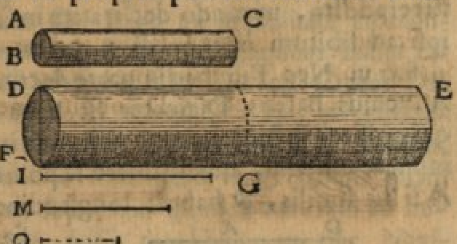
bitur ſimiliter (poſita FH æquali ipſi BA) reſiſtentiam ipſius FG ad reſiſtentiam ipſius AB eſſe ut Priſma FG ad Priſma AB, ſi diſtantia AB, hoc eſt FH foret æqualis ipſi FG: ſed eſt minor: Ergo momentum Priſmatis poſitum in G ad frangendum Priſma FG non ſufficit.

Sagr. Clariſſima & brevis eſt demonſtratio, veritatem & neceſſitatem talis Propoſitionis concludens, quæ à veriſimilitudine primo intuitu ſatis videtur remota: Neceſſe igitur foret haud parum immutare proportionem inter longitudinem & craſſitiem Priſmatis majoris, craſſius illud & brevius reddendo, ut reducatur ad ſtatum ancipitem inter fracturam & conſiſtentiam: cujus ſtatus inveſtigationem non minus ſubtilem fore credo.

Salv. Imo ſubtilior ut & operoſior: & memini me haud exiguum tempus illius impendiſſe inventioni: cujus jam Tibi facere copiam conſtitui.

Dato igitur Cylindro aut Priſmate maximæ longitudinis ſub quâ proprio ſuo non rumpitur pondere, & data aliqua longitudine majori, invenire craſſitiem alterius cujuſdam Cylindri aut Priſmatis, quod ſub data iſta longitudine unicum ſit & maximum proprio ponderi reſiſtens.

Sit Cylindris BC maximus proprio ponderi reſiſtens, & ſit DE longitudo major ipſa AC, oportet invenire craſſitiem Cylindri, qui ſub longitudine DE maximus ſit proprio ponderi reſiſtens. Longitudinum DE. AC. tertia proportionalis ſit I: & ſicut eſt I ad DE, ſit Diameter AB. ad Diametrum DF. & fiat Cylindrus FE. Dico hunc eſſe maximum & unicum inter omnes ſibi ſimiles, qui proprio ponderi reſiſtat.



Linearum DE. I. ſit tertia proportionalis M & quarta O. Et ponatur FG æqualis ipſi AC. Quoniam Diameter FD eſt ad Diametrum AB, ſicut linea DE ad ipſam I, & linearum DE. I. ipſa O eſt quarta proportionalis, Cubus ipſius FD erit ad Cubum BA, ut linea DE ad ipſam O: Atqui uti Cubus ipſius FD ad Cubum ipſius BA, ita eſt reſiſtentia Cylindri DG ad reſiſtentiam Cylindri BG. Ergo Reſiſtentia Cylindri DG eſt ad reſiſtentiam Cylindri BC, ut linea DE ad lineam O.

Et quoniam momentum Cylindri BC reſiſtentiæ ſuæ eſt æquale, ſi oſtendatur momentum Cylindri FE eſſe ad momentum Cylindri BC, ut reſiſtentia DF ad reſiſtentiam BA, hoc eſt ut Cubus ipſius FD ad Cubum ipſius BA, hoc eſt ut linea DE ad lineam O: obtinebimus id quod propoſitum eſt.

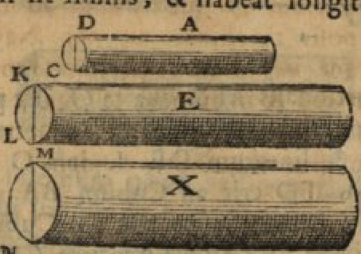
Momentum Cylindri FE eſt ad momentum Cylindri DG ut Quadratum lineæ DE ad Quadratum ipſius AC, hoc eſt ut linea DE ad ipſam I: Atqui momentum Cylindri DG eſt ad momentum Cylindri BC, ut Quadratum DF ad Quadratum BA, hoc eſt ut Quadratum ipſius DE ad Quadratum I, hoc eſt ut linea I ad ipſam O: Ergo per rationem æqualitatis; Ut momentum Cylindri FE ad momentum Cylindri BC, ſic linea DE, ad ipſam O, hoc eſt Cubus DF ad Cubum BA, hoc eſt reſiſtentia baſeos DF ad reſiſtentiam baſeos BA: Et hoc eſt illud quod quærebatur.

Sagr. Prolixa adeo eſt hæc demonſtratio, ut tantum ſemel audita difficulter memoria retineri poſſit: quare vellem, ut eam denuo repetere non detrectares.

Salv. Faciam quod jubes; ſed præſtaret forſan aliam expeditam magis & brevem adducere, quare aliquanto diverſam oportebit conſtituere figuram.

Sagr. Eo majori me Tibi obſtringes favore; præſertim ipſi hoc ſuperaddito, ut modo declaratam in ſcriptis mihi communices: quo ipſi ad libitum operam dare queam.

Salv. Nec Tibi hac in parte decro. Intelligamus jam Cylindrum A, cujus baſeos Diameter ſit linea DC, & ſic hic A maximus, qui poſſit ſe ſuſtinere, quo volumus invenire majorem, etiam maximum & unicum, qui ſuſtinere ſe poſſit; Intelligamus alium qui ipſi A ſi ſit ſimilis, & habeat longitudinem æqualem lineæ datæ, qui



ſit v: gr. E cujus baſeos Diameter ſit KL: & linearum DC. KL ſit tertia proportionalis M N, quæ ſit Diameter baſeos Cylindri X longitudine æqualis ipſi E. Dico Cylindrum hunc X eſſe eum qui quærebatur.

Quoniam reſiſtentia DC, ſe habet

habet ad resistentiam KL ut Quadratum DC ad Quadratum KL, hoc est ut Quadratum KL ad Quadratum MN. hoc ut Cylindrus E ad Cylindrum X. hoc est ut momentum E ad momentum X: Atqui resistentia KL est ad resistentiam MN, ut Cubus KL ad Cubum MN, hoc est ut Cubus DC ad Cubum KL hoc est ut Cylindrus A ad Cylindrum E, hoc est ut momentum A ad momentum E: adeoque per analogiam perturbatam, ut resistentia DC ad resistentiam MN, ita momentum A ad momentum X: adeoque Cylindrus X est in eadem constitutione momenti cum Cylindro A.

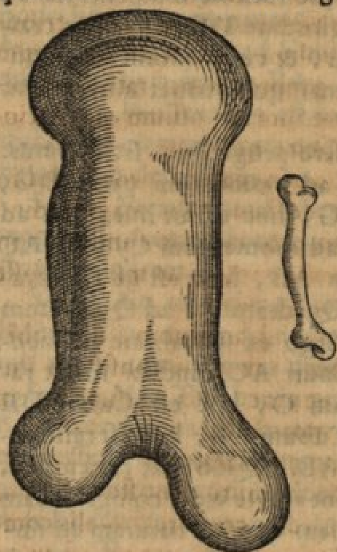
Sed generalius facere volo hoc Problema; quare Propositio sit talis.

Dato Cylindro AC, cum qualicunque ratione momenti sui ad suam resistentiam: & data quavis longitudine DE; invenire crassitiem Cylindri cujus longitudo sit DE, & cujus momentum eandem ad suam resistentiam habeat rationem, quam habet momentum Cylindri A ad suam resistentiam.

Resumta superiori figura & eodem fere progressu, sic dicimus. Vide pag. 113
Quoniam momentum Cylindri FE est ad momentum partis DG, ut Quadratum ED ad Quadratum FG, hoc est ut linea DE ad ipsam I: & momentum Cylindri FG ad momentum Cylindri AC est ut Quadratum FD ad Quadratum AB, hoc est ut Quadratum DE ad Quadratum I, hoc est ut Quadratum I ad Quadratum M, hoc est ut linea I ad ipsam O: Ergo ex æqualitate momentum Cylindri FE ad momentum Cylindri AC eandem habet rationem, quam habet linea DE ad ipsam O, hoc est Cubus DE ad Cubum I; hoc est Cubus FD ad Cubum AB, hoc est resistentia baseos FD ad resistentiam baseos AB. Quod erat faciendum.

Ex iis, quæ hucusque demonstrata sunt aperte vides colligi, quam impossibile sit non artem solum, sed ipsam quoque naturam ad immensam vastitatem suas augere posse machinas: ut nec Navigia, Palatia, Templa exstrui queant vastissima, quorum remi, antennæ, trabeationes, catenæ ferreæ, & in summa reliquæ consistant partes: nec arbores immensæ magnitudinis producere possit natura, cum ipsarum rami proprio gravati pondere tandem inflecterentur: sicut ipsi etiam foret impossibile, hominibus, equis aut aliis animalibus ossa concedere ita constructa, ut subsistere & habita proportione munia sua obire queant, cum talia animalia ad immenſam augeri deberent altitudinem, niſi materia adhibeatur quæ ultra communem & dura ſit & reſiſtens; aut talia oſſa ad eam deducantur craſſitiem, quæ omni careat proportione; unde poſtea & figuram animalis & aſpectum enormitatem monſtrorum ſortiri neceſſe eſt. Quo forſan reſpexit ſagiciſſimus meus Poëta, cum quam maximum deſcribens Gigentem dicit, ipſum, quantamcunque obtineat longitudinem, ſi immenſam habeat craſſitiem, conſiſtere minime poſſe.

Et ut exiguum eorum, quæ dico, exhiberem ſpecimen, deſignavi figuram oſſis vulgari triplo longioris, quod habita proportione ad eam efformatum eſt craſſitiem, ut in majori animali eadem ratione ſuo fungi poſſit officio, qua minus os in animali minori: qualium oſſium hæ ſunt figuræ; ubi vides quantopere omni proportione deſtitutam acquirat figuram, illud os, quod ſic adauctum eſt.



Ex quibus manifeſtum eſt, quod, ſi quis in vaſtiſſimo gigante eandem ſervare vellet proportionem, quam membra in ordinario habent homine, oporteret aut multo duriorem invenire materiam & magis reſiſtentem ad efformanda oſſa; aut concedere, illius conſiſtentiam proportione habita multo fore flaccidiorem ea, quæ in mediocris ſtaturæ hominibus deprehenditur; alias illos ad immenſam altitudinem excreſcentes proprio pondere oppreſſos cadere videremus: cum è contra, dum diminuuntur corpora, non eadem proportione vires diminui, ſed in minoribus fortitudinem majori proportione accreſcere videamus. Quare minorem canem duos aut tres alios ejuſdem ſecum magnitudinis dorſo impoſitos portaturum eſſe credo; cum equum ne unum quidem magnitudine ſibi æqualem equum portare poſſe putem.

Simp. At vero ſi res ita ſe habet, magnam dubitandi occaſionem mihi præbent iſtæ quas in piſcibus videmus, immenſæ moles, quæ ut balena, decem quidem, ut audivi, Elephantos magnitudine exæquans, tamen ſuſtinere ſe poſſunt.

Salv.

Salv. Dubium Tuum, Dom: Simp. me eò ducit, ut unam adhuc reperiam conditionem, non antea à me deprehensam, cujus ope etiam Gigantes & reliqua vastissima animalia consistere possint, & se movere non minus quam minora: & hoc fieret, non si solum major fortitudo addatur ossibus & aliis partibus, quorum munus est ut & proprium & superaccedens sustineant pondus; sed, structura ossium easdem servante proportiones, omnino eodem modo, imo adhuc facilius eædem consisterent fabricæ, si tali porportione diminuaturgravitas materiæ ossium, ut & gravitas carnis aut reliquorum, quæ inniti ossibus debeant. Et hoc artificio usa est natura in piscium fabrica, ossa & musculos non solum leviores sed absque omni gravitate struendo.

Simp. Equidem video Dom: Salv. quo Tuus tendat discursus: Vis dicere, cum habitaculum piscibus elementum aquæ sit tributum, quæ sua soliditate, aut, ut alii volunt, gravitate corporum in ea immersorum pondus diminuit, propter hanc rationem piscium materiam non ponderantem absque illorum ossium gravitatione sustineri posse: Hoc autem non sufficit: quia, licet reliqua piscium substantia non gravitet, ossium tamen materia procul dubio gravitare debet; & quis dicet balenæ costam trabi magnitudine æqualem non quam plurimum gravitare, & in aqua fundum non petere? Sequi itaque deberet in tam vasta mole illas minime posse subsistere.

Salv. Acutè opponis; & ut Tuo respondeam dubio, dic mihi; utrum observaveris pisces, quoties libet, sub aqua consistere immobiles, ita ut nec ad fundum descendant, nec ad superficiem eleventur, absque ulla vi ad natandum necessaria.

Simp. Hæc observatio quam maxime est clara.

Salv. Quod itaque pisces in media immoti consistere possint aqua, efficacissimo est argumento, illorum corporeæ molis compagem exæquare gravitatem in specie ipsius aquæ, ita ut, si in ea quædam partes aqua graviores inveniantur, necessario requiratur, ut etiam aliæ sint tantundem leviores; quo comparari possit æquilibrium. Quare si ossa graviora sint, necessum est, ut musculi & reliqua materia sint leviores; & hi suam levitatem ossium gravitati opponant: ita ut in aquaticis accidat contrarium ei quod in terrestribus animalibus contingit, hoc est, ut in hisce & proprium & carnis sustinere pondus sit ossium; in istis vero caro & propriam & ossium

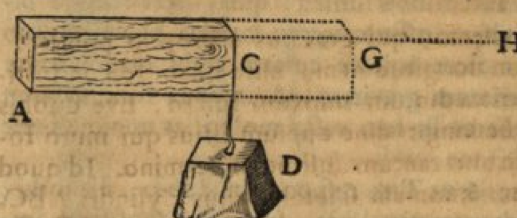
oſſium ſuſtineat gravitatem. Adeoque non amplius mirandum eſt quod in aqua, non vero ſupra terram hoc eſt in aëre vaſtiſſima dari poſſint animalia.

Simp. Contentus ſum, & ulterius noto, illa animalia, quæ nos terreſtria dicimus, majori cum ratione aërea debere dici; cum in aëre revera vivant, aëre ſint circumdati, & in aëre reſpirent.

Sagr. Placet mihi & Dom: Simp: dubium & ejus ſolutio. Et præterea comprehendo facile, aliquem ex immenſis iſtis piſcibus in terram protractum non diu ſe poſſe ſuſtinere: ſed laxatis oſſium juncturis, illorum molem eſſe conciſuram.

Salv. Ego jam inclino ad idem credendum: nec multum abeſt, ut credam, idem vaſtiſſimo iſti contingere debere navigio, quod maris ſuperficiei innantans propter ſuum pondus non diſſolvitur, licet tanta mercium & armorum copia ſit oneratum; quod, ſi in ſiccum delatum & aëre circumdatum eſſet, diffinderetur.

Sed noſtram proſequamur materiam, & demonſtremus, quomodo poſſimus



Dato Priſmate aut Cylindro cum ſuo pondere & pondere maximo quod ab ipſo ſuſtinetur, invenire maximam longitudinem, ultraquam ſi à ſolo prolongetur, ſuo pondere diſrumperetur.

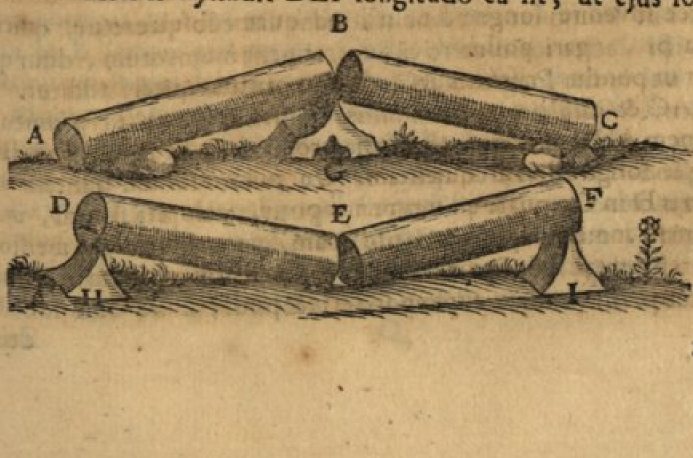
Sit datum Priſma AC cum ſuo proprio pondere, & ſimiliter datum pondus D maximum quod ab extremitate C poſſit ſuſtineri: oportet invenire longitudinem, ad quam abſque ruptura dictum Priſma prolongari poſſit.

Fiat ut pondus Priſmatis AC ad compoſitum quod ſit ex pondere ipſius AC & duplo pondere ipſius D, ita longitudo AC ad longitudinem AH: inter quas ſit media proportionalis AG: Dico iſtam AG eſſe longitudinem quæſitam. Quoniam momentum gravitans ponderis D in C æquale eſt momento ponderis dupli ipſius D, quod poſitum ſit inmedio ipſius AC, ubi etiam centrum momenti Priſmatis AC: reſiſtentiæ it ur Priſmatis AC momentum æquivalet gravitationi compoſiti quod,ex duplo ponderis & pondere AC compoſitum, ſimili-

ſimiliter in medio ipſius AC affigitur. Cum jam factum ſit, ut momentum eorum ponderum ſic poſitorum, hoc eſt compoſiti ex duplo D & AC, ad momentum HC, ita linea HA ad lineam AK, inter quas linea AG eſt media; erit momentum dupli D cum momento AC ad momentum AC, ut Quadratum GA ad Quadratum AC. Atqui momentum premens Priſmatis GA eſt ad momentum ipſius AC, ut Quadratum GA ad Quadratum AC: Ergo longitudo AG eſt maxima quæ quærebatur, hoc eſt illa, ad quam Priſma prolongatum ſe ſuſtinet, ultra vero eam extenſum diſrumpitur.

Conſideravimus hucuſque momenta & reſiſtentias Priſmatum & Cylindrorum ſolidorum, quorum una extremitas immota fuit poſita, alteri vero applicata fuit potentia ponderis prementis, ſpectantes aut illud pondus eſſe ſolum, aut cum gravitate ſolidi conjunctum; aut etiam ſolam gravitatem ipſius ſolidi. Jam autem paululum diſcurrere libet de iiſdem Priſmatis & Cylindris, qui utrâque ſuſtinentur extremitate, aut qui uni ſoli puncto inter extremitates ſumpto innituntur.

Et primo dico, Cylindrum, qui gravatus à proprio pondere, reductus ſit ad maximam longitudinem, ultra quam ſe non ſuſtineret, ſive ſuſtineatur in medio uni innixum fulcro, ſive duobis ad extremitates; poſſe eſſe longitudine duplum iſtius qui muro foret infixus, hoc eſt qui in uno tantum ſuſtinetur termino. Id quod per ſe ſatis eſt manifeſtum: quoniam ſi intelligamus Cylindri ABC. medietatem AB ſummam eſſe longitudinem, ſub qua ſe poſſit ſuſtinere dum fixa manet in termino B, eodem modo ſe ſuſtinebit, ſi fulcro G impoſita ab altera medietate BC contraponderatur. Et ſimiliter ſi Cylindri DEF longitudo ea ſit, ut ejus ſolum-



modo

modo medietas se possit sustinere, dum fixa est in termino D, & consequenter etiam altera EF fixa in termino F, manifestum est, si fulcra H. I. supponantur extremitatibus D. F; quodcunque potentiæ aut ponderis momentum accesserit in E, ibi fieri debere rupturam.

Quod subtiliorem requirit speculationem hoc est, quando, à propria istorum solidorum gravitate abstrahendo, propositum nobis est investigare, utrum ista potentia aut pondus, quod medio applicatum Cylindri, in suis extremitatibus suffulti, ad eum rumpendum sufficeret, eundem posset producere effectum, si alio extremitatum alterutri magis vicino applicetur in loco. Ut Ex: gr: Si baculum fracturi eum ad utramque extremitatem manibus teneamus, & genui applicemus, utrum eadem potentia, quæ ipso hunc in modum diffringendo sufficeret, similiter satis valida esset, si genu ponatur non in medio baculi, sed in loco extremitatum alterutri magis vicino.

SAGR. Hujus Problematis mentionem fecisse Aristotelem puto in Quæstionibus suis Mechanicis.

SALV. Non omnino quæsitum Aristotelis idem est, cum nihil quærat aliud, quam ut rationem reddat, quare minor requiratur potentia ad istum baculum frangendum, si illum ad utramque extremitatem manu prehendamus, hoc est in locis à genu quam maximæ remotis, quam si eam teneremus in vicinioribus; cujus rei generalem affert rationem, eam ad longiorem Vectem reducens, quando brachia longius extensa extremitates cum violentia apprehendunt. Nostrum autem quæsitum aliquid amplius superaddit, dum inquirimus, utrum genu in medio posito aut alio in loco, & utraque manu semper extremitatibus prehensis, eadem potentia cuilibet situi sufficiat.

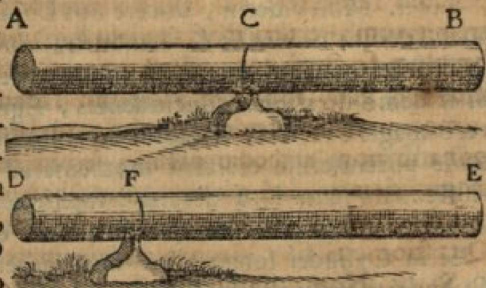
SAGR. Primo intuitu hoc affirmandum esse videretur, quoniam duo isti Vectes idem certo modo retinent momentum, dum quantum uni in sua longitudine detrahitur tantum alteri additur.

SALV. Vides jam, quam sint æquivocationes in promtu, & quam caute ac circumspecte sit procedendum ne in illas incidamus. Id quod Tu dicis, & quod revera primo intuitu tantam habet verisimilitudinem, si postea restringatur, adeo est falsum, ut, sive genu, quod vectium est fulcrum, sit positum in medio sive non, tantam inducat diversitatem, ut istius potentiæ, quæ ad ruptuam in medio efficiendam sufficeret, si ea alio loco fieri

debeat,

debeat, interdum nec quadruplo, nec decuplo, nec centuplo, nec millecuplo uti ſufficiat. Primo generaliter hoc quodammodo conſiderabimus, ad ſpecialem deinde determinationem Propoſitionis perventuri, juxta quam variantur potentiæ, prout in uno puncto potius quam in alio fractio debeat fieri.

Deſignemus primo hoc lignum AB, quod rumpendum eſt in medio ſupra fulcrum C; & deinde deſignemus idem, ſed ſub characteribus D. E, quod diffringi debet ſupra fulcrum F remotum à medio. Primo manifeſtum eſt, cum diſtantiæ AC. BC. ſint æquales, potentiam in extremitatibus B. A, æqualiter fore diviſam. Secundo, quoniam diſtantia DF deficit à diſtantia AC, momentum potentiæ in D poſitæ deficit à momento



in A, hoc eſt poſito in diſtantia CA, idque juxta rationem lineæ DF ad lineam AC; & per conſequens oportet illud augere ad æquandam aut ſuperandam reſiſtentiam ipſius F. At vero diſtantia DF reſpectu diſtantiæ AC in infinitum diminui poteſt. Ergo oportet ut in infinitum augere poſſimus potentiam quæ applicabitur in D ad exæquandam reſiſtentiam in F.

Sed è contra, prout diſtantia FE creſcit ſupra CB, diminuere oportet potentiam in E ad æquandam reſiſtentiam in F: Sed diſtantia FE reſpectu ipſius CB non poteſt creſcere in infinitum, retrahendo fulcrum F verſus terminum D, imo ne duplum quidem: Quare potentia in E ad æquandam reſiſtentiam in F medietate potentiæ in B ſemper erit major. Comprehenditur itaque neceſſario in infinitum augeri debere momenta compoſiti ex potentiis in E & D, ad æquandam aut ſuperandam reſiſtentiam poſitam in F, prout fulcrum F continue ad extremitatem D propius accedit.

Sagr. Quid dicemus, Dom: Simp: nonne confiteri oportet Geometriæ virtutem omnibus aliis efficacius eſſe inſtrumentum ad acuendum ingenium, illudque diſponendum, ut perfecto ratiocinio & ſpeculationi ſit aptum? & maxima cum ratione voluiſſe Platonem, ut ſui diſcipuli Mathematicis prius imbuti eſſent ſcientiis.

Ego licet optime Vectis conceperim facultatem, quomodo accreſcente aut deſcreſcente ejus longitudine, augeatur aut diminuatur potentiæ & reſiſtentiæ momentum: in præſentis tamen determinatione non parum equidem, ſed infinite fallor.

SIMP. Ego profecto comprehendere incipio, Logicam quantumvis præſtantiſſimum inſtrumentum ad dirigendum noſtrum diſcurſum, in incitatione mentis ad inventionem, minime attingere ad acumen Geometriæ.

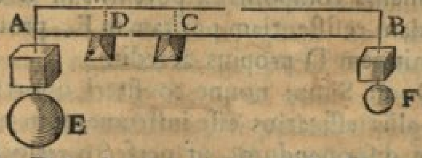
SAGR. Mihi videtur, docere nos Logicam, quomodo dignoſcamus, utrum diſcurſus & demonſtrationes jam facti & inventi ſatis firmiter concludant; illam autem docere viam diſcurſus inveniendi & demonſtrationes concludentes, Ego revera minime credo. At vero magis è re erit, ſi Dom: Salv: nobis demonſtret quâ proportione potentiarum creſcant momenta ad ſuperandam ejuſdem ligni reſiſtentiam juxta loca diverſa à fractione.

SALV. Proportio, de qua quæritis. ea forma procedit, ut

Si in Cylindri longitudine duo notentur loca, quibus iſtius Cylindri velimus fieri fracturam, eorundem locorum reſiſtentiæ eandem inter ſe habeant rationem, quam habent Rectangula facta à diſtantiis eorundem locorum contrarie ſumptorum.

Sint potentiæ A. B. minimæ quæ rumpere poſſint in C & ſimiliter potentiæ E. F. minimæ quæ rumpere poſſint in D. Dico potentias A. B. ad potentias E. F. eandem habere rationem, quam habet rectangulum ADB ad rectangulum ACB.

Quoniam potentiæ A. B. ad potentias E. F. rationem habent compoſitam ex ratione potentiarum A. B. ad potentiam B: ex ratione potentiæ B ad potentiam F, & ex ratione potentiæ F ad potentias F. E. Sed ut potentiæ A. B, ſunt ad potentiam B, ita ſe habet longitudo BA ad AC: & ſicut potentia B eſt ad potentiam F, ita eſt linea DB ad lineam BC: & ſicut potentia F eſt ad potentias F. E. ſic eſt linea DA. ad lineam AB: Ergo potentiæ AB. ad potentias EF rationem habent compoſitam ex hiſce tribus: hoc eſt. Rectæ BA ad AC. Rectæ DB ad BC & Rectæ DA ad AB.



Atqui ex duabus DA ad AB & BA ad AC, componitur ratio DA ad AC: Ergo potentiæ A. B. ad potentias E. F. rationem habent compoſitam ex rationibus DA ad AC & DB ad BC:

Atqui

Atqui rectangulum ADB ad rectangulum ACB rationem habet compositam ex iisdem rationibus DA ad AC & DB ad BC: Ergo potentiæ A. B. ad potentias E. F. sunt ut rectangulum ABD. ad rectangulum ACB: quod idem est ac si dicamus resistentiam ne rumpatur in C esse ad resistentiam ne rumpatur in D eandem habere rationem, quam habet rectangulum ADB. ad rectangulum ACD. Quod erat demonstrandum.

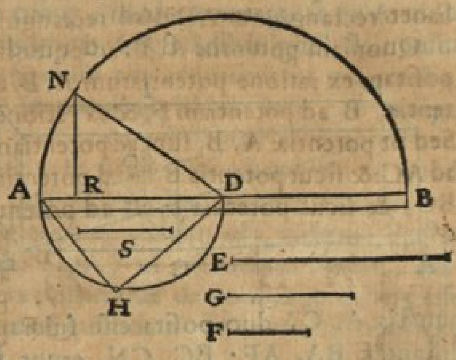
Pro Consectario hujus Theorematis facile resolvere possumus Problema satis curiosum: scilicet:

Dato pondere maximo ad Cylindri aut Prismatis medietatem erecto, ubi ejus resistentia est minima, & dato pondere, quod priori majus est: in eodem Cylindro invenire punctum, cui illud majus pondus datum applicari debeat, tanquam maximum.

Pondus datum, quod majus est pondere maximo in medio Cylindri AB appenso, ad illud ipsum maximum habeat rationem lineæ E ad lineam F, oportet in Cylindro invenire punctum, à quo datum pondus sustineatur ut maximum.

Inter duas E & F sit media proportionalis G, & fiat ut E ad G ita AD ad S, eritque S minor ipsa AD. Sit AD Diameter Semicirculi AHD, in quo accommodetur linea AH æqualis ipsi S & jungatur HD, cui sumatur æqualis ipsa DR. Dico R esse punctum quæsitum, è quo si erigatur pondus datum, quod dato maximo Cylindri medio applicato majus est, illud maximum erit.

Supra Longitudinem BA fiat Semicirculus ANB, erigaturque perpendicularis RN, & jungatur ND. Quoniam duo Quadrata NR. RD. æqualia sunt Quadrato ND, hoc est Quadrato AD, hoc est duobus Quadratis AH. HD: & Quadratum HD æquale est Quadrato DR; erit Quadratum NR hoc est rectangulum ARB. æquale



Quadrato AH hoc est Quadrato S: Atqui Quadratum S est ad Quadratum AD ut linea F ad lineam E, hoc est ut pondus maximum erectum in D ad datum pondus majus. Ergo hoc majus erigen-

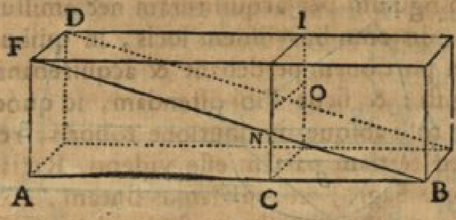
 gen-

gendum erit in R, ut maximum quod ibi sustineri possit: Id quod quærebatur.

Sagr. Optime rem capio: & ulterius considero, cum Prisma AB eò semper sit robustius, & pressioni magis resistat in iis partibus, quæ magis ac magis à medio distant, in maximis & gravioribus trabibus versus extremitates haud exiguam tolli posse partem, cum notabili ponderis diminutione; id quod in prægrandium cubiculorum trabeationibus magnam afferret commoditatem & utilitatem. Et quam maxime è re foret, invenire qualem figuram obtinere tale debeat solidum, quod in omnibus suis partibus æqualem habeat resistentiam: ita ut non facilius à quovis pondere possit dirumpi in medio, quam in quovis alio loco.

Salv. Eram jam paratus ad dicendum Tibi aliquid, quod in hoc proposito notabile satis est & elegans. Ut melius explicare me possim, talem designo figuram.

Ipsum DB est Prisma, cujus resistentia ne frangatur in extremitate AD à potentia premente in termino B, tanto minor est resistentia, quæ inveniretur in loco CI, quanto longitudo CB minor est longitudine CA: ut jam est demonstratum. Concipiatur nunc idem Prisma diagonaliter sectum juxta lineam FB, ita ut facies oppositæ sint duo Triangula, quorum unum nobis obversum sit FAB. Obtinet hoc, solidum contrariam Prismatis naturam, hoc est tantò minus resistit supra terminum C quam supra terminum A ne frangatur à potentia posita in B, quanto longitudo CB minor est longitudine BA: id quod facile demonstrabimus.



Quoniam, posita sectione CNO parallela alteri AFD, linea FA ad lineam CN in Triangulo FAB, eandem habet rationem, quam habet linea AB ad ipsam CB, ac proinde si intelligamus in punctis A. C, duo posita esse fulcra duorum Vectium, quorum distantiæ BA. AF: BC. CN. erunt similes; adeoque quale momentum habeat potentia posita in B cum distantia BA, supra resistentiam positam in distantia AF, talem habebit eadem potentia in B cum distantia BC supra eandem resistentiam, quæ foret posita

sita in distantia CN. Sed resistentia quæ in fulcro C posita ad distantiam CN, superari debet à potentia in B, tanto minor est resistentia in A, quanto rectangulum CO minus est rectangulo AD hoc est quanto linea CN minor est linea AF, hoc est quanto linea CB minor est linea BA. Ergo resistentia partis OCB ne frangatur in C, tanto est minor resistentia totius DAO ne rumpatur in A, quanto longitudo CB est minor longitudine AB.

