio rhete alia aequalis, alia multiplex, uel submultiplex: alia unius partis excessus, aut defectus, alia plurium, quam superpartientem, aut superpartientem uocant.

Vndecima diffinitio.

Cum diuiso denominatore per numeratorem exit quantitas aloga, proportio dicitur aloga: si autem numerus integer, aut pars numeri nota dicitur rhete.

Duodecima diffinitio.

Proportionem in proportionem duci est, quoties recto ordine tres quantitates in eisdem collocant: ut sint tres quantitates a b c dicitur proportio a ad c producta ex proportione a ad b & b ad c, & similiter proportio c ad a producit ex proportione b ad a, & c ad b.



Tertiadecima diffinitio.

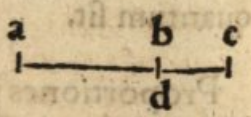
Proportionem per proportionem diuidi est, quoties ad eandem quantitatem duae quantitates comparantur, tunc illarum proportio est, quae prodit una per alteram diuisa.

Sint proportiones a & b ad c & interponatur b inter a & c, dico proportionem a ad c diuisam per proportionem a ad b, & prodire proportionem b ad c, constat ex conuersa praecedentis.

Quartadecima diffinitio.

Additio proportionum intelligitur quotiens duarum quantitatum ad unam tertiam, proportiones per aggregatum ipsarum quantitatum ad eandem coniunguntur.

Velut si comparentur a b & b c ad d, inde tota a c ad d dicemus proportionem, ac ad d esse coniunctam ex duabus proportionibus a b ad d & b c ad eandem d. Hoc & duo sequentes sicut & duo antecedentes demonstrabitur esse. nunc solum quomodo intelligendum sit proponimus.



Quintadecima diffinitio.

Detractionem proportionis a proportione intelligimus fieri per detractionem minoris quantitatis a maiore, comparatam ad eandem quantitatem.

Velut in exemplo superiore detracta proportione b c ad d ex propor

DE PROPORTIONIBVS LIB. V.

proportione a c ad d, relinquetur proportio a b ad d. & probatur ex conuersione præcedentis.

Sextadecima diffinitio.

Extractio radicum alicuius proportionis fit per extractionem radicum quantitatum illius iuxta unam, & eandem rationem.

Velut quadratæ, uel cubæ, uel pronicæ, uel uniuersalis, uel alterius modi.

Decimaseptima diffinitio.

Cum fuerint duæ proportiones similes in tribus terminis continuatæ, dicitur proportio primæ quantitatis ad tertiam ueluti primæ ad secundam duplicata. Et si sint tres proportiones similes in quatuor terminis, dicitur proportio primæ quantitatis ad quartam triplicata ei, quæ est primæ ad secundam,

Decimaoctaua diffinitio.

Confusa proportio dicitur simplicis, aut compositæ quantitatis ad compositam in comparatione ad proportionem ad partes.

Decimanona diffinitio.

Quantitates quæ in continua sunt pportione Analogæ uocantur.

Dictum est hoc ad fugiendum nomen barbarum, etiam ut breuiter tamen possemus sententiam explicare.

Vigesima diffinitio.

Reflexa proportio dicitur cum trium quantitatum aggregatum primæ, & tertie se habet ad secundam uelut secunda ad tertiam,

Vigesima prima diffinitio.

Trium quantitatum analogarum alia quidem Geometricæ, cum proportio similis est: Alia Arithmeticæ, cum fuerit æqualis excessus huc inde: Alia musicæ cum fuerit proportio primæ ad tertiam multiplex, aut simplex, aut composita excessus quæ simplici iuncta sit ad multiplicis perfectionem: eadem autem sit proportio excessus primæ, & secundæ ad excessum secundæ supra tertiam.

Velut proportio 6. 4. 3 dupla est utrinque, & 6. 3. 2 tripla. & 28. 24. 21. & 45. 40. 36. Geometrica uero & arithmetica facilius continuantur in quotquot quantitibus, sed & musica uelut 12. 8. 6. 4. 3. & proportio 8 ad 5 musica est: quia proportio 5 ad 4 musica est, & bene sonans, igitur constitutis 8. 5. 4. cum 8 ad 4 bene sonet, & 5 ad 4, & 4 sit extrema non media inde 8. & 5 bene sonant. nam in medijs non est uerum, ut in 9. 6. 4 bis diapente, & 16. 12. 9 bis diatessaron.

Vigesima secunda diffinitio.

Quantitates quæ similem habent proportionem non continuatam, omiologæ appellantur.

Vigesima tertia diffinitio.

Prima operatione consistere dicuntur proportionem, cum inter primo conflatas quantitates constiterint.

OMNIS Proportio est, aut æqualitatis, aut maior inæqualis, aut minor.

Secunda animi communis sententia.

Quilibet numerus tantus dicitur, quanta est illius proportio ad monadem.

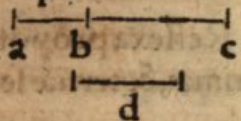
Dicimus enim quatuor, quod monadem quater contineat. Et duo cum dimidio cum monadem bis & semis contineat.

Tertia animi communis sententia.

Proportionem defectus, seu detractæ quantitatis ad defectum esse posse, ut quantitatis ad quantitatem dicuntur communes animi sententiæ, quæ ex intellectu solo terminorum, quod ueræ sint, cognoscuntur. Si ergo defectus est quantitas, & quantitas eiusdem speciei, quia detrahitur, & defectus non est simpliciter, sed detracto ergo per quartam petitionem: uel primam diffinitionem erit proportio inter illas. Sunt enim ambæ detractæ.

Quarta animi communis sententia.

Inter quantitatem, & defectum minorem quantitate, cuius est defectus, est proportio, quatenus est quantitas. Sit a b linea, & detracta quantitas b c, non maior a b & d sit alia quæuis quantitas eiusdem generis, dico quod inter d & b c est proportio quatenus b c est quantitas, quia sunt eiusdem generis ideo sunt in aliqua proportione per primam diffinitionem. Sed ut b c est defectus, nulla est proportio: quia quanto b c augetur, tanto augetur proportio d ad b c, & hoc est contra demonstrata ab Euclide.



Quinta animi communis sententia.

Cum proportio producitur ex proportionibus quælibet illarum dicetur producta diuisa per alteram.

Sexta animi communis sententia.

Æqualium quantitatum seu proportionum ad tertiam comparabilium eadem est proportio atq; uicissim. Hæc etsi demonstratur ab Euclide, est tamen hic generalior: & satis per se nota. Ut sit propior animi communi sententiæ, quàm rei demonstrandæ.

Septima animi communis sententia.

Ad quod quantitas proportionem habet infinitam, id in genere illius quantitatis non comprehenditur.

Nam proportio est duarum quantitatum eiusdem generis comparatio certa: at hæc comparatio certa non est: non igitur quantitates ambæ sunt, aut non eiusdem generis.

PRIMA Petitio.

SI fuerit primi ad secundum, ut tertij ad quartum, & ex primo in secundum producatuꝛ æquale, aut maius, aut minus primo, uel secundo, produceretur eodem modo ex tertio in quartum æquale aut maius, aut minus tertio, uel quarto eadem ratione & ordine.

Secunda petitio.

Proportiones possunt duci, diuidi, iungi, & auferri, & sumi radix in eis cuiuscunque generis, atque earum quantitatis, ut libet, posse transponere.

Tertia petitio.

Proportionis cuiusuis nomen à denominatore supra scripto, & numeratore infra scripto sumitur.

Quarta petitio.

Diuisa quauis quantitate per aliam eiusdem generis, quod exit proportio dicitur.

Quinta petitio.

Quelibet proportio est uel inter duas quantitates, uel per unam significatur.

Nam per tertiam petitionem si sint duæ quantitates, quæ non habeant unius rationem, nomen sumit proportio à duobus numeris, sin autem sit altera monas, erit per secundam animi communem sententiam, proportio numerus ipse. Ideò patet, quod dicitur.

Sexta petitio.

Proposita proportione quacunque, & monade quantitatem inuenire, quæ se habeat ad monadem in proportione proposita.

Nam cum per quartam petitionem diuisa quantitate per quantitatem exeat proportio, & numerus ad monadē se habeat, ut proportio, ideò sumpta monade secundum illum numerum, ille numerus est quantitas quæ sita.

Septima petitio.

Quamlibet quantitatē per aliam eiusdem generis diuidere posse.

Octaua petitio.

Proportionem in proportionem ducere posse: quamuis sint inter quantitates diuersi generis.

Quod dicitur de multiplicatione intelligendum est de alijs operationibus supra enumeratis.

Nona petitio.

Monadem semper sumere in quocunque genere posse proposita proportione.

HIERONYMI CARDANI

Nam licet diuidere per septimam petitionem quantitatem per quantitatem proportionis: & quod exit, est proportio per quartam petitionem, & per secundam animi communem sententiam illa proportio est numero æqualis: ergo diuisa proportionem, per similem numerum statuetur monas.

Decima petitio.

*Duodecima
sexti Elem.*

In quouis genere quantitatum sumere posse quantitatem, quæ se habeat ad monadem in proportionem data. Similem huic proponit Euclides in lineis generaliter: nos autem contra generaliter in omnibus quantitibus, sed de monade tantum.

Vndecima petitio.

Monadem in quancunq; quantitatem ductam æquale ipsi producere. Similiter & proportionem æqualem.

*Secunda ani
mi cõmunis
sententia.*

Nam cum aliqua quantitas augeat ducta aliqua minuat, necesse est aliquam esse, quæ nec augeat, nec minuat, & hæc est monas. Idem dico de diuisione. Aequalitas etiam ducta, uel diuidens non mutat proportionem: nec quantitatem ipsam, igitur monas æqualitatem refert. Quod etiam est perspicuum ex supradictis.

Duodecima petitio.

*Quinto Ele.
diff. 6.*

Cum fuerint quatuor quantitates & ad primam, & tertiam æquæ multiplicibus assumptis, itemq; ad secundam & quartam, & si multiplex primæ maius est multiplici secundæ, multiplex tertiæ sit maius multiplici quartæ, & si minus minus, & si æquale æquale, idq; semper quouis modo assumptis his proportionibus ad primam & tertiam, & ad secundam & quartam erit proportio primæ ad secundam, ut tertiæ ad quartam. Hæc etiam assumitur ab Euclide. Et per hanc intelligimus etiam conuersam.

Tertiadecima petitio.

*Quarta quin
ti Elem.*

Quantitates æquales, atque proportionem in quouis quantitates ductæ eandem seruant rationem. Euclides hanc demonstrat, nos autem ad uitandum tædium petimus concedi, sub qua includuntur diuisio etiam additio, detractio, laterum omnium inuentio.

Quartadecima petitio.

Cum termini alicuius quantitatis eandem seruant rationem in omnibus, & firmi sunt ac stabiles eiusdem rationis comparatione contentæ partes æqualem seruant excessum, seu proportionem.

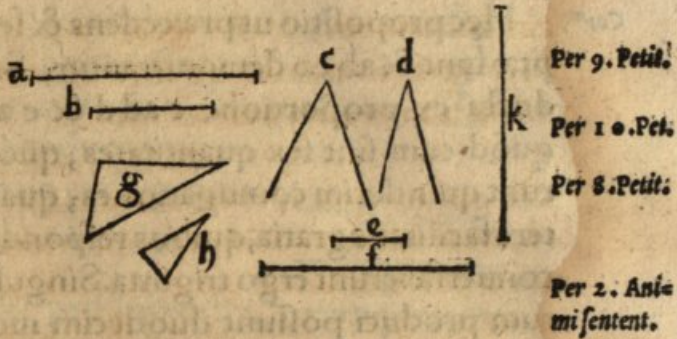
PROPOSITIO prima.

Proportionem in proportionem duci est superiores numeros atque inferiores inuicem ducere,

Sit

Sit proportio lineæ a ad lineam b, ut anguli c ad angulum d, sta- *Cor^m.*

tuatur e monas in genere a b, & fiat f ad e, ut c ad d, & ducatur a in f & b in e, & producantur g & h. Quia ergo f est proportio ipsa, erit g ad a ut c ad d, sed h est æqualis b, igitur a ad h ut ad b. Ducta ergo dicetur proportio a ad b in proportionem c ad d

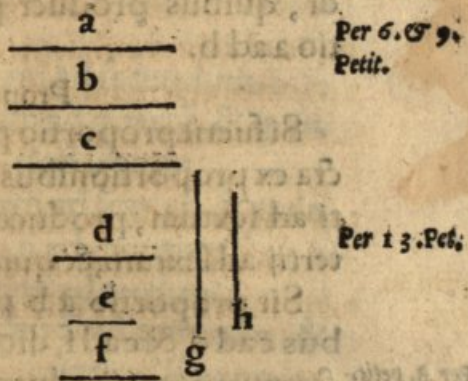


ducendo terminos proportionis, seu quantitatis recta scilicet superiores cum superioribus, & inferiores cum inferioribus. Nam si rursus constituentur f ad e ut a ad b cum f sit proportio, & k ad f ut c ad d, erit k ad e, ut g ad h, k autem fit ex ductu proportionis a ad b, quæ est in proportionem c ad d, liquet igitur propositum. *Per 11. Pet. Per 8. Petit.*

Propositio secunda.

Proportio extremorum producitur ex intermedijs.

Sint a b c quantitates dico proportionem a ad c, produci ex proportione a ad b & b ad c, statuantur totidem à monade d e f, eruntque ex demonstrantis ab Euclide in quinto Elemētorum in eadem proportione, statuatur ergo d prima quantitas e secunda & tertia f quarta. eritque per præcedentem proportio productorum ex d in e & sit g, & in f & sit h, producta ex proportionibus d ad e & e ad f, quare ex proportionibus a ad b & b ad e, sed ex dictis cum e sit eadem, erit proportio d ad f ut g ad h & proportio, d ad f per æquam proportionem ab Euclide demonstratam; ut a ad c, igitur proportio a ad c producitur ex proportionibus a ad b & b ad c, & est proportio ipsa a ad c d numerus, ut ostensum est. *Cor^m.*



Ex hoc sequitur, quod cum fuerit quantitas tertia monas ex proportionibus inuicem ductis producet prima quantitas. *Cor^m. 2.*

Ex hoc sequitur, quod conuersa proportio producitur ex conuersis proportionibus. *Cor^m. 3.*

Propositio tertia.

Si proportio ex duabus proportionibus in quatuor terminis producat, ipsa uero proportio inter duas alias quantitates fue-

rit constituta: consurgent trecenti sexaginta modi productionis proportionis.

Cor^m. Hęc propositio ut præcedens & sequētes tres ab Alchindo sumptæ sunt, & ab eo demonstrantur. Sit ergo proportio a ad b, producta ex proportione c ad d & e ad f, constat quòd cum sint sex quantitates, quòd fieri poterunt quindecim coniugationes, quas posui à latere facilitatis gratia, quibus respondent totidem conuersæ: erunt ergo triginta. Singulæ autem harum produci possunt duodecim modis: ductis duodecim in triginta, fiunt trecenti sexaginta modi. Et hoc est clarum per se, modo demōstremus, quod singuli horum modorum possint produci duodecim modis, & capiamus a b primam que potest produci ex c d & e f: Item ambabus conuersis d c & f e: & rursus altera recta altera conuersa: & hoc bifariam c d & f e, & d c & e f, sunt ergo iam quatuor modi. Totidem ex c e & d f, totidemq; ex c f & d e, igitur erunt duodecim modi, quibus produci posse intelligitur proportio a ad b.

a	b
c	d
e	f
a b	b a
a c	c a
a d	d a
a e	e a
a f	f a
b c	c b
b d	d b
b e	e b
b f	f b
c d	d c
c e	e c
c f	f c
d e	e d
d f	f d
e f	f e
	direc. conuer.

Propositio quarta.

Si fuerit proportio primi ad secundum producta ex proportionibus tertij ad quartum, & quinti ad sextum, producetur etiam ex proportione tertij ad sextum, & quinti ad quartum.

Sit proportio a b producta ex proportionibus c ad d, & e ad f, dico quod etiam erit producta ex proportionibus c ad f, & e ad d, disponantur ut in figura & fiat ex c in e g, & ex d in f h, ergo per primam harum g ad h ut a ad b, sed per præsupposita in secunda productione etiam producent g & h, igitur per primam propositionem harum a ad b proportio producitur ex proportionibus c ad f tertie scilicet ad sextam, & e ad d quinte ad quartam, quod fuit propositum.

Per 8. petit.

Per 1. 3. petit.

a	b	
c	e	g
d	f	h
c	e	g
f	d	h

Propositio quinta.

Si fuerit proportio primi ad secundum producta ex proportione tertij ad quartum, & quinta ad sextum: erit proportio tertij ad sextum producta ex proportionibus primi ad secundum, & quinti ad quintum.

Sit

DE PROPORTIONIBVS LIB. V.

Sit proportio a ad b producta ex proportio-
nibus c ad d, & e ad f, dico quod proportio c ad
f producitur ex proportione a ad b, & d ad e. In-
terponam d e inter c & f, eritq; ex secunda pro-
positione repetita proportio c ad f producta ex
tribus proportionibus c ad d, d ad e, e ad f, sed
proportiones c ad d, & e ad f producunt pro-
portionem a ad b, igitur proportio c ad f produ-
citur ex proportionibus a ad b, & e ad f.

Propositio sexta.

Ex trecentis sexaginta modis producenda-
rum proportionum triginta sex tantum esse ne-
cessarios.

Per quartam enim proportio a ad b produ-
citur bifariam, & ex c ad d, & e ad f, & ex c ad f, &
e ad d. & per præcedentem c ad f producitur ex
a ad b, & d ad e, & per quartam rursus ex a ad e,
& d ad b. Et per præcedentem rursus a ad e ex c
ad f & b ad d, igitur per quartam eadem produ-
cetur ex c ad d & b ad f. Quare per præceden-
tem c ad f ex a ad e, & d ad b, & ita disponemus
hos modos in tabula. Vides etiam

aliquos modos non produci, ut pri-
mi ad quartum nec ad sextum, & li-
quet, quod cum sint quindecim o-
mnes modi qui produci posse intelli-
guntur, & nouem tantum producantur
sex esse, qui non producantur, quos
seorsum in tabula coniunxi. Et constat
etiam, quod totidem conuersi scilicet
decem octo producuntur, de quibus
diximus, ut sint omnes triginta
sex, qui constat ex duabus propo-
sitionibus præmissis, & hac tertia, quã
adiungemus scilicet, quod propor-
tio primi ad tertium producat ex
proportionibus secundi ad quartum,
& quinti ad sextum. Hoc enim ex præ-
cedentibus non liquet: bene liquet
permutatis ordinibus, quod si pro-
portio primi ad tertium producitur,



- 1 Primi ad secundum, tertij ad quartum, & quinti ad sextum.
- 2 tertij ad sextum, & quinti ad quartum.
- 3 Primi ad tertium, secundi ad quartum, & quinti ad sextum.
- 4 secundi ad sextum, & quinti ad quartum.
- 5 Primi ad quintum, secundi ad sextum, & tertij ad quartum.
- 6 secundi ad quartum, & tertij ad sextum.
- 7 Secundi ad quartum, primi ad tertium, & sexti ad quintum.

quod

quod etiam propor-
tio primi ad quintū.
Nam tertium, & quin-
tum, itemq̄ quartum,
& sextum non diffe-
rūt nisi ordine uolun-
tario. Ergo interposi-
to e inter a, & c per se-
cundam proportio-
nem proportio a ad c

Modi qui nō producuntur
pri. ad quartū
pri. ad sextum
sec. ad tertiu
sec. ad quintū
tert. ad quint.
quart. ad sext.

producitur ex proportionibus a ad
e, & e ad c, ut ex demonstratis in præ-
senti proportio a ad c producitur ex
c ad f & b ad d. Proportio ergo a ad
c producitur ex proportionibus e
ad c & c ad f & b ad d, at e ad c & c ad
f producunt eam, quæ est e ad f per
secundam propositionem. Igitur pro-
portio a ad c producitur ex propor-
tionibus b ad d secundi ad quartum,
& e ad f quinti ad sextum. Hæc Al-
chindus in suo libello: sed licet inge-
niosa ualde: parum tamē utilia olim
erāt necessaria ad intelligendum ma-
gnam cōpositionem Ptolemæi, nunc
postquam Heber has sex quantita-
tes traduxit ad quatuor, prorsus hæc
scientia ulli usui esse desijt.

Propositio septimā.

In modis qui necessariō produ-
cuntur ex duabus proportionibus,
cum duæ quantitates ex illis, quæ mo-
dos conficiunt, æquales fuerint: pro-
portio producta ad quatuor quanti-
tates omniologas reducetur.

Cor^m. Sint sex quantitates ab cd ef, &
producatur pportio a ad b ex pro-
portione e ad d, & e ad f, tu scis, quòd
modi recepti sunt prima cum secunda, tertiā uel quinta, & secunda
cum quarta, & sexta, & tertia similiter cum eisdem, & quinta eodem
modo cum eisdem: si igitur duæ quantitates ex his, quæ faciunt pro-
portionem

- 8 primi ad quintum, et sex-
ti ad tertium.
Secundi ad sextum.
- 9 primi ad quintū, & quar-
ti ad tertium.
- 10 primi ad tertiu, & quar-
ti ad quintum.
Tertij ad quartum.
- 11 primi ad secundum, &
sexti ad quintum.
- 12 primi ad quintum, & sex-
ti ad secundum.
Tertij ad sextum.
- 13 primi ad secundum, &
quarti ad quintum.
- 14 primi ad quintum, &
quarti ad secundum.
Quarti ad quintum.
- 15 secundi ad primum, &
tertij ad sextum.
- 16 secundi ad sextum, & ter-
tij ad primum.
Quinti ad sextum.
- 17 primi ad secundum, &
quarti ad tertium.
- 18 primi ad tertiu, & quar-
ti ad secundum.

a e c a e e c

c b e

f d c

f

a b

c e

d f

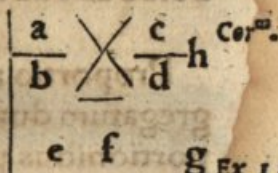
portionem productam inter se fuerint æquales reducetur hæc proportio ad quatuor quantitates omologas, scilicet abiectis ambabus æqualibus. Sit gratia exempli prima æqualis quintæ: & quia in octauo modo proportio secūdi ad quartum producitur ex proportione primi ad quintum, & sexti ad tertium, ergo per exposita proportio secūdi ad quartum, ut sexti ad tertium, & ita permutando, & conuertendo secūdi ad sextum, ut quarti ad tertium, & tertij ad quartum, ut sexti ad secundum.

Vndecima
petitione.

Propositio octaua.

Si duarum proportionū superiores numeri alternatim cum inferioribus multiplicentur, atq; coniungantur: erit proportio aggregati ad productum ex inferioribus inuicem proportio ex primis proportionibus composita.

Sit proportio una a ad b, alia c ad d, ducatur b in c, fiatq; e & a in d, & fiat f, iunganturq; e & f & fiat h, & ducatur b in d et fiat g: dico proportionē h g compositam esse ex proportione a ad b, & c ad d. Quia enim ex b in c fit e, & ex b in d fit g, erit proportio e ad g, ut c ad d, & similiter, quia ex d in a fit f, & ex d in b fit g, erit f ad g ut a ad b. Sed e & f componunt h, igitur proportio h ad g est composita ex proportionibus e & f ad g, igitur per communem animi sententiam, & definitionem compositæ proportionis, proportio h ad g composita est ex proportionibus a ad b, & c ad d, quod est propositum.



e f g Ex 13 petitione.

Per 14 definitionem.

Propositio nona.

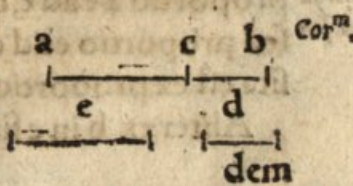
Si duarum proportionum superiores numeri alternatim cum inferioribus multiplicentur, minusq; productum ex maiore detrahatur, erit residui ad productum ex inferioribus proportio uelut illa, quæ relinquitur detracta minore proportione ex maiore.

Hæc eodem modo probatur, ut præcedens, nisi quod h fit detracto è minore: gratia exempli ex f, & ita ex definitione patet propositum.

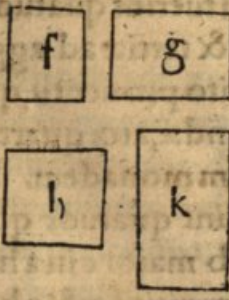
Propositio decima.

Si fuerit alicuius quantitatis ad unam partem proportio uelut alterius partis ad secundam quantitatem erit proportio cuiusuis quantitatis eiusdem generis ad secundam composita proportio ex proportionibus eiusdem quantitatis assumptæ ad utranq; partem primæ quantitatis seorsum.

Sit a b quantitas diuisa in c, & sicut a b ad a c, ita b cad d: eritq; iterum permutando a b ad b c, ut a cad d, & sumatur quædam quantitas e eiusdem



Quia ergo ex c in b fit f, ex c in d h, erit f ad h, ut b ad d, igitur ut e ad c, sed a ad c, ut g ad h igitur a e ad c, ut k ad h, sed k ad h componitur ex proportionibus a ad c, & b ad d. Ex octaua harum igitur proportio a cad c composita est ex eisdem. Forsan quis dicat hanc eandem esse octauam sed non est, in illa enim proportio comparatur ad productum, in hac ad unam ex quantitatibus.



Per 13. Pet.

Ex hoc sequitur quod: Quaelibet duae quantitates quarum aggregatum est idem ad eam quantitatem, componunt eandem proportionem.

Propositio tertiadecima.

Proportio confusa aggregati primae & tertiae quatuor quantitarum omniologarum ad aggregatum secundae & quartae, est uelut composita ex eisdem diuisa per duplam.

Sint a ad b, ut c ad d, dico, quod erit confusa proportio a c aggregati ad aggregatum b d, compositae ex his proportionibus diuisae per duplam aequalis. Erit enim aggregati ex a c ad aggregatum ex b d, uelut a ad b per 18 quinti Elementorum. Sed proportiones a ad b, & c ad d componunt proportionem producti a in d, & c in b per octauam harum, ad productum ex b in d, productum uero ex a in d est aequale producto ex b in c per decimam sextam sexti Elementorum, & proportio producti ex b in c ad productum ex b in d est uelut c ad d, quare ut aggregati a c ad aggregatum b d, igitur proportio composita ex a ad b, & c ad d, est uelut confusa bis sumpta. Igitur confusa est uelut composita diuisa per duplam per modum undecimae huius.

Cor^m.

Propositio quartadecima.

Proportiones confusae, & coniunctae in tribus quantitatibus inuicem commutantur.

Sint tres quantitates, dico, quod proportio c ad a b confusa est, conuersa coniunctae a & b ad c. Nam per dicta proportio a b ad c efficit coniunctam ex a b ad c: sed c ad a b conuersa est eius, quae est a b ad c, & proportio c ad a b est confusa eius, quae est c ad a & b: Igitur proportio confusa in tribus quantitatibus est contraria coniunctae in eisdem.

Cor^m.

14. diff.

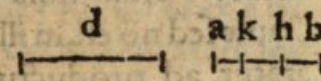
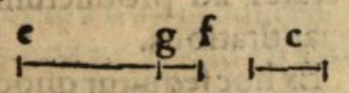
Ex quauis ergo illarum data, data erit & reliqua.

Per 18. diff.

B Propositio

Propositio quintadecima.

Si fuerint quatuor quantitas proportio confusa aggregati primæ & tertiæ ad aggregatum secundæ, & quartæ erit ut monadis addito prouentu, qui sit diuifa differentia differentiarum primæ & secundæ, atq; quartæ & tertiæ per aggregatum tertiæ, & quartæ ad ipsam monadem.

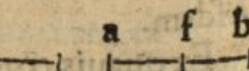
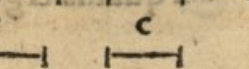
Cor.^m Sint quatuor quantitates a b, c, d, e f, &  sit a b maior c in a h, & e f maior d in f g, &  differentia f g & a h sit a k : dico proportio- nem a b, & d confusam ad c & e f, esse ut mo-
 nadis addito prouentu, uel detracto a k diuifæ per aggregatum c & e f ad ipsam monadem, & manifestum est, quod potest contingere pluribus modis : Primus ut a b sit maior c & e f minor d, & tunc differentia coniungentur, & prouentus, addetur monadi. Idem faciendum erit si a b sit maior c, & e f sit minor d, sed excessus superet defectum. At si uel a b sit minor c, & e f maior d, uel ita minor, ut c excessus supra b a sit maior defectu, detrahemus prouentum à monade. Alia cautio est quod si fuerint utrinque excessus, aut defectus, minuemus minorem de maiore: si autem unus sit excessus alter defectus, iungemus illos, & post diuidemus. uno ergo demonstrato ut pote primo intelligentur reliqui. Quia ergo b h est æqualis c & e g æqualis d & h k æqualis g f, erit ex communi animi sententia aggregatum ex d & k b æquale aggregato ex c & e f, igitur per dicta proportio aggregati ad aggregatum est unum. at uerò diuifa k a per c & e f sit quantum diuifa eadem per b k, & d, sed diuifa k a per b k, & d iunctas, exit proportio a k ad aggregatum b k & d: igitur diuifa a k per aggregatum e f & c, exhibit eadem proportio, igitur a b & d ad aggregatum c & e f est coninncta ex monade & proportio- ne a k ad aggregatum c & e f, quod erat demonstrandum.