Quare in Trabe aut Prismate DB aliquam sustulimus partem, puta dimidiam, diagonaliter eum secando, & retinuimus Cuneum aut Prisma Triangulare FBA; quæ duo Solida contrarias possideant conditiones, id est, hoc tanto plus resistit, quanto fit brevius: & illud dum brevius redditur, tantundem ex suo robore deperdit. Cum itaque hoc ita se habeat, rationi consentaneum, imo necessarium videtur, talem posse dari sectionem, qua demto superfluo, talis figuræ solidum remaneat, quod in omnibus suis partibus æqualiter possit resistere.

SIMP. Maxime necessarium est, ubi datur transitus à majori ad minus, ibi etiam inveniri æquale.

SAGR. In eo autem jam rei cardo vertitur, ut via inveniatur, juxta quam, ad talem sectionem efficiendam, serra debeat duci.

SIMP. Satis facile mihi illud opus esse videtur; quoniam si sectione Prismatis diagonali sublata ejus medietate, residua figura naturam retineat contrariam naturæ Prismatis integri, ita ut omnibus in locis, quibus hoc acquirit robur, illud alterum tantundem perdat; puto, si viam medii teneamus, hoc est si istius dimidii auferamus semissin, remanentem figuram nec acquisituram nec amissuram esse ullam fortitudinem, in omnibus iisdem locis, in quibus duæ reliquæ figuræ æqualem portionem perdebant & acquirebant.

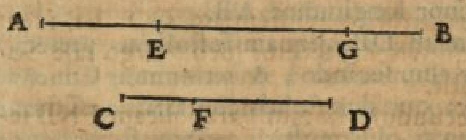
SALV. Non acu rem tetigisti: & sicut Tibi ostendam, id quod à Prismate resecari potest & tolli absque diminutione roboris, revera illius non quartam, sed tertiam partem esse videbis. Restat jam (id quod indicavit Dom: Sagr:) ut reperiamus lineam, juxta quam procedere debeat serra; illamque demonstrabo debere esse Parabolicam. Sed prius Lemma quoddam demonstrari oportet, quod est tale.

Si sunt duæ Libræ aut Vectes à suis fulcris ita divisæ, ut duæ distantiæ, ad quas poni debent potentiæ, inter se rationem habeant duplicatam distantiarum, ad quas sunt resistentiæ: quæ resisten-

 tiæ

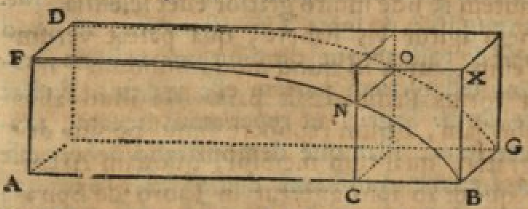
tiæ inter ſe ſint ut illorum diſtantiæ: Dico potentias ſuſtinentes fore æquales.

Sint duo Vectes AB. CD, ſupra ſua fulcra E. F. ita diviſi, ut diſtantia EB ad diſtantiam FD duplicatam habeat rationem ejus, quam habet diſtantia EA ad FC. Dico potentias, quæ in B. D. reſiſtentias ipſorum A. C. ſuſtinebunt, fore inter ſe æquales.



Ponatur linea EG media proportionalis inter EB & FD: quare erit ut BE ad EG, ita GE ad FD & AE ad CF, & ſic etiam poſitum eſt ſe habere reſiſtentiam ipſius A ad reſiſtentiam ipſius C. Et quoniam eſt ut EG ad FD, ita AE ad CF, erit permutando ut GE ad EA ita DF ad FC, & idcirco (quia duo Vectes DC. GA. in punctis F. E. proportionaliter diviſi ſunt) quando potentia, quæ poſita in D exæquat reſiſtentiam ipſius C, foret in C, illa exæquaret eandem reſiſtentiam poſitam in A: ſed per datum reſiſtentia ipſius A ad reſiſtentiam ipſius C, eandem habet rationem quam AE ad CF, hoc eſt quam BE ad EG: Ergo potentia C, aut, ſi dicere volumus, D poſita in B, ſuſtinebit reſiſtentiam C, poſitam in A. Quod erat demonſtrandum.

Hoc jam percepto; in Priſmatis DB facie FB. deſcripta ſit linea Parabolica FNB, cujus vertex B: juxta quam ſectum ſit Priſma, ita ut remaneat ſolidum comprehenſum à baſi AD, à plano rectangulo AG, à linea recta BG, & à ſuperficie DGBF, incurvata ſecundum curvitatem lineæ Parabolicæ FNB. Dico Solidum illud æqualiter ubique reſiſtere.



Sit illud ſectum à plano CO ipſi AD parallelo, & intelligantur duo vectes diviſi & poſiti ſuper fulcris A. C: & unius diſtantiæ ſint BA. AF, & alterius BC. CN. Quoniam in Parabola FBA. eſt AB ad BC, ut Quadratum FA ad Quadratum CN, manifeſtum eſt diſtantiam BA unius vectis ad alterius diſtantiam BC duplicatam habere rationem ejus, quam

quam habet altera distantia AF ad alteram CN. Et quia resistentia æquanda in Vecte BA ad resistentiam æquandam in Vecte BC, eandem habet rationem, quam habet rectangulum DA ad rectangulum OC; quæ est eadem, quam habet linea AF ad lineam NC, quæ sunt duæ reliquæ distantiæ Vectium; per præcedens Lemma manifestum est, eandem potentiam, quæ applicata lineæ BG exæquat resistentiam DA, etiam exæquaturam resistentiam CO. Et idem demonstrabitur, si solidum quovis alio secetur loco: Ergo tale Solidum æqualiter ubique resistit.

Deinde, quod Prismati secundum lineam Parabolicam FNB secto, tertia pars auferatur, hoc modo patet: Quia Semiparabola FNBA, & rectangulum FB bases sunt duorum Solidorum inter duo plana parallela comprehensorum, hoc est inter rectangula FB. DG: quare eandem in se retinent rationem cum suis basibus. Atqui rectangulum FB sesquialterum est Semiparabolæ FNBA: Ergo Prisma juxta lineam Parabolicam secando, tertia aufertur pars.

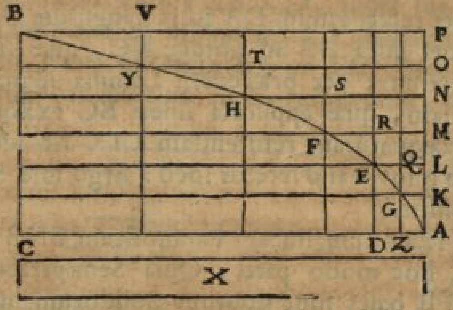
Unde patet, quomodo singulis librarum centenariis auferendo triginta tres exstrui queant trabeationes absque ulla diminutione roboris; id quod in majoribus Navibus haud exiguum afferre poterit fructum; quoniam in talibus fabricis infinitum levitas præbet momentum.

Sagr. Tot ac tantæ sunt utilitates, ut eas omnes enumerare longum, imo impossibile sit: Sed Ego iis omissis, intelligere potius desiderarem, istam gravitatis diminutionem fieri secundum proportionem assignatam. Optime capio, sectionem Diagonalem semissin auferre ponderis: alteram vero Parabolicam tertiam Prismatis partem auferre credere possum Dom: Salv: gratia, qui semper verum dicit: in hac autem re fide multo gratior esset scientia.

Salv. Demonstrationem igitur vis habere, qua pateat verum esse, quod Prismatis excessus, supra id quod modo Solidum Parabolicum diximus, tertia totius Prismatis sit pars. Me illud aliàs demonstrasse scio: tentabo jam, utrum reponere simul possim demonstrationem, cujus gratia, quantum memini, quodam Archimedis utebar Lemmate, quod ab ipso affertur in Libro de Spiralibus, & sic sonat: Si quotvis lineæ æqualiter excedantur, & excessus sit æqualis minimæ ex istis lineis; & sint totidem aliæ, quarum singulæ sint æquales maximæ: Harum Quadrata erunt minùs quam tripla Quadratorum quæ fiunt ab istis lineis quæ excedantur.

duntur.

duntur. At vero eadem erunt plus quam tripla reliquorum, quæ post subtractum Quadratum maximæ supersunt.



Quo posito: Sit in hoc rectangulo AC BP inscripta Linea Parabolica AB, demonstrare debemus Triangulum mixtilineum BAP: cujus latera sunt BP. PA. & basis linea Parabolica BA, tertiam esse partem totius rectanguli CP. Quoniam si non sit tertia pars, erit vel major vel minor.

Si possit esse minor, illius defectui ponamus æquale esse spatium X. Dividendo deinde rectangulum CP continue lineis quæ lateribus BP. CA. parallelæ sunt, in partes, æquales: accedemus tandem ad tales partes, ut una illarum spatio X sit minor. Sit jam OB unum ex istis rectangulis, & per puncta, in quibus reliquæ parallelæ lineam Parabolicam secant, ducantur lineæ parallelæ ipsi AP: & hic concipiam circa nostrum Triangulum mixtilineum descriptam figuram composiram ex rectangulis: quæ sunt BO. IN. HM. FL. EK. GA. quæ figura minor certe erit tertia parte rectanguli CP, cum excessus ejusdem figuræ supra triangulum mixtilineum multo sit minor rectangulo BO, quod spatio X adhuc minus est.

Sagr. Lente, quæso, progrediamur: cum non videam, excessum hujus figuræ circumscriptæ supra Triangulum mixtilineum, rectangulo BO esse multo minorem.

Salv. Nonne rectangulum BO istis omnibus rectangulis æquale est per quæ nostra linea Parabolica transit: scilicet ipsis BI. IH. HF. FE. EG. GA. quorum una solnmmodo pars manet extra Triangulum mixtilineum? præterea nonne etiam rectangulum BOpositum est minus spatio X?

Ergo si Triangulum una cum spatio X juxta Adversarium exæquet tertiam partem Rectanguli CP; figura circumscripta, quæ triangulo tantò minus quam spatium X addit, adhuc minor manebit tertia parte ejusdem rectanguli CP: Sed hoc est impossibile; quia illa est plus quam tertia pars: Adeoque verum non est, Triangulum nostrum mixtilineum tertia rectanguli parte fore minus.

Sagr.

Sagr. Dubii mei ſolutionem percepi: Sed jam demonſtrari nobis neceſſe eſt, figuram circumſcriptam eſſe plus quam tertiam partem rectanguli CP: id quod, ut credo, majus nobis faceſſet negotium.

Salv. Eh! nulla hæc res laborat difficultate. Quoniam in Parabola Quadratum lineæ DE ad Quadratum lineæ ZG eandem haeandem habet rationem, quam habet linea AD ad ipſam AZ, quæ eſt eadem quam habet rectangulum KE ad rectangulum AG, (quia altitudines AK. KL. ſunt æquales) Ergo eandem rationem quam habet Quadratnm ED ad Quadratum ZG, hoc eſt Quadratum LA ad Quadratum AK, etiam habet rectangulum KE ad rectangulum KZ. Et eodem prorſus modo demonſtrabitur de reliquis rectangulis LF. MH. NI. OB. illa inter ſe eſſe ut Quadrata linearum MA. NA. OA. PA. Conſideremus jam figuram circumſcriptam ex quibuſdam compoſitam eſſe ſpatiis, quæ inter ſe ſunt ut Quadrata linearum, ſe invicem excedentium exceſſu æquali minimæ, & rectangulum CP compoſitum eſſe ex tantundem ſpatiis, quæ ſingula maximo ſunt æqualia; cum omnia rectangula ipſi OB ſint æqualia. Ergo Triangulum mixtilireum non eſt minus tertia parte rectanguli CP.

Dico ſimiliter illud non eſſe majus: Quoniam ſi eſt plus quam tertia pars rectanguli CP, ponatur ſpatium X æquale exceſſui trianguli ſupra tertiam partem ipſius rectanguli CP: & facta diviſione & ſubdiviſione rectanguli in rectangula ſemper æqualia, eouſque tandem pervenietur, ut unum ex iſtis ſit ſpatio X minus. Sit iſta facta diviſio: & ſit rectangulum BO minus ſpatio X, deſcriptâ ut ſupra figurâ, habebimus in Triangulo mixtilineo inſcriptam figuram compoſitam ex rectangulis VO. TN. SM. RL. QK, quæ etiam non erit minor tertia parte majoris rectanguſi CP. Quoniam triangulum mixtilineum minori longe exceſſu ſuperat figuram inſcriptam, quam ſuperat tertiam partem iſtius rectanguli CP: ſiquidem exceſſus trianguli ſupra tertiam partem rectanguli CP eſt æqualis ſpatio X, quod minus eſt rectangulo BO: & hoc adhuc multo minus exceſſu trianguli ſupra figuram inſcriptam: quoniam huic rectangulo BO omnia iſta exigua rectangula AG. GE. EF. FH. HI. IB. ſunt æqualia: quorum medietate minor adhuc eſt exceſſus trianguli ſupra figuram inſcriptam. Quare augendo triangulum tertia parte rectanguli CP, multo plus eo quo (auctum ſpatio X)

R ſuam

ſuam inſcriptam figuram ſuperat: erit talis figura adhuc major tertia parte rectanguli CP, Atqui illa eſt minor per ſuppoſitum Lemma: Quoniam rectangulum CP. ut aggregatum omnium rectangulorum maximorum, ad rectangula componentia figuram inſcriptam eandem habet rationem, quam habet aggregatum omnium Quadratorum linearum maximæ æqualium ad quadrata linearum, quæ æqualiter exceduntur dempto Quadrato maximæ, ac idcirco (ut aggregato Quadratorum accidit) totum aggregatum rectangulorum maximorum (hoc eſt rectangulum CP) eſt plus quam triplum aggregati, dempto quadrato maximæ. Ergo cum triangulum mixtilineum nec majus ſit nec minus, tertia parte rectanguli CP, erit ipſi æquale.

Sagr. Elegans & ſubtilis eſt demonſtratio: eoque magis quod nobis dat Quadraturam Parabolæ, oſtendens eam eſſe ſeſquitertiam trianguli ſibi inſcripti; id quod Archimedes duobus inter ſe diverſiſſimis, ſed utriſque æque admirandis propoſitionnm multarum progreſſibus demonſtravit: Sicuti etiam poſtremo demonſtratum eſt à Luca Valerio altero Archimede, ætatis noſtræ ſecundo: quæ demonſtratio notata eſt in Libro quem de Centro gravitatis Solidorum ſcripſit.

Salv. Hic liber nulli eorum poſtponendus, qui ab hujus & præteritorum ſeculorum Celeberrimis Geometris ſcripti ſunt: quem ſimul ac noſter Academicus vidit, Inventa ſua proſequi deſtitit, quæ de eodem ſubjecto conſcribere pergebat, perſpiciens illa omnia adeo feliciter & inventa & demonſtrata eſſe à dicto Luca Valerio.

Simp. Ego de iis omnibus quæ contigerant certior factus eram ab eodem Academico: quem etiam rogaveram, ut copiam mihi faceret videndi ſuas demonſtrationes uſque in illum diem inventas, cum incideret in Librum Dom: Valerii: ſed illas videre mihi non contigit,

Salv. Ego apograhum habeo ejuſque copiam tibi faciam, quoniam videre jucundum diverſitatem methodorum, quibus Authores procedunt in iiſdem Concluſionibus earumque Demonſtrationibus inveſtigandis; cum quædam ex concluſionibus diverſas ſortiantur expiicationes, licet reuera eædem ſint.

Sagr. Gratiſſimum mihi erit illa videre; & Tu, cum ad ſolitos revertaris congreſſus, eo me proſequeris favore, ut illas tecum

cum afferas. Sed dum se ita habet, quæ spectat resistentiam solidi sectione Parabolica ex Prismate educti, quæ operatio non minus elegans est quam utilis in multis operibus Mechanicis, maxime è re Artificum foret, si facilis & expedita haberetur regula, juxta quam supra planum Prismatis talis Parabolica describi posset linea.

Salv. Multi sunt modi tales describendi lineas, sed supra omnes duo maxime expediti, quos tecum communicabo. Primus ex istis revera admirabilis est, quoniam juxta eum minori tempore, quam quo Circino quis subtiliter in charta quatuor aut sex Circulos magnitudine differentes descripserit, Ego triginta aut quadraginta lineas Parabolicas designabo, non minus accuratas, subtiles & politas, quam sint istorum Circulorum Circumferentiæ. Sumo pilam æneam exquisite rotundam, quæ nuce non sit major; hæc projecta super speculo metallino, posito in situ non ad Horizontem recto sed aliquantum inclinato, ut pila mota progredi possit, illud leviter premens; illa relinquet nobis lineam Parabolicam quam subtilissime & politissime descriptam: eamque aut largiorem aut angustiorem, prout ipsa projectio magis aut minus fuerit elevata. Ubi claro etiam & sensibili experimento comprobatum habemus, motum Projectorum per Parabolicam procedere lineam: qui effectus antea ab Amico nostro non erat observatus; cujus tamen demonstrationem affert in suo Libro de motu, quem simul in primo congressu videbimus. Istam autem pilam, qua dicto modo describere Parabolam volumus, dum eam tenemus, aliquantum manibus calefacere oportet, & humectare, quoniam tum magis apparentia super speculo relinquet vestigia.

Alter modus describendi lineam quæsitam super Prismate, sic procedit. Ad quamvis altitudioem parieti duo infigantur clavi juxta lineam horizonti parallelam, quorum ab invicem distantia duplam exæquet latitudinem rectanguli, cui inscribenda est Semiparabola; deinde duobus istis clavis appendatur tenuis catenula, ejus longitudinis, ut illius curvatura ad longitudinem Prismatis se extendat; tum ista catenula in Parabolicam se flectet figuram: adeoque si punctis ductum istius catenulæ designemus, integram descriptam habebimus Parabolam, quæ perpendiculo ex medio inter clavos puncto pendente in duas æquales dividetur partes: quam lineam in opposita Prismatis latera deinde transferre adeo erit facile, ut quivis mediocriter saltem peritus artifex illud facere queat.

Imo etiam ope linearum Geometricarum quæ Amici nostri circino inscriptæ sunt, absque ullo negotio, in isto Prismatis latere eadem per puncta designari poterit Linea.

Varias hucusque Conclusiones demonstravimus pertinentes ad speculationem harum in solidis resistentiarum ne rumpantur; aperuimusque primo ad talem scientiam introitum, resistentiam per directum ut notam supponendo; quæ consequenter ulterius progredi poterit, inveniendo alias atque alias Conclusiones cum suis Demonstrationibus ex iis, quæ in natura sunt infinitæ. Ut autem hodiernis nostris sermonibus imponamus finem, adjungere solummodo volo Resistentiarum contemplationem in Solidis vacuis, quibus ars, & magis natura in mille operationibus utitur, ubi absque augmento ponderis quam maxime accrescit robur; ut in ossibus avium videre est, & quam plurimis tubis, quæ licet leves, inflexioni & rupturæ tamen haud parum resistunt.

Sic si culmus, qui spicam toto caule sustinet multo graviorem, ex eadem materiæ quantitate, sed solidus esset factus multo minus flectioni & frectioni resisteret. Et hac ratione ars observavit & confirmavit experientia, hastam vacuam aut tubum ligneum aut metallinum multo esse firmiorem, quam si ejusdem ponderis & longitudinis existens, solida esset; quia tum consequenter etiam subtilior foret ac tenuior. Quare ars invenit modum hastas excavandi, si eas quis & leves & fortes desideret. Demonstrabimus in t im, quod

Resistentiæ duorum Cylindrorum pondere & longitudine æquarium quorum alter vacuus sit, solidus alter, eandem inter se habeant rationem, quæ est inter illorum Diametros.

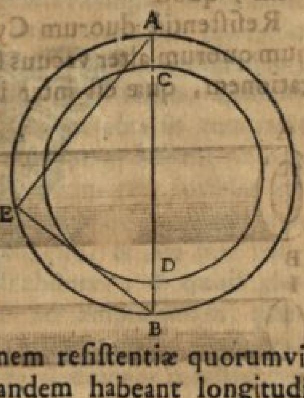
Tubus aut Cylindrus vacuus AE, & Cylindrus solidus IN, sint pondere & longitudine æquales: dico tubi AE resistentiam ne frangatur ad resistentiam Cylindri solidi IN eandem habere rationem, quam Diameter AB habet ad Diametrum. IL. Id quod satis est manifestum: quoniam tubo & Cylindro eandem ha-

habentibus longitudinem, Circulus IL, qui est basis Cylindri, erit æqualis annulo AB Tubi AE (annulum voco eam superficiem quæ residua est quando circulus minor à majori sibi concentrico subtrahitur) adeoque illorum resistentiæ absolutæ æquales erunt; sed quoniam transuersim rumpendo Cylindrum IN longitudine IN pro Vecte utimur & puncto L pro fulcro, & Semidiametro aut Diametro LI pro contra vecte; Et in tubo pars Vectis hoc est linea BE est æqualis lineæ LN; sed contravctis ultra fulcrum est Diameter aut Semidiameter AB: fit manifestum resistentiam tubi superare resistentiam Cylidri solidi juxta excessum Diametri AB supra Diametrum IL. Et hoc est idem quod quærebamus. Tubi vacui igitur robur Cylindri solidi firmitatem superat juxta rationem Diametrorum; quando nempe sunt ex eadem materia, & pondere ac longitudine æquales.

E re fore puto, si consequenter investigare pergamus, quod in reliquis indiscriminatim contingit casibus inter tubos & Cylindros solidos æque longos: licet pondere sint inæquales, & magis aut minus excavati. Et primo demonstrabimus, nos posse

Dato tubo vacuo, invenire Cylindrum plenum ipsi æqualem.

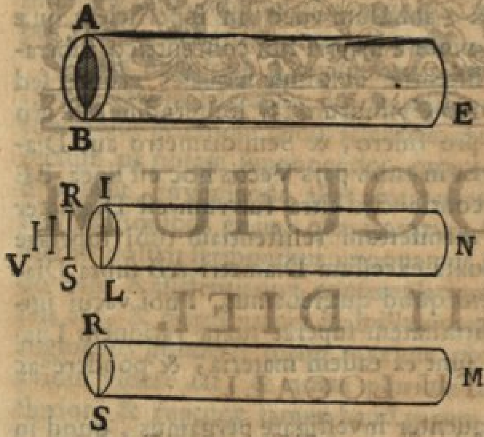
Facillima est hæc oportio. Quoniam si sit AB Diameter tubi, & CD Diameter concavi: in Circulo majori applicetur linea AE æqualis Diametro CD & conjungatur linea EB. Et quia in Semicirculo AEB augulus E rectus est, Circulus cujus Diameter est AB erit æqualis duobus Circulis à Diametris AE. EB. Sed AE est Diameter cavitatis tubi: Ergo Circulus à Diametro EB æqualis erit annulo ACBD: adeoque Cylindrus solidus, cujus baseos circulus habeat Diametrum EB, erit æqualis tubo, utpote cum ipso æqualem habens longitudinem.



Hoc demonstrato, nullo negotio poterimus

Invenire qualem habeant inter se rationem resistentiæ quorumvis Tuborum & Cylindrorum, modo eandem habeant longitudinem.

Sint Tubus ABE & Cylindrus RMS æque longi, oportet in-



venire quam rationem illorum resistentiæ inter se habeant. Per præcedentem inveniatur Cylindrus ILN æqualis Tubo & æquelongus, & linearum IL. RS (quæ sunt Diametri basium Cylindrorum IN. RM) sit quarta proportionalis linea V. Dico resistentiam Tubi AE ad resistentiam Cylindri RM esset ut linea AB ad lineam V. Quoniam, Tubo AE æquali existente & æque longo cum Cylindro IN, resistentia Tubi ad resistentiam Cylindri stabit ut linea AB ad lineam IL: Atqui resistentia Cylindri IN est ad resistenriam Cylindri RM, ut Cubus IL, ad Cubum RS. hoc est ut linea IL ad lineam V. Ergo ex æquo resistentia Tubi AE ad resistentiam Cylindri RM eandem habet rationem, quam habet linea AB ad lineam V. Id quod erat propositum.

FINIS COLLOQUII SECUNDI DIEI.

COL-

COLLOQUIUM TERTII DIEI.

DE MOTU LOCALI.

De subjecto vetustissimo novissimam promovemus scientiam. Motu nil forte antiquius in Natura; & circa eum volumina nec pauca, nec parva à Philosophis conscripta reperiuntur, Sympromatum tamen, quæ complnra, & scitu digna insunt in eo adhuc inobservata, nec dum indemonstrata comperio. Leviora quædam adnotantur: ut gratia exempli, na uralem motum gravium descendentium continue accelerari. Verum juxta quam proportionem ejus fiat acceleratio, proditum hucusque non est: nullus enim, quod sciam, demonstravit, spatia à mobili descendente ex quiete peracta in temporibus æqualibus eam inter se retinere rationem, quam habent numeri impares ab unitate consequentes. Observatum est, missilia seu projecta, lineam qualitercunque curvam designare: veruntamen eam esse Parabolam nemo prodidit. Hæc ita esse, & alia non pauca, nec minus scitu digna, à me demonstrabuntur: & quod pluris faciendum censeo, aditus, & accessus ad amplissimam, præstantissimamque scientiam, cujus hi nostri labores erunt elementa, recludet: in qua ingenia meo perspicaciora abditiores recessus penetrabunt.

Tripartito dividimus hanc tractationem. In prima parte considerbnus ea quæ spectant ad Motum æquabilem seu uniformem. In secun-

ſecunda de Motu naturaliter accelerato ſcribimus. In tertia de Motu violento, ſeu de projectis.

DE MOTU ÆQUABILI.

CIRCA Motum æquabilem, ſeu uniformem unica opus habemus definitione, quam ejuſmodi profero.

DEFINITIO.

Æqualem, ſeu uniformem motum intelligo eum, cujus partes, quibuſcunque temporibus æqualibus à mobili peractæ, ſunt inter ſe æquales.

ADMONITIO.

Viſum eſt addere veteri definitioni (quæ ſimpliciter appellat motum æquabilem dum temporibus æqualibus æqualia tranſiguntur ſpatia) particulam, quibuſcunque, hoc eſt omnibus temporibus æqualibus: fieri enim poteſt, ut temporibus aliquibus mobile pertranſeat ſpatia æqualia, dum tamen ſpatia tranſacta in partibus eorundem temporum minoribus, licet æqualibus, æqualia non ſint. Ex allata Definitione quatuor pendent Axiomata: ſcilicet.

AXIOMA I.

Spatium tranſactum tempore longiori in eodem Motu æquabili majus eſſe ſpatio tranſacto tempore breviori.

AXIOMA II.

Tempus, quo majus ſpatium conficitur, in eodem motu æquabili longius eſt tempore, quo conficitur ſpatium minus.

AXIOMA III.

Spatium à majori velocitate confectum tempore eodem majus eſt ſpatio confecto à minori velocitate.

AXIOMA IV.

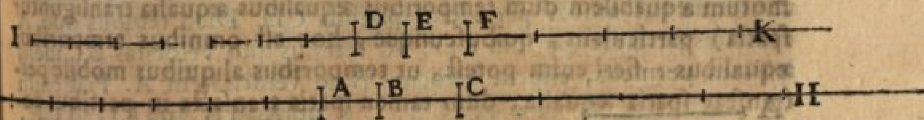
Velocitas, qua tempore eodem conficitur majus ſpatium, major eſt velocitate, qua conficitur ſpatium minus.

THEOREMA I. PROPOSITIO I.

Si mobile æquabiliter latum, eademque cum velocitate duo pertranſeat ſpatia, tempora lationum erunt inter ſe ut ſpatia peracta.

Per-

Pertranseat enim Mobile æquabiliter latum eadem cum velocitate duo spatia AB, BC, & sit tempus motus per AB, DE; tempus vero motus per BC esto EF. Dico; ut spatium AB ad spatium BC, ita esse tempus DE ad tempus EF. Protrahantur utrinque spatia, & tempora versus GH & IK, & in AG sumantur quotcunque spatia ipsi AB æqualia, & totidem tempora in DI tempori DE similiter æqualia. Et rursus in CH sumantur secundum quamcunbue multitudinem spatia ipsi CB æqualia, & totidem tempora in FK tempori EF æqualia. Erunt jam spatium BG & tempus EI, æque multiplicia spatii BA & temporis ED, juxta quamcunque multiplicationem accepta, & similiter spatium HB & tempus KE, spatii CB temporisque FE æque multiplicia in qualibet multiplicatione. Et quia DE est tempus lationis per AB, erit totum EI tempus totius BG, cum motus ponatur æquabilis, sint-



que in EI tot tempora ipsi DE æqualia, quot sunt in BG spatia æqualia BA, & similiter concludetur KE esse tempus lationis per HB. Cum autem motus ponatur æquabilis, si spatium GB esset æquale ipsi BH, tempus quoque IE tempori EK foret æquale: & si GB majus sit quàm BH, etiam IE, quàm EK majus erit: & si minus, minus. Sunt itaque quatuor magnitudines: AB prima, BC secunda, DE tertia, EF quarta, & primæ & tertiæ, nempe spatii AB & temporis DE, sumpta sunt æque multiplicia juxta quamcunque multiplicationem, tempus IE & spatium GB, ac demonstratum est hæc vel una æquari, vel una deficere, vel una excedere tempus EK, & spatium BH, æquæ multiplicia, scilicet secundæ & quartæ. Ergo prima ad secundam, nempe spatinm AB ad spatium BC, eandem habet rationem quam tertia & quarta, nempe tempus DE ad tempus EF. quod erat demonstrandum.

Theor. II. Propos. II.

Si Mobile temporibus æqualibus duo pertranseat spatia, erunt ipsa spatia inter se ut velocitates. Et si spatia sint ut velocitates, tempora erunt æqualia.

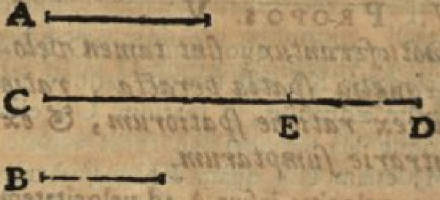
S Assum-

Aſſumpta enim ſuperiori figura ſint duo ſpatia AB, BC tranſacta æqualibus temporibus, ſpatium quidem AB cum velocitate DE, & ſpatium BC cum velocitate EF. Dico, ſpatium AB ad ſpatium BC, eſſe ut DE velocitas ad velocitatem EF; ſumptis enim utrinque ut ſupra, & ſpatiorum, & velocitatum æque multiplicibus ſecundum quamcumque multiplicationem ſcilicet GB & IE, ipſorum AB & DE, pariterque HB, KE ipſorum BC, EF, concludetur eodem modo ut ſupra, multiplicia GB, IF vel una deficere, vel æquari, vel excedere æque multiplicia BH, EK, igitur & manifeſtum eſt propoſitum.

Theor. III. Propos. III.

Inæqualibus velocitatibus per idem ſpatium latorum tempora velocitatibus è contrario reſpondent.

Sint velocitates inæquales A major, B minor, & ſecundum utramque fiat motus per idem ſpatium CD. Dico tempus quo A velocitas permeat ſpatium CD, ad tempus quo velocitas B, idem ſpatium permeat, eſſe ut velocitas B ad velocitatem A. Fiat enim



ut A ad B, ita CD ad CE, erit igitur ex præcedenti tempus, quo A velocitas conficit CD, idem cum tempore, quo B conficit CE. Sed tempus, quo velocitas B conficit CE, ad tempus quo eadem conficit CD, eſt ut CE ad CD; ergo tempus, quo velocitas A conficit CD, ad tempus, quo velocitas B idem CD conficit, eſt ut CE ad CD, hoc eſt, ut velocitas B ad velocitatem A. quod erat intentum.

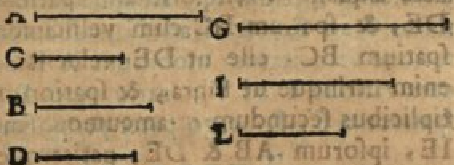
Theor. IV. Propos. IV.

Si duo Mobilia ferantur motu æquabili, inæquali tamen velocitate; ſpatia, temporibus inæqualibus ab ipſis peracta, habebunt rationem compoſitam ex ratione velocitatum, & ex ratione temporum.