Cor.^m Ex hoc patet quod proportionum confusio fit iunctis denominatoribus numeratoris : multiplicatio multiplicatis : additio multiplicatis decussatim in numeratores ad productum ex denominatoribus, ut in exemplis.

	Confusio	
	$\frac{7}{2}$	$\frac{5}{8}$
	$\frac{12}{10}$	
	Multiplicatio	
	$\frac{7-5}{2-8}$	$\frac{35}{16}$

Propositio sextadecima.

Omniū quatuor quantitatū proposita prima, quæ non minorem habet proportionem ad suam correspondentem, quàm alia ad aliam erit proportio confusa illarum, ut producti ex aggregato primæ & tertiæ in tertiam,

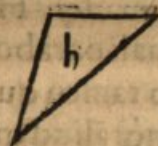
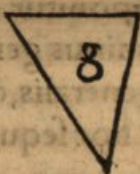
	Additio	
	$7 \vee 5$	66
	$2 \wedge 8$	16
		
		

tertiam, ad productum ex aggregato tertiæ & omiotatæ ad secundam in ipsam quartam.

Hæc magis reducit confusam proportionem ad notitiam, quam præcedens, quia reducit ad proportionem productâ, quæ operatio est simplicissima, siue per multiplicationem quantitatum fiat, duæ sunt tantum multiplicationes, siue per eundem terminum sufficit alium addere. Summatur ergo a b, c, d & e, & non sit maior proportio d ad e, quam a b ad c, & statuatur tunc prima a b, secunda c, tertia d, quarta e, & postquam non est minor ratio a b ad c, quam d ad e, sumatur a f ad c, ut d ad e. licet enim hoc facere. Dico quod proportio confusa a b & d ad c & e est uelut producti ex aggregato a b & d in d ad productum ex aggregato a f & d in e. Statuatur aggregatum a b & d linea a d prima quantitas, & aggregatum a f & d, a d secunda quantitas, & d tertia, & c quarta, & ex a b in d fiat g, ex a d in e fiat h, erit ergo per primam propositionem g ad h producta ex proportionibus a b d ad a f d, & d ad e. Sed proportio a f d ad aggregatum c e, est uelut d ad e. Proportio uero a b d ad a f d, & a f d ad e c producent proportionem a b d ad c & e per secundam propositionem, harum igitur confusa a b ad c, & d ad e, & est proportio a b d ad c & e, producentur ex proportionibus a b d ad a f d, & d ad e. Ergo proportio g ad h est confusa ex a b ad c, & d ad e, quod erat demonstrandum.

Per 10. Prop.

Diagram showing a line segment ad divided into af and fd . Below it, a line segment ce is shown. To the right, a line segment de is shown. Brackets indicate the segments af , fd , ce , and de .

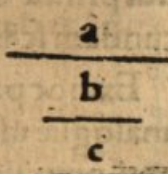


Per 13. Prop.

Propositio decimasextima.

Omnes duæ proportiones conuersæ producent æqualem proportionem.

Sint duæ proportiones a ad b & b ad a conuersa, dico, quod producent proportionem æqualem. fiat enim b ad c, ut b ad a, erit igitur a æqualis c & b c conuersa eius quæ est a ad b, sed per secundam harum proportionum a ad b, & b ad c producent proportionem a ad c, igitur proportionum etiam a ad b & b ad a producent eandem.



Cor.

Per 6. Ant. mi communē sententiam.

Propositio decimoctaua.

Si fuerint quotlibet quantitates in continua proportione multiplici præter ultimam: proportio uero penultimæ ad ultimam qualis residui primæ ad secundam, erit primæ ad aggregatum reliquarum uelut penultimæ ad ultimam.

B. 2 Sint

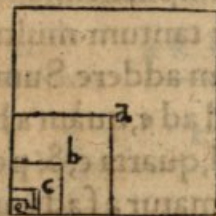
Cor^m. Sint quantitates a b c d in continua proportione multiplici, sed d ad e sit uelut residui a & b ad b, dico proportionem a ad b c d e esse ut d ad e. Quia enim est gnomonis e ad quadratum d, ut d ad e ex supposito erit per coniunctam proportionem c & d ad d & e, ut

18. Propos. quinti Elem.

Per 19. quinti Elem.

Per 12. quinti Elem.

d ad e, sed e gnomon cum quadrato d efficit quadratum e, igitur ut c quadrati ad d & e iuncta, ita d ad e. Rursus, quia b quadrati ad c quadratum, ut c ad d erit gnomonis b ad quadratum c, ut gnomonis c ad quadratum d, & ita d ad e, igitur gnomonum b c cum quadrato d ad aggregatum c d e quadratorum, ut d ad e, sed e gnomon cum d quadrato perficit e quadratum, & c quadratum cum gnomone b perficit quadratum b, igitur proportio quadrati b ad quadrata c d e, ut d quadrati a d e. Et ita repetendo de quotuis quantitatibus in infinitum usq;. Hæc proponitur ab Archimede in libro de quadrato æquali parabolæ, & minus generaliter & pluribus demonstratur. Ego tamen quia est generalis, describam illam per corrolarium: ad damq; aliud quod ex hoc sequitur.



c gnom.	d
d quad.	e
b gnomon c quad.	
c gnomon d quad.	
d quad.	e quad.

Cor^m. 1. Si fuerint quotlibet quãtitates omnes analogæ præter ultimam, sit autem penultima ad ultimam qualis residui primæ & secundæ ad secundam, erit proportio primæ ad aggregatum omnium aliarum ueluti penultimæ ad ultimam.

Cor^m. Hæc enim est euidentis, quia conuenit ei demonstratio proposita. exemplo autem in numeris à latere posito uides declarationem. nam proportio 16 ad 32 est uelut 27 residui primæ & secundæ ad ipsam secundam scilicet ad 54.

81	54	34	24	16	32
27	54				81 162

Cor^m. 2. Ex hoc patet etiam quòd assumptis omnibus, sub multiplicibus analogiæ usque in infinitum prima quantitas est multiplex aggregati omnium reliquarum numero 1 m: quo prima est multiplex secundæ.

Cor^m. 3. Si fuerint quotlibet quantitates in super particulari proportione analogæ, erit proportio primæ ad aggregatum omnium in infinitum iuxta proportionem multiplicem conuersam illius partis.

Cor^m. Velut collectæ in sesquialtera duplæ in sexquitercia triplæ in sexquiseptima septuplæ. Ut capio 512 448 392 343, & ita deinceps usque in infinitum aggregatum omnium earum erit 3584. Septuplum

plum 512, & aggregatum 18. 12. 8. $5\frac{1}{2}$, & ita deinceps in sexquialtera erit 54 duplum 27 primæ in eo ordine.

SCHOLIUM.

Ex quo patet genus demonstrandi nouum & pulchrum: nam supponatur 54, aggregatum duplum 27, primæ igitur addito 27 ad 54, cum sit dimidium, & addito $13\frac{1}{2}$, dimidiò 27 ad 27, nam ex supposito quantitas sequens est sexquialtera ad 27, igitur 81 est duplum ad $40\frac{1}{2}$. Igitur conuertendo est proportio aggregati prioris ad 27 est dupla, ergo aggregatum est 54.

Per 18. quinq. Elem.

Ex hoc patet eandem generaliter quod proportio maioris quantitatis ad aggregatum reliquarum analogarum est, uelut eius quod prouenit diuiso quadrato maioris termini per differentiam eius, & sequentis maioris in eadem proportione ad ipsum maiorem.

Cor^m. 4.

Exemplum sit proportio augens 25 & 35 duarum quintarum, uolo scire quantum sit aggregatum omnium citra 25, maximam accipio 35, ulteriorem ad 25, cuius differentia a 25 est 10, cum quo diuiso 625 quadratum, exit $62\frac{1}{2}$ aggregatum quantatum. Et facile potest demonstrari. Si quis dicat in qua proportione sunt infinitæ quantitates analogæ cum 12, quæ iunctæ efficiunt 10, iunge 10 cum 12 fit 22, duc 22 in 12 fit 264, diuide 264 per 10, exit $26\frac{2}{5}$, & in ea proportione erunt illæ quantitates, in qua sunt $26\frac{2}{5}$ ad 12: duc per 5 fiunt 60, & 132 diuide per 12, exeunt 11 & 5, & ita erunt in proportione 11 ad 5 experiaris, & inuenies, & demonstratur ex prioribus.

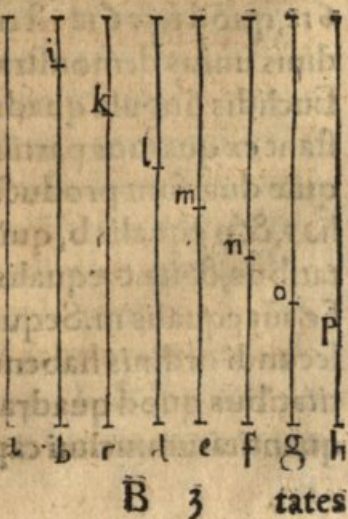
Com.

Questio.

Propositio decimanona.

Si fuerint aliquot quantitates arithmeticæ omniologæ, quarum excessus sit æqualis minimè, omnibus autem deficientibus supplementa ad æqualitatem maximè adiungantur, erunt quadrata omnium quantatum æqualium adiecto rursus quadrato primæ cum eo quod fit ex minima primi ordinis in aggregatū omnium quantatum eiusdem tripla aggregato quadratorum omnium quantatum primi ordinis pariter acceptis.

Sint aliquot quantitates a b c d e f g h in continua pportione. Arithmetica dispositæ ita ut minima earū quæ sit h, sit æqualis differentie quantatum secundū ordinem dispositarū, uelut differentia a & b, & b & c, & c & d, et ita de alijs, addantur aut supplementa singulis harum, quæ sint i k l m n o p, ita ut oēs fiant æquales cū suis supplementis ipsi lineæ a maiori. Est q̄ idē ac si essent aliquot quanti-



Com.

B 3 tates

tates, & diuiderent singule secundū numerum illarū, si quatuor in quatuor partes æquales, si quinque in quinque, si decem in decem, ea ratione ut ultima diuideret, ubi est finis primæ partis, penultima ubi est finis secundæ partis, antepenultima ubi est finis tertiæ, & sic de alijs. Vocabo ergo primas quãtitates ppositas a b c d e f g h quãtitates primi ordinis, sed quãtitates æquales quæ constãt ex quãtitatib. primi ordinis, & supplementis, appellabo quãtitates secundi ordinis: ex quo patet quod prima quãtitas erit ex utroq; ordine, quia non est diuisa, reliquæ omnes differunt, quãtitates uerò quas adiunxi nominabo supplementa, & sunt una minus quã quãtitates ordinum: ut si quãtitates ordinum sint octo, erunt supplementa septem, & si quãtitates ordinū, essent septem essent supplementa sex, quia inter supplementa nō adnumerat quãtitas indiuisa. Erunt ergo supplementa i k l m n o p, quæ tanto erunt maiora quanto quãtitates primi ordinis sunt minores, & contrã tanto maiora, quanto quãtitates primi ordinis sunt maiores. quãtitates aut secundi ordinis appellabunt a, b i, c k, d l, e m, f n, g o, & h p. Hæc uolui pluribus agere, ut dilucidior esset ppositio. quæ licet nō sit difficilis, est tamē confusa ualde propter multitudinem quãtitarū & ordinum. Dico ergo qd aggregatum quadratorū quãtitarum secundi ordinis primo quadrato bis repetito, seu uno addito cū eo quod fit ex minima in aggregatum quãtitarum primi ordinis est triplū aggregato ex quadratis omnibus quãtitarū eiusdē primi ordinis, & ut res exemplo facilius innotescat, sint quãtitates primi ordinis 8.7.6.5.4.3.2.1. quorum quadrata sint 64.49.36.25.16. & 9.4 & 1. quæ iuncta faciūt 204, dico quod si sumamus quadrata omnium quãtitarum secundi ordinis, quæ sunt octies 64, & eis addiderimus unum quadratū ex his, ut fiant nouies 64, & erunt 556, simul iuncta & eis addamus, qd fit ex 1 quãtitate minima primi ordinis in 36 aggregatum quãtitarum omnium primi ordinis, & est tale productū 36, ut fiat totum 612, quod tale 612 est triplum 204, aggregati quadratorū primi ordinis unius demonstratio hæc est. Quia ex quarta secundi Element. Euclidis singula quadrata quãtitarū diuisarū secundi ordinis constant ex quatuor partibus quarum duæ sunt quadrata partium, reliquæ duæ sunt producta ex partibus inuicē bis, & quia h fuit æqualis i, & p æqualis b, quia supplementa fuerūt æqualia mutuò quãtitatibus, & ita c æqualis o & k æqualis g & d, æqualis n & l, æqualis f, e aut æqualis m. Sequit ergo quod sumptis duabus quãtitatibus secundi ordinis habentibus supplementa mutuò æqualia ipsis quãtitatibus quod quadrata partium erūt dupla quadratis primarum quãtitarum: ueluti capio b i secundam & h p ultimam, quarū quadrata

drata partium sunt quadrata b & i, & h & p, sed b est æqualis p, & h æqualis i. Ergo quatuor quadrata b i & h p sunt dupla quadratis b & h, & ita concludā de omnibus ubi duæ quantitates duabus comparantur: sed in e m quia est sola una quantitas, istud est etiam clarior, quia quadrata e & m sunt dupla quadrato e soli eo, quod & m sunt æquales. Igitur per demonstrata ab Euclide erit proportio omnium quadratorum b i, c k, d l, e m, f n, g o, h p, ad quadrata b c d e f g h, pariter accepta proportio dupla. at uerò addito quadrato a quadratis b c d e f g h, & erunt quadrata omnium quantitatū, & quadratis b i, c k, d l, e m, f n, g o, h p, duplo quadrati a scilicet semel, quia a est ex secundo ordine quantitatū, & semel, quia hoc fuit assumptum in Problemate. Sequitur ut quadrata omnia quantitatū secundi ordinis, prout sunt diuisa in partes addito quadrato a, sint dupla quadratis primarum quantitatū, simul pariter acceptis. Reliquum est modo ut ostendamus dupla illorū productorum, cum eo quod fit ex minima quantitate, scilicet h in aggregatū ipsarum quantitatū primi ordinis esse æquale quadratis, quantitatū eiusdem primi ordinis pariter acceptis. Constat igitur, quod duplum i in b est æquale duplo h in ipsum b, quia h & i sunt æquales, & duplum k in ipsum c, est æquale quadruplo h in idem c, quia k est dupla h, & similiter duplum l in ipsum d est æquale sexcuplo, h in d, quia l est tripla h, & ita procedendo erunt illa dupla producta æqualia productis ex h in ipsas quantitates toties sumptis quantus est numerus, qui prouenit duplicatō numero, secundum quē h continetur in illo supplemento, exemplum uolo duplum producti l in d bis, scio quod supplementum l continet h ter, duplicabo tria & fient sex, igitur duplū l in d æquale est sexcuplo h in ipsum d. Quo constituto, cum suppositum sit producta illa duplicata cum producto h in aggregatū primarum quantitatū esse æqualia quadratis ipsarum quantitatū, igitur addemus productū ex h in singulas quantitates productis illis prioribus, & fiet productum h in a semel, in b ter, in c quinquies, in d septies, in e nouies, in f undecies, in g tredecies, & in h quindecies æquale duplo producti uniuscuiusq; quantitatū in suum supplementum cum producto h in aggregatū ipsarum quantitarum, at quadratum a est æquale producto ex h in eam, quæ talem habet proportionem ad ipsum a, qualē habet a ad ipsum h per demonstrata ab Euclide, & pariter de quadrato b, quod est æquale ei quod fit ex h in eam quæ toties continet b, quotiens b continet h, & ita quadratum c æquale est ei, quod continetur sub h, & habente proportionem ad b eandem, quam b ad h, & similiter de quadrato c & omnibus reliquis, usq; ad h ipsum. Gratia ergo exem

In 5. Elem. Prop. 12.

Lib. 6. Ele. Prop. 17.

pli quadratum a, erit æquale producto ex h in omnes quãtitates secundas, quia quotus est numerus quantitatum, totus est numerus secundum quem a continet h, & similiter quotus est numerus quantitatum incipiendo à b, & quotus est numerus quantitatum incipiendo à c, toties b uel c continet h, & ita de alijs, quadrata ergo omnium quantitatum simul iuncta sunt æqualia productis ex h in singulas illarum toties sumptis, quoties illæ cõtinent h, seu quotus est numerus illius quantitatis, incipiendo ab h, & numerãdo uersus a. Rursus dico, quod productum multiplicis cuiuslibet quãtittatis in minimam, seu quadratum eiusdem quantitatis æquale est producto eiusdem quantitatis, & dupli omnium sequentium primi ordinis in ipsam minimam quantitatem, uelut quadratum a est æquale producto ex h in a, & in duplum b c d e f g h, hoc autẽ facile est probare in his quantitãtibus, quia si quadratum a est æquale producto h in omnes quantitates secundi ordinis, & omnes quantitates secundi ordinis simul sumptæ sunt æquales ipsi a, & duplo reliquarũ primi ordinis, quia tales quantitates sunt æquales suis supplementis uicissim, ut h cum i, k cum g, f cum l, e cũ m, ergo tam supplementa, quãt quantitates primi ordinis sunt dimidium quantitatum secundi ordinis, ergo duplum quantitatum primi ordinis est dimidium quantitatum secundi ordinis, uerũ de b dico idem accidere, quia quadratum b est æquale producto ex h in b, & in duplum reliquarum à b, scilicet duplum c d e f g h, & hoc est ostendere, quod istę quantitates sunt dimidium totidem quantitatum æqualium b, nam c est minor b in h, & supplementum p quod est æquale ipsi b, si tota h p fiat æqualis ipsi b, ut pote h q erit ipsa q dempta h æqualis ipsi c, ergo quantitates primi ordinis semper sunt æquales supplementis non ueris, sed prioris quantitatis assumptæ, seu in comparatione ad illam, quadratum igitur b est æquale pducto ex h in b, & in duplum c d e f g h, & similiter per eadem, quadratum c est æquale producto ex h in c, & in duplum d e f g h, & sic de alijs. Habemus ergo, quod quadrata a b c d e f g h simul iuncta sunt æqualia producto ex h in a, & in duplum reliquarum, & ex h in b, & in duplum reliquarum sequentium, & producto ex h in c semel, & in duplum sequentium usq; ad h, & ita de reliquis. hoc enim est, quod nuper demonstrauimus. Antea quoq; demõstratum est, quod duplum b in i, c in k, d in l, e in m, f in n, g in o, h in p, cũ producto h in aggregatũ a b c d e f g h erat æquale productis ex h in a semel, & in b ter, & in c quinquies, in d septies, in e nouies, in fundecies, in g tredecies, in seipsam h quindecies, detractis ergo p ordinẽ, qd fit ex h in a ab utroq; aggregato, & ex h in b c d e f g h bis relinquet ex una parte, q; fit ex h in b semel

cum suis duplicatis sequentibus, & in c, & in d, & in reliquis pariter conduplicatis suis sequentibus ex altera, quod fit ex h in b semel, in c ter, in d quinquies, in e septies, in f nouies, in g undecies, in h tredecies. detractis ergo rursus quod fit ex h in b semel, & ex h in c d e f g h bis relinquetur, quod fit ex h in c, & duplo sequentium, & d & duplo sequentium, & e & aliarum pariter: & ex alia parte, quod fit ex h in c semel, & in d ter, & in e quinquies, in f septies, in g nouies, in h undecies. Ab his rursus detractis, quod fit ex h in c semel, & in sequentes bis, relinquetur h in d semel cum suis sequentibus bis, & in e semel cum suis sequentibus & in f, & in g & in h pariter, & ex alia parte, quod fit ex h in d semel, in e ter, f quinquies, g septies, h nouies, ab his rursus detraho, quod fit ex h in d semel, & in sequentes bis, relinquetur ex una parte, quod fit ex h in e f g h cum duplo sequentium ex alia, quod fit ex h in e semel, f ter, g quinquies, h septies, & similiter ab his detractis, quod fit ex h in e semel, & bis in sequentes, relinquetur ex una parte, quod fit ex h in f semel, & in g h bis, & in g semel, & in h bis, & in h semel, & ex alia, quod fit ex h in f semel, in g ter, in h quinquies. Iterum detractis, quod fit ex h in f semel, & in g h bis communiter relinquetur, quod fit ex h in g semel, & in h bis, & in h semel, & ex alia parte quod fit ex h in g semel, & ex h in h ter. Sed ista, quæ relicta sunt iam, sunt manifestè æqualia, ergo etiam prima aggregata ab initio fuere æqualia, ergo & æqualia illis quadrata a b c d e f g h his, quæ fiunt ex h in eadem quantitates cum duplo producti b in i, c in k, d in l, e in m, f in n, g in o, h in p, sed iam his quadratis a b c d e f g h demonstrata sunt esse dupla quadrata h p, g o, f n, e m, d l, c k, b i, cum duplo quadrati a, ergo quadrata omnium quantitatum secundi ordinis cum quadrato a rursus repetito, & producto h in aggregatum quantitatum primi ordinis sunt tripla quadratis quantitatum primi ordinis pariter acceptis, quod fuit propositum, & fuit Archimedis in libro de lineis spiritalibus, & ego adieci hic propter modum demonstrandi, qui est elegantissimus, & procedit ex principijs arithmetice, & diuersis à communibus, & ideo non reuoluitur, ut solent reliquæ quæstiones.

Propositio uigesima.

Cum fuerint quatuor quantitates, fueritq; secunda æqualis tertiæ, aut primæ æqualis quartæ, erit proportio primæ ad quartam, aut tertiæ ad secundam producta ex proportionibus primæ ad secundam, & tertiæ ad quartam.

Cum enim quantitates hæ non fuerint æquales, constat per secundam Coro.
dam

dam harum, quod proportio primæ ad quartam producit ex pro-
 portione primæ ad secundam, secundæ ad tertiam, & tertie ad quar-
 tam: ergo non ex solis proportionibus primæ ad secundam, & ter-
 tiæ ad quartam, & similiter ex prima harum proportio primæ ad se-
 cundam, & tertie ad quartam producit proportionem producti
 primæ in secundam ad productum tertie in quartam. Et in multi-
 plicatione proportio, quæ solet esse inter producta illa, & est quasi
 duplicata est inter ipsas quantitates. Sint igitur quantitates a b c d,
 & sit b æqualis c, ponantur ergo recto ordine a b c d, eritq; propor-
 tio a ad d producta ex proportionibus a ad b, b ad c, & c ad d, producatur
 igitur ex proportionibus a ad b, c
 ad d. proportio e ad f, erit igitur pro-
 portio e ad f, si multiplicetur per pro-
 portionem b ad c eadem quæ prius, &
 producta iam est eadem ei, quæ est a
 ad d, ergo proportio a ad d erit producta ex proportionibus a ad
 b, c ad d per primam propositionem. Quod uerò diximus de pri-
 ma & quarta si sint æquales, manifestum est, quod res redit ad idem
 solum transmutato ordine, ut tertia, & quarta præmittantur primæ,
 & secundæ. Hæc igitur propositio nihil aliud innuit, quàm quod
 in hoc casu productio, quæ solet fieri ex tribus proportionibus fiat
 ex duabus tantum.

Per 1. 6. Pet.

Propositio uigesima prima.

Cum decussatim ducta fuerit prima in quartam, & secunda in ter-
 tiam, productumq; primæ in quartam diuisum fuerit per produ-
 ctum secundæ in tertiam erit proportio primæ ad secundam diuisa
 per proportionem tertie ad quartam. Et similiter interposita
 omniologa.

Cor.
 Primum exponamus secundam partem, sit a c—f—h
 proportio a ad b, quam uolo diuidere per c
 proportionem c ad d, facio e ad b. ut e ad d, erit b d g—k

Per 1. 6. Pet.

ergo per secundam harum proportio ad b pro-
 ducta ex proportione a ad e, & e ad b, quare ex a ad e, & c ad d, ergo
 diuisa proportione a ad b per proportionem c ad d exit proportio
 a ad e, & hic est secundus modus. Primus autem modus ducatur a
 in d & fiat f, & b in c & fiat g, dico proportione f ad g esse prouen-
 tum proportionis a ad b, diuide per proportionem c ad d, ducatur
 igitur c in f & fiat h, & d in g & fiat k, quia igitur h producit ex e
 in f, & f producit ex a in d, ergo h producet ex producto c in d,
 in a, & similiter quia k producit ex d in g, & g producit ex b in
 c, ergo

c, ergo k producet ex c d in b, ergo ex c d in a fit h, ex c d in b fit k, erit a ad b ut h ad k, igitur ex prima harum cum ex c in f producat h, & ex d in g k, & dicatur produci proportio h ad k ex proportione c ad d, & f ad g, & proportio h ad k fit eadem, quæ a ad b, ergo proportio a ad b producit ex c ad d, & f ad g, ergo diuisa proportionem a ad b prodibit proportio f ad g, quod fuit propositum.

Propositio uigesima secunda.

Cum fuerit proportio primæ ad secundam maior, quàm tertiæ ad quartam, erit confusa ex his maior quàm tertiæ ad quartam, minor autem quàm primæ ad secundam.

Sit proportio a ad b maior quàm c ad d, dico, quod confusa ex a c ad b d est maior, quàm c ad d, et minor quàm a ad b, ut enim c ad d ita fiat e ad b, eritq; per tertiamdecimam harum e c ad b d confusa minor quàm a c ad b d, nam e est minor a, quia proportionem habent minorem ad b quàm a eo quod e habet proportionem ad b, quàm c ad d, quæ autem c ad d minor, quàm a ad b, ut suppositum est, igitur e c ad b d minor, quàm a b ad c d, e b autem ad c d est, ut demonstratum est qualis c ad d, ergo c ad d minor, quàm confusa a b ad c d, quod est secundum per idem probabitur, & primum posita f ad d, ut a ad b, eritq; a maior c, igitur maior proportio a f ad b d, quàm a c ad b d, sed a f ad b d, ut a ad b per eandem tertiamdecimam huius ergo proportio confusa a b ad c d est minor, quàm a ad b.

com.

Per 10. Pet.

Propositio uigesima tertia.

Omnis motus naturalis ad locum suum est: ideo per rectam lineam fit.

Motus naturalis est, ut conseruetur corpus, & conueniat locus corpori, igitur fit ad suum locum. Locus autem dicitur in comparatione ad uniuersum. ideo omnis motus naturalis est à centro mundi sursum, uel ad centrum deorsum. Et quia quanto natura celerius suum finem potest assequi (quia finis bonus est aliter non illum appeteret) eum quærit, cum sit sapientissimæ uitæ ministra: at linea recta breuissima est Euclide teste à puncto ad punctum, igitur omnis motus naturalis est sursum aut deorsum per rectam lineam.

Dist. tertia
primi Elem.

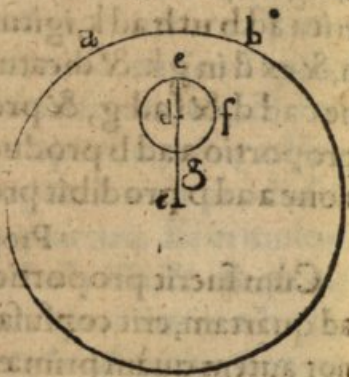
Propositio uigesima quarta.

Omnis motus circularis uoluntarius est.

Sit motus in circulo seu per circulum in orbe cuius sit centrum, sit c mundi centrum: igitur ex diffinitione circuli tantum distabit a, quantum b ab ipso c: sed in motu naturali per precedentem necesse est, ut recta feratur ad c, uel recedat, igitur motus a est uoluntarius,

non

non naturalis. nam si uiolentus esset, non esset perpetuus. Omnia ergo astra feruntur circa centrum mundi. Sit modo rota efg, dico e non moueri motu circulari nam linea e clōgior est g c, ergo recta mouetur ad centrum non circa centrum. Indicio etiam id est: quod si in e ponatur frustum aliquod insigne plumbi in motu ad g per f descendet raptim: at dum ex g in e magna cum difficultate, igitur motus hic non est naturalis, nec circularis. nihil etiam hoc modo sponite mouetur. Sed cum non moueatur per rectam naturaliter, nec æquidistans à centro per circum relinquatur, ut moueatur motu uiolento, aut misto, sed non ex uoluntario, cum nullo modo moueatur æquidistans à centro, sed semper ab e lineæ ad centrum fiant breuiores, liquet esse motum uiolentum: aut mistum ex naturali, & uiolento.



Propositio uigesimaquinta.

Tres sunt motus omnino simplices naturalis, uoluntarius & uiolentus.