Mota ſint duo mobilia E, F motu æquabili, & ratio velocitatis mobilis E ad velocitatem mobilis F, ſit ut A ad B; temporis vero, quo movetur E, ad tempus, quo movetur F, ratio ſit ut C ad D. Dico ſpatium peractum ab E cum velocitate A in tempore

C, ad

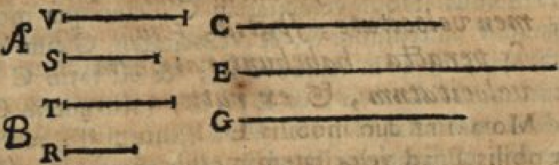
C, ad ſpatium peractum ab F cum velocitate B in tempore D, habere rationem compoſitam ex ratione velocitatis A ad velocitatem B, & ex ratione temporis C ad tempus D. Sit ſpatium ab E cum velocitate A in tempore C peractum G, & ut velocitas A ad velocitatem B, ita fiat G ad I: ut autem tempus C ad tempus D, ita ſit I ad L: conſtat I eſſe ſpatium quo movetur F in tempore eodem, in quo E motum eſt per G, cum ſpatia G, I ſint ut velocitates A, B; & cum ſit ut tempus C ad tempus D, ita I ad L: ſit autem I ſpatium quod conficitur à mobili F in tempore C; erit L ſpatium, quod conficitur ab F in tempore D cum velocitate B; ratio autem G ad L componitur ex rationibus G ad I & I ad L: nempe ex rationibus velocitatis A ad velocitatem B & temporis C ad tempus D. ergo patet propoſitum.



Theor. V. Propos. V.

Si duo Mabilia æquabili motu ferantur, ſint tamen velocitates inæquales & inæqualia ſpatia peracta, ratio temporum compoſita erit ex ratione ſpatiorum, & ex ratione velocitatum contrariè ſumptarum.

Sint duo Mobilia A, B, ſitque velocitas ipſius A ad velocitatem ipſius B ut V ad T, ſpatia autem peracta ſint ut S ad R. Dico rationem temporis, quo motum eſt A, ad tempus quo motum eſt B, compoſitum eſſe ex ratione velocitatis T ad velocitatem V, & ex ratione ſpatii S ad ſpatium R. Sit ipſius motus A tempus C; & ut velocitas T ad velocitatem V, ita ſit tempus C ad tempus E. Et cum C ſit tempus in quo A cum velocitate V, conficit ſpatium S, ſitque ut velocitas T, mobilis B, ad velocitatem V, ita tempus C ad tempus E, erit tempus E illud, in quo mobile B conficeret idem ſpatium S. Fiat tertiò, ut ſpatium S ad ſpatium



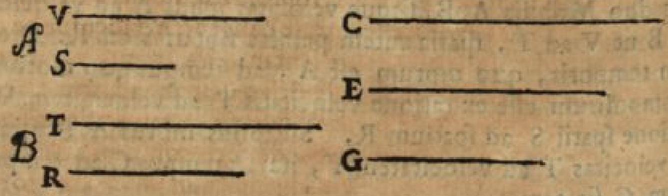
R, ita tempus E ad tempus G, conſtat G eſſe tempus, quo B conficeret ſpatium R. Et quia ratio C ad G componitur ex rationibus C ad E, & E ad G; eſt autem ratio C ad E, eadem cum ratione velocitatum mobilium A B contrariè ſumptarum, hoc eſt, cum ratione T ad V; ratio vero E ad G eſt eadem cum ratione ſpatiorum S, R. ergo patet propoſitum.

THEOR. VI. PROPOS. VI.

Si duo Mobilia æquabili motu ferantur, ratio velocitatum ipſorum compoſita erit ex ratione ſpatiorum peractorum, & ex ratione temporum contrariè ſumptorum.

Sint duo Mobilia A, B æquabili motu lata; ſint autem ſpatia ab illis peracta in ratione V ad T, tempora vero ſint ut S ad R. Dico velocitatem mobilis A ad velocitatem ipſius B habere rationem compoſitam ex ratione ſpatii V ad ſpatium T, & temporis R ad tempus S

Sit velocitas C ea cum qua mobile A conficit ſpatium V in tempore S, & quam rationem habet ſpatium V ad ſpatium T, hanc habeat velocitas C ad aliam E: erit E velocitas, cum qua mobile B conficit ſpatium T in tempore eodem S. quod ſi fiat ut tempus R ad tempus S, ita velocitas E ad aliam G; erit velocitas G illa, ſecundum quam mobile B conficit ſpatium T in tempore R.



Habemus itaque velocitatem C, cum qua mobile A conficit ſpatium V in tempore S, & velocitatem G cum qua mobile B conficit ſpatium T in tempore R; & eſt ratio C ad G compoſita ex rationibus C ad E, & E ad G: ratio autem C ad E poſita eſt eadem cum ratione ſpatii V ad ſpatium T; ratio vero E ad G, eſt eadem cum ratione R ad S. ergo patet propoſitum.

SALV. Hoc, quod jam vidimus, omnia continet, quæ noſter Author de æquabili motu ſcripſit. Quare ad ſubtilem magis & novam

vam transibimus contemplationem; illam scilicet quæ versatur, circa motum naturaliter acceleratum; qualis iste est, qui generaliter servatur à mobilibus gravibus descendentibus: cujus ecce titulum & introductionem.

DE MOTU NATURALITER ACCELERATO.

Quæ in motu æquabili contingunt accidentia, in præcedenti libro considerata sunt: modo de motu accelerato pertractandum. Et primo definitionem ei, quo utitur natura, apprime congruentem investigare, atque explicare convenit. Quamvis enim aliquam lationis speciem ex arbitrio confingere, & consequentes ejus passiones contemplari non sit inconveniens, (ita enim, qui Helicas, aut Conchoïdes lineas ex motibus quibusdam exortas, licet talibus non utatur natura, sibi finxerunt, earum symptomata ex suppositione demonstrarunt cum laude) tamen quandoquidem quadam accelerationis specie gravium descendentium utitur natura, eorundem speculari passiones decrevimus, si eam quam allaturi sumus de nostro motu accelerato definitionem, cum essentia motus naturaliter accelerati congruere contigerit. Quod tandem post diuturnas mentis agitationes repperisse confidimus, ea potissimum ducti ratione, quia sympromatis deinceps à nobis demonstratis apprime respondere, atque congruere videntur ea, quæ naturalia experimenta sensui repræsentant. Postremo ad investigationem motus naturaliter accelerati nos quasi manu duxit animadversio consuetudinis, atque instituti ipsiusmet naturæ in cæteris suis operibus omnibus; in quibus exerendis uti consuevit mediis primis, simplicissimis, facillimis: neminem enim esse arbitror, qui credat natatum, aut volatum simpliciori, aut faciliori modo exerceri posse, quam eo ipso, quo pisces, & aves instinctu naturali utuntur. Dum igitur lapidem ex sublimi à quiete descendentem nova deinceps velocitatis acquirere incrementa animadverto, cur talia additamenta simplicissima, atque omnibus magis obvia ratione fieri non credam? Quod si attente inspiciamus, nullum additamentum, nullum incrementvm magis simplex inveniemus, quam illud, quod semper eodem modo superaddit. Quod facile intelligemus maximam temporis, atque motus affinitatem inſpicientes: ſicut enim motus æquabilitas, & uniformitas per temporum, ſpatiorumque æquabilitates definitur atqne concipitur, (lationem enim tunc æquabilem appellamus cum temporibuæ æqualibus æqualia conficiuntur ſpatia) ita per eaſdem æqualitates partium temporis, incrementa celeritatis ſimpliciter facta percipere poſſumus: mente concipientes motum illum uniformiter, eodempue modo continue acceleratum eſſe, dum temporibus quibuſcnmquæ æqualibus æqualia ei ſuperaddantur celeritatis additamenta. Adeo ut ſumptis quotcunque temporis particulis æqualibus à primo inſtanti, in quo mobile recedit à quiete, & deſcenſum aggreditur, celeritatis gradus in prima cum ſecunda temporis particula acquiſitus duplus ſit gradus, quem acquiſivit mobile in prima particula: gradus vero, quem obtinet in tribus particulis, triplus, quem in quatuor, quadruplus ejuſdem gradus primi temporis. Ita ut (clarioris intelligentiæ cauſa) ſi mobile lationem ſuam continuaret juxta gradum, ſeu momentum velocitatis in prima temporis particula acquiſitæ, motumque ſuum deinceps æquabiliter cum tali gradu extenderet, latio hæc duplo eſſet tardior ea, quam juxta gradum velocitatis in duabus temporis particulis acquiſitæ obtineret; & ſic à recta ratione abſonum nequaquam eſſe videtur, ſi accipiamus intentionem velocitatis fieri juxta temporis extenſionem ex quo definitio Motus, de quo acturi ſumus, talis accipi poteſt. Motum æquabiliter, ſeu uniformiter acceleratum dico illum, qui à quiete recedens, temporibus æqualibus æqualia celeritatis momenta ſibi ſuperaddit.

SAGR. Quemadmodum abſque ratione huic aut aliis, à quibuſvis Authoribus aſſignatis, contradicerem Definitionibus, urpote quæ omnes arbitrariæ ſunt; ſic abſque offenſa dubitare poſſum, utrum hæc definito ita concepta & in abſtracto admiſſa, ſit ſatis accommodata, conveniens & veritati congrua in iſto accelerati motus genere, quem gravia naturaliter deſcendentia excercere pergunt. Et quoniam nobis promittere Author videtur, eum, quem definivit, eſſe iſtum naturalem gtavium motum, certos quoſdam libenter vellem mihi removeri ſcrupulos, qui meam perturbant mentem: ut ſic majori cum attentione ad ſequentes proportiones earumque demonſtrationes applicare me poſſim.

SALV. Haud abs re erit, ſi Tu & Dom: Simplicius difficultates

tes proponatis: quas mihi jam imaginor, easdem fore, quæ mihi enascebantur, cum primum in hunc inciderem tractatum; quæque partim ipsius Authoris ratiocinio bene perpenso, partim propria mea meditatione solutæ ac remotæ fuerunt.

Sagr. Dum concipio mobile grave descendens exire ex quiete, hoc est cujuscunque velocitatis privatione, & ingredi in motum, & in eo continue velocitatem acquirere majorem ea proportione, qua tempus à primo motus instanti crescit; ita ut octo Ex: gr: pulsus ictibus octo acquirat velocitatis gradus, cujus quarto ictu quatuor acquisierat, secundo duos, primo unum, cum tempus in infinitum possit subdividi; sequitur, cum tali ratione antecedens semper diminuatur velocitas, nullum velocitatis dari gradum utut exiguum, aut, ut ita dicam, nullum gradum tarditatis tam magnum, in quo non comperiamus constitutum esse idem mobile, post quam ex infinita tarditate hoc est ex quiete exierit. Ita ut, si iste velocitatis gradus, quem habuit quatuor ictuum tempore, talis esset, ut eadem æquabiliter servata duo milliaria in una decurrerit hora; & cum eo velocitatis gradu, quem secundi ictus tempore habuit, unum in hora emensum fuerit miliare, dicere oporteat, illud in temporis instantibus, primo isti, quo ex quiete ad motum transiit, magis ac magis vicinis, inventum iri adeo tardum, ut (tanta cum tarditete moveri pergens) ne una quidem hora nec uno die, nec uno nec mille annis unum absolvisset milliare: imo ne unum quidem majori tempore decurrisset palmum: Cui accidenti accommodari vix se patitur imaginatio, cum grave cadens venire subito sensus nobis ostendant.

Salv. Hæc una est ex istis difficultatibus, quæ mihi in principio meditationis præbuit materiam, quam tamen non multo post removi, idque occasione ejusdem experientiæ, quæ Tibi jam eam excitat. Tu Tibi videri dicis, experientiam ostendere, quod grave vix ex quiete egressum in maxime notabilem ingrediatur velocitatem: & Ego dico, eandem nobis experientiam clare ostendere, primos cadeutis, utut gravissimi, impetus lentissimos esse & tardissimos. Concipe grave quoddam supra materiam aliquam cedentem constitutum, illudque demitte, donec simplici sua gravitate premat, quantum potest: Manifestum est, si ad illud unum aut duos cubitos eleves, & postea in eandem materiam incidere sinas, novam iterum facturum esse pressionem, eamque majorem prima, quæ

à solo

à ſolo ipſius pondere exoriebatur, qui effectus inde provenit, quod mobile cadens cum ſuo lapſu acquiſitam velocitatem habuerit conjunctam: eritque eo major, quo ex majori altitudine iſta fiat percuſſio, hoc eſt quo percutientis major erit velocitas. Quanta igitur gravis cadentis ſit velocitas, abſque errore ex qualitate & quantitate percuſſionis conjicere poſſumus.

Sed dicite mihi, Domini, ſi malleus, qui cum dimittitur ex quatuor cubitorum altitudine, in palum incidens, eum quatuor ex gr: digitos terræ infigat; veniens ex duorum Cubitorum altitudine eum multo minus impellat, & adhuc minus ex altitudine unius: imo minus adhuc decidens ex altitudine unius palmi: & tandem ſi ad unius digiti altitudinem elevetur, quid efficiet magis, quam ſi abſque percuſſione iſti palo imponeretur? certè exigua admodum & imperceptibilis omnino foret operatio, ſi ad altudinem, folii craſſitiei æqualem attollatur.

Et quia percuſſionis effectus ab ejuſdem percutientis velocitate dependet, quis dubitare vellet, lentiſſimum eſſe motum, & plus quam minimam eſſe velocitatem, ubi illius operatio omnino eſt imperceptibilis. Videte jam quanta ſit veritatis vis, dum eadem experientia, primo intuitu rem nobis aliquam oſtendens, poſtea penitius conſiderata, illius contrarium nobis adſtruit.

At vero, ne ſemper ad talem experientiam (quæ tamen procul dubio maxime eſt demonſtrativa) nos conferre opus ſit, ſimplici diſcurſu talem veritatem penetrare nos poſſe videtur. Gravem lapidem in aëre immotum ſuſtinemus: qui ab iſto ſuſtentaculo liberatus ſibi relinquitur, & quia aëre gravior eſt, deorſum deſcendit, idque non cum motu æquabili, ſed lento in principio, & continue poſtea accelerato; & cum velocitas in infinitum augeri & diminui poſſit, quænam ratio mihi perſuadebit, illud mobile exiens ex infinita tarditate (quæ eadem eſt cum quiete) immediate ingredi in velocitatem potius decem graduum, quam quatuor: aut prius in hanc velocitatem quatuor graduum, quam duorum, unius, aut dimidii, aut unius centeſimæ, aut tandem omnium minorum in infinitum. Audite, quæſo, Non credo vos difficulter conceſſuros, lapidem ex ſtatu quietis excidentem eodem ordine velocitatis acquirere gradus, quo eoſdem gradus diminuit & amittit, dum à potentia impellente iterum ſurſum ad eandem altitudinem projicitur: ſed quando hoc ita ſe habet, non video quod poſſit dubitari, velocilocilocitatem lapidis adſcendentis, dum diminuendo tota conſumitur, ad quietis reduci poſſe ſtatum, niſi prius per omnes tarditatis gradus tranſierit,

Simp. At vero ſi tarditatis gradus in infinitum majores ac majores ſint, nunquam omnes conſumentur: adeoque tale grave aſcendens nunquam ad quietem deducetur, ſed lentius ſemper progrediendo, in infinitum movebitur: id quod tamen contingere non videmus.

Salv. Illud eveniret, Dom: Simp. ſi mobile in unoquoque gradu per aliquod tempus moraretur; ſed illum tranſit non morando ultra temporis inſtans: Et quia in quolibet tempore quanto, licet etiam minimo, infinita ſunt inſtantia, illa ſatis apte infinitis diminutæ velocitatis gradibus reſpondent. Illud autem grave aſcendens in ullo gradu velocitatis per aliquod tempus quantum non perſiſtere, exinde patet: quia ſi quocunque tempore quanto aſſignato, in primo iſtius temporis inſtanti, imo etiam in ultimo mobile eundem comperiatur habere velocitatis gradum, ex ſecundo hoc gradu ſimiliter per æquale ſpatium ſurſum propelli poſſet, quemadmodum delatum fuit ad ſecundum, & eadem ratione à ſecundo tranſiret ad tertium; & ſic tandem uniformiter motum ſuum in infinitum continuaret.

Sagr. Ex hoc diſcurſu videtur mihi poſſe congruam deduci rationem quæſtionis, inter Philoſophos agitatæ, quænam ſcilicet ſit cauſa accelerationis Motus naturalis gravium: quoniam, dum conſidero in gravi ſurſum projecto, impetum ipſi à projiciente impreſſum contine diminui, qui, quandiu contraria gravitate fuit major, illud in altum impulit: cum vero & iſte impetus & hæc gravitas ad æquilibrium pervenerint, illud mobile non adſcendit amplius, & per quietis tranſit ſtatum, in quo impreſſus impetus non aliàs eſt annihilatus, ſed tantum conſumtus eſt iſte exceſſus, quo antea mobilis ſuperabat gravitatem, & eam ob cauſam prævalens, illud verſus ſuperiora propellebat. Cum jam externus iſte impetus diminui pergat, & per conſequens prævalere incipiat gravitas, deſcenſus è contra incipit, ſed lentus propter impreſſi impetus reſiſtentiam, qui in mobili aliquatenus adhuc ſupereſt: Sed quia iſte impetus, dum ſemper majori ac majori proportione à gravitate ſuperatur, continue etiam diminuitur; inde continua motus oritur acceleratio.

SIMP. Argutum eſt ratiocinium, ſed ſubtile magis quam firmum: quoniam licet quidem concludat, iſtis tamen ſolummodo motibus naturalibus ſatisfacit, quibus motus violentus præceſſerat; & in quibus aliqua externi impetus pars adhuc efficax remanet: Ubi vero tale non eſt reſiduum, ſed mobile ex inveterata jam quiete exit, totius diſcurſus vis evaneſcit.

SAGR. In errorem abripi Te, credo, & allatam hanc caſuum diſtinctionem ſuperfluam eſſe, aut ut melius dicam, nullius omnino momenti. Quare dic mihi, utrum à projiciente ipſi projecto aliquando major, minor aliquando imprimi queat impetus, ita ut modo ad centum cubitorum altitudinem projiciatur, modo viginti, aut quatuor aut unius?

SIMP. Fieri hoc poſſe non dubito.

SAGR. Et nihilominus talis impreſſus impetus tam exiguo gravitatis reſiſtentiam ſuperate poteſt exceſſu, ut mobile non ultra digiti altitudinem attollat; & tandem projicientis ſolummodo tanta eſſe poteſt potentia, ut accurate gravitatis reſiſtentiam exæquet, & mobile non projiciatur ín altum, ſed tantum ſuſtineatur. Quando igitur lapidem manu ſuſtines, quid facis aliud, quam quod imprimas ei impetum, qui ipſum ſurſum impellit tantum, quantum gravitatis illius facultas eum deorſum trahit? Et an non eundem impreſſum ei impetum conſervas toto iſto tempore, quo mobile manu ſuſtines? Sed ille forſan diminuitur quod diutius in manu ſuſtinente moretur? Et iſta detentio, quæ lapidis deſcenſum cohibet, quid intereſt, utrum à tua manu potius peragiatur quam à tabula aut fune, ex quo ſuſpenſus fuerit. Conclude igitur, ſive lapidis lapſui longa præceſſerit quies ſive brevis, ſiue momentanea, nullam hoc inferre differentiam: ita ut lapis non ſemper ex ea exeat, tanto gravitati ſuæ contrario impetu affectus, quantus ipſi in quiete retinendo accurate ſufficit.

SALV. Non opportunum jam eſſe mihi videtur tempus aggrediendi inveſtigationem cauſæ accelerationis Motus naturalis, circa quem à variis Philoſophis variæ allatæ ſunt ſenteutiæ: quibuſdam illam reducentibus ad appropinquationem ad centrum; aliis autem inde deducentibus, quod ſucceſſive pauciores medii partes findendæ reſtent: & aliis eam ad certam medii ambientis extruſionem referentibus, id quod dum à tergo mobilis iterum conjungitur, illud fortius premit & continue impellit, quæ commenta ut & cum his

alia

alia examinare oportet & cum exiguo resolvere fructu. Authori nostro impræsentiarum sufficit, si intelligamus velle ipsum indagare, & quasdam nobis demonstrare Motus cujusdam accelerati passiones (quæcunque etiam istius accelerationis sit causa) ita ut istius accelerationis momenta continue accrescant post ejus egressum è quiete, secundum istam simplicissimam proportionem qua temporis accrescit continuatio; id quod idem est ac si dicam, temporibus æqualibus æqualia velocitatum fieri additamenta.

Et si contingat, ut ista Accidentia, quæ postea demonstrabuntur, veritati sint congrua in motu gravium naturaliter descendentium, & acceleratorum, reputare poterimus, assumtam definitionem talem gravium comprehendere motum; & verum esse, illorum accelerationem crescere continue, ptout tempus crescit & motus duratio.

SAGR. Ex iis quæ jam nunc menti meæ occurrunt clarius forte sine conceptus mutatione illum videtur sic potuisse definiri. Motum uniformiter acceleratum esse istum, in quo velocitas crescere pergit, prout crescit id quod pertransitur spatium: ita ut Ex: gr: Velocitatis gradus in quatuor cubitorum descensu mobili acquisitus, duplus foret ejus, quem habuit, cum spatium decurrissit duorum cubitorum; & hic duplus ejus, qui primo cubito acquisitus erat.

Non enim dubitari posse mihi videtur, illud grave, quod venit ex altitndine sex cubitorum, habere impetum, quo percutiat, duplum ejus, quem habuit, cum per tres descendisset cubitos, & triplum ejus, quem habuit in duobus cubitis, & sextuplum illius quem habuit in spatio unius.

SALV. Magnum mihi est solatium talem in errore habuisse socium: &, quod plus est, tibi dicam, discursum tuum tantam verisimilitudinem habere & probabilitatem, ut noster idem Athor, cum ipsi eum proponerem, mihi non negaverit, se aliquandiu etiam in eadem hæsisse fallacia. Illud autem, quod maxime miratus sum, fuit, quod quatuor simplicissimis verbis, duas dilucidari viderim propositiones, non falsas quidem, sed impossibiles, quæ tantam habent verisimilitudinem, ut, cum eas multis proponerem invenerim neminem, qui eas non admiserit libenter.

SIMP. Ego certe ex numero essem concedentium, & quod grave descendens vires acquirat eundo, velocitate crescente ratione spatii: & quod momentum istius percutientis duplum sit si veniat ex dupla altitudine; videntur mihi esse propositiones, quæ absque ulla repugnantia aut controversia concedi debent.

Salv. Et tamen falsæ sunt & impossibiles, æque ac falsum est, motum fieri in instanti. Et ecce clarissimam demonstrationem. Quando velocitates eandem habent rationem, quam spatia decursa aut decurrenda, talia spatia æqualibus decurruntur temporibus: si itaque velocitates, cum quibus mobile descendens decurrit quatuor cubitorum spatium, duplæ fuerint velocitatum, cum quibus duos priores pertransiit (sicut spatium spatii duplum est) tum tempora talium itinerum sunt æqualia: Quod autem idem mobile quatuor cubitos, & duos eodem pertranseat tempore, non nisi in motu instantaneo locum habere potest: At vero videmus, grave cadens suum in tempore peragere motum, & minori duos, quam quatuor decurrere cubitos, Ergo falsum est, eadem ratione cum spatio velocitatem crescere.

Alteram propositionem falsam esse, eadem claritate demonstrari potest: quoniam, cum illud quod percutit, sit idem, differentia & momentum percussionum, nonnisi à velocitatum differentia determinari potest. Si itaque percutiens ex dupla altitudine decidens percussionem faceret, cujus momentum foret duplum, etiam cum dupla percutere deberet velocitate: atqui dupla velocitas duplum eodem tempore decurrit spatium: & tempus, quo mobile ex majori descendit altitudine, longius esse videmus.

Sagr. Nimia evidentia & facilitate abstrusas declaras conclusiones: & summa hæc facilitas eas reddit viliores, quam jam erant, dum sub contrario latebunt vultu. Parvi, credo, vulgus eas æstimare notitias quæ tam exiguo acquiruntur labore respectu illarum, circa quas longiores & inexplicabiles reciprocantur altercationes.

Salv. Illis, qui magna brevitate & perspicuitate, fallacias detegunt earum propositionum, quæ communiter à vulgo pro veris habentur, tolerabile adhuc esset, si applausus loco contemptum solummodo reportarent: sed injucundior & molestior accidit alter iste affectus, in quibusdam aliquando excitari solitus, qui iisdem in studiis cuivis ad minimum se pares esse prætendentes, ut veras transiisse se vident propositiones, quarum postea ab aliis brevi & facili discursu detegi & declarari vident falsitatem. Ego istum affectum invidiæ non indigitabo nomine, quæ in odium postea converti solet, & iram in illos qui tales detegunt fallacias: Sed cum

stimu-

ſtimulum vocabo & deſiderium, quo inveteratos defendere malunt errores, quam permittere, ut recens detectæ veritates recipiantur; quod deſiderium illos interdum eo deducit, ut ſcribendo iſtis etiam contradicant veritatibus, de quibus intus apud ſe ipſos ſatis convicti ſunt, ut in numeroſi & parum intelligentis vulgi conceptu aliorum ſolummodo ſupprimerent famam. Similium falſarum concluſionum, quæ pro veris quidem habitæ, ſed nullo negotio refutatæ ſunt, haud exiguum à noſtro Academico audivi numerum; quarum quaſdam etiam notavi.

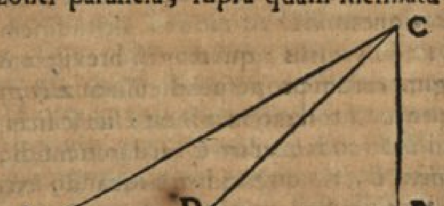
SAGR. Iis nos fruſtrari non debes, ſed illarum nobis facere copiam, etiamſi illarum gratia particularem habere ſeſſionem oporteret. Sed ut noſtrum ſequamur filum, hucuſque firmata videtur definitio motus uniformiter accelerati, de quo in ſequentibus diſcurſibus agitur: & eſt.

Motum æquabiliter ſeu uniformiter acceleratum dicimus eum, qui à quiete recedens, temporibus æqualibus æqualia celeritatis momenta ſibi ſuperaddit.

SALV. Stabilita hac definitione, unum ſolum principium poſtulat Author & pro vero ſupponit: ſcilicet,

Accipio, gradus velocitatis ejuſdem mobilis ſuper diverſas planorum inclinationes acquiſitos tunc eſſe æquales, cum eorundem planorum elevationes æquales ſint.

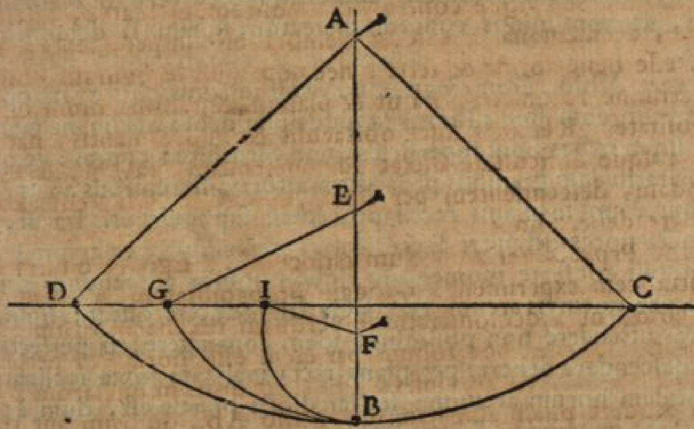
Plani inclinati elevationem vocat Perpendicularem, quæ à ſublimi iſtius plani termino cadat in lineam horizontalem productam per infimum ejuſdem plani inclinati terminum; quod ut melius intelligatur; Sit liuea AB horizonti parallela, ſupra quam inclinata ſint duo plana CA. CD; Perpendicularem CB cadentem in horizontalem AB, vocat Author elevationem planorum CA. CD, & ſupponit, velocitatis gradus ejuſdem mobilis per plana inclinata CA. CD deſcendentis, quos in terminis A. D. acquiſivit, eſſe inter ſe æquales, quia eandem habent inclinationem. Et tantum etiam intelligi debet, fore velocitatis gradum, quem idem mobile ex puncto C cadens haberet in puncto B.



SAGR. Tantam certe hoc ſuppoſitum mihi habere videtur probabilitatem, ut abſque controverſia concedi mereatur, intellecto ſemper, accidentalia & externa remota eſſe impedimenta; ut & plana eſſe bene ſolida & terſa: nec non mobile figuram obtinere perfectiſſime rotundam, ita ut & planum & mobile omni careant ſcabroſitate. Remotis hiſce obſtaculis & impedimentis, naturale mihi abſque difficultate dictat lumen, pilam gravem, & exacte rotundam, deſcendentem per lineas CA. CD. CB, cum æquali appellere debere impetu.

SALV. Probabiliter admodum ratiocinaris; Ego vero ultra veriſimilitudinem experimento quodam probabilitatem in tantum augere volo, ut à demonſtratione perquam neceſſaria parum abeſſe videarur. Concipe hoc folium parietem eſſe horizonti perpendicularem, & è clavo ipſi infixo unius aut duarum unciarum plumbeam pendere pilam alligatam ſubtili filo AB, duorum aut trium cubitorum longitudinem habenti & ad horizontem perpendiculari: Et in pariete horizontalis deſignetur linea DC, quæ ad angulos rectos ſecet perpendiculum AB, quod duobus circiter à pariete diſtet digitis. Tranſlato deinde filo AB cum pila in AC, ſi pilam iſtam liberam demittas, illam primo deſcendere videbis deſcribendo arcum CBD, & in tantum tranſgrediendo terminum B, ut dum per arcum BD procedit, aſcendat fere uſque ad deſcriptam horibonti parallelam CD, ad quam non accurate pertingit, exiguo tantum intervallo ab illa manens remotum, impediente aëre & filo quo minus ad ipſam reverti poſſit. Unde cum veritate concludere poſſumus, impetum pilæ, dum per arcum CB deſcendit, in puncto B acquiſitum, tantum fuiſſe, ut ipſi per ſimilem arcum BD ad eandem altitudinem propellendo ſuffecerit: ſumpto & ſæpius reiterato iſto experimento, parieti infigi volo clavum radentem perpendiculum AB, ut in E aut in F, qui quinque aut ſex digitis emineat: ut ſcilicet filum AC, revertens ut prius ad deferendam pilam C per arcum CB, ſimul ac pervenerit ad punctum B, impingens in clavum E, cogatur procedere juxta circumferentiam BG, circa Centrum E deſcriptam: unde videmus, quid idem præſtare poſſit impetus, qui antea in eodem termino B conceptus, idem mobile per arcum BD, ad horizontalis lineæ CD altitudinem impulit. Jam Domini, cum voluptate videbitis ad horizontalis punctum G deferri pilam, & contingere, ſi perpendicu-

ſum



lum impingat in clavum inferius infixum, ut in F, ubi pila describeret arcum BI, absolvendo semper suum ascensum præcise in linea CD: Et si clavi obstaculum tam humili fieret loco, ut fili pars infra ipsum existens progrediendo ulterius ad altitudinem lineæ CD non attingeret (quod contingeret. si puncto B propior esset clavus, quam intersectioni lineæ AB cum horinontali CD) tum ipsi insiliendo circumvolveretur. Hoc experimentum non diu de veritate suppositionis dubitare nos sunt, quoniam, cum duo arcus CB. DB æquales sint & similiter positi, momentum per arcum CB descendendo acquisitum, est idem cum eo quod descendendo per arcum DB acquisivit; Atqui momentum per arcum CB in puncto B acquisitum, iterum per arcum BD sursum eidem mobili propellendo sufficiebat. Ergo etiam momentum in descensu DB acquisitum, æquale est ei, quod illud ipsum mobile per eundem impulit arcum à B in D, ita ut universim quodvis momentum per arcum aliquem descendendo acquisitum æquale sit isti, quod efficere possit, ut illud ipsum mobile per eundem arcum resiliat: Atqui omnia momenta, quæ per ownes arcus BD. BG. BI resilire faciunt, sunt æqualia, utpote facti ab eodem momento descensu CB acquisito: quemadmodum ostendit Experientia. Ergo omnia momeuta descendendo per arcus BD. BG. BI acquisita inter se sunt æqualia.

SAGR.

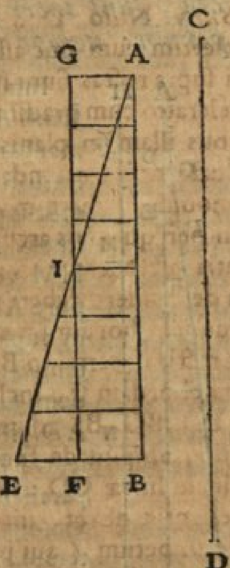
SAGR. Maxime conclusivum illud esse mihi videtur ratircinium; & experimentum postulati demonstrandæ veritati accommodatum, ut non minus concedi mereatur, quam si demonstratum esset.