Cor^m. Tres sunt modi, quibus possunt moueri in comparatione ad centrum scilicet uel recta cum centro, uel æquidistando à centro, uel neutro modo, igitur tres motus. Rursus uel à principio interiore non intelligente, & est naturalis, uel intelligente & est uoluntarius: uel exteriori & est uiolentus. Hæc autem diuisio est solum propria non prima. Nam est uiolentus in recta ad centrum: ideo omnis, qui non est in recta ad centrum, nec æquidistat, uiolentus est: non tamen omnis uiolentus est extra rectam. Attractio autem, quæ fit ob raritatem corporum, seu, ut dicunt, à uacuo, uiolenta est non naturalis nisi ratione finis, non agentis. Sunt enim quatuor genera motus uiolenti ab Aristotele posita, uectio, tractio, pulsio, & uolutio: quanquam his non opus sit in demonstratiua scientia. cōstat enim uolutionem ex tractiōne, & pulsione apud illum consistere.

7. Phys.
cap. 2.

Propositio uigesima.

Motus ergo compositi quatuor necessariò sunt species.

Si tantum sunt tres species simplicium, constat ratione arithmetica quatuor esse compositorum. Disquiramus ergo an sint naturaliter tot species, forsan enim repugnabit aliquis alicui. Porro uideamus primò, quot sint uiolentorum species: Prima erit cum non secundum rectam lineam fuerit: nec à centro æquidistantem. Secunda cum fuerit secundum rectam, sed non ad centrum. Tertia cum fuerit in recta ad centrum, sed contrario modo, uelut terræ fursum.

Quarta

Quarta cum in recta ad centrum, secundum naturam, sed non à principio naturali. Velut cum quis proijcit lapidem recta in terram è turri uiolentius, quam ille sua grauitate descensurus esset. Hic igitur motus est compositus ex naturali, & uiolento. Animalium autem motus uoluntarius est, cum sit à principio interiore cognoscente: & sit quatenus à principio in linea circulari æqualiter distante à centro: sed quia obstat grauitas, ideo mistus est ex naturali, & uoluntario. Sed circularis, & uiolentus soli esse non possunt: nam uiolentus est necessariò in corpore graui aut leui: sed omne corpus graue aut leue, cum mouetur, naturaliter mouetur saltem in fine: & per totum motum, motu occulto, qui maximè in hoc libro dignus est consideratione, igitur motus uoluntarius, & uiolentus non possunt esse simul soli. Erunt ergo secundum naturam tantum tres species. Velut cum quis scandit, aut salit: Est enim motus naturalis saltem in fine, & uoluntarius, & uiolentus. Si quis autem uelit uiolentum cum uoluntario copulare dicemus constare eam compositionem in initio salendi. Motum autem occultum uocamus grauitatem aut leuitatem.

Propositio uigesima septima.

Motus uoluntarius est in loco: naturalis ad locum: uiolentus ex loco.

Hæc est tertia differentia primarum specierum motuum. uoluntarius fit manente corpore toto in eodem loco, ideo proprius est cælo, corpora autem animalium in eodem loco feruntur: quia in eodem orbe nata redire ad proprium locum. Et ideo, ut dixi, est motus mistus ex naturali, & uoluntario, qui si per se fieret, non fatigaret mobile, cum ex utroque principio ab interiore ui procedat. Sed quia fit per musculos, qui trahuntur: hic autem motus est uiolentus, ideo per consequentiam fatigat. Qui uero naturalis, est ut redeat corpus ad suum locum, igitur naturalis est ad locum. Sed uiolenti finis est, ut protrudatur ex loco in quo est, non habens certum finem. licet enim qui trahit, ad suum locum trahat, non tamen ad locum mobilis.

Propositio uigesima octaua.

Motus quilibet naturalis aut uiolentus in aliquo medio fit.

Cum uacuum non detur, & omnis motus naturalis sit ad locum, com. et uiolentus ex loco per præcedentem, igitur cum non sit in medio, uacuum erit in aliquo corpore, uelut aëre, aqua, igne, ligno.

Propositio uigesima nona.

Omnis motus uoluntarius æqualis est semper: simpliciter etiam quilibet alius motus.

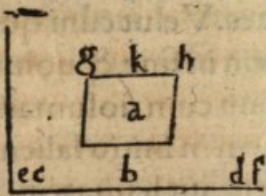
C Motus

Com. Motus uoluntarius non habet, quòd fatiget, & summa perfectio est æqualitas, & natura quæ mouet non debilitatur, igitur perpetuo perseverat æqualis. neq; enim est, ut dixi, per medium corpus. Naturalis quoq; & uiolentus cum ratione proportionis mouentis supra mobile per se non uariantur, & ab æquali proportione æqualis uelocitas proueniat, igitur natura tales motus sunt æquales, nam in utroq; mouens, mouet secundum ultimam suam uim.

Propositio trigesima.

In omni corpore mobili in medio, partes mediæ resistunt obuia, alia impellunt.

Com. Sit mobile a cui partes subiaceant directæ b, & sit graue. Et patet ne diuidatur b resistere, cum autem superauerit, partes b descendunt ante a, & trahunt partes c & d adherentes secum, atq; ita e c d f adiuuant ad descensum partes etiam laterales g & h cum a transit in b, ne detur uacuum, transeunt in k ueloci motu, ergo propellunt a maiore impetu inferius.



Com. Ex quo patet, quod in omni motu naturali, uel uiolento fit augmentum uelocitatis ab initio saltem usque ad aliquid.

Com. Et ideo etiam bellicæ machinæ cuiuscunq; generis certam exigunt distantiam, ut uiolentius feriant.

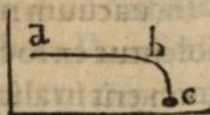
Propositio trigesima prima.

Omnis motus naturalis in æquali medio validior est in fine, quàm in principio: uiolentus contra.

Com. Cum enim ex præcedenti augeantur semper ob medium, & causa, quæ mouet, sit perpetua, & à principio æterno, quod per dicta æqualiter mouet, igitur motus ille fiet uelocior in fine quàm in alia parte temporis. In uiolento autem, cum perueniat ad finem definit uis illa necessariò, quæ mouet, & superatur à ui naturali, quæ mouet in contrarium, igitur antequam cesset motus fiet tardissimus in fine.

In 29. Propos.

Com. Ex quo patet, quòd motus quadrifariam misti dicuntur, aut specie, ut cum quis iacit lapidem è turri: uel ex occulto naturali, & uiolento manifesto: uelut cum quis iacit lapidem, & descendit postmodum ex b in c motu utroque manifesto, sed ex a in b motu uiolento manifesto, & naturali occulto: uel ratione mediæ, & hoc modo omnis motus naturalis etiam non solum uiolentus est mistus ex proportione uirtutis mouentis, cum motu mediæ, ad medium ipsum, uel si uiolentus sit ex proportione uirtutis mouentis, & mediæ

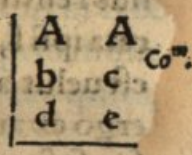


& medijs ad mobile, ac medium, quod resistit. Quarto ex motibus imperfectis natura sua, & non est uera mistio, & hoc apparet in motibus uoluntarijs animalium, qui non sunt neq; æquales, neq; perfecte circa medium: sed sunt potius similes uoluntarijs. Et ideo demonstrationes illæ Aristotelis quoad usum nihil iuuant nos.

Propositio trigesima secunda.

Omne mobile naturaliter motum, seu uolenter uelocius mouetur in medio rariore, quàm densiore. Maior quoq; est proportio finis motus in corpore rariore ad finem motus in corpore densiore, quàm principij. In uiolento autem celerius perueniet ad finem motus in corpore densiore.

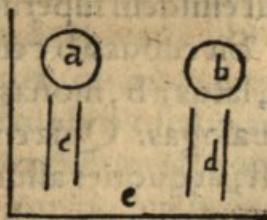
A mobile moueatur in b medio rariore, & in c densiore, igitur b minus resistit, quàm c & magis adiuuat, quia uelocius mouetur: igitur duplici de causa a mouebitur uelocius in b quàm in c: & quia per corrolarium trigesima, & præcedentis proportio finis (ubi æqualiter moueantur) ad sua principia maior erit in d, quàm in e: ergo per demonstrata à Campano posita d prima, b secunda, e tertia, c quarta, maior erit proportio d ad e, quàm b ad c quod fuit propositum in naturali.



Propositio trigesima tertia.

Omnia duo mobilia æqualis undiq; magnitudinis, quæ æquali in tempore æqualia spatia pertranseunt in diuersis substantia medijs, necesse est, ut sit ponderis ad pondus, quemadmodum medijs ad medium, proportio duplicata.

Sint duo mobilia a & b magnitudine, & forma omnino paria, & sint media c & d, exempli gratia: & pertranseant æquale spatium in utroq; in eodem tempore, e dico proportionem ponderis b ad pondus a esse duplicatam ei quæ est raritatis c ad raritatem d. Quia enim feruntur æqualiter, nam in æquali tempore, seu eodem æqualia spatia pertranseunt, erit proportio potentia a cum suo auxilio ad id, quod resistit ex c ut b cum suo auxilio ad id, quod resistit ex d, permutando igitur d ad c, ut b ad a, sed c ad d proportio raritatis duplicat actionem, tum minus resistendo, tum adiuuando motum a, igitur proportio differentia motus est duplicata proportioni raritatis: sed proportio motus est æqualis proportioni ponderis uicissim per uigesimam sextam sexti Elementorum b ad a, igitur proportio b ad a ponderis est duplicata ei, quæ est raritatis c ad raritatem d.



SCHOLIUM PRIMVM.

Ne tamen sine exemplo intelligas hanc duplicatam rationem, proponatur raritas quatuor, d unum, a pondus duodecim librarum, tunc resistit solum ex quarta parte, & efficit a quadruplo maioris actionis, scilicet ut quædraginta octo, tota igitur proportio, qua mouebitur a in c, erit centum nonaginta duorum, & hoc diuidemus per d, quod est unum, exhibit pondus b centum nonaginta duo. Proportio igitur b ad a est sexdecupla, & hæc est duplicata quadruplæ raritatis c ad raritatem d.

$$\begin{array}{l|l} c & 4 & d. 1. & \& \\ a & 12 & b. 192. & \end{array}$$

Quod si quis neget tantundem augere c actionem a, quanto minus resistit, sed aut magis aut minus, & sit proportio b ad a duplicata ipsi f, dico fesse proportionem c ad d, nam proportio b ad a est uelut actionis c ad d per decimam sextam sexti Elementorum, ergo ex auxilio c in proportionem a ad c fit proportio b ad a, sed ex f in se fit proportio b ad a ex diffinitione proportionis duplicatæ. Sed ex duabus proportionibus a ad c, & actionis ex c ad a producit proportio b ad a, igitur per decimam septimam sexti Elementorum proportio c ad d est media inter proportiones a ad c, & actionis a in c, quare æqualis f, igitur proportio b ad a duplicata ei, quæ est c ad d quod erat demonstrandum.

SCHOLIUM SECUNDVM.

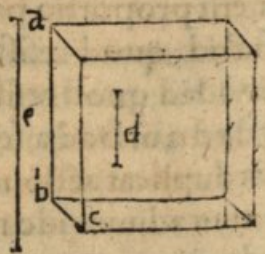
Si autem media fuerint diuersarum rationum, ut aqua, & aer non demonstrat argumentum, quia pondera inter se non seruant rationem. Nam lignum centum librarum ex salicis arbore, non magis descendit, quam lignum libræ unius. Ideo nec in comparatione ad medium aeris.

Propositio trigesimaquarta.

Proportio corporis cubi ad suam superficiem quadratam, est uelut eiusdem superficiæ ad latus, eiusdem uero ad monadem.

Com. Sit cubus a b c eius quadrata, superficies a c, latus a b, monas d, dico eas esse inuicem analogas. Quia enim proportio a b c ad a c est, ut quoties assumitur a c in a b c, & toties etiam assumitur a b in a c ex diffinitione Euclidis secundo Elementorum, si ergo monas est in continua proportione, habeo intentum: si non ponatur e media inter a e & d, erit ergo per decimam noni Elementorum e latus a c, ergo æqualis a b, igitur cum a c, e & d sint analogæ, erunt & a b c, a b, & d analogæ, quod fuit demonstrandum.

Prima ex
Campano.



Propositio

Propositio trigesima quinta.

Vocum magnitudines excreſcunt in acumine non in grauitate, finis autem eſt in utroq; extremo, propter hoc minima facta uariatione in hypate acutæ uix ferunt.

Quoniam facta uariatione in hypate, quæ eſt Diapafon Com²
in Diapafon, uel bis Diapafon maiore interuallo a ————— c
lo diſtat, uelut ex a in b in grauiore, maius eſt in
teruallum ex c in d, igitur maior eſt b d, quàm a c Diapafon
ergo ſingulæ uoces inter b & d magis diſtant, b ————— d
quàm inter a & c, & quanto magis appropin
quant ad d, igitur d maius eſt quàm b. Ergo magnitudo eſt ratione
acuitatis, non grauitatis, cum ſuppoſuerimus d eſſe acutiorem b &
c ipſo a. Oſtenditur etiam idem quia uox grauis fit ex priuatione
motus ſicut acuta ex uehementia. Motus autem eſt res, quies,
priuatio.

Secundum ſic: nam remiſſio mota non feriet aurem, ideo ſonum
non pariet ob nimiam tarditatem. At in uelociſſimo motu oportet
uel fidem uel arteriam contrahi, & non contrahitur niſi per muſcu
los, igitur contentio illa finem habet. Si autem non ſit neceſſarium
habere, uel ualde procul poſſit extendi contentio, ut in machinis
igneis ſtrepitus fit maximus, nam motus, ut motus eſt etiam in aère
nullum finem per ſe habet niſi ratione inſtrumenti, ergo ſtrepitus
tantus eſſe poteſt, ut ferme obſurdeſcant, qui audierint, ut ferunt de
Nili cataractis.

Tertium ſic ſit a b humi
lior uox, quæ excreſcat ſe
mitonio minore ſolum in
c, & ſit de dupla ad a b ſe
cundum naturam, ut in uo
cibus medijs fiet, ut ſi e debeat excreſcere ſemitonio minore per de
cimannonam quinti Elemētorum ſe dupla c b, & in acutis ubi ex
creuerit ad diapafon quadrupla: pueri autem uox, quæ iam diapa
ſon altior eſt d e, erit bis diapafon, & ideo quadrupla b c, ſed in acu
tioribus erit dupla, nullus enim puer eſt adeo fractæ uocis, qui ſu
pra humillimam non aſcendat per diapafon, igitur interuallum uo
cum erit octuplum a d, b c, ſed communiter aſcendunt ad bis diapa
ſon, igitur interuallum unius uocis etiam cum ſemitonio propor
tionem habentis eſt æquale ferme toti a b, cum autem in diapafon
ſint duodecim ſemitonia, & duo comata, manifeſtum eſt, quod ex
tenſio illa erit maxima in cōparatione grauioris uocis a b. Et ideo
minimum incrementum in humilioribus uocibus, ubi quis cogas

tur ascendere, maximum esse uidetur, adeò ut ægrè à pluribus feratur, à quibusdam non omnino feratur.