SALV. Nolo, Dom: Sagr. ut nobis assumamus plus quam oportet, præsertim cum hoc assumto uti præcipue debeamus in iis motibus, qui supra rectas fiunt superficies, non vero supra curvas: in quibus acceleratio cum gradibus procedit multum differentibus ab iis, cum quibus illam in planis rectis procedere supponimus. Ita ut, licet adducta nobis ostendat Experientia, descensum per arcum CB tale mobili conferre momentum, quod ipsum ad eandum altitudinem per quemvis arcum BC. BG. BI reducere queat; simili evidentia ostendere non possimus, idem contingere, si perfectissima pila descendere deberet per plana recta inclinata juxta inclinationes eorundem horum arcuum: sed credibile potius est, dum à planis istis rectis in termino B anguli formantur, pilam, quæ per planum juxta chordam CB inclinatum descendit, dum in planis juxta chordas BD. BG. BI adscendentibus obstaculum invenit, in ea impingendo, aliquid de suo impetu deperdere, nec resiliendo ad altitudinem lineæ CD deduci posse. Sed sublato isto obstaculo, quod experientiæ nocet, intellectum perquam bene mihi videtur capere posse, impetum (qui prodescensus quantitate vires sumit) validum fore ad mobile ad eandem reducendum altitudinem. Sumanus itaque jam hoc, ut Postulatum, cujus veritatem nobis postea deprehendemus stabilitam, quando alias conclusiones, huic hypothesi superstructas experientiæ respondere & examussim congruere videbimus: Supposito hoc solo principio ad propositiones demonstrative concludentes, progreditur Author: quarum prima est hæc.

THEOR. I. PROPOS. I.

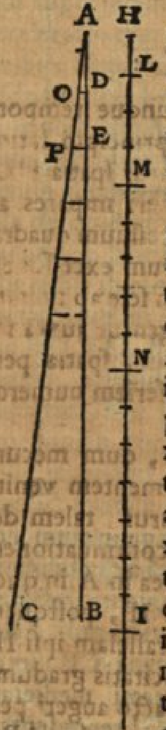
Tempus, in quo aliquod spatium à Mobili conficitur latione ex quiete uniformiter accelerata, est æquale tempori in quo idem spatium conficeretur ab eodem mobili motu æquabili delato, cujus velocitatis gradus subduplus sit ad summum & ultimum gradum velocitatis prioris motus uniformiter accelerati.

Repræsentetur per extensionem AB tempus in quo à mobili latione uniformiter accelerata ex quiete in C conficiatur spatium CD, CD; graduum autem velocitatis adauctæ in instantibus temporis AB maximus & ultimus repræsentetur per EB, utcunpue super AB constituta: junctaque AE linea, omnes ex singulis punctis lineæ AB ipsi BE æquidistanter actæ crescentes velocitatis gradus post instans A repræsentabunt. Divisa deinde BE bifariam in F, ductisque parallelis FG, AG, ipsis BA, BF; Parallelogrammum AGFB erit constitutum triangulo AEB æquale, dividens suo latere GF, bifariam AE in I: quod si parallelæ trianguli AEB usque ad IGF extendantur, habebimus aggregatum parallelarum omnium in quadrilatero contentarum æqualem aggregatui compræhensarum in triangulo AEB. quæ enim sunt in triangulo IEF, paria sunt cum contentis in triangulo GIA; eæ vero quæ habentur in trapezio AIFB communes sunt. Cumque singulis & omnibus instantibus temporis AB respondeant singula & omnia puncta lineæ AB, ex quibus actæ parallelæ in triangulo AEB comprehensæ crescentes gradus velocitatis adauctæ represenlant, parallelæ vero intra parallelogrammum contentæ totidem gradus velocitatis non adauctæ, sed æquabilis, itidem repræsentent: apparet totidem velocitatis momenta absumpta esse in motu accelerato juxta crescentes parallelas trianguli AEB, ac in motu æquabili juxta parallelas parallelogrammi CB: quod enim momentorum deficit in prima motns accelerati medietate, (deficiunt enim momenta per parallelas trianguli AGI repræsentata) reficitur à momentis per parallelas trianguli IEF repræsentatis. Patet igitur, æqualia futura esse spatia tempore eodem à duobus mobilibus peracta, quorum unum motu ex quiete uniformiter accelerata moveatur, altetum vero motu æquabili jnxta momentum subduplum momenti maximi velocitatis accelerati motus, quod erat intentum.



THEOR. II. PROPOS. II.

Si aliquod mobile motu uniformiter accelerato descendat ex quiete; spatia, quibuscunque temporibus ab ipso peracta, sunt inter se in duplicata ratione eorundem temporum: nempe ut eorundem temporum quadrata.



Intelligatur fluxus temporis ex ex aliquo primo instanti A repræsentari per extensionem AB; in qua sumantur duo quælibet tempora, AD, AE; sitque HI linea in qua mobile ex puncto H, tanquam primo motus principio, descendat uniformiter acceleratum, sitque spatium HL peractum primo tempore AD; HM vero sit spatium per quod descenderit in tempore AE. Dico, spatium MH ad spatium HL, esse in duplicata ratione ejus quam habet tempus EA ad tempus AD. Seu dicamus, spatia MH, HL, eandem habere rationem quam habent quadrata EA, AD. Ponatur linea AC, quemcunque angulum cum ipsa AB continens: ex punctis vero D. E ductæ sint parallelæ DO, EP; quarum DO repræsentabit maximum gradum velocitatis acquisitæ in instanti D temporis AD; PE vero maximum gradum velocitatis acquisitæ in instanti D temporis AD; PE vero maximum gradum velocitatis acquisitæ in instanti E temporis AE. Quia vero supra demonstratum est, quod attinet ad spatia peracta, æqualia esse inter se illa, quorum alterum conficitur à mobili ex quiete motu uniformiter accelerato; alterum vero, quod tempore eodem conficitur, à mobili motu æquabili delato, cujus velocitas subdupla sit maximæ in motu accelerato acquisitæ; constat, spatia MH, LH, esse eadem, quæ motibus æqualibus, quorum velocitates essent ut dimidiæ PE, OD, conficerentur in temporibus EA, DA. Si igitur ostensum fuerit, hæc spatia MH, LH, esse in duplicata ratione temporum EA, DA; intentum probatum erit. Verum in quarta Propositione primi libri demonstratum est: Mobilium æquabili motu latorum spatia peracta habere inter se rationem compositam ex ratione velocitatum, & ex ratione temporum: hic

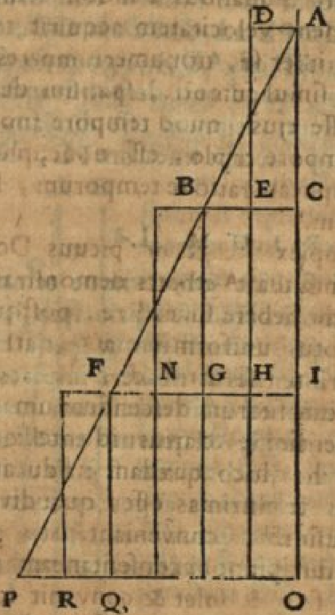
hic autem ratio velocitatum eſt eadem cum ratione temporum, (quam enim rationem habet dimidia PE ad dimidiam OD, ſeu tota PE ad totam OD, hanc habet AF ad AD,) ergo ratio ſpatiorum dupla eſt rationis temporum, quod erat demonſtrandum.

Patet etiam hinc, eandem ſpatiorum rationem eſſe duplam rationis maximorum graduum velocitatis: nempe linearum PE, OD, cum ſit PE ad OD ut EA ad DA.

COROLLARIUM I.

Hinc manifeſtum eſt, quod, ſi fuerint quotcunque tempora æqualia conſequenter ſumpta à primo inſtanti ſeu principio lationis, utputa AD, DE, EF, FG, quibus conficiantur ſpatia HL, LM, MN, NI, ipſa ſpatia erunt inter ſe ut numeri impares ab unitate; ſcilicet ut 1, 3, 5, 7. Hæc enim eſt ratio exceſſuum quadratorum linearum ſeſe æqualiter excedentium, & quarum exceſſus eſt æqualis minimæ ipſarum: ſeu dicamus quadratorum ſeſe ab unitate conſequentium. Dum igitur gradus velocitatis augentur juxta ſeriem ſimplicem numerorum in temporibus æqualibus, ſpatia peracta iiſdem temporibus incrementa ſuſcipiunt juxta ſeriem numerorum imparium ab unitate.

SAGR. Suſpende, quæſo, aliquantum lectionem, dum mecum perpendam quendam conceptum, qui mihi jam in mentem venit: quem ut à me & à te clarius intelligatur, explicaturus, talem deſcribo figuram: in qua per lineam AI deſigno continuationem temporis poſt primum inſtans in A, applicando poſtea in A in quolibet angulo rectam AF, & conjungendo terminos IF, poſtquam diviſum eſt AI biſariam in C, duco lineam CB parallelam ipſi IF. Conſiderando poſtea ipſam CB. ut maximum velocitatis gradum, qui, initio à quiete in primo temporis inſtanti A facto augeri pergit prout ipſi BC parallelæ creſcunt lineæ in Triangulo ABC productæ, (id quod revera eſt creſcere prout tempus creſcit) per diſcurſus hucuſque habitos, abſque controverſia admitto, ſpatium à Mobili cadente decurſum cum velocitate dicto jam modo adaucta, æquale fore ſpatio, quod idem Mobile pertranſiret, ſi eodem tempore AC motum fuiſſet motu uniformi, cujus velocitatis gradus eſſet æqualis ipſi EC, ſeu medietati ipſius BC. Ulterius jam progredior; & poſito mobile cum accelerato delapſum motu, in inſtanti C habere gradum velocitatis BC; manifeſtum eſt, ſi illud



cum eodem gradu velocitatis BC; abſque ulteriori acceleratione moveri pergat, ſequente tempore CI ſpatium decurſurum eſſe duplum ejus, quod æquali tempore AC decurſum fuit, cum velocitatis uniformis gradu EC, qui ſemiſſis eſt gradus BC. Sed quia Mobile cum velocitatibus in omnibus temporibus ſemper uniformiter adauctis deſcendit, gradui CB in ſequente tempore adjunget eadem iſta momenta velocitatis creſcentis juxta parallelas trianguli BFG, quod triangulo ABC eſt æquale. Quare velocitatis gradui GI adjuncta ſemiſſe gradus FG, qui maximus eſt omnium accelerato motu acquiſitorum, & ſequentium rationem parallelarum trianguli BFG, habebimus gradum velocitatis IN, cum quo mobile uniformi motu in tempore CI progreſſum erit; qui gradus IN cum gradus CE ſit triplus, conuincit ſpatium in ſecundo tempore CI decurſum, triplum eſſe debere illius quod in primo tempore CA decurſum fuit.

Et ſi concipiamus ipſi AI aliam æqualem temporis partem IO eſſe adjunctam, & triangulum auctum uſque ad APO, manifeſtum eſt, quando per omne illud tempus IO continuatur motus cum gradu velocitatis IF, per motum acceleratum in tempore AI acquiſitum, cum iſte gradus IF gradus EC ſit quadruplus, ſpatium in tempore IO decurſum, quadruplum fore ejus quod æquali tempore AC decurſum fuit: Sed ſi jam uniformis accelerationis accrementum continuetur in triangulo FPQ, ſimiliter ac in Triangulo ABC, quod ad motum æquabilem reductum, adjungit gradum æqualem ipſi EC, adjuncto QR ipſi EC æquali: habebimus totam æquabilem velocitatem qua motum fuit in tempore IO, quæ quintupla eſt motus æquabilis primi temporis AC: quare etiam ſpatium decurſum quintuplum erit ejus, quod in primo tempore AC decurſum fuit.

Patet

Patet itaque ex hoc calculo, ſpatia æqualibus à mobili temporibus decurſa, quod à quiete recedens velocitatem acquirit temporis accremento conformem, eſſe inter ſe, ut numeri impares ab unitate, 1. 3. 5: & decurſis ſpatiis ſimul ſumptis, ſpatium duplo tempore decurſum, quadruplum eſſe ejus, quod tempore ſubduplo decurſum fuit; decurſum in tempore triplo, eſſe noncuplum; & in ſumma ſpatia decurſa eſſe in duplicata ratione temporum, hoc eſt ut Quadrata eorundem temporum.

Simp. Jucundior mihi certe ſimplex iſte & perſpicuus Dom: Sagredi diſcurſus fuit, quam obſcura illa Authoris demonſtratio: quare jam optime capio rem tali modo debere ſuccedere, poſtquam ſtabilita & recepta eſt definitio motus uniformiter accelerati. At vero dubius etiamnum hæreo, utrum talis ſit eadem illa acceleratio, qua Natura in motu gravium ſuorum deſcendentium utitur: quare, ut & Ego & alii mei ſimiles clarius id intelligant, opportunum mihi eſſe videtur, ut hoc loco quædam producantur experientiæ ex iis, quarum dictum eſt plurimas eſſe, quæ diverſis in caſibus cum demonſtratis concluſionibus conveniant.

Salv. Tu revera ut ſcientia præditus rationi conſentaneam proponis quæſtionem; Sic enim in iis fieri & ſolet & convenit ſcientiis, quæ naturalibus concluſionibus Mathematicas Demonſtrationes applicant; quemadmodum in iis videtur qui Perſpectivam, Aſtronomiam, Mechanicam, Muſicam & alia tractant, & aliis, qui ſenſibilibus experientiis ſua principia confirmant, ut exiſtentia ſequentis ſtructuræ principia: Et idcirco nolo ut ſuperfluum eſſe putes, ſi longum nimis diſcurſum ſuper primo hoc & maximo habeamus fundamento, cui immenſa infinitarum concluſionum innititur machina, quarum exiguam ſolummodo in hoc libro partem habemus allatam ab Authore, cui ingreſſum, & occluſam hucuſque portam ſpecalutavis aperuiſſe ſufficit ingeniis. Experientias itaque quod attinet, nihil reliqui fecit Athor; & ut certus eſſet accelerationem gravium deſcendentium dictam jam ſupra ſequi proportionem, ego quam ſæpiſſime ſimul cum ipſo examen ſequenti modo inſtitui.

In linea quadam aut potius trabecula lignea duodecim circiter cubitos longa, cujus unum latus dimidii cubiti, alterum vero trium digitorum habebat latitudinem, in minori hac latitudine canaliculus excavatus erat paulo latior uno digito; quam rectiſſime protractus, & cui, ut bene politus esset & lævis, intus adglutinata erat membrana, quantum fieri potest lævigata & polita. In hoc ad descensum demittebatur durissima pila ænea bene rotunda & polita. Constituta jam dicta regula, eaque supra planum horizontale uno aut duobus, ad arbitrium, elevata cubitis, ad descensum (ut dixi) dimittebamus istam pilam, eo quo postea dicemus modo, tempus notantes quod ei toti transcurrendæ impendebat: & eundem sæpe repetebamus actum, ut de temporis quantitate quam maxime essemus certi: in quo nulla unquam deprehendebatur differentia, imo ne decimæ quidem partis unius ictus pulsus. Facta & stabilita quam accurate tali operatione eandem pilam descendere fecimus per quartam solummodo partem longitudinis canalis, & descensus tempore mensurato, illud quam accuratissime alterius dimidium esse compertum est. Et postea reliquarum partium instituto experimento, totius longitudinis tempus comparando cum tempore dimidiæ, aut $\frac{2}{3}$ aut $\frac{3}{4}$ aut denique cujusvis alterius divisionis, experientiis centies quidem repetitis, semper deprehendebatur spatia decursa esse inter se ut temporum quadrata: & hoc in omnibus plani hoc est canalis inclinationibus, juxta quas ad descensum pila dimittebatur: ubi etiam observavimus tempora descensus per diversas inclinationes eandem inter se servare proportionem, quam ipsis assignatam, & demonstratam ab Authore infra reperiemus.

Mensuram deinde temporis quod attinet: Magna Situla aqua plena in altum suspensa erat, quæ per subtilem canaliculum per fundum ipsius transeuntem subtile emittebat aquæ filum, quod parvo excipiebatur scypho per totum illud tempus, quo pila per canalem aut ejus partes descendebat: istæ deinde particulæ aquæ hoc modo collectæ, exactissima singulis vicibus ponderabantur bilance, quando differentiæ & proportiones ponderum nobis temporum differentias exhibebant & proportiones: idque adeo accurate, ut, quemadmodum dixi, istæ operationes sæpius repetitæ nunquam notabili discreparent momento.

SIMP. Magnam voluptatem percepissem, si istis experimentis interesse mihi datum fuisset: Sed cum de tua in sumendis experimentis diligentia inque iis enarrandis fidelitate quam maxime sim certus, iis acquiesco, & ea ut secura admodum & vera admitto.

SALV.

SALV. Lecturam itaque noſtram reſumere poterimus & ulterius progredi.

COROLLARIUM II.

Colligitur ſecundo, quod ſi à principio lationis ſumantur duo ſpatia quælibet, quibuſlibet temporibus peracta, tempora erunt inter ſe, ut alterum eorum ad ſpatium medium proportionale inter ipſa. Sumptis enim à principio lationis S duobus ſpatiis, ST, SV, quorum medium ſit proportionale SX, tempus caſus per ST, ad tempus caſus per SV, erit, ut ST ad SX; ſeu dicamus, tempus per SV ad tempus per ST eſſe, ut VS ad SX. Cum enim demonſtratum ſit, ſpatia peracta eſſe in duplicata ratione temporum, ſeu (quod idem eſt) eſſe ut temporum quadrata: ratio autem ſpatii VS ad ſpatium ST ſit dupla rationis VS ad SX, ſeu ſit eadem, quam habent quadrata VS, SX; patet, rationem temporum lationum per SV, ST, eſſe ut ſpatiorum, ſeu linearum VS, SX.

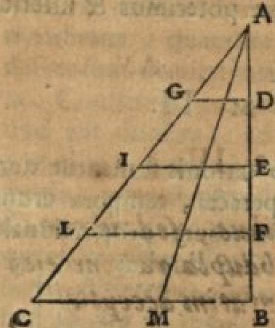
SCHOLIUM.

Id autem, quod demonſtratum eſt in lationibus peractis in perpendiculis, intelligatur etiam itidem contingere in planis utcunque inclinatis: in iiſdem enim aſſumptum eſt accelerationis gradus eadem ratione augeri, nempe ſecundum temporis incrementum, ſeu dicas, ſecundum ſimplicem, ac primam numerorum ſeriem.

THEOR. III. PROPOS. III.

Si ſuper plano inclinato, atque in perpendiculo, quorum eadem ſit altitudo, feratur ex quiete idem mobile; tempora lationum erunt inter ſe, ut plani ipſius, & perpendiculi longitudines.

Sit



Sit planum inclinatum AC, & perpendiculum AB, quorum eadem ſit altitudo ſupra horizontem CB, nempe ipſamet linea BA. Dico, tempus deſcenſus ejuſdem mobilis ſuper plano AC, ad tempus caſus in perpendiculo AB, eam habere rationem, quam habet longitudo plani AC, ad ipſius perpendiculi AB longitudinem. Intelligantur enim quotlibet lineæ DG, EI, FL, horizonti CB parallelæ: conſtat, ex aſſumpto, gradus velocitatis mobilis ex A primo motus initio in punctis G, D, acquiſitos eſſe æquales, cum acceſſus ad horizontem æquales ſint: ſimiliter gradus in punctis I, E, iidem erunt: nec non gradus in L & F. Quod ſi non hæ tantum parallelæ, ſed ex punctis omnibus lineæ AB, uſque ad lineam AC protractæ intelligantur, momenta ſeu gradus velocitatum in terminis ſingularum parallelarum, ſemper erunt inter ſe paria: Conficiuntur itaque ſpatia duo AC, AB, iiſdem gradibus velocitatis. Sed demonſtratum eſt, quod ſi duo ſpatia conficiantur à mobili, quod iiſdem velocitatis gradibus feratur, quam rationem habent ipſa ſpatia, eamdem habent tempora lationum. Ergo tempus lationis per AC, ad tempus per AB, eſt ut longitudo plani AC ad longitudinem perpendiculi AB. Quod erat demonſtrandum.

SAGR. Idem clare ſatis & breviter demonſtrari potuiſſe mihi videtur, cum jam concluſum ſit, ſummam motus accelerati lationum per AC. AB æqualem eſſe motui æquabili, cujus velocitatis gradus ſit ſubduplus gradus maximi CB: cum itaque duo ſpatia AC. AB eodem motu æquabili decurſa ſint, jam per primam propoſitionem primi manifeſtum eſt, tempora lationum fore inter ſe ut ipſa ſpatia.

COROLLARIUM.

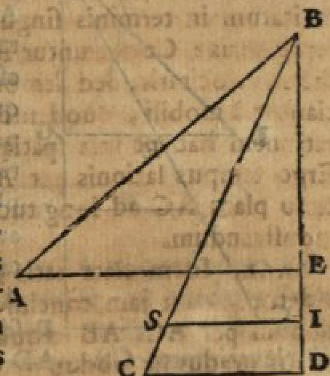
Hinc colligitur, tempora deſcenſuum ſuper planis diverſimode inclinatis, dum tamen eorum eadem ſit elevatio, eſſe inter ſe, ut eorum longitudines. Si enim intelligatur aliud planum AM, ex A ad eundem horizontem DB terminatum, demonſtrabitur pariter, tem-

tempus descensus per AM ad tempus per AB, esse, ut linea AM ad AB; ut autem tempus AB ad tempus per AC, ita linea AB ad AC: ergo ex æquali, ut AM ad AC, ita tempus per AM ad tempus per AC.

THEOR. IV. PROPOS. IV

Tempora lationum super planis æqualibus, sed inæqualiter inclinatis, sunt inter se in subdupla ratione elevationum eorundem planorum permutatim accepta.

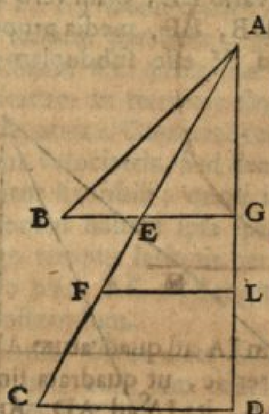
Sint ex eodem termino B plana æqualia, sed inæqualiter inclinata, BA, BC, & ductis AE, CD, lineis horizontalibus ad perpendiculum usque BD: esto plani BA elevatio BE, plani vero BC elevatio sit BD, & ipsarum elevationum DB, BE, media proportionalis sit BI; constat, rationem DB ad BI esse subduplam rationis DB ad BE. Dico jam, rationem temporum descensuum, seu lationum super planis BA, BC, esse eamdem cum ratione DB ad BI permutatim assumpta: ut scilicet temporis per BA homologa sit elevatio alterius plani BC, nempe BD: temporis vero per BC homologa sit BI. Demonstrandum proinde est, tempus per BA, ad tempus per BC, esse, ut DB ad BI. Ducatur IS, ipsi DC æquidistans. Et quia jam demonstratum est, tempus descensus per BA, ad tempus casus per perpendiculum BE, esse ut ipsa BA ad BE; tempus vero per BE, ad tempus per BD, ut BE ad BI, tempus vero per BD, ad tempus per BC, ut BD ad BC, seu BI ad BS; ergo ex æquali tempus per BA, ad tempus per BC, erit ut BA ad BS, seu CB ad BS; est autem CB ad BS, ut DB ad BI. ergo patet propositum.



THEOR. V. PROPOS. V.

Ratio temporum descensuum super planis, quorum diversæ sint *ſæ ſint inclinationes, & longitudines, nec non elevationes inæquales, componitur ex ratione longitudinum ipſorum planorum, & ex ratione ſubdupla elevationum eorundem permutatim accepta.*

Sint plana AB, AC, diverſimode inclinata, quorum longitudines ſint inæquales, & inæquales quoque elevationes. Dico, rationem temporis deſcenſus per AC ad tempus per AB, compoſitam eſſe ex ratione ipſius AC ad AB, & ex ſubdupla elevationum earumdem permutatim accepta. Ducatur enim perpendiculum AD, cui occurrant horizontales BG, CD, & inter elevationes DA, AG media ſit AL; ex puncto vero L ducta parallela horizonti occurrat plano AC in F, erit quoque AF media inter CA, AE. Et, quia tempus per AC ad tempus per AE, eſt, ut linea FA ad AE, tempus vero per AE ad tempus per AB, ut eadem AE ad eamdem AB: patet, tempus per AC, ad tempus per AB eſſe, ut AF ad AB. Demonſtrandum itaque reſtat, rationem AF ad AB componi ex ratione CA ad AB, & ex ratione GA ad AL, quæ eſt ratio ſubdupla elevationum DA, AG permutatim accepta. Id autem manifeſtum fit, poſita CA inter FA, AB: ratio enim FA ad AC eſt eadem cum ratione LA ad AD, ſeu GA ad AL; quæ eſt ſubdupla rationis elevationum GA, AD & ratio CA ad AB eſt ipſamet ratio longitudinum, ergo patet propoſitum.

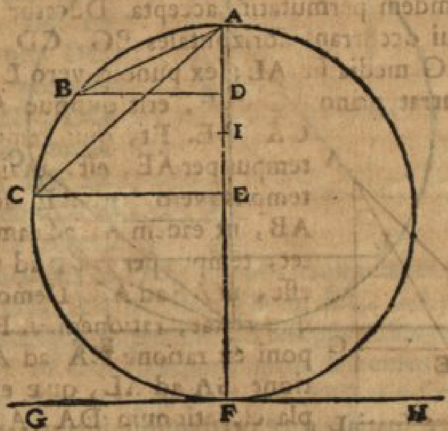


Theor. VI. Propos. VI.

Si à puncto ſublimi, vel imo circuli ad horizontem erecti ducantur quælibet plana uſque ad circumferentiam inclinata, tempora deſcenſuum per ipſa erunt æqualia.

Sit circulus ad horizontem GH erectus, cujus ex imo puncto, nempe

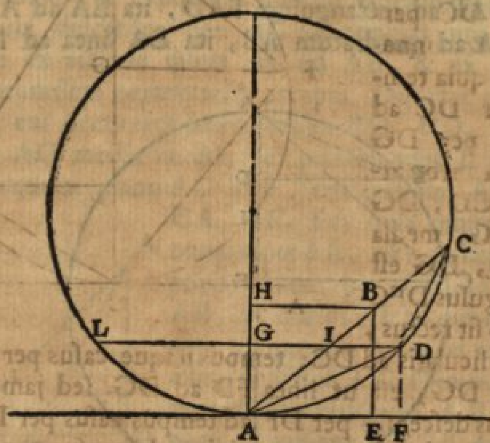
nempe ex contactu cum horizontali sit erecta diameter FA, & ex puncto sublimi A plana quælibet inclinentur usque ad circumferentiam AB, AC. Dico tempora descensuum per ipsa esse æqualia. Ducantur BD, CE ad diametrum perpendiculares, & inter planorum EA, AD altitudines media sit proportionalis AI. Et quia rectangula FAE, FAD æqualia sunt quadratis AC, AB, ut autem rectangulum FAE ad rectangulum FAD, ita EA ad AD, ergo ut quadratum CA ad quadratum AB, ita EA linea ad lineam AD.



verum ut linea EA ad DA, ita quadratum IA ad quadratum AD; ergo quadrata linearum CA, AB sunt inter se, ut quadrata linearum IA, AD, & ideo ut CA linea ad AB, ita IA ad AD. At in præcedenti demonstratum est rationem temporis descensus per AC, ad tempus descensus per AB, componi ex rationibus CA ad AB & DA ad AI, quæ est eadem cum ratione BA ad AC; ergo ratio temporis descensus per AC ad tempus descensus per AB componitur ex rationibus CA ad AB, & BA ad AC. Est igitur ratio eorundem temporum ratio æqualitatis, ergo patet propositum.

Idem aliter demonstratur ex Mechanicis. Nempe in sequenti figura: Mobile temporibus æqualibus pertransire CA, DA. Sit enim BA æqualis ipsi DA, & ducantur perpendiculares BE, DF, constat ex elementis mechanicis, momentum ponderis super plano secundum lineam ABC elevato ad momentum suum totale esse, ut BE

BE ad BA, ejuſdemque ponderis momentum ſuper elevatione AD ad totale ſuum momentum eſſe, ut DF ad DA vel BA; ergo ejuſdem ponderis momentum ſuper plano ſecundum DA inclinato ad momentum ſuper inclinatione ſecundum ABC eſt, ut linea DF ad li-



neam BE. Quare ſpatia, quæ pertranſibit idem pondus temporibus æqualibus ſuper inclinationibus CA, DA, erunt inter ſe, ut lineæ BE, DF, ex propoſitione ſecunda primi libri. Verum ut BE ad DF, ita demonſtratur ſe habere AC ad DA; ergo idem Mobile temporibus æqualibus pertranſibit lineas CA, DA.

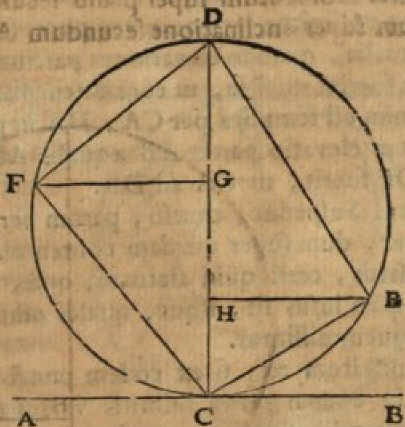
Eſſe autem ut BE ad DF, ita CA ad DA, ſic demonſtratur. Jungatur CD; & per D & B, ipſi AF parallelæ agantur DGL, ſecans CA in puncto I, & BH: eritque angulus ADI æqualis angulo DCA, cum circumferentiis LA, AD æqualibus inſiſtant, eſtque angulus DAC communis: ergo triangulorum æquiangulorum CAD, DAI latera circa æquales angulos proportionalia erunt; & ut CA ad AD, ita DA ad AI, id eſt, BA ad AI, ſeu HA ad AG, hoc eſt, BE ad DF: quod erat probandum.

Aliter idem magis expedite demonſtrabitur ſic.

Sit ad horizontem AB erectus circulus, cujus diameter CD ad horizontem ſit perpendicularis; ex termino autem ſublimi D incli-

netur

ñetur ad circumferentiam usque quodlibet planum DF. Dico descensum per planum DF. & casum per diametrum DC, ejusdem mobilis temporibus æqualibus absolvi. Ducatur enim FG horizonti AB parallela, quæ erit ad diametrum DC perpendicularis, & connectatur FC, & quia tempus casus per DC ad tempus casus per DG est, ut media proportionalis inter CD, DG ad ipsam DG; media autem in CD, DG est DF, cum angulus DFC in semicirculo sit rectus,



& FG perpendicularis ad DC: tempus itaque casus per DC ad tempus casus per DG, est ut linea FD ad DG. sed jam demonstratum est tempus descensus per DF ad tempus casus per DG esse, ut eadem linea DF ad DG. tempora igitur descensus per DF, & casus per DC ad idem tempus casus per DG eamdem habent rationem; ergo sunt æqualia. Similiter demonstrabitur, si ab imo termino C elevetur chorda CE ducta EH horizontali parallela, & juncta ED, tempus descensus per EC, æquari tempori casus per diametrum DC.

COROLLARIUM I.

Hinc colligitur tempora descensuum per chordas omnes ex terminis C seu D perductas esse inter se æqualia.

COROLLARIUM II.

Colligitur etiam quod si ab eodem puncto descendant perpendiculum & planum inclinatum super quæ descensus fiant temporibus æqualibus, eadem esse in semicirculo, cujus diameter est perpendiculum ipsum.

Corollarium III.

Hinc colligitur lationum tempora ſuper planis inclinatis tunc eſſe æqualia, quando elevationes partium æqualium eorumdem planorum fuerint inter ſe, ut eorumdem planorum longitudines: oſtenſum enim eſt tempora per CA, DA in penultima figura eſſe æqualia, dum elevatio partis AB æqualis AD, nempe BE ad elevationem DF fuerit, ut CA ad DA.

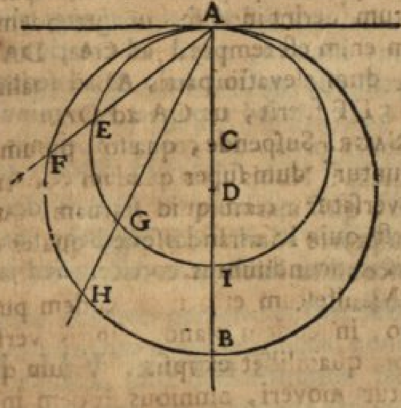
Sagr. Suſpende, quæſo, parum per lectionem eorum quæ ſequuntur, dum ſuper quadam contemplatione, qui jam menti meæ obverſatur, certi quid ſtatuam; quæ, ſi fallacia non ſit, parum abeſt quin luſus ſit, iſque, quales omnes naturæ ſunt aut neceſſitatis, jucundiſſimus.

Manifeſtum eſt, ſi ex eodem puncto in plano horizontali notato, in eodem plano infinitis verſus omnes partes ductis lineis, ſupra quamlibet ex ipſis punctum quoddam motu æquabili concipiatur moveri, omnibus eodem momento à notato puncto motum inchoantibus, ſi omnium velocitates ſint æquales, conſequenter ab iſtis punctis deſcriptum iri circumferentias circulorum majorum ſemper ac majorum, qui omnes circa primum notatum punctum concentrici ſint; eodem modo, quo in aquæ ſtagnantis fluctibus fieri videmus, in quam ex alto incidit lapis, cujus percuſſio dat principium motus verſus omnes partes, & centri vicem gerit omnium circulorum, qui ſucceſſive majores ac majores ab iſtis fluctibus deſignantur. At vero ſi concipiamus planum ſupra horizontem erectum, inque eo punctum ſublime notatum, à quo infinitæ exeant lineæ quocunque modo inclinatæ, ſuper quibus mobilia gravia deſcendant ſingulorum motu naturaliter accelerato cum iſtis velocitatibus quæ ſingulis inclinationibus conveniunt: ſi ponamus iſta mobilia continue videri poſſe, in quonam linearum genere illa ſemper diſpoſita videbimus? Hic meum naſcitur admirandum, dum præcedentes demonſtrationes mihi confirmant iſta videri ſemper omnia in eadem circumferentia circulorum creſcentium prout mobilia in deſcenſus magis ac magis ſucceſſive recedunt à puncto ſublimi, ubi lapſus illorum fuit principium:

Et ut me explicem clarius, ſignetur punctum ſublime A, ex quo juxta quamvis inclinationem demittantur lineæ AF. AH, ut

& per-

&perpendicularis AB, in quâ ſumptis punctis C. D. circa illa deſcribantur circuli tranſeuntes per punctum A, & ſecantes lineas inclinatas in punctis F, H. B. & E. G. I. Per præcedentes demonſtrationes manifeſtum eſt, ſi eodem tempore à termino A recedant mobilia per iſtas lineas deſcendentia, quando unum erit in E, alterum fore in G, & in I. Et ſic deſcenſu continuato eodem temporis momento illa fore in F. H. B: & ſi hæc & alia infinita per infinities diverſas inclinationes ulterius moveri pergant, illa omnia fore in iiſdem ſucceſſive circumferentiis in infinitum majoribus ac majoribus. Ex duabus itaque motuum ſpeciebus, quibus utitur natura, cum diverſitate mirum in modum congruâ infinitorum circulorum producitur generatio. Iſta in centro infinitorum circulorum concentricorum, tanquam in ſua ſede & principio originali poſita eſt. Hæc in ſublimi reſidet contactu infinitarum Circumferentiarum Circulorum, qui omnes inter ſe eccentrici ſunt. Iſti naſcuntur ex motibus, qui omnes æquales ſunt & æquabiles: Hi ex motibus, qui in ſe ipſis inæquabiles exiſtentes, omnes inter ſeſe inæquales ſunt, utpote infinite differentibus inclinationibus facti. Sed ulterius addo, ſi è duobus aſſignatis punctis per emanationes concipiamus excitari lineas non per duas ſolum ſuperficies, Horizontalem & erectam, ſed verſus omnes partes: quemadmodum ab iſtis, initio facto ab uno ſolo puncto, procedebatur ad productionem circulorum à minimo ad maximum; ſic initio facto ab uno ſolo puncto infinitas productum iri ſphæras, aut, ſi ita dicere velimus, unam ſphæram, ſed quæ ad infinitas ſe continuo augeat magnitudines: idque duobus modis, ſcilicet, ſi aut in centro aut in circumſerentia iſtarum ſphærarum ponamus originem.



SALV. Contemplatio revera elegantiſſima eſt, & Dom: Sagredi ingenio reſpondens.

SIMP. Licet contemplationem ad minimum capiam duorum iſtorum

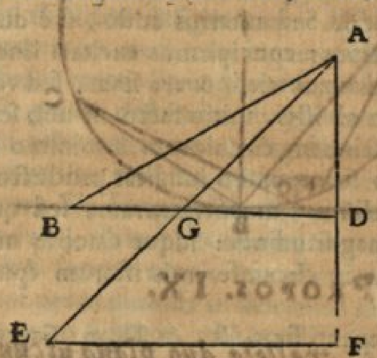
rum modorum, quibus per duos diversos motus naturales & circuli producuntur & sphæræ; productionem tamen, quæ à motu accelerato dependet, non penitus intelligo: at vero quia pro loco manationis assignari potest modo centrum infinum, modo altissima superficies sphærica, credere debeo, in veris hisce & ad mirandis conclusionibus magnum aliquod latere miraculum mirculum: inquam, quod ad creationem universi cujus formam sphæricam esse existimatur, & ad sedem causæ primæ pertinet.

SALV. Nihil repugnat quo minus id ipsum & Ego credam. Sed similes profundæ contemplationes ad nostris altiores spectant doctrinas: Nobis satis esse debet, quod inferiores tales simus artifices, qui marmora in fodinis detegunt, in quibus periti postea sculptores admirandas exhibent imagines, quæ sub rudi & informi absconditæ latebant cortice. Sed jam, si ita placet, ulterius progrediamur.

THEOR. VII. PROPOS. VII.

Si elevationes duorum planorum duplam habuerint rationem ejus, quam habeant eorumdem planorum longitudines, lationes ex quiete in ipsis temporibus æqualibus absolventur.

Sint plana inæqualia, & inæqualiter inclinata AE, AB, quorum elevationes sint FA, DA, & quam rationem habet AE ad AB, eamdem duplicatam habeat FA ad DA. Dico tempora lationum super planis AE, AB ex quiete in A esse æqualia. Ductæ sint parallelæ horizontales ad lineam elevationum EF & BD, quæ secet AE in G. Et quia ratio FA ad AD, dupla est rationis EA ad AB, & ut FA ad AD, ita EA ad AG; ergo ratio EA ad AG dupla est rationis EA ad AB; ergo AB media est inter EA, AG. & quia tempus descensus per AB ad tempus per AG est, ut

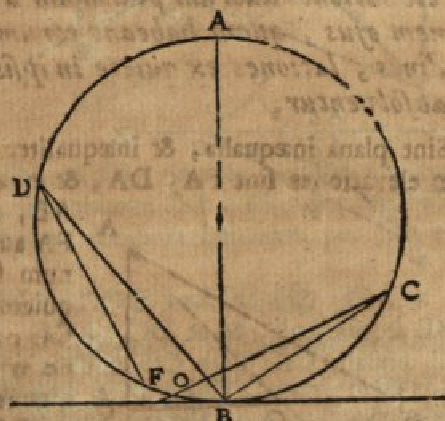


AB ad AG tempus autem descensus per AG ad tempus per AE est, ut AG ad mediam inter AG, AE, quæ est AB; ergo ex æquali tempus per AB, ad tempus per AE est, ut AB ad se ipsam: sunt igitur tempora æqualia; quod erat demonstrandum.

Theor. VIII. Propos. VIII.

In planis ab eodem sectis circulo ad horizontem erecto, in iis, quæ cum termino diametri erecti conveniunt, sive imo, sive sublimi, lationum tempora sunt æqualia tempori casus in diametro: in illis vero, quæ ad diametrum non pertingunt, tempora sunt breviora; in eis tandem, quæ diametrum secant, sunt longiora.

Circuli ad horizontem erecti esto diameter perpendicularis AB. De planis ex terminis A.B ad circumferentiam usque productis, quod tempora lationum super eis sint æqualia, jam demonstratum est. De plano DF ad diametrum non pertingente, quod tempus descensus in eo sit brevius; demonstratur ducto plano DB, quod & longius erit, & minus declive, quam DF; ergo tempus per DF brevius, quam per DB, hoc est per AB. De plano vero diametrum secante, ut CO; quod tempus descensus in eo sit longius, itidem constat: est enim & longius, & minus declive, quam CB: ergo patet propositum.

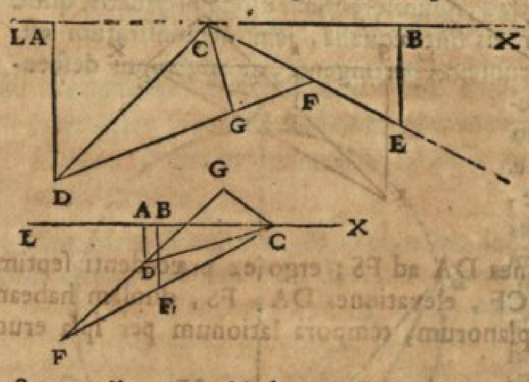


Theor. IX. Propos. IX.

Si à puncto in linea horizonti parallela duo plana utcunque inclinentur, & à linea secentur, quæ cum ipsis angulos

gulos faciat permutatim æquales angulis ab iisdem planis, & horizontali contentis, lationes in partibus à dicta linea sectis, temporibus æqualibus absolventur.

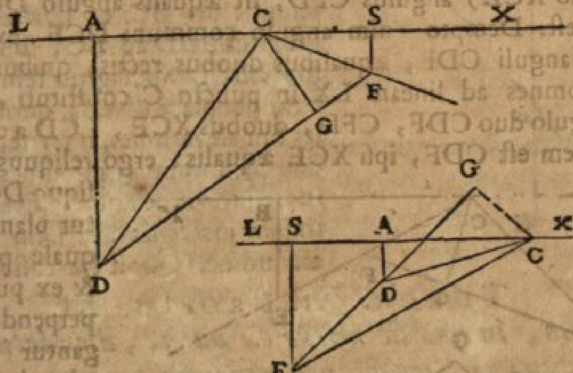
Ex puncto C horizontalis lineæ X, duo plana utcunque inflectantur CD, CE, & in quolibet puncto lineæ CD constituatur angulus CDF, angulo XCE æqualis: secet autem linea DF planum CE in F, adeo ut anguli CDF, CFD, angulis XCE, LCD permutatim sumptis sint æquales. Dico, tempora descensuum per CD, CF esse æqualia. Quod autem (posito angulo CDF, æquali angulo XCE) angulus CFD, sit æqualis angulo DCL, manifestum est. Dempto enim angulo communi DCF, ex tribus angulis trianguli CDF, æqualibus duobus rectis, quibus æquantur anguli omnes ad lineam LX in puncto C constituti, remanent in triangulo duo CDF, CFD, duobus XCE, LCD æquales: positus autem est CDF, ipsi XCE æqualis: ergo reliquus CFD, reliquo DCL. Ponatur planum CE æquale plano CD, & ex punctis D.E perpendiculares agantur DA, EB ad horizontalem XL, ex C vero ad DF ducatur perpendicularis CG. Et quia angulus CDG, angulo ECB est æqualis: & recti sunt DGC, CBE, erunt trianguli CDG, CBE æquianguli, & ut DC ad CG, ita CE ad EB: est autem DC æqualis CE; ergo CG æqualis erit BE. Cumque triangulorum DAC, CGF, anguli C.A, angulis F.G sint æquales: erit ut CD ad DA, ita FC ad CG, & permutando, ut DC ad CF, ita DA ad CG, seu BE. Ratio itaque elevationum planorum æqualium CD, CE, est eadem cum ratione longitudinum DC, CF: ergo ex corollario primo præcedentis Propositionis sextæ, tempora descensuum in ipsis erunt æqualia; quod erat probandum.



Aliter idem; ducta FS perpendiculari ad horizontalem AS.

Quia

Quia triangulum CSF, ſimile eſt triangulo DGC, erit, ut SF ad FC, ita GC ad CD. Et quia triangulum CFG, ſimile eſt triangulo DCA, erit ut FC ad CG, ita CD ad DA: ergo ex æquali, ut SF ad CG, ita CG ad DA. Media eſt igitur CG inter SF, DA, & ut DA ad SF, ita quadratum DA ad quadratum CG. Rurſus cum triangulum ACD, ſimile ſit triangulo CGF erit, ut DA ad DC, ita CG, ad CF, & permutando ut DA ad CG, ita DC ad CF, & ut quadratum DA ad quadratum CG, ita quadratum DC ad quadratum CF. Sed oſtenſum eſt quadratum DA ad quadratum CG eſſe, ut linea DA ad lineam FS; ergo ut quadratum DC ad



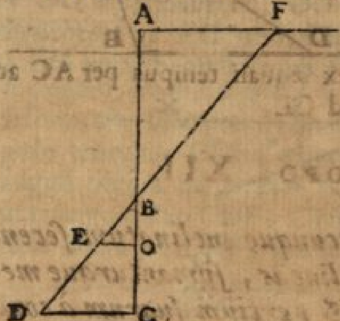
quadratum CF, ita linea DA ad FS; ergo ex præcedenti ſeptima cum planorum CD, CF, elevationes DA, FS, duplam habeant rationem eorundem planorum, tempora lationum per ipſa erunt æqualia.

THEOR. X. PROPOS. X.

Tempora lationum ſuper diverſas planorum inclinationes, quarum elevationes ſint æquales, ſunt inter ſe, ut eorumdem planorum longitudines, ſive fiant lationes ex quiete, ſive præcedat illis latio ex eadem altitudine.

Fiant lationes per ABC, & per ABD uſque ad horizontem DC, adeo ut latio per AB præcedat lationibus per BD, & per BC. Dico, tempus lationis per BD ad tempus per BC eſſe, ut BD longitudo ad BC. Ducatur AF horizonti parallela, ad quam extendatur

datur DB occurrens in F, & ipsarum DF, FB media sit FE; & ducta EO ipsi DC parallela, erit AO media inter CA, AB. Quod si intelligatur tempus per AB esse, ut AB, erit tempus per FB, ut FB. Et tempus per totam AC erit ut media AO, per totam vero FD erit FE. Quare tempus per reliquam BC erit BO, per reliquam vero BD erit BE. Verum ut BE ad BO, ita est BD ad BC; ergo tempora per BD, BC, post casus per AB, FB, seu, quod idem est, per communem AB, erunt inter se: ut longitudines BD, BC; esse autem tempus per BD ad tempus per BC ex quiete in B, ut longitudo BD ad BC, supra demonstratum est. Sunt igitur tempora lationum per plana diversa, quorum æquales sint elevationes, inter se, ut eorundem planorum longitudines, sive motus fiat in ipsis ex quiete, sive lationibus iisdem præcedat alia latio ex eadem altitudine. Quod era tostendendum.



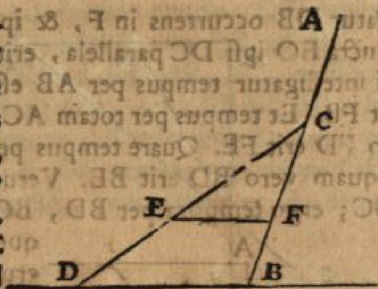
Theor. XI. Propos. XI.

Si planum, in quo fit motus ex quiete, dividatur utcunque, tempus lationis per priorem partem ad tempus lationis per sequentem, est, ut ipsamet prima pars ad excessum, quo eadem pars superatur à media proportionali inter totum planum, & primam eamdem partem.

Fiat latio per totam AB ex quiete in A, quæ in C divisa sit utcumque; totius autem BA, & prioris partis AC media sit proportionalis AF: erit CF excessus mediæ FA super partem AC. Dico tempus lationis per AC ad tempus sequentis lationis per CB, esse ut AC ad CF. Quod patet: nam tempus per AC ad tempus per totam AC est ut AC ad mediam AF; ergo dividendo, tempus per AC ad tempus per reliquam CB erit, ut AC ad CF. Si itaque intelligatur tempus per AC esse ipsamet AC, tempus per CB erit CF: quod est propositum.

Quod si motus non fiat per continuatam ACB, sed per inflexas ACD usque ad horizontem BD, cui ex F paral-

parallela ducta sit FE. Demonstrabitur pariter tempus per AC ad tempus per reflexam CD, esse ut AC, ad CE. Nam tempus per AC ad tempus per CB est, ut AC ad CF, tempus vero per CB post AC ad tempus per CD, post eumdem descensum per AC demonstratum est esse, ut CB ad



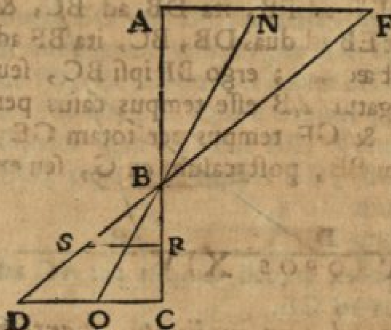
CD, hoc est ut CF ad CE; ergo ex æquali tempus per AC ad tempus per CD erit, ut AC linea ad CE.

THEOR. XII. PROPOS. XII.

Si perpendiculum, & planum utcunque inclinatum secentur inter easdem horizontales lineas, sumanturque media proportionalia ipsorum, & partium suarnm à communi sectione, & horizontali superiori comprehensarum: tempus lationis in perpendiculo ad tempus lationis factæ in parte superiori perpendiculi, & consequenter in inferiori secantis plani, eam habebit rationem, quam habet tota perpendiculi longitudo ad lineam compositam ex media in perpendiculo sumpta, & ex excessu, quo totum planum inclinatum suam mediam superat.

Sint horizontes superior AF, inferior CD, inter quos secentur perpendiculum AC, & planum inclinatum DF in B, & totius perpendiculi CA, & superioris partis AB media sit AR, totius vero DF, & superioris partis BF media sit FS. Dico, tempus casus per totum perpendiculum AC ad tempus per suam superiorem partem AB cum inferiori plani, nempe cum BD, eam habere rationem, quam habet AC ad mediam perpendiculi, scilicet AR cum SD, quæ est excessus totius plani DF super suam mediam FS. Connectatur RS, quæ erit horizontalibus parallela. Et quia tempus casus per totam AC, ad tempus per partem AB est, ut CA ad mediam AR, si intelligamus AC esse tempus casus per

 AC,



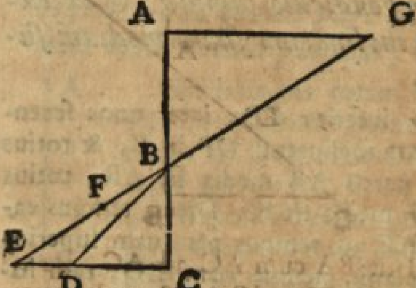
AC, erit AR tempus casus per AB, & RC per reliquam BC. Quod si tempus per AC ponatur, uti factum est, ipsa AC, tempus per FD, erit FD, & pariter concludetur DS esse tempus per BD post FB, seu post AB. Tempus igitur per totam AC, est AR cum RC; per inflexas vero ABD, erit AR cum SD: quod erat probandum.

Idem accidit si loco perpendiculi ponatur aliud planum, quale, v. gr. NO; eademque est demonstratio.

Probl. I. Propos. XIII.

Dato perpendiculo ad ipsum planum inflectere, in quo, cum ipsum habeat cum dato perpendiculo eandem elevationem, fiat motus post casum in perpendiculo eodem tempore, ac in eodem perpendiculo ex quiete.

Sit datum perpendiculum AB, cui extenso in C ponatur pars BC æqualis, & ducantur horizontales CE, AG. Oportet ex B planum usque ad horizontem CE inflectere, in quo fiat motus post casum ex A eodem tempore, ac in AB ex quiete in A. Ponatur CD æqualis CB, & ducta BD applicetur BE æqualis utrisque BD, DC. Dico, BE esse planum quæsitum. Producatur EB occurrens horizonti AG in G, & ipsarum EG, GB media sit GF. Erit EF ad FB, ut EG ad GF, & quadratum EF ad quadratum FB, ut quadratum EG ad quadratum GF, hoc est, ut linea EG ad GB; est autem EG dupla GB; ergo quadratum



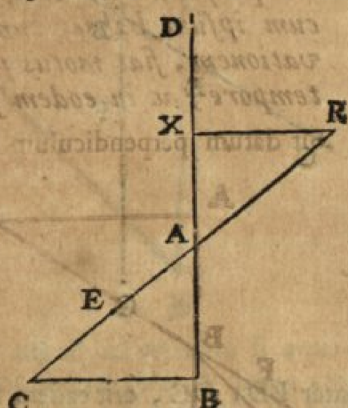
EF

EF duplum quadrati FB: verum quadratum quoque DB duplum est quadrati BC; ergo ut linea EF ad FB, ita DB ad BC, & componendo, & permutando, ut EB ad duas DB, BC, ita BF ad BC; sed BE duabus DB, BC est æqualis; ergo BF ipsi BC, seu BA æqualis est. Si igitur intelligatur AB esse tempus casus per AB, erit GB tempus per GB, & GF tempus per totam GE; ergo BF erit tempus per reliquam BE, post casum ex G, seu ex A. Quod erat propositum.

PROBL. II. PROPOS. XIV.

Dato perpendiculo, & plano ad eum inclinato, partem in perpendiculo superiori reperire, quæ ex quiete conficiatur tempore æquali ei, quo conficitur planum inclinatum post casum in parte reperta in perpendiculo.

Sit perpendiculum DB, & planum ad ipsum inclinatum AC. Oportet in perpendiculo AD partem reperire, quæ ex quiete conficiatur tempore æquali ei, quo post casum in ea conficitur planum AC. Ducatur horizontalis CB, & ut BA cum dupla AC ad AC, ita fiat CA ad AE, & ut BA ad AC, ita fiat EA ad AR & ab R ducatur perpendicularis RX ad DB; dico X esse punctum quæsitum. Et quia ut BA cum dupla AC ad AC, ita CA ad AE; dividendo erit, ut BA cum AC ad AC, ita CE ad EA, & quia ut BA ad AC, ita EA ad AR, erit componendo, ut BA cum AC ad AC, ita ER ad RA. Sed ut BA cum AC ad AC, ita est CE ad EA; ergo ut CE ad EA, ita ER ad RA, & ambo antecedentia ad ambo consequentia nempe CR ad RE. Sunt itaque CR, RE. RA proportionales. Amplius, quia ut BA ad AC, ita posita est EA ad AR, & propter similitudinem triangulorum ut BA ad AC. ita XA ad AR; ergo ut EA ad AR, ita XA ad AR:



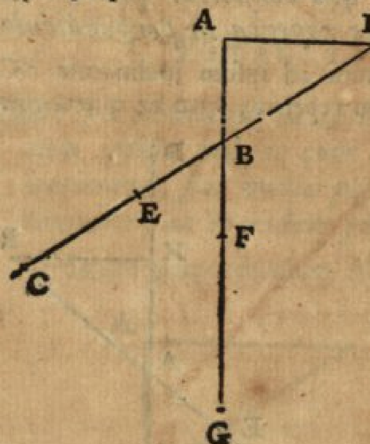
sunt

ſunt itaque EA, XA æquales. Modo ſi intelligamus tempus per RA eſſe ut RA, tempus per RC erit RE, media inter CR, RA: & AE erit tempus per AC poſt RA, ſive poſt XA; verum tempus per XA eſt XA, dum RA. eſt tempus per RA. Oſtenſum autem eſt XA, AE eſſe æquales: ergo patet propoſitum.

Probl. III. Propos. XV.

Dato perpendiculo, & plano ad ipſum inflexo, partem in perpendiculo infra extenſo reperire, quæ tempore eodem conficiatur, ac planum inflexum poſt caſum ex dato perpendiculo.

Sit perpendiculum AB, & planum ad ipſum inflexum BC.



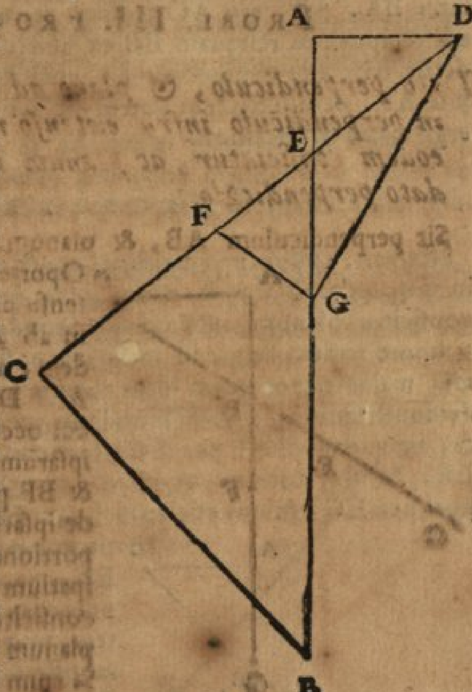
Oportet in perpendiculo infra extenſo partem reperire, quæ ex caſu ab A conficiatur tempore eodem, atque BC ex eodem caſu ab A. Ducatur horizontalis AD, cui occurrat CB extenſa in D, & ipſarum CD, DB media ſit DE, & BF ponatur æqualis BE, deinde ipſarum BA, AF, tertia proportionalis ſit AG. Dico BG eſſe ſpatium, quod poſt caſum AB conficitur tempore eodem, ac planum BC poſt eundem caſum. Si enim ponamus tempus per AB eſſe ut AB, erit tempus per DB ut DB, & quia DE eſt media inter BD, DC, erit eadem DE tempus per totam DC, & BE tempus per reliquam BC ex quiete in D, ſeu ex caſu AB, & ſimiliter concludetur, BF eſſe tempus per BG, poſt caſum eundem: eſt autem BF æqualis BE: ergo patet propoſitum.

Theor. XIII. Propos. XVI.

Si plani inclinati, & perpendiculi partes, quarum tem-

pora lationum ex quiete sint æqualia, ad idem punctum componantur, mobile veniens ex qualibet altitudine sublimiori citius absolvet eandem partem plani inclinati, quam ipsam partem perpendiculi.

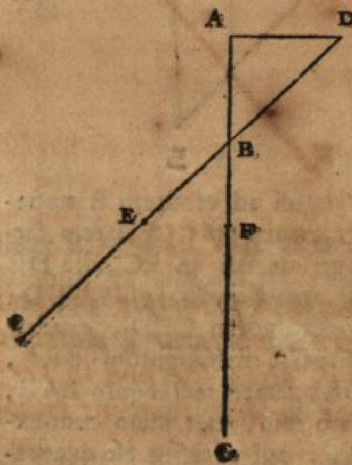
Sit perpendiculum EB, & planum inclinatum CE ad idem punctum E composita, quorum tempora lationum ex quiete in E sint æqualia, & in perpendiculo extenso sumptum sit quodlibet punctum sublime A, ex quo demittantur mobilia. Dico, tempore breviori absolvi planum inclinatum EC, quam perpendiculum EB post casus AE. Iungatur CB & ducta horizontali AD extendatur CE, illi occurrens in D; & CD. DE media proportionalis sit DF, ipsarum vero BA, AE, media sit AG, & ducantur FG, DG. Et quia tempora lationum per EC, EB, ex quiete in E sunt æqualia, erit angulus C rectus, ex Corollario secundo, Propositionis sextæ; estque rectus A, & anguli ad verticem E æquales: triangula igitur AED, CEB sunt æquiangula, & latera circa æquales angulos proportionalia: ergo ut BE ad EC, ita DE ad EA. Rectangulum ergo BEA est æquale rectangulo CED: & quia rectangulum CDE, superat rectangulum CED, quadrato ED, rectangulum vero BAE, superat rectangulum BEA, quadrato EA, excessus rectanguli CDE, super rectangulo BAE, hoc est, quadrati FD, super quadrato AG, erit idem cum excessu quadrati DE, super quadrato AE, qui excessus est quadra-



tum DA: eſt igitur quadratum FD, æquale duobus quadratis GA, AD, quibus eſt quoque æquale quadratum GD: ergo linea DF ipſi DG eſt æqualis, & angulus DGF æqualis angulo DFG, & angulus EGF minor angulo EFG, & latus oppoſitum EF minus latere EG. Modo ſi intelligamus tempus caſus per AE, eſſe ut AE, erit tempus per DE, ut DE, cumque AG media ſit inter BA, AE, erit AG tempus per totam AB, & reliqua EG, erit tempus per reliquam EB ex quiete in A, & ſimiliter concludetur EF, eſſe tempus per EC poſt deſcenſum DE, ſeu poſt caſum AE: demonſtratum autem eſt EF minorem eſſe, quam EG: ergo patet propoſitum.

COROLLARIUM.

Ex hac, atque ex præcedenti conſtat ſpatium, quod conficitur in perpendiculo, poſt caſum ex ſublimi, tempore eodem, quo conficitur planum inclinatum, minus eſſe eo, quod conficitur tempore eodem atque in inclinato non præcedente caſu ex ſublimi, majus tamen quam idem planum inclinatum: cum enim modo demonſtratum ſit, quod mobilium venientium ex termino ſublimi A, tempus converſi per EC, brevius ſit tempore procedentis per EB, conſtat ſpatium, quod conficitur per EB tempore æquali tempori per EC, minus eſſe toto ſpatio EB. Quod autem idem ſpatium perpendiculi majus ſit, quam EC, manifeſtum fit ſumpta figura præcedentis Propoſitionis, in qua partem perpendiculi BG, confici demonſtratum eſt tempore eodem cum BC poſt caſum AB: hanc autem BG majorem eſſe quam BC, ſic colligitur. Cum BE, FB æquales ſint, BA vero minor BD, majorem rationem habet FB ad BA, quam EB ad BD, & componendo FA ad AB majorem habet, quam ED ad DB, eſt autem ut FA ad AB, ita GF ad FB; (eſt enim AF media inter BA, AG,) & ſimiliter ut ED ad BD, ita eſt CE ad EB;



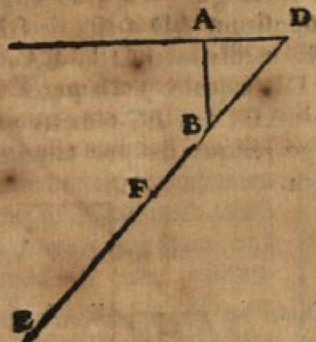
ad EB; ergo componendo GB ad BF, hoc est BE majorem habet rationem, quam CB ad BE; est igitur GB major BC.

Probl. IV. Propos. XVII.

Dato perpendiculo, & plano ad ipsum inflexo, in dato plano partem signare, in qua post casum in perpendiculo fiat motus tempore æquali ei, quo mobile datum perpendiculum ex quiete confecit.

Sit perpendiculum AB, & ad ipsum planum inflexum BE: oportet in BE spatium signare, per quod mobile post casum in AB moveatur tempore æquali ei, quo ipsum perpendiculum AB, ex quiete confecit.

Sit horizontalis linea AD, cui occurrat in D planum extensum, & accipiatur FB æqualis BA, & fiat ut BD ad DF, ita FD ad DE. Dico, tempus per BE, post casum in AB æquari tempori per AB, ex quiete in A. Si enim intelligatur AB esse tempus per AB, erit DB tempus per DB. Cumque sit, ut BD ad DF, ita FD ad DE, erit DF tempus per totum planum DE, & BE per partem BE ex D, sed tempus per BE post DB est idem, ac post AB; ergo tempus per BE post AB erit BF, æquale scilicet tempori AB, ex quiete in A: quod erat propositum.

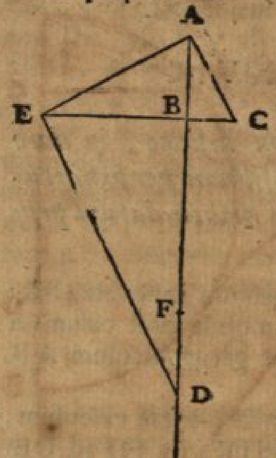


Probl. V. Propos. XVIII.

Dato in perpendiculo quovis spatio à principio lationis signato, quod in dato tempore conficiatur, datoque quocunque alio tempore minori, aliud spatium in perpendiculo eodem reperire, quod in dato tempore minori conficiatur.

Sit

Sit perpendiculum A, in quo detur ſpatium AB, cujus tempus ex principio A ſit AB, ſitque horizon CBE, & detur tempus ipſo AB minus, cui in horizonte notetur æquale BC: oportet in eodem perpendiculo ſpatium eidem AB æquale reperire, quod tempore BC conficiatur. Jungatur linea AC. Cumque BC minor ſit BA, erit angulus BAC minor angulo BCA. Conſtituatur ei æqualis CAE, & linea AE horizonti occurrat in puncto E, ad quam perpendicularis ponatur ED ſecans perpendiculum in D, & linea DF ipſi BA ſecetur æqualis. Dico ipſam FD eſſe perpendiculi partem, in qua latio ex principio motus in A, abſolvitur tempore BC dato. Cum enim in triangulo rectangulo AED ab angulo recto E, perpendicularis ad latus oppoſitum AD ducta ſit EB, erit AE media inter DA, AB; & BE media inter DB, BA, ſeu inter FA, AB, (eſt enim FA ipſi DB æqualis.) Cumque AB poſitum ſit eſſe tempus per AB, erit AE, ſeu EC tempus per totam AD, & EB tempus per AF; ergo reliqua BC erit tempus per reliquam FD: quod erat intentum.