SCHOLIUM.

Ob hoc natura fecit, ut non quemadmodum in fidibus uoces ex breuitate intenderentur, sed ex constrictione ligulæ, ut dicunt, super asperam arteriam uox ad diapason acueretur addito impetu proportione, ut ex constrictione, & impetu cõsurgeret dupla proportio. Hoc autem manifestè experimur in elymis in quibus nullæ prorsus facta mutatione instrumenti constantibus digitis omnibus præter pollicem sinistrae uocem exacuimus ad diapason, inde etiam ad bis, diapason: sicut declarauimus in commentarijs Epidemiorum.

Propositio trigesima sexta.

Si proportio per proportionem minorem æquali ducatur, proportio minor producet. Vnde manifestum est duas proportiones minores æqualitate inuicem ductas proportionem minorem unaquaq; illarum producere.

Co^m. Proportio a b ad c, qualiscunq; sit, ducatur in proportionem minorem æqualitate f ad g, dico quod producta proportio erit minor ea, quæ est a b ad c fiat d ad a b, ut f ad g, et erit per secundam huius d ad c producta ex proportionibus a b ad c, & f g. Itemq; per decimam quartam quinti Elementorũ erit d minor a b, igitur maior a b ad c, quàm d ad c. igitur quàm proportio a b ad c in proportionem f ad g. Sit autem utraq; minor æqualitate ea, quæ a b ad c, & ea quæ f ad g, dico productam unaquaq; earum esse minorem. Quod enim (manentibus his, quæ dicta sunt) minor sit d ad c, quàm a b ad c, ex prima parte ostensum est. Quòd uerò etiam minor sit d ad c, quàm d ad a b, & ex consequenti quàm f ad g demonstratur sic. Quia enim minor est a b ad c, æqualitate erit a b minor c, fiat ergo h æqualis a b, erit ergo d ad h, ut d ad a b per septimam quinti Elementorum, at d ad c minor quàm d ad h per octauam eiusdem, igitur minor d ad c, quàm d ad a b, igitur patet propositum.

Petr 10. Pet.

Propositio trigesima septima.

Si plures homines, quorum nulli per se nauim mouere possint, aut pondus ferre simul iuncti eam moueant, aut pondus ferant, erunt illæ proportionales coniunctæ non productæ.

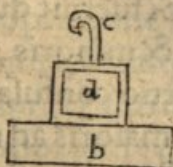
Co^m. Cùm enim primus non possit mouere nec secundus, erunt proportionales minores æqualitate, Ideò per secundam partem præcedentis multo minus mouerent duo, quàm unus. Et si quatuor mouerent

uerent unusq; per se mouere non posset, adderetur si proportio produceretur, fieret minor, ergo minus mouerent quinque quàm quatuor ex isdem, quod est absurdum.

Propositio trigesima octaua.

Omne corpus tantum resistit motui contrario suo naturali quantum mouetur occulto motu quiescendo.

Sit a corpus quiescens in pavimento b, & mouetur in eo occulto motu uersus centrum, ut supra uisum est, contrarius illi sit motus ad c, si ergo a quiesceret in c moueretur ad b occulto motu certa ui, ergo eadem restitit, ne traheretur ad c. Manifestum est autem, quod hic motus occultus est minor manifesto.



Com.

In commen.
26. Propos.

Per 30. Propos.

Ex hoc patet cur naues & currus ab initio tardè & difficulter moueantur, ubi moueri cœperint motus augetur: quoniam resistunt per motum occultum naturalem qui maximus est dum quiescunt, ut etiam docebat philosophus in mechanicis, nam motus ille naturalis est, & ideo contrarius uiolento: Ergo cum iam mouetur uiolenter minus, mouetur naturaliter, igitur minus resistit. Declarabitur enim infra quod omne quod mouetur duobus motibus tanto minus uno mouetur quanto magis altero.

Com.

Quest. 3 14

Propos. 59.

Propositio trigesima nona.

Ab æquali aut minore ui, quàm sit impedimentum, non fit motus.

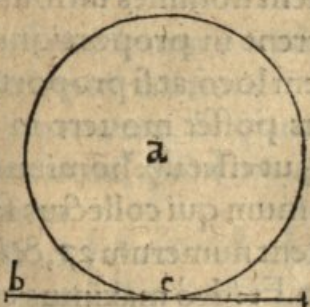
Sit a quod resistat, ne sursum trahatur per decem, dico, quod non sursum trahetur neque à decem, neque minore: nam si impedimentum non esset, moueretur infra ut decem, ergo si traheretur sursum per decem tantum moueretur sursum, quantum deorsum, ergo quiesceret. Si uerò à minore moueretur à maiore ui deorsum, quam sursum, ergo deorsum simpliciter non sursum.

Com.

Propositio quadragesima.

Omne corpus sphericum tangens planum in puncto mouetur ad latus per quamcunq; uim, quæ medium diuidere potest.

Sit corpus ad unguem sphericum a tangens planum b in puncto c (est enim hoc necessarium ex demonstratis ab Euclide in decimasexta Propositione tertij Elementorum) dico, quod mouebitur à ui, quæ potest scindere aërem. Nam cum non ascendat, nec descendat, sed quasi in circulo ad centrum mundi moueatur, pondus non affert. Neq; rationem magnitudinis contactus, cum sit in puncto solo, igitur remanet solum aëris impedimentum.



Com.

Cor^m. 1. Ex hoc liquet, quod oportet b planum esse ex durissima materia, quæ nullo modo cedat, aliter tanget plusquam in puncto.

Cor^m. 2. Vix fieri potest, ut in elementaribus sphaera tangat planum in puncto. Vel quia planum non erit exactè rectum, uel non durum, ut prorsus non cedat, uel non ad æquilibrium positum, uel sphaera non erit exactè rotunda.

Propositio quadragesima prima.

Si fuerint duæ quantitates sumaturq; totius aggregatum maioris & minoris, quoties aggregatum minoris, & maioris, erit proportio confusa maioris aggregati ad minus, minor quam multiplicis maioris ad multiplex minoris.

Co^m. Sint duæ magnitudines a & b, & sit a maior b, & sumatur exempli gratia a quater cum b semel, & b quater cum a semel, dico, quod proportio (quam confusam esse liquet) aggregati primi ad secundum, est

Ex 18. diff. minor quam quadrupla. Constat enim quod proportio quadrupli a ad a est maior, quam b ad quadruplum b, cum una sit quadrupla, alia subquadrupla, igitur per uigesimam secundam huius aggregati quadrupli a cum b semel, ad quadruplum b cum a semel minor, quam quadrupli a ad a, & maior quam b ad quadruplum b, & est pro intellectu Archimedis.

In 2. lib. de
Atqui pon-
deran.

Propos. 10.

Propositio quadragesima secunda.

Trahentium nauim, ut ferentium pondera proportionales in se inuicem, quomodo ducere oporteat considerare.

Co^m. Hoc quomodo non possit fieri supra docuimus, nunc etiam generaliter dicam, cum consistant hæc in duobus terminis, productio uerò præsupponit quatuor terminos, ut in prima propositione, aut saltem tres, atque in his medius habet rationem mouentis, & moti, ergo cum in huiusmodi nō sint quatuor termini, nec tres, è quibus unus sit mouens, & motum proportio non poterit produci. Illud etiam patet exemplo, nam si esset lapis, aut nauis obsistens ut sex, & essent homines uiribus singuli, ut quatuor cum dimidio, tres mouerent in proportione dupla sexquiquarta perdicta superius eodem loco, at si proportio duci posset aliquorum hominum numerus posset mouere in duplicata proportione ad unguem scilicet $5\frac{1}{16}$ ut esset uix hominum collectorum $30\frac{2}{3}$ at nullus est numerus hominum qui collectus faciat hunc numerum, nam sex homines expleant numerum 27, & septem $31\frac{1}{2}$, & ideo non potest duci proportio. Et ideo maximus est error dicendo decem homines mouent nauim proportione tripla, ergo triginta alij additis illis similes robore mouebunt à proportione uiginti septupla scilicet ducta nonus

plā in triplam. Sed sumpta proportione alio modo producitur. Velut si dicam, homines decem mouent nauim, aut ferūt pondus proportione tripla, igitur quadraginta homines idem facient proportione duodecupla scilicet quadrupla in triplam ducta. Cum ergo addo triginta homines, qui mouent in proportione nonupla, non oportet ducere nonuplam in triplam, sed totum numerum accipere, & quam proportionem habet ad partem, tandem habet uis mouens ad uim mouentem. Vnde si duo moueant in proportione sexquialtera, & sex in proportione quadrupla cum dimidia, & iungantur, ut fiant octo, non oportebit ducere sexquialteram, in quadruplam sexquialteram, sed cum octo ad duo sit in proportione quadrupla, sumemus quadruplam ad sexquialteram, que erit sexcupla, & octo mouebunt, aut pondus gerent in proportione sexcupla.

Propositio quadragesima tertia:

Productionem ad additionem retrahere.

Sit proportio a ad b dupla potestate licet sint quinque homines, & sint quindecim homines c, & habebunt ad b sexcuplam proportionem per precedentem. Iuncta ergo a, & c per octauam huius mouebunt b proportionem octupla, dico, quod si duxeris proportionem c ad a plus uno. i. quadruplam in proportionem a ad b, quæ est dupla, proueniet eadem octupla. Nam quia in coniunctione sufficit iungere c cum a, & sumitur secundum proportionem a ad b, igitur cum proportio a ad b comparata ad proportionem c & a ad b sit, sicut proportio c & a ad a, & proportio c & a ad a sit, sicut proportio c ad a, & a ad a, & proportio a ad a habet rationem unius, igitur proportio aggregati c ad b est producta ex proportione c ad a plus monade in proportionem a ad b, quod erat demonstrandum.

5	a	c	15
	Dupla	Sexcupla	
3	6	6	3
		20	
		Octupla	
		3	

Com.

Propositio quadragesima quarta:

Si fuerit proportio motoris ad id, quod est maximum non mouens & spatium, & tempus, nota erit etiam reliquorum nota.

Sæpe contingit, ut quinque homines moueant nauim, & spatium ad tempus notum, & etiam cognitum maximum, quod mouere non potest. Sit ergo a numerus hominum, b nauis, c maximum, quod non mouere potest, d tempus, e spatium, f motor alius siue numerus hominum notus, & g tempus, dico, quod h spatium notum erit, seu notum g tempus, & h spatium, dico, quod erit f motor, seu numerus hominum

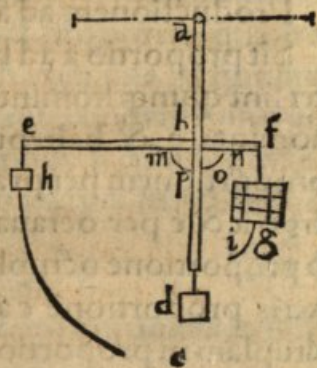
a	c	d	f	g
b		e		h

hominum notus. Quoniam ergo notum est a & c , quia est æquale b , igitur proportio a ad b nota est: sed iuxta illam a mouet b in d tempore per e spatium, igitur per præcedentem, ut f ad a ita spatij ad e in d tempore. Sed per eadem ut temporis d ad spatium illud ita g ad h , ergo cum nota sint d & f erit etiam h , & ita conuertendo.

Propositio quadragesimaquinta.

Rationem stateræ ostendere.

Co^m. Archimedes nititur huic fundamento, quod pondera, quæ proportionem mutuam habent, ut distantia à libella a , quæ suspenduntur, æqualiter ponderant, sit ergo libella a , & suspensa in a centrum mundi c , ad quod dirigitur pondus, & liquet, quod ipsum non se inclinabit ex uigesimalertia propositione. Si ergo ponantur loco lineæ b d in e & f , & sit proportio e b ad b f , ut g ad h , dico, quod erit æquilibrium, per eandem enim h mouebitur in k , scilicet ut perueniat in rectam a d , si enim non esset suspensum h , moueretur in recta e h per eandem, quia ergo retinetur, mouetur per obliquam h k , & sumatur in propinquum punctum in b e , & n in æquali distantia in e f , quia ergo e b totum mouetur eadem uis in singulis partibus, quia a pondere h , & in h mouetur per h k in m per p , ergo qualis est proportio magnitudinis h k ad m p , talis est uis in m p ad uim in h k , & ita in b erit penè infinita: quia quanta uis extenditur ex h in k tanta puncta b , se circumuertit ergo proportio hypomochlij ad spatium, uelut roboris ad robur, at eadem n o ad h k , est enim n o æqualis m p , & n b , & b m æquales, ut uerò g ad h , ita e b ad b f : ergo ut e b ad b f , ita uirium n o ad h k , ut igitur g ad h , ita uirium m p ad h k : ut etiam g l ad n o , ita uirium f b ad n b . nam idem pondus scilicet g mouet totam b f , igitur ut g se habet ad n o , ita h ad m p , sed m p & n o sunt æquales, ergo tanta est uis g in f , quanta h in e .



Per 9. quinti Elem.

Co^m. 1. Ex quo patet, quod hypomochlion moueretur infinita uis, si posset esse punctus: sed quia in extrema superficie cylindri, ideo potest aliqua uis retineri.

Co^m. 2. Et si quis posset capere hastam in extremo puncto, non posset eam mouere, etiam quod haberet robur infinitum, quia ab æquali non fit motus per trigesimalnonam propositionem.

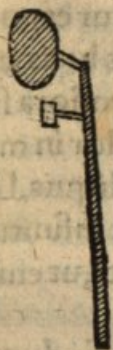
Co^m. 3. Et libella nihil retinet nisi quantum est pondus eius quod cupit

pit ad centrum peruenire, & pondus ei appensum non prohibet motum, etiam si esset infinitum, nisi quatenus non uult recedere ex directo centri mundi: & ut grauat hypomochlion faciens impressionem.

Et si terra tota esset appensa polo, moueretur magna uis: quoniam am uis eadem est in polo, quæ in circulo toto æquinoctij. Cor^m. 4.

Et rota, quanto uelocius mouetur in ambitu, tanto minorem habet uim: sed propter aërem, qui secum circumfertur, mouetur magno impetu, & magnas facit læsiones. Ideo hoc in cono non accidit. Cor^m. 5.

Ex quo patet ratio eleuandi pondera magna per trabem, ut à latere uides. Cor^m. 6.



Propositio quadragesimal sexta.

An sit aliqua proportio, & qualis inter animam, & uitas, & sua corpora considerare.