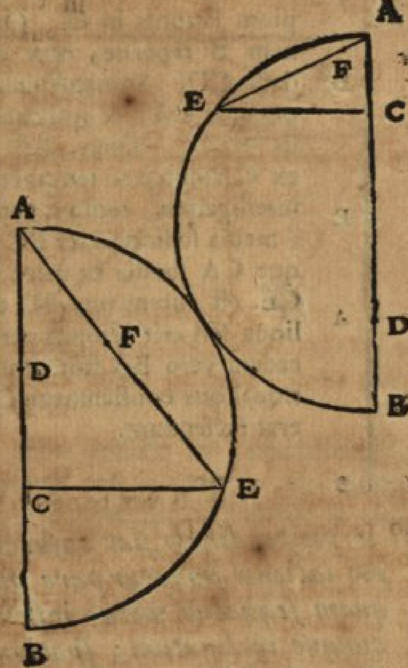
Probl. VI. Propos. XIX.

Dato in perpendiculo ſpatio quocunque à principio lationis peracto, datoque tempore caſus: tempus reperire, quo aliud æquale ſpatium ubicunque in eodem perpendiculo acceptum, ab eodem mobili conſequenter conficiatur.

Sit in perpendiculo AB, quodcunque ſpatium AC, ex principio lationis in A acceptum, cui æquale ſit aliud ſpatium DB ubicunque acceptum, ſitque datum tempus lationis per AC, ſitque illud AC. Oportet reperire tempus lationis per DB poſt caſum ex

A. Circa

A. Circa totam AB semicirculus describatur AEB, & ex C ad AB perpendicularis sit CE, & jungatur AE, quæ major erit quam EC. Secetur EF ipsi EC æqualis; dico reliquum FA esse tempus lationts per DB. Quia enim AE est media inter BA, AC; estque AC tempus casus per AC; erit AE tempus per totam AB. Cumque CE media sit inter DA, AC, (est enim DA æqualis ipsi BC,) erit CE, hoc est, EF, tempus per AD; ergo reliqua AF est tempus per reliquam DB. quod est propositum.



COROLLARIUM.

Hinc colligitur, quod si alicujus spatii ponatur tempus ex quiete esse, ut ipsummet spatium; tempus illius post aliud spatium adjunctum erit excessus medii inter adjunctum una cum spatio, & ipsum spatium super medium inter primum & adjunctum. Veluti, posito, quod tempus per AB, ex quiete in A, sit AB; addito AS tempus per AB post SA; erit excessus medii inter SB, BA, super medium inter BA, AS.

PROBL. VII. PROPOS. XX.

Dato quolibet spatio, & parte in eo post principium lationis, partem alteram versus finem reperire, quæ conficiatur tempore eodem ac prima data.

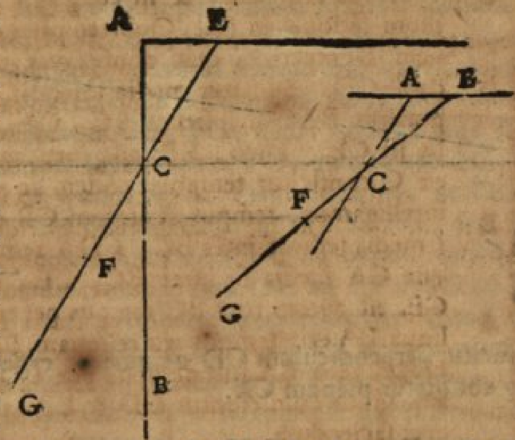
Sit ſpatium CB, & in eo pars CD data poſt principium lationis in C. Oportet partem alteram verſus finem B reperire, quæ conficiatur tempore eodem, ac data CD. Sumatur media inter BC, CD, cui æqualis ponatur BA; & ipſarum BC, CA, tertia proportionalis ſit CE. Dico, EB eſſe ſpatium, quod poſt caſum ex C conficitur tempore eodem ac ipſum CD. Si enim intelligamus, tempus per totam CB eſſe ut CB; erit BA (media ſcilicet inter BC, CD) tempus per CD. Cumque CA media ſit inter BC, CE, erit CA tempus per CE. eſt autem tota BC tempus per totam CB; ergo reliqua BA erit tempus per reliquam EB poſt caſum ex C; eadem vero BA fuit tempus per CD; ergo temporibus æqualibus conficiuntur CD & EB ex quiete in A. quod erat faciendum.

Theor. XIV. Propos. XXI.

Si in perpendiculo fiat caſus ex quiete, in quo à principio lationis ſumatur pars quovis tempore peracta, poſt quam ſequatur motus inflexus per aliquod planum utcunque inclinatum: ſpatium, quod in tali plano conficitur in tempore æquali tempori caſus jam peracti in perpendiculo ad ſpatium jam peractum in perpendiculo, majus erit quam duplum, minus vero quam triplum.

Infra horizontem AE ſit perpendiculum AB, in quo ex principio A fiat caſus, cujus ſumatur quælibet pars AC; inde ex C inclinetur utcunque planum CG; ſuper quo poſt caſum in AC continuetur motus. Dico, quod ſpatium tali motu peractum per CG in tempore æquali tempori caſus per AC, eſt plus quam duplum, minus vero quam triplum ejuſdem ſpatii AC. Ponatur enim CF æqualis AC, & extenſo plano GC uſque ad horizontem in E, fiat, ut CE ad EF, ita FE ad EG. Si itaque ponatur tempus caſus per AC eſſe, ut linea AC, erit CE tempus per EC & CF, ſeu CA, tempus motus per CG. Oſtendendum itaque eſt, ſpatium CG ipſo CA majus eſſe quam duplum, minus vero quam triplum. Cum enim ſit, ut CE ad EF, ita FE ad EG, erit etiam ita CF ad FG. Minor autem eſt EC quam EF, quare & CF minor

nor erit quam FG, & GC major quam dupla ad FC ſeu AC. Cumque rurſus FE minor ſit quam dupla ad EC, (eſt enim EC major CA, ſeu CF,) erit quoque GF minor quam dupla ad FC, & GC minor quam tripla ad CF ſeu CA. quod erat demanſtrandum.



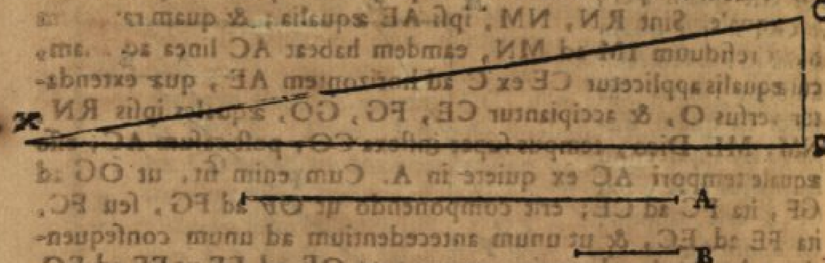
Poterat autem univerſalius idem proponi: quod enim accidit in perpendiculari, & plano inclinato, contingit etiam ſi poſt motum in plano quodam inclinato inflectatur per magis inclinatum; ut videtur in altera figura; eademque eſt demonſtratio.

Probl. VIII. Propos. XXII.

Datis duobus temporibus inæqualibus, & ſpatio, quod in perpendiculo ex quiete conficitur tempore breviori ex datis: à puncto ſupremo perpendiculi uſque ad horizontem planum inflectere, ſuper quo mobile deſcendat tempore æquali longiori ex datis.

Tempora inæqualia ſint, A majus, B vero minus; ſpatium autem, quod in perpendiculo conficitur ex quiete in tempore B, ſit CD. Oportet ex termino C planum uſque ad horizontem inflectere, quod tempore A conficiatur. Fiat ut B ad A, ita CD ad aliam lineam, cui linea CX æqualis ex C ad horizontem deſcendat: manifeſtum eſt planum CX eſſe illud ſuper quo mobile deſcendit tempore dato A. Demonſtratum enim eſt, tempus per planum inclinatum ad tempus in ſua elevatione eam habere rationem, quam habet plani longitudo ad longitudinem elevationis ſuæ. Tempus igitur per CX, ad tempus per CD. eſt, ut CX ad CD, hoc eſt, ut tempus A ad tempus B; tempus vero B eſt illud, quo

conſi-

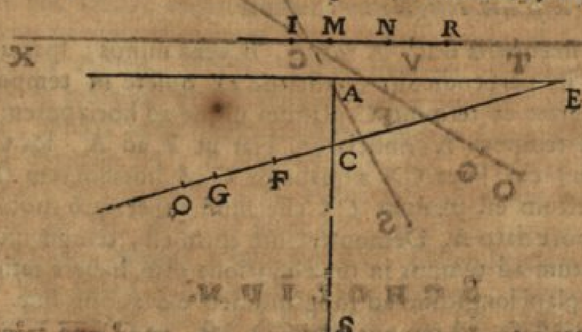


conficitur perpendiculum CD ex quiete; ergo tempus A est illud, quo conficitur planum CX.

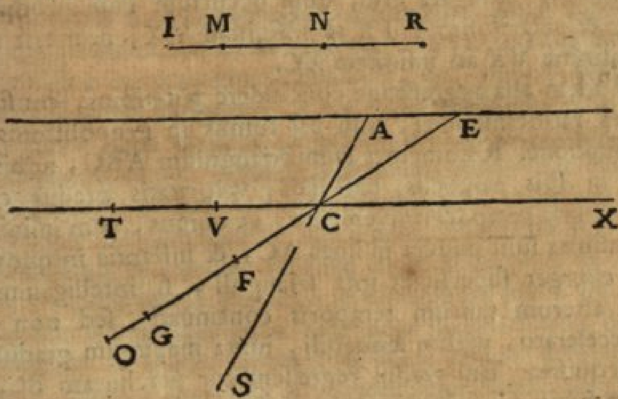
Probl. IX. Propos. XXIII.

Dato spatio quovis tempore peracto ex quiete in perpendiculo: ex termino imo hujus spatii planum inflectere, super quo post casum in perpendiculo tempore eodem conficiatur spatium cuilibet spatio dato æquale: quod tamem majus sit quam duplum, minus vero quam triplum spatii peracti in perpendiculo.

Sit in perpendiculo AS tempore AC peractum spatium AC ex quiete in A: cujus IR majus sit quam duplum, minus vero quam triplum. Oportet ex termino C planum inflectere, super quo mo-



bile eodem tempore AC conficiat post casum per AC spatium ipsi IR æquale. Sint RN, NM, ipsi AE æqualia; & quam rationem habet residuum IM ad MN, eamdem habeat AC linea ad aliam, cui æqualis applicetur CE ex C ad horizontem AE, quæ extendatur versus O, & accipiantur CE, FG, GO, æquales ipsis RN, NM, MI. Dico, tempus super inflexa CO, post casum AC, esse æquale tempori AC ex quiete in A. Cum enim sit, ut OG ad GF, ita FC ad CE; erit componendo ut OF ad FG, seu FC, ita FE ad EC, & ut unum antecedentium ad unum consequentium, ita omnia ad omnia; nempe tota OE ad EF ut FE ad EC. Sunt itaque OE, EF, EC, continue proportionales. Quod cum positum sit, tempus per AC esse ut AC, erit CE tempus per EC; & EF tempus per totam EO, & reliquum CF per reliquam CO; est autem CF æqualis ipsi CA; ergo factum est quod fieri oportebat; est enim tempus CA tempus casus per AC ex quiete in A, CF vero (quod æquatur CA) est tempus per CO, post descensum per EC, seu post casum per AC; quod est propositum. Notandum autem est, quod idem accidet, si præcedens latio non in perpendiculo fiat, sed in plano inclinato, ut in sequenti figura in qua latio præcedens facta sit per planum inclinatum AS infra horizontem AE; & demonstratio est prorsus eadem.

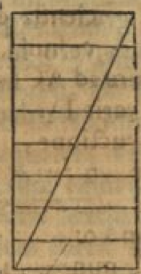


SCHOLIUM.

Si diligenter attendatur, manifestum erit, quod quo minus data linea IR deficit à tripla ipſius AC, eo planum inflexum, ſuper quod facienda eſt ſecunda latio, puta CO, accedit vicinius ad perpendiculum, in quo tandem in tempore æquali AC conficitur ſpatium ad AC triplum. Cum enim IR proxima fuerit ad triplicitatem AC, erit IM æqualis fere ipſi MN. Cumque, ut IM ad MN in conſtructione, ita fiat AC ad CE, conſtat, ipſam CE paulo majorem reperiri quam CA, &, quod conſequens eſt, punctum E proximum reperiri puncto A, & CO cum CS acutiſſimum angulum continere, & fere mutuo coincidere. E contra vero, ſi data IR minimum quid major fuerit quam dupla ejuſdem AC, erit IM breviſſima linea: ex quo accidet, minimam quoque futuram eſſe AC reſpectu CE, quæ longiſſima erit, & quam proxime accedet ad parallelam horizontalem per C productam. Indeque colligere poſſumus, quod, ſi in appoſita figura poſt deſcenſum per planum inclinatum AC, fiat reflexio per lineam horizontalem, qualis eſſet CT, ſpatium, tempore æquali tempori deſcenſus per AC, per quod mobile conſequenter moveretur, eſſet duplum ſpatii AC exacte. Videtur autem & hic accommodari conſimilis ratiocinatio: Apparet enim ex eo, cum OE ad EF ſit ut FE ad EC, ipſam FC determinare tempus per CO. Quod ſi pars horizontalis TC, dupla CA, diviſa ſit bifariam in V, extenſa verſus X in infinitum elongata erit, dum occurſum cum producta AE quærit, & ratio infinitæ TX ad infinitam VX, non erit alia à ratione infinitæ VX ad infinitam XC.

Iſtud idem alia aggreſſione concludere poterimus, conſimile reſumentes ratiocinium ei, quo uſi ſumus in Propoſitionis primæ demonſtratione. Reſumentes enim triangulum ABC, nobis repræſentans in ſuis parallelis, baſi BC, velocitatis gradus continue adauctos juxta temporis incrementa; ex quibus, cum infinitæ ſint, veluti infinita ſunt puncta in linea AC, & inſtantia in quovis tempore: exurget ſuperficies ipſa trianguli, ſi intelligamus, motus per alterum tantum temporis continuari, ſed non amplius motu accelerato, verum æquabili, juxta maximum gradum velocitatis acquiſitæ, qui gradus repræſentatur per lineam BC. Ex talibus gradibus conflabitur aggregatum conſimile parallelogrammo AD BC, quod duplum eſt trianguli ABC. Quare ſpatium, quod cum gradibus conſimilibus tempore eodem conficietur, duplum erit ſpatii peracti cum gradibus velocitatis à triangulo ABC repræſentatis. At in plano horizontali motus eſt æquabilis, cum nulla ibi ſit cauſa accelerationis, aut retardationis; ergo concluditur, ſpatium CD, peractum tempore æquali tempori AC, duplum eſſe ſpatii AC; hoc enim motu ex quiete accelerato juxta parallelas trianguli conficitur; illud vero juxta parallelas parallelogrammi, quæ, dum fuerint infinitæ, duplæ ſunt ad parallelas infinitas trianguli.

D A



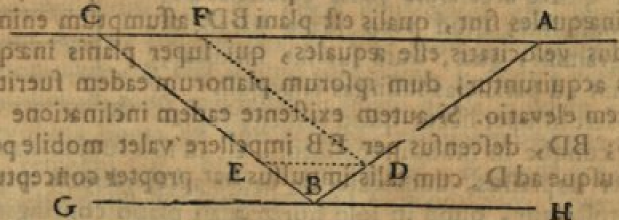
B C

Attendere inſuper licet, quod velocitatis gradus, quicunque in mobili reperiatur, eſt in illo ſuapte natura indelebiliter impreſſus, dum externæ cauſæ accelerationis aut retardationis tollantur, quod in ſolo horizontali plano contingit: nam in planis declivibus adeſt jam cauſa accelerationis majoris, in acclivibus vero retardationis. Ex quo pariter ſequitur, motum in horizontali eſſe quoque æternum: ſi enim eſt æquabilis, non debilitatur, aut remittitur, & multo minus tollitur. Amplius, exiſtente gradu celeritatis per naturalem deſcenſum à mobili acquiſito ſuapte natura indelebili atque æterno, conſiderandum occurrit, quod, ſi poſt deſcenſum per planum declive fiat reflexio per aliud planum acclive, jam in iſto occurrit cauſa retardationis, in tali enim plano idem mobile naturaliter deſcendit; quare mixtio quædam contrariarum affectionum exurgit, nempe gradus illius celeritatis acquiſitæ in præcedenti deſcenſu, qui per ſe uniformiter mobile in infinitum abduceret, & naturalis propenſionis ad motum deorſum juxta illam eandem proportionem accelerationis, juxta quam ſemper movetur. Quare admodum rationabile videbitur, ſi, inquirentes, quænam contingant accidentia, dum mobile poſt deſcenſum per aliquod planum inclinatum reflectatur per planum aliquod acclive, accipiamus gradum illum maximum in deſcenſu acquiſitum, idem per ſe perpetuo in aſcendente plano ſervari; attamen in aſcenſu ei ſupervenire naturalem inclinationem deorſum, motum nempe ex quiete acceleratum juxta ſemper acceptam proportionem. Quod ſi forte hæc intelligere fuerit ſubobſcurum, clarius per aliquam declinationem explicabitur.

Intelligatur itaque factum eſſe deſcenſum per planum declive AB, ex quo per aliud acclive BC continuetur motus reflexus; & ſint primo plana æqualia, & ad æquales angulos ſuper horizontem GH

 elevata.

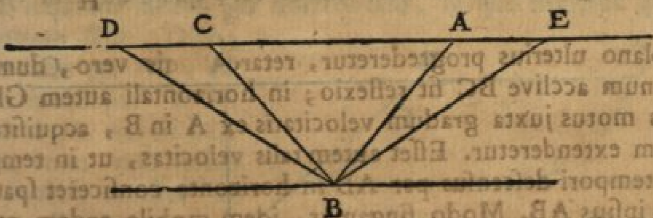
elevata. Conſtat jam, quod mobile ex quiete in A, deſcendens per AB, gradus acquirit velocitatis juxta temporis ipſius incrementum: gradum vero in B eſſe maximum acquiſitorum, & ſuapte natura immutabiliter impreſſum, ſublatis ſcilicet cauſis accelerationis novæ, aut retardationis; accelerationis, inquam, ſi adhuc ſuper ex-



tenſo plano ulterius progrederetur, retardationis vero, dum ſuper planum acclive BC fit reflexio; in horizontali autem GH æquabilis motus juxta gradum velocitatis ex A in B, acquiſitæ in infinitum extenderetur. Eſſet autem talis velocitas, ut in tempore æquali tempori deſcenſus per AB in horizonte conficeret ſpatium duplum ipſius AB. Modo fingamus, idem mobile eodem celeritatis gradu æquabiliter moveri per planum BC, adeo ut etiam in hoc tempore æquali tempori deſcenſus per AB conficeret ſuper BC extenſo ſpatium duplum ipſius AB. Verum intelligamus ſtatim atque aſcendere incipit, ei ſuapte natura ſupervenire illud idem, quod ei contigit ex A ſuper planum AB, nempe deſcenſus quidam ex quiete ſecundum gradus eoſdem accelerationis, vi quorum, ut in AB contigit, tempore eodem tantumdem deſcendat in plano reflexo, quantum deſcendit per AB: manifeſtum eſt, quod ex ejuſmodi mixtione motus æquabilis aſcendentis, & accelerati deſcendentis, perducetur mobile ad terminum C per planum BC, juxta eoſdem velocitatis gradus, qui erunt æquales. Quod vero ſumptis utcunque duobus punctis DE, æqualiter ab angulo B remotis, tranſitus per DB fiat tempore æquali tempori reflexionis per BE, hinc colligere poſſumus. Ducta DF erit parallela ad BC; conſtat enim, deſcenſum per AD reflecti per DF. quod ſi poſt D mobile feratur per horizontalem DE, impetus in E erit idem cum impetu in D. ergo ex E aſcendet in C. ergo gradus velocitatis in D eſt æqualis gradui in E. Ex his igitur rationabiliter

aſſerere

afferere poſſumus, quod, ſi per aliquod planum inclinatum fiat deſcenſus, poſt quem ſequatur reflexio per planum elevatum, mobile per impetum conceptum aſcendet uſque ad eandem altitudinem, ſeu elevationem ab horizonte. Ut ſi fiat deſcenſus per AB, feretur mobile per planum reflexum BC, uſque ad horizontalem ACB; non tantum ſi inclinationes planorum ſint æquales, verum etiam ſi inæquales ſint, qualis eſt plani BD. aſſumptum enim prius eſt, gradus velocitatis eſſe æquales, qui ſuper planis inæqualiter inclinatis acquiruntur, dum ipſorum planorum eadem fuerit ſupra horizontem elevatio. Si autem exiſtente eadem inclinatione planorum EB; BD, deſcenſus per EB impellere valet mobile per planum BD uſque ad D, cum talis impulſus fiat propter conceptum ve-



locitatis impetum iu puncto B; ſitque idem impetus in B; ſeu deſcendat mobile per AB; ſeu per EB; conſtat, quod expelletur pariter mobile per BD, poſt deſcenſuum per AB, atque per EB. Accidet vero, quod tempus aſcenſus per BD longius erit; quam per BC, prout deſcenſus quoque per EB longiori fit tempore, quam per AB: ratio autem eorundem temporum jam demonſtrata eſt eadem ac longitudinum ipſorum planorum. Sequitur modo, ut inquiramus proportionem ſpatiorum temporibus æqualibus peractorum in planis, quorum diverſæ ſint inclinationes, eædem tamen elevationes: hoc eſt, quæ inter eaſdem parallelas horizontales comprehendantur. Id autem contingit juxta ſequentem rationem.

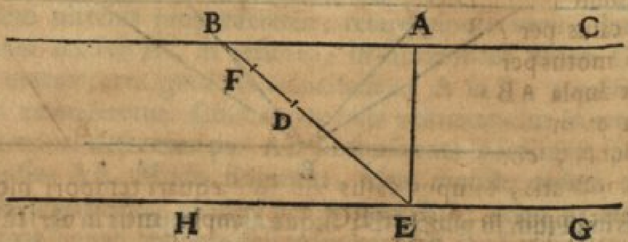
Theor. XV. Propos. XXIV.

Dato inter eaſdem parallelas horizontales perpendiculo, & plano elevato ab ejus imo termino, ſpatium, quod à mobili poſt caſum in perpendiculo, ſuper plano elevato

 conſi-

conficitur in tempore æquali tempori casus, majus est ipso perpendiculo, minus tamen quam duplum ejusdem perpendiculi.

Inter easdem parallelas horizontales BC, HG, sint perpendiculum AE, & planum elevatum EB, super quo post casum in perpendiculo AE ex termino E, fiat reflexio versus B. Dico, spatium, per quod mobile ascendit in tempore æquali tempori descensus AE, majus esse quam AE, minus vero quam duplum ejusdem AE. Ponatur ED, ipsi AE æquale, & ut EB ad BD, ita fiat DB ad BF. Ostendetur primo, punctum F esse signum, quo mobile motu reflexo per EB perveniet tempore æquali tempori AE: deinde, EF majus esse quam EA; minus vero quam duplum ejusdem.



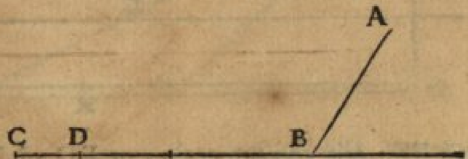
Si intelligamus, tempus descensus per AE, esse ut AE, erit tempus descensus per BE, seu ascensus per EB, ut ipsa linea BE: cumque DB media sit inter EB, BF, sitque BE tempus descensus per totam BE, erit BD tempus descensus per BF, & reliqua DE tempus descensus per reliquam FE. Verum idem est tempus per FE ex quiete in B, atque tempus ascensus per EF, dum in E fuerit velocitatis gradus per descensum BE seu AE acquisitus: ergo idem tempus DE erit id, in quo mobile post casum ex A per AE, motu reflexo per EB, pervenit ad signum F. Positum autem est, ED esse æquale ipsi AE, quod erat primo ostendendum. Et quia, ut tota EB ad totam BD, ita ablata DB ad ablatam BF, erit, ut tota EB ad totam BD, ita reliqua ED ad DF. Est autem EB major BD: ergo & ED major DF, & EF minor quam dupla DE, seu AE; quod erat ostendendum. Idem autem accidet, si motus præcedens non in perpendiculo, sed in plano inclinato fiat

fiat; eademque eſt demonſtratio, dummodo planum reflexum ſit minus acclive, nempe longius plano declivi.

Theor. XVI. Propos. XXV.

Si poſt caſum per aliquod planum inclinatum ſequatur motus per planum horizontis, erit tempus caſus per planum inclinatum ad tempus motus per quamlibet lineam horizontis, ut dupla longitudo plani inclinati ad lineam acceptam horizontis.

Sit linea horizontis CB, planum inclinatum AB, & poſt caſum per AB ſequatur motus per horizontem, in quo ſumatur quodlibet ſpatium BD. Dico, tempus caſus per AB, ad tempus motus per BD, eſſe, ut dupla AB ad BD. Sumpta enim BC ipſius AB dupla, conſtat ex



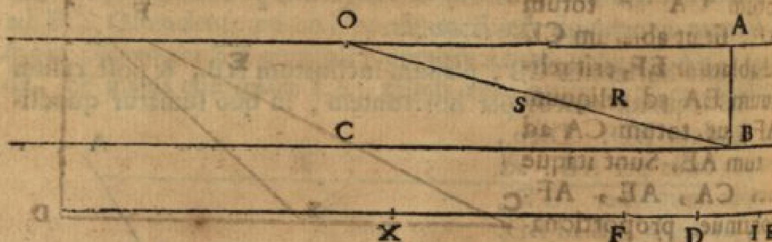
prædemonſtratis, tempus caſus per AB æquari tempori motus per BC: ſed tempus motus per BC, ad tempus motus per DB, eſt, ut linea CB ad lineam BD: ergo tempus motus per AB, ad tempus per BD, eſt, ut dupla AB ad BD. quod erat probandum.

Probl. X. Propos. XXVI.

Dato perpendiculo inter lineas parallelas horizontales, datoque ſpatio majori eodem perpendiculo, ſed minori quam duplo ejuſdem, ex imo termino perpendiculi planum attollere itner eaſdem parallelas, ſuper quo motu reflexo poſt deſcenſum in perpendiculo conficiat Mobile ſpatium dato æquale, & in tempore æquali tempori deſcenſus in perpendiculo.

Inter Parallelas horizontales AO, BC, ſit perpendiculum AB; FE vero major ſit quam BA, minor vero quam dupla ejuſdem. Oportet ex B planum inter horizontales erigere, ſuper quo Mobile

bile post casum ex A in B, motu reflexo, in tempore æquali tempori descensus per AB conficiat ascendendo spatium æquale ipsi EF. Ponatur ED æqualis AB, erit reliqua DF minor, cum tota EF minor sit quam dupla ad AB: sit DI æqualis DF, &, ut EI ad ID, ita fiat DF ad aliam FX, atque ex B reflectatur recta BO, æqualis EX. Dico, planum per BO esse illud, super quo post casum AB Mobile in tempore æquali tempori casus per AB pertransit, ascendendo spatium æquale dato spatio EF. Ipsis ED, DF, æquales ponantur BR, RS. Cum enim sit, ut EI ad ID, ita DF



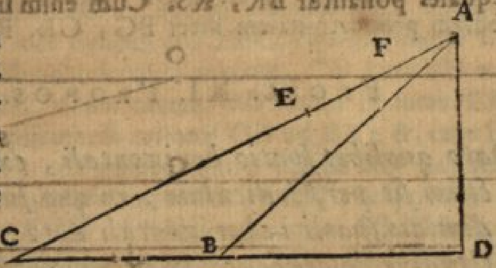
ad FX: erit componendo, ut ED ad DI, ita DX ad XF; hoc est, ut ED ad DF, ita DX ad XF & EX ad XD; hoc est, ut BO ad OR, ita RO ad OS. Quod si ponamus, tempus per AB, esse AB; erit tempus per OB, ipsa OB; & RO tempus per OS; & reliqua BR tempus per reliquum SB, descendendo ex O in B. Sed tempus descensus per SB ex quiete in O, est æquale tempori ascensus ex B in S post descensum AB: ergo BO est planum ex B elevatum, super quo post descensum per AB conficitur tempore BR seu BA spatium BS, æquale spatio dato EF. Quod facere oportebat.

Theor. XVII. Propos. XXVII.

Si in planis inæqualibus, quorum eadem sit elevatio, descendat Mobile: spatium, quod in ima parte longioris conficitur in tempore æquali ei, in quo conficitur totum planum brevius, est æquale spatio, quod componitur ex ipso breviori plano, & ex parte, ad quam idem brevius planum eam habet rationem, quam habet

bet planum longius ad excessum, quo longius brevius superat.

Sit planum AC longius, AB vero brevius, quorum eadem sit elevatio AD; & ex ima parte AC, sumatur CE, æquale ipsi AB; & quam rationem habet totum CA ad AE, (nempe ad excessum plani CA super AB,) hanc habeat CE ad EF. Dico, spatium FC esse illud quod conficitur post discessum ex A tempore æquali tempori descensus per AB. Cum enim totum CA ad totum AE, sit ut ablatum CE ad ablatum EF, erit reliquum EA ad reliquum AF, ut totum CA ad totum AE. Sunt itaque tres CA, AE, AF, continue proportionales. Quod si ponatur, tempus per AB esse ut AB; erit tempus per AC ut AC, tempus vero per AF, erit ut AE, & per reliquum FC, erit ut EC; est autem EC ipsi AB æquale: ergo sit propositum.



THEOR. XVIII. PROPOS. XXVIII.

Tangat horizontalis linea AG circulum, & à contactu sit diameter AB, & duæ chordæ utcunque AEB. Determinanda sit ratio temporis casus per AB, ad tempus descensus per ambas AEB. Extendatur BE usque ad tangentem in G, & angulus BAE bifariam secetur, ducta AF. Dico, tempus per AB, ad tempus per AEB, esse ut AE ad AEF. Cum enim angulus FAB æqualis sit angulo FAE; angulus vero EAG angulo ABF; erit totus GAF duobus FAB, ABF æqualis; quibus æ-

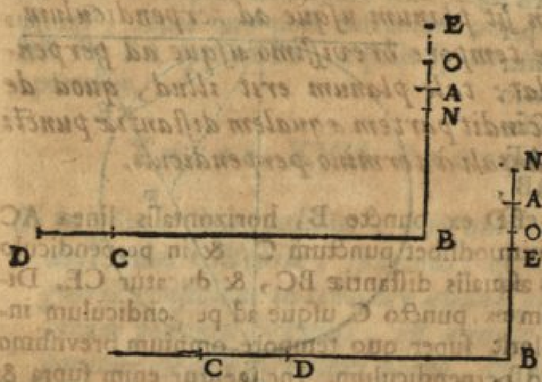
quatur quoque angulus GFA; ergo linea GF ipsi GA est æqualis. Et quia rectangulum BGE æquatur quadrato GA; erit quoque æquale quadrato GF, & tres lineæ, BG, GF, GE, proportionales. Quod si ponatur, AE esse tempus per AE, erit GE tempus per GE; & GF tempus per totam GB, & EF tempus per EB, post descensum ex G, seu ex A, per AE. Tempus igitur per AE, seu per AB, ad tempus per AEB, est, ut AE ad AEF; quod erat determinandum.

Aliter brevius. Secetur GF, æqualis GA; constat, GF esse mediam proportionalem inter BG, GE. Reliqua ut supra.

PROBL. XI. PROPOS. XXIX.

Dato quolibet spatio horizontali, ex cujus termino erectum sit perpendiculum, in quo sumatur pars æqualis dimidio spatii in horizontali dato, Mobile ex tali altitudine descendens, & in horizontali conversum, conficiet horizontale spatium una cum perpendiculo breviori tempore, quam quodcunque aliud spatium perpendiculi cum eodem spatio horizontali.