Declarauimus motum cœli esse uoluntarium, obsequente cœlo per uirtutem in eo infusam. In animalibus autem, & præcipue in homine notius est hoc experientibus nobis in ipsis: sed motus hic, ut dixi supra, mistus est, ille uero cœlestis ignotior est. Certum tamen est plenè obsequi cœlum uitæ, nec prorsus repugnare. Sicut Aristoteli imponi, quod si adderetur astrum cœlo, quod cœlum aut quiesceret, aut tardius moueretur: quod est, ac si diceremus, quod homo paruus si fieret maior, non esset adeo agilis, tanquam motus ille esset ab externa causa. Imò perinde esset, ac si quis diceret, quod lapides magni minus uelociter descenderent, quam paruus. Quin potius ut lapis magnus uelocius mouetur: quam paruus naturali motu, & tardius præternaturali, ita cœlum motu uoluntario, si ita dici posset æqualius & maiore cum efficacia, quanto densius. Et ita si Aristoteles illud dixisset, ostendisset magnam imperitiam. Ideo quale iudicium debemus facere de Alexandro, & Aueroe, qui hoc ei tribuunt. legit enim in textu Arabico tale quippiam. De Animalibus forsan posset hoc dici, quoniã, ut supra diximus, motus ille mistus est. Remanet ergo difficultas, quoniã si motus iste non à proportione fit, quare non est infinitus? & dico quod in animalibus tres sunt causæ, una, quia est mistus, & habet repugnantiam: secunda, quia est de loco ad locum, motus autem cœli est in loco: tertia est communis etiam cœlo, et est, quoniã non est ratio finis. Natura enim diuina non appetit mouere tã celeriter. Quid est ergo proportio, cū sit ultimū uoluntatis uite, ut obtemperet primæ causæ, ideo illud est ultimū, quod mouet. Est autem idem uelle, & posse. In natura enim

Tex. 7 t.
2. de Cœlo.

enim cœli est ille appetitus, cuius principium est uita: & eius uoluntatis bonum ipsum. Et ideo hæc proportio nō diuiditur. In animabus autem non est uis illa nisi, cum proportione, quia primum instrumentum, quod recipit, & est spiritus uim habet determinatam, cum sit uirtus in materia: ideo nō mouet nisi cum certa proportione, uelut lumen in medio in se non habet proportionem nisi ad lucem, sed ut est in illo, potest esse remissum, obscurū & hebes. Quæritur ergo quantitas illius: si dicas, quod est à luce: quæro quantitas lucis, unde sit: forsan dicendum, quod uelut in motibus, quanto densiora sunt corpora tanto mouent maiore nixu, & robore. Nam calor in materia augetur iuxta illius quantitatem: idem in luce, & reliquis. Dico ergo proportionem esse infinitam: nam si corpus esset infinitum & optimè dispositum infinita ui moueretur & agilitate, ut enim maius est eo maiores uires habet.

Propositio quadragesimaseptima.

Si duo mobilia æqualiter in eodem circulo iuxta proprios motus moueantur, productum temporis circuituum inuicem erit æquale producto differentia temporum circuitus ductæ in tempus coniunctionis primæ.

Com. Sint duo mobilia a & b in eodem puncto, quæ æqualiter uersus eandem partem moueantur æqualibus in temporibus, inuicem tamen inæqualiter, ita quod a in f & b in g temporibus absoluant circulum, & horum differentia sit h. Dum itaque a perficit circulum b perueniat in c, igitur c d b est differentia, quæ superanda est, & proportio circuli ad b cut g ad f, quare reliqui ad reliquum, ut residui ad residuum, scilicet circuli ad c d b, ut g ad h, & b c ad c d b ut f ad h, coniungantur igitur in k tempore, eruntq; k f g h omiologa, ut productum ex circulo in b c diuiso per certam quantitatem & cum circulo & b c & c d b differentia, & sit l productum ex f in g, dico quod diuisa l per h exhibit k tempus coniunctionis primæ, sit itaq; d locus coniunctionis, dico igitur quod differentia spatij pertransiti a b, a & a, b in reditu ex coniunctione prima ad d est unus circulus completus, non enim possunt esse plures, nam sequeretur, quod a aliquando pertransisset b, et sic non esset prima coniunctio, nec potest esse minus, nam sic cum a & b sint in d ultra perfectas circulationes uterque eorum pertransiuit arcum b c, igitur nullo modo differentia potest esse minor circulo, neque maior, ut declaratum est, igitur est unus circulus ad unam



guem

guem. Hoc declarato ponatur in spatium compositum ex circulis pertransitis a b a cum spatio b d, etenim spatium, quod pertransit b a coniunctione in a, ad coniunctionem primam in d, & erit ex demonstratis horum differentia circulus qui uocetur o, & sit p spatium, quod pertransit b in tempore eodem, in quo a pertransit o, & sit q differentia o, & p quæ in circulo est c d l b, quia igitur in eodem tempore a pertransit m & b, n, erit m ad n, ut a ad b, & eadem ratione a ad b, ut o ad p, igitur ex undecima quinti Euclidis m ad n, ut o ad p, quare cum o sit differentia m & n, & q, differentia o & p erit ex decimanona quinti Euclidis, m ad o, ut o ad q, & ita circulus est analogus inter spatium pertransitum à motore uelociori, & inter differentiam spatij quæ accidit, dum uelocior motor pertransit circulum, id est quod circulus a c d est analogus inter c d l b, & circulos pertransitos a b a cum portione b d. Reuertor igitur ad propositum, cum sit m ad o, ut o ad q, & m ad o, ut n ad p, ex sextadecima quinti Euclidis, erit ex undecima eiusdem n ad p, ut o ad q, quare ex sextadecima sexti Elementorum ducto o, id est circulo, seu maiore numero in p spatium pertransitum a b, seu ducto fin g, & diuiso per q differentiam spatiorum, seu per h exhibit n, seu spatium quod pertransit b ab una coniunctione ad aliam quod erat demonstrandum.

Ex hoc patet, quod proportio temporis coniunctionis ad tempus tardioris motus circuitus est ueluti temporis circuitus uelocioris motoris ad differentiam temporis motus tardioris, & uelocioris motoris in uno circuitu.

Propositio quadragesimaoctaua.

Si tria mobilia ex eodem puncto discedant, fuerintque duorum, ac duorum coniunctiones in temporibus commensuris illa tria mobilia denuo coniungentur in tempore producto ex denominatore diuisionis temporis maioris per minus in minus, aut numeratore in maius.

Sint tria mobilia a, quod circuat in duobus annis b in quinque, c in septem. Dico quod primum redibunt in numero producto ex septem quinque & duobus, qui sunt numeri primi, & erit ille numerus septuaginta annorum. Nam in septuaginta annis a perficiet trigintaquinque reuolutiones b quatuordecim, c decem: ergo redibunt per perfectos circuitus ad idem punctum. Ostendo modo quod non ante: nam si sic sit, ut in trigintaquinque annis igitur b & c perficiant perfectos circuitus, ergo redibunt ad idem punctum, a autem non redibit, quoniam eius circuitus non numerat trigintaquinque aliter non fuisset septuaginta minimus numeratus ab a b c, cum

D ergo

ergo iam supponatur numerari a b & c non numerabitur a b a, ergo a non perficiet circuitus, ergo non redibit ad primum locū, ergo non erit iunctus cum b & c. Quod si dicas a b c coniungi in decem septem annis numero non numerato ab aliquo illorum temporum, auferantur perfectæ circulationes, & remanebūt dimidium ex a, duæ quintæ ex b, tres septimæ ex c, igitur oportebit ut hæc portiones sint æquales, ut post perfectas circulationes in idem punctum, cōueniant, ergo $\frac{1}{2}$ & $\frac{2}{5}$ & $\frac{3}{7}$ æquiualebunt, quare proportio 7 ad 3 & 5 ad 2 & 2 ad 1, est una, quare permutando 3 ad 2 ut 7 ad 5, sed 7 & 5 sunt contra se primi, ergo in sua proportione minimi per dicta in septimo Elementorum: ergo tria, & duo non sunt in eadem proportione. Rursus dicantur conuenire in annis quatuordecim cum dimidio, ergo in uiginti nouem conuenient iterum: ergo per secundam partem erit septem ad unum, ut duo ad unum, igitur permutando unius ad unum, ut septem ad duo, sed unum est æquale uni, ergo duo erunt æqualia septem. Rursus dicamus, quod in tempore annorum \mathbb{R} quadrata decem similiter auferam integras reuolutiones, quas poterō, & erunt $\mathbb{R} 2\frac{1}{2}m:1$, & $\mathbb{R} \frac{2}{5}$ & $\mathbb{R} \frac{10}{49}$ æqualia. Hic uides infinita sequi inconuenientia, quæ longum esset numerare, nam septem esset æquale quinque, & proportio recisi ad potentia rethe, ut numeri ad numerum. Igitur non conueniunt ante septuaginta annos.

Propos. 23

Corr. 1. Ex hoc sequitur, quod nullibi conuenient præterquam in eodem puncto, scilicet in quo ab initio coniuncti fuerunt.

Corr. 2. Sequitur denuo ex propositione ipsa repetita, & primo corollarío, quod nullibi alibi conuenient quam in dato primo puncto, in quo coniuncti fuerant ab initio etiam usque in æternum.

Sit rursus ut a circuat in annis duobus cum dimidio, b in tribus cum tertia parte, c in quatuor cum quarta parte ducam per suos denominatores, & erit ut a in quinque annis. b in decem, c in decem septem circuant, & redeant ad idem punctum, & quia quinque numerat decem, & decem, & decem septem sunt numeri inuicem primi, ducam decem in decem septem fiunt centum septuaginta. Constat igitur c quadragies, b quinquagies semel, a sexagies octies circumuerti, & redire ad idem punctum: ergo rursus coibunt post tot annos in eo, dico modo, quod non ante: nam si non sit, ut in triginta tribus annis. gratia exempli, aufero decem septem, decem, & quinque, & relinquentur sexdecim tria & tria, & rursus ex sexdecim tres

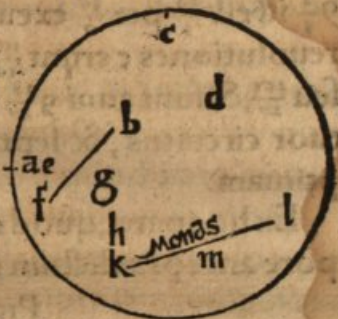
circuitus

circuitus c, & relinquentur $3\frac{3}{4}$ sequetur igitur, ut sit proportio 17 ad 13, & $2\frac{1}{2}$ ad $\frac{1}{2}$ & $3\frac{1}{2}$ ad 3 eadem, & ita $\frac{17}{13}$, $\frac{1}{2}$ & $\frac{10}{9}$ eadem si iam supponamus 17 & 10 esse primos inuicem, ut in secunda demonstratione, Igitur sequuntur eadem corrolaria, quæ dicta sunt.

Propositio quadragesimanona.

Proposito mobilis in circulo circuitus tempore, dataq; ratione distantiae ab illo mobilis circuitum inuenire, quod ex eodem puncto discedens cum alio mobili in dato puncto conueniat sub quocunq; numero circuituum tempus quoq; coniunctionis.

Sit in circuli peripheria a punctus, qui circuitu æquali motu (hoc enim semper intelligitur) in b tempore: & sit datus punctus c in quo discedens e mobile ex coniunctione cum a post certos circuitus proprios, aut etiam sine ulla circuituione perfecta debeat conuenire. Volo scire tempus circuituionis e: & etiam tempus coniunctionis.



Co^m.

Sit ergo primum ut absq; circuituione ulla e, a debeat comprehendere e in c post numerum circuituionum ipsius a, qui sit f. nam si a occurrat e in prima circuituione ipsius e, igitur a mouetur uelocius quam e, cum ergo debeat attingere ipsum e, necesse est ut a pertransfeat prius per punctum ex quo discessit antequam redeat ad coniunctionem e: ergo perficiet saltem unam circuituionem. Ducemus ergo f in b, & fiet g tempus circuitus aut circuituum a, & quia spatium a c datum est, sit b temporis circuitus a ad h, uelut circuli totius ad a c, & iungatur g cum h & fiat k. Fiat quoque, ut monadis ad h, ita l ad monadem, & ducatur l in k, & fiat m: dico m esse tempus circuitus e. Constat enim ex supposito, quod k est tempus totum in quo a peruenit post b circuituiones in c, si ergo e moueretur per m tempus totum ex supposito perficeret circuitum, at quia circuitus ad a c, ut monadis ad h, igitur etiam ut l ad monadem, ergo proportio circuitus ad a c, ut m ad monadem: ergo si in m transit totum circuitum in monade transit a c: sed monas ducta in k facit k, igitur e in tempore k perueniet in c, quod erat demonstrandum.

Per 10. Pet.

Proponatur modo tempus reuolutionum e ipsum d: eodem modo agemus ducendo f in b fit g, addatur h & fiat k, diuidatur k per aggregatum d & a e, & exeat m, (idem enim est diuidere per aggregatum d & h, & multiplicare per l) dico ergo ut in demonstratione priore, quod m est tempus circuitus e. Nam cum k sit tempus, in quo a post circuitus f peruenit ad e, ergo diuiso ipso toto tempore

Per 11. Pet.

per numerum reuolutionum d, & partem reuolutionis exhibet tempus unius reuolutionis.

Exemplum primi in re paulò obscuriore: sit $f 4$ & $b 2\frac{1}{2}$ & $a c \frac{4}{7}$, duccemus 4 in $2\frac{1}{2}$ fit 10 , adde $\frac{4}{7} 6$ quod est 2 fit 12 , diuide per $\frac{4}{7}$ seu multiplica per $\frac{7}{4}$ quod idem est, fit 15 circuitus e, in quatuor ergo circuitibus, & $\frac{4}{7}$ qui sunt duodecim anni perueniet a ad c, & in duodecim annis e perueniet ad c, nam 12 sunt $\frac{4}{7}$ ipsius 15 . Similiter in secundo casu sit $f 4$ ut prius $b 2\frac{1}{3}$ $a c \frac{1}{7}$, duccemus 4 in $2\frac{1}{3}$ fit $9\frac{1}{3}$, addemusq; h portionem b qualis a c est totius circuitus, id est $\frac{1}{7}$, est autem $\frac{1}{7} 2\frac{1}{3}$, fient $9\frac{1}{3}$, similiter ponatur $d 5$, & quia a c est $\frac{1}{7}$ erunt $\frac{30}{7}$, diuide ergo $9\frac{1}{3}$ id est $\frac{29}{3}$ per $\frac{30}{7}$ exeunt $\frac{203}{108}$ tempus reuolutionis e. Quinque ergo reuolutiones e erunt $\frac{1015}{108}$ addita septima parte, quæ est $\frac{20}{108}$ fient $\frac{1044}{108}$ seu $\frac{201}{27}$, & sunt anni $9\frac{18}{27}$ seu $9\frac{2}{3}$, ergo in tanto tempore a faciet quatuor circuitus, & septimam partem, & e quinque circuitus, & septimam.

Cor^m. Ex hoc patet, quod non coniungentur in alio loco, neq; alio tempore ante prædictum tempus.

Propositio quinquagesima.

Omnes circuituum portiones in eiusdem temporibus repetunt. Sint in circulo a b c d e f g: a & b iuncta, & in primo congressu iungantur in c, in secundo in d, in tertio in e, in quarto in f, in quinto in g, in sexto in h, in septimo in k, in octauo in l. Et sic deinceps cūq; tempora sint æqualia, erunt & circuitus totidem numero, & excessus æquales etiam a c, c d, d e, e f, f g, g h, h k, k l. Et si aggregatum a scilicet circulorum, & portiones fuerit commensum circulo, & ita de b erunt omnia cōmensa ad circulum, & etiam inter se. Et si inter se aggregata, uel portiones erunt, & eodem modo reliqua. Et quoniam circuli circulis commensi sunt: si portiones erunt inuicem commensæ erunt, & toti circuitus cum partibus commensi, & si non commensi, neque erunt inter se, neq; ad circulum. Et si totum spatium cum circuitibus erit unius generis, erunt duplicata, & triplicata, & quadruplicata eiusdem generis: quare cum spatia ipsa detractis circuitibus uelut rhete habeant naturam recisi, & spatia ipsa tota sint eiusdem generis, erunt spatia, quæ relinquuntur eiusdem generis. Erunt tamen incommensa necessariò, si partes fuerint incommensæ toti. Ponatur a c incommensa toti circulo dico, quod a k etiã est incommensa toti circulo: & etiã a k, & k c. Quia enim a c est incommensa circulo, & k a cum toto circulo semel est commensæ a c



Per Cor^m.
precedentis.

fa a c, quia multiplex ei. igitur cum circulus, & a k diuidantur in cir- Per 14. deci
mi Element.
culum et a k, & circulus sit incommensus circulo, cum a k erit aggre-
gatum ex circulo, & a k incommensum ipsi a k, & a k pariter incom- Per 17.
eiusdem.
mensa circulo. Rursus quia a k est incommensa circulo cum a k, &
circulus cum a k sit multiplex ad a c, erit a k incommensa a c, quare
erit c k incommensa a k & a c, & circulo addita a k. Si ergo a c sit Per 14.
rursus.
commensa circulo, erunt omnes portiones e genere numeri, & si
potentia rhete erunt omnes, uel potentia rhete, uel circulis detra- Per 17.
rursus.
ctis, ut a k & a l recisa: & a c sit potentia secunda rhete, id est radix cu-
bica erunt omnes c d, d e, e f, potentia secunda rhete, et radices cubi-
ca numeri, seu latera corporum rhete, a k uero & a l, & huiusmodi
in infinitum recisa potentia rhete.

Ex hoc patet, quod cum circulus possit diuidi in infinita gene- Cor^m.
ra quantitatum, quæ non sunt inuicem commensæ cumq; coniu- Per penulti-
mam uigesi-
mi Element.
ctiones hæ semper in eodem genere maneant, quod infinita pun-
cta, & infinitis in speciebus quantitatum remanebunt in quibus a
& b in perpetuum nunquam conuenient. Velut si coniunctio pri-
ma fiat in R cu. $\frac{1}{2}$ alicuius circuli, nunquam conuenient, neq; in me-
dietae, neq; in quarta parte, nec octaua, nec tertia, nec sexta, nec no-
na, nec quinta, nec decima, & sic de singulis in genere commensa-
rum toti circulo. Neque in R quadrata $\frac{1}{2}$ uel $\frac{1}{3}$ uel $\frac{1}{5}$ neq; R $\frac{1}{6}$ uel $\frac{1}{20}$,
neq; in R 3 m : 1, nec 2 m : R 3 nec in R R 2 aut 3 aut 7 nec in R rela-
ta alicuius numeri, nec in 2 m : R R cub. 3 nec 2 m : R cub. 4, & sic
de alijs.

Propositio quinquagesimaprima.

Operationes dictas exemplo declarare.

Supponamus in circulo prædicto a c R 7 constat, quod esse non Cor^m.
potest, quia R 7 est maior monade, ideo toto circulo, quare non po-
terit esse pars circuli, sed referetur ad quantitatem certam, uelut quod
circulus sit 10. semper ergo diuidemus R 7, seu eam portionem per
10 quantitatem circuli & exhibit R $\frac{7}{100}$, & hæc erit portio circuli, & ita
si portio sit R cub. 16, diuidemus R cub. 16 per 10 exhibit R cu $\frac{1}{125}$, &
ita de alijs.

Sed cum ex repetitione crescat portio illa, donec exuperet mo-
nadem, aut aliquem quemuis numerum detracta monade aut nu-
mero circuituum habebit rationem recisi. Velut R $\frac{7}{100}$ quater sum-
pta efficit R $\frac{28}{100}$. Et hoc est potentia rhete, sed si quis auferat mona-
dem fiet R $\frac{112}{100}$ m : 1, & hoc est recisum 1, scilicet 1 p : R v : $\frac{28}{25}$ m : R $\frac{28}{25}$, sed ta-
men uerè est linea media.

Quod uerò non contingat coniungi in alio loco, neque tem-
pore sit, ut a b iungantur in c, & sit reuolutio a triplex integra, & b

D 3 sexcuplex,

sexcuplex, & tempus totum decem annorum: ita ut a c sit tertia pars circuitus, & a circuitus tres anni, & quia circuitus b sunt sex cum tertia, diuidemus decem per $6\frac{1}{3}$ exit $1\frac{11}{15}$, dico quod non prius, neque in alio puncto. Si enim primùm in eodem puncto, & gratia exempli, in quatuor annis congruit enim, & b dicamus quod peregerit duas reuolutiones cum tertia, hoc enim est necessarium, si debet peruenire ad c, & erunt anni tres, & $\frac{11}{15}$, non ergo anni quatuor. Cum enim tempora diuersa diuiduntur per numeros habentes proportionem erunt, qui prodeunt numeri in eadem ratione. Diuiso ergo 10 per $1\frac{11}{15}$ exit $6\frac{1}{3}$, & diuiso 4 per $1\frac{11}{15}$ exit $2\frac{8}{17}$, igitur $6\frac{1}{3}$ ad $2\frac{8}{17}$, ut 10 ad 4, igitur $\frac{8}{17}$ non potest esse æquale $\frac{1}{3}$. Si enim per præcedentem repetuntur, ergo non possunt redire, donec iterum coniungantur in ipso a. Si enim aliter sit ut ex e, igitur e c est æqualis a c pars toti, quod contingere non potest. Sin uerò coniunctio fiat in d, igitur per præcedentem d e est pars a c submultiplex quomodolibet, quare non fuerunt assumpti primi numeri. Veluti in exemplo constituimus, quod a, & b conueniunt in c in decem annis, & a c est tertia pars circuitus: ergo in triginta annis conueniunt in a, & in quadraginta rursus in c. si ergo quis assumpsisset quadraginta annos ab initio pro congressu, & diuisisset per $1\frac{11}{15}$ exiret $25\frac{1}{3}$, & si per 3 exiret $13\frac{1}{3}$, & manifestum est, quod uterque numerus potest diuidi per eundem numerum, utpote 4 & exit numerus cum eadem parte scilicet $6\frac{1}{3}$ & $3\frac{1}{3}$ ergo conuenient ante, non ergo assumpsisti minimos in ea proportionem. Illi autem nequaquam amplius diuidi non possunt eodem modo.



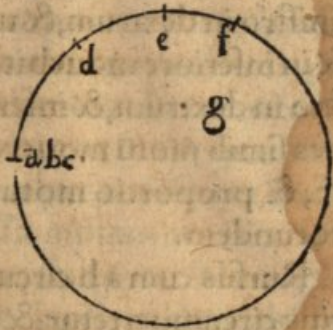
Decem	Quatuor
3	$3\frac{1}{3}$
$1\frac{11}{15}$	$6\frac{1}{3}$
	$1\frac{11}{15}$ $2/\frac{8}{17}$

Propositio quinquagesimasecunda.

Tria mobilia coniuncta in eodem puncto, quorum duo, & duo conueniant in partibus incommensuris inter se, in perpetuum in nullo unquam puncto conuenient.

60^m. Sint a b c iuncta, & primo iungantur a & b, iterum in d & b, & c in e, & sint a d, a e incommensuræ, dico quod a b c nunquam conuenient in aliquo puncto, seu primo, seu alio à primo: si non conueniant

ueniant in f, erunt ergo in g tempore re-
 uolutiones integræ, & portio a f in super.
 Et quia hæc constituuntur per congressus
 b cum a, & sunt spatia a d, & b cum c, &
 sunt spatia e f, igitur spatium a ferit ex ge-
 nere quantitatis a d, & a e per quinquas-
 gesimam, harum ergo erunt commensæ:
 quod est contra suppositum. Et harum
 propositionum principium est traditum

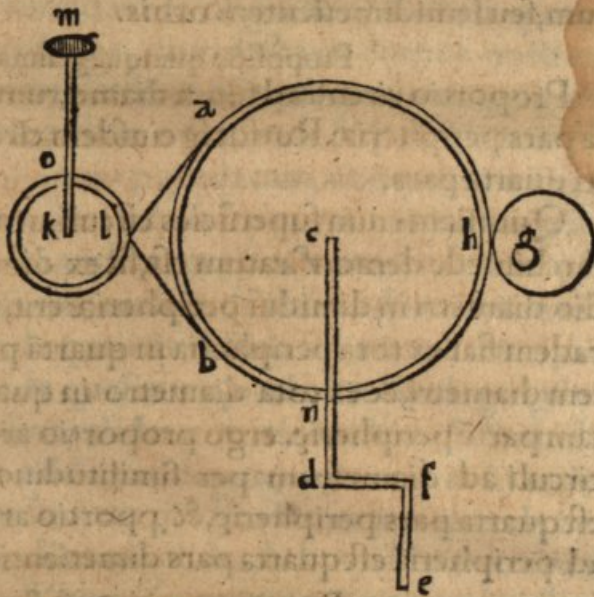


à Campano Nouariensi Euclidis expositore, in quodam libello
 non edito qui diligentia patris mei Facij ad me peruenit.

Propositio quinquagesimatertia.

Circularũ se in aduersum mouentium proportionem declarare.

Sit orbis a b cuius cen-
 trum c, manubrium c
 d f e, seu uero tangat circu-
 lum g, seu more gemmas
 sculpentium aligetur al-
 teri orbi funiculo a l b, &
 sit in uertice axis k m or-
 biculus solidus aut semi-
 circulari forma m, dico
 quod proportio motus a
 b ad motum m est produ-
 cta ex duabus proportio-
 nibus c n semidimetientis,
 & semidimetientis m ad k
 o, quare ut rectanguli c n
 in dimidium dimetientis



Co^m.

m ad quadratum o, ut enim a b ad o l orbem, id est peripheriarũ ita
 en ad o k, quoniam o l mouetur toties in una circuitione a b, quo-
 ties peripheriã o l continet in peripheria a b, ergo quoties o k con-
 tinetur in c n toties in una circuitione a b o l circumuertitur, sed
 quoties circumuertitur o l, toties etiam m, quia uterq; mouetur eo-
 dem circuitu k m axis, ergo quoties m circumducitur in circuitu a
 b toties o k continetur in c n, ergo si fiat comparatio semidimetri
 m ad c n, erit producta proportio circuitus a b ad circuitum m ex
 pportione c n ad o k, et semidimetientis m ad idẽ o k, ergo per 26
 pportio numeri circuitus unius p alterũ est, ut rectanguli sub c n,
 & semidimetiente m ad quadratum k o, quod erat demonstrandũ.

Manifestum est autem ex ipsa sola constitutione, quod si a b mo-

Co^m. x.

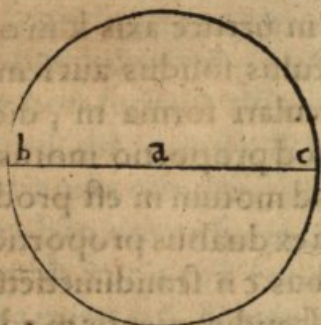
uetur sursum à dextro in sinistrum in inferiore parte, mouebitur à sinistro in dextrum, & uterq; circulorum g & k in superiore parte, & in inferiore mouebitur contrario motu, scilicet in superiore à sinistro in dextrum, & inferiore à dextro in sinistrum, illi uerò duo orbis simili motu mouebuntur tam in parte superiore, quàm inferiore, & proportio motuum eorum inter se erit uelut dimetientium eorundem.

Cor^m. 2. Rursus cum a b circumuertatur cum manubrio c d f e, tanto uelocius circumuertetur, & in ea proportione, qua d f continetur in c n, & in eodem tempore, in quo manubrium circumuertitur in eodem axis circumuertitur, & orbis, ut dictum est, ergo in eodem tempore, in quo axis circumuertitur in eodem orbis: ergo tanto tardius uidebitur moueri axis ipso orbe, quanta est proportio minoris in æqualitatis ipsius axis, seu ambitus, seu semidimetientis ad ambitum, seu semidimetientem orbis.

Propositio quinquagesimaquarta.

Proportio circuli ad suum diametrum per similitudinē est quarta pars peripheriæ. Rursusq; eiusdem circuli ad peripheriam diametri quarta pars.

Co^m. Quoniam enim superficies circuli, ut ab Archimede demonstratum est, fit ex dimidio diametri in dimidiū peripheriæ erit, ut eadem fiat ex tota peripheria in quartā partem diametri, & ex tota diametro in quartam partē peripheriæ. ergo proportio areæ circuli ad diametrum per similitudinem est quarta pars peripheriæ, & proportio areæ ad peripheriā est quarta pars dimetientis, quod erat probandum.



Propositio quinquagesimaquinta.

Proportionem medicamentorum per ordines supposita æquali proportione in ordinibus per quantitates, & proportiones demonstrare.

Co^m. Galenus libro quinto de Simplicibus medicamentis, quem sequuti sunt alij medici, ponit quatuor ordines medicamentorū iuxta qualitates calidi, frigidi, sicci, & humidi, & primus est cum medicamentū non sentitur quale sit licet operetur, uelut camemelon, absinthium, & oriza: secundus est, cum sentitur, sed non lædit, ut nuxmyristica, saluia, ozimum: tertius est cum sentitur, & lædit, sed non destruit, neque corrumpit corpus, uelut assarum apium staphisagria, cappares, myrrha, ruta: quartus est, cum destruit uelut pyretum, piper, euphorbium cape aggreffe, & sinapis, cinamomum