Sit planum horizontale, in quo datum sit quodlibet spatium BC, & ex termino B sit perpendiculum, in quo BA sit dimidium ipsius BC. Dico, tempus, quo Mobile ex A demissum conficiet ambo spatia AB, BC, esse temporum omnium brevissimum, quibus idem spatium BC cum parte perpendiculi, sive majori, sive minori parte AB, conficeretur. Sit sumpta major, ut in prima figura, vel minor, ut in secunda, EB. Ostendendum est,



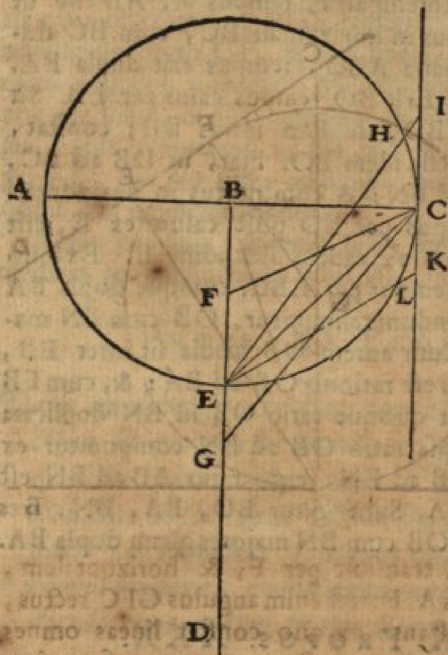
tempus, quo conficiuntur spatia EB, BC, longius esse tempore quo

quo conficiuntur AB, BC. Intelligatur, tempus per AB esse ut AB; erit quoque tempus motus in horizontali BC, cum BC dupla sit ad AB & per ambo spatia ABC, tempus erit dupla BA. Sit BO media inter EB, BA. Erit BO tempus casus per EB. Sit præterea horizontale spatium BD, duplum ipsius BE; constat, tempus ipsius post casum EB esse idem BO. Fiat, ut DB ad BC, seu ut EB ad BA; ita OB ad BN: & cum motus in horizontali sit æquabilis, sitque OB tempus per BD post casum ex E, erit NB tempus per BC post casum ex eadem altitudine E. Ex quo constat, OB cum BN esse tempus per EBC. cumque dupla BA sit tempus per ABC, ostendendum relinquitur, OB cum BN majora esse quam dupla BA. Cum autem OB media sit inter EB, BA; ratio EB ad BA duplicata est rationis OB ad BA: &, cum EB ad BA sit, ut OB ad BN; erit quoque ratio OB ad BN duplicata rationis OB ad BA. verum ipsa ratio OB ad BN componitur ex rationibus OB ad BA, & AB ad BN; ergo ratio AB ad BN est eadem cum ratione OB ad BA. Sunt igitur BO, BA, BN, tres continue proportionales, & OB cum BN majores quam dupla BA. Ex quo patet propositum.

Theor. XIX. Propos. XXX.

Si ex aliquo puncto lineæ horizontalis descendat perpendiculum, ex alio vero puncto in eadem horizontali sumpto ducendum sit planum usque ad perpendiculum, per quod Mobile tempore brevissimo usque ad perpendiculum descendat: tale planum erit illud, quod de perpendiculo abscindit partem æqualem distantiæ puncti accepti in horizantali à termino perpendiculi.

Sit perpendiculum BD ex puncto B, horizontalis lineæ AC descendens: in qua sit quodlibet punctum C, & in perpendiculo ponatur distantia BE æqualis distantiæ BC, & ducatur CE. Dico, planorum omnium ex puncto C usque ad perpendiculum inclinatorum CE esse illud, super quo tempore omnium brevissimo fit descensus usque ad perpendiculum. Inclinentur enim supra & infra plana CF, CG, & ducatur IK circulum semidiametro BC de-

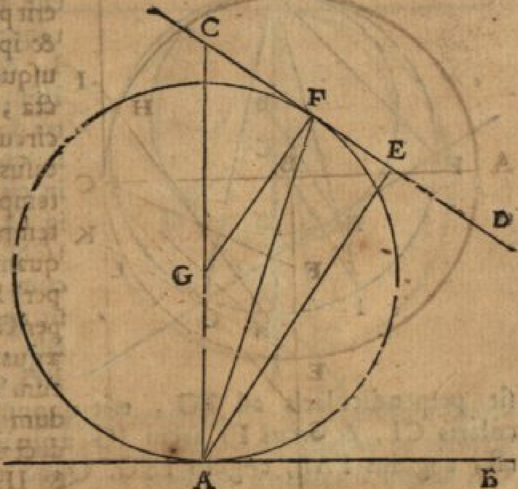


ſcriptum tangens in C, quæ erit perpendiculo æquidiſtans: & ipſi CF parallela ſit EK, uſque ad tangentem protracta, ſecans circumferentiam circuli in L. conſtat tempus caſus per LE, eſſe æquale tempori caſus per CE, ſed tempus per KE, eſt longius, quam per LE; ergo tempus per KE longius eſt, quam per CE; ſed tempus per KE, æquatur tempori per CF, cum ſint æquales, & ſecundum eandem inclinationem ductæ; ſimiliter cum CG, & IE ſint æquales, & juxta eandem inclinationem inclinatæ, tempora lationum per ipſas erunt æqualia, ſed tempus per HE breviorem ipſa IE, eſt brevius tempore per IE; ergo tempus quoque per CE, (quod æquatur tempori per HE,) brevius erit tempore per IE. Patet ergo propoſitum.

Theor. XX. Propos. XXXI.

Si linea recta ſuper horizontalem fuerit utcunque inclinata: planum à dato puncto in horizontali uſque ad inclinatam extenſum, in quo deſcenſus fit tempore omnium breviſſimo, eſt illud, quod bifariam dividit angulum contentum à duabus perpendicularibus à dato puncto extenſis, una ad horizontalem lineam, altera ad inclinatam.

Sit CD linea ſupra horizontalem AB utcunque inclinata, datoque in horizontali quocunque puncto A, educantur ex eo AC perpendicularis ad AB, AE vero perpendicularis ad CD, & angulum



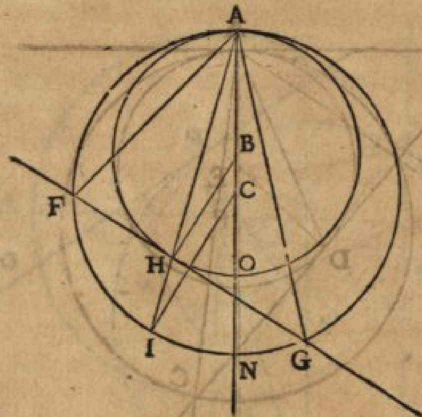
gulum CAE bifariam dividat FA linea. Dico, planorum omnium ex quibuslibet punctis lineæ CD ad punctum A inclinatorum extensum per FA esse, in quo tempore omnium brevissimo fiat descensus. Ducatur FG ipsi AE parallela, erunt anguli GFA, FAE coalterni æquales: est autem EAF ipsi FAG æqualis: ergo trianguli latera FG, GA æqualia erunt. Si itaque centro G intervallo GA circulus describatur, transibit per F, & horizontalem, & inclinatam tanget in punctis A. F: est enim angulus GFC rectus, cum GF ipsi AE sit æquidistans: ex quo constat lineas omnes usque ad inclinatam ex puncto A productas extra circumferentiam extendi, & quod consequens est, lationes per ipsas longiori tempore absolvi, quam per FA. Quod erat demonstrandum.

LEMMA.

Si duo circuli sese intus contingant, quorum interiorem quælibet linea recta contingat, exteriorem vero secet, tres lineæ à contactu circulorum ad tria puncta rectæ lineæ tangentis, nempe ad contactum interioris circuli & ad sectiones exterioris protractæ angulos in contactu circulorum æquales continebunt.

Tangant se intus in puncto A duo circuli, quorum centra B minoris: C majoris; interiorem vero circulum contingat recta quælibet linea FG in puncto H, majorem autem secet in punctis F.G, & conectatnur tres lineæ AF, AH, AG. Dico, angulos

 ab illis



ab illis contentos FAH, GAH esse æquales. Extendatur AH usque ad circumferentiam in I, & ex centris producantur BH, CI, & per eadem centra ducta sit BC, quæ extensa cadet in contactum A, & in circumferentias circulorum in O, & N. Et quia anguli ICN, HBO æquales sunt, cum quilibet ipsorum duplus sit anguli IAN, erunt lineæ BH, CI parallelæ. Cumque BH ex centro ad contactum sit perpendicularis ad FG, erit quoque ad eamdem perpendicularis CI, & arcus FI arcui IG æqualis, & quod consequens est, angulus FAI, angulo IAG. Quod erat ostendendum.

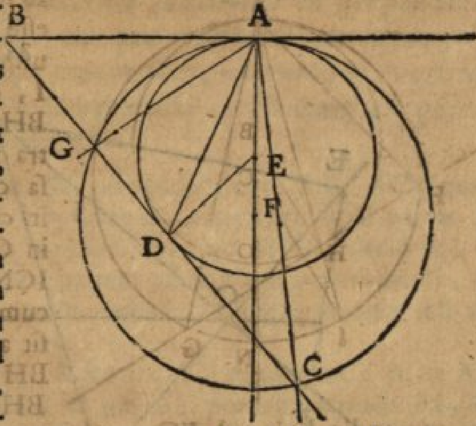
Theor. XXI. Propos. XXXII.

Si in horizonte sumantur duo puncta, & ab altero ipsorum quælibet linea versus alterum inclinetur, ex quo ad inclinatam recta linea ducatur, ex ea partem abscindens æqualem ei, quæ inter puncta horizontis intercipitur, casus per hanc ductam citius absolvetur, quam per quascunque alias rectas ex eodem puncto ad eandem inclinatam protractas. In aliis autem, quæ per angulos æquales hinc inde ab hac distiterint, casus fiunt temporibus inter se æqualibus.

Sint in horizonte duo puncta A. B, & ex B inclinetur recta BC, in qua ex termino B sumatur BD ipsi BA æqualis, & jungatur AD. Dico, casum per AD velocius fieri, quam per quamlibet ex A ad inclinatam BC productam. Ex punctis enim A. D ad ipsas BA, BD, perpendiculares ducantur AE DE, sese in E secantes; & quia in triangulo æquicruri ABD, anguli BAD, BDA sunt æquales, erunt reliqui ad rectos DAE, EDA æquales; ergo centro

E inter-

E intervallo EA descriptus circulus per D quoque transibit: & lineas BA, BD, tanget in punctis A. D. Et cum A sit terminus perpendiculi AE, casus per AD citius absolvetur, quam per quamcunque aliam ex eodem termino A usque ad lineam BC ultra circumferentiam circuli extensam; quod erat primo ostendendum.

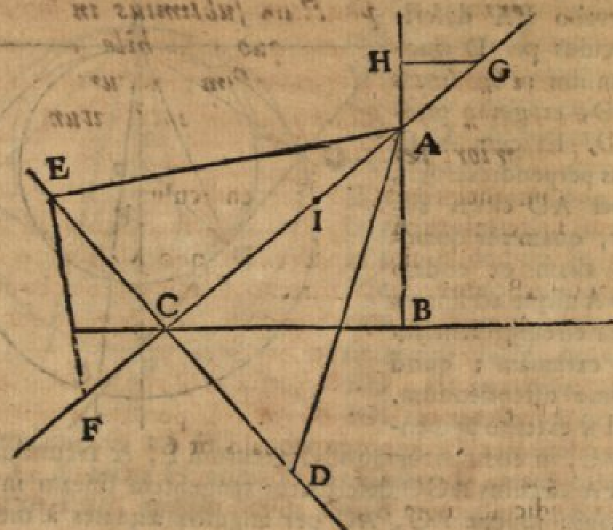


Quod si extenso perpendiculo AE, in eo sumatur quodvis centrum F, & secundum intervallum FA circulus AGC describatur tangentem lineam in punctis GC secans: junctæ AG, AC per angulos æquales à media AD ex ante demonstratis dirimentur, & per ipsas lationes temporibus æqualibus absolventur, cum ex puncto sublimi A ad circumferentiam circuli AGO terminentur.

PROBL. XII. PROPOS. XXXIII.

Dato perpendiculo, & plano ad ipsum inclinato, quorum eadem sit altitudo, idemque terminus sublimis, punctum in perpendiculo supra terminum communem reperire, ex quo si demittatur Mobile, quod postea convertatur per planum inclinatum, ipsum planum conficiat tempore eodem, quo ipsum perpendiculum ex quiete conficeret.

Sint perpendiculum, & planum inclinatum, quorum eadem sit altitudo, AB, AC. Oportet in perpendiculo BA, producto ex parte A, punctum reperire, ex quo descendens Mobile conficiat spatium AC eodem tempore, quo conficit datum perpendiculum AB ex quiete in A. Ponatur DCE ad angulos rectos ad AC, & secetur CD æqualis AB, & jungatur AD: erit angulus ADC major angulo CAD. (est enim CA major quam AB, seu CD.) fiat angulus



angulus DAE æqualis angulo ADE, & ad ipſam AE perpendicularis ſit EF plano inclinato & utrinque extenſo occurrens in F, & utraque AI, AG ponatur ipſi CF æqualis, & per G ducatur GH horizonti æquidiſtans. Dico, H eſſe punctum, quod quæritur.

Intelligatur enim tempus caſus per perpendiculum AB, eſſe AB, erit tempus per AC ex quiete in A, ipſamet AC. Cumque in triangulo rectangulo AEF ab angulo recto E perpendicularis ad baſim AF, ſit acta EC, erit AE media inter FA, AC, & CE media inter AC, CF, hoc eſt, inter CA, AI. & cum ipſius AC tempus ex A, ſit AC; erit AE tempus totius AF, & EC tempus ipſius AI. Quia vero in triangulo æquicruri AED, latus AE eſt æquale lateri ED, erit ED tempus per AF, & eſt EC tempus per AI. Ergo CD, hoc eſt AB, erit tempus per IF ex quiete in A, quod idem eſt ac ſi dicamus, AB eſſe tempus per AC ex G, ſeu ex H. quod erat faciendum.

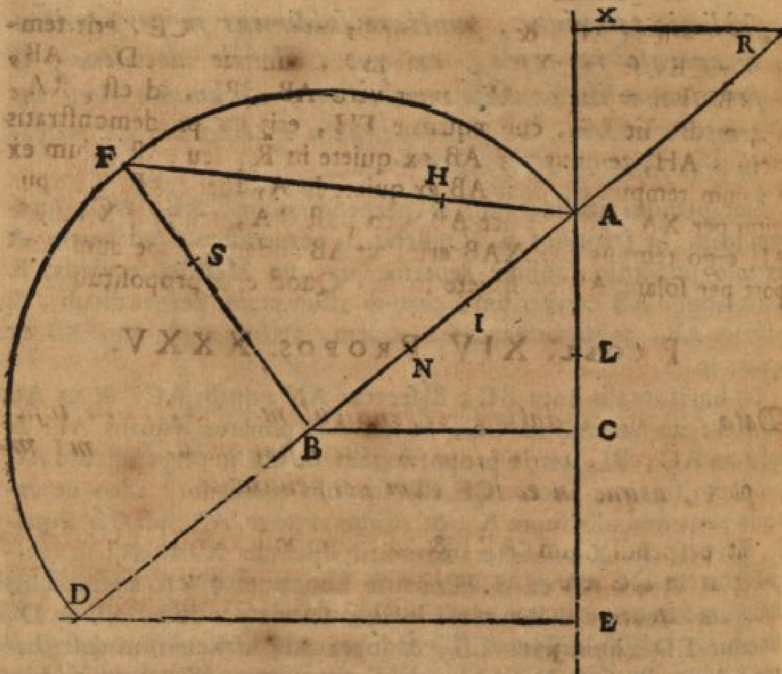
Probl. XIII. Propos. XXXIV.

Dato plano inclinato, & perpendiculo, quorum idem ſit ſubli-

sublimis terminus, punctum sublimius in perpendiculo extenso reperire, ex quo Mobile decidens, & per planum inclinatum conversum, utrumque conficiat tempore eodem, ac solum planum inclinatum ex quiete in ejus superiori termino.

Sint planum inclinatum, & perpendiculum, AB, AC, quorum idem sit terminus A. Oportet in perpendiculo ad partes A extenso punctum sublime reperire, ex quo Mobile decidens, & per planum AB conversum, partem assumptam perpendiculi, & planum AB, conficiat tempore eodem, ac solum planum AB ex quiete in A.

Sit horizontalis linea BC, & secetur AN æqualis AC: & ut AB ad BN; ita fiat AL ad LC; & ipsi AL ponatur æqualis AI, & ipsarum AC, BI, tertia proportionalis sit CE in perpendiculo AC producto signata. Dico, CE esse spatium quæsitum: adeo ut extenso perpendiculo supra A, & assumpta parte AX ipsi CE æquali, Mobile ex X conficiet utrumque spatium XAB æquali tempore, ac solum AB ex A. Ponatur horizontalis XR æquidistans BC, cui occurrat BA extensa in R, deinde producta AB in D, ducatur ED æquidistans CB, & supra AD semicirculus describatur, & ex B, ipsi DA perpendicularis erigatur BF usque ad circumferentiam. Patet FB esse mediam inter AB, BD, & ductam FA mediam inter DA, AB. Ponatur BS æqualis BI, & FH æqualis FD. Et quia, ut AB ad BD, ita AC ad CE, estque BF media inter AB, BD, & BI media inter AC, CE; erit ut BA ad AC, ita FB ad BS. Et cum sit ut BA ad AC, seu ad AN; ita FB ad BS, erit per conversionem rationis BF ad FS, ut AB ad BN, hoc est, AL ad LC. rectangulum igitur sub FB, CL æquatur rectangulo sub AL, SF; hoc autem rectangulum AL, SF, est excessus rectanguli sub AL, FB, seu AI, BF, super rectangulo AI, SB, seu AIB; rectangulum vero FB, LC est excessus rectanguli AC, BF, super rectangulo AL, BF; rectangulum autem AC, BF, æquatur rectangulo ABI. (est enim ut BA ad AC, ita FB, ad BI) excessus igitur rectanguli ABI, super rectangulo AI, BF, seu AI, FH, æquatur excessui rectanguli AI, FH, super rectangulo AIB; ergo bina rectangula AI, FH, æquantur duobus ABI, AIB: nempe binis AIB, cum quadrato BI. Commune sumatur



quadratum AI, erunt bina rectangula AIB, cum duobus quadratis AI, IB; nempe quadratum ipsum AB, æquale binis rectangulis AI, FH, cum quadrato AI communiter rursus assumpto quadrato BF: erunt duo quadrata AB, BF; nempe unicum quadratum AF, æquale binis rectangulis AI, FH, cum duobus quadratis AI, FB, id est AI, FH. Verum idem quadratum AF, æquale est binis rectangulis AHF, cum duobus quadratis AH, HF; ergo bina rectangula AI, FH, cum quadratis AI, FH, æqualia sunt binis rectangulis AHF, cum quadratis AH, HF; & dempto communi quadrato HF, bina rectangula AI, FH, cum quadrato AI erunt æqualia binis rectangulis AHF cum quadrato AH. Cumque rectangulorum omnium FH sit latus commune, erit linea AH æqualis lineæ AI. si enim major, vel minor esset, rectangula quoque FHA, & quadratum HA, majora vel minora essent rectangulis FH, IA, & quadrato IA; contra id, quod demonstratum est.

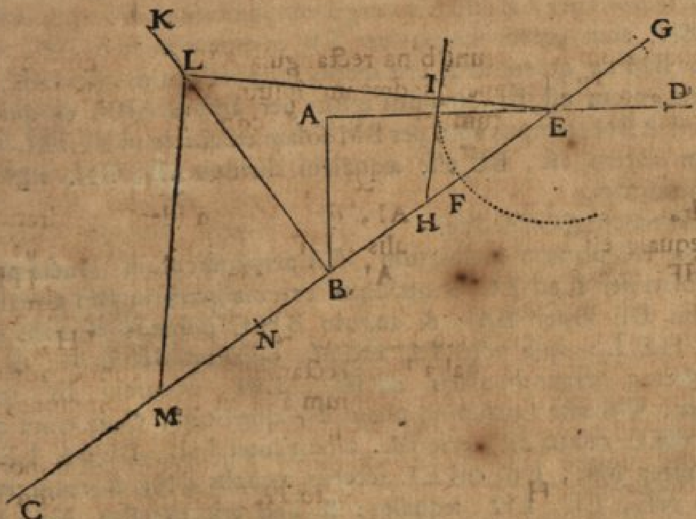
Modo si intelligamus tempus casus per AB esse ut AB, tempus per

per AC, erit ut AC, & ipsa IB media inter AC, CE, erit tempus per CE, seu per XA ex quiete in X, cumque inter DA, AB, seu RB, BA media sit AF, inter vero AB, BD, id est, RA, AB, media sit BF, cui æquatur FH, erit ex prædemonstratis excessus AH, tempus per AB ex quiete in R, seu post casum ex X; dum tempus ejusdem AB ex quiete in A, fuerit AB. Tempus igitur per XA, est IB; per AB vero post RA, seu post XA, est AI; ergo tempus per XAB erit, ut AB, idem nempe cum tempore per solam AB ex quiete in A. Quod erat propositum.

Probl. XIV. Propos. XXXV.

Data inflexa ad datum perpendiculum, partem in inflexa accipere, in qua sola ex quiete fiat motus eodem tempore, atque in eadem cum perpendiculo.

Sit perpendiculum AB; & ad ipsum inflexa BC. Oportet in BC partem accipere, in qua sola ex quiete fiat motus eodem tempore, ac in eadem cum perpendiculo AB. Ducatur horizon AD,



cui inclinata CB extensa occurrat in E; ponaturque EF æqualis

BA & centro E intervallo EF. circulus deſcribatur FIG; & FE ad circumferentiam uſque protrahatur in G, & ut BG ad BF, ita fiat BH ad HF; & HI circulum tangat in I. Deinde ex B perpendicularis ad FC erigatur DK; cui occurrat in L linea EIL. tandem ipſi EL perpendicularis ducatur LM, occurrens BC in M. Dico, in linea BM ex quiete in B fieri motum eodem tempore, ac ex quiete in A per ambas AB, BM. Ponatur EN, æqualis EL. Cumque ut GB ad BF, ita ſit BH ad HF; erit permutando, ut GB ad BH, ita BF ad FH; & dividendo, GH ad HB, ut BH ad HF. Quare rectangulum GHF quadrato HB erit æquale: ſed idem rectangulum æquatur quoque quadrato HI. ergo BH ipſi HI eſt æqualis. Cumque in quadrilatero IL BH latera HB, HI, ſint æqualia, & anguli B, I, recti, erit latus quoque BL ipſi LI æquale: eſt autem EI æqualis EF; ergo tota LE, ſeu NE, duabus LB, EF, eſt æqualis: auferatur communis EF; erit reliqua FN, ipſi LB æqualis. At poſita eſt FB æqualis ipſi BA: ergo LB duabus AB, BN æquatur. Rurſus ſi intelligatur, tempus per AB eſſe ipſam AB; erit tempus per EB ipſi EB æquale: tempus autem per totam EM erit EN, media ſcilicet inter ME, EB. quare reliquæ BM tempus caſus poſt EB, ſeu poſt AB, erit ipſa BN. Poſitum autem eſt, tempus per AB eſſe AB: ergo tempus caſus per ambas ABM eſt ABN. cum autem tempus per EB ex quiete in E ſit EB; tempus per BM ex quiete in B erit media proportionalis inter BE, BM. hæc autem eſt BL. tempus igitur per ambas ABM ex quiete in A eſt ABN; tempus verò per BM ſolam ex quiete in B eſt BL. oſtenſum autem eſt, BL eſſe æqualem duabus AB, BN. ergo patet propoſitum.

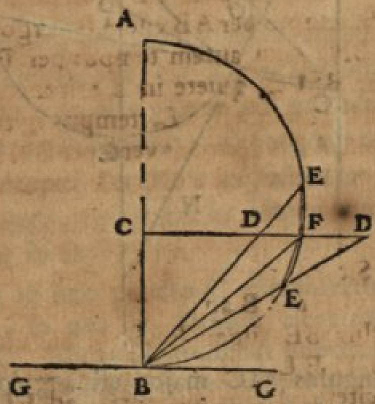
Aliter magis expedite.

Sit BC planum inclinatum, BA perpendiculum. Ducta perpendiculari per B ad EC, & utrinque extenſa, ponatur BH æqualis exceſſui BE ſuper BA: & angulo BHE ponatur æqualis angulus HEL: ipſa verò EL extenſa occurrat BK in L; & ex L excitetur perpendicularis ad EL, LM, occurens BC in M. Dico, BM eſſe ſpatium in plano BC quæſitum. Quia enim angulus MLE rectus eſt, erit BL. media inter MB, BE; & LE media inter ME, EB. cui EL ſecetur æqualis EN; & erunt tres lineæ NE, EL, LH, æquales: & HB erit exceſſus NE, ſuper BL. Verum eadem HB eſt etiam exceſſus NE ſuper NB, BA. ergo duæ

go duæ NB, BA æquales ſunt BL. Quòd ſi ponatur, EB eſſe tempus per EB; erit BL tempus per BM ex quiete in B; & BN erit tempus ejuſdem poſt EB, ſeu poſt AB; & AB erit tempus per AB. ergo tempora per ABM, nempe ABN, æqualia ſunt tempori per ſolam BM ex quiete in B. quod eſt intentum.

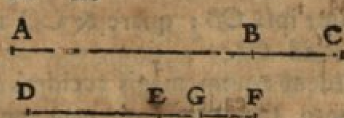
LEMMA.

Sit DC ad diametrum BA perpendicularis, & à termino B educatur BED utcunque, & connectatur FB. Dico, FB inter DB, BE, eſſe mediam. Connectatur EF: & per B ducatur tangens BG: quæ erit ipſi CD parallela: quare angulus DBG angulo FDB erit æqualis. at eidem GBD æquatur quoque angulus EFB in protione alterna: ergo ſimilia ſunt triangula FBD, FEB; &, ut BD ad BF, ita FB ad BE.



LEMMA.

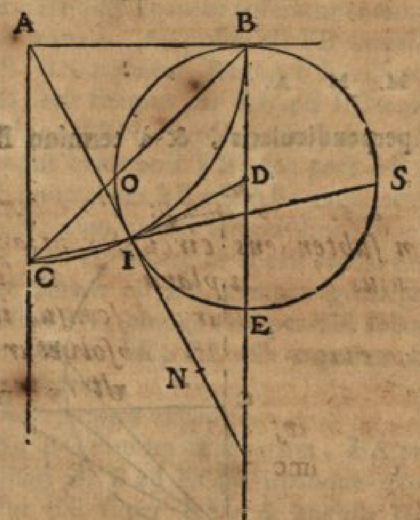
Sit linea AC major ipſa DF; & habeat AB ad BC majorem rationem, quam DE ad EF. Dico, AB ipſa DE eſſe majorem. Quia



enim AB ad BC majorem rationem habet, quam DE ad EF; quam rationem habet AB ad BC, hanc habebit DE ad minorem quam EF, habeat ad EG, & quia AB ad BC eſt, ut DE ad EG, erit componendo, & per converſionem rationis, ut CA ad AB, ita GD ad DE: eſt autem CA major GD: ergo BA ipſa DE major erit.

L E M M A.

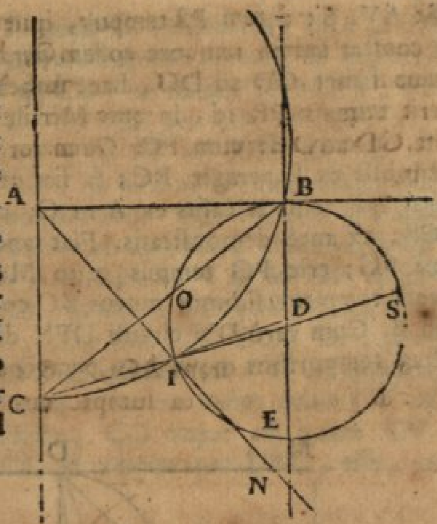
Sit circuli quadrans ACIB; & ex B ipſi AC parallela BE; & ex quovis centro in ea ſumpto circulus BOES deſcriptus tangens AB in B, & ſecans circumferentiam quadrantis in I; & juncta ſit CB, & CI uſque ad S extenſa. Dico, lineam CI minorem ſemper eſſe ipſa CO. Jungatur AI; quæ circulum BOE tanget. Si enim ducatur DI; erit æqualis ipſi DB. cum verò DB quadrantem tangat, tanget etiam eumdem DI; & ad diametrum AI erit perpendicularis. Quare & ipſa AI circulum BOE tanget in I. Et, quia



angulus AIC major eſt angulo ABC, cum majori inſiſtat peripheriæ: ergo angulus quoque SIN ipſo ABC major erit; quare portio IES major eſt portione BO; & linea CS centro vicinior major ipſa CB: quare & CO major CI; cum SC ad CB ſit, ut OC ad CI.

Idem autem magis accidet, ſi (ut in altera figura) BIC quadrante fuerit minor. nam perpendicularis DB circulum ſecabit CIB:

CIB: quare DI quoque, cum ipſi DB ſit æqualis. & angulus DIA erit obtuſus, & ideo AIN circulum quoque BIN ſecabit: cumque angulus ABC minor ſit angulo AIC: qui æquatur ipſi SIN; iſte autem eſt adhuc minor eo, qui ad contactum in I fieret per lineam SI; ergo portio SEI eſt longè major portione BO. unde &c. quod erat demonſtrandum.

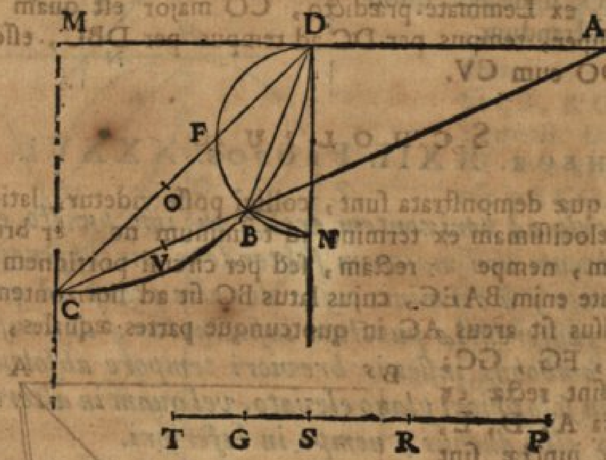


Theor. XXII. Propos. XXXVI.

Si in circulo ad horizontem erecto ab imo puncto elevetur planum non majorem ſubtendens circunferentiam quadrante, à terminis cujus duo alia plana ad quodlibet circunferentiæ punctum inflectantur: deſcenſus in planis ambobus inflexis breviori tempore abſolvetur, quam in ſolo priori plano elevato, vel quam in altero tantum ex illis duobus, nempe in inferiori.

Sit circuli ad horizontem erecti ab imo puncto C circunferentia CBD, non major quadrante, in qua ſit planum elevatum CD, & duo plana a terminis D, C, inflexa ad quodlibet punctum B in circumferentia ſumptum: Dico, tempus deſcenſus per ambo plana DBC brevius eſſe tempore deſcenſus per ſolum DC, vel per unicum BC ex quiete in B. Ducta ſit per D horizontalis MDA; cui CB extenſa occurrat in A: ſintque DN, MC; & BN ad BD perpendiculares: & circa triangulum rectangulum DBN ſemicirculus deſcribatur DFBN, ſecans DC in F: & ipſarum CD, DF, media ſit proportionalis DO; ipſarum autem CA, AB, media ſit AV.

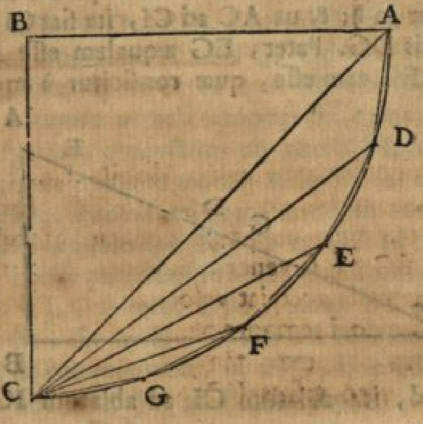
sit AV. Sit autem PS tempus, quo peragitur tota DC, vel BC, (constat enim, tempore eodem peragi utramque,) & quam rationem habet CD ad DO, hanc habeat tempus SP ad tempus PR: erit tempus PR id, in quo Mobile ex D peragit DF; RS verò id, in quo reliquum FC. Cum vero PS sit quoque tempus, quo Mobile ex B peragit BC; si fiat ut BC ad CD, ita SP ad PT; erit PT tempus casus ex A in C; cum DC media sit inter AC, CB, ex ante demonstratis. Fiat tandem, ut CA ad AV, ita TP ad PG; erit PG tempus, quo Mobile ex A venit in B; GT verò tempus residuum motus BC consequentis post motum ex A in B. Cum verò DN circuli DFN diameter ad horizontem sit erecta, temporibus æqualibus peragentur DF & DB lineæ. Quare



si demonstratum fuerit, Mobile citius permeare BC post casum DB, quam FC post peractam DF; habebimus intentum. At eadem temporis celeritate conficit Mobile veniens ex D per DB ipsam BC; ac si venerit ex A per AB; cum ex utroque casu DB, AB, æqualia accipiat velocitatis momenta. Ergo demonstrandum erit, breviori tempore peragi BC post AB quam FC post DF. Explicatum est autem, tempus, quo peragitur BC post AB, esse GT: tempus verò ipsius FC post DF esse RS. Ostendendum itaque est, RS est, RS majus esse, quam GT. quod sic ostenditur; quia ut SP ad PR, ita CD ad DO, per conversionem rationis; & convertendo, ut RS ad SP, ita OC ad CD: ut autem SP ad PT, ita DC ad CA: &, quia est ut TP ad PG, ita CA ad AV; per conversionem rationis erit quoque, ut PT ad TG; ita AC ad CV. ergo ex æquali, ut RS ad GT, ita OC ad CV. est autem OC major quam CV; ut mox demonstrabitur. ergo tempus RS majus est tempore GT. quod demonstrare oportebat. Cum verò CF major sit CB, FD verò minor BA; habebit CD ad DF majorem rationem, quam CA ad AB; ut autem CD ad DF, ita quadratum CO ad quadratum OF; cum sint CD, DO, DF, proportionales. ut verò CA ad AB, ita quadratum CV ad quadratum VB. ergo CO ad OF majorem rationem habet quam CV ad VB. igitur, ex Lemmate prædicto, CO major est quam CV. Constat insuper, tempus per DC ad tempus per DBC, esse, ut DOC ad DO cum CV.

SCHOLIUM.

Ex his, quæ demonstrata sunt, colligi posse videtur, lationem omnium velocissimam ex termino ad terminum non per brevissimam lineam, nempe per rectam, sed per circuli portionem fieri. In quadrante enim BAEC, cujus latus BC sit ad horizontem erectum, divisus sit arcus AC in quotcunque partes æquales, AD, DE, EF, FG, GC; & ductæ sint rectæ ex C ad puncta A, D, E, F, G; & junctæ sint rectæ quoque AD, DE, EF, FG, GC. Manifestum est, lationem per duos ADC citius absolvi, quam per unam AC vel DC ex quiete in D: sed ex quiete in A citius absolvitur DC, quam duæ ADC: sed per duas DEC ex quiete in A ve-



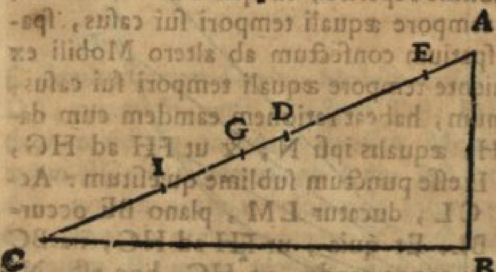
risimile est citius absolvi descensum quam per solam CD. Ergo descensus per tres ADEC absolvitur citius quam per duas ADC. Verum similiter præcedente descensu per ADE, citius fit latio per duas EFC quam per solam FC. Ergo per quatuor ADEFC citius fit motus quam per tres ADEC. Ac tandem per duas FGC post præcedentem descensum per ADEF citius absolvitur latio quam per solam FC. Ergo per quinque ADEFGC breviori adhuc tempore fit descensus, quam per quatuor ADEFC. Quò igitur per inscriptos polygonos magis ad circumferentiam accedimus, eo citius absolvitur motus inter duos terminos signatos AC.

Quod autem in quadrante explicatum est, contingit etiam in circumferentia quadrante minori; & idem est ratiocinium.

Probl. XV. Propos. XXXVII.

Dato perpendiculo, & plano inclinato, quorum eadem sit elevatio: partem in inclinato reperire, quæ sit æqualis perpendiculo, & conficiatur eodem tempore ac ipsum perpendiculum.

Sint AB perpendiculum, & AC planum inclinatum. Oportet in inclinato partem reperire æqualem perpendiculo AB, quæ post quietem in A conficiatur tempore æquali tempori quo conficitur perpendiculum. Ponatur AD æqualis AB; & reliqua DC bifariam secetur in I; & ut AC ad CI, ita fiat CI ad aliam AE; cui ponatur æqualis DG. Patet, EG æqualem esse AD & AB. Dico insuper, hanc EG eam esse, quæ conficitur à mobili veniente ex quiete in A. tempore æquali tempori quo Mobile cadit per AB. Quia enim, ut AC ad CI, ita CI ad AE, seu ID ad DG, erit per conversionem rationis, ut CA ad AI ita DI ad IG. Cum itaque sit ut totum CA ad totum AI, ita ablatum CI ad ablatum IG; erit reliquum IA, ad



reliquum

reliquum AG, ut totum CA ad totum AI. Est itaque AI media inter CA, AG; & CI media inter CA, AE. Si itaque ponatur, tempus per AB esse ut AB; erit AC tempus per AC & CI; seu ID tempus per AE. cumque AI media sit inter CA, AG sitque CA tempus per totam AC; erit AI tempus per AG; & reliquum IC per reliquum GC: fuit autem DI tempus per AE: sunt itaque DI, IC, tempora per utrasque, AE, CG. ergo reliquum DA erit tempus per EG, æquale nempe tempori per AB. Quod faciendum fuit.

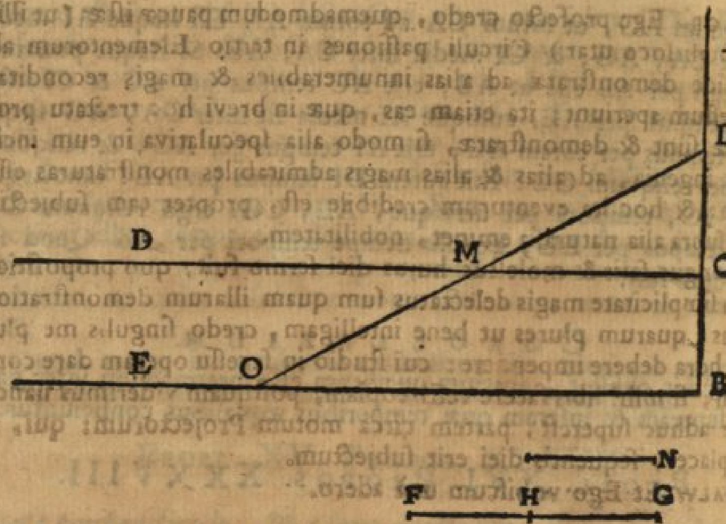
COROLLARIUM.

Ex his constat, spatium quæsitum esse intermedium inter partes superam & inferam quæ temporibus æqualibus conficiuntur.

PROBL. XVI. PROPOS. XXXVIII.

Datis duobus planis horizontalibus à perpendiculo sectis: in perpendiculo punctum sublime reperire, ex quo cadentia Mobilia, & in planis horizontalibus reflexa, conficiant in temporibus æqualibus temporibus casuum in iisdem horizontalibus, in superiore nempe, atque in inferiore, spatia, quæ inter se habeant quamcunque datam rationem minoris ad majorem.

Secta sint plana horizontalia, CD, BE, à perpendiculo ACB, sitque data ratio minoris ad majorem N ad FG. Oportet in perpendiculo AB punctum sublime reperire, ex quo Mobile cadens, & in plano CD reflexum tempore æquali tempori sui casus, spatium conficiat, quod ad spatium confectum ab altero Mobili ex eodem puncto sublimi veniente tempore æquali tempori sui casus, motu reflexo per BE planum, habeat rationem eamdem cum data N ad FG. Ponatur GH, æqualis ipsi N; & ut FH ad HG, ita fiat BC ad CL. Dico, L esse punctum sublime quæsitum: Accepta enim CM dupla ad CL, ducatur LM, plano BE occurrens in O. erit BO dupla BL. Et quia, ut FH ad HG, ita BC ad CL; erit componendo & convertendo, ut HG, hoc est, N, ad GF, ita CL ad LB, hoc est CM ad BO. Cum autem CM



dupla ſit ad LC; ſit, ſpatium CM eſſe illud, quod à Mobili veniente ex L poſt caſum LC conficitur in plano CD; & eadem ratione BO eſſe illud, quod conficitur poſt caſum LB in tempore æquali tempori caſus per LB; cum BO ſit dupla ad BL. ergo patet propoſitum.

Sagr. Puto certe noſtro concedi poſſe Academico, quod in principio hujus tractatus, abſque ulla jactautia ſibi attribuere potuerit, circa antiquiſſimum ſubjectum novam ſe proferre ſcientiam; Et quia video quanta facilitate & claritate ex uno ſolo ſimpliciſſimo principio tot propoſitionum deducat demonſtrationes, mirari non ſatis poſſum, talem materiam Archimedem, Apollonium, Euclidem & tot alios Mathematicos & illuſtres Philoſophos tranſiiſſe intactam: præſertim vero cum maxima & multa de Motu ſcripta inveniantur volumina.

Salv. Exiguum Euclidis videtur fragmentum de Motn, ſed nullum ibi apparet veſtiguum, ipſum acceſſiſſe ad inveſtigationem proportionis accelerationis, & ejus diverſitatum ſuper diverſis inclinationibus. Ita ut revera dici poſſet nullam ante hoc tempus apertam fuiſſe portam ad contempletationem, quæ nova ſit nec non infinitis & admirandis abundet concluſionibus, in quibus poſthac alia ſeſe exercere poterunt ingenia.

Sagr.

SAGR. Ego profecto credo, quemadmodum paucæ istæ (ut illis Exempli loco utar) Circuli passiones in tertio Elementorum ab Euclide demonstratæ ad alias innumerabiles & magis reconditas ingressum aperiunt; ita etiam eas, quæ in brevi hoc tractatu productæ sunt & demonstratæ, si modo alia speculativa in eum incidant ingenia, ad alias & alias magis admirabiles monstraturas esse viam: & hoc ita eventurum credibile est, propter eam subjecti, qua supra alia naturalia eminet, nobilitatem.

Longus satis & molestus hujus diei sermo fuit, quo propositionum simplicitate magis delectatus sum quam illarum demonstrationibus; quarum plures ut bene intelligam, credo singulis me plus una hora debere impendere: cui studio in secessu operam dare constitui, si mihi libri facere velis copiam, postquam viderimus hanc, quæ adhuc superest, partem circa motum Projectorum: qui, si ita placet, sequentis diei erit subjectum.

SALV. Et Ego vobiscum unà adero.

FINIS COLLOQUII TERTII DIEI.

COLLOQUIUM QUARTI DIEI

SALV. CUm oportunè etiam adsit Dom: Simplicius; absque ulla mora aggredimur Motum, & ecce nostri Textum Authoris.

DE MOTU PROJECTORUM.

Quæ in Motu æquabili contingunt accidentia, itemque in Motu naturaliter accelerato super quascunque planorum inclinationes, supra consideravimus. In hac, quam modo aggredior, contemplatione, præcipua quædam symptomata, eaque scitu digna in medium afferre conabor, eademque firmis demonstrationibus stabilire, quæ Mobili accidunt dum motu ex duplici latione composito, æquabili nempe, & naturaliter accelerata, movetur: hujusmodi autem videtur esse Motus ille, quem de Projectis dicimus: cujus generationem talem constituo.

Mobile quoddam super planum horizontale projectum mente concipio omni secluso impedimento: jam constat ex his quæ fusius alibi dicta sunt illius motum æquabilem, & perpetuum super ipso plano futurum esse, si planum in infinitum extendatur: si vero terminatum, & in sublimi positum intelligamus, mobile, quod gravitate præditum concipio, ad plani terminum delatum, ulterius progrediens, æquabili, atque indelebili priori lationi superaddet illam, quam à propria gravitate habet deorsum propensionem, indeque motus quidam emerget compositus ex æquabili

bili horizontali, & ex deorſum naturaliter accelerato: quem Projectionem voco. Cujus accidentia nonnulla demonſtrabimus; quorum primum ſit.

Theor. I. Propos. I.

Projectum dum fertur motu compoſito ex horizontali æquabili, & ex naturaliter accelerato deorſum, lineam ſemiparabolicam deſcribit in ſua latione.

Sagr. Neceſſe eſt, Dom: Salv: ut mei, &, ut credo, & Dom: Simplicii gratia aliquam hic nectamus moram; quoniam Ego euſque Geometria non ſum imbutus, ut Apollonio operam dederim, niſi quod ſciam de hiſce eum tractare Parabolis & aliis ſectionibus Conicis, ſine quarum cognitione ut & illarum paſſionum non credo intelligi poſſe reliquarum propoſitionum demonſtrationes, quæ ab ipſis dependent. Et quia jam in prima eleganti propoſitione ab Authore nobis propoſitum eſt demonſtrandum, lineam à Projecto deſcriptam eſſe Parabolicam, mecum perpendo, cum de hiſce lineis ſolummodo agendum ſit, abſolute neceſſarium fore, ut ſi non omnium paſſionum, quas de iſtis figuris Apollonius demonſtravit, ad minimum illarum, quæ ad ſubjectam ſcientiam requiruntur, perfectam habeamus notitiam.

Salv. Abjecte admodum de Te judicas, dum in eâ doctrinâ novitium Te vis gerere quam non ita pridem, ut bene cognitam admiſiſti; tum ſcilicet, cum in tractatu de Reſiſtentiis cujuſdam Apollonii Propoſitionis requireretur notitia, ſuper qua nullam moviſti difficultatem.

Sagr. Aut forſan caſu illam novi, aut eam tum ſemel ſuppoſui, in quantum per totum iſtum tractatum ea opus habui: at vero hic, ubi omnes circa iſtas lineas puto me auditurum eſſe demonſtrationes, nod oportet rudi Minerva progrediendo oleum & oderan perdere.

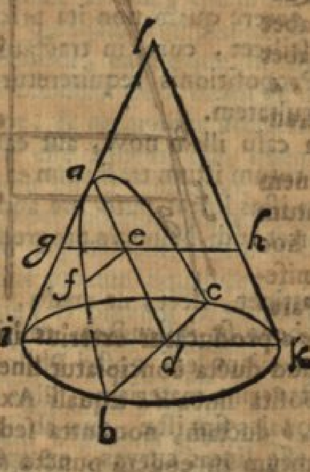
Simp. Me quod attinet, licet, ut credo, Dom: Sagredus omnibus ſibi neceſſariis bene ſit inſtructus, mihi jam novi primi iſti accidunt termini: quoniam (etſi noſtri Philoſophi hanc de Motu Projectorum pertractaverint materiam, illos tamen adeo ſpecifice definire non memini quales ſint iſtæ, quæ ab iis deſcribuntur, lineæ; niſi generaliter illas eſſe lineas curvas, excepto in projectionibus

per-

perpendicularibus sursum. Quare, cum exigua ista Geometriæ notitia, quam ex eo tempore hausi, quo alios habuimus discursus, satis capacem me reddere non possit ad sequentes intelligendum demonstrationes: in iis propositionibus satisfacere mihi debes, quas credidi tantum, minime vero intellexi.

SALV. Imo Te eas intelligere volo per eundem operis Authorem, qui cum mihi hunc suum laborem perlustrandi faceret copiam, quoniam nec Ego tum temporis Apollonii libros habebam in promptu, duas principaliores istius Parabolæ absque ulla alia præcognitione demonstrare conatus est passiones, quibus solis in præsenti opus habemus tractatu: & quæ etiam ab Apollonio, sed non nisi post multas alias, probatæ sunt, quas recensere longum esset, cum velim ut iter in compendium redigamus; primam deducendo immediate ex pura & simplicis ipsius Parabolæ generatione: & ex hac deinde immediate demonstrationem Secundæ. Ut itaque ad primam accedam;

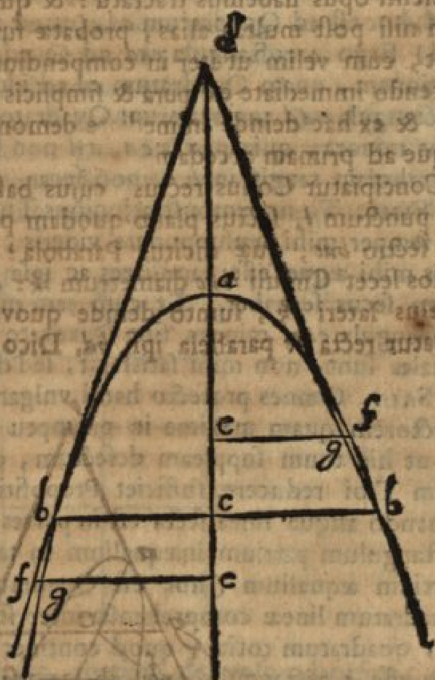
Concipiatur Conus rectus, cujus basis sit circulis *ibkc*, & vertex punctum *l*, sectus plano quodam parallelo lateri *lk*: & nascitur sectio *bac*, quæ dicitur Parabola: cujus basis *bc* ad angulos rectos secet Circuli *ibkc* diametrum *ik*: & Parabolæ axis sit *ad* parallelus lateri *lk*; sumto deinde quovis puncto *f* in linea *bfa*, ducatur recta *fe* parallela ipsi *bd*, Dico Quadratum ipsius *bd* ad



Qua-

Quadratum ipsius *fe*, eandem habere rationem quam habet Axis *da* ad Axin *ea*.

Per punctum *e* concipiatur transire planum parallelum circulo *ibkc*, quod faciat in Cono sectionem Circularem, cujus Diameter sit linea *geh*. Et quoniam supra Diametrum *ik* circuli *ibk* linea *bd* perpendicularis est, erit Quadratum ipsius *bd* æquale rectangulo facto à partibus *id. dk.* & similiter in circulo superiori, qui transire concipitur per puncta *gfh*. Quadratum lineæ *fe* æquale est rectangulo partium *ge. eh.* Ergo Quadratum *bd* ad Quadratum *fe* eandem habet rationem quam habet rectangulum *idk* ad rectangulum *geh*: Et quia linea *ed* est parallela lineæ *hk*, erit linea *eh* æqualis ipsi *dk*, quæ similiter sunt parallela: ac idcirco rectangulum *idk* ad rectangulum *geh* eandem habebit rationem, quam habet *id* ad *ge*: hoc est *da* ad *ga*: Ergo rectangulum *idk* ad rectangulum *geh*, hoc est Quadratum *bd* ad Quadratum *fe* eandem habet rationem, quam habet axis *da* ad Axem *ea*. Quod erat demonstrandum.



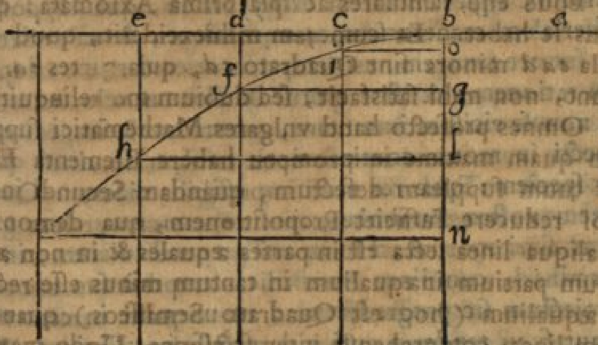
Alteram Propositionem ad præsentem tractatum omnino necessariam, hoc modo faciemus manifestam. Describamus Parabolam, cujus Axis *ca* producatur exterius in *d*: & sumpto quovis puncto *b*, per illud ducta concipiatur linea *bc* ipsius Parabolæ Basi parallela; Et posita linea *da* æquali Axeos parti *ca*, Dico, rectam per puncta *d. b* ductam, non intra sed extra Parabolam cadere, ita ut eam tantum in eodem puncto *b* tangat.

Si fieri possit, illa cadat intra Parabolam, ita ut eam superius secet, aut producta inferius. Inque illa quod vis sumatur punctum *g*, per quod transeat recta *fge*. Quoniam Quadratum *fe* majus est Quadrato *ge*, majorem rationem habebit idem Quadratum *fe* ad Quadratum *bc*, quam Quadratum *ge* ad idem Quadratum *bc*. Et quia, per præcedentem, Quadratum *fe* se habet ad Quadratum *bc*, ut *ea* ad *ca*, Ergo majorem rationem habet *ea* ad *ca*, quam Quadratum *ge* ad Quadratum *bc*, hoc est quam Quadratum *ed* ad Quadratum *cd* (cum in Triangulo *dge*, sit ut *ge* ad parallelam *bc*, ita *ed* ad *cd*.) Sed linea *ea* se habet ad lineam *ca*, hoc est ad lineam *ad*, ut 4 Rectangula *ead* ad 4 Quadrata *ad*, hoc est ad Quadratum *cd*, (quod æquale est 4 Quadratis ipsius *ad*.) Ergo 4 rectangula *ead* ad Quadratum *cd* majorem habebunt rationem, quam Quadratum *ed* ad idem Quadratum *cd*. Ergo 4 rectangula *ead* majora erunt Quadrato *ed*; quod falsum est, cum sint minora, quia partes *ea*. *ad* non sunt æquales. Ergo linea *db* Parabolam tangit in *b* & non secat. Quod erat demonstrandum.

SIMP. Tu in demonstrationibus Tuis magnifice nimis procedis, & semper mihi præsupponere videris, omnes Euclidis Propositiones mihi æque esse familiares ac ipsa prima Axiomata: quod tamen secus se habet. Et cum jam mihiexciderit, quod quatuor rectangula *ead* minora sint Quadrato *cd*, quia partes *ea*. *ad* inæquales sunt, non mihi satisfacit, sed dubium me relinquit.

SALV. Omnes profecto haud vulgares Mathematici supponunt, Lectorem quam maxime in promptu habere Elementa Euclidis: & ut hic tuum suppleam defectum, quandam Secundi in memoriam Tibi reducere sufficiet Propositionem, qua demonstratur; Quando aliqua linea secta est in partes æquales & in non æquales, rectangulum partium inæqualium in tantum minus esse rectangulo partium æqualium (hoc est Quadrato Semisseos) quantum est Quadratum lineæ comprehensæ inter sectiones. Unde manifestum est, quadratum totius, quod continet 4 quadrata semissis, majorem esse 4 rectangulis quæ ab inæqualibus fiunt partibus, Duas autem istas propositiones jam demonstratas, quas ex Conicis sumpsimus Elementis, memoria tenere debemus, ad illa quæ in præsenti tractatu sequuntur, intelligenda, cum istas solas & non plures adhibeat Author. Resumere jam possumus Textum, ut videamus, quomodo ille primam suam demonstret propositionem, quâ probare vult, lineam à mobili gravi, dum illud deſcendit motu ex æquabili Horizontali & naturaliter deſcendente compoſito, deſcriptam, eſſe Semiparabolam.

Intelligatur horizontalis linea; ſeu Planum *ab* in ſublimi poſitum: ſuper quo ex *a* in *b* motu æquabili feratur mobile: deficiente vero plani fulcimento in *b* ſuperveniat ipſi mobili à propria gravitate motus naturalis deorſum juxta perpendicularem *bn*. Intelligatur inſuper plano *ab* in directum poſita linea *be*, tanquam temporis effluxus, ſeu menſura, ſuper qua ad libitum notentur partes quotlibet temporis æquales, *bc*, *cd*, *de*. atque ex punctis *b*, *c*, *d*, *e*, intelligantur productæ lineæ perpendiculo *bn* æquidiſtantes: in quarum prima accipiatur quælibet pars *ci*: cujus quadrupla ſumatur in ſequenti *df*, nonupla *eh*, & conſequenter in reliquis ſecundum rationem quadratorum ipſarum, *cb*, *db*, *eb*, ſeu dicamus, in ratione earundem linearum duplicata. Quod ſi mobili ultra *b* verſus *c* æquabili latione lato deſcenſum perpendicularem ſecundum quantitatem *ci* ſuperadditum intelligamus, reperietur tempore *bc* in termino *i* conſtitutum. Ulterius autem procedendo,



tempore *db*, duplo ſcilicet *bc*, ſpatium deſcenſus deorſum, erit ſpatii primi *ci* quadruplum: demonſtratum enim eſt in primo tractatu, ſpatia peracta à gravi motu naturaliter accelerato eſſe in duplicata ratione temporum. Pariterque conſequenter ſpatium *eh*, peractum tempore *be*, erit ut 9. adeo ut manifeſtè conſtet, ſpatia *eh*, *df*, *ci*, eſſe inter ſe ut quadrata linearum *eb*, *db*, *cb*. Ducantur modò à punctis *i*, *f*, *h*, rectæ *io*, *fg*, *hl*, ipsi *eb* æquidistantes; erunt *hl*, *fg*, *io*, lineæ lineis *eb*, *db*, *cb*, singulæ singulis æquales; nec non ipsæ *bo*, *bg*, *bl*, ipsis *ci*, *df*, *eh* æquales. Eritque quadratum *hl* ad quadratum *fg*, ut linea *lb* ad *bg* & quadratum *fg* ad quadratum *io*, ut *gb* ad *bo*. Ergo puncta *i*, *f*, *h*, sunt in una eademque linea Parabolica. Similiterque demonstrabitur, assumptis quibuscunque temporis particulis æqualibus cujuslibet magnitudinis, loca mobilis, simili motu composito lati, iisdem temporibus in eadem linea parabolica reperiri, ergo patet propositum.

Salv. Ista conclusio colligitur ex conversione primæ duarum superiorum propositionum: Quoniam descripta Ex: gr: Parabola per puncta *b h*, si unum ex duobus *f*, *i*, non esset in descripta linea Parabolica, erit aut extra aut intra, & per consequens linea *fg* aut minor esset aut major ea qu æ terminaretur in linea Parabolica: adeoque Quadratum ipsius *hl* non ad Quadratum ipsius *fg* sed ad aliud majus aut minus eandem haberet rationem quam habet linea *lb* ad Lineam *bg*: sed eam habet ad Quadratum *fg*. Ergo punctum *f* est in linea Parabolica. Et sic de omnibus reliquis.

Sagr. Negari minime potest, novum, subtilem & conclusivum esse discursum, argumentantem ex hypothesi, qua supponit motum transversalem manere semper æquabilem, & naturalem deorsum eum servare tenorem, ut semper acceleretur juxta duplicatam temporum rationem; & istos motus & illorum velocitates inter se permixtas non se vicissim immutare, perturbare & impedire; ita ut linea Projecti in motus continuatione tandem in aliam quandam degeneret speciem: quæ res mihi impossibilis videtur: Quoniam, posito Axem nostræ Parabolæ, juxta quam naturalem gravium supponimus fieri motum, Horizonti perpendicularem, in centro Terræ terminari, cum linea Parabolica semper à suo axe recedat; nullum projectum sic progrederetur, ut unquam in centro terminaretur, aut si eo tenderet, uti videtur esse necessarium, Projecti linea in aliam degeneraret à linea Parabolica diversissimam.

Simp. Huic difficultati alias & Ego superaddo. Quarum una hæc est, quod supponamus, planum Horizontale, quod nec acclive est nec declive, lineam esse rectam; quasi similis talis linea in omnibus suis partibus æqualiter distaret à centro: quod verum non est: quoniam illa recedendo à suo medio versus extremitates semper magis removetur à centro, adeoque semper adscendit; id

quod

quod consequenter infert fore impossibile, ut motus in perpetuum duret; sed illum ne quidem per aliquod spatium manere æquabilem, sed semper magis languescere. Præterea, ut Ego credo, impossibile est evitare impedimentum medii, sic ut non tollat æquabilitatem motus transversalis & regulam accelerationis in gravibus cadentibus. Quæ omnes difficultates maxime reddunt improbabile, ea quæ per tam inconstantes demonstrata sunt suppositiones, postea in experientiis ad praxin deductis ullo modo posse convenire cum veritate.

Salv. Tam bene fundatæ sunt omnes istæ allatæ difficultates & Instantiæ, ut illas removere impossibile esse existimem: Et, me quod attinet, illas admitto omnes, sicut etiam nostrum Authorem illas admissurum crederem. Et concedo, conclusiones sic in abstracto demonstratas mutari in concreto, & suam eousque procedere falsitatem, ut nec motus transversalis sit æquabilis, nec acceleratio juxta suppositam fiat proportionem, nec Projecti linea sit Parabolica &c: Sed è contra peto ne cum Authore nostro de eo ipso disputes, quod alii maximi supposuerunt homines; licet sit falsum. Et sola Archimedis omnibus satisfacere potest Authoritas, qui in suis Mechanicis, & in prima Parabolæ Quadratura ut verum principium assumit virgam ferream bilancis aut stateræ lineam esse rectam in omnibus suis punctis à communi gravium centro æqualiter distantem; & chordas, quibus gravia sunt appensa, esse inter se parallelas. Quam licentiam quidem excusant, dicentes instrumenta nostra & distantias, quibus in nostra praxi utimur, adeo esse parva in comparatione magnæ nostræ à Globi Terrestris centro distantiæ, utpote per quam licet unum minutum unius gradus maximi circuli sumere pro linea recta, ut & duas perpendiculares ab ejus extremitatibus pendentes ac si forent parallelæ. Et si in operibus practicis talium minutiarum habenda esse ratio, ante omnes reprehendi debere Architectos, qui perpendiculi ope inter lineas æquidistantes altissimas præsumunt erigere turres. Hisce adjungo, quod dicere liceat, Archimedem & alios in suis contemplationibus supposuisse se ad infinitam distantiam remotos esse à centro; quibus in casibus illorum assumptiones nulla laborabant falsitate, sed cum absoluta concludebant demonstratione.

Deinde si ad distantiam terminatam demonstratas in praxin deducere velimus conclusiones, tum immensam supponentes distantiam, à veritate demonſtrata detrahendum eſt illud, quod inde ſequitur, quod diſtantia noſtra à centro non ſit revera infinita; at vero talis, quæ infinita dici poteſt reſpectu exiguitatis artificiorum, quæ in praxin deducimus; quorum maximum quidem erit iter projectorum, & inter hæc, illorum tantum, quæ ex majori ejiciuntur tormento; quæ, cujus etiam magnitudinis ſit tormentum, quatuor non decurrent millia, talium menſurarum, qualium nos à centro totidem fere millionibus diſtamus: quare illa, cum in ſuperficie Globi Terreſtris iter ſuum terminant, non niſi inſenſibiliter parabolicam immutare poterunt figuram; quam concedimus maxime transformatum iri, ſi in cenero terminaretur.

Perturbationem deinde quod attinet, ex impedimento medii procedentem, illa majoris eſt momenti, & propter ſuam multiplicem adeo varietatem ad certas non poteſt reduci regulas: nec certa ejus dari ſcientia: quoniam, ſi ſolummodo conſideremus impedimentum quod motibus à nobis perpenſis infert Aër, illud eos omnes perturbare comperietur, idque modis infinitis, prout mobilium figuræ, gravitates & velocitates infinitis variantur modis. Si quidem, velocitatem quod attinet, prout illa erit major, majus erit obſtaculum ipſi ab aëre oppoſitum: qui etiam mobilia magis impediet, prout leviora erunt; ita ut, licet grave deſcendens continue accelerari debeat in duplicata ratione durationis ſui motus, utut maximum ſit mobile quod è maxima decidit altitudine, impedimentum tamen aëris tantum ſit futurum, ut ipſium velocitatis ſuæ privet augmento, illudque ad perquam uniformem & æquabilem motum reducat: quæ adæquatio tanto citius & in minoribus altitudinibus obtinebitur, quanto mobile minus erit grave.

Imo etiam iſte motus, qui in plano horizontali; omnibus aliis remotis obſtaculis, perpetuo deberet eſſe æquabilis, ab aëris immutabitur impedimento, & tandem ſiſtetur, idque eo citius quo Mobile fuerit levius. De quibus gravitatum, & figurarum accidentibus, infinitas utpote mutationes ſubeuntibus, firma dari nequit ſcientia: Quare ut iſtam ſcientifice pertractare poſſimus materiam, ab iis abſtrahere debemus; & inventis ac demonſtratis concluſionibus, ab impedementis abſtractis in praxi, cum talibus limitationibus uti, quales nos Experientia doceat: nec tamen minorem inde colligemus fructum: quia materiæ, earumque figuræ

eligentur,